

PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

1. Vectơ chỉ phương, vectơ pháp tuyến của đường thẳng

a) vtcp của Δ : (\vec{u}) có giá song song hoặc trùng với Δ

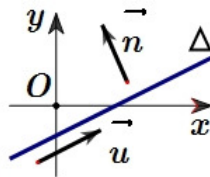
b) vtpt của Δ : (\vec{n}) có giá vuông góc với Δ

c) Liên hệ giữa vtcp và vtpt:

+ Biết trước vtcp $\vec{u} = (u_1; u_2)$ thì tìm được vtpt $\vec{n} = (u_2; -u_1)$.

+ Biết trước vtpt $\vec{n} = (a; b)$ thì tìm được vtcp $\vec{u} = (b; -a)$.

d) Liên hệ giữa vtcp và hệ số góc k của đường thẳng: $k = \frac{u_2}{u_1}$ ($u_1 \neq 0$)



2. Phương trình tham số và phương trình chính tắc của đường thẳng Δ

× Cần tìm: toạ điểm $M_0(x_0; y_0)$ trên Δ và vtcp $\vec{u} = (u_1; u_2)$ của Δ

× Công thức viết PTTS của Δ :
$$\begin{cases} x = x_0 + u_1 t \\ y = y_0 + u_2 t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

× Công thức viết PTCT của Δ :
$$\frac{x - x_0}{u_1} = \frac{y - y_0}{u_2} \quad (u_1 u_2 \neq 0)$$

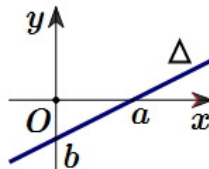
3. Phương trình tổng quát của đường thẳng Δ

× Cần tìm: toạ điểm $M_0(x_0; y_0)$ trên Δ và vtpt $\vec{n} = (a; b)$ của Δ

× Áp dụng công thức: $\Delta: a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0$

✂ Phương trình đường thẳng theo đoạn chắn:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$



✂ Đặc biệt: Cho trước PTTQ của $d: ax + by + c = 0$

× Nếu $\Delta \parallel d$ thì Δ có PTTQ $\Delta: ax + by + c' = 0$ (chỉ cần tìm $c' \neq c$)

× Nếu $\Delta \perp d$ thì Δ có PTTQ $\Delta: bx - ay + c' = 0$ (chỉ cần tìm c')

4. Vị trí tương đối của 2 đường thẳng

Để xác định VTTĐ của 2 đường thẳng ta lập hệ pt gồm pt 2 đ.thẳng đó.

Số nghiệm của hệ bằng số giao điểm của 2 đường. Từ đó, xác định VTTĐ.

✂ Lưu ý: Để tìm toạ độ của 1 điểm H , nếu biết H là điểm chung của 2 đường thẳng thì ta lập hệ pt tạo nên bởi pt 2 đ.thẳng đó và giải nó.

5. Khoảng cách từ 1 điểm đến 1 mặt phẳng

Cho $\begin{cases} \text{điểm } M_0(x_0; y_0) \\ \text{đ.thẳng } \Delta: ax + by + c = 0 \end{cases}$. Khi đó, $d(M_0, \Delta) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

6. Góc giữa 2 đường thẳng

$$\text{Cho } \begin{cases} \Delta_1 \text{ có vtpt } \vec{n}_1 = (a_1; b_1) \\ \Delta_2 \text{ có vtpt } \vec{n}_2 = (a_2; b_2) \end{cases} \text{ thì } \cos(\widehat{\Delta_1, \Delta_2}) = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|a_1 a_2 + b_1 b_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2} \cdot \sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$

Bài 1: Viết PTTS và PTTQ của đường thẳng d , biết rằng:

- d đi qua $A(1; -3)$ và có vtpt $\vec{n} = (1; -4)$
- d đi qua $B(-1; -2)$ và có vtcp $\vec{u} = (-2; -1)$
- d đi qua $C(-1; 0)$ và song song với đ. thẳng $\Delta : 2x - 3y + 2 = 0$
- d đi qua $D(1; 2)$ và v.góc với đường thẳng $\Delta : 2x + 2y - 1 = 0$
- d đi qua $A(3; -1), B(1; -2)$
- d đi qua gốc toạ độ và có hệ số góc bằng 1,75

Bài 2: Tính khoảng cách từ điểm $A(-1; 2)$ đến đường thẳng Δ , biết

$$\text{a. } \Delta : 3x - 4y + 1 = 0 \qquad \text{b. } \Delta : \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2t \end{cases}$$

Bài 3: Xét vị trí tương đối của các cặp đường thẳng sau đây và tính góc giữa các cặp đường thẳng đó

$$\text{a. } d : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -3 - 3t \end{cases} \text{ và } \Delta : 2x - y - 1 = 0$$

$$\text{b. } d : x + 2y - 2 = 0 \text{ và } \Delta : \begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 3 - 2t \end{cases}$$

$$\text{c. } d : \begin{cases} x = -2 + t \\ y = -t \end{cases} \text{ và } \Delta : \begin{cases} x = 4t \\ y = 2 - t \end{cases}$$

Bài 4: Cho tam giác ABC có các đỉnh $A(-4; 1), B(2; 4)$ và $C(2; -2)$.

- Tính chu vi của tam giác ABC .
- Viết phương trình đường cao AH của tam giác ABC .
- Viết phương trình cạnh AB của tam giác ABC .
- Viết phương trình trung tuyến AM của tam giác ABC .

Bài 5: Cho tam giác ABC có 3 đỉnh $A(-1; 2), B(2; -4), C(1; 0)$.

- Viết PTTQ của cạnh AB và đường cao h_a của tam giác ABC .
- Tính khoảng cách từ điểm B đến cạnh AB . Từ đó, tính diện tích của tam giác ABC .
- Viết pt đường thẳng d đi qua B và cách đều 2 điểm A và C .

Bài 6: Cho đường thẳng $\Delta : x - 2y + 1 = 0$ và điểm $A(1; 3)$

- Viết phương trình đường thẳng qua A vuông góc với Δ .
- Tìm tọa độ điểm B là hình chiếu vuông góc của điểm A lên Δ
- Viết pt đường thẳng d đối xứng với Δ qua A .

Bài 7: Viết PTTQ của các trung trực tam giác ABC biết tọa độ trung điểm của các cạnh AB, BC, CA lần lượt là $M(-1; 1), N(1; 9), P(9; 1)$. Từ đó, tìm tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Bài 8: Viết PTTQ của d đối xứng với $\Delta : x - 2y + 1 = 0$ qua $A(1; 3)$

Bài 9: Cho $A(-1; 3), \Delta : x - 2y + 2 = 0$. Dựng hình vuông $ABCD$ sao cho B, C, D thuộc Δ và C có tọa độ đều dương. Hãy xác định tọa độ các đỉnh B, C, D

Bài 10: Lập pt các cạnh của tam giác ABC biết đỉnh $C(4; -1)$, đường cao và trung tuyến cùng xuất phát từ 1 đỉnh của tam giác lần lượt có pt:

$$2x - 3y + 12 = 0; 2x + 3y = 0.$$

Bài 11: Cho đường thẳng $d : 3x + 4y - 12 = 0$

- Xác định tọa độ các giao điểm A, B của d lần lượt với trục Ox, Oy .
- Tìm tọa độ hình chiếu H của gốc tọa độ O trên d .
- Viết phương trình của đường thẳng d_1 đối xứng của d qua O .

Bài 12: Cho đường thẳng $d : 3x - 4y - 2 = 0$ và điểm $M(6; 4)$.

- Viết PTTQ của đường thẳng qua M và song song với d .
- Viết PTTS đường thẳng qua M và vuông góc với d . Xác định tọa độ của điểm H là hình chiếu vuông góc của M trên d .

Bài 13: Lập PTTQ của đường thẳng d đi qua điểm $P(6; 4)$ và tạo với 2 trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 2.

Bài 14: Cho 2 đường thẳng $d_1: 2x - y - 2 = 0$, $d_2: x + y + 3$ và điểm $M(4; 1)$

- Tìm tọa độ giao điểm I của 2 đường thẳng trên.
- Tính góc giữa 2 đường thẳng nêu trên
- Viết PTTQ của đường thẳng IM .
- Viết PTTQ của đường thẳng đi qua điểm M cắt 2 đường thẳng d_1 và d_2 lần lượt tại 2 điểm A và B sao cho M là trung điểm của đoạn AB . Tính diện tích tam giác IAB .

Bài 15: Cho $\Delta : \begin{cases} x = -2 - 2t \\ y = 1 + 2t \end{cases}, M(3; 1)$

- Tìm tọa độ điểm A trên Δ sao cho A cách M 1 khoảng bằng $\sqrt{13}$
- Tìm tọa độ điểm B trên Δ gần điểm M nhất.

Bài 16: Một tam giác có $M(-1;1)$ là trung điểm một cạnh, hai cạnh kia nằm trên 2 đường thẳng lần lượt có phương trình: $2x + 6y + 3 = 0$ và $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = t \end{cases}$. Hãy viết PTTQ của cạnh còn lại của tam giác đó.

Bài 17: Tam giác ABC có phương trình cạnh BC : $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-3}{2}$, phương trình trung tuyến BM, CN lần lượt là $3x + y - 7 = 0$ và $x + y - 5 = 0$. Hãy viết phương trình các cạnh và tọa độ các đỉnh của tam giác ABC .

Bài 18: Lập phương trình các đường thẳng chứa bốn cạnh của hình vuông $ABCD$ biết đỉnh $A(-1;2)$ và phương trình của một đường chéo là $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2t \end{cases}$

Bài 19: Cho hai điểm $A(-1;2), B(3;1)$ và đường thẳng Δ : $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \end{cases}$

Tìm tọa độ điểm C trên Δ sao cho

a. ΔABC cân

b. ΔABC đều

Bài 20: Tìm các góc của một tam giác biết phương trình 3 cạnh là $x + 2y = 0$; $2x + y = 0$; $x + y = 1$

Bài 21: Viết phương trình đường thẳng đi qua $A(1;1)$ và cách $B(3;6)$ một khoảng bằng 2.

Bài 22: Cho tam giác ABC , với $A(2;2), B(-1;6), C(-5;3)$

a. Viết phương trình các cạnh của ΔABC .

b. Tìm tọa độ chân đường cao h_a xuất phát từ đỉnh A của tam giác.

Bài 23: Cho tam giác ABC với $A(1;-1), B(-2;1), C(3;5)$.

a. Viết PT đường thẳng chứa trung tuyến BI của tam giác ABC .

b. Viết PT đường thẳng chứa trung tuyến AM của ΔABC

c. Viết PT đường thẳng qua A và vuông góc với trung tuyến BI .

Bài 24: Viết PT các cạnh của tam giác ABC , biết trung điểm của ba cạnh BC, AC, AB theo thứ tự là $M(2;3), N(4;-1), P(-3;5)$.

Bài 25: Cho tam giác ABC có trực tâm H . Phương trình cạnh AB : $x + y - 9 = 0$, các đường cao qua đỉnh A, B lần lượt có phương trình $d_1: x + 2y = 13 = 0$, $d_2: 7x + 5y - 9 = 0$.

a. Xác định tọa độ trực tâm H và viết pt đường cao CH .

b. Viết PTTS của đường thẳng BC .

Bài 26: Lập PT các cạnh của tam giác ABC biết đỉnh $C(3;5)$, đường cao và đường trung tuyến kẻ từ một đỉnh của tam giác lần lượt có phương trình là: $d_1 : 5x + 4y - 1 = 0$, $d_2 : 8x + y - 7 = 0$.

Bài 27: Lập PT các cạnh của tam giác ABC biết $A(3;1)$ và hai đường trung tuyến có phương trình $d_1 : 2x - y - 1 = 0$, $d_2 : x - 1 = 0$.

Bài 28: Cho tam giác ABC có trực tâm $H(-3;1)$ và phương trình hai cạnh AB, AC lần lượt là $6x - 2y + 28 = 0$; $x + y = 2$.

a. Viết phương trình cạnh BC .

b. Tìm tọa độ chân các đường cao của tam giác.

c. Tính diện tích tam giác ABC .

Bài 29: Cho tam giác ABC có $A(1;3)$, đường cao $BH : x - y = 0$ và trung tuyến $CM : x + 6y + 1 = 0$.

a. Viết PTTQ cạnh AC và tìm tọa độ đỉnh C của tam giác.

b. Tìm tọa độ điểm B, M , từ đó viết phương trình 2 cạnh còn lại.

c. Xác định tọa độ điểm H là chân đường cao h_b xuất phát từ B .

Bài 30: Cho đường thẳng $d : 2x + 5y + 1 = 0$ và điểm $M(7; -3)$.

a. Viết PTTQ của đường thẳng qua M và vuông góc với d .

b. Tìm tọa độ điểm H trên d gần điểm M nhất.

c. Tìm tọa độ điểm N trên d sao cho MNH là tam giác vuông cân.

Bài 31: Cho tam giác ABC có $A(-3;7)$ và hai trung tuyến BM, CN lần lượt có phương trình $x - 2y + 3 = 0$, $2x + 3y - 1 = 0$.

a. Tìm Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

b. Gọi I là điểm đối xứng với A qua G . Viết PTTQ của đường thẳng IB . Từ đó, xác định tọa độ đỉnh B của tam giác.

c. Viết PTTQ của các cạnh tam giác ABC .

d. Tính diện tích tam giác ABC và bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác.

Bài 32: Cho $A(-1;2), H(-2;-1)$ lần lượt là đỉnh và trực tâm của tam giác ABC , hai điểm $O(0;0), K(-3;0)$ lần lượt là chân các đường cao xuất phát từ B và C của tam giác. Hãy viết phương trình các cạnh và các đường cao của tam giác ABC .

Bài 33: Cho tam giác ABC có phương trình cạnh AB và hai đường cao AM, BN lần lượt là $x - y - 4 = 0$; $3x - y - 10 = 0$; $x - 2y - 10 = 0$

Hãy viết phương trình các cạnh và đường cao còn lại của tam giác.

Bài 34: Lập phương trình các đường thẳng chứa bốn cạnh của hình vuông $ABCD$ biết đỉnh $A(-2; -4)$ và phương trình của một đường chéo là

$$\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -9 - 4t \end{cases}$$

Bài 35: Cho 2 điểm $A(-4; 3), B(-3; -4)$ và đường thẳng $\Delta : 2x + y = 0$

Tìm tọa độ điểm M trên Δ sao cho $AM + MB$ ngắn nhất.

Bài 36: Viết phương trình đường thẳng đi qua $A(1; -1)$ và cách $B(4; 3)$ một khoảng bằng 3.

Bài 37: Cho tam giác ABC , với $A(2; 2), B(-1; 6), C(-5; 3)$

a. Viết phương trình các cạnh của ΔABC .

b. Tìm tọa độ chân đường cao h_a xuất phát từ đỉnh A của tam giác.

Bài 38: Viết PT các cạnh của tam giác ABC , biết trung điểm của ba cạnh BC, AC, AB theo thứ tự là $M(2; 3), N(4; -1), P(-3; 5)$.