Chương 2:

TÍN HIỆU XÁC ĐỊNH

Chương 2: TÍN HIỆU XÁC ĐỊNH

I. Các thông số đặc trưng.
II. Ví dụ về tín hiệu xác định.
III. Tín hiệu xác định phức.
IV. Phân tích tín hiệu ra các thành phần.
V. Phân tích tương quan.
VI. Phân tích phổ.

I. Các thông số đặc trưng:

1. Tích phân tín hiệu.
2. Trị trung bình.
3. Năng lượng tín hiệu.
4. Công suất tín hiệu.
5. Bài tập.

I. Các thông số đặc trưng (tt):

1. Tích phân tín hiệu.

- ***Tín hiệu tồn tại vô hạn :***

$$[x] = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)dt; t \in (-\infty, +\infty);$$

- ***Tín hiệu tồn tại hữu hạn :***

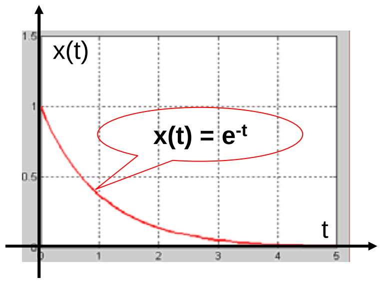
$$[x] = \int_{t_1}^{t_2} x(t)dt; t \in (t_1, t_2);$$

I. Các thông số đặc trưng (tt):

1. Tích phân tín hiệu (tt).

- ***Ví dụ 1.1:***

Cho tín hiệu x(t) = e^{-t} như hình vẽ:



$$[x] = \int_0^{\infty} e^{-t} dt = -e^{-t}\Big|_0^{\infty} = 1$$

I. Các thông số đặc trưng (tt):

2. Trị trung bình:

- ***Nếu tín hiệu là hữu hạn trong đoạn [t_1,t_2] :***

$$\langle x \rangle = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} x(t)dt; t \in [t_1, t_2]$$

- ***Nếu x(t) là tín hiệu vô hạn t∈[-∞,+ ∞] :***

$$\langle x \rangle = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} x(t)dt; t \in \left(-\infty, +\infty\right);$$

I. Các thông số đặc trưng (tt):

2. Trị trung bình (tt):

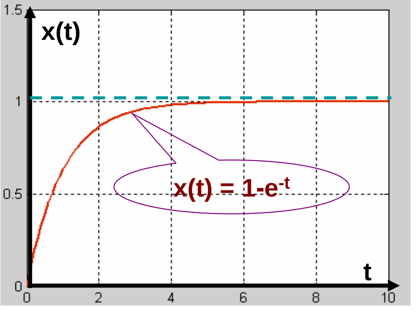
- *Nếu x(t) là tín hiệu tuần hoàn chu kỳ T: ta lấy tích phân trong một chu kỳ T.*

$$\langle x\rangle = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T x(t)dt.$$

I. Các thông số đặc trưng (tt):

2. Trị trung bình (tt):

- ***Ví dụ 2.1:*** ***cho tín hiệu x(t) = 1-e^{-t} như hình vẽ.***



$$\langle x\rangle = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_0^T (1-e^{-t})dt$$

$$= \lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\left[t+e^{-t}\right]_0^T$$

$$= \lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\left[T+e^{-T}-1\right] = \frac{1}{2}$$

I. Các thông số đặc trưng (tt):

3. Năng lượng tín hiệu:

- *Nếu x(t) là tín hiệu tồn tại vô hạn $t\in(-\infty,+\infty)$:*

$$E_x = \left[x^2\right] = \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t)dt.$$

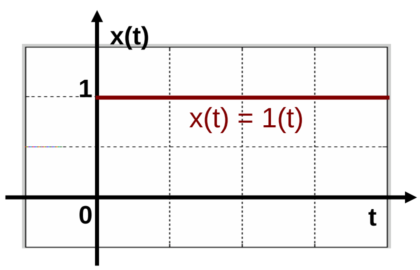
- *Nếu x(t) là tín hiệu tồn tại hữu hạn trong đoạn $t\in[t_1,t_2]$:*

$$E_x = \left[x^2\right] = \int_{t_1}^{t_2} x^2(t)dt.$$

I. Các thông số đặc trưng (tt):

3. Năng lượng tín hiệu (tt):

- *<u>Ví dụ 3.1:</u> Cho x(t) là tín hiệu có dạng như hình vẽ:*



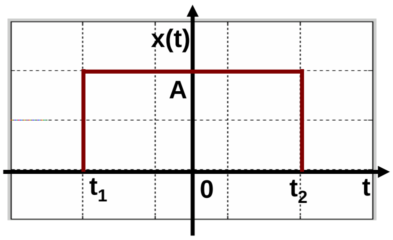
$$E_x = \int_0^{\infty} 1^2 dt = \infty$$

(Vô hạn)

I. Các thông số đặc trưng (tt):

3. Năng lượng tín hiệu (tt):

- *Ví dụ 3.2: Cho x(t) là tín hiệu có dạng như hình vẽ:*



$$E_x = \int_{t_1}^{t_2} A^2 dt = A^2(t_2 - t_1)$$

(Hữu hạn)

I. Các thông số đặc trưng (tt):

4. Công suất trung bình tín hiệu:

- *Nếu tín hiệu x(t) tồn tại hữu hạn trong đoạn $[t_1,t_2]$:*

$$P_x = \langle x^2 \rangle = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} x^2(t)dt$$

- *Nếu tín hiệu x(t) tồn tại vô hạn :*

$$P_x = \langle x^2 \rangle = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} x^2(t)dt$$

I. Các thông số đặc trưng (tt):

4. Công suất trung bình tín hiệu (tt):

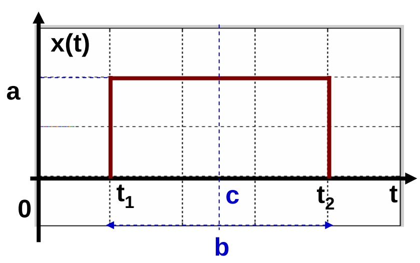
- ***Nếu x(t) là tín hiệu tuần hoàn chu kỳ T :***

$$P_x = \langle x^2 \rangle = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x^2(t)dt$$

I. Các thông số đặc trưng (tt):

4. Công suất trung bình tín hiệu (tt):

- ***Ví dụ4.1:** Cho tín hiệu x(t) là xung vuông như hình vẽ :*



$$x(t) = a\prod\left(\frac{t-c}{b}\right);$$

Chương 2: TÍN HIỆU XÁC ĐỊNH (tt)

I. Các thông số đặc trưng (tt):

4. Công suất trung bình tín hiệu (tt):

- ***Ví dụ 4.1 (tt):***

$$[x]=\int_{t_1}^{t_2} x(t)dt=\int_{c-\frac{b}{2}}^{c+\frac{b}{2}} adt = at\Big|_{c-\frac{b}{2}}^{c+\frac{b}{2}} = a[(c+\frac{b}{2})-(c-\frac{b}{2})]=ab;$$

$$E_x=\left[x^2\right]=\int_{t_1}^{t_2} x^2(t)dt=\int_{c-\frac{b}{2}}^{c+\frac{b}{2}} a^2dt=a^2t\Big|_{c-\frac{b}{2}}^{c+\frac{b}{2}}=a^2b$$

$$P_x=\left\langle x^2\right\rangle=\frac{1}{t_2-t_2}\int_{t_1}^{t_2} x^2(t)dt=\frac{a^2}{b}t\Bigg|_{c-\frac{b}{2}}^{c+\frac{b}{2}}=a^2$$

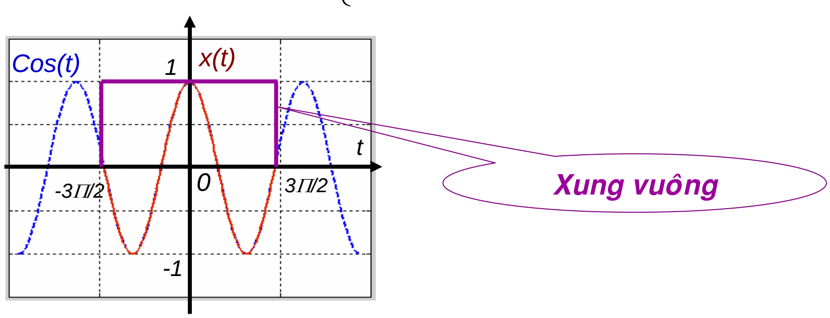
Chương 2: TÍN HIỆU XÁC ĐỊNH (tt)

I. Các thông số đặc trưng (tt):

4. Công suất trung bình tín hiệu (tt):

- ***Ví dụ 4.2:***

$$x(t)=\cos(t)\prod(\frac{t}{3\pi})=\begin{cases}\cos(t): -\frac{3\pi}{2}<t<\frac{3\pi}{2}\\ 0:\neq\end{cases}$$



I. Các thông số đặc trưng (tt):

4. Công suất trung bình tín hiệu (tt):

- ***Ví dụ 4.2 (tt):***

$$\left[x(t)\right] = \int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \cos(t)dt = \sin(t)\Big|_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} = 2\sin(\frac{3\pi}{2}) = -2;$$

$$E_x = \left[x^2(t)\right] = \int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} COS^2(t)dt = \int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \frac{1+\cos(2t)}{2}dt$$

$$= \frac{1}{2}[t + \frac{1}{2}\sin(2t)]\Big|_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} = \frac{1}{2}[3\pi + 0] = \frac{3\pi}{2}$$

I. Các thông số đặc trưng (tt):

4. Công suất trung bình tín hiệu (tt):

- ***Ví dụ 4.3:***

Cho dòng điện chảy qua điện trở R i(t) như sau: $i(t)= Ie^{-\beta t}1(t)$. Tìm:

a. Năng lượng tiêu hao trên R trong $(0,\infty)$.

b. Năng lượng tiêu hao trên R trong $(0,1/\beta)$.

I. Các thông số đặc trưng (tt):

4. Công suất trung bình tín hiệu (tt):

- *Ví dụ 4.3 (tt):*

a. ***Năng lượng tiêu hao trong (0,∞):***

$$E_x = \int_0^\infty i^2(t)Rdt = \int_0^\infty I^2 \mathrm{R}e^{-2\beta t}\,dt = \frac{I^2R}{2\beta}$$

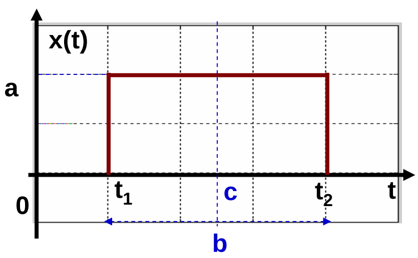
b. ***Năng lượng tiêu hao trong (0,1/β):***

$$E_x = \int_0^{1/\beta} i^2(t)Rdt = \int_0^{1/\beta} I^2 \mathrm{R}e^{-2\beta t}\,dt = \frac{I^2R}{2\beta}[1-e^{-2}]$$

II. Các ví dụ về tín hiệu xác định:

1. Tín hiệu năng lượng:

a. Xung vuông:



$$x(t) = a\prod\left(\frac{t-c}{b}\right);$$

Độ dời xung

Chiều cao xung

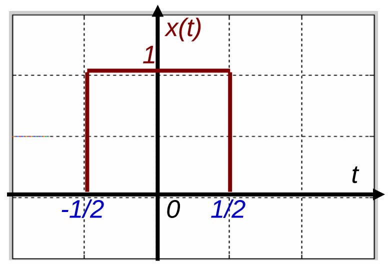
Độ rộng xung

II. Các ví dụ về tín hiệu xác định(tt):

1. Tín hiệu năng lượng (tt):

a. Xung vuông (tt):

$$x(t)=\prod(t)=\begin{cases}1: |t|<\frac{1}{2};\\ \frac{1}{2}: |t|=\frac{1}{2};\\ 0: \neq;\end{cases}$$

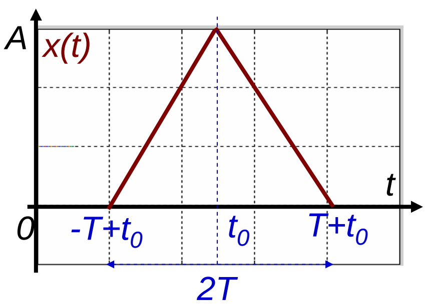


[x] = 1; $E_x = 1$;

II. Các ví dụ về tín hiệu xác định(tt):

1. Tín hiệu năng lượng (tt):

b. Xung tam giác:



Chiều cao

Độ dời

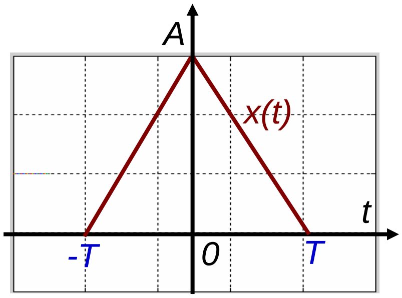
$$x(t)=A\Lambda\left(\frac{t-t_0}{T}\right)$$

½ độ rộng xung

II. Các ví dụ về tín hiệu xác định(tt):

1. Tín hiệu năng lượng (tt):

b. Xung tam giác (tt):

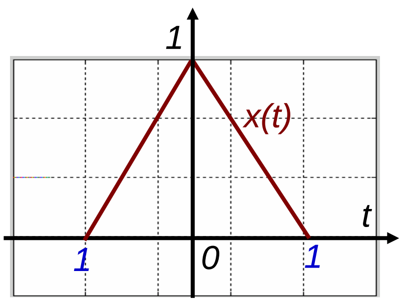


$$x(t) = A\Lambda(\frac{t}{T})$$

II. Các ví dụ về tín hiệu xác định(tt):

1. Tín hiệu năng lượng (tt):

b. Xung tam giác (tt):



$$x(t) = \Lambda(t)$$

$$= \begin{cases} 1 - t : 0 \le t \le 1; \\ 1 + t : -1 \le t < 0; \\ 0 :\neq \end{cases}$$

II. Các ví dụ về tín hiệu xác định(tt):

1. Tín hiệu năng lượng (tt):

b. Xung tam giác (tt):

$$x_1(t) = \Lambda(t)$$

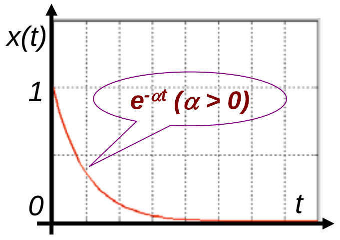
$$\Rightarrow [x_1] = \frac{1}{2}.1.2 = 1; \left[x_1^2\right] = \int_0^1 (1+t)^2 dt + \int_{-1}^0 (1-t)^2 dt = \frac{2}{3};$$

$$x_2(t) = A\Lambda(\frac{t-t_0}{T}) \Rightarrow [x_2] = A.T; [x_2^2] = E_x = \frac{2}{3}A^2T$$

II. Các ví dụ về tín hiệu xác định(tt):

1. Tín hiệu năng lượng (tt):

c. Hàm mũ suy giảm:



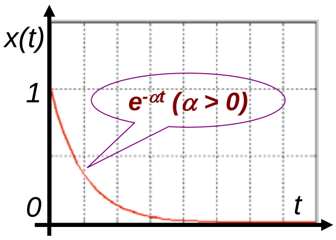
$$x(t) = \begin{cases} e^{-\alpha t} : t \geq 0; \\ 0 : t < 0; \end{cases}$$

$$x(t) = e^{-\alpha t} 1(t); (\alpha > 0);$$

II. Các ví dụ về tín hiệu xác định(tt):

1. Tín hiệu năng lượng (tt):

c. Hàm mũ suy giảm (tt):



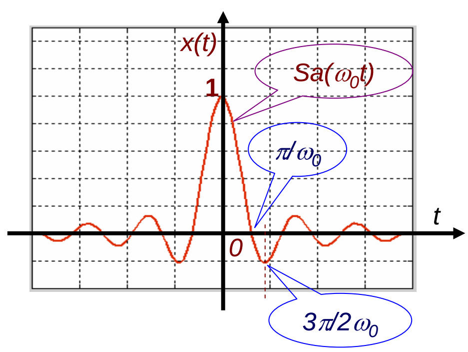
$$[x] = \int_0^{+\infty} e^{-\alpha t}dt = -\frac{1}{\alpha}e^{-\alpha t}\Big|_0^{\infty} = \frac{1}{\alpha};$$

$$E_x = \left[x^2\right] = \int_0^{+\infty} e^{-2\alpha t}dt = -\frac{1}{2\alpha}e^{-\alpha t}\Big|_0^{\infty} = \frac{1}{2\alpha};$$

II. Các ví dụ về tín hiệu xác định(tt):

1. Tín hiệu năng lượng (tt):

d. Hàm Sa (Tín hiệu Sa):



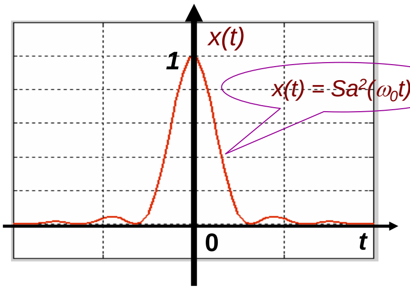
$$x(t) = \begin{cases} \dfrac{\sin(\omega_0 t)}{\omega_0 t} : t \neq 0; \\ 1 : t = 0; \end{cases}$$

$$[x] = \frac{\pi}{\omega_0}; E_x = [x^2] = \frac{\pi}{\omega_0};$$

II. Các ví dụ về tín hiệu xác định(tt):

1. Tín hiệu năng lượng (tt):

e. Hàm Sa² (Tín hiệu Sa²):



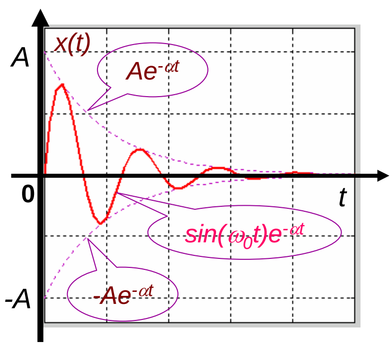
$$x(t) = Sa^2(\omega_0 t) = \begin{cases} \dfrac{\sin^2(\omega_0 t)}{(\omega_0 t)^2} : t \neq 0; \\ 1 : t = 0; \end{cases}$$

$$[x] = \frac{\pi}{\omega_0}; E_x = \frac{2\pi}{3\omega_0};$$

II. Các ví dụ về tín hiệu xác định(tt):

1. Tín hiệu năng lượng (tt):

f. Tín hiệu sin suy giảm theo hàm mũ:



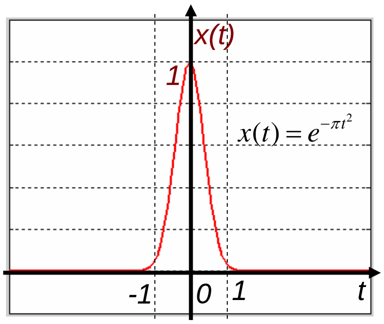
$$x(t) = \begin{cases} Ae^{-\alpha t}\sin(\omega_0 t) : t \geq 0; \\ 0 : t < 0; \end{cases}$$

$$[x] = \frac{A\omega_0}{\omega_0^2 + \alpha^2}; E_x = \frac{A^2\omega_0^2}{4\alpha(\alpha^2 + \omega_0^2)};$$

II. Các ví dụ về tín hiệu xác định(tt):

1. Tín hiệu năng lượng (tt):

g. Tín hiệu Gausse:



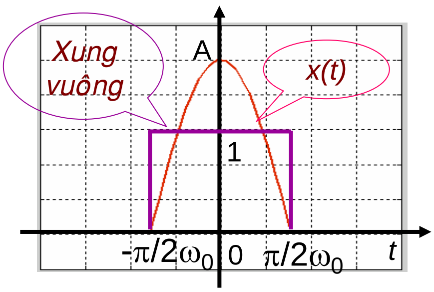
$$x(t)=e^{-\pi t^2};[x]=1;$$

$$E_x=\left[x^2\right]=\frac{1}{\sqrt{2}};$$

II. Các ví dụ về tín hiệu xác định(tt):

1. Tín hiệu năng lượng (tt):

h. Tín hiệu xung cosin:



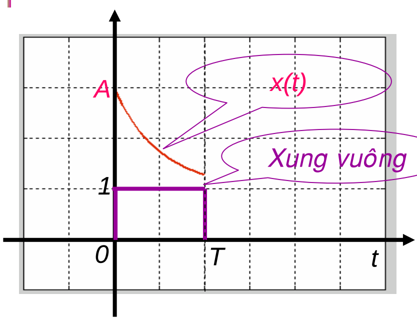
$$x(t)=A\cos(\omega_0 t)\prod\left(\frac{t}{\pi/\omega_0}\right);$$

$$[x]=\frac{2A}{\omega_0};E_x=\left[x^2\right]=\frac{\pi A^2}{2\omega_0};$$

II. Các ví dụ về tín hiệu xác định(tt):

1. Tín hiệu năng lượng (tt):

i. Tín hiệu xung mũ:



$$x(t) = Ae^{-\alpha t}\prod(\frac{t-T/2}{T}); \alpha > 0;$$

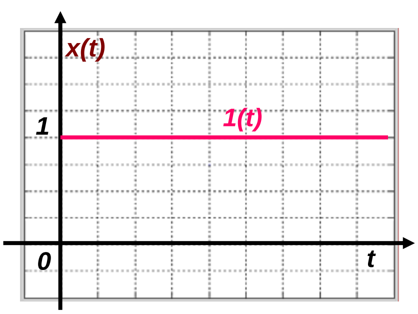
$$[x] = \frac{A}{\alpha}(1-e^{-\alpha T}); E_x = \frac{A^2}{2\alpha}(1-e^{-2\alpha T});$$

II. Các ví dụ về tín hiệu xác định(tt):

2. Tín hiệu công suất:

a. Hàm nấc đơn vị 1(t),u(t):

- *Chú ý: khi tính toán tại t = 0 thì 1(t) = 1;*



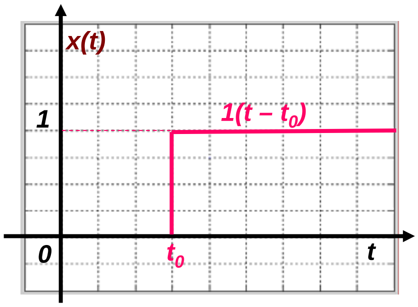
$$x(t) = 1(t) = \begin{cases} 1 : t > 0; \\ \frac{1}{2} : t = 0; \\ 0 : t < 0; \end{cases}$$

$$\langle x \rangle = \frac{1}{2}; P_x = \frac{1}{2};$$

II. Các ví dụ về tín hiệu xác định(tt):

2. Tín hiệu công suất (tt):

a. Hàm nấc đơn vị (tt): $x(t)=1(t-t_0)$



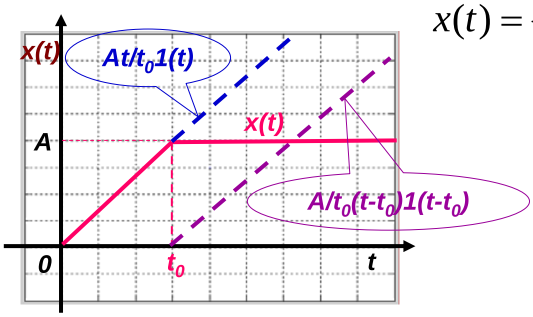
$$x(t)=1(t-t_0)=\begin{cases}1: t>t_0;\\ 1/2: t=t_0;\\ 0: t<t_0;\end{cases}$$

$$\langle x\rangle=\frac{1}{2}; P_x=\frac{1}{2};$$

II. Các ví dụ về tín hiệu xác định(tt):

2. Tín hiệu công suất (tt):

a. Hàm nấc đơn vị (tt):



$$x(t)=\frac{A}{t_0}\left[t1(t)-(t-t_0)1(t-t_0)\right];$$

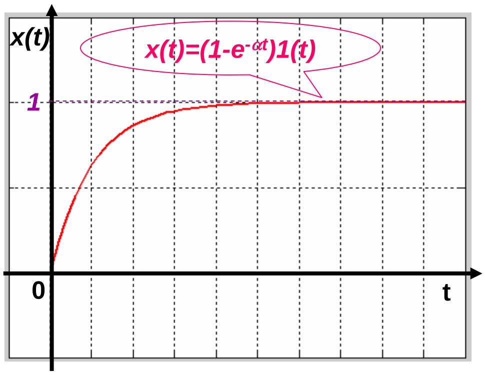
Bài tập:

Tìm $\langle x\rangle$ = ? và Px = ?

II. Các ví dụ về tín hiệu xác định(tt):

2. Tín hiệu công suất (tt):

b. Hàm mũ tăng dần: $x(t)= (1-e^{-\alpha t})1(t)$; $\alpha > 0$;

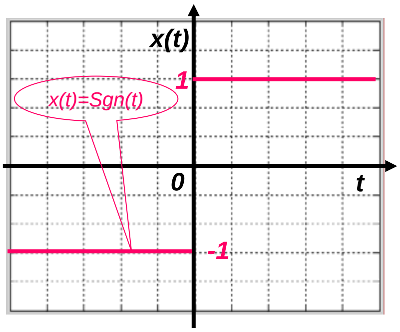


$$\langle x \rangle = \frac{1}{2}; P_x = \frac{1}{2};$$

II. Các ví dụ về tín hiệu xác định(tt):

2. Tín hiệu công suất (tt):

c. Hàm dấu: $x(t) = Sgn(t)$



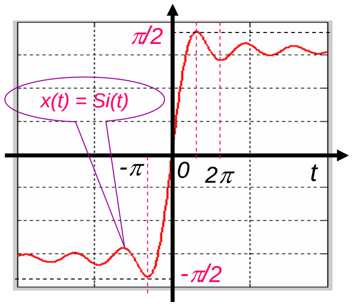
$$x(t) = Sgn(t) = \begin{cases} 1 : t > 0; \\ 0 : t = 0; \\ -1 : t < 0; \end{cases}$$

$$\langle x \rangle = 0; P_x = 1;$$

II. Các ví dụ về tín hiệu xác định(tt):

2. Tín hiệu công suất (tt):

d. Hàm Si(t):



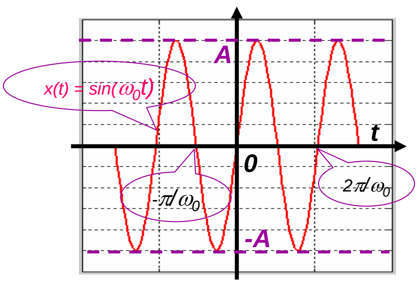
$$x(t) = Si(t) = \int_0^t Sa(x)dx;$$

$$\langle x \rangle = 0; P_x = \frac{\pi}{2};$$

II. Các ví dụ về tín hiệu xác định(tt):

2. Tín hiệu công suất (tt):

e. Hàm Asin($\omega_0 t$) (tuần hoàn):



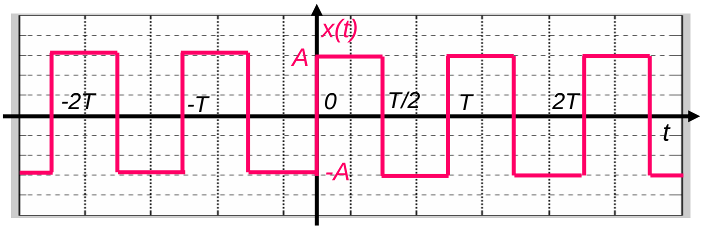
$$x(t) = A\sin(\omega_0 t);$$

$$\langle x \rangle = 0; P_x = \frac{A^2}{2};$$

II. Các ví dụ về tín hiệu xác định(tt):

2. Tín hiệu công suất (tt):

f. Hàm xung vuông lưỡng cực:

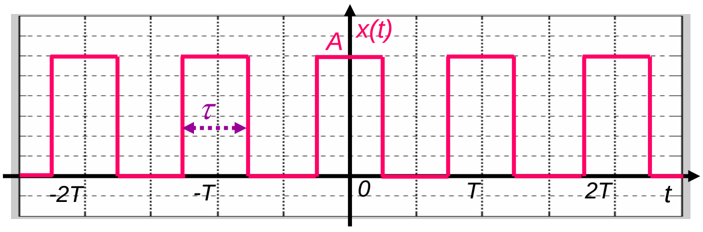


$$\langle x \rangle = 0; P_x = A^2;$$

II. Các ví dụ về tín hiệu xác định(tt):

2. Tín hiệu công suất (tt):

g. Hàm xung vuông đơn cực:



$$\langle x \rangle = \frac{A\tau}{T}; P_x = \frac{A^2\tau}{T};$$

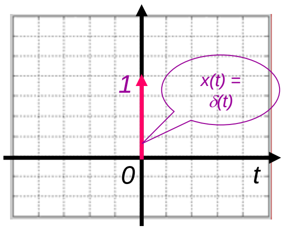
II. Các ví dụ về tín hiệu xác định(tt):

3. Tín hiệu phân bố:

a. Phân bố Dirac: $x(t) = \delta(t)$

- ***Định nghĩa:***

$$x(t) = \delta(t) = \begin{cases} 0 : t \neq 0; \\ \infty : t = 0; \end{cases}$$



Thoả điều kiện:

Diện tích

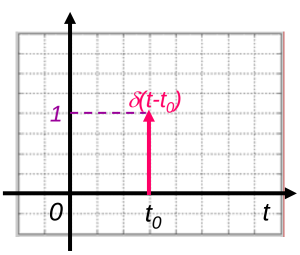
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)dt = 1;$$

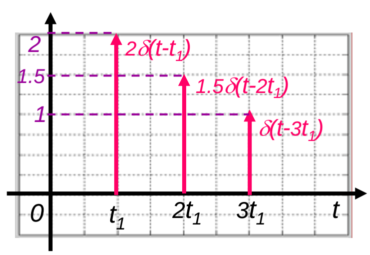
II. Các ví dụ về tín hiệu xác định(tt):

3. Tín hiệu phân bố (tt):

a. Phân bố Dirac (tt):

- ***Ví dụ 3.1:***





Chương 2: TÍN HIỆU XÁC ĐỊNH (tt)

II. Các ví dụ về tín hiệu xác định(tt):

3. Tín hiệu phân bố (tt):

a. Phân bố Dirac (tt):

- ***Các tính chất:***

$$\int_{-\infty}^{+\infty} a\delta(t)dt = a; a \in R;$$

Nhân với hằng số

$$\int_{-\infty}^{t} \delta(t^{'})dt^{'} = 1(t) \Rightarrow \frac{d}{dt}[1(t)] = \delta(t);$$

Quan hệ với hàm 1(t)

$$x(t)\delta(t) = x(0)\delta(t) \Rightarrow x(t)\delta(t-t_0) = x(t_0)\delta(t-t_0);$$

Tính chất rời rạc của phân bố

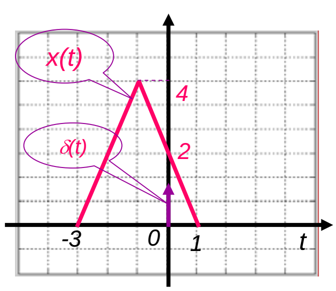
Chương 2: TÍN HIỆU XÁC ĐỊNH (tt)

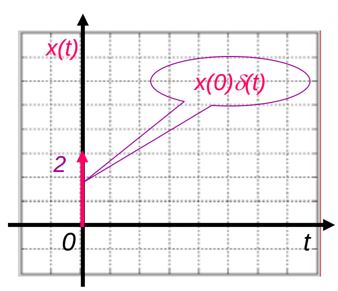
II. Các ví dụ về tín hiệu xác định(tt):

3. Tín hiệu phân bố (tt):

a. Phân bố Dirac (tt):

- ***Ví dụ 3.2:*** $x(t) = 4\Lambda(\frac{t+1}{2})$





II. Các ví dụ về tín hiệu xác định(tt):

3. Tín hiệu phân bố (tt):

a. *Phân bố Dirac (tt):*

- ***Tính chất (tt):***

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\delta(t)dt = x(0) \Rightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\delta(t-t_0)dt = x(t_0);$$

$$\delta(\frac{t}{t_0}) = |t_0|\delta(t); \delta(t) = \delta(-t);$$

$$x(t) * \delta(t) = x(t);$$

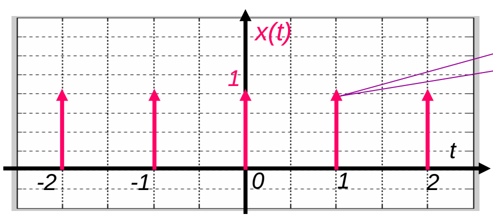
Tích chập

II. Các ví dụ về tín hiệu xác định(tt):

3. Tín hiệu phân bố (tt):

a. *Hàm phân bố lược: là phân bố Dirac tuần hoàn chu kỳ T = 1.*

$$x(t) = III(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t-n) : n = 0, \pm1, \pm2, \ldots\ldots$$



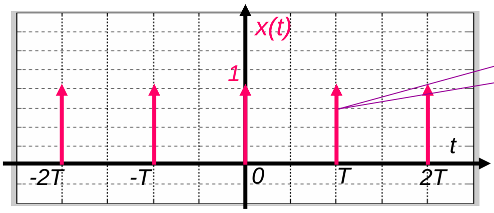
Độ cao là 1,chu kỳ bằng 1

II. Các ví dụ về tín hiệu xác định(tt):

3. Tín hiệu phân bố (tt):

a. Hàm phân bố lược (tt): Tổng quát

$$x(t) = \frac{1}{T} III(\frac{t}{T}) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT);$$



Độ cao là 1,chu kỳ là T

II. Các ví dụ về tín hiệu xác định(tt):

3. Tín hiệu phân bố (tt):

a. Hàm phân bố lược (tt):

- ***Các tính chất:***
  - ***Tính chất rời rạc:***

$$x(t)III(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n)\delta(t - n)$$

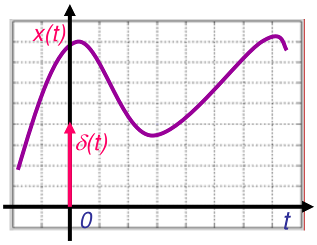
$$x(t)\frac{1}{T} III(\frac{t}{T}) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(nT)\delta(t - nT);$$

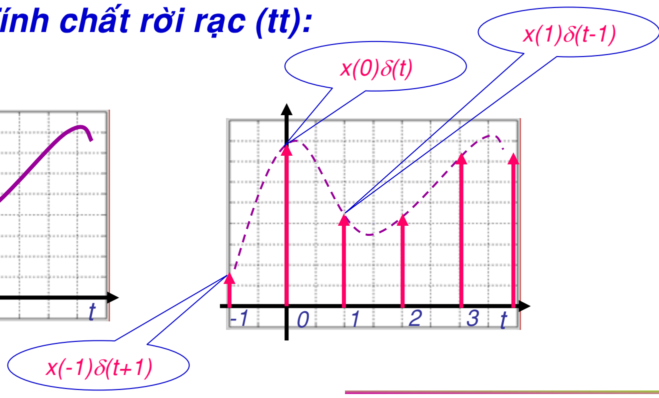
II. Các ví dụ về tín hiệu xác định(tt):

3. Tín hiệu phân bố (tt):

a. Hàm phân bố lược (tt):

- ***Các tính chất (tt):***
  - ❖ ***Tính chất rời rạc (tt):***



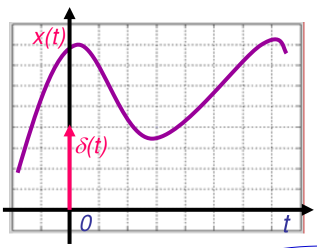


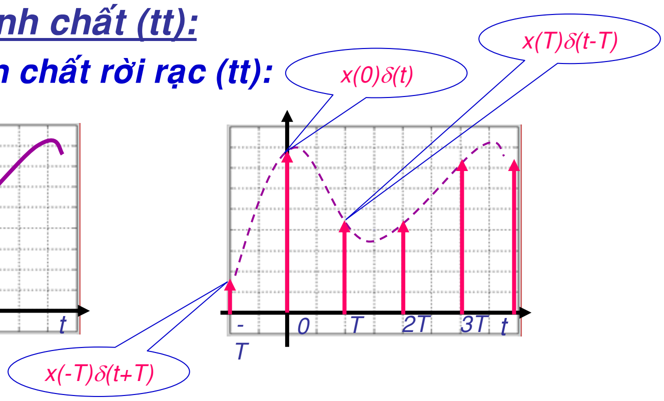
II. Các ví dụ về tín hiệu xác định(tt):

3. Tín hiệu phân bố (tt):

a. Hàm phân bố lược (tt):

- ***Các tính chất (tt):***
  - ❖ ***Tính chất rời rạc (tt):***





Chương 2: TÍN HIỆU XÁC ĐỊNH (tt)

II. Các ví dụ về tín hiệu xác định(tt):

3. Tín hiệu phân bố (tt):

a. Hàm phân bố lược (tt):

Các tính chất (tt):

❖ ***Tính chất lặp tuần hoàn:***

$$x(t) * III(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(t-n).$$

$$x(t) * \frac{1}{T} III(\frac{t}{T}) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(t-nT).$$

Chương 2: TÍN HIỆU XÁC ĐỊNH (tt)

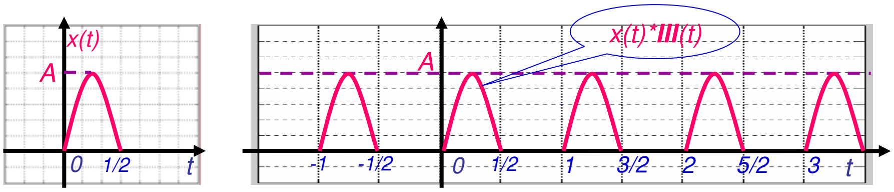
II. Các ví dụ về tín hiệu xác định(tt):

3. Tín hiệu phân bố (tt):

a. Hàm phân bố lược (tt):

Các tính chất (tt):

❖ ***Tính chất lặp tuần hoàn (tt):***



Lặp không bị chồng lấn (không bị méo): thời hạn của x(t) nhỏ hơn chu kỳ của phân bố lược.

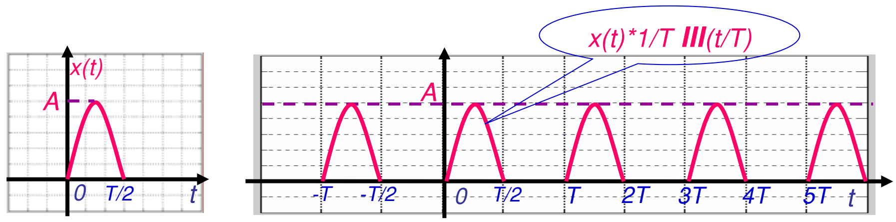
Chương 2: TÍN HIỆU XÁC ĐỊNH (tt)

II. Các ví dụ về tín hiệu xác định(tt):

3. Tín hiệu phân bố (tt):

a. Hàm phân bố lược (tt):

- ***Các tính chất (tt):***
  - ***Tính chất lặp tuần hoàn (tt):***



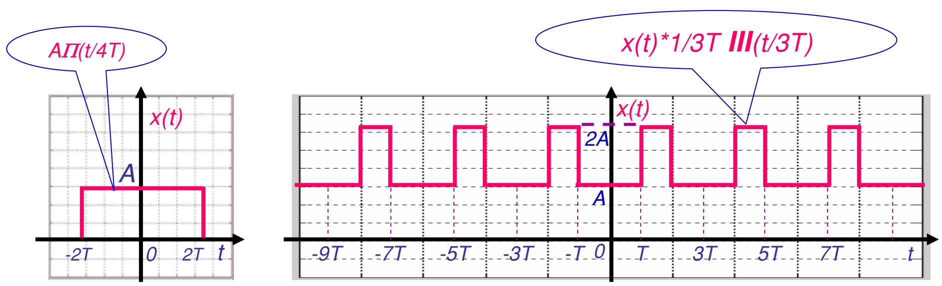
Chương 2: TÍN HIỆU XÁC ĐỊNH (tt)

II. Các ví dụ về tín hiệu xác định(tt):

3. Tín hiệu phân bố (tt):

a. Hàm phân bố lược (tt):

- ***Các tính chất (tt):***
  - ***Tính chất lặp tuần hoàn (tt):***



II. Các ví dụ về tín hiệu xác định(tt):

3. Tín hiệu phân bố (tt):

a. Hàm phân bố lược (tt):

- *Các tính chất (tt):*

$$III\left(\frac{t}{t_0}\right) = |t_0| \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nt_0).$$

$$\Rightarrow \frac{1}{t_0} III\left(\frac{t}{t_0}\right) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nt_0).$$

$$III(t) = III(-t).$$

$$III(t+n) = III(t).$$

III. Tín hiệu xác định phức:

Tín hiệu x(t) có thể biểu diễn dưới dạng sau:

$x(t) = Re\{x(t)\} + jIm\{x(t)\}.$

- *Trong đó : Re{x(t)} và Im{x(t)} là những hàm số thực.*
- *Các giá trị [x] , ⟨x⟩ được tính như tín hiệu xác định thực theo Re{x(t)} và Im{x(t)}.*

III. Tín hiệu xác định phức (tt):

[x] = [Re{x(t)}] + [Im{x(t)}] ;

⟨x⟩ = ⟨Re{x(t)}⟩ + j⟨Im{x(t)}⟩ ;

- ***Năng lượng tín hiệu :*** $E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 \, dt.$
- ***Công suất tín hiệu (tt):*** $P_x = \dfrac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} |x(t)|^2 \, dt.$

Tín hiệu xác định trong [t_1 , t_2]

III. Tín hiệu xác định phức (tt):

- ***Công suất tín hiệu (tt):***

$$P_x = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} |x(t)|^2 \, dt;$$

Tín hiệu tuần hoàn chu kỳ T

$$P_x = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} |x(t)|^2 \, dt;$$

Tín hiệu xác định trong (-∝,+∝)

III. Tín hiệu xác định phức (tt):

- ***Nếu tín hiệu có năng lượng hữu hạn thì tín hiệu là tín hiệu năng lượng.***
- ***Nếu tín hiệu có công suất hữu hạn thì tín hiệu là tín hiệu công suất.***
- ***Ví dụ:***

$$x(t) = e^{j\omega_0 t} = \cos(\omega_0 t) + j\sin(\omega_0 t);$$

$$P_x = \frac{1}{T}\int_0^T \left|e^{j\omega_0 t}\right|^2 dt = \frac{1}{T}\int_0^T dt = 1;$$

IV. Phân tích tín hiệu xác định ra các thành phần:

1. **Phân tích thành thành phần thực và thành phần ảo.**
2. **Phân tích thành thành phần xoay chiều và thành phần một chiều.**
3. **Phân tích thành thành phần chẵn và thành phần lẻ.**

IV. Phân tích tín hiệu xác định ra các thành phần (tt):

1. Phân tích thành thành phần thực và thành phần ảo.

$$x(t) = \mathrm{Re}\{x(t)\} + \mathrm{Im}\{x(t)\};$$

$$x^{*}(t) = \mathrm{Re}\{x(t)\} - \mathrm{Im}\{x(t)\};$$

$x^*(t)$ là lượng liên hiệp phức của x(t)

IV. Phân tích tín hiệu xác định ra các thành phần (tt):

1. Phân tích thành thành phần thực và thành phần ảo (tt):

$$\mathrm{Re}\{x(t)\} = \frac{1}{2}[x(t) + x^{*}(t)];$$

$$\mathrm{Im}\{x(t)\} = \frac{1}{2j}[x(t) - x^{*}(t)];$$

IV. Phân tích tín hiệu xác định ra các thành phần (tt):

1. Phân tích thành thành phần thực và thành phần ảo (tt):

- *Ví dụ 1.1:* $x(t) = e^{j\omega_0 t};$

$$\mathrm{Re}\{x(t)\} = \frac{1}{2}\left[x(t) + x^*(t)\right] = \frac{1}{2}\left[e^{j\omega_0 t} + e^{-j\omega_0 t}\right] = \cos(\omega_0 t);$$

$$\mathrm{Im}\{x(t)\} = \frac{1}{2j}\left[x(t) - x^*(t)\right] = \frac{1}{2j}\left[e^{j\omega_0 t} - e^{-j\omega_0 t}\right] = \sin(\omega_0 t);$$

IV. Phân tích tín hiệu xác định ra các thành phần (tt):

1. Phân tích thành thành phần thực và thành phần ảo (tt):

$$[x] = [\mathrm{Re}\{x(t)\}] + j[\mathrm{Im}\{x(t)\}];$$

$$\langle x \rangle = \langle \mathrm{Re}\{x(t)\} \rangle + j\langle \mathrm{Im}\{x(t)\} \rangle;$$

$$E_x = E_{x\mathrm{Re}\{x(t)\}} + E_{x\mathrm{Im}\{x(t)\}};$$

$$P_x = P_{x\mathrm{Re}\{x(t)\}} + P_{x\mathrm{Im}\{x(t)\}};$$

IV. Phân tích tín hiệu xác định ra các thành phần (tt):

1. Phân tích thành thành phần thực và thành phần ảo (tt):

- *Ví dụ 1.2:* $x(t) = e^{j\omega_0 t};$

$$P_{x\mathrm{Re}\{x(t)\}} = \frac{1}{T}\int_0^T \cos^2(\omega_0 t)dt = \frac{1}{2};$$

$$P_{x\mathrm{Im}\{x(t)\}} = \frac{1}{T}\int_0^T \sin^2(\omega_0 t)dt = \frac{1}{2};$$

$$\Rightarrow P_x = P_{x\mathrm{Re}\{x(t)\}} + P_{x\mathrm{Im}\{x(t)\}} = 1;$$

IV. Phân tích tín hiệu xác định ra các thành phần (tt):

2. Phân tích thành thành phần xoay chiều và thành phần một chiều:

$$x(t) = \overline{x} + \tilde{x};$$

$\overline{x} = \langle x \rangle$: *Thành phần một chiều*

$\tilde{x} = x(t) - \overline{x}$: *Thành phần xoay chiều*

IV. Phân tích tín hiệu xác định ra các thành phần (tt):

2. Phân tích thành thành phần xoay chiều và thành phần một chiều (tt):

- ***Chú ý:* Nếu x(t) là tín hiệu năng lượng thì:** $\left[\tilde{x}\right] = 0; \left\langle \tilde{x} \right\rangle = 0;$

- ***Ta có***

$$E_x = E_{\bar{x}} + E_{\tilde{x}};$$

$$P_x = P_{\bar{x}} + P_{\tilde{x}};$$

IV. Phân tích tín hiệu xác định ra các thành phần (tt):

2. Phân tích thành thành phần xoay chiều và thành phần một chiều (tt):

- ***Ví dụ 2.1:***

Cho x(t) = (1+cosω_0t)cos(ω_0t+φ). Tìm thành phần một chiều và xoay chiều của x(t).

$$x(t) = \cos(\omega_0 t + \varphi) + \frac{1}{2}[\cos(2\omega_0 t + \varphi) + \cos\varphi];$$

$$\bar{x} = \left\langle x(t) \right\rangle = \left\langle \cos(\omega_0 t + \varphi) \right\rangle + \left\langle \frac{1}{2}\cos(2\omega_0 t + \varphi) \right\rangle + \left\langle \frac{1}{2}\cos\varphi \right\rangle$$

$$\bar{x} = \frac{1}{2}\cos\varphi;$$

IV. Phân tích tín hiệu xác định ra các thành phần (tt):

2. Phân tích thành thành phần xoay chiều và thành phần một chiều (tt):

Ví dụ 2.1 (tt):

$$\tilde{x} = x(t) - \overline{x} = \cos(\omega_0 t + \varphi) + \frac{1}{2}\cos(2\omega_0 t + \varphi);$$

Thành phần xoay chiều

$$\overline{x} = \frac{1}{2}\cos\varphi$$

Thành phần một chiều

IV. Phân tích tín hiệu xác định ra các thành phần (tt):

3. Phân tích thành thành phần chẵn và thành phần lẻ:

Cho tín hiệu x(t), có thể phân tích thành hai thành phần chẵn và lẻ:

$$x(t) = x_{ch}(t) + x_l(t);$$

$$x_{ch}(t) = \frac{1}{2}[x(t) + x(-t)]$$

Thành phần chẵn

$$x_l(t) = \frac{1}{2}[x(t) - x(-t)]$$

Thành phần lẻ

Chương 2: TÍN HIỆU XÁC ĐỊNH (tt)

IV. Phân tích tín hiệu xác định ra các thành phần (tt):

3. Phân tích thành thành phần chẵn và thành phần lẻ (tt):

$$x_{ch}(t) = x_{ch}(-t); x_l(t) = -x_l(-t);$$

Do đối xứng qua gốc tọa độ

$$\left[x_l(t)\right] = 0; \left\langle x_l(t)\right\rangle = 0;$$

$$E_x = E_{xch} + E_{xl}; P_x = P_{xch} + P_{xl};$$

Chương 2: TÍN HIỆU XÁC ĐỊNH (tt)

IV. Phân tích tín hiệu xác định ra các thành phần (tt):

3. Phân tích thành thành phần chẵn và thành phần lẻ (tt):

- ***Ví dụ 3.1:***

Cho x(t) = e^{-t}1(t). Tìm thành phần chẵn và lẻ của x(t).

$$x(-t) = e^t 1(-t)$$

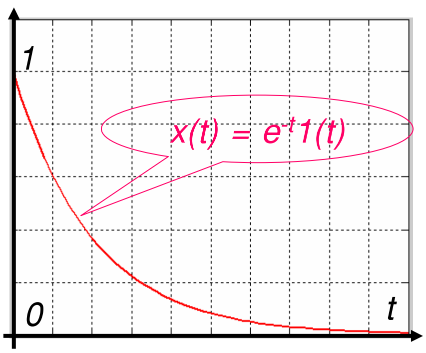
$$x_{ch}(t) = \frac{1}{2}[x(t) + x(-t)] = \frac{1}{2}[e^t 1(-t) + e^{-t} 1(t)];$$

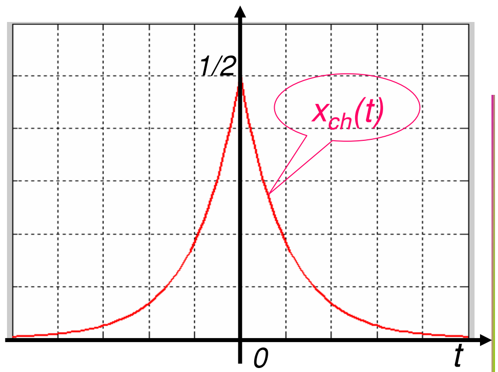
$$x_l(t) = \frac{1}{2}[x(t) - x(-t)] = \frac{1}{2}[e^{-t} 1(t) - e^t 1(-t)];$$

IV. Phân tích tín hiệu xác định ra các thành phần (tt):

3. Phân tích thành thành phần chẵn và thành phần lẻ (tt):

- ***Ví dụ 3.1 (tt):***

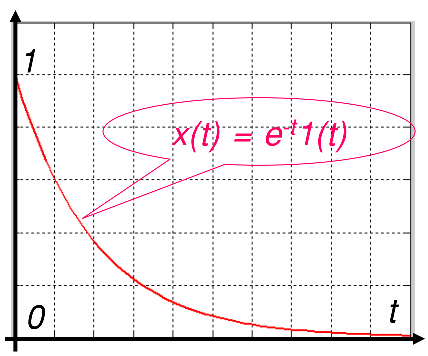


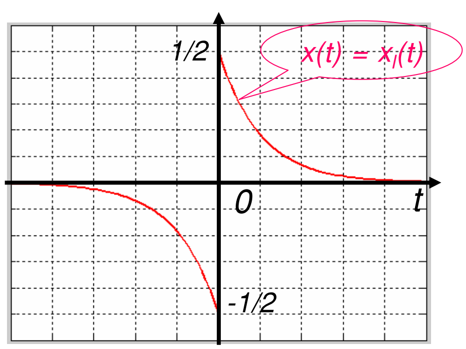


IV. Phân tích tín hiệu xác định ra các thành phần (tt):

3. Phân tích thành thành phần chẵn và thành phần lẻ (tt):

- ***Ví dụ 3.1 (tt):***





V. Phân tích tương quan tín hiệu:

1. Hệ số tương quan.
2. Hàm tương quan.
   a. *Tín hiệu năng lượng hữu hạn.*
   b. *Tín hiệu công suất trung bình hữu hạn.*
   - *Tín hiệu tuần hoàn.*
   - *Tín hiệu không tuần hoàn.*

V. Phân tích tương quan tín hiệu (tt):

1. Hệ số tương quan.

- Mức độ khác nhau giữa hai tín hiệu $x_1(t)$ và $x_2(t)$:

$$d(x_1, x_2) = \sqrt{\{K\int_0^T |x_1(t) - x_2(t)|^2\}}$$

Khoảng cách giữa hai tín hiệu $x_1(t)$ và $x_2(t)$

V. Phân tích tương quan tín hiệu (tt):

1. Hệ số tương quan (tt).

- Hệ số tương quan giữa hai tín hiệu *$x_1(t)$* và *$x_2(t)$* là:

$$\alpha_{12} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} x_1(t)x_2^*(t)dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} |x_1(t)|^2\, dt};$$

V. Phân tích tương quan tín hiệu (tt):

1. Hệ số tương quan (tt).

- Hệ số tương quan giữa hai tín hiệu *$x_2(t)$* và *$x_1(t)$* là:

$$\alpha_{21} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} x_2(t)x_1^*(t)dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} |x_2(t)|^2\, dt};$$

V. Phân tích tương quan tín hiệu (tt):

1. Hệ số tương quan (tt).

- **Hệ số tương quan chuẩn hóa giữa hai tín hiệu *$x_1(t)$* và *$x_2(t)$* là:**

$$0 \le \alpha = \alpha_{12}.\alpha_{21} \le 1$$

Nếu $x_1(t)$ và $x_2(t)$ là trực giao thì $\alpha = 0$;

V. Phân tích tương quan tín hiệu (tt):

2. Hàm tương quan :

a. Tín hiệu năng lượng:

- *Cho hai tín hiệu $x_1(t)$ và $x_2(t)$: hàm tương quan giữa hai tín hiệu được ký hiệu là φ.*
  - *Hàm tương quan của tín hiệu $x_1(t)$ với $x_2(t)$:*

$$\varphi_{12}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x_1(t)x_2^*(t-\tau)dt.$$

V. Phân tích tương quan tín hiệu (tt):

2. Hàm tương quan (tt):

a. Tín hiệu năng lượng (tt):

❖ ***Hàm tương quan của tín hiệu $x_2(t)$ với $x_1(t)$:***

$$\varphi_{21}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x_2(t)x_1^*(t-\tau)dt.$$

❖ ***Hàm tự tương quan của tín hiệu x(t) :***

$$\varphi_{xx}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)x^*(t-\tau)dt.$$

V. Phân tích tương quan tín hiệu (tt):

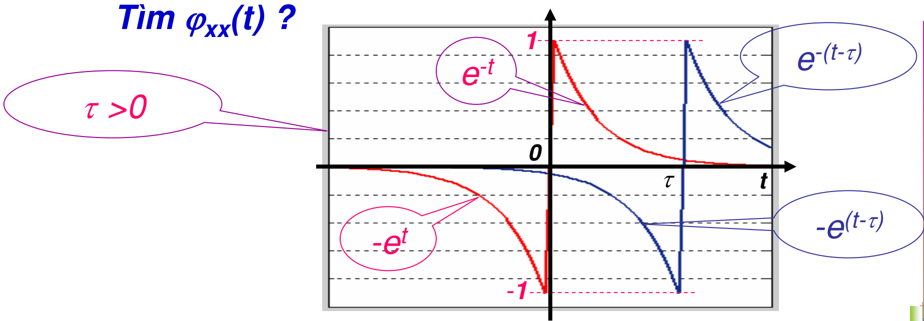
2. Hàm tương quan (tt):

a. Tín hiệu năng lượng (tt):

***Ví dụ 2.1:** Cho x(t) như sau:*

$$x(t) = e^{-|t|}Sign(t).$$

Tìm $\varphi_{xx}(t)$?



V. Phân tích tương quan tín hiệu (tt):

2. Hàm tương quan (tt):

a. Tín hiệu năng lượng (tt):

- ***Ví dụ 2.1 (tt):***

❖ *$\tau > 0$:*

$$\varphi_{xx}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)x^*(t-\tau)dt$$

$$= \int_{-\infty}^{0} (-e^{t})(-e^{t-\tau})dt + \int_{0}^{\tau} (e^{-t})(-e^{t-\tau})dt + \int_{\tau}^{+\infty} (e^{-t})(e^{-(t-\tau)})dt$$

$$= \left.\frac{e^{-\tau}e^{2t}}{2}\right|_{-\infty}^{0} - e^{-\tau}t\Big|_{0}^{\tau} - \left.\frac{e^{\tau}e^{-2t}}{2}\right|_{\tau}^{+\infty} = \frac{e^{-\tau}}{2} - \tau e^{-\tau} + \frac{e^{-\tau}}{2} = e^{-\tau}(1-\tau).$$

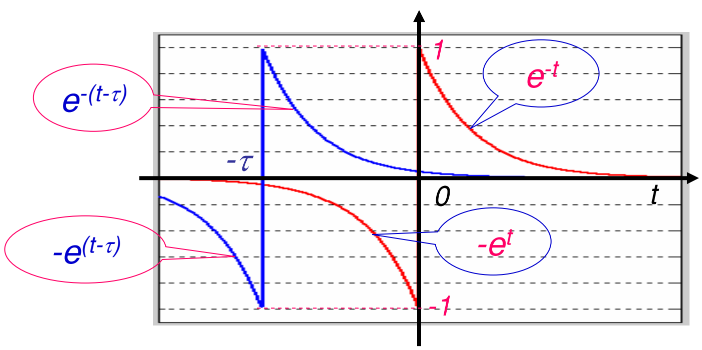
V. Phân tích tương quan tín hiệu (tt):

2. Hàm tương quan (tt):

a. Tín hiệu năng lượng (tt):

- ***Ví dụ 2.1 (tt):***

❖ *$\tau < 0$:*



V. Phân tích tương quan tín hiệu (tt):

2. Hàm tương quan (tt):

a. *Tín hiệu năng lượng (tt):*

- ***Ví dụ 2.1 (tt):***

❖ *$\tau < 0$:*

$$\varphi_{xx}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)x^*(t-\tau)dt$$

$$= \int_{-\infty}^{\tau} (-e^{t-\tau})(-e^{t})dt + \int_{\tau}^{0} (-e^{t})(e^{-(t-\tau)})dt + \int_{0}^{+\infty} (e^{-(t-\tau)})(e^{-t})dt$$

$$= \left.\frac{e^{-\tau}e^{2t}}{2}\right|_{-\infty}^{\tau} - e^{\tau}t\Big|_{\tau}^{0} - \left.\frac{e^{\tau}e^{-2t}}{2}\right|_{0}^{+\infty} = \frac{e^{\tau}}{2} + \tau e^{\tau} + \frac{e^{\tau}}{2} = e^{\tau}(1+\tau).$$

V. Phân tích tương quan tín hiệu (tt):

2. Hàm tương quan (tt):

a. *Tín hiệu năng lượng (tt):*

- ***Ví dụ 2.1 (tt):***

Kết quả ta có:

$$x(t) = e^{-|t|}Sgn(t)$$

$$\Rightarrow \varphi_{xx}(\tau) = e^{-|\tau|}(1-|\tau|).$$

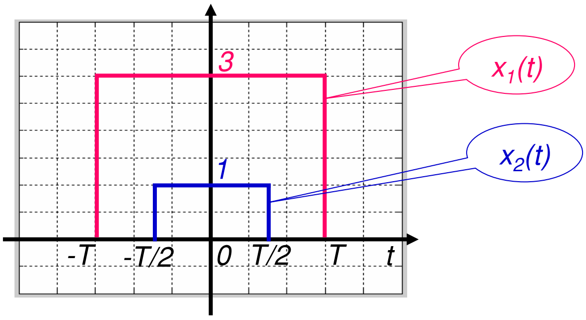
Chương 2: TÍN HIỆU XÁC ĐỊNH (tt)

V. Phân tích tương quan tín hiệu (tt):

2. Hàm tương quan (tt):

a. Tín hiệu năng lượng (tt):

- ***Ví dụ 2.2:** Cho tín hiệu $x_1(t)$ và $x_2(t)$ như hình vẽ, tìm $\varphi_{12}(\tau)$.*



Chương 2: TÍN HIỆU XÁC ĐỊNH (tt)

V. Phân tích tương quan tín hiệu (tt):

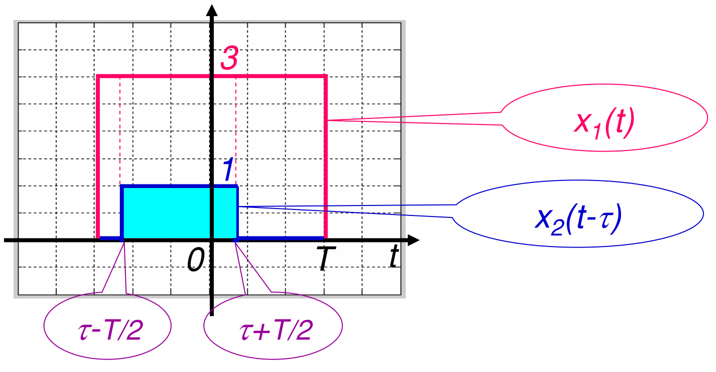
2. Hàm tương quan (tt):

a. Tín hiệu năng lượng (tt):

- ***Ví dụ 2.2 (tt):***

❖ ***$0 > \tau > -T/2$:***

$$\varphi_{12}(\tau) = \int_{\tau - T/2}^{\tau + T/2} 3.1dt = 3t\Big|_{\tau - T/2}^{\tau + T/2} = 3T.$$



Chương 2: TÍN HIỆU XÁC ĐỊNH (tt)

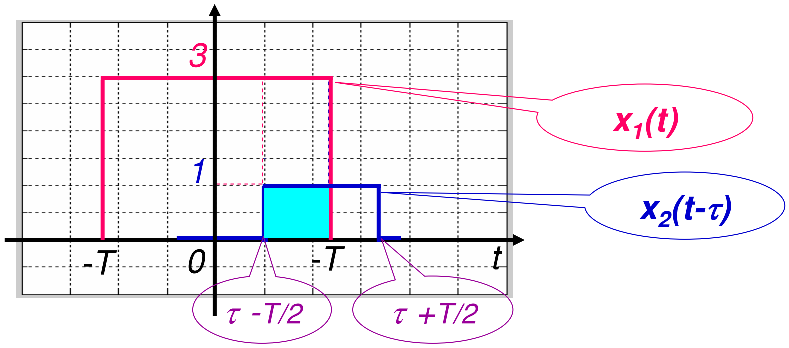
V. Phân tích tương quan tín hiệu (tt):

2. Hàm tương quan (tt):

a. *Tín hiệu năng lượng (tt):*

- *Ví dụ 2.2 (tt):*

❖ ***T/2 < τ < 3T/2:*** $\varphi_{12}(\tau) = \int_{\tau-T/2}^{T} 3.1dt = 3t\Big|_{\tau-T/2}^{T} = 3(\frac{3T}{2} - \tau)$



Chương 2: TÍN HIỆU XÁC ĐỊNH (tt)

V. Phân tích tương quan tín hiệu (tt):

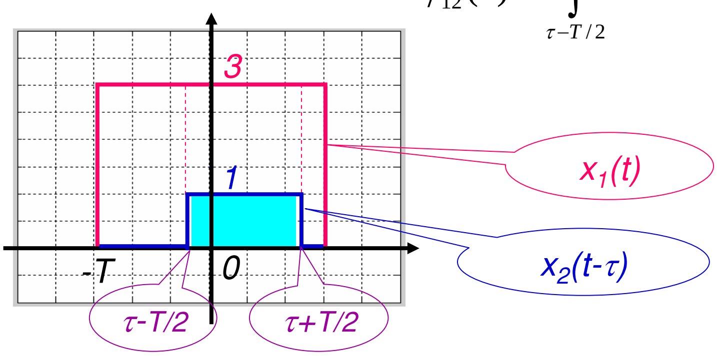
2. Hàm tương quan (tt):

a. *Tín hiệu năng lượng (tt):*

- *Ví dụ 2.2 (tt):*

❖ ***0 < τ <T/2:***

$$\varphi_{12}(\tau) = \int_{\tau-T/2}^{\tau+T/2} 3.1dt = 3t\Big|_{\tau-T/2}^{\tau+T/2} = 3T.$$



V. Phân tích tương quan tín hiệu (tt):

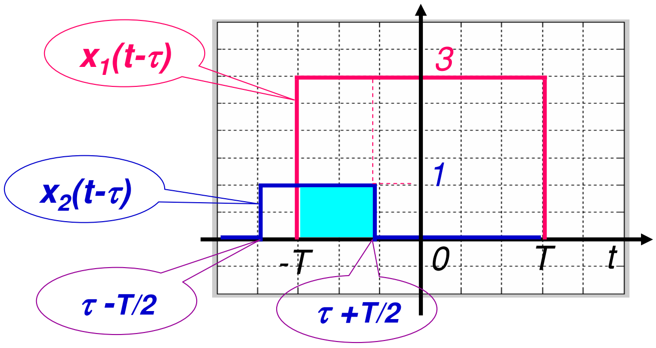
2. Hàm tương quan (tt):

a. Tín hiệu năng lượng (tt):

Ví dụ 2.2 (tt):

❖ ***$-3T/2 < \tau < -T/2$:***

$$\varphi_{12}(\tau) = \int_{-T}^{\tau+T/2} 3.1dt = 3t\Big|_{-T}^{\tau+T/2} = 3(\tau + \frac{3T}{2})$$



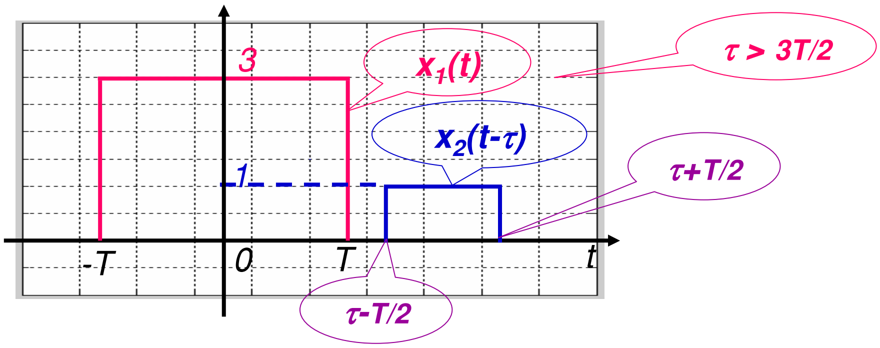
V. Phân tích tương quan tín hiệu (tt):

2. Hàm tương quan (tt):

a. Tín hiệu năng lượng (tt):

Ví dụ 2.2 (tt):

❖ ***$|\tau| < 3T/2$:*** $\varphi_{12}(\tau) = 0.$

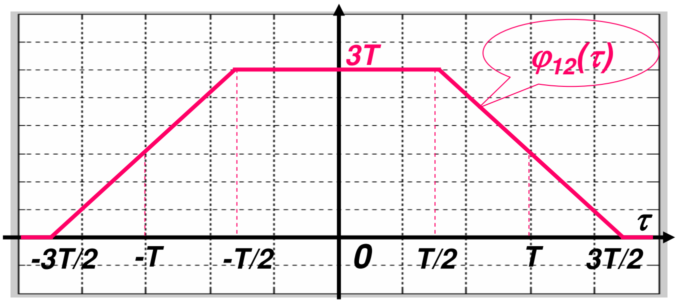


V. Phân tích tương quan tín hiệu (tt):

2. Hàm tương quan (tt):

a. Tín hiệu năng lượng (tt):

- ***Ví dụ 2.2 (tt):*** *Ta có thể biểu diễn $\varphi_{12}(\tau)$ như sau:*



V. Phân tích tương quan tín hiệu (tt):

2. Hàm tương quan (tt):

a. Tín hiệu năng lượng (tt):

- **Các tính chất :**

$$\varphi_{12}(\tau) = \varphi_{21}^{*}(-\tau).$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_{12}(\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} x_1(t)x_2^*(t-\tau)dtd\tau = \int_{-\infty}^{+\infty}[x_1(t)\int_{-\infty}^{+\infty} x_2^*(t-\tau)d\tau]dt$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} x_1(t)dt \int_{-\infty}^{+\infty} x_2^*(t)dt.$$

V. Phân tích tương quan tín hiệu (tt):

2. Hàm tương quan (tt):

a. Tín hiệu năng lượng (tt):

- **Các tính chất (tt):**

$$\varphi_{xx}(\tau) = \varphi^*_{xx}(-\tau).$$

Khi x(t) là tín hiệu thực thì $\varphi_{xx}(\tau)$ là hàm chẵn.

$$\varphi(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = E_x.$$

Năng lượng của tín hiệu là giá trị của hàm tự tương quan tại điểm $\tau = 0$.

V. Phân tích tương quan tín hiệu (tt):

2. Hàm tương quan (tt):

a. Tín hiệu năng lượng (tt):

- **Ví dụ 2.3: tính toán năng lượng của tín hiệu trong ví dụ 2.1.**

$$x(t) = e^{-|t|} Sgn(t);$$

$$\varphi_{xx}(\tau) = e^{-|\tau|}(1 - |\tau|);$$

$$\Rightarrow E_x = \varphi_{xx}(0) = 1;$$

V. Phân tích tương quan tín hiệu (tt):

2. Hàm tương quan (tt):

a. Tín hiệu năng lượng (tt):

Các tính chất (tt):

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_{xx}(\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)dt \int_{-\infty}^{+\infty} x^*(t)dt$$

$$= [\int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{Re}\{x(t)\}dt]^2 + [\int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{Im}\{x(t)\}dt]^2.$$

$$|\varphi_{xx}(\tau)| \le \varphi_{xx}(0);$$

V. Phân tích tương quan tín hiệu (tt):

2. Hàm tương quan (tt):

b. Tín hiệu công suất (tt):

➢ ***Tín hiệu tuần hoàn:***

Cho hai tín hiệu $x_1(t)$ và $x_2(t)$, hàm tương quan của $x_1(t)$ với $x_2(t)$ và hàm tương quan của $x_2(t)$ với $x_1(t)$:

$$\varphi_{12}(\tau) = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} x_1(t)x_2^*(t-\tau)dt = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} x_1(t+\tau)x_2^*(t)dt.$$

$$\varphi_{21}(\tau) = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} x_2(t)x_1^*(t-\tau)dt = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} x_2(t+\tau)x_1^*(t)dt.$$

V. Phân tích tương quan tín hiệu (tt):

2. Hàm tương quan (tt):

b. Tín hiệu công suất (tt):

➢ *Tín hiệu tuần hoàn (tt):*

Cho tín hiệu x(t), hàm tự tương quan của tín hiệu x(t) là:

$$\varphi_{xx}(\tau) = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} x(t)x^*(t-\tau)dt$$

$$= \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} x(t+\tau)x^*(t)dt.$$

V. Phân tích tương quan tín hiệu (tt):

2. Hàm tương quan (tt):

b. Tín hiệu công suất (tt):

➢ *Tín hiệu tuần hoàn (tt):*

- *Ví dụ 2.4: Cho biết biểu thức của điện áp và dòng điện đi qua một đoạn mạch có biểu thức như sau:*

$$u(t) = U_0\cos(\omega_0 t + \varphi_u).$$

$$i(t) = I_0\cos(\omega_0 t + \varphi_i).$$

Tìm $\varphi_{ui}(\tau)$

Ta có u(t) và i(t) có cùng chu kỳ $T = 2\omega_0$, do đó:

$$\varphi_{ui}(\tau) = \frac{1}{T}\int_0^T u(t)i^*(t-\tau)dt$$

V. Phân tích tương quan tín hiệu (tt):

2. Hàm tương quan (tt):

b. Tín hiệu công suất (tt):

➢ ***Tín hiệu tuần hoàn (tt):***

Ví dụ 2.4 (tt):

$$\varphi_{ui}(\tau)=\frac{1}{T}\int_0^T U_0\cos(\omega_0 t+\varphi_u)I_0\cos\{\omega_0(t-\tau)+\varphi_i\}$$

$$=\frac{U_0I_0}{2T}\int_0^T[\cos(2\omega_0 t+\varphi_u+\varphi_i-\omega_0\tau)+\cos(\omega_0\tau+\varphi_u-\varphi_i)]dt$$

$$=\frac{U_0I_0}{2T}[0+t\cos(\omega_0\tau+\varphi_u-\varphi_i)|_0^T]$$

$$=\frac{U_0I_0}{2T}[T\cos(\omega_0\tau+\varphi_u-\varphi_i)]=\frac{U_0I_0}{2}\cos(\omega_0\tau+\varphi_u-\varphi_i)$$

V. Phân tích tương quan tín hiệu (tt):

2. Hàm tương quan (tt):

b. Tín hiệu công suất (tt):

➢ ***Tín hiệu tuần hoàn (tt):***

Ví dụ 2.4 (tt):

$$\varphi_{ui}(0)=\frac{U_0I_0}{2}\cos(\varphi_u-\varphi_i):$$

Công suất trên đoạn mạch

Ví dụ 2.5: *cho hai tín hiệu $x_1(t)$ và $x_2(t)$ với biểu thức như sau, hãy tìm hàm tương quan $\varphi_{12}(\tau)$:*

$$x_1(t)=A\sin(\omega_0 t+\varphi_1);x_2(t)=B\sin(2\omega_0 t+\varphi_2);$$

V. Phân tích tương quan tín hiệu (tt):

2. Hàm tương quan (tt):

b. Tín hiệu công suất (tt):

➢ Tín hiệu tuần hoàn (tt):

- Ví dụ 2.5 (tt):

$$\varphi_{12}(\tau) = \frac{1}{T_1}\int_0^{T_1} AB\sin(\omega_0 t + \varphi_1)\sin\{2\omega_0(t-\tau)\}dt$$

$$= \frac{-AB}{T_1}\int_0^{T_1}[\cos(3\omega_0 t + \varphi_1 + \varphi_2 - 2\omega_0\tau) - \cos(-\omega_0 t + \varphi_1 - \varphi_2 + 2\omega_0\tau)]dt$$

$$= \frac{-AB}{2T_1}\{0+0\} = 0$$

Hai tín hiệu $x_1(t)$ và $x_1(t)$ không tương quan nhau.

V. Phân tích tương quan tín hiệu (tt):

2. Hàm tương quan (tt):

b. Tín hiệu công suất (tt):

➢ Tín hiệu tuần hoàn (tt):

- Các tính chất:

$$\varphi_{12}(\tau) = \varphi_{21}^*(-\tau); \langle\varphi_{12}(\tau)\rangle = \langle x_1(t)\rangle\langle x_2^*(t)\rangle;$$

$$\varphi_{xx}(\tau) = \varphi_{xx}^*(-\tau); \varphi_{xx}(0) = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)x^*(t)dt = P_x;$$

$$|\varphi_{xx}(\tau)| \le \varphi_{xx}(0);$$

V. Phân tích tương quan tín hiệu (tt):

2. Hàm tương quan (tt):

b. Tín hiệu công suất (tt):

- ***Tín hiệu không tuần hoàn (công suất trung bình hữu hạn): Cho hai tín hiệu $x_1(t)$ và $x_2(t)$,hàm tương quan của tín hiệu $x_1(t)$ với $x_2(t)$ là $\varphi_{12}(\tau)$:***

$$\varphi_{12}(\tau) = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T} x_1(t)x_2^*(t-\tau)dt$$

$$= \lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T} x_1(t+\tau)x_2^*(t)dt$$

V. Phân tích tương quan tín hiệu (tt):

2. Hàm tương quan (tt):

b. Tín hiệu công suất (tt):

- ***Tín hiệu không tuần hoàn… (tt): Hàm tương quan của tín hiệu $x_2(t)$ với hàm $x_1(t)$ là $\varphi_{21}(\tau)$:***

$$\varphi_{21}(\tau) = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T} x_2(t)x_1^*(t-\tau)dt$$

$$= \lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T} x_2(t+\tau)x_1^*(t)dt$$

V. Phân tích tương quan tín hiệu (tt):

2. Hàm tương quan (tt):

b. Tín hiệu công suất (tt):

- ***Tín hiệu không tuần hoàn... (tt): Cho tín hiệu x(t),hàm tự tương quan của tín hiệu x(t) là $\varphi_{xx}(\tau)$:***

$$\varphi_{xx}(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} x(t)x^*(t-\tau)dt$$

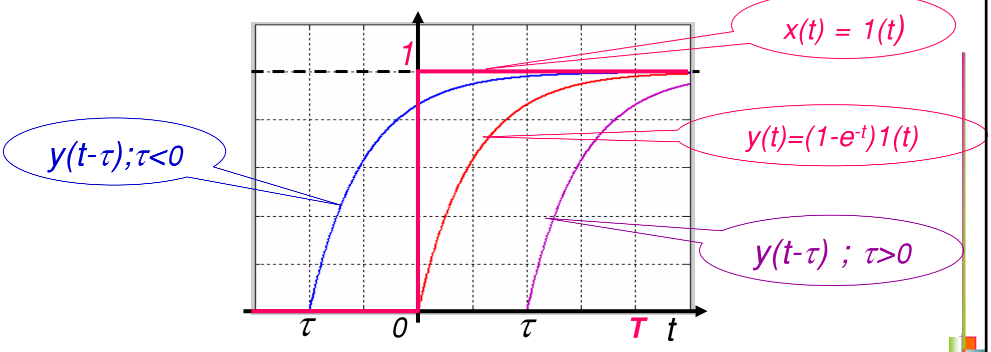
$$= \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} x(t+\tau)x^*(t)dt$$

V. Phân tích tương quan tín hiệu (tt):

2. Hàm tương quan (tt):

b. Tín hiệu công suất (tt):

- ***Ví dụ 2.6:*** ***Cho tín hiệu y(t) = (1-e^{-t}) 1(t), tìm $\varphi_{yy}(\tau)$? Cho x(t) = 1(t) , Tìm $\varphi_{xy}(\tau)$?***



V. Phân tích tương quan tín hiệu (tt):

2. Hàm tương quan (tt):

b. Tín hiệu công suất (tt):

- *Ví dụ 2.6 (tt):*

$$\varphi_{xy}(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} x(t) y^*(t-\tau) dt$$

- $\tau \geq 0$:

$$\varphi_{xy}(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{\tau}^{T} x(t) y^*(t-\tau) dt = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{\tau}^{T} 1(1-e^{-t+\tau}) dt$$

$$= \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} [(T-\tau) + e^{\tau}(e^{-T} - e^{-\tau})] = \frac{1}{2} - 0 - 0 = \frac{1}{2}$$

V. Phân tích tương quan tín hiệu (tt):

2. Hàm tương quan (tt):

b. Tín hiệu công suất (tt):

- *Ví dụ 2.6 (tt):*

- $\tau < 0$:

$$\varphi_{xy}(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{0}^{T} x(t) y^*(t-\tau) dt = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{0}^{T} 1(1-e^{-t+\tau}) dt$$

$$= \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} [t + e^{\tau} e^{-t})]\Big|_0^T = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} [T + e^{\tau - T} - e^{\tau}]$$

$$= \frac{1}{2} + 0 - 0 = \frac{1}{2}$$

$$\boxed{\varphi_{xy}(\tau) = \frac{1}{2};}$$

Chương 2: TÍN HIỆU XÁC ĐỊNH (tt)

V. Phân tích tương quan tín hiệu (tt):

2. Hàm tương quan (tt):

b. Tín hiệu công suất (tt):

Ví dụ 2.6 (tt):

- ***$\varphi_{yy}(\tau)$:*** $$\varphi_{yy}(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} y(t)y^*(t-\tau)dt$$

$\tau \geq 0$:

$$\varphi_{yy}(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{\tau}^{T} y(t)y^*(t-\tau)dt = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{\tau}^{T} (1-e^{-t})(1-e^{-t+\tau})dt$$

$$= \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} [t + e^{-t} + e^{\tau}(e^{-t} - \frac{1}{2}e^{-2t})]\Big|_{\tau}^{T}$$

$$= \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} [(T-\tau) + (e^{-T} - e^{-\tau}) + e^{\tau}(e^{-T} - e^{-\tau}) - \frac{1}{2}e^{\tau}(e^{-2T} - e^{-2\tau})]$$

$$= \frac{1}{2} + 0 + 0 - 0 = \frac{1}{2}$$

Chương 2: TÍN HIỆU XÁC ĐỊNH (tt)

V. Phân tích tương quan tín hiệu (tt):

2. Hàm tương quan (tt):

b. Tín hiệu công suất (tt):

Ví dụ 2.6 (tt):

$\tau < 0$:

$$\varphi_{yy}(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{0}^{T} y(t)y^*(t-\tau)dt = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{0}^{T} (1-e^{-t})(1-e^{-t+\tau})dt$$

$$= \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} [t + e^{-t} + e^{\tau}(e^{-t} - \frac{1}{2}e^{-2t})]\Big|_{0}^{T}$$

$$= \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} [(T + (e^{-T} - 1) + e^{\tau}(e^{-T} - 1) - \frac{1}{2}e^{\tau}(e^{-2T} - 1)]$$

$$= \frac{1}{2} + 0 + 0 - 0 = \frac{1}{2}$$

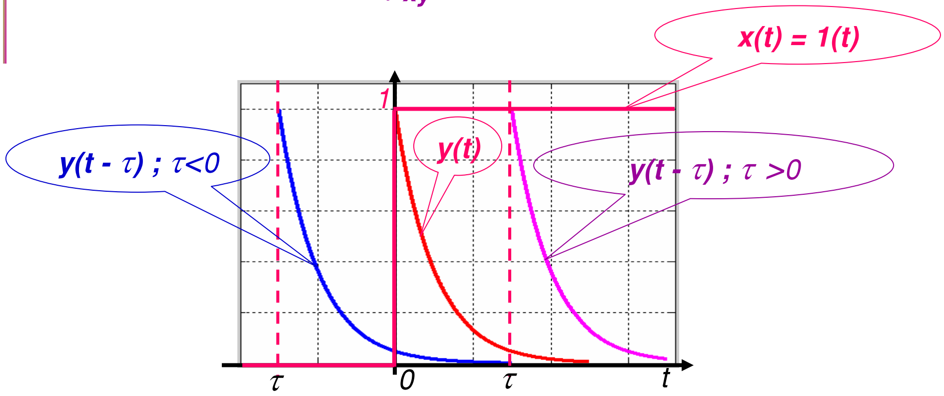
$$\boxed{\varphi_{yy}(\tau) = \frac{1}{2};}$$

Chương 2: TÍN HIỆU XÁC ĐỊNH (tt)

V. Phân tích tương quan tín hiệu (tt):

2. Hàm tương quan (tt):

- ***Ví dụ 2.7 :** Cho hai tín hiệu: x(t) = 1(t) và y(t) = e^{-t} 1(t) , tìm $\varphi_{xy}(\tau)$?*



Bài giảng: Lý thuyết tín hiệu

Chương 2: TÍN HIỆU XÁC ĐỊNH (tt)

V. Phân tích tương quan tín hiệu (tt):

2. Hàm tương quan (tt):

- ***Ví dụ 2.7 (tt):** Ta thấy x(t) là tín hiệu công suất và y(t) là tín hiệu năng lượng,ta làm theo công thức áp dụng cho tín hiệu năng lượng:*

- $\tau \geq 0$:

$$\varphi_{xy}(\tau) = \int_{\tau}^{\infty} 1e^{-t+\tau}dt = -e^{\tau}e^{-t}\Big|_{\tau}^{\infty} = -[0-1] = 1$$

- $\tau < 0$:

$$\varphi_{xy}(\tau) = \int_{0}^{\infty} 1e^{-t+\tau}dt = -e^{\tau}e^{-t}\Big|_{0}^{\infty} = -[0-e^{\tau}] = e^{\tau}$$

Chương 2: TÍN HIỆU XÁC ĐỊNH (tt)

V. Phân tích tương quan tín hiệu (tt):

2. Hàm tương quan (tt):

- ***Ví dụ 2.7 (tt):*** *Ta có thể biểu diễn hàm tương quan $\varphi_{xy}(\tau)$ như sau:*