

# TOÁN RỜI RẠC

Lê Anh Nhật

Đt: 0912.844.866

Email: [leanhnhat@tuyenquang.edu.vn](mailto:leanhnhat@tuyenquang.edu.vn)

Web: <http://violet.vn/leanhnhat>

# Giới thiệu môn học

---

- Số đơn vị học trình: 03.
- Lý thuyết: 30 tiết.
- Bài tập: 15 tiết.
- Số bài kiểm tra học trình: 03
  - 1 điểm kiểm tra miệng.
  - 2 bài kiểm tra viết.

# Tài liệu tham khảo

---

1. Toán rời rạc, Phạm Thế Long (chủ biên), NXB ĐHSP năm 2003.
2. Toán rời rạc, Nguyễn Hữu Anh, NXB Lao động 2001.
3. Toán rời rạc, Nguyễn Đức Nghĩa, NXB ĐH Quốc gia HN, 2007

# CHƯƠNG 1

**MỘT SỐ KHÁI NIỆM CƠ BẢN VỀ LOGIC  
VÀ ĐẠI SỐ QUAN HỆ**

# 1. Mệnh đề, mệnh đề có điều kiện và sự tương đương logic

## 1.1. Mệnh đề, các phép toán

- Một **mệnh đề** là một khẳng định có giá trị chân lý xác định (đúng hoặc sai, nhưng không thể vừa đúng vừa sai).
- **Ví dụ 1** :
  - “Số 123 chia hết cho 3”
    - là 1 mệnh đề đúng.
  - “Thành phố Hồ Chí Minh là thủ đô của nước Việt Nam”.
    - là một mệnh đề sai.

# 1. Mệnh đề, mệnh đề có điều kiện và sự tương đương logic

## 1.1. Mệnh đề, các phép toán

- **Định nghĩa (Đ/n) 1:** Giả sử  $p$  là một mệnh đề, câu “không phải là  $p$ ” là một mệnh đề khác, gọi là phủ định của  $p$  ( $\neg p$ ,  $\bar{p}$ ).
- ***Ví dụ 2:*** Tìm phủ định của mệnh đề  $p$ : “hôm nay là thứ 6”?
  - Giải: “Hôm nay không phải thứ 6”.

# 1. Mệnh đề, mệnh đề có điều kiện và sự tương đương logic

## 1.1. Mệnh đề, các phép toán

### ■ Các phép toán:

- **Phép hội:** Cho A và B là hai mệnh đề. Ta ký hiệu mệnh đề "A và B" là  $A \wedge B$ . Phép "và", ký hiệu là  $\wedge$  được định nghĩa bởi bảng chân trị bên:
- **Ví dụ 3:** Tìm hội của mệnh đề p và q, trong đó p trong ví dụ 2, q là mệnh đề "hôm nay trời mưa."
- $p \wedge q$  : "hôm nay thứ 6 và trời mưa"

A	B	$A \wedge B$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

# 1. Mệnh đề, mệnh đề có điều kiện và sự tương đương logic

## 1.1. Mệnh đề, các phép toán

### ■ Các phép toán

- **Phép tuyển:** Cho A và B là hai mệnh đề. Ta ký hiệu mệnh đề “A **hoặc** B” là  $A \vee B$ . Phép “hoặc”, ký hiệu là  $\vee$ , được định nghĩa bởi bảng chân trị bên:
- **Ví dụ 4:** Lập tuyển của ví dụ 3?
- $p \vee q$ : “hôm nay là thứ 6 hoặc hôm nay trời mưa”.

A	B	$A \vee B$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F



# 1. Mệnh đề, mệnh đề có điều kiện và sự tương đương logic

## 1.2. Mệnh đề có điều kiện, sự tương đương logic

### ■ Phép suy diễn:

- Cho A và B là 2 mệnh đề, mệnh đề kéo theo là mệnh đề chỉ sai khi A đúng và B sai, còn đúng trong các trường hợp còn lại.
- Ký hiệu bởi  $\Rightarrow$  ( $\rightarrow$ ).
- A được gọi là giả thiết.
- B được gọi là kết luận.

A	B	$A \Rightarrow B$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

# 1. Mệnh đề, mệnh đề có điều kiện và sự tương đương logic

## 1.2. Mệnh đề có điều kiện, sự tương đương logic

### ■ Phép suy diễn:

- Một số thí dụ thường gặp:
  - “Nếu A thì B”.
  - “A kéo theo B”.
  - “A là điều kiện đủ của B”.
  - “B là điều kiện cần của A”.
- **Ví dụ 5:** Xác định giá trị của biến x sau câu lệnh:  
if  $2+2=4$  then  $x:=x+1$ ;  
nếu trước đó  $x=0$ .
- Giải:  $2+2=4$  Đ, nên  $x:=0+1=1$ .

A	B	$A \Rightarrow B$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

# 1. Mệnh đề, mệnh đề có điều kiện và sự tương đương logic

## 1.2. Mệnh đề có điều kiện, sự tương đương logic

### ■ Tương đương:

- Ký hiệu bởi  $\Leftrightarrow$  ( $\leftrightarrow$ ), được đưa ra để mô hình cho loại phát biểu điều kiện hai chiều có dạng: "... nếu và chỉ nếu ...".
- Cho A và B là 2 mệnh đề, ta viết  $A \Leftrightarrow B$  để diễn đạt phát biểu "A nếu và chỉ nếu B".
- Phép toán tương đương được định nghĩa bởi bảng chân trị:

A	B	$A \Leftrightarrow B$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

# 1. Mệnh đề, mệnh đề có điều kiện và sự tương đương logic

## 1.2. Mệnh đề có điều kiện, sự tương đương logic

---

### ■ Tương đương logic:

- Từ các mệnh đề ban đầu, người ta xây dựng các mệnh đề mới với sự giúp đỡ của phép toán logic: hội, tuyển, phủ định, suy diễn và tương đương.
- *Các mệnh đề A và B được gọi là tương đương logic nếu  $A \Leftrightarrow B$  là hằng đúng.*
- Để xác minh 2 mệnh đề có tương đương hay không là dùng bảng giá trị chân lý.
- **Ví dụ 6:** chứng minh rằng  $\neg(p \vee q) \Leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$ .
- Giải: lập bảng chân lý, sẽ chứng minh được.

# 1. Mệnh đề, mệnh đề có điều kiện và sự tương đương logic

## 1.2. Mệnh đề có điều kiện, sự tương đương logic

---

- Luật logic: Cho A, B, C là các mệnh đề bất kỳ
  - Luật giao hoán:
    - $A \wedge B \Leftrightarrow B \wedge A.$
    - $A \vee B \Leftrightarrow B \vee A.$
  - Luật kết hợp:
    - $(A \wedge B) \wedge C \Leftrightarrow A \wedge (B \wedge C).$
    - $(A \vee B) \vee C \Leftrightarrow A \vee (B \vee C).$
  - Luật phân phối
    - $A \wedge (B \vee C) \Leftrightarrow A \wedge B \vee A \wedge C.$
    - $A \vee (B \wedge C) \Leftrightarrow (A \vee B) \wedge (A \vee C).$

# 1. Mệnh đề, mệnh đề có điều kiện và sự tương đương logic

## 1.2. Mệnh đề có điều kiện, sự tương đương logic

---

- Luật logic: Cho A, B, C là các mệnh đề bất kỳ
  - Luật lũy đẳng:
    - $A \wedge A \Leftrightarrow A.$
    - $A \vee A \Leftrightarrow A.$
  - Luật hấp thụ:
    - $A \wedge (A \vee B) \Leftrightarrow A.$
    - $A \vee (A \wedge B) \Leftrightarrow A.$
  - Luật De Morgan
    - $\neg(A \wedge B) \Leftrightarrow \neg A \vee \neg B.$
    - $\neg(A \vee B) \Leftrightarrow \neg A \wedge \neg B.$

# 1. Mệnh đề, mệnh đề có điều kiện và sự tương đương logic

## 1.2. Mệnh đề có điều kiện, sự tương đương logic

---

- Luật logic: Cho A, B, C là các mệnh đề bất kỳ
  - Luật hai lần phủ định:
    - $\neg(\neg A) \Leftrightarrow A$ .
  - Luật chứng minh phản chứng thứ nhất:
    - $A \Rightarrow B \Leftrightarrow \neg B \Rightarrow \neg A$ .
  - Luật chứng minh phản chứng thứ hai:
    - $\neg(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow A \wedge \neg B$ .

# BÀI TẬP

---

- Bài 1 đến bài 5 trang 40, 41. Sách Toán rời rạc, Sách dự án THCS.



## 2. Vị ngữ, lượng từ

### 2.1. Hàm mệnh đề

- **Đ/n:** Hàm  $P(x_1, x_2, \dots, x_n)$  xác định trên tập  $A$  được gọi là hàm mệnh đề  $n$ -ngôi nếu khi thay  $x_1 = a_1, x_2 = a_2, \dots, x_n = a_n$  với  $a_1, a_2, \dots, a_n \in A$ , ta nhận được 1 hàm mệnh đề. Khi  $n = 1$ , hàm 1-ngôi  $P(x)$  thường gọi đơn giản là hàm mệnh đề.
- Ví dụ:  $x > y$  là hàm mệnh đề 2-ngôi xác định trên tập số nguyên  $\mathbb{Z}$ .

## 2. Vị ngữ, lượng từ

### 2.2. Vị từ

#### ■ Định nghĩa:

- Cho  $A$  là một tập hợp khác rỗng. Giả sử, ứng với mỗi  $x = a \in A$  ta có một mệnh đề  $p(a)$ . Khi đó, ta nói  $p = p(x)$  là một **vị từ** theo một biến (xác định trên  $A$ )
- Tổng quát, cho  $A_1, A_2, A_3 \dots$  là  $n$  tập hợp khác trống. Giả sử rằng ứng với mỗi  $(x_1, x_2, \dots, x_n) = (a_1, a_2, \dots, a_n) \in A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$ , ta có một mệnh đề  $p(a_1, a_2, \dots, a_n)$ . Khi đó ta nói  $p = p(x_1, x_2, \dots, x_n)$  là một vị từ theo  $n$  biến (xác định trên  $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$ )

## 2. Vị ngữ, lượng từ

### 2.2. Vị từ

#### ■ Ví dụ 1:

Xét  $p(n) = "n > 2"$  là một vị từ một biến xác định trên tập các số tự nhiên  $N$ .

Ta thấy với  $n = 3; 4$  ta được các mệnh đề đúng  $p(3)$ ,  $p(4)$ , còn với  $n = 0, 1$  ta được mệnh đề sai  $p(0)$ ,  $p(1)$ .

#### ■ Ví dụ 2

Xét  $p(x, y) = "x^2 + y = 1"$  là một vị từ theo hai biến xác định trên  $R^2$ , ta thấy  $p(0, 1)$  là một mệnh đề đúng, trong khi  $p(1, 1)$  là một mệnh đề sai.

## 2. Vị ngữ, lượng từ

### 2.2. Lượng từ

- Đ/n: Cho  $p(x)$  là một vị từ theo một biến xác định trên  $A$ . Ta định nghĩa các mệnh đề lượng từ hóa của  $p(x)$  như sau:
  - Mệnh đề “Với mọi  $x$  thuộc  $A, p(x)$ ”, kí hiệu bởi “ $\forall x \in A, p(x)$ ”, là mệnh đề được định bởi “ $\forall x \in A, p(x)$ ” đúng khi và chỉ khi  $p(a)$  luôn đúng với mọi giá trị  $a \in A$
  - Mệnh đề “Tồn tại (ít nhất ) (hay có (ít nhất) một  $x$  thuộc  $A, p(x)$ )” kí hiệu bởi : “ $\exists x \in A, p(x)$ ”, là mệnh đề được định bởi “ $\exists x \in A, p(x)$ ” đúng khi và chỉ khi có ít nhất một giá trị  $x = a_0$  nào đó sao cho mệnh đề  $p(a_0)$  đúng.

## 2. Vị ngữ, lượng từ

### 2.2. Lượng từ

- $\forall x$  được gọi là lượng tử chung.
- $\exists x$  được gọi là lượng tử riêng.
- Mệnh đề có chứa các lượng tử được gọi là vị từ.
- **VD1:** Mệnh đề “ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 3x + 1 \leq 0$ ” là một mệnh đề sai hay đúng?
  - Mệnh đề sai vì tồn tại  $x_0 = 1 \in \mathbf{R}$  mà  $x_0^2 + 3x_0 + 1 > 0$

## 2. Vị ngữ, lượng từ

### 2.2. Lượng từ

- **VD2:** Mệnh đề “ $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 3x + 1 \leq 0$ ” là một mệnh đề đúng hay sai?
  - Mệnh đề đúng vì tồn tại  $x_0 = -1 \in \mathbf{R}$  mà  $x_0^2 + 3x_0 + 1 \leq 0$
- **VD3:** Mệnh đề “ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 1 \geq 2x$ ” là một mệnh đề đúng hay sai?
  - Mệnh đề đúng vì với  $\forall x \in \mathbf{R}$ , ta luôn luôn có  $x^2 - 2x + 1 \geq 0$ .

## 2. Vị ngữ, lượng từ

### 2.3. Phủ định của vị từ

- Định nghĩa: Cho trước các vị từ  $p(x)$ ,  $q(x)$  theo một biến  $x \in A$ . Khi ấy,
  - *Phủ định của vị từ*  $p(x)$  kí hiệu là  $\neg p(x)$  là vị từ mà khi thay  $x$  bởi 1 phần tử cố định của  $A$  thì ta được mệnh đề  $\neg(p(a))$
  - *Phép nối liền (tương ứng nối rời, kéo theo...)* của  $p(x)$  và  $q(x)$  được ký hiệu bởi  $p(x) \wedge q(x)$  (tương ứng là  $p(x) \vee q(x)$ ,  $p(x) \rightarrow q(x)$ ) là vị từ theo biến  $x$  mà khi thay  $x$  bởi phần tử cố định  $a$  của  $A$  ta được mệnh đề  $p(a) \wedge q(a)$  (tương ứng là  $p(a) \vee q(a)$ ,  $p(a) \rightarrow q(a)$ )

## 2. Vị ngữ, lượng từ

### 2.3. Phủ định của vị từ

- **Định lý:** nếu  $P(x)$  là hàm mệnh đề xác định trên tập  $A$  thì các khẳng định sau là hằng đúng:

$$\alpha. \quad \neg(\forall x P(x)) \Leftrightarrow \exists x \neg(P(x)).$$

$$\beta. \quad \neg(\exists x (P(x))) \Leftrightarrow \forall x \neg(P(x))$$

- **Hệ quả:**

$$\alpha. \quad \neg[\forall x (P(x) \Rightarrow Q(x))] \Leftrightarrow \exists x [P(x) \wedge \neg(Q(x))]$$

$$\beta. \quad \neg[\exists x (P(x) \Rightarrow Q(x))] \Leftrightarrow \forall x [P(x) \wedge \neg(Q(x))]$$



## 2. Vị ngữ, lượng từ

### 2.3. Phủ định của vị từ

- VD1: Phủ định của mệnh đề:  
“ $\forall x \in A, 2x + 1 \leq 0$ ” là gì?
  - Phủ định của mệnh đề trên là:  
“ $\exists x \in A, 2x + 1 > 0$ ”.
- Phủ định của mệnh đề  
“ $\forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0, \forall x \in \mathbb{R}, |x - a| < \delta \rightarrow |f(x) - f(a)| < \varepsilon$ ”.  
(điều kiện để hàm số  $f(x)$  liên tục tại  $x = a$ )
  - Phủ định của mệnh đề trên là:  
“ $\exists \varepsilon > 0, \forall \delta > 0, \exists x \in \mathbb{R}, |x - a| < \delta \wedge (|f(x) - f(a)| \geq \varepsilon)$ ”.

# BÀI TẬP

---

- BÀI 13 đến bài 15 trang 43, 44.

## 3. Tập hợp và các phép toán

### 3.1. Khái niệm, tập hợp lũy thừa, tích Descartes

- Khái niệm *tập hợp* được dùng để chỉ một sưu tập hay một nhóm các đối tượng nào đó mà ta đang quan tâm xem xét, và sưu tập này phải được xác định tốt. Các đối tượng trong sưu tập hay trong nhóm này sẽ được gọi là các *phần tử* hay các thành viên của tập hợp.
- **Tập hợp bằng nhau:** Hai tập hợp A và B sẽ được xem là *bằng nhau* khi chúng có cùng các phần tử.
- **Tập hợp rỗng:** Tập hợp không có phần tử nào được gọi là tập hợp rỗng, và được ký hiệu là  $\emptyset$ .

## 3. Tập hợp và các phép toán

### 3.1. Khái niệm, tập hợp lũy thừa, tích Descartes

- Đ/n: Nếu mỗi phần tử của tập A đều là một phần tử của tập B thì ta nói tập A là một tập con của B và viết  $A \subset B$ .
  - $A \subset A$ .
  - $\emptyset \subset A$ .
- **Tích Descartes của 2 tập hợp:**
  - Cho 2 tập hợp A và B. Tích Descartes của tập hợp A và tập hợp B, được ký hiệu bởi  $A \times B$ , là tập hợp gồm tất cả các cặp  $(a, b)$  sao cho  $a \in A$  và  $b \in B$ .
  - $A \times B = \{ (a, b) : a \in A, b \in B \}$
  - Trong trường hợp  $B = A$ , ta ký hiệu  $A \times B$  là  $A^2$ .

## 3. Tập hợp và các phép toán

### 3.1. Khái niệm, tập hợp lũy thừa, tích Descartes

#### ■ Tích Descartes của nhiều tập hợp:

- Cho  $n$  tập hợp  $A_1, A_2, \dots, A_n$  ( $n > 1$ ). Tích Descartes của  $n$  tập hợp  $A_1, A_2, \dots, A_n$ , được ký hiệu bởi  $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$ , là tập hợp gồm tất cả các bộ  $n$  phần tử  $(a_1, a_2, \dots, a_n)$  với  $a_i \in A_i$  với mọi  $i = 1, \dots, n$ .
- Trong trường hợp  $A_1 = A_2 = \dots = A_n = A$  thì tập hợp tích  $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$  sẽ được viết là  $A^n$ .

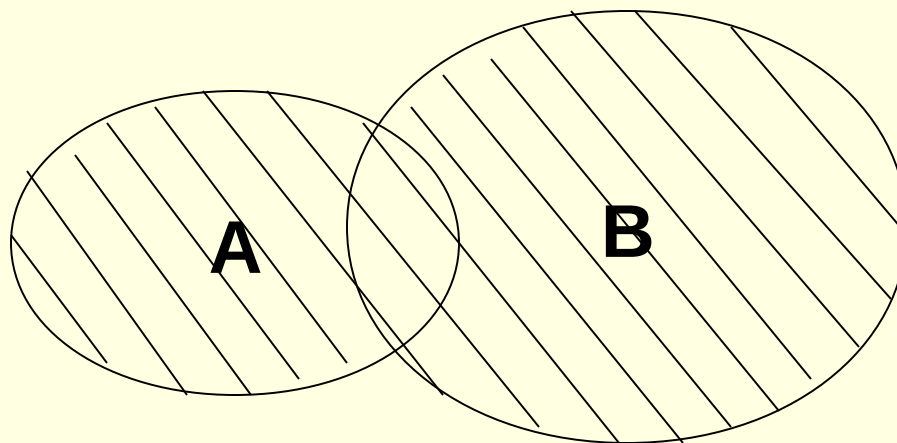
# 3. Tập hợp và các phép toán

## 3.2. Các phép toán trên tập hợp

### ■ Phép hợp

- Đ/n: Giả sử  $A, B$  là hai tập hợp.  $A$  hợp  $B$ , ký hiệu  $A \cup B$ , là một tập hợp chứa tất cả các phần tử của  $A$  và tất cả các phần tử của  $B$ .

$$A \cup B = \{x | (x \in A) \vee (x \in B)\}$$



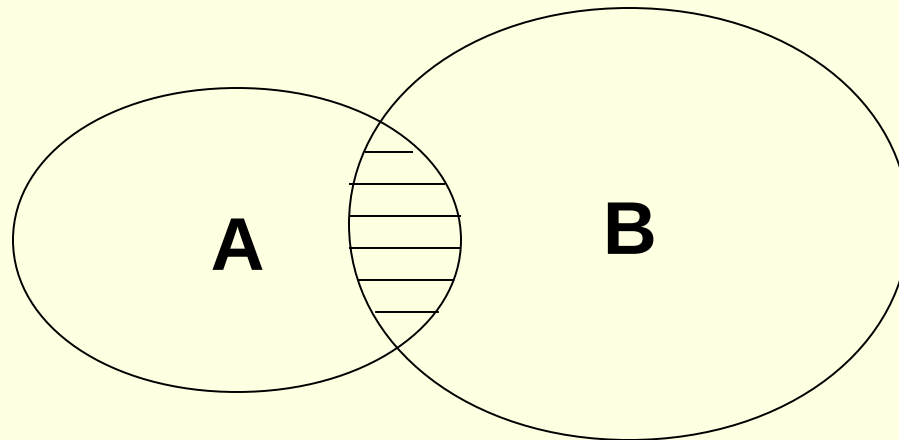
# 3. Tập hợp và các phép toán

## 3.2. Các phép toán trên tập hợp

### ■ Phép giao

- Đ/n: Giả sử A, B là hai tập hợp. A giao B, ký hiệu  $A \cap B$ , là một tập hợp các phần tử vừa của A vừa của B.

$$A \cap B = \{x | (x \in A) \wedge (x \in B)\}$$



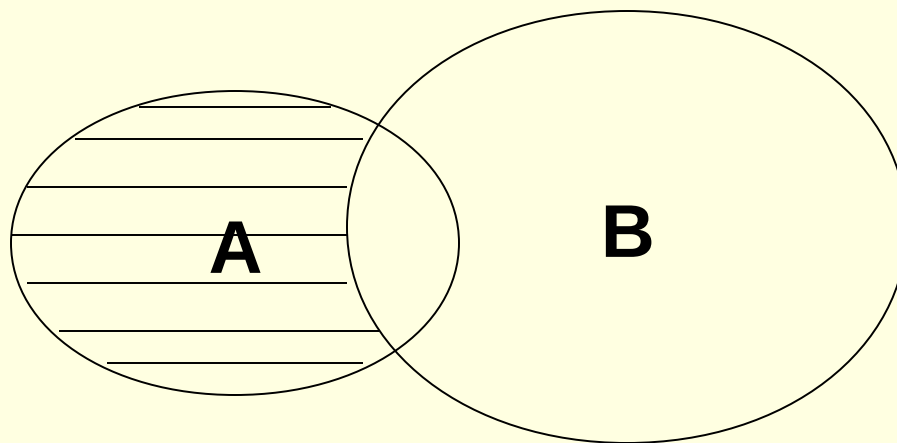
### 3. Tập hợp và các phép toán

#### 3.2. Các phép toán trên tập hợp

##### ■ Phép hiệu

- Đ/n: Giả sử  $A, B$  là hai tập hợp. Hiệu của  $A$  và  $B$ , ký hiệu  $A \setminus B$ , là một tập hợp gồm các phần tử của  $A$  nhưng không phải của  $B$ .

$$A \setminus B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$$





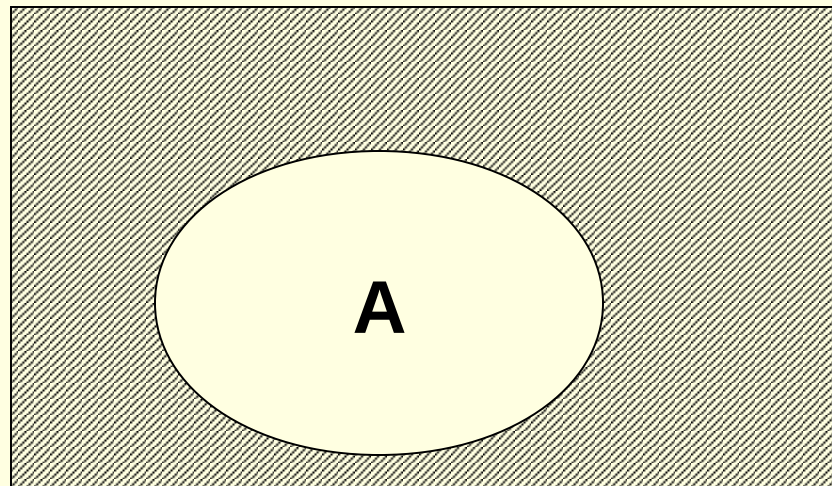
### 3. Tập hợp và các phép toán

#### 3.2. Các phép toán trên tập hợp

- Phần bù

- Đ/n:  $U - A$  được gọi là phần bù của  $A$  (đối với  $U$ ), ký hiệu là  $\bar{A}$ .

$$x \in \bar{A} \Leftrightarrow \overline{x \in A}$$



# BÀI TẬP

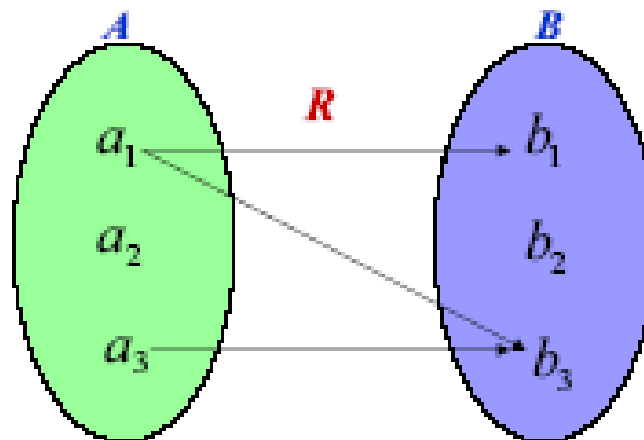
---

- BÀI 6 đến bài 12 trnag 42, 43.

# 4. Quan hệ

## 4.1. Khái niệm và tính chất

- Đ/n: A *quan hệ hai ngôi* từ tập  $A$  đến tập  $B$  là tập con của tích Descartess  $R \subseteq A \times B$ . Chúng ta sẽ viết  $a R b$  thay cho  $(a, b) \in R$ . Quan hệ từ  $A$  đến chính nó được gọi là *quan hệ trên  $A$*



$$R = \{ (a_1, b_1), (a_1, b_3), (a_3, b_3) \}$$

# 4. Quan hệ

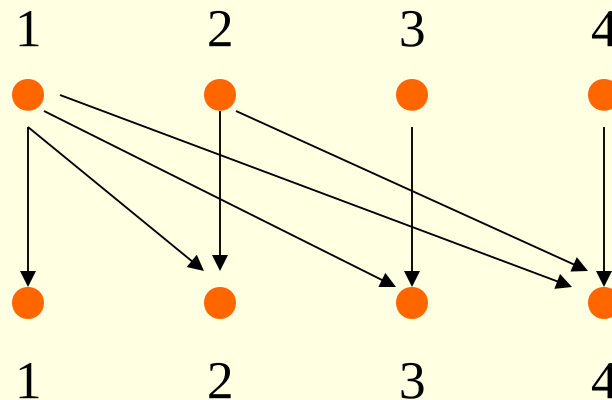
## 4.1. Khái niệm và tính chất

- Ví dụ: Cho  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ , và

$$R = \{(a, b) \mid a \text{ là ước của } b\}$$

Khi đó

$$R = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 2), (2, 4), (3, 3), (4, 4)\}$$



## 4. Quan hệ

### 4.1. Khái niệm và tính chất

---

- **Định nghĩa:** Quan hệ  $R$  trên  $A$  được gọi là *phản xạ* nếu:  $(a, a) \in R$  với mọi  $a \in A$
- **Ví dụ:** Trên tập  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ , quan hệ:
  - $R_1 = \{(1,1), (1,2), (2,1), (2, 2), (3, 4), (4, 1), (4, 4)\}$   
không phản xạ vì  $(3, 3) \notin R_1$
  - $R_2 = \{(1,1), (1,2), (1,4), (2, 2), (3, 3), (4, 1), (4, 4)\}$   
phản xạ vì  $(1,1), (2, 2), (3, 3), (4, 4) \in R_2$

# 4. Quan hệ

## 4.1. Khái niệm và tính chất

### Định nghĩa:

- Quan hệ  $R$  trên  $A$  được gọi là **đối xứng** nếu:  $\forall a \in A \forall b \in A (a R b) \rightarrow (b R a)$ .
- Quan hệ  $R$  được gọi là **phản xứng** nếu  $\forall a \in A \forall b \in A (a R b) \wedge (b R a) \rightarrow (a = b)$ .
- Quan hệ  $R$  trên  $A$  có tính **bắc cầu (truyền)** nếu  $\forall a \in A \forall b \in A \forall c \in A (a R b) \wedge (b R c) \rightarrow (a R c)$ .

# 4. Quan hệ

## 4.1. Khái niệm và tính chất

---

### ■ Ví dụ.

- Quan hệ  $R1 = \{(1,1), (1,2), (2,1)\}$  trên tập  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  là đối xứng.
- Quan hệ  $\leq$  trên  $\mathbf{Z}$  không đối xứng. Tuy nhiên nó phản xứng vì  $(a \leq b) \wedge (b \leq a) \rightarrow (a = b)$ .
- Quan hệ  $R = \{(1,1), (1,2), (2,1), (2, 2), (1, 3), (2, 3)\}$  trên tập  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  có tính bắc cầu.

# 4. Quan hệ

## 4.2. Ma trận quan hệ

- Cho  $R$  là quan hệ từ  $A = \{1,2,3,4\}$  đến  $B = \{u,v,w\}$ :  $R = \{(1,u), (1,v), (2,w), (3,w), (4,u)\}$ . Khi đó  $R$  có thể biểu diễn như sau:

	u	v	w
1	1	1	0
2	0	0	1
3	0	0	1
4	1	0	0

Đây là ma trận cấp  $4 \times 3$  biểu diễn cho quan hệ  $R$ .



# 4. Quan hệ

## 4.2. Ma trận quan hệ

**Định nghĩa:** Cho  $R$  là quan hệ từ  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$  đến  $B = \{b_1, b_2, \dots, b_n\}$ . Ma trận biểu diễn của  $R$  là ma trận cấp  $m \times n$   $\mathbf{M}_R = [m_{ij}]$  xác định bởi

$$m_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{nếu } (a_i, b_j) \notin R \\ 1 & \text{nếu } (a_i, b_j) \in R \end{cases}$$

**Ví dụ:** Nếu  $R$  là quan hệ từ  $A = \{1, 2, 3\}$  đến  $B = \{1, 2\}$  sao cho  $a R b$  nếu  $a > b$ .

Khi đó ma trận biểu diễn của  $R$  là

	1	2
1	0	0
2	1	0
3	1	1

# 4. Quan hệ

## 4.2. Ma trận quan hệ

- **Ví dụ.** Cho  $R$  là quan hệ từ  $A = \{a_1, a_2, a_3\}$  đến  $B = \{b_1, b_2, b_3, b_4, b_5\}$  được biểu diễn bởi ma trận

$$\mathbf{M}_R = \begin{array}{ccccc} & b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ \begin{array}{c} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{array} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

Khi đó  $R$  gồm các cặp:

$$\{(a_1, b_2), (a_2, b_1), (a_2, b_3), (a_2, b_4), (a_3, b_1), (a_3, b_3), (a_3, b_5)\}$$

## 4. Quan hệ

### 4.3. Quan hệ tương đương, lớp tương đương

---

- **Định nghĩa.** Quan hệ  $R$  trên tập  $A$  được gọi là **tương đương** nếu nó có tính chất phản xạ, đối xứng và bắc cầu.

## 4. Quan hệ

### 4.3. Quan hệ tương đương, lớp tương đương

- Ví dụ: Giả sử  $R$  là quan hệ trên các xâu chữ cái tiếng Anh sao cho  $aRb$  nếu và chỉ nếu  $l(a) = l(b)$ ,  $l(x)$  là chiều dài của xâu  $x$ . Hỏi  $R$  có phải là một quan hệ tương đương không?
- **Giải:**
  - $l(a) = l(a)$ ,  $\Rightarrow aRa$  với mọi xâu  $a$ ,  $R$  là phản xạ.
  - Giả sử  $aRb$  sao cho  $l(a) = l(b)$ , khi đó  $bRa$  vì  $l(b) = l(a)$ , vậy  $R$  đối xứng.
  - Giả sử  $aRb$  và  $bRc$ , khi đó  $l(a) = l(b)$ ,  $l(b) = l(c)$ , do đó  $l(a) = l(c)$  hay  $aRc$ , vậy  $R$  là bắc cầu.
  - Vậy  $R$  là tương đương.

## 4. Quan hệ

### 4.3. Quan hệ tương đương, lớp tương đương

---

- **Định nghĩa.** Cho  $R$  là quan hệ tương đương trên  $A$  và phần tử  $a \in A$ . Tập tất cả các phần tử có quan hệ với  $a$  được gọi là một ***lớp tương đương*** của  $a$  được ký hiệu bởi  $[a]_R$  hoặc  $[a]$  là tập  $[a]_R = \{b \in A \mid bRa\}$ .

## 4. Quan hệ

### 4.4. Quan hệ n-ngôi. Cơ sở dữ liệu quan hệ

- Đ/n: Giả sử  $A_1, A_2, \dots, A_n$  là n tập hợp. Quan hệ n-ngôi xác định trên các tập con R của tích Đề các  $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$ . Như vậy là  $R \subset A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$ .
  - Các tập  $A_1, A_2, \dots, A_n$  được gọi là miền của quan hệ đó.
  - n được gọi là bậc của nó.
- Ví dụ: cho R là quan hệ gồm các bộ ba (a,b,c) trong đó a,b,c là các số nguyên với  $a < b < c$ , khi đó:
  - $(1,2,3) \in R$ , nhưng  $(2,1,3) \notin R$ .
  - Bậc của quan hệ này là 3.

## 4. Quan hệ

### 4.4. Quan hệ n-ngôi. Cơ sở dữ liệu quan hệ

---

- **Một cơ sở dữ liệu** gồm các bản ghi, đó là các bộ n thành phần – được tạo bởi các trường.
- Một miền của một quan hệ n-ngôi được gọi là *khóa cơ bản* (primary key) khi giá trị của bộ n thành phần tại miền đó xác định bộ n thành phần ấy.
- Những tổ hợp của các miền cũng có thể xác định một cách duy nhất các bộ n thành phần trong một quan hệ n ngôi là *khóa phức hợp*.

## 4. Quan hệ

### 4.4. Quan hệ n-ngôi. Cơ sở dữ liệu quan hệ

---

- Các phép toán trên các quan hệ n-ngôi:
  - Toán tử chọn – Select. Chọn từ của các hàng của quan hệ ra các hàng mà tiêu chí cần quan tâm nhận một giá trị nhất định.
    - **Ví dụ:** `select hoc_sinh [ten=Kien]`. Chọn trong bảng *hoc\_sinh* những học sinh có *ten* là *Kien*.
  - Toán tử chiếu –  $P_{i_1 i_2 \dots i_n}$  chỉ quan tâm đến các cột mang số thứ tự  $i_1 i_2 \dots i_n$ , bỏ qua các cột khác.
    - **Ví dụ:**  $P(\text{ten}, \text{namsinh})$  cho ta thông tin 2 cột tên và namsinh.



## 4. Quan hệ

### 4.4. Quan hệ n-ngôi. Cơ sở dữ liệu quan hệ

---

- Bài tập: 16-21 trang 44-45.



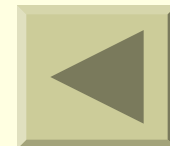
# Bảng 1: sinh\_vien

<b>masv</b>	<b>hodem</b>	<b>ten</b>	<b>namsinh</b>	<b>Lop</b>	<b>D1</b>	<b>D2</b>
001	Ma thanh	Nhan	1990	T-T	5	4
004	Do Thanh	Kien	1989	T-L	7	9
014	Khuong Tu	Nha	1990	T-L	8	9
042	Dong Van	Kien	1991	T-T	6	5



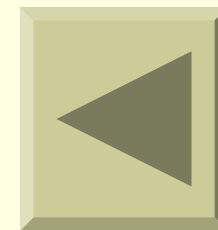
# Bảng 1: sinh\_vien

masv	hodem	ten	namsinh	Lop	D1	D2
004	Do Thanh	Kien	1989	T-L	7	9
042	Dong Van	Kien	1991	T-T	6	5



# Bảng 1: sinh\_vien

ten	namsinh
Nhan	1990
Kien	1989
Nha	1990
Kien	1991



# 5. Suy luận toán học

## 5.1. Các phương pháp chứng minh

- Các quy tắc suy luận

- $A, A \Rightarrow B$  có nghĩa: giả thiết  $A$  và  $A \Rightarrow B$ .

- $\therefore B$  có nghĩa “vậy thì”  $B$ .

- Luật cộng: 
$$\frac{A}{\therefore A \vee B}$$
 tương ứng với hằng đúng  
 $A \Rightarrow (A \vee B)$

- Luật rút gọn: 
$$\frac{A \wedge B}{\therefore A}$$
 tương ứng với hằng đúng  
 $(A \wedge B) \Rightarrow A$ .

- Luật tách rời: 
$$\frac{A, A \Rightarrow B}{\therefore B}$$
 tương ứng với hằng đúng  
 $(A \wedge (A \Rightarrow B)) \Rightarrow B$

# 5. Suy luận toán học

## 5.1. Các phương pháp chứng minh

- Các quy tắc suy luận

$$A \Rightarrow B$$

- Tam đoạn luận giả định: 
$$\frac{B \Rightarrow C}{\therefore A \Rightarrow C}$$

tương ứng với hằng đúng  $((A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow C)) \Rightarrow (A \Rightarrow C)$ .

$$A \vee B$$

- Tam đoạn luận tuyển: 
$$\frac{\overline{A}}{\therefore B}$$

tương ứng với hằng đúng  $((A \vee B) \wedge \neg A) \Rightarrow B$

# 5. Suy luận toán học

## 5.1. Các phương pháp chứng minh

- Ví dụ: Quy tắc suy luận nào là cơ sở của suy diễn sau: “Bây giờ trời quá băng giá. Vậy thì bây giờ hoặc là trời quá băng giá hoặc trời đang mưa”?
- Giải:

- Giả sử A là mệnh đề “Bây giờ trời quá băng giá” và B là mệnh đề “bây giờ trời đang mưa”. Khi đó suy diễn trên có dạng

$$\frac{A}{\therefore A \vee B}$$

- Tức là sử dụng quy tắc công.

# 5. Suy luận toán học

## 5.2. Quy nạp toán học

- Định lý 1: Khẳng định  $P(n)$  đúng cho mọi số tự nhiên  $n \geq 1$  nếu:
  - i.  $P(1)$  đúng.
  - ii. Từ  $P(n)$  đúng suy ra  $P(n+1)$  đúng với mọi số tự nhiên  $n$ .
- Định lý 2: Giả sử khẳng định  $P(n)$  phụ thuộc vào các số tự nhiên  $n$  thỏa mãn:
  - i.  $P(1)$  đúng.
  - ii. Từ  $P(k)$  đúng với mọi  $k < n+1$  suy ra  $P(n+1)$  đúng.Khi đó  $P(n)$  đúng với mọi số tự nhiên.



# 5. Suy luận toán học

## 5.2. Quy nạp toán học

- Ví dụ: Chứng minh rằng tổng  $n$  số nguyên dương lẻ đầu tiên là  $n^2$ .
- Giải: Gọi  $P(n)$  là mệnh đề “tổng  $n$  số nguyên dương lẻ đầu tiên là  $n^2$ ”.
  - $P(1)$  đúng vì  $1 = 1^2$ .
  - Giả sử  $P(n)$  đúng, tức là  $P(n) = n^2$ , hay  $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$ .
  - Ta phải chỉ ra  $P(n+1)$  là đúng, tức là  $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) + (2n+1) = (n+1)^2$ .
  - Theo giả thiết thì:  $P(n+1) = n^2 + (2n+1) = (n+1)^2$ . ■

# 5. Suy luận toán học

## 5.3. Đệ quy và Ứng dụng

- Một đối tượng là đệ quy nếu nó bao gồm chính nó như một bộ phận hoặc nó được định nghĩa dưới dạng của chính nó. Kỹ thuật xác định đối tượng ấy được gọi là kỹ thuật đệ quy.
- **Ví dụ:** giả sử  $f$  được định nghĩa bằng đệ quy như sau:  $f(0) = 3$ ,  $f(n+1) = 2 f(n) + 3$ .  
Hãy tìm  $f(1)$ ,  $f(2)$ ,  $f(3)$ ,  $f(4)$ ?
  - $f(1) = 2 f(0) + 3 = 9$ .
  - $f(2) = 2 f(1) + 3 = 21$ .
  - $f(3) = 2 f(2) + 3 = 45$ .
  - $f(4) = 2 f(3) + 3 = 93$ .

# 5. Suy luận toán học

## 5.3. Đệ quy và Ứng dụng

- Bài tập: hãy cho định nghĩa đệ quy của hàm

$$F(n) = \sum_{k=0}^n a_k$$

- Giải:

$$F(0) = \sum_{k=0}^0 a_k = a_0$$

$$F(n+1) = \sum_{k=0}^{n+1} a_k = \sum_{k=0}^n a_k + a_{n+1} = F(n) + a_{n+1}$$