

SỨC BỀN VẬT LIỆU

Phần 1

GS.TS: Phạm Ngọc Khánh

DD: 0904047071

Tài liệu tham khảo:

Phạm Ngọc

Khánh và NNK

SỨC BỀN VẬT
LIỆU

Nhà xuất bản TỪ

Điện Bách khoa

Nội dung: 6 chương

- 1. Những khái niệm cơ bản**
- 2. Kéo(nén) đúng tâm**
- 3. Trạng thái ứng suất-Các thuyết bền**
- 4. Đặc trưng hình học của mặt cắt ngang**
- 5. Uốn phẳng**
- 6. Xoắn thanh tròn**

Chương 1:

NHỮNG KHÁI NIỆM CƠ BẢN

Nội dung

1. Khái niệm
2. Các giả thiết và NL Độc lập tác dụng của lực
3. Ngoại lực và nội lực

3 + 0

1.1 Khái niệm

1. Mục đích: Là môn KH nghiên cứu các phương pháp tính toán công trình trên **3 mặt**:

1) Tính toán độ bền: Bền chắc lâu dài

2) Tính toán độ cứng: Biến dạng < giá trị cho phép

3) Tính toán về ổn định: Đảm bảo hình dáng ban đầu

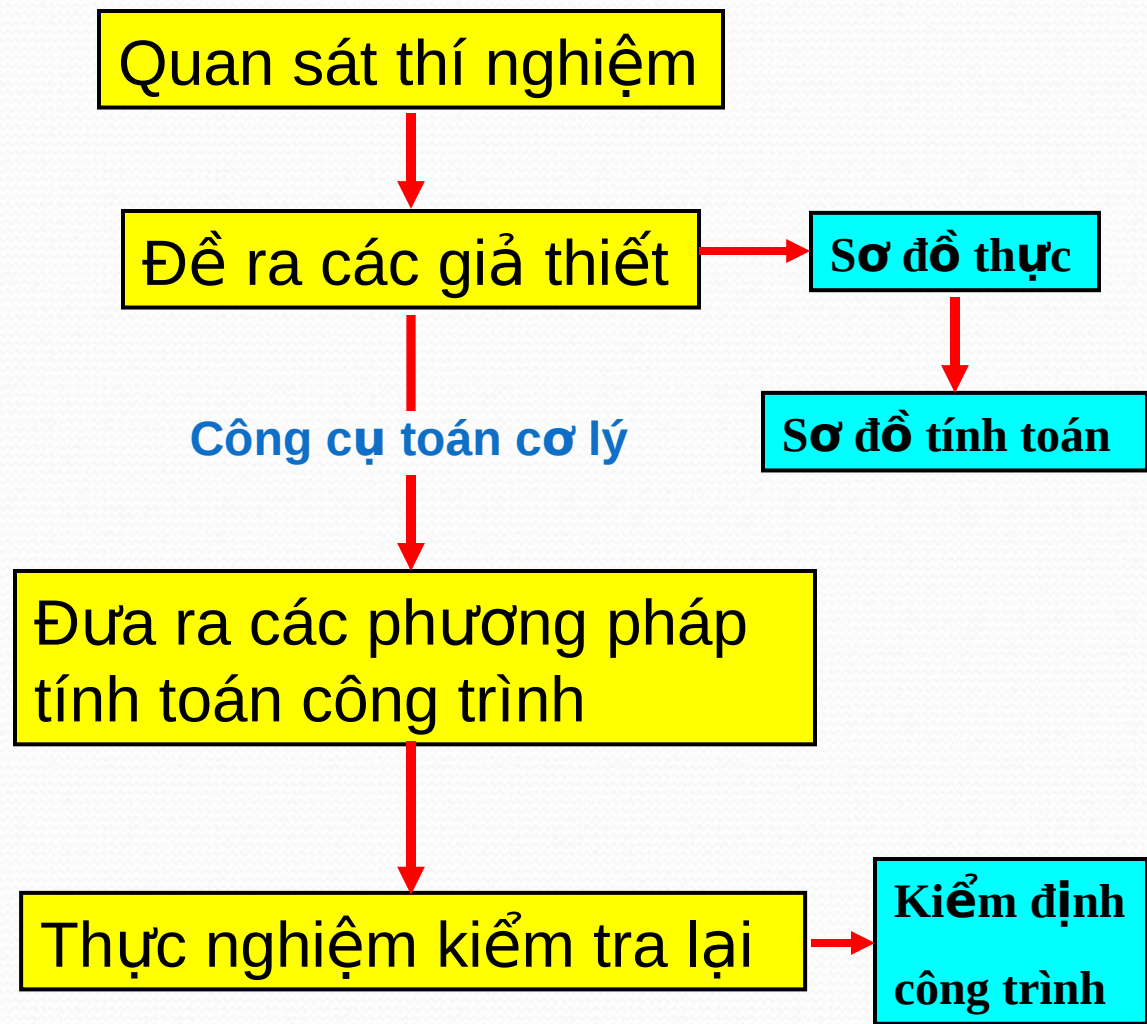
Nhằm đạt 2 điều kiện:



Kinh tế
Kỹ thuật

2. Phương pháp nghiên cứu:

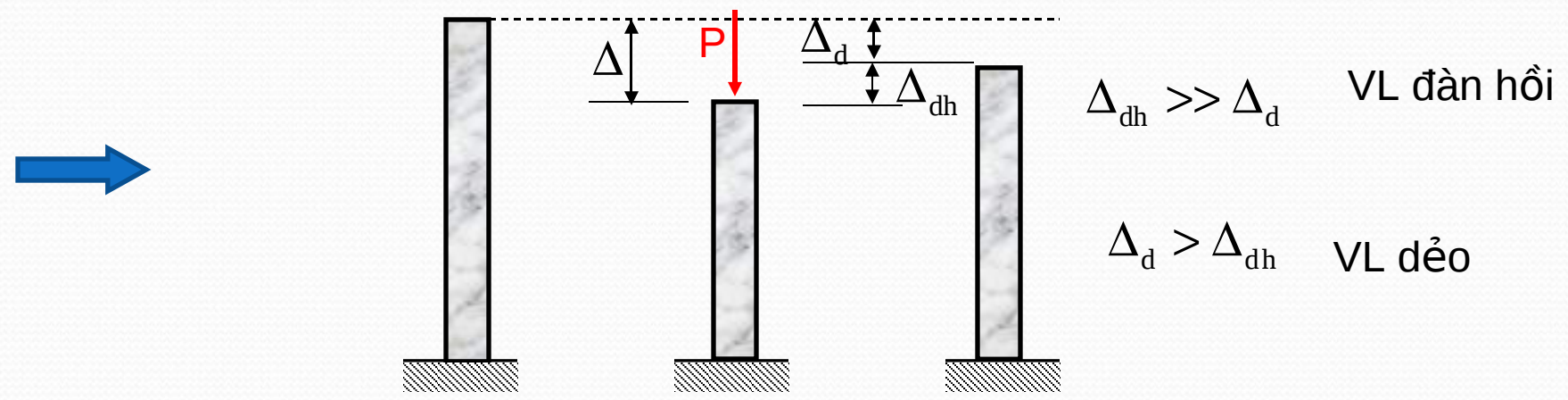
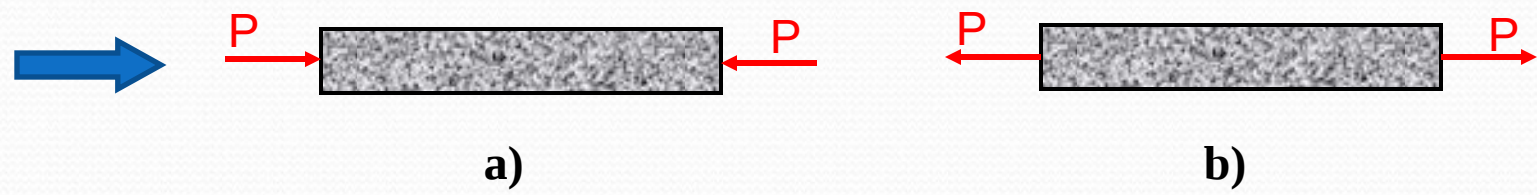
Kết hợp giữa lý thuyết và thực nghiệm



3. Đối tượng nghiên cứu: 2 loại

1) Về vật liệu: + CHLT: Vật rắn tuyệt đối

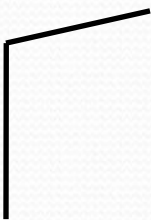
+ SBVL: VL thực: Vật rắn có biến dạng: VLdh



2) Về vật thể: Dạng thanh = mặt cắt + trục thanh: Thẳng, cong, gãy khúc – mặt cắt không đổi, mặt cắt thay đổi



Thanh thẳng



Thanh gãy khúc



Thanh cong

1.2 Các GT và NLĐLTD của lực

1. Các giả thiết :

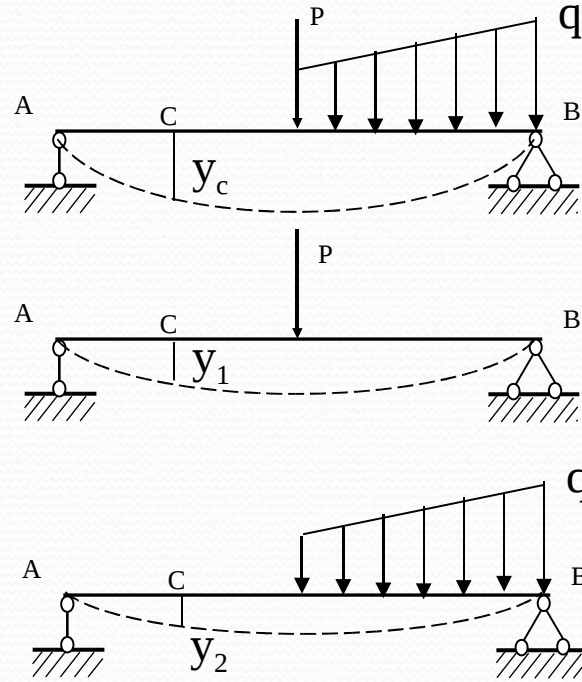
- 1) VL liên tục(rời rạc), đồng chất(không đồng chất) và đẳng hướng(dị hướng)
- 2) VL làm việc trong giai đoạn đàn hồi
- 3) Biến dạng do TTR gây ra < so với kích thước của vật
- 4) VL tuân theo định luật Hooke: biến dạng TL lực TD

2. Nguyên lý độc lập tác dụng của lực

- 1) Nguyên lý: Tác dụng của hệ lực = tổng tác dụng của các lực thành phần
- 2) Ý nghĩa: BT phức tạp = tổng các BT đơn giản

● Ví dụ:

$$y_C = y_1 + y_2$$



1.3 Ngoại lực và nội lực

1. Ngoại lực :

➔ Định nghĩa: Lực các vật ngoài TD vào Vật thể

➔ Phân loại:

1) Theo tính chất TD: **lực tĩnh**, **lực động**

2) Theo PP truyền lực: **lực phân bố**: Truyền qua diện tích tiếp xúc (PB thể tích, PB mặt, PB đường) – cường độ q – **Lực tập trung**: Truyền qua một điểm

2. Nội lực :

1) Định nghĩa: Độ tăng của lực phân tử

2) Cách xác định: phương pháp mặt cắt

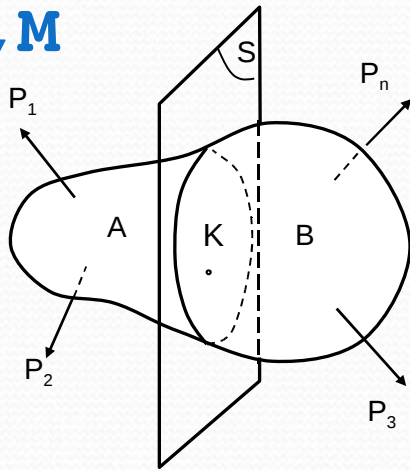
3. NỘI DUNG CỦA PHƯƠNG PHÁP MẶT CẮT :

+ Vật thể cân bằng-mặt cắt \rightarrow 2 phần

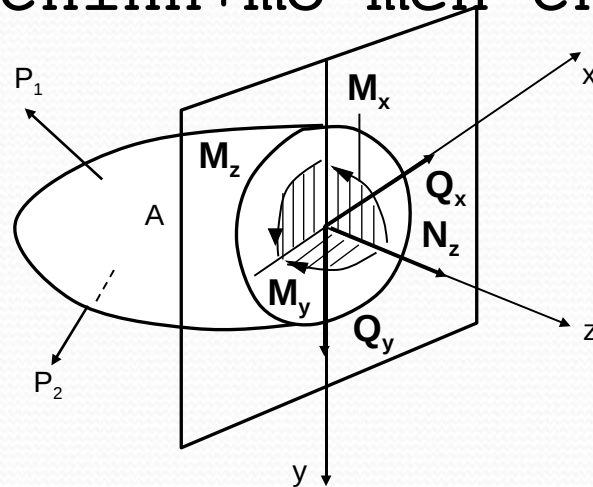
+ BỎ 1 phần, giữ 1 phần để xét. Tại mặt cắt thêm lực để cân bằng- **nội lực** -nội lực là lực phân bố, cường độ: **ứng suất**

Hợp nội lực=véc tơ chính+mô men chính \rightarrow

N, Q, M



Hình 1-6



Hình 1-7

4. Mối liên hệ giữa nội lực và ngoại lực:

$$\sum Z = 0 \quad N_z = \sum_{i=1}^n Z(P_i)^{PX}$$

lực dọc

$$\sum X = 0 \quad Q_x = \sum_{i=1}^n X(P_i)^{PX}$$

$$\sum Y = 0 \quad Q_y = \sum_{i=1}^n Y(P_i)^{PX}$$

$$\sum m_x = 0 \quad M_x = \sum_{i=1}^n m_x(P_i)^{PX}$$

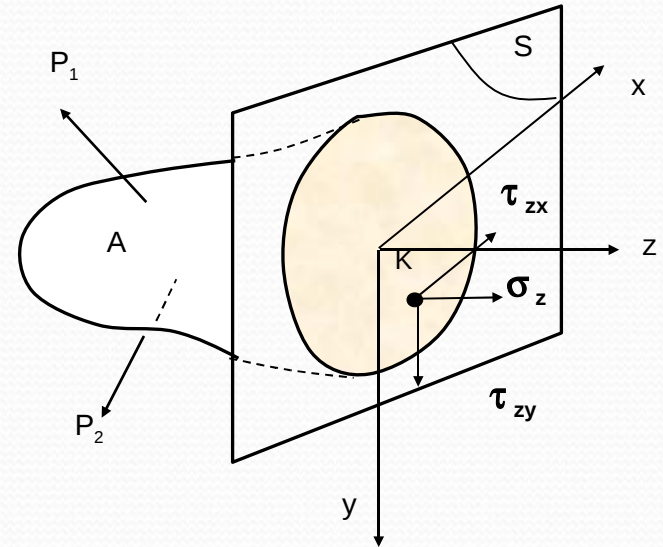
$$\sum m_y = 0 \quad M_y = \sum_{i=1}^n m_y(P_i)^{PX}$$

$$\sum m_z = 0 \quad M_z = \sum_{i=1}^n m_z(P_i)^{PX}$$

lực cắt

Mô men uốn

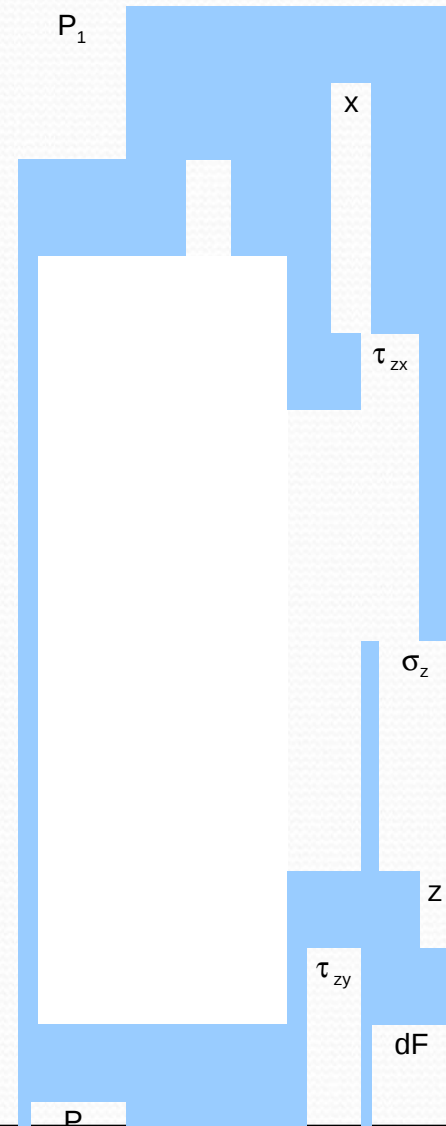
Mô men xoắn



Hình 1-9

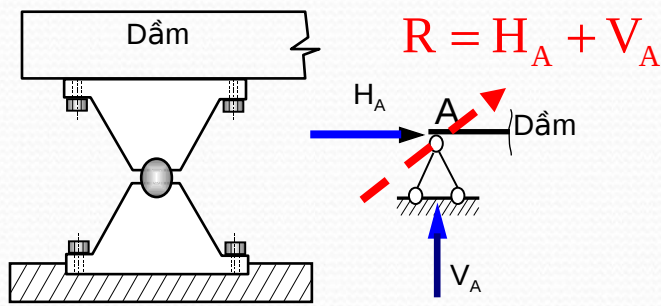
5. Mối liên hệ giữa nội lực và ứng suất

Trên phần tử	Trên toàn mặt cắt
$dN_z = \sigma_z dF$	$N_z = \int_F \sigma_z dF$
$dQ_x = \tau_{zx} dF$	$Q_x = \int_F \tau_{zx} dF$
$dQ_y = \tau_{zy} dF$	$Q_y = \int_F \tau_{zy} dF$
$dM_x = \sigma_z y dF$	$M_x = \int_F \sigma_z y dF$
$dM_y = \sigma_z x dF$	$M_y = \int_F \sigma_z x dF$
$dM_z = (\tau_{zx} y + \tau_{zy} x) dF$	$M_z = \int_F (\tau_{zx} y + \tau_{zy} x) dF$



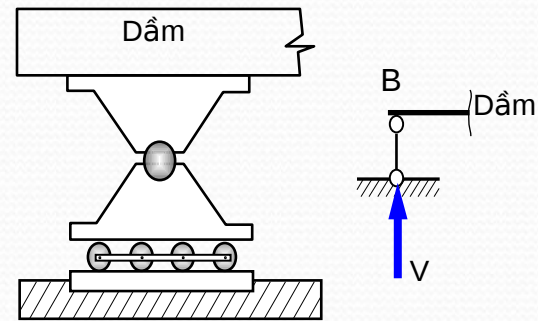
6. Các loại liên kết và phản lực liên kết

4 loại liên kết thường gặp: **Gối cố định**, **gối di động**, **ngàm** và **ngàm trượt**



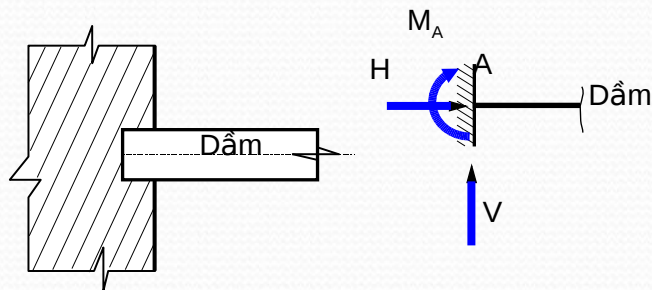
a)

Khớp cố định (khớp đôi)

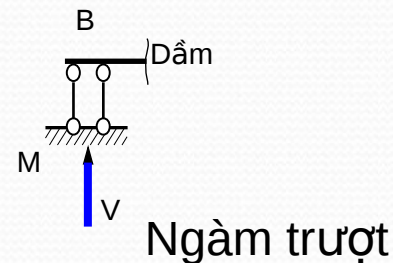


b)

Khớp di động (khớp đơn)



c) Ngàm



d)

Ngàm trượt

Chương 2

Kéo (nén) đúng tâm

Nội dung:

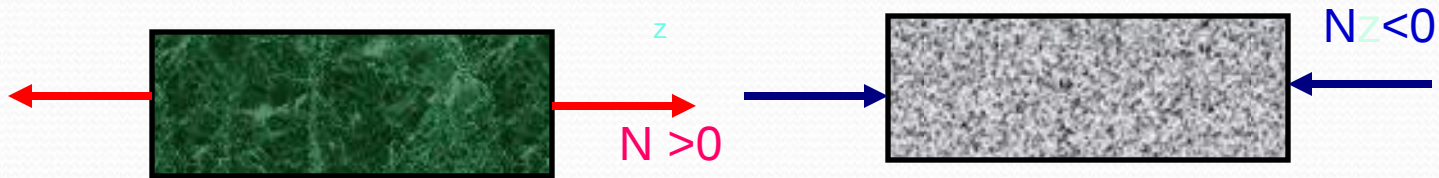
- 1. Định nghĩa và nội lực**
- 2. ứng suất**
- 3. Biến dạng**
- 4. Đặc trưng cơ học của vật liệu**
- 5. Điều kiện bền và ứng suất cho phép**
- 6. Bài toán siêu tĩnh**

7+4

2.1 Định nghĩa và nội lực

1. Định nghĩa:

Theo nội lực: trên mặt cắt ngang: N Lực dọc



+ Biểu đồ nội lực: Đồ thị $Nz=f(z)$

- **Cách vẽ: 4 bước:**

1. Xác định phần lợc (nếu cần)

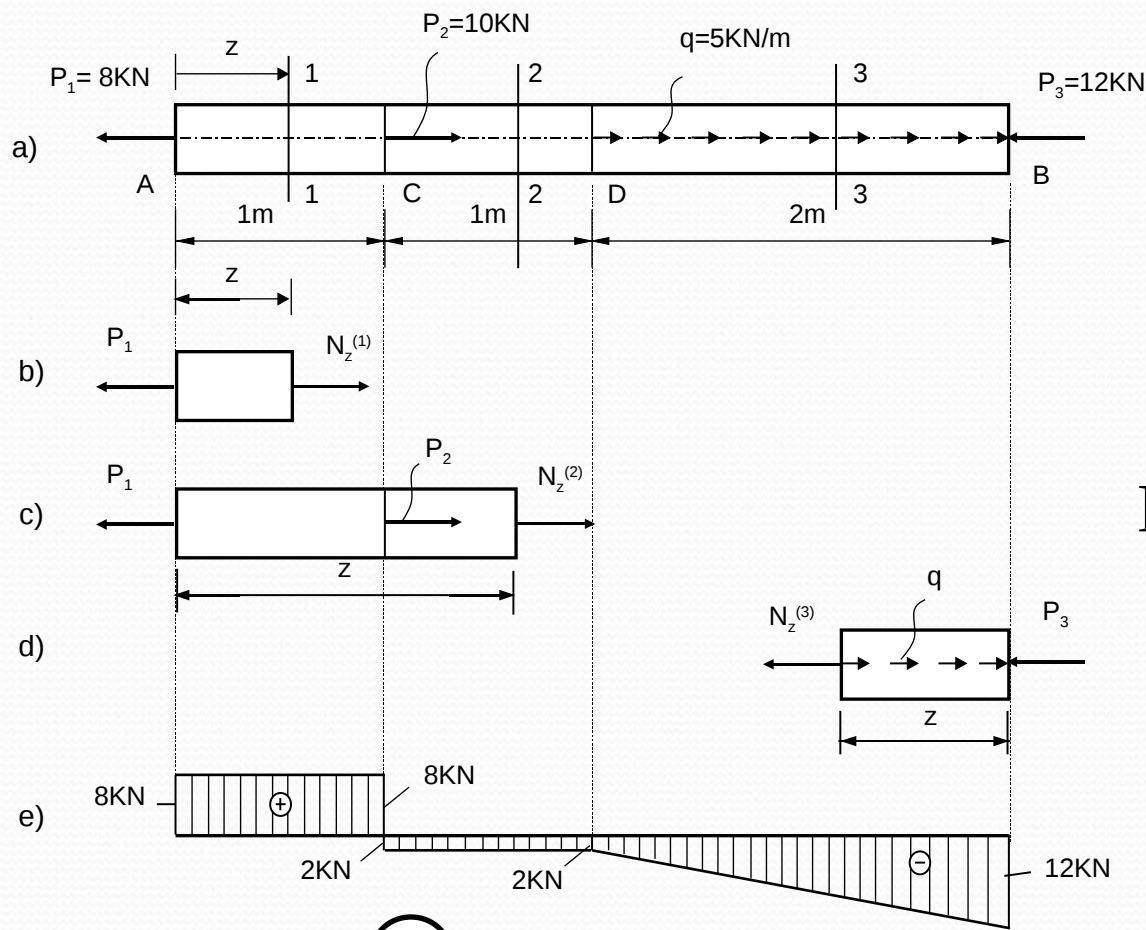
2. Chia đoạn: Cơ sở: Sự biến đổi của ngoại lợc

z

3. Xét từng đoạn: dùng PP mặt cắt $\rightarrow N = f(z)$

4. Vẽ đồ thị của các hàm số trên: Biểu đồ nội lợc

● Cách xác định nội lực: **PP mặt cắt**



$$N_z^{(1)} = P_1$$

$$N_z^{(2)} = P_1 - P_2$$

$$N_z^{(3)} = -P_3 + qz$$

N_z

Hình 2-2

● Quy ước vẽ biểu đồ nội lực:

1. Trục chuẩn // trục thanh (mặc định)
2. Trục nội lực vuông góc với trục chuẩn(mặc định)
3. Đề các trị số cần thiết
4. Đề tên biểu đồ trong dấu tròn sát với biểu đồ
5. Đề dấu của biểu đồ trong dấu tròn
6. Kẻ các đường vuông góc với trục chuẩn

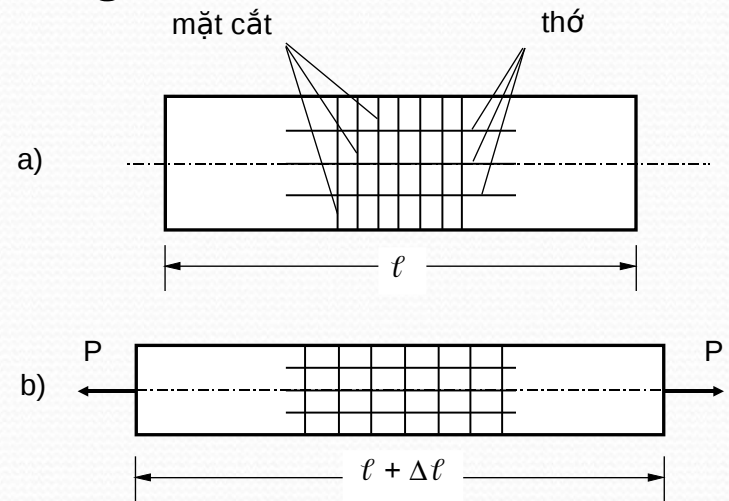
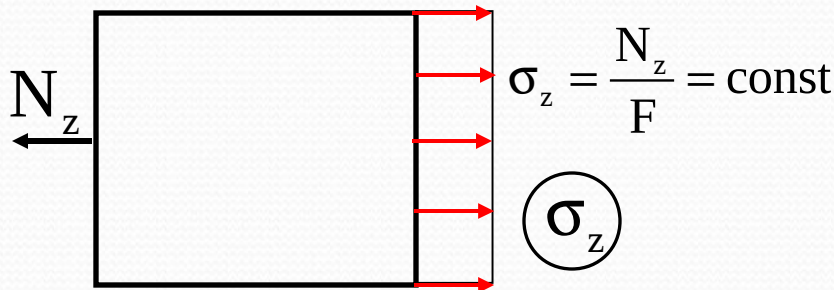
2.2 Ứng suất

1. Ứng suất trên mặt cắt ngang:

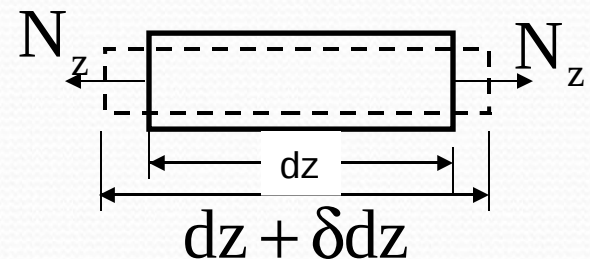
- 1) Quan sát thí nghiệm: Kẻ ĐT //z và vuông góc
- 2) Các giả thiết: GT mặt cắt phẳng, GT các thớ dọc
- 3) Tính ứng suất: $\tau = 0$ $\sigma_z \neq 0$

$$\epsilon_z = \delta dz / dz \quad \sigma_z = E \epsilon_z$$

$$N_z = \int_F \sigma_z dF = \sigma_z F \quad \sigma_z = \frac{N_z}{F}$$



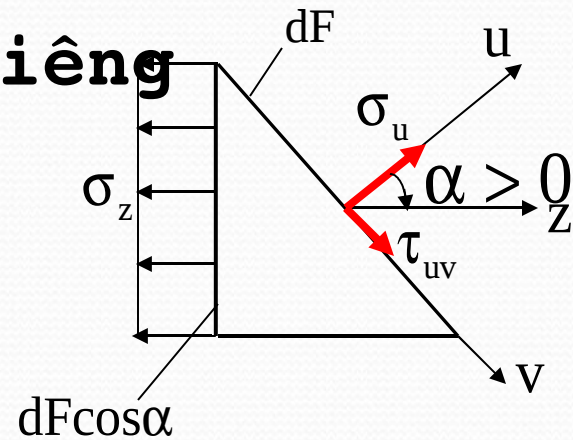
Hình 2-3



2. Ứng suất trên mặt nghiêng

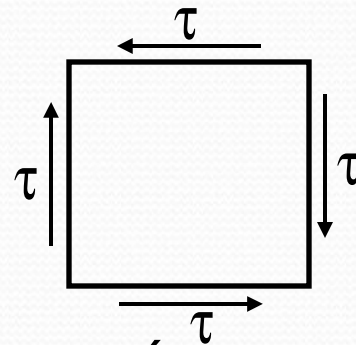
$$\Sigma u = 0 \quad \diamond \quad \sigma_u = \sigma_z \cos^2 \alpha \quad \tau_{uv} = \frac{\sigma_z}{2} \sin 2\alpha$$

$$\Sigma v = 0 \quad \diamond \quad \sigma_v = \sigma_z \sin^2 \alpha \quad \tau_{vu} = -\frac{\sigma_z}{2} \sin 2\alpha$$



+ Bất biến của TTUS

$$\sigma_u + \sigma_v = \sigma_z = \text{const}$$



+ Luật đối ứng của ứng suất tiếp

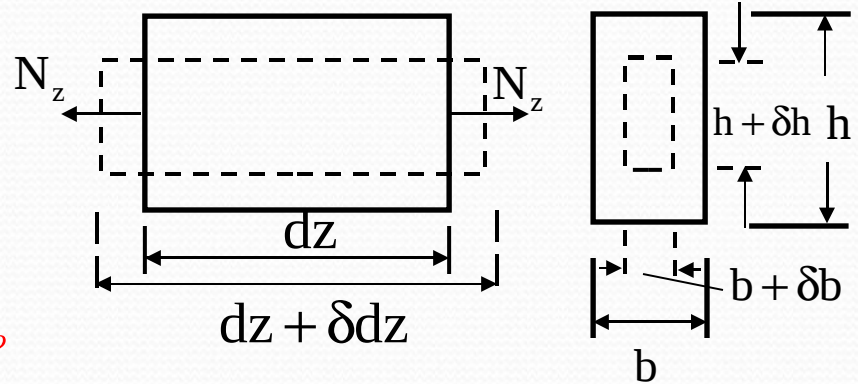
$$\tau_{uv} = -\tau_{vu}$$

2.3 Biến dạng

1. Biến dạng dọc

$$\Delta \ell = \int_0^{\ell} \epsilon_z dz = \int_0^{\ell} \frac{N_z}{EF} dz$$

$$N_z = \text{const}, EF = \text{const} \quad \Delta \ell = \frac{N_z \ell}{EF}$$



2. Biến dạng ngang và hệ số Poisson

Phương dọc: $z \quad \epsilon_z = \frac{\delta dz}{dz}$

Phương ngang: x, y

$$\epsilon_x = \frac{\delta b}{b} \quad \epsilon_y = \frac{\delta h}{h} \quad \epsilon_x = \epsilon_y = -\mu \epsilon_z$$

μ Hệ số BD ngang-Hệ số Poisson-HS nở hông

Ví dụ: Vẽ biểu đồ nội lực và tính biến dạng:

$$N_z^1 = +P = +q\ell/4 \quad 0 \leq z \leq \ell/2$$

$$N_z^2 = +P - qz = q\ell/4 - qz \quad \ell/2 \leq z \leq \ell$$

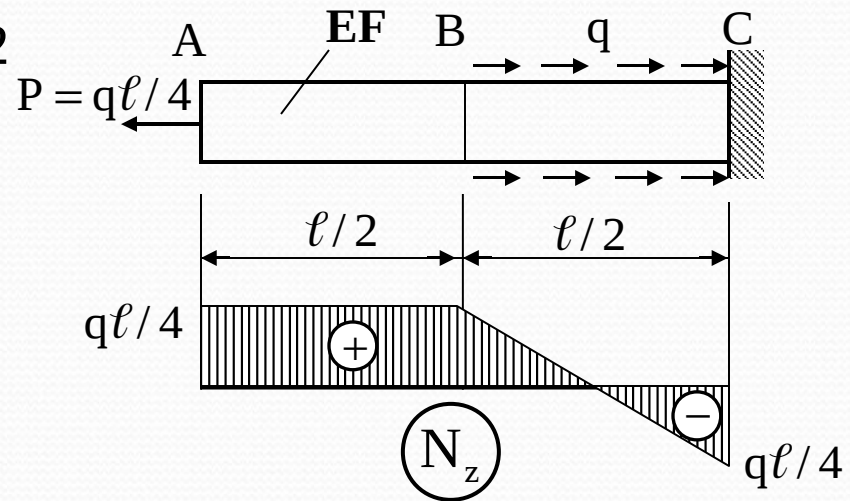
$$\Delta\ell = \Delta\ell_1 + \Delta\ell_2$$

$$\Delta\ell_1 = \frac{N_z^1 \ell_1}{EF} = + \frac{q\ell \cdot \ell}{4 \cdot 2 \cdot EF} = + \frac{q\ell^2}{8EF}$$

$$\Delta\ell_2 = \int_0^{\ell/2} \frac{N_z^2}{EF} dz = 0$$

$$\Delta\ell = \Delta\ell_1 + \Delta\ell_2 = + \frac{q\ell^2}{8EF} + 0 = + \frac{q\ell^2}{8EF} > 0$$

$\Delta\ell > 0$ Thanh bị dãn, $\Delta\ell < 0$ Thanh bị co



2.4 Đặc trưng cơ học của vật liệu

● Mẫu thí nghiệm

+Mẫu thép, gang

+GĐ ĐH:OA: $\sigma = E\varepsilon$

$$\sigma_{tl} = P_{tl} / F_0$$

+GĐ Chảy $\sigma_c = P_c / F_0$

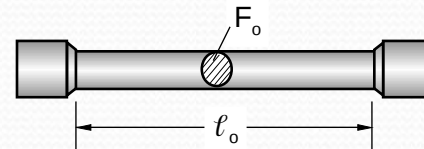
+GĐ củng cố: $\sigma_B = P_B / F_0$

Độ dẫn tỷ đối :

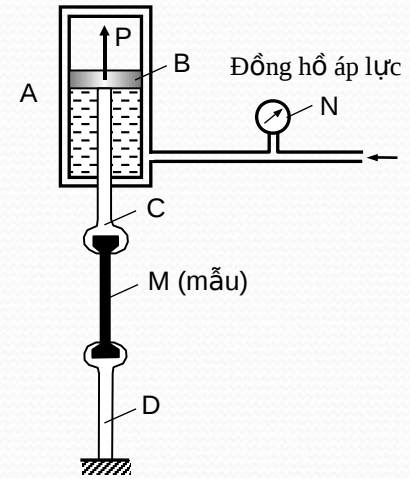
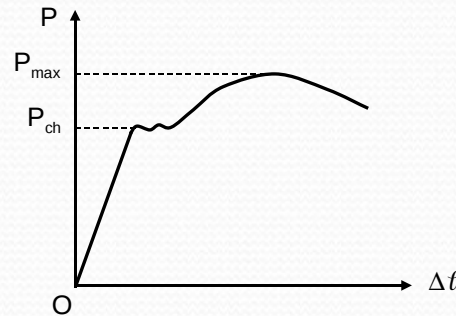
$$\delta = \frac{l_1 - l_0}{l_0} 100\%$$

Độ thắt tỷ đối:

$$\psi = \frac{F_0 - F_1}{F_0} 100\%$$



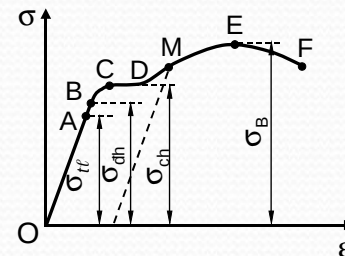
Hình 2-8



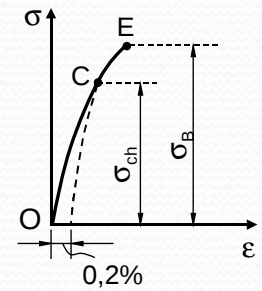
Hình 2-9



Hình 2-11



Hình 2-12



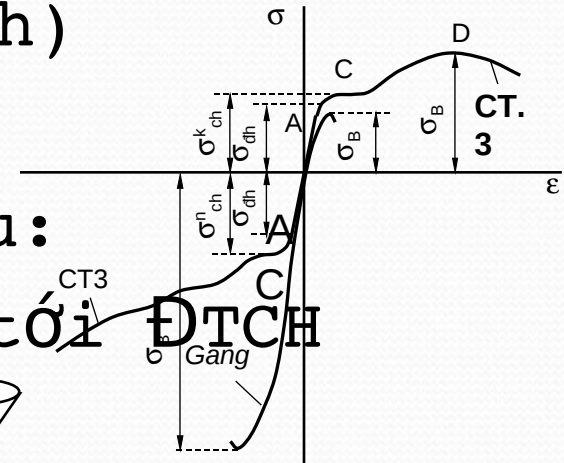
Hình 2-13

+ Bảng 2.1(T23), 2.2(T27): Các đặc trưng cơ học của vật liệu(GTrình)

+ Nén:

+Dạng phá hỏng của vật liệu:

+ Một số yếu tố ảnh hưởng tới ĐTCH



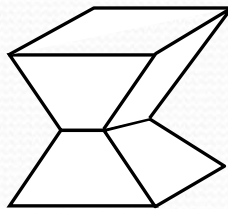
Hình 2-14



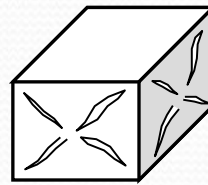
Hình 2-15



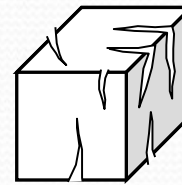
Hình 2-16



a)



b)



c)

Hình 2-17

2.5 Điều kiện bền và US cho phép

1. Điều kiện bền: PP tải trọng phá hoại, PP US cho phép, PP trạng thái giới hạn.

- $\max(\sigma_R) \quad [\sigma]_K \quad \max|\sigma_N| \quad [\sigma]_N$

- $[\sigma] = \frac{\sigma_0}{n}$

$\sigma_0 =$

σ_C VL dẻo

σ_B VL giòn

2. Ba bài toán cơ bản:

- BT kiểm tra bền
- BT chọn TTR cho
- BT chọn mặt cắt

$\frac{N}{F} F[\sigma]$

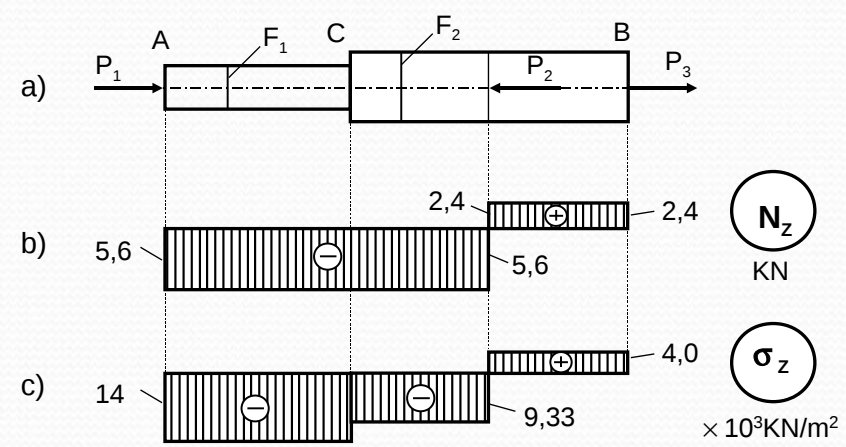
$N NF[\sigma]$

$F F \frac{N}{[\sigma]}$

- **ví dụ:** Cho thanh AB, mặt cắt thay đổi, chịu lực như hình 2-23. Biết

$F_1 = 4\text{cm}^2$ $F_2 = 6\text{cm}^2$, $P_1 = 5,6\text{ kN}$, $P_2 = 8,0\text{ kN}$. Vật liệu làm thanh có ứng suất cho phép kéo $[\sigma]_k = 5\text{ MN/m}^2$, ứng suất cho phép nén $[\sigma]_n = 15\text{ MN/m}^2$. Kiểm tra bền cho thanh?

- DB: $(\sigma_K)_{\max} = \frac{N_{AB}}{F_2} = \frac{4}{6} = 0,67 \text{ kN/m}^2 < [\sigma]_K = 5 \cdot 10^3 \text{ kN/m}^2$
- AC: $(\sigma_N)_{\max} = \frac{N_{AC}}{F_1} = \frac{5,6}{4} = 14 \cdot 10^3 \text{ kN/m}^2 < [\sigma]_N = 15 \cdot 10^3 \text{ kN/m}^2$



● Các ứng suất pháp đều nhỏ hơn ứng suất cho phép, thanh thỏa mãn

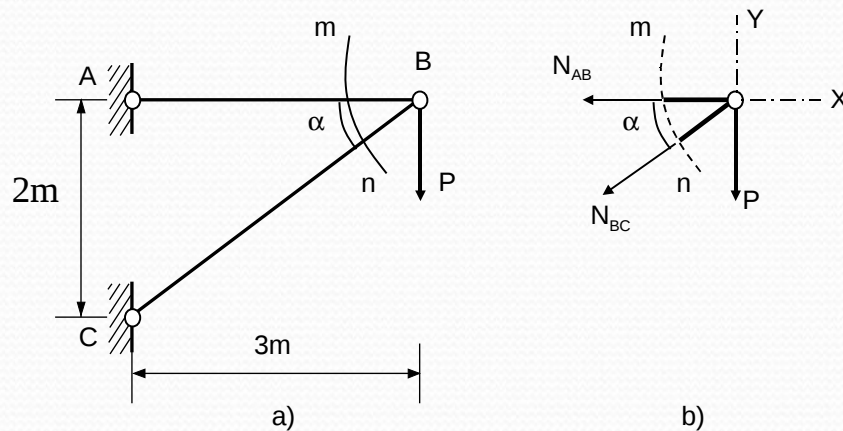
- Ví dụ** : Xác định kích thước mặt cắt ngang của thanh AB và BC của một giá treo trên tường (hình 2-21), biết rằng: Trên giá treo một vật nặng có trọng lượng $P = 10\text{KN}$. Thanh AB làm bằng thép mặt cắt tròn có ứng suất cho phép $[\sigma]_t = 60 \text{ MN/m}^2$. Thanh BC làm bằng gỗ có ứng suất cho phép khi nén dọc thớ $[\sigma]_g = 5 \text{ MN/m}^2$, mặt cắt ngang hình chữ nhật có tỷ số kích thước giữa chiều cao (h) và chiều rộng (b) là $h / b = 1,5$.

$$\sum X = 0 \quad N_{AB} + N_{BC} \cos \alpha = 0$$

$$\sum Y = 0 \quad P + N_{BC} \sin \alpha = 0$$

$$N_{AB} = P \cot \alpha = 15\text{kN}$$

$$N_{BC} = -P / \sin \alpha = -18\text{kN}$$



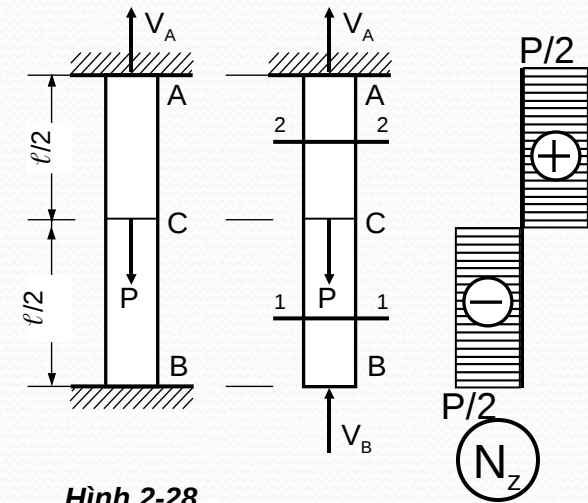
Hình 2-21

$$F_{AB} = \frac{N_{AB}}{[\sigma]_t} = \frac{15}{60 \cdot 10^3} = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \quad \blacklozenge \quad d = 1,8\text{cm}$$

$$F_{BC} = \frac{N_{BC}}{[\sigma]_g} = \frac{18}{5 \cdot 10^3} = 36 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = h \cdot b = 1,5b \cdot b \quad \blacklozenge \quad b = 5\text{cm} \quad h = 7,5\text{cm}$$

2.6 Bài toán siêu tĩnh

- **Bài toán tĩnh định:** Đủ liên kết
- **Bài toán siêu tĩnh:** Thừa liên kết.
Bậc ST = số liên kết thừa
- Cách giải:
 - + Bỏ liên kết thừa thay bằng PL liên kết (Thanh tương đương - Hệ cơ bản)
 - + Thêm PT bổ sung: Buộc ĐK BD của hệ thay thế = ĐK BD của hệ ST (PT Bổ sung - Hệ PT chính tắc)
 - + Giải PT CB + PT bổ sung → phản lực và nội lực



Hình 2-28

$$\sum y = 0 \quad P - V_A - V_B = 0$$

$$\Delta l = 0 \quad -\frac{V_B l}{EF} + \frac{Pl}{2EF} = 0 \quad \blacklozenge \quad V_B = V_A = \frac{P}{2}$$

Cần nhớ:

z

Nội lực: N xác định bằng phương pháp mặt cắt
 $\sigma_z = \frac{N_z}{F} = \text{const}$ Tại mọi điểm trên mặt cắt ngang

Ứng suất:
Biến dạng:

$$\Delta \ell = \int_0^{\ell} \epsilon dz = \int_0^{\ell} \epsilon_z dz = \int_0^{\ell} \frac{N_z}{EF} dz$$

Điều kiện bền $\sigma_z = \frac{N_z}{F}$ $[\sigma]$ $([\sigma]_K, [\sigma]_N)$

Bài tập: Bắt buộc:

- 2.2 2.4 2.7 2.9 2.11 2.14 2.18
2.21

Chương 3

Trạng thái ứng suất Và các thuyết bền

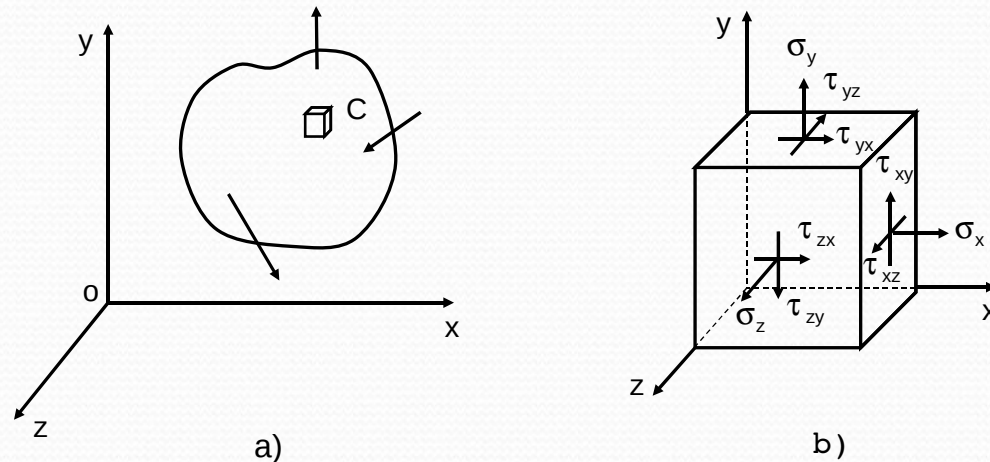
Nội dung

1. Khái niệm
2. Nghiên cứu trạng thái ứng suất phẳng
3. Liên hệ giữa ứng suất và biến dạng
4. Lý thuyết bền

4+1

3.1 Khái niệm

1. **TTUS tại một điểm:** Tập hợp tất cả các ứng suất theo mọi phương tại điểm đó – Tập hợp tất cả các thành phần US trên **các mặt của phân tử** bao quanh điểm đó.



Hình 3-1

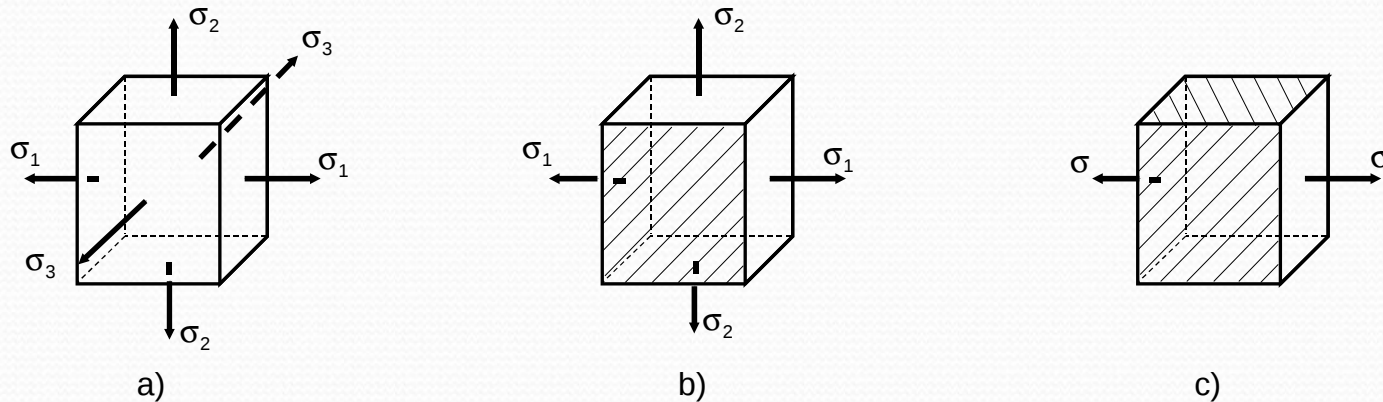
$$\sigma_x \quad \sigma_y \quad \sigma_z \quad \tau_{xy} \quad \tau_{yz} \quad \tau_{zx} \quad \tau_{yx} \quad \tau_{zy} \quad \tau_{xz}$$

- Luật đối ứng của ứng suất tiếp: $\tau_{xy} = \tau_{yx} \quad \tau_{zx} = \tau_{xz} \quad \tau_{zy} = \tau_{yz}$
- Còn 6 biến độc lập

2. Mặt chính, Phương chính, ứng suất chính, Phân loại TTUS:

- Mặt chính: Mặt có $\tau = 0$
- Phương chính: Pháp tuyến ngoài của mặt chính
- US chính: ứng suất pháp trên mặt chính
- Phân tử chính: Cả 3 mặt là mặt chính $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$
- Phân loại TTUS: Cơ sở để PL: Dựa vào USC

Phân loại: 3 loại: Khối (a), Phẳng (b), Đường (c)



Hình 3-3

3.2 nghiên cứu TTUS phẳng: 2PP

1. Bảng giải tích:

$$\diamond u = 0 \quad \diamond v = 0 \quad \diamond \sigma_u = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\alpha - \tau_{xy} \sin 2\alpha$$

$$\tau_{uv} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha + \tau_{xy} \cos 2\alpha$$

$$\sigma_v = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\alpha + \tau_{xy} \sin 2\alpha$$

$$\tau_{uv} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha - \tau_{xy} \cos 2\alpha$$

US trên mặt nghiêng

$$dt(ABCD) = dF$$

$$dt(ABFE) = dF \cos \alpha$$

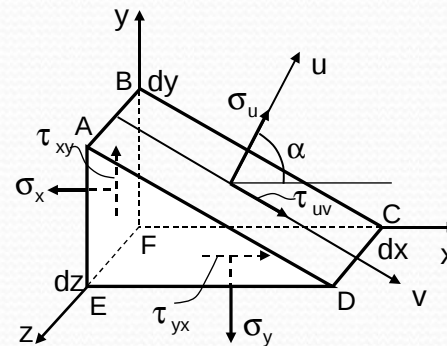
$$dt(EFCD) = dF \sin \alpha$$

Bất biến của TTUS

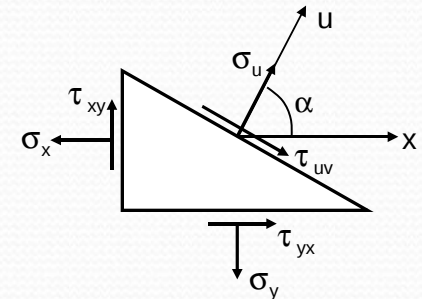
$$\sigma_u + \sigma_v = \sigma_x + \sigma_y = \text{const}$$

Luật đối ứng của US tiếp

$$\tau_{uv} = -\tau_{vu}$$



a)



b)

Hình 3-4

- USC và Phương chính
- Mặt chính: Mặt α_0 mặt chính

$$\tau_{uv}|_{\alpha=\alpha_0} = 0 \quad \diamond \quad \text{tg}2\alpha_0 = -\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} = \text{tg}\beta \quad \diamond \quad \alpha_0 = \frac{\beta}{2} + k90^\circ$$

$$\frac{d\sigma_u}{d\alpha} = -2\tau_{vu}|_{\alpha=\alpha_0} = 0 \quad \diamond \quad \sigma \quad \diamond \quad \text{max, min}$$

$$\sigma_{\text{max}} \quad \sigma_{\text{min}} = \sigma \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$\frac{d\tau_{uv}}{d\alpha} = 0 \quad \diamond \quad \tau \quad \diamond \quad \text{max, min} \quad \alpha^* = \alpha_0 + k45^\circ$$

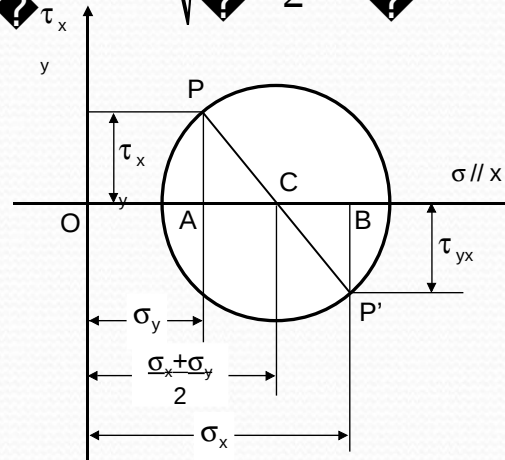
$$\text{tg}\alpha_{\text{max}} = -\frac{\tau_{xy}}{\sigma_{\text{max}} - \sigma_y} = -\frac{\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_{\text{min}}}$$

2. Bảng PP ĐỒ thị (vòng Mo)

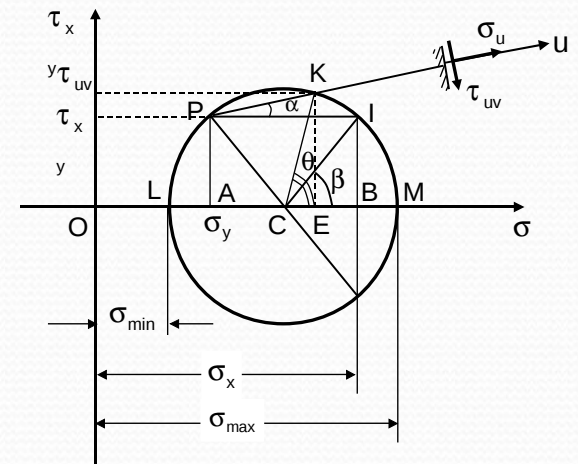
$$\sigma_u - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \tau_{uv} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = (\sigma_u - C)^2 + \tau_{uv}^2 = R^2$$

Vòng tròn $C \left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}, 0 \right), R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$

$$\operatorname{tg} \alpha_{\max} = -\frac{\tau_{xy}}{\sigma_{\max} - \sigma_y} = -\frac{\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_{\min}}$$



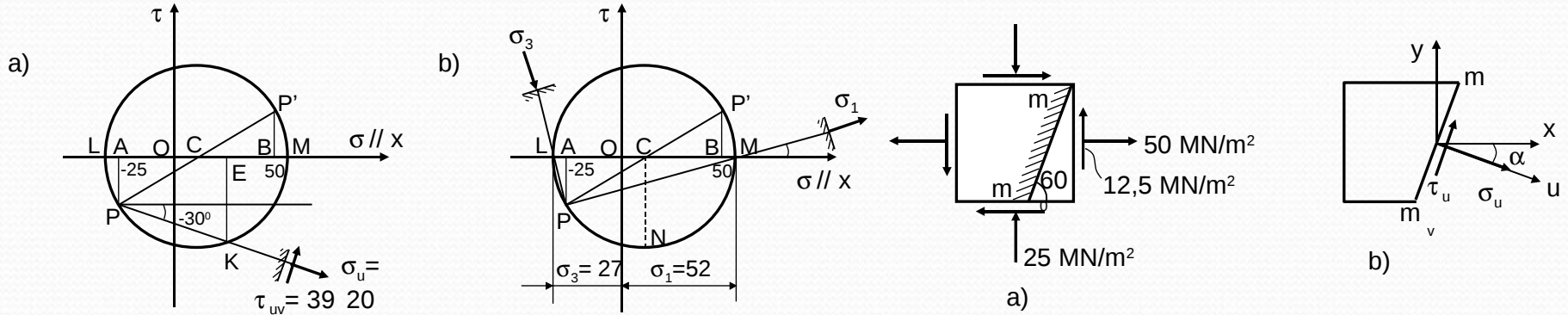
Hình 3-6



Hình 3-7

Xác định ứng suất trên mặt nghiêng, ứng suất chính

- Ví dụ** : Phân tử cho trên hình 3-5 nằm trong trạng thái ứng suất phẳng. Hãy xác định các ứng suất trên mặt nghiêng m-m và các ứng suất chính.



Hình 3-9

Hình 3-5

$$\sigma_x = +50 \quad \sigma_y = -25 \quad \tau_{xy} = -12,5 \quad \alpha = -30^0$$

$$\sigma_{\max} = 20,4 \text{ MN} / \text{m}^2 \quad \sigma_{\min} = -27,3 \text{ MN} / \text{m}^2 \quad \text{tg} \alpha_{\max} = 0,1617 \quad \alpha_{\max} = 9^0 11'$$

3.3 Liên hệ giữa US và BD

1. Định luật Hooke tổng quát:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} \sigma_x - \mu(\sigma_y + \sigma_z)$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} \sigma_y - \mu(\sigma_z + \sigma_x)$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} \sigma_z - \mu(\sigma_x + \sigma_y)$$

2. Định luật Hooke khi trượt:

$$\tau = G\gamma \quad G = \frac{E}{2(1+\mu)}$$

3.4 Lý thuyết bền

1. Khái niệm:

- + Khó khăn về LT và TN
- + TB là các giả thiết về độ bền của vật liệu

2. Các thuyết bền:

1) TB US pháp lớn nhất:

$$\sigma_{\max} [\sigma]_K = \frac{\sigma_{0K}}{n} \quad \sigma_{\min} [\sigma]_N = \frac{\sigma_{0N}}{n}$$

2) TB US tiếp lớn nhất:

$$\tau_{\max} [\tau] = \frac{\tau_0}{n} \quad \sigma_{tt} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} [\sigma]$$

3) TB Thế năng BĐHD:

$$\sigma_{tt} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} [\sigma]$$

4) TB Mo:

$$\sigma_{tt} = \sigma_1 - \frac{\sigma_{0K}}{\sigma_{0N0}} \sigma_3 [\sigma]_K$$

Bài tập: Bắt buộc:

3.5 a) b) 3.6 3.10

Chương 4

Đặc trưng hình học Của hình phẳng

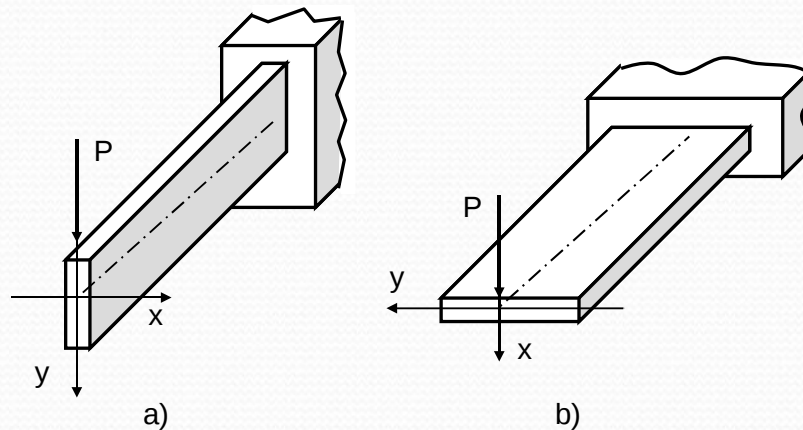
Nội dung:

1. Khái niệm
2. Mô men tĩnh và mô men quán tính
3. Công thức chuyển trục SS của MMQT
4. Các bước giải bài toán xác định mô men quán tính chính trung tâm của hình phẳng có ít nhất một trục đối xứng

3+1

4.1 Khái niệm

- Chương 2: $\sigma = \frac{N}{F}$
- Các chương sau: F và các đại lượng đặc trưng cho hình dạng mặt cắt ảnh hưởng đến khả năng chịu lực của kết cấu: **Các ĐTHH của mặt cắt**



Hình 5-1

4.2 mô men tĩnh và MMQT

1. Mô men tĩnh của F đối với trục x, trục y:

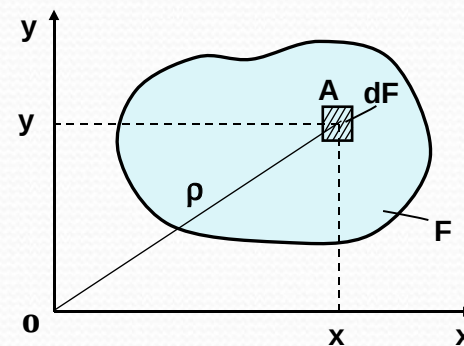
$$S_x = \int_F y dF \quad S_y = \int_F x dF \quad [S] = m^3$$

• Tính chất: $S > 0, < 0, = 0$ $S = \sum S_i$

• Trục x_0 là trục trung tâm khi: $S_{x_0} = 0$

• Trọng tâm $C(x_c, y_c)$ của mặt cắt:

$$x_c = \frac{S_y}{F} \quad y_c = \frac{S_x}{F}$$



Hình 5-2

2. MMQT của F đối với trục x, y:

$$J_x = \int_F y^2 dF \quad J_y = \int_F x^2 dF \quad J_x, J_y > 0, m^4$$

$$J = \sum_n J_i$$

•

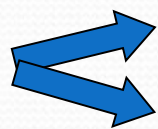
3. MMQT cực:

$$J_{\rho} = \int_F \rho^2 dF = J_x + J_y \quad J_{\rho} > 0 \quad m^4$$

4. MMQT ly tâm:

$$J_{xy} = \int_F xy dF = J_{xy} > 0, < 0, = 0 \quad m^4$$

- Hệ trục xy – hệ trục quán tính chính: $J_{xy} = 0$
một hình có vô số HTQTC.
- Hệ trục x_Cy – Hệ trục quán tính chính trung tâm: 2 điều kiện:



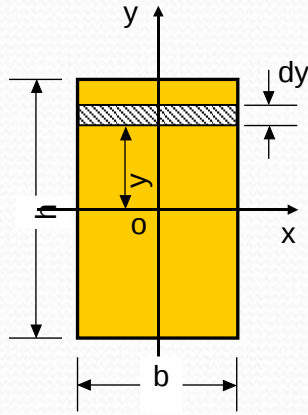
1) Là Hệ trục quán tính chính

2) Gốc tọa độ tại trọng tâm C.

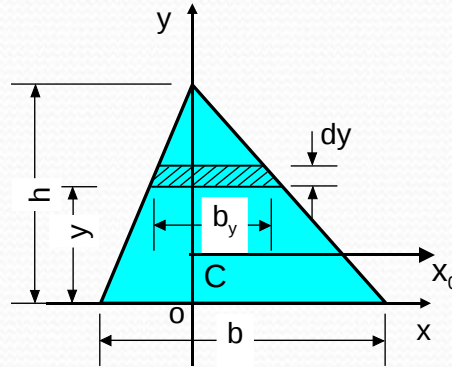
Một hình nói chung chỉ có một hệ trục QTCTT.

MMQT của F đối với HTQTCTT gọi là **MMQTCTT**

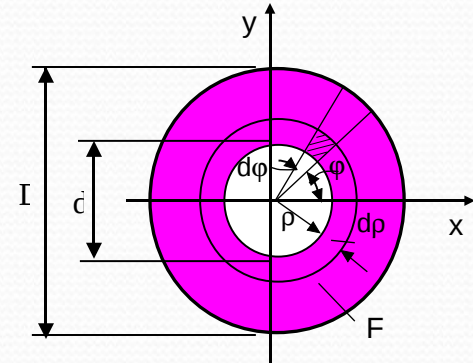
- **Ví dụ:** Tính MMQT của một số hình đơn giản:



Hình 5-6



Hình 5-7



Hình 5-8

$$J_x = \int_F y^2 dF = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} y^2 b dy = \frac{by^3}{2} \Big|_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} = \frac{bh^3}{12}$$

$$J_x = \frac{bh^3}{12}$$

$$J_{x_0} = \frac{bh^3}{36}$$

$$J_\rho = \frac{\pi D^4}{32} (1 - \eta^4) \quad \eta = \frac{d}{D}$$

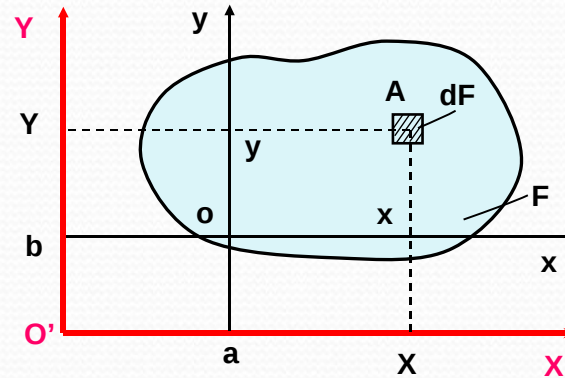
$$J_\rho = 2J_x = 2J_y = \eta \frac{\pi d^4}{32} \quad 0,1d^4$$

4.3 Công thức CTSS của MMQT

- Hệ xoy: Biết $J_x, J_y, J_{xy}, S_x, S_y$
x y xy

- Hệ XO'Y Tìm $J_x, J_y, J_{xy} = ?$

- $X = x + a$ $Y = y + b$



Hình 5-10

$$J_X = \int_F Y^2 dF = \int_F (y + b)^2 dF = \int_F y^2 dF + 2b \int_F y dF + b^2 \int_F dF$$

$$J_X = J_x + 2bS_x + b^2F \quad J_Y = J_y + 2aS_y + a^2F \quad J_{XY} = J_{xy} + aS_x + bS_y + abF$$

- Hệ xO'y: $J_x = J_x + b^2F$ $J_y = J_y + a^2F$ $J_{xy} = J_{xy} + abF$

4.4 Các bước giải BT xác định MMQTCTT của hình có ít nhất 1 trục (y) đx

1. Xác định $C(x_c, y_c)$:

- Chia $F \rightarrow n$ hình đơn giản \rightarrow Chọn hệ trục ban đầu \rightarrow Tọa độ $C_i(x_{ci}, y_{ci})$

- Tính y_c : $x_c = 0$, tính y_c :

$$y_c = \frac{\sum x}{F} = \frac{\sum y_{ci} F_i}{F} = \frac{y_{c1} F_1 + y_{c2} F_2 + \dots + y_{cn} F_n}{F_1 + F_2 + \dots + F_n}$$

2. Kẻ xCy và tính MMQTCTT

$$J_x = J_n \quad J_x^i = J_{xi} + a_i^2 F^i$$

● **Ví dụ:** Tính MMQTCTT của hình

● Chia $F = F_1 + F_2$

● Chọn hệ trục ban đầu $x_1 C_1 y_1$

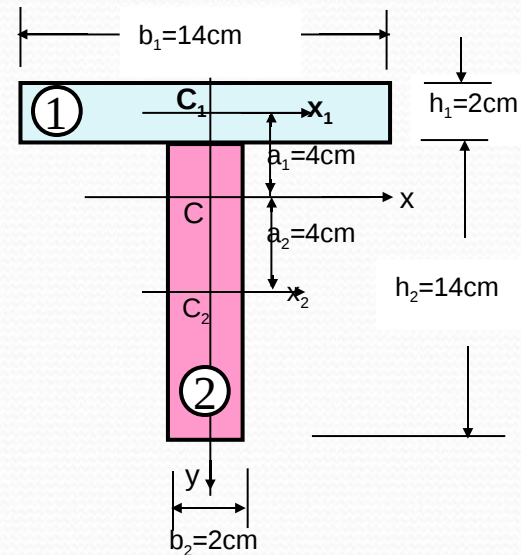
→ $C_1(0,0)$, $C_2(0,8)$

$$y_C = \frac{y_{C1}F_1 + y_{C2}F_2}{F_1 + F_2} = \frac{0 \cdot b_1 h_1 + 8 \cdot 2 \cdot 14}{2 \cdot 14 + 2 \cdot 14} = 4 \text{ cm}$$

→ Kẻ hệ trục $x C y \rightarrow a_1 = 4 \text{ cm}$, $a_2 = 4 \text{ cm}$.

$$J_x = J_x^1 + J_x^2 = \frac{b_1^3 h_1^3}{12} + a_1^2 b_1 h_1 \frac{b_1 h_1^3}{12} + \frac{b_2^3 h_2^3}{12} + a_2^2 b_2 h_2 \frac{b_2 h_2^3}{12} = 1362,66 \text{ cm}^4$$

$$J_y = J_y^1 + J_y^2 = \frac{h_1^3 b_1^3}{12} \frac{h_1^3 b_1^3}{12} + \frac{h_2^3 b_2^3}{12} \frac{h_2^3 b_2^3}{12} = 466,66 \text{ cm}^4$$



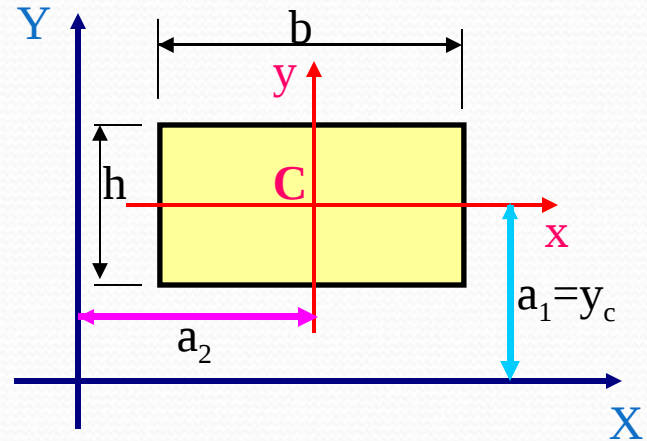
Hình 5-17

CÔNG THỨC ĐÁNG

NHỚ

$$J_x = \frac{bh^3}{12}$$

$$J_y = \frac{hb^3}{12}$$



$$J_X = J_x + a_1^2 F$$

$$J_Y = J_y + a_2^2 F$$

$$S_X = y_c F = a_1 F$$

Lượng chuyển trục

Bài tập: Bắt buộc:

5.1

5.7 a) b)

5.9 a) b)

Chương

5

Uốn phẳng

Nội dung:

1. Khái niệm
2. Mối liên hệ vi phân giữa M, Q, q
3. Uốn thuần túy phẳng
4. Uốn ngang phẳng
5. Chuyển vị của dầm chịu uốn

9+6+1KT+1TN

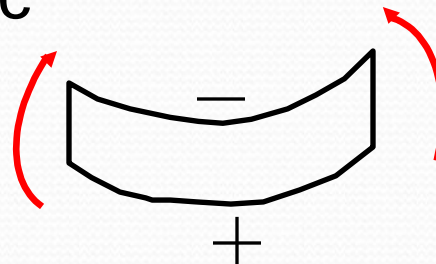
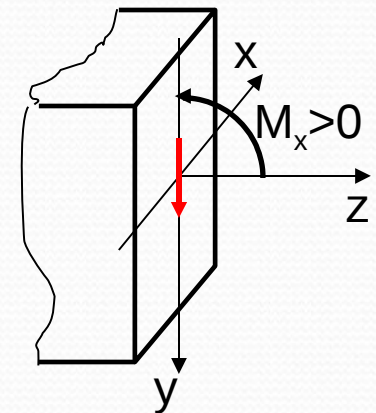
5.1 Khái niệm

1. Định nghĩa

- + Dầm: Thanh chủ yếu chịu uốn
- + Theo ngoại lực: Ngoại lực (P, q) trùng với trục y hoặc x

2. Nội lực trên mặt cắt ngang: M_x, Q_y hoặc M_y, Q_x

- + Nếu $Q_x = Q_y = 0 \rightarrow$ Uốn thuần túy
- + Nếu $Q_x, Q_y > < 0 \rightarrow$ Uốn ngang phẳng
- Cách xác định nội lực: PP mặt cắt
- Quy ước dấu của nội lực



- **Biểu đồ nội lực:**

+ BĐNL: Đồ thị $M_x, Q_y = f(z)$

+ Cách vẽ: 4 bước:

1. **Xác định phản lực (nếu cần)**
2. **Chia đoạn: Cơ sở: Sự biến đổi của ngoại lực**
x y
3. **Xét từng đoạn: dùng PP mặt cắt $\rightarrow M, Q = f(z)$,**
4. **Vẽ đồ thị của các hàm số trên hoặc vẽ bằng nhận xét: Biểu đồ nội lực**

Quy tắc lấy mô men đối với một điểm (A)

1. Lực tập trung (P):

A



$$m(P) = P \times \text{Tay đòn}(r)$$

2. Lực phân bố (q):

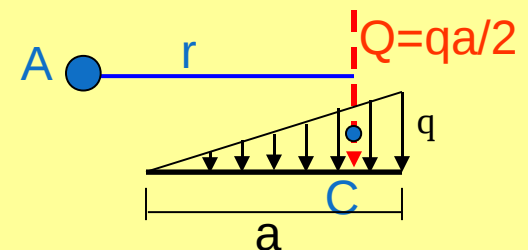
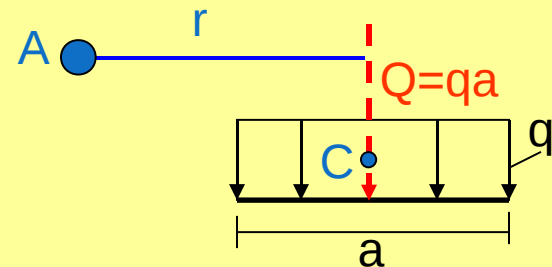
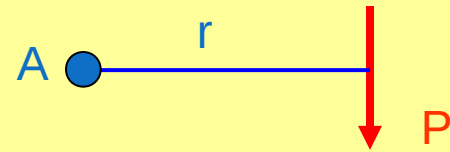
A



$$m(q) = \text{Hợp lực}(Q) \times \text{Tay đòn}(r)$$

• Hợp lực (Q) = diện tích của biểu đồ phân bố

• Điểm đặt: Tại trong tâm C của biểu đồ

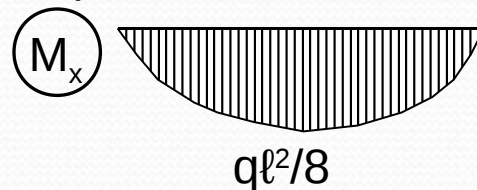
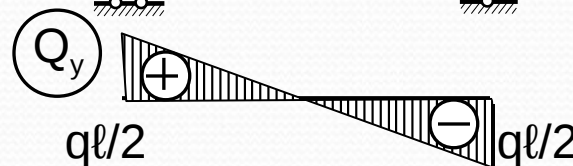
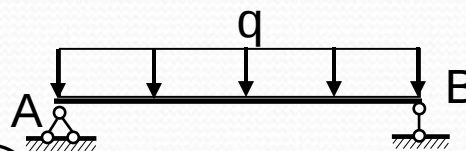
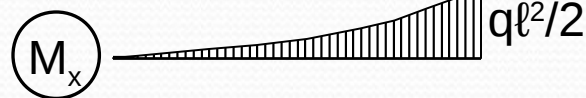
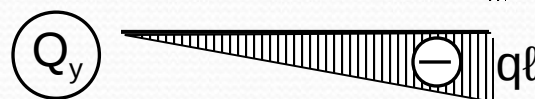
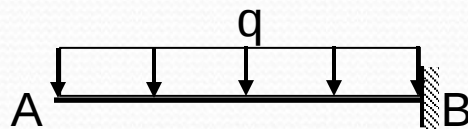
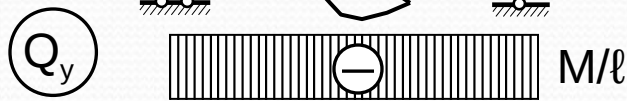
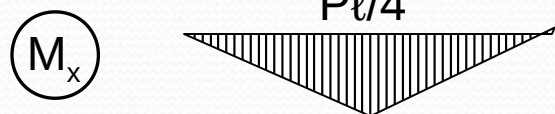
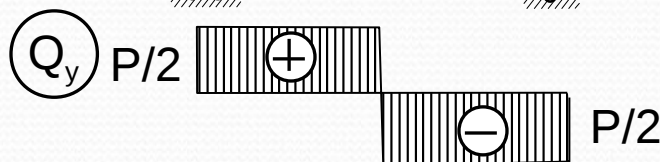
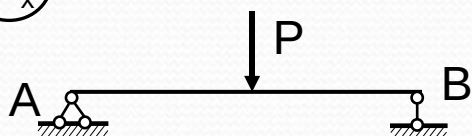
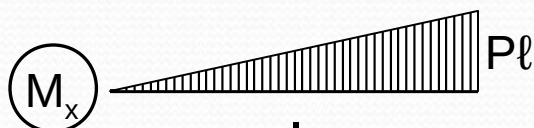
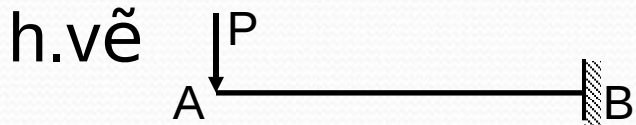


3. Mô men tập trung (M):

A



● **Ví dụ:** Vẽ biểu đồ nội lực của các dầm cho trên h.vẽ



Quy ước vẽ biểu đồ nội lực:

- 1. Trục chuẩn // trục thanh (mặc định)**
- 2. Trục nội lực vuông góc với trục chuẩn(mặc định)**
- 3. Đề các trị số cần thiết**
- 4. Đề tên biểu đồ trong dấu tròn sát với biểu đồ**
- 5. Đề dấu của biểu đồ trong dấu tròn**
- 6. Kẻ các đường vuông góc với trục chuẩn**

● Các nhận xét:

1. Trên đoạn: $q=0 \rightarrow$ $bđQ = \text{const}$ $bđM = \text{bậc nhất}$

$q = \text{const} \rightarrow bđQ = \text{bậc nhất}$ $bđM = \text{bậc 2}$, $q \searrow$ $Q \searrow$ $M \downarrow$

2. Tại điểm có lực tập trung P tác dụng:

➔ $bđQ$ có bước nhảy: Chiều, độ lớn

➔ $bđM$ có mũi gãy: Chiều MG theo chiều P

3. Tại điểm có mô men tập trung tác dụng:

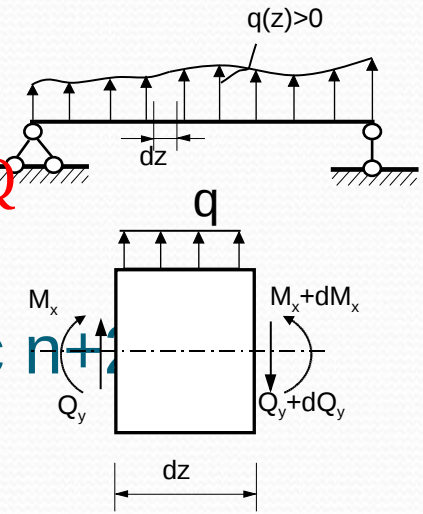
➔ $bđQ$ không có dấu hiệu gì

➔ $bđM$ có bước nhảy: Chiều, độ lớn

5.2 Mối liên hệ vi phân giữa M, Q, q

$$dQ_y = 0 \quad \diamond \quad Q_y + dQ_y - Q_y - qdz = 0 \quad \frac{dQ}{dz} = q$$

$$dM_x = 0 \quad \diamond \quad M_x + dM_x - M_x - Qdz - q \frac{dz^2}{2} = 0 \quad \diamond \quad \frac{dM}{dz} = Q$$



Hình 7-10

* **Nhận xét:** $q = \frac{d^2M}{dz^2} = q \rightarrow Q$ -bậc $n+1$, M -bậc $n+2$

- + Tại MC có $Q=0 \rightarrow M$ cực trị
- + Hệ số góc của đường Q bằng q
- + Hệ số góc của đường M bằng Q

* Ý nghĩa của mối LHVP:

1. kiểm tra biểu đồ: Dạng, các bước nhảy, cực trị...
2. Vẽ nhanh biểu đồ
3. Giải bài toán ngược: Biết 1 biểu đồ tìm các biểu đồ và TTR

● Các nhận xét:

1. Trên đoạn: q bậc $n \rightarrow$ bđ Q bậc $n+1$ bđ M bậc $n+2$

$q = \text{const} \rightarrow$ bđ $Q =$ bậc nhất bđ $M =$ bậc 2, $q \downarrow$ $Q \searrow$ $M \downarrow$

2. Tại điểm có lực tập trung P tác dụng:

→ bđ Q có bước nhảy: Chiều, độ lớn

→ bđ M có mũi gãy: Chiều MG theo chiều P

3. Tại điểm có mô men tập trung tác dụng:

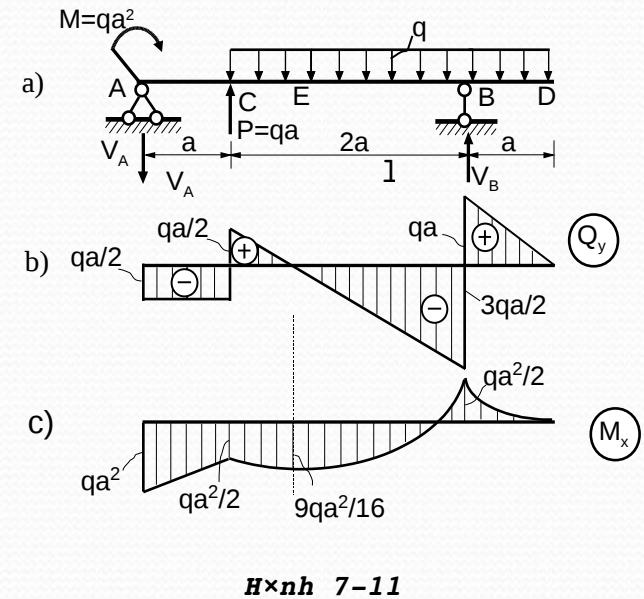
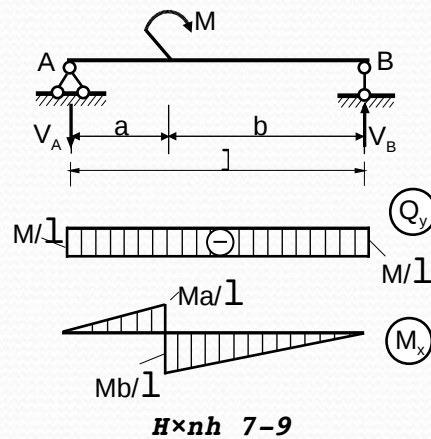
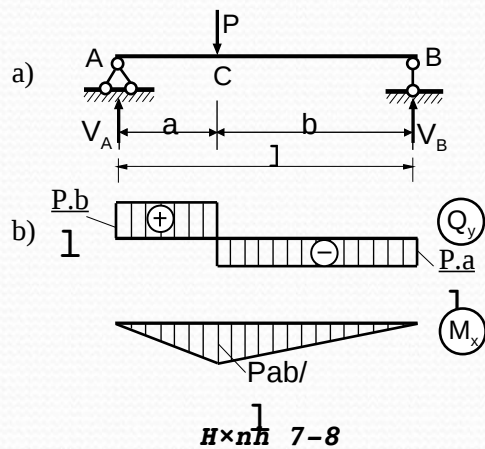
→ bđ Q không có dấu hiệu gì

→ bđ M có bước nhảy: Chiều, độ lớn

4. Tại mặt cắt có $Q=0 \rightarrow M$ cực trị: Tiếp tuyến với bđ M

tại mặt cắt đó nằm ngang 

● Ví dụ: Vẽ biểu đồ nội lực của dầm

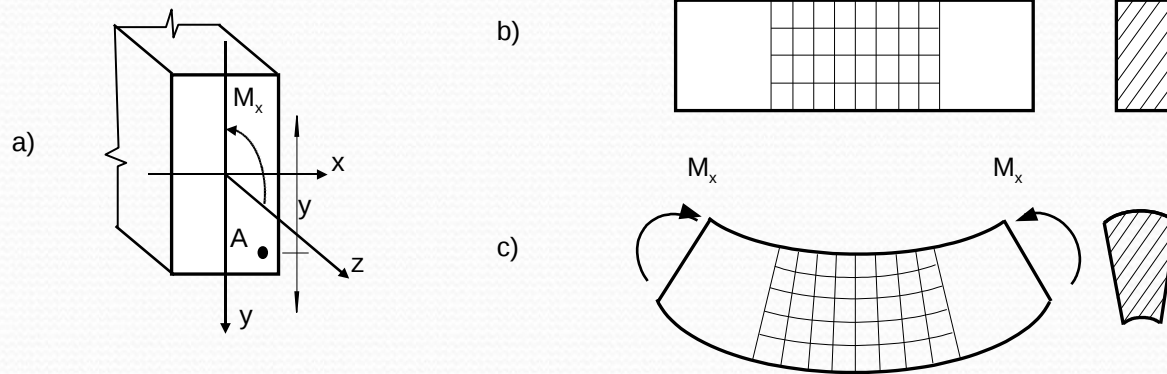


6.3 Uốn thuần túy

1. Định nghĩa: $M_x \neq 0, Q_y = 0$

2. Tính ứng suất trên mặt cắt ngang

+ Quan sát TN



Nhận xét:

Hình 7-12

1. Các đường thẳng $//z \rightarrow$ cong nhưng vẫn $//z$
 2. Các đường thẳng vuông góc với $z \rightarrow$ vẫn vuông góc với z
- Các góc vuông vẫn vuông

● + Các giả thiết: 2

1. GT về mặt cắt phẳng: Trước và sau biến dạng mặt cắt phẳng và vuông góc với trục thanh.

2. GT về các thớ dọc không đẩy và ép lẫn nhau

+ Nhận xét: Các thớ dọc có thớ bị co, có thớ bị giãn →

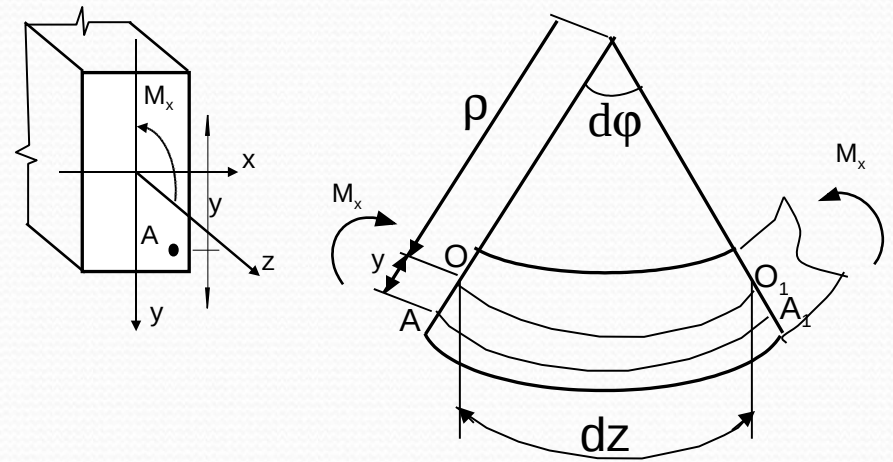
có thớ kg co cũng kg giãn: Thớ trung hòa
→ Lớp Trung = 0 hòa → Đường trung hòa.

GT1. →

$$0 \quad \sigma_2? \quad 0 = ?$$

GT2. →

- Tính σ_z
- $OO_1=dz, AA_1= dz + \Delta dz$



$$dz = \rho d\phi \quad dz + \Delta dz = (\rho + y) d\phi$$

$$\epsilon_z = \frac{\Delta dz}{dz} = \frac{y}{\rho}$$

$$\sigma_z = E \epsilon_z = \frac{E y}{\rho}$$

$$N_z = \int_F \sigma_z dF = \frac{\rho E}{\rho} \int_F y dF = 0 \quad S_x = \int_F y dF = 0$$

- Trục trung hòa là trục trung tâm. y là trục đ/x $\rightarrow xy$ -HTQTCTT

-

$$M_x = \int_F \sigma_z y dF = \frac{E}{\rho} \int_F y^2 dF = \frac{E}{\rho} J_x \quad \frac{1}{\rho} = \frac{M_x}{E J_x} \quad \sigma_z = \frac{M_x}{J_x} y$$

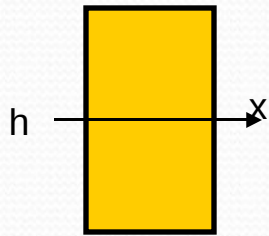
$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{J_x} y_{\text{xnk}} = \frac{M_x}{w_{\text{xk}}} \quad w_{\text{xk}} = \frac{J_x}{y_{\text{xnk}}}$$

$$\sigma_{\min} = \frac{M_x}{J_x} y_{\text{xnn}} = \frac{M_x}{w_{\text{xn}}} \quad w_{\text{xn}} = \frac{J_x}{y_{\text{xnn}}}$$

W_x - mô đun chống uốn của mặt cắt ngang

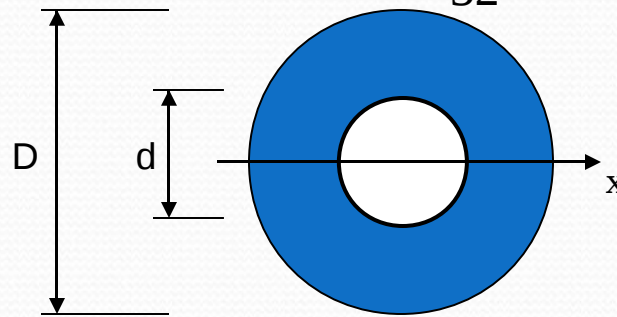
W_x - của một số hình đơn giản

$$w_x = \frac{\pi D^3}{32} (1 - \eta^4) \quad 0,1D^3 (1 - \eta^4)$$

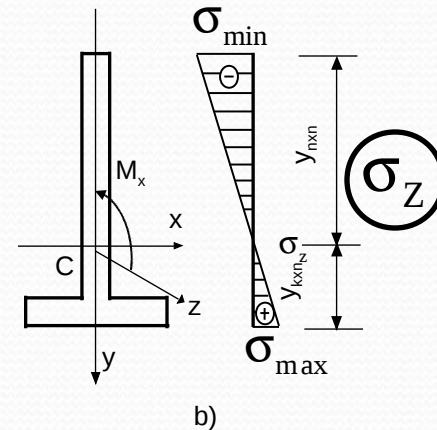
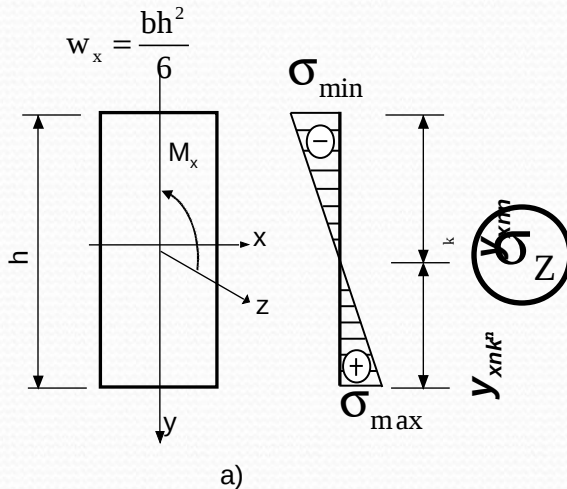


$$w_x = \frac{bh^2}{6}$$

b



$$\eta = \frac{d}{D}$$



3. Kiểm tra bền:

- Vật liệu dòn: $\sigma_{\max} [\sigma]_K \quad \sigma_{\min} [\sigma]_N$
- Vật liệu dẻo: $\max |\sigma_x| [\sigma]$

4. Hình dáng hợp lý của mặt cắt ngang:

- Định nghĩa: Cùng F mà khả năng chịu lực lớn nhất.

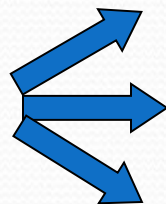
- Chọn hình dáng:  $\sigma_{\max} = [\sigma]_K \quad \sigma_{\min} = [\sigma]_N$

J_x càng lớn càng tốt \rightarrow Hình rỗng

Vật liệu dòn: $\frac{y_{xn}^K}{y_{xn}^N} = \frac{[\sigma]_K}{[\sigma]_N}$ Trục x không là trục đối xứng

Vật liệu dẻo: $\frac{y_{xn}^K}{y_{xn}^N} = \frac{[\sigma]_K}{[\sigma]_N} = 1$ Trục x là trục đối xứng

5. Ba bài toán cơ bản:



Kiểm tra bền

Chọn mặt cắt

Chọn tải trọng cho phép

6.4 Uốn ngang phẳng

1. Định nghĩa: $M_x \neq 0$ $Q_y = 0$

2. Ứng suất trên mặt cắt ngang:

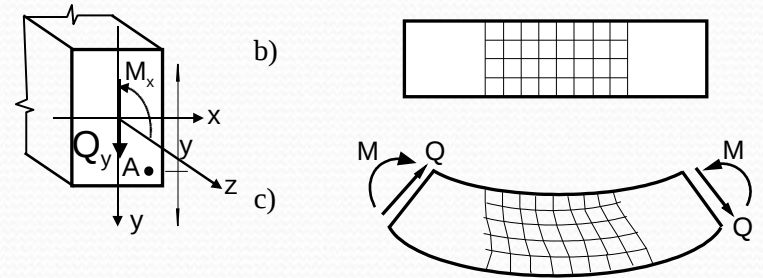
• US pháp:
$$\sigma_z = \frac{M_x}{J_x} y$$

• US tiếp: công thức Jurapski:

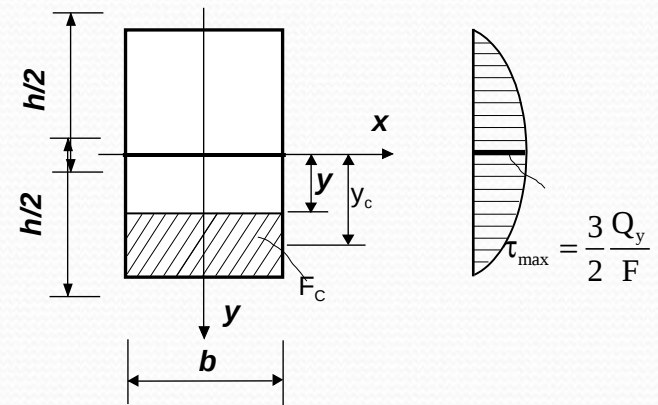
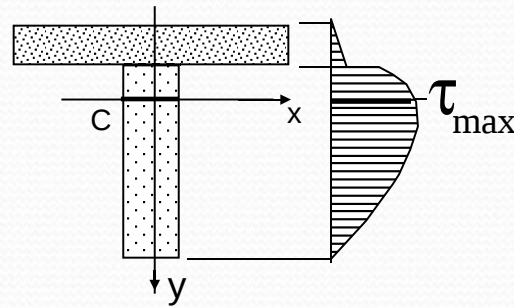
$$\tau_{zy} = \frac{Q_y}{J_x} \frac{|S_x^c|}{b^c}$$

$$S_x^c = y_c F^c$$

$$\tau_{zy} = \frac{Q_y}{2J_x} \frac{h^2}{4} - y^2 \tau_{\max} = \frac{3}{2} \frac{Q_y}{F}$$



Hình 7-15

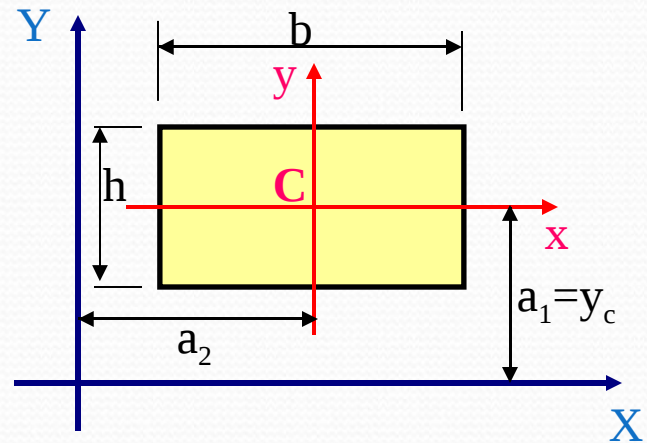


a)

CÔNG THỨC ĐÁNG NHỚ

$$J_x = \frac{bh^3}{12}$$

$$J_y = \frac{hb^3}{12}$$



$$J_X = J_x + a_1^2 F \quad J_Y = J_y + a_2^2 F$$

$$S_X = y_c F = a_1 F$$

3. Kiểm tra bền:

1. **Vật liệu dòn:** σ_{\max}^N $[\sigma]_K$ σ_{\min} $[\sigma]_N$

2. **Vật liệu dẻo:** $\max |\sigma_z|$ $[\sigma]$

- Theo thuyết bền:

- **TB US tiếp lớn nhất:** $\sigma_{tt} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$ $[]$

- **TB thế năng biến đổi hình dáng:** $\sigma_{tt} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$ $[]$

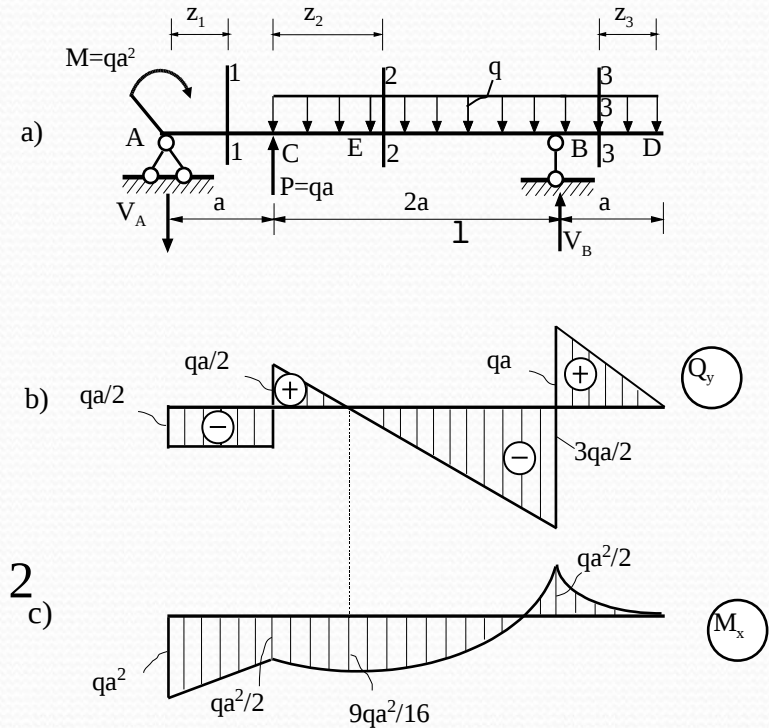
- Chú ý: Với phân tử trượt thuần túy:

- Theo TB US tiếp lớn nhất: $\tau_{\max} [\tau] = \frac{[\sigma]}{2}$

- Theo TB thế năng: $\tau_{\max} [\tau] = \frac{[\sigma]}{\sqrt{3}}$

- Ví dụ:

- Ví dụ: Vẽ biểu đồ nội lực:
- Xác định phản lực : $\Sigma m_B = 0 \Rightarrow V_A = +qa / 2$
 $\Sigma m_A = 0 \Rightarrow V_B = +5qa / 2$
- Kiểm tra: $\Sigma y = 0 \quad V_A, V_B$ Đúng
- Vẽ biểu đồ nội lực:
- AC 1-1 gốc tại A $0 \leq z \leq a$
 $Q_y = -V_A \quad M_x = M - V_A z = qa^2 - qaz / 2$
- CB 2-2 $a \leq z \leq 3a$
 $Q_y = -V_A + P - qz = qa / 2 - qz$
 $M_x = M - V_A (a + z) = qa^2 / 2 + qaz / 2 - qz^2 / 2$
- DB: 3-3 $3a \leq z \leq 4a$
 $Q_y = qz \quad M_x = -qz^2 / 2$
- Vẽ bằng nhận xét



5. Hình dáng hợp lý của mặt cắt ngang:

1. **Định nghĩa:** Cùng diện tích chịu được lực lớn nhất.

2. **Điều kiện:2**

$$\longrightarrow \sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{J_x} y_{\text{xn}}^k = [\sigma]_K \quad \sigma_{\min} = \frac{M_{\max}}{J_x} y_{\text{xn}}^N = [\sigma]_N$$

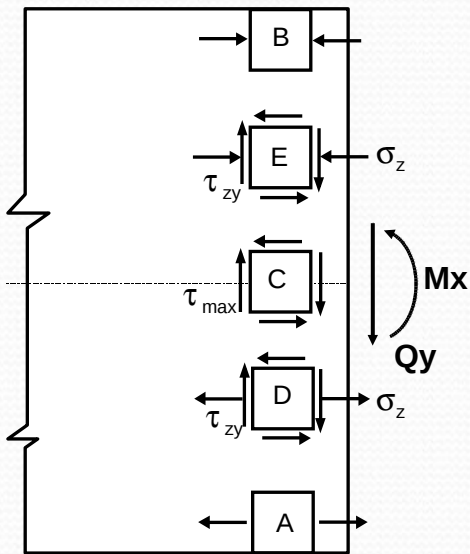
$$\frac{y_{\text{xn}}^K}{y_{\text{xn}}^N} = \frac{[\sigma]_K}{[\sigma]_N} \quad (*)$$

vật liệu dẻo: $(*)=1 \rightarrow$ mặt cắt đ/x; vật liệu giòn $(*) \rightarrow$ MC kg đ/x

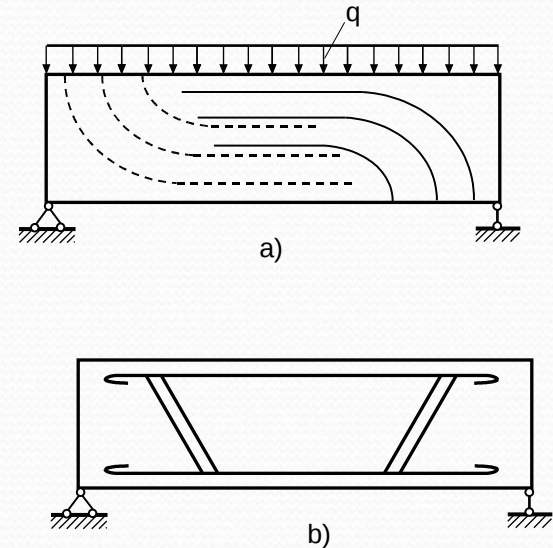
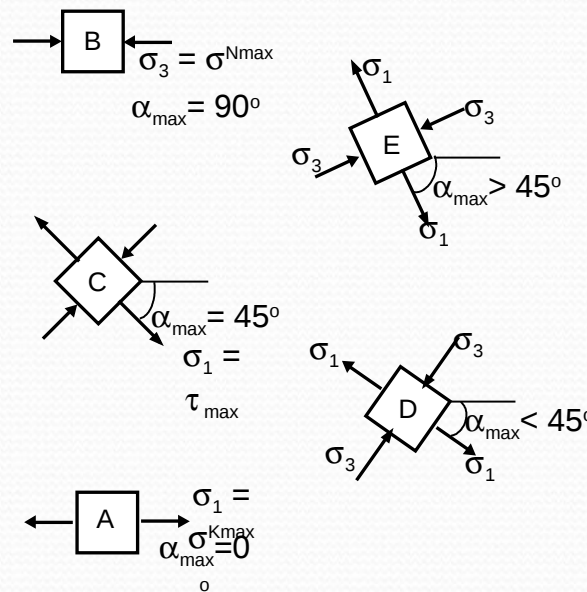
\longrightarrow W_x càng lớn càng tốt : mặt cắt rỗng, chữ I, T...

6. Quỹ đạo ứng suất chính:

Định nghĩa: Các đường cong mà tiếp tuyến tại mỗi điểm trùng với phương ứng suất chính tại điểm đó



Hình 7-20



Hình 7-21

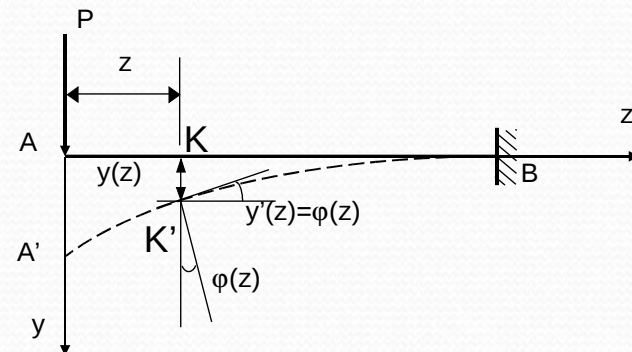
Vẽ:

Ý nghĩa của quỹ đạo ứng suất chính: Bố trí vật liệu

6.5. chuyển vị của dầm chịu U

1. Khái niệm:

- Các thành phần CV: 2
- **Độ võng y ; góc xoay $\varphi = y'$**
- Đường đàn hồi $y = y(z)$
- Mục đích: Tính độ cứng, Giải BTST



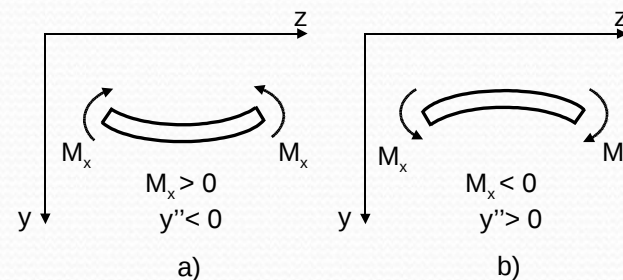
Hình 8-1

2. Phương trình vi phân đường ĐH:

$$\frac{1}{\rho} = \pm \frac{y''(z)}{[1 + (y'(z))^2]^{3/2}} \quad y''^2 \ll 1 \quad \frac{1}{\rho} = \pm y''(z)$$

$$\frac{1}{\rho} = J \quad y'' = \frac{M}{EJ}$$

$$y'' = -\frac{M}{EJ}$$



Hình 8-2

3. Thiết lập phương trình đường ĐH của dầm: 3 PP:

1) PP tích phân trực tiếp:

$$y'' = -\frac{M}{EJ}$$

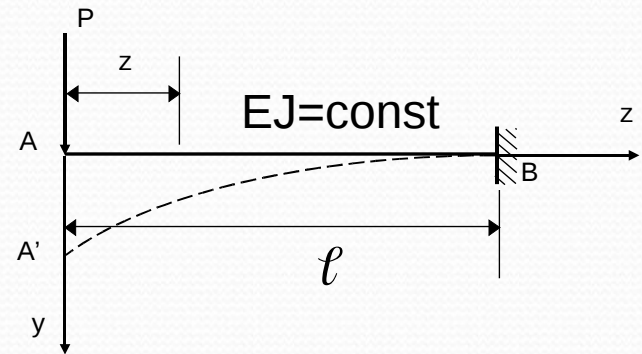
$$y' = \varphi = \frac{dy}{dz} = -\int \frac{M}{EJ} dz + C$$

$$y = \int \int \frac{M}{EJ} dz dz + Cz + D$$

Ví dụ: xác định y_A :

$$M = -Pz \quad y'' = \frac{Pz}{EJ} \quad \varphi = y' = \int \frac{Pz}{EJ} dz + C = \frac{Pz^2}{2EJ} + C$$

$$y = \int \varphi dz = \frac{Pz^3}{6EJ} + Cz + D$$



ĐKB: Tại B

$$z = \ell \quad y = 0, \quad \varphi = 0 \quad \diamond C = -\frac{P\ell^2}{2EJ}, \quad D = \frac{P\ell^3}{3EJ}$$

$$y' = \varphi = \frac{Pz^2}{2EJ} - \frac{P\ell^2}{2EJ} \quad y = \frac{Pz^3}{6EJ} - \frac{P\ell^2 z}{2EJ} + \frac{P\ell^3}{3EJ} \quad \varphi|_A = -\frac{P\ell^2}{2EJ} \quad y|_A = +\frac{P\ell^3}{3EJ}$$

2) PP ĐỒ toán:

$$\frac{d^2 M}{dz^2} = \frac{dQ}{dz} = q$$

$$\frac{d^2 y}{dz^2} = \frac{d\phi}{dz} = -\frac{M}{EJ}$$

Đặt:

$$q_g = \frac{M}{EJ}$$

$$\frac{d^2 M_g}{dz^2} = \frac{dQ_g}{dz} = q_g$$

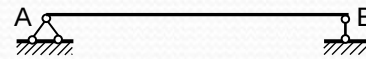
$$y \quad \blacklozenge \quad M_g \quad \phi \quad \blacklozenge \quad Q_g$$

Dầm thật

Dầm giả

Yêu cầu: Dầm, điều kiện biên của dầm thật phải tương đương với dầm và điều kiện biên của dầm giả.

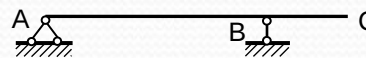
Diện tích và trọng tâm của một số hình (Xem Giáo trình)



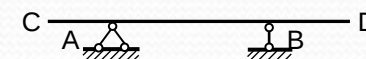
$$\begin{array}{cc} y=0 & y=0 \\ \neq 0 & \neq 0 \end{array}$$



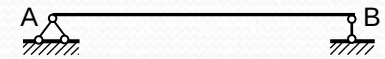
$$\begin{array}{cc} y=0 & y \neq 0 \\ =0 & \neq 0 \end{array}$$



$$\begin{array}{ccc} y=0 & y=0 & y \neq 0 \\ \neq 0 & \neq 0 & \neq 0 \end{array}$$



$$\begin{array}{cccc} y \neq 0 & y=0 & y=0 & y \neq 0 \\ \neq 0 & \theta \neq 0 & \neq 0 & \neq 0 \end{array}$$



$$\begin{array}{cc} M_{gt}=0 & M_{gt}=0 \\ Q_{gr} \neq 0 & Q_{gr} \neq 0 \end{array}$$



$$\begin{array}{cc} M_{gt}=0 & M_{gt} \neq 0 \\ Q_{gr}=0 & Q_{gr} \neq 0 \end{array}$$

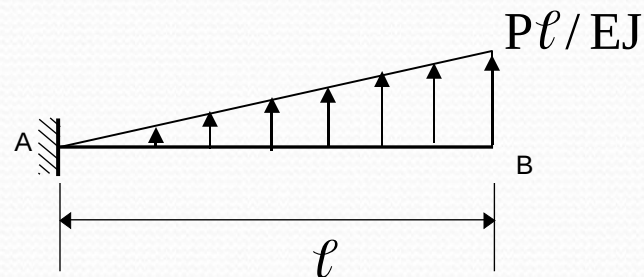
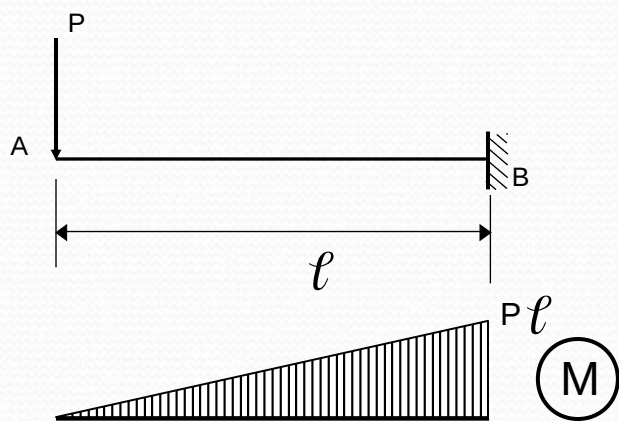


$$\begin{array}{ccc} M_{gt}=0 & M_{gt}=0 & M_{gt} \neq 0 \\ Q_{gr} \neq 0 & Q_{gr} \neq 0 & Q_{gr} \neq 0 \end{array}$$



$$\begin{array}{cccc} M_{gt} \neq 0 & M_{gt}=0 & M_{gt}=0 & M_{gt} \neq 0 \\ Q_{gr} \neq 0 & Q_{gr} \neq 0 & Q_{gr} \neq 0 & Q_{gr} \neq 0 \end{array}$$

- Ví dụ: Tính y_A , dầm có $EJ = \text{const}$.



$$y_A = M_g^A = \frac{1}{2} \frac{Pl}{EJ} l \frac{2}{3} l = \frac{Pl^3}{3EJ} > \mathbf{3}$$

3) Phương pháp thông số ban đầu:

$$y_{i+1}(z) = y_i(z) + \Delta y(z)$$

Khai triển $\Delta y(z)$ theo chuỗi Taylor tại $z=a$

Thay vào được:

$$y_{i+1}(z) = y_i(z) + \Delta y_a + \Delta \varphi_a (z-a) - \frac{\Delta M_a}{EJ} \cdot \frac{(z-a)^2}{2!} - \frac{\Delta Q_a}{EJ} \cdot \frac{(z-a)^3}{3!} - \frac{\Delta q_a}{EJ} \cdot \frac{(z-a)^4}{4!} - \frac{\Delta q'_a}{EJ} \cdot \frac{(z-a)^5}{5!} + \dots$$

Trong đó các

$$\Delta M_a, \Delta Q_a, \Delta q_a, \Delta q'_a$$

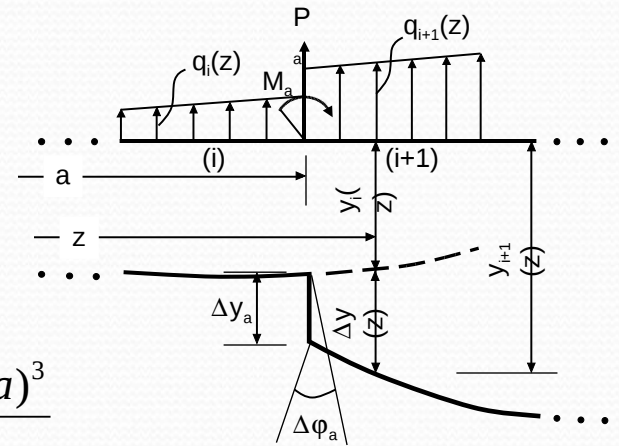
Là các bước nhảy của mô men, lực cắt, lực phân bố và số gia của đạo hàm lực phân bố tại $z=a$.

Các hệ số

$$\Delta y_a, \Delta \varphi_a, \Delta M_a, \Delta Q_a, \Delta q_a, \Delta q'_a$$

Là các thông số đầu mỗi đoạn, do đó phương pháp này còn được gọi là phương pháp thông số ban đầu. Có được y ta xác định được

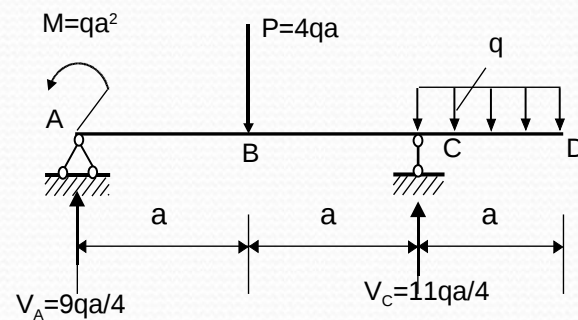
$$y' = \varphi, \quad M = -EJy'', \quad Q = -EJy'''$$



Hình 8-5

- **Ví dụ:**Viết phương trình y, φ và tính y_B, φ_A

Bảng thông số ban đầu:



Hình 8-8

Các thông số	Đoạn AB $a^*=0$	Đoạn BC $a^*=a$	Đoạn CD $a^*=2a$
Δy	0	0	0
$\Delta \varphi$	$\varphi_0 = ?$	0	0
ΔM	$M = -qa^2$	0	0
ΔQ	$P_0 = +9qa/4$	$-4qa$	$11qa/4$
Δq	0	0	$-q$
$\Delta q'$	0	0	0

- Viết phương trình độ võng:

$$y_1 = \varphi_0 z + \frac{qa^2}{EJ} \frac{z^2}{2!} - \frac{9qa}{4EJ} \frac{z^3}{3!} \quad 0 \quad z \quad a$$

$$y_2 = \varphi_0 z + \frac{qa^2}{EJ} \frac{z^2}{2!} - \frac{9qa}{4EJ} \frac{z^3}{3!} + \frac{4qa}{EJ} \frac{(z-a)^3}{3!} \quad a \quad z \quad 2a$$

$$y_3 = \varphi_0 z + \frac{qa^2}{EJ} \frac{z^2}{2!} - \frac{9qa}{4EJ} \frac{z^3}{3!} + \frac{4qa}{EJ} \frac{(z-a)^3}{3!} - \frac{11qa}{4EJ} \frac{(z-2a)^3}{3!} + \frac{q}{EJ} \frac{(z-2a)^4}{4!} \quad 2a \quad z \quad 3a$$

- Xác định φ_0

Tại $z=2a$: $y_3|_{z=2a} = 0 \quad \varphi_0 = + \frac{qa^3}{6EJ}$

- Phương trình độ võng:

$$y_1 = \frac{qa^3}{6EJ} z + \frac{qa^2}{EJ} \frac{z^2}{2!} - \frac{9qa}{4EJ} \frac{z^3}{3!} \quad 0 \quad z \quad a$$

$$y_2 = \frac{qa^3}{6EJ} z + \frac{qa^2}{EJ} \frac{z^2}{2!} - \frac{9qa}{4EJ} \frac{z^3}{3!} + \frac{4qa}{EJ} \frac{(z-a)^3}{3!} \quad a \quad z \quad 2a$$

$$y_3 = \frac{qa^3}{6EJ} z + \frac{qa^2}{EJ} \frac{z^2}{2!} - \frac{9qa}{4EJ} \frac{z^3}{3!} + \frac{4qa}{EJ} \frac{(z-a)^3}{3!} - \frac{11qa}{4EJ} \frac{(z-2a)^3}{3!} + \frac{q}{EJ} \frac{(z-2a)^4}{4!} \quad 2a \quad z \quad 3a$$

- Phương trình góc xoay: $\varphi = y'$

$$\varphi_1 = \frac{qa^3}{6EJ} + \frac{qa^2}{EJ} \frac{z}{1!} - \frac{9qa}{4EJ} \frac{z^2}{2!} \quad 0 \leq z \leq a$$

$$\varphi_2 = \frac{qa^3}{6EJ} + \frac{qa^2}{EJ} \frac{z}{1!} - \frac{9qa}{4EJ} \frac{z^2}{2!} + \frac{4qa}{EJ} \frac{(z-a)^2}{2!} \quad a \leq z \leq 2a$$

$$\varphi_3 = \frac{qa^3}{6EJ} + \frac{qa^2}{EJ} \frac{z}{1!} - \frac{9qa}{4EJ} \frac{z^2}{2!} + \frac{4qa}{EJ} \frac{(z-a)^2}{2!} - \frac{11qa}{4EJ} \frac{(z-2a)^2}{2!} + \frac{q}{EJ} \frac{(z-2a)^3}{3!} \quad 2a \leq z \leq 3a$$

- Xác định độ võng tại B và góc xoay tại A:

$$y_B = y_1|_{z=a} = +J \frac{7qa^4}{24EJ}$$

$$\varphi_A = \varphi_1|_{z=0} = + \frac{qa^3}{24EJ}$$



4. Bài toán tính toán độ cứng:

$$y_{\max} = [f] = \frac{y_{\max}}{\ell}$$

5. Bài toán siêu tĩnh:

- * **Dầm tĩnh định:** Đủ liên kết : Giải: Chỉ cần dùng các phương trình cân bằng tĩnh học.
- * **Dầm ST:** “thừa” liên kết. Bậc ST của dầm=số liên kết thừa tính chuyển đổi thành liên kết đơn.
- * **Cách giải:** PT cân bằng+PT bổ sung.
 - 1) Bỏ LK thừa thay bằng phản lực liên kết: dầm tương đương.
 - 2) Buộc điều kiện biến dạng dầm TĐ=biến dạng của dầm ST → Đưa thêm phương trình bổ sung.
 - 3) Giải các phương trình cân bằng và các phương trình bổ sung → phản lực và nội lực của dầm tương đương=phản lực và nội lực của dầm Siêu tĩnh.

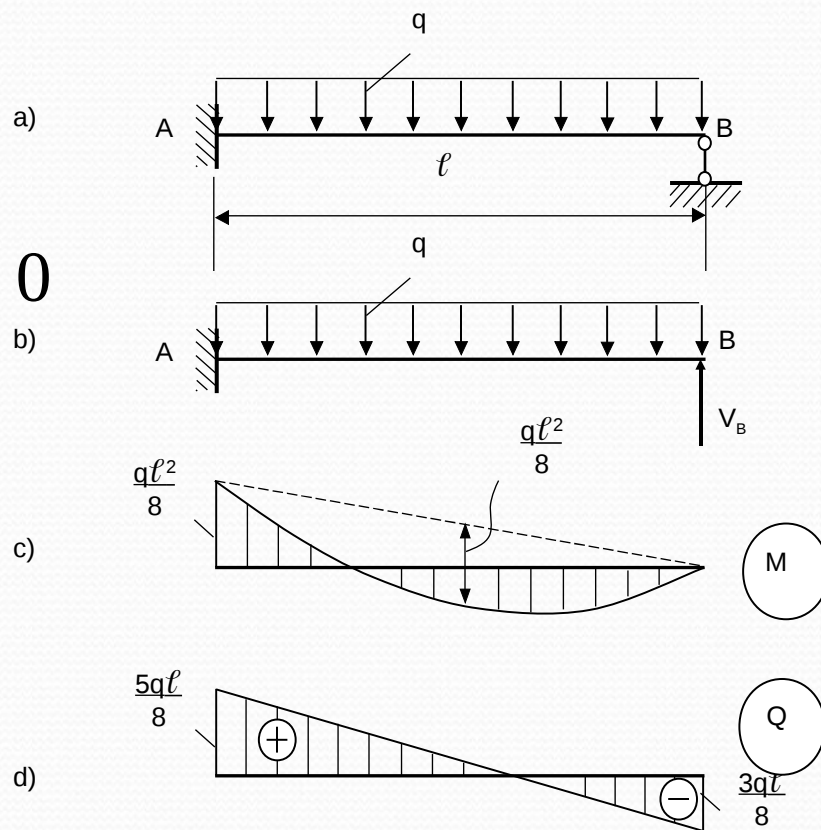
- **Ví dụ:** Vẽ biểu đồ nội lực của dầm cho trên hình vẽ. $EJ = \text{const}$.
Dầm 1 bậc ST.

$$y_B(q, V_B) = 0$$

$$y_B(q, V_B) = y_B(q) + y_B(V_B) = 0$$

$$y_B = + \frac{ql^4}{8EJ} - \frac{V_B l^3}{3EJ} = 0$$

$$V_B = + \frac{3ql}{8}$$



Hình 8-13

Bài tập: Bắt buộc:

7.1 b) e) 7.8 7.11 7.12 7.15 7.18 a)
7.20 7.22 7.23

Chương 6

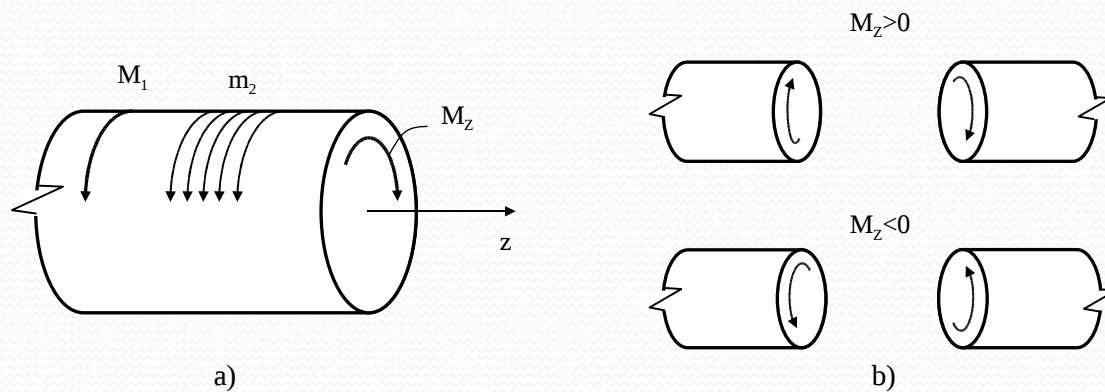
Xoắn thanh tròn

Nội dung:

1. Khái niệm
2. Ứng suất trên mặt cắt ngang
3. Biến dạng
4. Điều kiện bền và điều kiện cứng
5. Tính lò xo hình trụ bước ngắn

6.1 Định nghĩa:

- Thanh tròn chịu xoắn thuần túy: Trên mặt cắt ngang M_z .



Hình 6-1

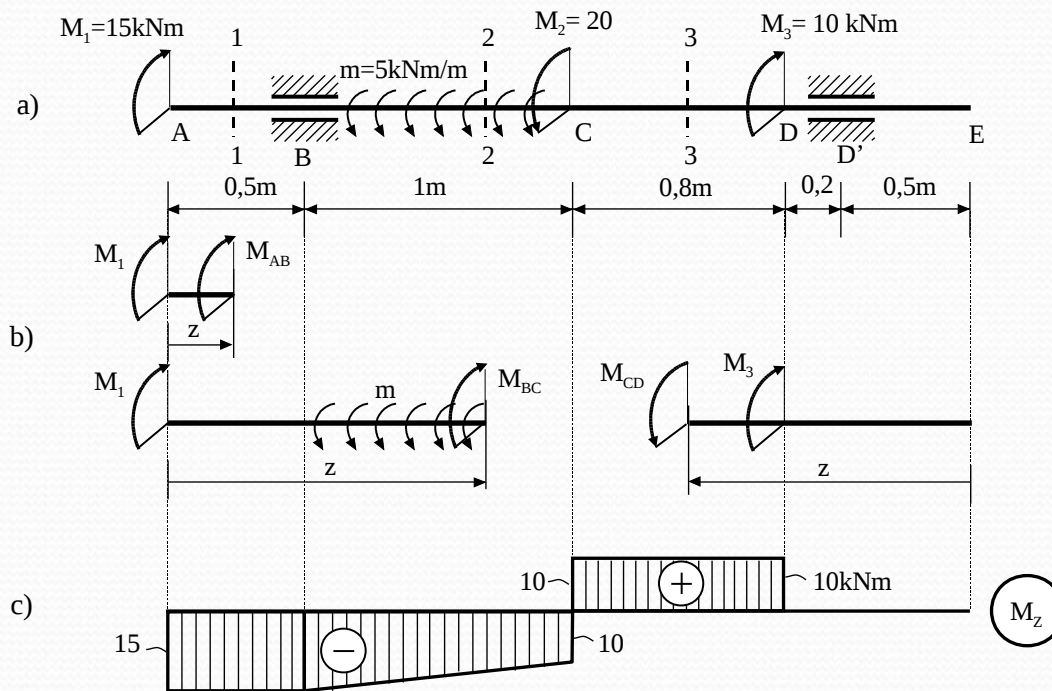
- Quy ước dấu của nội lực

- Biểu đồ nội lực: Đồ thị $M_z = f(z)$

- $M(\text{Nm}) = 9950 \frac{w(\text{kw})}{n(\text{v/ph})}$ $M(\text{Nm}) = 7029 \frac{w(\text{maluc})}{n(\text{v/ph})}$

Ví dụ:

- vẽ biểu đồ nội lực:



Hình 6-2

6.2 Ứng suất trên mặt cắt ngang

$$\gamma\varphi \quad \text{tg}\gamma = \frac{AA'}{AB} = \frac{\rho d\varphi}{dz}$$

γ Góc trượt

$$\tau_\rho = G\gamma = G \frac{\rho d\varphi}{dz}$$

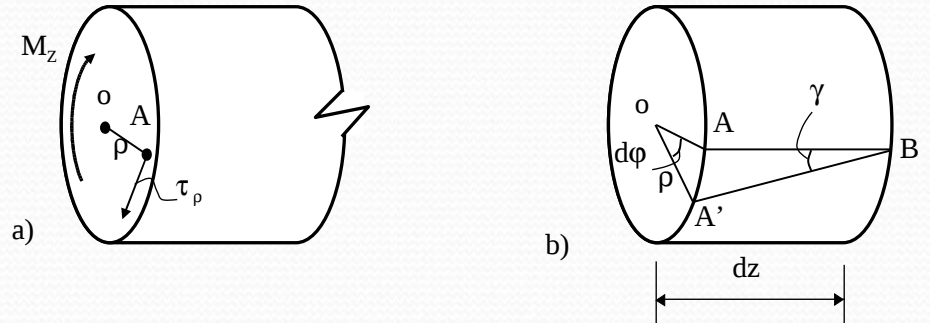
$$M_z = \int_F \rho \tau_\rho \rho dF$$

$$\tau_\rho = \frac{M_z}{J_\rho} \rho$$

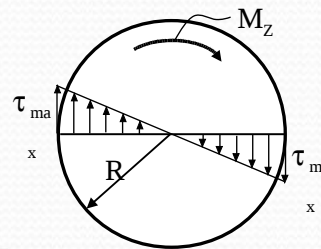
θ Góc xoắn tỷ đối

$$\theta = \frac{d\varphi}{dz} = \frac{M_z}{GJ_\rho}$$

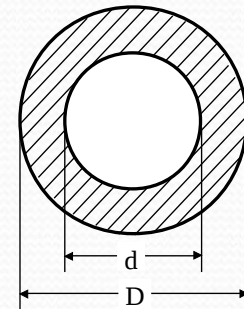
$$\tau_{\max} = \frac{M_z}{W_\rho} \quad W_\rho = \frac{\pi D^3}{16} (1 - \eta^4) \quad \eta = \frac{d}{D}$$



Hình 6-4



Hình 6-5



Hình 6-6

6.3 Biến dạng

$$\varphi = \int_0^n \frac{M_z}{GJ_\rho} dz \quad M_z, GJ_\rho = \text{const} \quad \varphi = \frac{M_z \ell}{GJ_\rho}$$

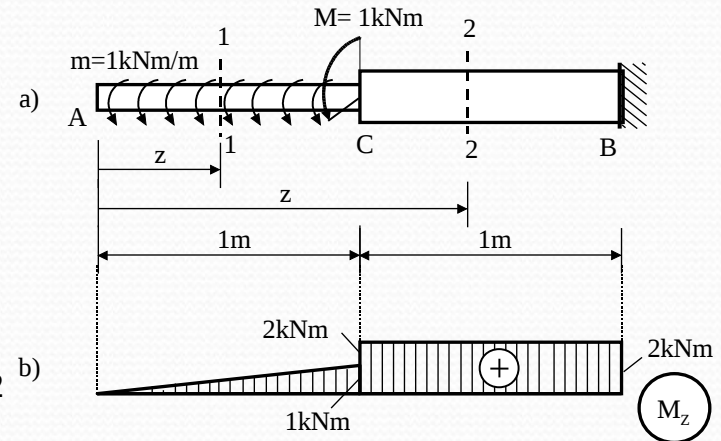
Ví dụ: $d_{CB} = 2d_{AC} = 10\text{cm}$. Tính τ_{\max} , φ_{AB}

$$\tau_{\max}^{AC} = \frac{M_{\max}}{W_\rho} = \frac{1 \cdot 10^2}{0,25^3} = 4\text{kN/cm}^2 = 40\text{MN/m}^2$$

$$\tau_{\max}^{CB} = \frac{M_{\max}}{W_\rho} = \frac{2 \cdot 10^2}{0,2 \cdot 10^3} = 1\text{kN/cm}^2 = 10\text{MN/m}^2$$

$$\varphi_{AB} = \varphi_{AC} + \varphi_{CB} = \int_0^1 \frac{M_z^{AC}}{GJ_\rho} dz + \frac{M_z^{CB} \ell_{CB}}{GJ_\rho} =$$

$$= \int_0^1 \frac{1 \cdot z}{GJ_\rho} dz + \frac{2 \cdot 1}{8 \cdot 10^7 \cdot 0,1 \cdot 10^4 \cdot 10^{-8}} = 0,01 + 0,025 = 0,0125\text{rad}$$

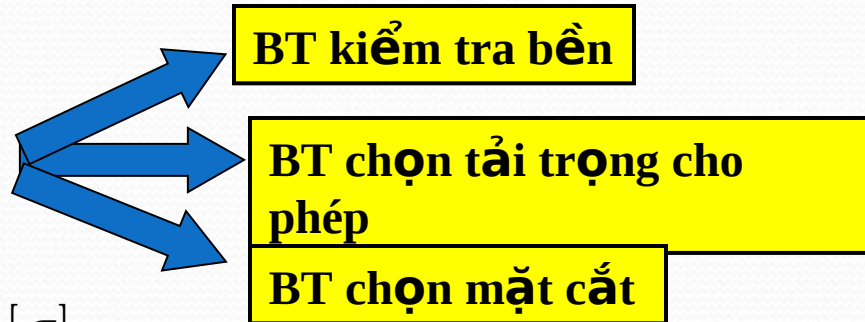


Hình 6-7

6.4 Điều kiện bền và điều kiện cứng

1. Điều kiện bền:

$$\tau_{\max} = \frac{M_z}{W_\rho} \quad [\tau] = \frac{\tau_0}{n}$$



- Theo TB thế năng $\bar{\sigma} = \frac{[\sigma]}{\sqrt{3}}$

- Theo TB ứng suất tiếp $[\tau] = \frac{[\sigma]}{2}$ nhất:

2. Điều kiện cứng

$$\theta_{\max} = \frac{M_z|_{\max}}{GJ_\rho} \quad [\theta]$$

6.5 Tính lò xo hình trụ bước ngắn

D- đường kính lò xo; d- đường kính dây LX

Bước: khoảng cách giữa 2 vòng LX

α =(vòng LX, trục LX) > 80°- LX bước ngắn

$n = \frac{D}{2}$ số vòng LX

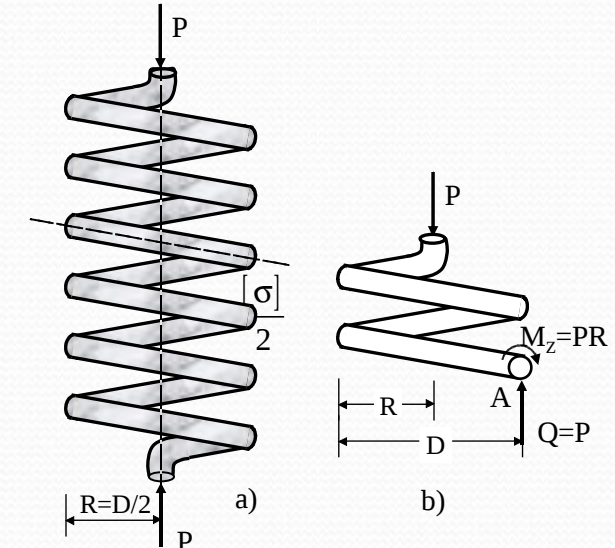
$$Q = P \quad \tau_2$$

$$\tau_{max} = \tau_1 + \tau_2 = \frac{P \frac{D}{2}}{0,2d^3} + \frac{P}{\frac{\pi d^2}{4}} =$$

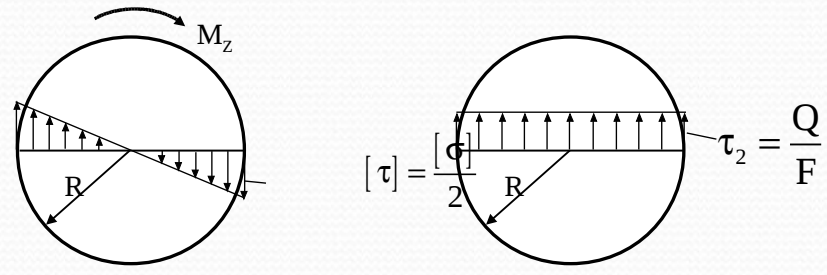
$$= \frac{6d}{\pi D} + 1 \frac{PD}{0,4d^3}$$

Độ cứng LX: $C = \frac{Gd^4}{8nD^3}$

Độ co dãn của LX: $\lambda = \frac{P}{C}$



Hình 6-10



Hình 6-11

Bài tập: Bắt buộc:

6.3 6.4 6.6 6.10