



Bài giảng:

LÝ THUYẾT TÍN HIỆU

9/7/2009

Giảng viên: Th.S Lê Xuân Kỳ



LÝ THUYẾT TÍN HIỆU

Chương 1: Một số khái niệm cơ bản.

Chương 2: Tín hiệu xác định.

Chương 3: Phân tích tín hiệu trong miền tần số.

Chương 4: Truyền tín hiệu qua mạch tuyến tính.

Chương 5: Tín hiệu điều chế.

9/7/2009

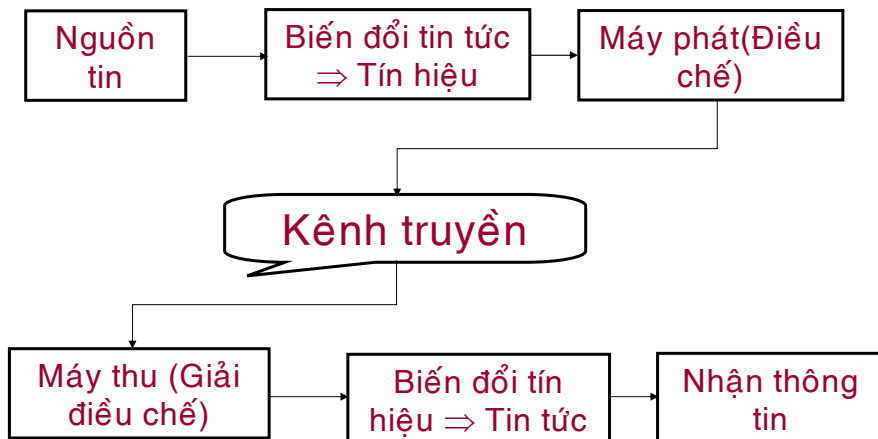
Giảng viên: Th.S Lê Xuân Kỳ



- I. Tín hiệu.
- II. Phân loại tín hiệu.
- III. Biểu diễn giải tích tín hiệu.



I. Tín hiệu:





I. Tín hiệu:

1. Định nghĩa:

Tín hiệu là biểu diễn vật lý của tin tức mà ta cần chuyển từ nguồn tin đến nơi nhận tin.

2. Nhiệm vụ của Lý thuyết tín hiệu:

Tìm ra các phương pháp biểu diễn tín hiệu:
Công thức toán.

Đồ thị ...

Đưa ra các phương pháp phân tích tín hiệu.



II. Phân loại tín hiệu:

1. Phân loại theo quá trình biến thiên.

2. Phân loại dựa trên năng lượng của tín hiệu.

3. Phân loại dựa trên hình thái tín hiệu.

4. Phân loại theo tần số tín hiệu.



II. Phân loại tín hiệu:

1. Phân loại theo quá trình biến thiên:

Tín hiệu xác định: Quá trình biến thiên hoàn toàn xác định và có thể biểu diễn bằng một hàm toán học.

Ví dụ: $x(t) = \cos 2t$.

Tín hiệu ngẫu nhiên: Quá trình biến thiên không được biết trước \Rightarrow muốn biểu diễn phải tiến hành khảo sát, thống kê.



II. Phân loại tín hiệu (tt):

2. Phân loại dựa trên năng lượng của tín hiệu:

Tín hiệu năng lượng: Là tín hiệu có năng lượng hữu hạn.

Năng lượng một tín hiệu $x(t)$:

$$E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2(t) dt$$



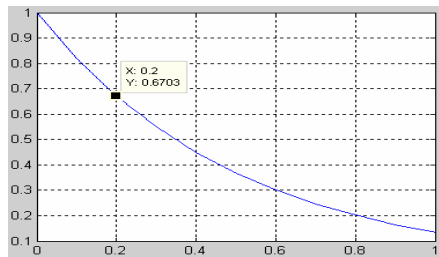
II. Phân loại tín hiệu (tt):

2. Phân loại dựa trên năng lượng của tín hiệu (tt):

✚ Ví dụ 2.1:

$$x(t) = e^{-2t} 1(t)$$

$$E_x = \int_0^{\infty} e^{-4t} dt = -\frac{1}{4} e^{-4t} \Big|_0^{\infty} = \frac{1}{4};$$



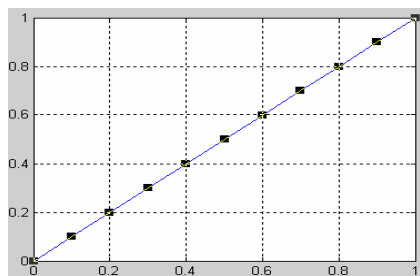
II. Phân loại tín hiệu (tt):

2. Phân loại dựa trên năng lượng của tín hiệu (tt):

✚ Ví dụ 2.2:

$$x(t) = t 1(t)$$

$$E_x = \int_0^{\infty} x^2(t) dt = \int_0^{\infty} t^2 dt = \infty;$$



II. Phân loại tín hiệu (tt):

2. Phân loại dựa trên năng lượng của tín hiệu (tt):

✚ Tín hiệu công suất : Là tín hiệu có công suất hữu hạn.

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{t_0}^T x^2(t) dt$$

Tín hiệu tuần hoàn

$$P_x = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x^2(t) dt$$

Tín hiệu không tuần hoàn (bất kỳ)

II. Phân loại tín hiệu (tt):

2. Phân loại dựa trên năng lượng của tín hiệu (tt):

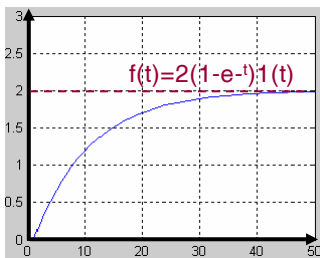
✚ Tín hiệu công suất (tt):

Ví dụ 2.3: Tìm công suất tín hiệu f(t):

Từ hình vẽ ta thấy

$$x(t) = 2(1 - e^{-t})1(t)$$

$$x \rightarrow \infty \Rightarrow x(t) \rightarrow 2$$



$$P_x = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x^2(t) dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T 4(1 - e^{-t})^2 dt$$

$$= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_0^T 4(1 - 2e^{-t} + e^{-2t}) dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} [4T + 8e^{-T} - 2e^{-2T}]_0^T$$

$$= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} [4T + 8e^{-T} - 2e^{-2T} - 8 + 2] = 2$$



II. Phân loại tín hiệu (tt):

2. Phân loại dựa trên năng lượng của tín hiệu (tt):

Tín hiệu công suất (tt):

Ví dụ 2.4: $x(t) = A \cos 2t$;

$$P_x = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T A^2 \cos^2 2t dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{A^2}{2T} \int_0^T (1 + \cos 4t) dt$$
$$= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{A^2}{2T} \left[t + \frac{1}{4} \sin 4t \right]_0^T = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{A^2}{2T} [T + \sin 4T] = \frac{A^2}{2};$$

Vậy $x(t)$ là tín hiệu công suất (có công suất hữu hạn).



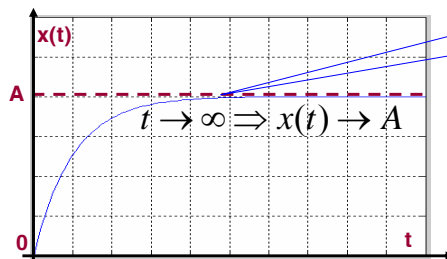
II. Phân loại tín hiệu (tt):

2. Phân loại dựa trên năng lượng của tín hiệu (tt):

Chú ý:

- Tín hiệu năng lượng: thời hạn hữu hạn, khi $t \rightarrow \infty$ thì $x(t) \rightarrow 0$;
- Tín hiệu công suất: tín hiệu tuần hoàn, khi $t \rightarrow \infty$ thì $x(t) \rightarrow \text{constant}$ (hằng số).

Ví dụ 2.4:



$x(t)$ là tín hiệu công suất



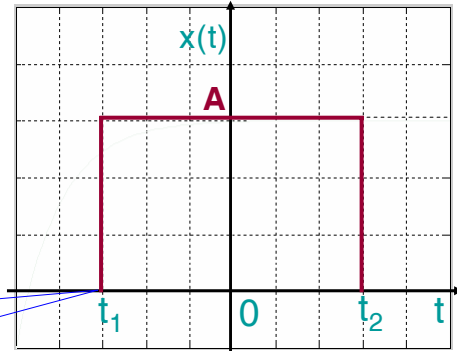
II. Phân loại tín hiệu (tt):

2. Phân loại dựa trên năng lượng của tín hiệu (tt):

Ví dụ 2.5:

$$x(t) = \begin{cases} 0 & : t_1 > t, t > t_2; \\ A & : t_1 < t < t_2; \end{cases}$$

$$t \rightarrow \infty \Rightarrow x(t) \rightarrow 0$$



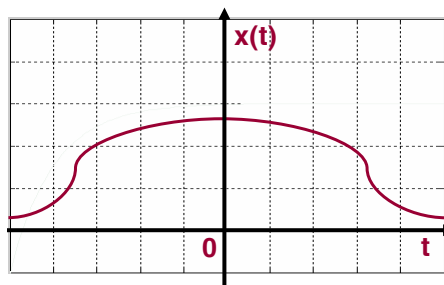
$x(t)$ là tín hiệu năng lượng.



II. Phân loại tín hiệu (tt):

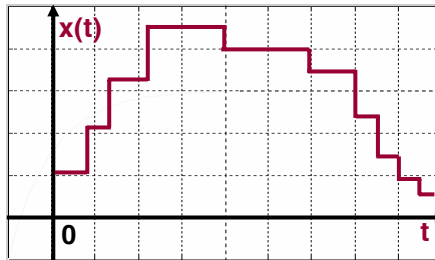
3. Phân loại dựa trên hình thái của tín hiệu:

Tín hiệu liên tục : Thời gian và biên độ liên tục.

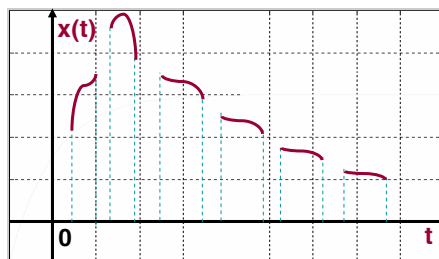




- II. Phân loại tín hiệu (tt):
- 3. Phân loại dựa trên hình thái của tín hiệu (tt):
- ✚ Tín hiệu lượng tử : Thời gian liên tục nhưng biên độ không liên tục.

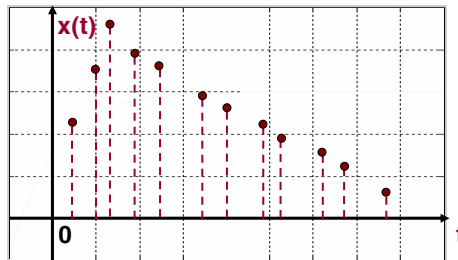


- II.Phân loại tín hiệu (tt):
- 3.Phân loại dựa trên hình thái của tín hiệu (tt):
- ✚ Tín hiệu rời rạc: Biên độ liên tục nhưng thời gian rời rạc.





- II. Phân loại tín hiệu (tt):
- 3. Phân loại dựa trên hình thái của tín hiệu (tt):
- ✚ Tín hiệu số: Biên độ và thời gian rời rạc.



- II. Phân loại tín hiệu (tt):
- 4. Phân loại theo tần số tín hiệu :
- Phổ của tín hiệu $x(t)$ là biến đổi **Fourier** thuận của tín hiệu $x(t)$.
- ✚ Tín hiệu tần số thấp.
- ✚ Tín hiệu tần số cao.
- ✚ Tín hiệu dải hẹp (bằng thông hẹp).
- ✚ Tín hiệu dải rộng (bằng thông rộng).



III. Biểu diễn giải tích tín hiệu :

Có hai dạng biểu diễn tín hiệu:

- Biểu diễn liên tục tín hiệu.
- Biểu diễn rời rạc tín hiệu.

1. Biểu diễn liên tục tín hiệu:

Biến đổi Fourier

□ Biến đổi thuận:

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt$$

□ Biến đổi nghịch:

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega)e^{j\omega t} d\omega$$

(Lý thuyết tín hiệu)



III. Biểu diễn giải tích tín hiệu (tt):

1. Biểu diễn liên tục tín hiệu (tt):

Biến đổi Laplace:

□ Biến đổi thuận:

$$X(s) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-st} dt$$

□ Biến đổi ngược:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(s)e^{st} ds$$

(Toán kỹ thuật 1)



III. Biểu diễn giải tích tín hiệu (tt):

2. Biểu diễn rời rạc tín hiệu (tt):

Chuỗi Fourier (tập hàm điều hòa thực)

Khai triển $x(t)$ thành chuỗi hàm lượng giác (tập hàm điều hòa thực)

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t); \omega_0 = \frac{2\pi}{T};$$

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{0(t_0)}^{T(t_0+T)} x(t) dt; a_n = \frac{2}{T} \int_{0(t_0)}^{T(t_0+T)} x(t) \cos n\omega_0 t dt; b_n = \frac{2}{T} \int_{0(t_0)}^{T(t_0+T)} x(t) \sin n\omega_0 t dt;$$

□ **Chú ý:** Nếu $x(t)$ là tín hiệu tuần hoàn thì T là chu kỳ của tín hiệu. Nếu $x(t)$ không phải là tín hiệu tuần hoàn thì T là đoạn yêu cầu.



III. Biểu diễn giải tích tín hiệu (tt):

2. Biểu diễn rời rạc tín hiệu (tt):

Chuỗi Fourier (Chuỗi phức)

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} X_n e^{jn\omega_0 t}; \omega_0 = \frac{2\pi}{T};$$

$$X_n = \frac{1}{T} \int_{0(t_0)}^{T(t_0+T)} x(t) e^{-jn\omega_0 t} dt;$$



III. Biểu diễn giải tích tín hiệu (tt):

2. Biểu diễn rời rạc tín hiệu (tt):

Chuỗi Fourier (Chuỗi phức) (tt)

- Chú ý: Nếu $x(t)$ là tín hiệu tuần hoàn thì T là chu kỳ của tín hiệu. Nếu $x(t)$ không phải là tín hiệu tuần hoàn thì T là đoạn cần xét.



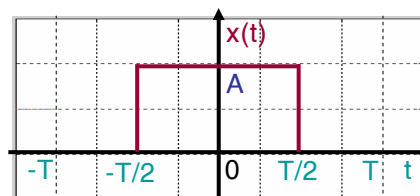
III. Biểu diễn giải tích tín hiệu (tt):

2. Biểu diễn rời rạc tín hiệu (tt):

Ví dụ 2.1:

Cho tín hiệu $x(t)$ như hình vẽ, tìm trong đoạn $[-T, T]$:

- Chuỗi lượng giác thực (chuỗi Fourier thực).
- Chuỗi Fourier phức.





- III. Biểu diễn giải tích tín hiệu (tt):
2. Biểu diễn rời rạc tín hiệu (tt):

Ví dụ 2.1(tt):

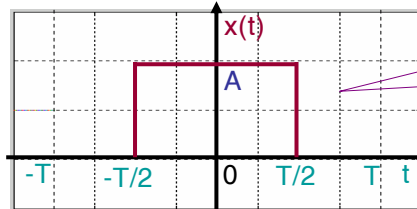
a) Chuỗi lượng giác thực:

$x(t)$ là hàm chẵn nên $b_n = 0$;

$2/2T$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \sin(n\omega_0 t) dt = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} A \sin(n\omega_0 t) dt = 0$$

T công thức



Đoạn cần xét là $[-T, T] = 2T$

9/7/2009

Giảng viên: Th.S Lê Xuân Kỳ



- III. Biểu diễn giải tích tín hiệu (tt):
2. Biểu diễn rời rạc tín hiệu (tt):

Ví dụ 2.1(tt):

a) Chuỗi lượng giác thực (tt):

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt = \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t) dt = \frac{1}{2T} \int_{-T/2}^{T/2} A dt = \frac{A}{2};$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \cos(n\omega_0 t) dt = \frac{2}{2T} \int_{-T/2}^{T/2} A \cos(n\omega_0 t) dt = \frac{A}{T\omega_0} \sin(n\omega_0 t) \Big|_{-T/2}^{T/2}$$

$$= \frac{A}{2n\pi} \left[\sin\left(n \frac{2\pi T}{T} \frac{T}{2}\right) - \sin\left(-n \frac{2\pi T}{T} \frac{T}{2}\right) \right] = \frac{2A \sin(n\pi)}{2n\pi} = A \operatorname{sinc}(n\pi)$$

$$\Rightarrow x(t) = \frac{A}{2} + A \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{sinc}(n\pi) \cos(n\omega_0 t)$$

9/7/2009

Giảng viên: Th.S Lê Xuân Kỳ



- III. Biểu diễn giải tích tín hiệu (tt):
2. Biểu diễn rời rạc tín hiệu (tt):

Vi dụ 2.1(tt):

b) Chuỗi phức (tt):

$$\begin{aligned} X_n &= \frac{1}{T} \int_0^T x(t) e^{jn\omega_0 t} dt = \frac{1}{2T} \int_{-T/2}^{T/2} A \cdot e^{-jn\omega_0 t} dt = \frac{A}{2T} \frac{-1}{jn\omega_0} e^{-jn\omega_0 t} \Big|_{-T/2}^{T/2} \\ &= \frac{-A}{j2Tn\omega_0} [e^{-jn\omega_0 T/2} - e^{jn\omega_0 T/2}] = \frac{-A}{j2Tn \frac{2\pi}{T}} [e^{-jn \frac{2\pi T}{T^2}} - e^{jn \frac{2\pi T}{T^2}}] = \frac{A}{2n\pi} \frac{e^{jn\pi} - e^{-jn\pi}}{2j} \\ &= \frac{A}{2n\pi} \sin(n\pi); \Rightarrow x(t) = \frac{A}{2n\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sin(n\pi) e^{jn\omega_0 t} \end{aligned}$$



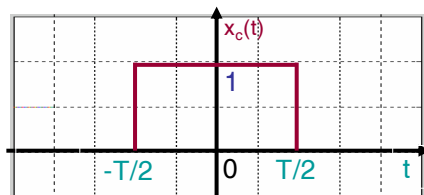
Bài tập:

1. Tìm phổ (Biến đổi Fourier) các tín hiệu sau:

a) $x_a(t) = e^{-\alpha t} 1(t)$.

b) $x_b(t) = e^{-\alpha|t|}$.

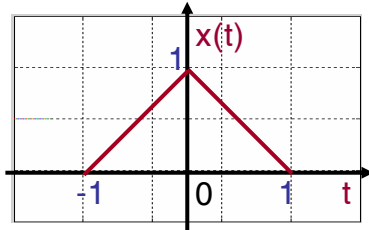
c) $x_c(t) = \Pi\left(\frac{t}{T}\right) = \begin{cases} 1: -\frac{T}{2} < t < \frac{T}{2} \\ 0: \neq \end{cases}$





Bài tập (tt):

2. Tìm phổ của tín hiệu $x(t)$:



$$x(t) = \begin{cases} 1 - t : 0 < t < 1; \\ 1 + t : -1 < t < 0; \\ 0 : \neq; \end{cases}$$



Bài tập (tt):

3. Tìm biểu thức của $x(t)$ biết phổ của $x(t)$ là $X(\omega)$ như sau:

a. $X_a(\omega)$:

$$X_a(\omega) = \begin{cases} e^{j\frac{\pi}{2}} : 0 \leq \omega \leq \omega_0; \\ e^{-j\frac{\pi}{2}} : -\omega_0 \leq \omega \leq 0; \end{cases}$$

b) $X_b(\omega)$:

$$X_b(\omega) = \prod\left(\frac{\omega}{2\omega_0}\right) = \begin{cases} 1 : -\omega_0 < \omega < \omega_0; \\ 0 : \neq; \end{cases}$$



Bài tập (tt):

3. Khai triển thành chuỗi lượng giác thực và chuỗi phức Fourier của tín hiệu $x(t)$ sau:

