TRẦN VINH

THIẾT KẾ BÀI GIẢNG

ĐẠI SỐ VÀ GIẢI TÍCH

11

NÂNG CAO

TẬP MỘT

NHÀ XUẤT BẢN HÀ NỘI - 2007

LỜI MỞ ĐẦU

Trong những năm gần đây, thực hiện đổi mới chương trình Sách giáo khoa (SGK) của Bộ Giáo dục và Đào tạo, bộ SGK mới ra đời, trong đó có bộ sách biên soạn theo chương trình phân ban của bậc Trung học phổ thông. Bộ sách gồm ba ban: Ban cơ bản, Ban nâng cao khoa học tự nhiên và Ban nâng cao khoa học xã hội.

Việc ra bộ sách SGK mới đồng nghĩa với việc phải đổi mới phương pháp dạy và học. Nhằm đáp ứng những yêu cầu đó, tiếp nối bộ sách: Thiết kế bài giảng môn toán lớp 10, chúng tôi tiếp tục biên soạn bộ sách: **Thiết kế bài giảng môn Toán lớp 11.**

Bộ sách gồm 8 cuốn:

T*hiết kế bài giảng Hình học 11: 2 tập*

Thiết kế bài giảng Đại số và Giải tích 11: 2 tập

Thiết kế bài giảng Hình học 11 nâng cao: 2 tập

Thiết kế bài giảng Đại số và Giải tích 11 nâng cao: 2 tập

Đây là bộ sách có nhiều hướng thiết kế, có nhiều dạng, nhiều loại câu hỏi, bài tập nhằm hướng học sinh (HS) đến những đơn vị kiến thức nhất định. Hệ thống các câu hỏi trắc nghiệm khách quan ở cuối bài nhằm giúp HS ôn tập và nâng cao kĩ năng phán đoán, quy nạp, từ đó xác định được nội dung kiến thức chủ yếu và cơ bản của bài học.

Bộ sách được các tác giả có nhiều kinh nghiệm trong giảng dạy, trong nghiên cứu khoa học (đặc biệt có nhiều tác giả đã nghiên cứu những phần mềm để hỗ trợ trong giảng dạy, nhất là các môn học khoa học tự nhiên, toán học…). Biên soạn bộ sách ra đời hy vọng giúp bạn đọc có một cách nhìn mới, phương pháp mới. Các cách thiết kế trong bộ sách này vừa có tính định hướng, vừa cụ thể, nhằm tạo ra các hướng mở để giáo viên (GV) áp dụng đối với những đối tượng HS khác nhau.

Tuy đã nghiên cứu và biên soạn cẩn thận, song không thể tránh những sai sót, tác giả kính mong được sự góp ý của bạn đọc.

TÁC GIẢ

CHƯƠNG I
HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC
VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

Phần 1
NHỮNG VẤN ĐỀ CỦA CHƯƠNG

I. NỘI DUNG

Nội dung chính của chương I :

- Hàm số lượng giác : Tính tuần hoàn, sự biến thiên của các hàm số y = sinx, y = cosx, y = tanx và y = cotx.
- Phương trình lượng giác cơ bản : Công thức nghiệm và điều kiện có nghiệm của các phương trình sinx = m, cosx = m, tanx = m và cotx = m. Đặc biệt là chú ý đến các phương trình sinx = sin α, cosx = cosα, tanx = tanα và cotx = cotα.
- Một số phương trình lượng giác thường gặp: Phương trình đưa về bậc nhất, bậc hai đối với các hàm số lượng giác; Phương trình bậc nhất đối với sinx và cosx, phương trình thuần nhất bậc hai đối với sinx và cosx và một số dạng phương trình khác.

II. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

Nắm được toàn bộ kiến thức cơ bản trong chương đã nêu trên, cụ thể :

- Hiểu khái niệm, chiều biến thiên, tính tuần hoàn của các hàm số lượng giác.
- Áp dụng chiều biến thiên và tính tuần hoàn của các hàm số lượng giác để giải được các phương trình lượng giác.
- Nắm được các công thức nghiệm để giải các phương trình lượng giác cơ bản.

- Hiểu cách tìm nghiệm của các phương trình lượng giác cơ bản và phương pháp giải một số dạng phương trình lượng giác đơn giản.
- Nắm được một số phương pháp giải một số dạng phương trình lượng giác khác.
- Hiểu khái niệm các hàm số lượng giác $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \tan x$, $y = \cot x$ và tính chất tuần hoàn của chúng.
- Nắm được sự biến thiên và hình dáng đồ thị của các hàm số lượng giác nêu trên.

2. Kĩ năng

- Sử dụng thành thạo công thức nghiệm.
- Giải thành thạo các phương trình lượng giác cơ bản và một số dạng phương trình lượng giác khác.
- Biết xét sự biến thiên, vẽ đồ thị của các hàm số lượng giác $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \tan x$, $y = \cot x$ và một số hàm số lượng giác đơn giản khác.
- Giải thành thạo các phương trình lượng giác cơ bản.
- Biết cách giải một số dạng phương trình lượng giác không quá phức tạp có thể quy được về phương trình bậc nhất và bậc hai đối với một hàm số lượng giác.

3. Thái độ

- Tự giác, tích cực, độc lập và chủ động phát hiện cũng như lĩnh hội kiến thức trong quá trình hoạt động.
- Cẩn thận, chính xác trong lập luận và tính toán.
- Cảm nhận được thực tế của toán học, nhất là đối với lượng giác.

III. CẤU TẠO CỦA CHƯƠNG

Dự kiến thực hiện trong 17 tiết, phân phối cụ thể như sau :

§1. Các hàm số lượng giác	(3 tiết)
Luyện tập	(1 tiết)
§2. Phương trình lượng giác cơ bản	(3 tiết)
Luyện tập	(2 tiết)

§3. Một số dạng phương trình lượng giác đơn giản (4 tiết)

Luyện tập (2 tiết)

Ôn tập và kiểm tra chương 1. (2 tiết)

IV. NHỮNG ĐIỀU CẦN LƯU Ý TRONG CHƯƠNG

1) Trước đây, toàn bộ vấn đề lượng giác nằm trong chương trình Đại số và Giải tích 11. Trong chương trình mới, phần mở đầu về lượng giác đã được giới thiệu ở chương cuối của Đại số 10, bao gồm các vấn đề xây dựng các khái niệm cơ bản như góc và cung lượng giác, các giá trị lượng giác của góc (cung) lượng giác và một số công thức lượng giác. Lượng giác lớp 11 là sự nối tiếp chương trình lượng giác lớp 10. Đặc điểm đó đòi hỏi giáo viên phải lưu ý nhắc lại hay gợi mở cho học sinh nhớ lại các kiến thức ở lớp 10 có liên quan đến bài học để dễ dàng tiếp thu kiến thức mới.

2) Ở lớp 10 chỉ nói đến các *giá trị lượng giác* của góc hay cung lượng giác α. Sang lớp 11, khi nói đến các hàm số lượng giác $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \tan x$, $y = \cot x$ ta hiểu x là số thực và là *số đo rađian* của góc hay cung lượng giác.

3) Đây là lần đầu tiên học sinh làm quen với hàm số tuần hoàn. Tuần hoàn là tính chất nổi bật của các hàm số lượng giác nên mặc dù chương trình không yêu cầu trình bày tổng quát về hàm số tuần hoàn, các tác giả vẫn giới thiệu định nghĩa hàm số tuần hoàn (cuối §1) nhằm nhắc nhở học sinh chú ý tính chất tuần hoàn của các hàm số lượng giác.

4) Yêu cầu về giải các phương trình lượng giác ở đây được giảm nhẹ rất nhiều so với trước đây. Điều đó thể hiện ở hai điểm cơ bản :

   – Chỉ nêu các dạng phương trình đơn giản, không đòi hỏi phải có những thủ thuật biến đổi lượng giác phức tạp, và nếu có các điều kiện kèm theo thì việc thử lại các điều kiện đó khá đơn giản.

   – Không yêu cầu giải và biện luận phương trình lượng giác chứa tham số.

Tuy nhiên, giáo viên cần chú ý rèn luyện cho học sinh kĩ năng giải các phương trình lượng giác cơ bản thật thành thạo. Đó là cơ sở để học sinh nâng cao kĩ năng giải các phương trình phức tạp hơn.

Phần 2
CÁC BÀI SOẠN

§1. Các hàm số lượng giác
(tiết 1, 2, 3)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

HS nắm được :

- Nhớ lại bảng giá trị lượng giác.
- Hàm số y = sinx, hàm số y = cosx; sự biến thiên, tính tuần hoàn và các tính chất của hai hàm số này.
- Hàm số y = tanx, hàm số y = cotx; sự biến thiên, tính tuần hoàn và các tính chất của hai hàm số này.
- Tìm hiểu tính chất tuần hoàn của các hàm số lượng giác.
- Đồ thị của các hàm số lượng giác.

2. Kĩ năng

- Sau khi học xong bài này, HS phải diễn tả được tính tuần hoàn, chu kì tuần hoàn và sự biến thiên của các hàm số lượng giác.
- Biểu diễn được đồ thị của các hàm số lượng giác.
- Mối quan hệ giữa các hàm số y = sinx và y = cosx.
- Mối quan hệ giữa các hàm số y = tanx và y = cotx.

3. Thái độ

- Tự giác, tích cực trong học tập.
- Biết phân biệt rõ các khái niệm cơ bản và vận dụng trong từng trường hợp cụ thể.
- Tư duy các vấn đề của toán học một cách lôgic và hệ thống.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV

- Chuẩn bị các câu hỏi gợi mở.
- Chuẩn bị các hình từ hình 1.1 đến 1.13.
- Chuẩn bị phấn màu, và một số đồ dùng khác.

2. Chuẩn bị của HS

Cần ôn lại một số kiến thức đã học về lượng giác ở lớp 10.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 3 tiết :

Tiết 1 : Từ đầu đến hết phần 1.

Tiết 2 : Tiếp theo đến hết phần 2.

Tiết 3 : Tiếp theo đến hết phần 3 và bài tập.

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. ĐẶT VẤN ĐỀ

Câu hỏi 1

Xét tính đúng – sai của các câu sau đây :

a) Nếu a > b thì sina > sinb.

b) Nếu a > b thì cosa > cosb.

GV : Cả hai khẳng định trên đều sai. Có thể dẫn ra các ví dụ cụ thể.

Câu hỏi 2

Những câu sau đây, câu nào không có tính đúng sai?

a) Nếu a > b thì tana > tanb.

b) Nếu a > b thì cota > cotb.

GV : Ta thấy : Cả hai câu trên đều đúng. Sau đây, chúng ta sẽ nghiên cứu về các tính chất của các hàm số y = sinx, y = cosx, y = tanx và y = cotx; sự biến thiên và tính tuần hoàn của các hàm số đó.

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

I. Các hàm số y = sinx và y = cosx

- Thực hiện $\boxed{\textbf{H1}}$ trong 3'.

  Mục đích.

  Nhắc lại cách xác định sin x, cos x để chuyển tiếp sang định nghĩa các hàm số sin và cosin.

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Chỉ ra đoạn thẳng có độ dài đại số bằng sinx	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\overline{OK} = \sin x$.
Câu hỏi 2 Chỉ ra đoạn thẳng có độ dài đại số bằng cosx ***GV:*** *gọi hai HS trả lời*	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\overline{OH} = \cos x$.
Câu hỏi 3 Tính $\sin\frac{\pi}{2}$, $\cos\left(\quad \right)$, $\cos 2\pi$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $\sin\frac{\pi}{2} = 1$, $\cos\left(\quad \right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos 2\pi = 1$.

a) Định nghĩa

- GV gọi hai học sinh nhắc lại các giá trị lượng giác sin và côsin. Sau đó GV nêu định nghĩa.

  Quy tắc đặt tương ứng mỗi số thực x *với sin của góc lượng giác có số đo rađian bằng* x *được gọi là* ***hàm số sin****, kí hiệu là* $y = \sin x$.

  Quy tắc đặt tương ứng mỗi số thực x *với côsin của góc lượng giác có số đo rađian bằng* x *được gọi là* ***hàm số côsin****, kí hiệu là* $y = \cos x$.

- GV nêu câu hỏi:

$\boxed{?1}$ So sánh sinx và sin(−x).

- GV nêu nhận xét :

Hàm số $y = \sin x$ là một *hàm số lẻ* vì $\sin(-x) = -\sin x$ với mọi x thuộc $\mathbb{R}$.

- Thực hiện **H2** trong 3'.

Mục đích. Ôn lại định nghĩa hàm số chẵn.

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 So sánh cos α và cos(−α). ***Câu hỏi 2*** Tại sao có thể khẳng định hàm số y = *cos*x là một hàm số chẵn?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Hai giá trị này bằng nhau. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Hàm số $y = \cos x$ là một hàm số chẵn vì với mọi $x \in \mathbb{R}$ ta có $\cos(-x) = \cos x$.

b) Tính chất tuần hoàn của hàm số y = sinx và y = cosx

- GV nêu một số câu hỏi như sau :

$\boxed{?2}$ So sánh : $\sin(x + k2\pi)$ và $\sin x$.

- Nêu định nghĩa trong SGK.

Các hàm số y = sinx và y = cosx tuần hoàn với chu kì 2π.

- GV đưa ra tính chất:

Từ tính chất tuần hoàn với chu kì 2π, ta thấy khi biết giá trị các hàm số $y = \sin x$ và $y = \cos x$ trên một đoạn có độ dài 2π (chẳng hạn đoạn [0; 2π] hay đoạn [−π; π]) thì ta tính được giá trị của chúng tại mọi x.

c) Sự biến thiên của hàm số y = sinx

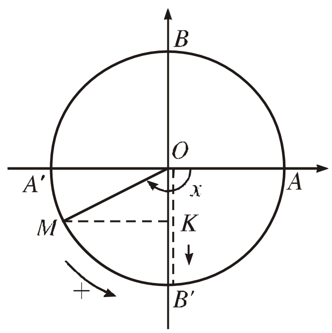
- GV đưa ra câu hỏi

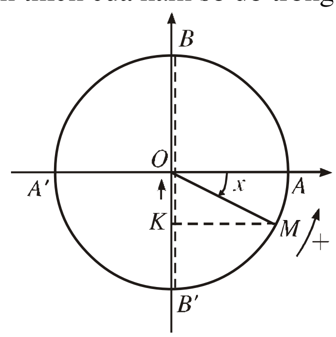
$\boxed{?3}$ Nêu lại chu kì tuần hoàn của hàm số y = sinx. Tính tuần hoàn của các hàm số đó có lợi ích gì trong việc xét chiều biến thiên của các hàm số đó.

$\boxed{?4}$ Để xét chiều biến thiên của các hàm số đó ta cần xét trong một khoảng có độ dài bao nhiêu?

$\boxed{?5}$ Hãy nêu một khoảng để xét mà em cho là thuận lợi nhất.

- Sử dụng các hình 1.2, 1.3 để mô tả chiều biến thiên của hàm số đó trong đoạn $[-\pi; \pi]$.





$\boxed{?6}$ Trong đoạn $[-\pi; -\frac{\pi}{2}]$ các hàm số y = sinx đồng biến hay nghịch biến?

$\boxed{?7}$ Trong đoạn $[-\frac{\pi}{2}; 0]$ các hàm số y = sinx đồng biến hay nghịch biến?

$\boxed{?8}$ Trong đoạn $[0; \frac{\pi}{2}]$ các hàm số y = sinx đồng biến hay nghịch biến?

$\boxed{?9}$ Trong đoạn $[\frac{\pi}{2}; \pi]$ các hàm số y = sinx đồng biến hay nghịch biến?

Sau khi cho học sinh trả lời, GV kết luận và nêu bảng biến thiên

x	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π
$y = \sin x$	0	-1	0	1	0

- Để vẽ đồ thị hàm số GV cần cho HS tìm một số các giá trị đặc biệt bằng cách cho HS điền và chỗ trống sau đây :

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
$y = \sin x$	…	…	…	…	…	…	…	…	…

- GV sử dụng hình 1.5 và hình 1.6 để nêu đồ thị của hàm số trên.
- GV nêu nhận xét trong SGK :

  1) Khi x thay đổi, hàm số $y = \sin x$ nhận mọi giá trị thuộc đoạn $[-1; 1]$. Ta nói *tập giá trị* của hàm số $y = \sin x$ là đoạn $[-1; 1]$.

  2) Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên khoảng $\left(\qquad \right)$. Từ đó, do tính chất tuần hoàn với chu kì 2π, hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên mỗi khoảng $\left(\qquad\qquad \right)$, $k \in \mathbb{Z}$.

- Thực hiện $\boxed{\textbf{H3}}$ trong 3'.

  Mục đích

  – Nhận biết tính nghịch biến của hàm số $y = \sin x$ trên khoảng $\left(\qquad \right)$ nhờ đồ thị (bảng biến thiên chỉ mới xét trên $(-\pi; \pi)$); điều đó còn giúp rèn luyện kĩ năng đọc.

  – Nhờ tính chất tuần hoàn với chu kì 2π của hàm số $y = \sin x$ để suy ra hàm số đó nghịch biến trên các khoảng $\left(\qquad\qquad \right)$.

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Trong khoảng $\left(\qquad \right)$ hàm số y = sinx đồng biến hay nghịch biến? ***Câu hỏi 2*** Hàm số y = nghịch biến trên mỗi khoảng	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Quan sát đồ thị, ta thấy hàm số $y = \sin x$ nghịch biến trên khoảng $\left(\qquad \right)$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Do tính chất tuần hoàn với chu kì 2π, nó nghịch biến trên mọi

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
$\left(\qquad\qquad \right), k \in \mathbb{Z}$.	khoảng $\left(\qquad\qquad \right)$, $k \in \mathbb{Z}$.

d) Sự biến thiên của hàm số y = cosx

- GV đưa ra câu hỏi

  $\boxed{?10}$ Nêu lại chu kì tuần hoàn của hàm số y = cosx. Tính tuần hoàn của hàm số đó có lợi ích gì trong việc xét chiều biến thiên của các hàm số đó.

  $\boxed{?11}$ Để xét chiều biến thiên của hàm số đó ta cần xét trong một khoảng có độ dài bao nhiêu?

  $\boxed{?12}$ Hãy nêu một khoảng để xét mà em cho là thuận lợi nhất.

- Sử dụng hình 1. 8 để mô tả chiều biến thiên của hàm số đó trong đoạn $[-\pi; \pi]$.

  $\boxed{?13}$ Trong đoạn $[-\pi; -\frac{\pi}{2}]$ các hàm số y = cosx đồng biến hay nghịch biến?

  $\boxed{?14}$ Trong đoạn $[-\frac{\pi}{2}; 0]$ các hàm số y = cosx đồng biến hay nghịch biến?

  $\boxed{?15}$ Trong đoạn $[0; \frac{\pi}{2}]$ các hàm số y = cosx đồng biến hay nghịch biến?

  $\boxed{?16}$ Trong đoạn $[\frac{\pi}{2}; \pi]$ các hàm số y = cosx đồng biến hay nghịch biến?

  Sau khi cho học sinh trả lời GV kết luận và nêu bảng biến thiên

x	$-\pi$		0		π
$y = \cos x$	-1	$\nearrow$	1	$\searrow$	-1

- Để vẽ đồ thị hàm số GV cần cho HS tìm một số các giá trị đặc biệt bằng cách cho HS điền và chỗ trống sau đây :

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
$y = \cos x$	…	…	…	…	…	…	…	…	…

- GV sử dụng hình 1.7 để nêu đồ thị của hàm số trên.
- Thực hiện **H4** trong 3'.

  Mục đích

  Khảo sát sự biến thiên của hàm số $y = \cos x$ trên $[-\pi; \pi]$ bằng cách quan sát chuyển động của hình chiếu H của điểm M trên trục côsin (bổ sung cho cách quan sát đồ thị).

Hoạt động của GV	***Hoạt động của HS***
Câu hỏi 1 Nhận xét về tính tăng, giảm của hàm số y = cosx khi M chạy từ A' đến A.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Khi M chạy trên đường tròn lượng giác theo chiều dương từ A' đến A, hình chiếu H của M trên trục côsin chạy dọc trục đó từ A' đến A nên $\overline{OH}$ tức là $\cos x$ tăng từ -1 đến 1;
Câu hỏi 2 Nhận xét về tính tăng, giảm của hàm số y = cosx khi M chạy từ A đến A'.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Khi M chạy trên đường tròn lượng giác theo chiều dương từ A đến A', điểm H chạy dọc trục côsin từ A đến A' nên $\overline{OH}$ tức là $\cos x$ giảm từ 1 đến -1.

- GV nêu nhận xét trong SGK :

1) Khi x thay đổi, hàm số $y = \cos x$ nhận mọi giá trị thuộc đoạn $[-1; 1]$. Ta nói *tập giá trị* của hàm số $y = \cos x$ là đoạn $[-1; 1]$.
2) Do hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn nên đồ thị của hàm số $y = \cos x$ nhận trục tung làm trục đối xứng.
3) Hàm số $y = \cos x$ đồng biến trên khoảng $(-\pi; 0)$. Từ đó do tính chất tuần hoàn với chu kì 2π, hàm số $y = \cos x$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\pi + k2\pi ; k2\pi)$, $k \in \mathbb{Z}$.

- Thực hiện $\boxed{\textbf{H5}}$ trong 3'.

Mục đích

Xét tính đồng biến và nghịch biến của hàm số y = cosx trên đoạn [$-\pi$; π].

Hoạt động của GV	***Hoạt động của HS***
Câu hỏi 1 Nhận xét về tính đồng biến và nghịch biến của hàm số y = cosx trên khoảng (0; π). ***Câu hỏi 2*** Nhận xét về tính đồng biến và nghịch biến của hàm số : y = cosx trên khoảng (k2π; π + k2π).	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Quan sát đồ thị, ta thấy hàm số $y = \cos x$ nghịch biến trên khoảng (0; π). **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Do tính chất tuần hoàn với chu kì 2π, nó nghịch biến trên mọi khoảng $(2k\pi; \pi + 2k\pi)$, $k \in \mathbb{Z}$.

- Để nêu bảng ghi nhớ : GV yêu cầu HS không sử dụng SGK và điền vào chỗ trống sau:

Hàm số $y = \sin x$	Hàm số $y = \cos x$
– Có tập xác định là .....; – Có tập giá trị là ...; – Là hàm số ...; – Là hàm số tuần hoàn với chu kì ...; – Đồng biến trên mỗi khoảng ... và nghịch biến trên mỗi khoảng... – Có đồ thị là một đường hình sin.	– Có tập xác định là ....; – Có tập giá trị là ...; – Là hàm số ...; – Là hàm số tuần hoàn với chu kì ... ; – Đồng biến trên mỗi khoảng ... và nghịch biến trên mỗi khoảng ... – Có đồ thị là một đường hình sin.

HOẠT ĐỘNG 2

2. Các hàm số y = tanx và y = cotx

a) Định nghĩa

- Nêu định nghĩa trong SGK.

Quy tắc đặt tương ứng mỗi số $x \in \mathcal{D}_1$ *với số thực* $\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$ *được gọi là* ***hàm số tang***, *kí hiệu là* $y = \tan x$.

• GV đưa ra câu hỏi

$\boxed{?17}$ Hàm số y = tan x không xác định tại những điểm nào?

Quy tắc đặt tương ứng mỗi số $x \in \mathcal{D}_2$ *với số thực* $\cot x = \dfrac{\cos x}{\sin x}$ *được gọi là* ***hàm số côtang***, *kí hiệu là* $y = \cot x$.

$\boxed{?18}$ Hàm số y = cotx không xác định tại những điểm nào?

• GV sử dụng hình 1.9 và đưa ra các câu hỏi:

$\boxed{?19}$ Trên hình 1.9 hãy chỉ ra các đoạn thẳng có độ dài đại số của tanx và cotx.

• GV nêu nhận xét trong SGK:

1) Hàm số $y = \tan x$ là một *hàm số lẻ* vì nếu $x \in \mathcal{D}_1$ thì $-x \in \mathcal{D}_1$ và $\tan(-x) = -\tan x$.

2) Hàm số $y = \cot x$ cũng là một *hàm số lẻ* vì nếu $x \in \mathcal{D}_2$ thì $-x \in \mathcal{D}_2$ và $\cot(-x) = -\cot x$.

b) Tính tuần hoàn

• GV đưa ra các câu hỏi :

$\boxed{?20}$ So sánh $\tan\alpha$ và $\tan(\alpha + k\pi)$.

$\boxed{?21}$ So sánh $\cot\alpha$ và $\cot(\alpha + k\pi)$.

$\boxed{?22}$ Nhận xét về tính tuần hoàn của hai hàm số trên.

• GV đưa ra kết luận cuối cùng:

$T = \pi$ là số dương nhỏ nhất thoả mãn

$\tan(x + T) = \tan x$ với mọi $x \in \mathcal{D}_1$,

và $T = \pi$ cũng là số dương nhỏ nhất thoả mãn

$\cot(x + T) = \cot x$ với mọi $x \in \mathcal{D}_2$.

Ta nói các hàm số $y = \tan x$ và $y = \cot x$ là những *hàm số tuần hoàn với chu kì* π.

c) Sự biến thiên và đồ thị của hàm số y = tanx

- GV đưa ra các câu hỏi sau:

Sử dụng hình 1. 10 để mô tả chiều biến thiên của hàm số đó trong khoảng $(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2})$.

$\boxed{?23}$ Trong khoảng $(-\frac{\pi}{2}; 0)$ hàm số y = tanx đồng biến hay nghịch biến?

$\boxed{?24}$ Trong khoảng $(0;\frac{\pi}{2})$ hàm số y = tanx đồng biến hay nghịch biến?

GV kết luận : Hàm số y = tanx đồng biến trong mỗi khoảng $(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2})$.

- Thực hiện **H6** trong 5'.

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Tại sao có thể khẳng định hàm số y = *tan*x đồng biến trên mỗi khoảng $\left(\qquad \right)$, $k \in \mathbb{Z}$?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Ta đã biết, hàm số $y = \tan x$ đồng biến trên khoảng $\left(\qquad \right)$ nên do tính chất tuần hoàn với chu kì π, nó đồng biến trên mọi khoảng $\left(\qquad \right)$, $k \in \mathbb{Z}$.

- GV nêu và mô tả đồ thị của hàm số y = tanx qua hình 1.11 trong SGK.
- GV nêu các nhận xét quan trọng sau :

1) Khi x thay đổi, hàm số $y = \tan x$ nhận mọi giá trị thực. Ta nói *tập giá trị* của hàm số $y = \tan x$ là $\mathbb{R}$.

2) Vì hàm số $y = \tan x$ là hàm số lẻ nên đồ thị của nó nhận gốc toạ độ làm tâm đối xứng.

3) Hàm số $y = \tan x$ không xác định tại $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$. Với mỗi $k \in \mathbb{Z}$, đường thẳng vuông góc với trục hoành, đi qua điểm $\left(\qquad\qquad \right)$ gọi là một *đường tiệm cận* của đồ thị hàm số $y = \tan x$.

d) Sự biến thiên của hàm số y = cotx

- GV đưa ra các câu hỏi sau để HS khảo sát.

$\boxed{?25}$ Trong khoảng $(0; \frac{\pi}{2})$ hàm số $y = \cot x$ đồng biến hay nghịch biến?

$\boxed{?24}$ Trong khoảng $(\frac{\pi}{2}; \pi)$ hàm số $y = \cot x$ đồng biến hay nghịch biến?

GV kết luận : Hàm số $y = \cot x$ đồng biến trong mỗi khoảng $(0; \pi)$.

Sau đó GV sử dụng hình 1.12 để mô tả đồ thị của hàm số $y = \cot x$.

- Để ghi nhớ GV cho HS điền vào chỗ trống sau:

Hàm số $y = \tan x$	Hàm số $y = \cot x$
– Có tập xác định là …;	– Có tập xác định là : ….
– Có tập giá trị là...;	– Có tập giá trị là …;
– Là hàm số …;	– Là hàm số …;
– Là hàm số tuần hoàn với chu kì ...;	– Là hàm số tuần hoàn với chu kì ...;
– Đồng biến trên mỗi khoảng …	– Nghịch biến trên mỗi khoảng ….
– Có đồ thị nhận mỗi đường thẳng ... làm một đường tiệm cận.	– Có đồ thị nhận mỗi đường thẳng ... làm một đường tiệm cận.

HOẠT ĐỘNG 3

2. Về khái niệm hàm số tuần hoàn

- GV nêu khái niệm hàm số tuần hoàn:

Hàm số $y = f(x)$ *xác định trên tập hợp* $\mathcal{D}$ *được gọi là* ***hàm số tuần hoàn*** *nếu có số* $T \neq 0$ *sao cho với mọi* $x \in \mathcal{D}$ *ta có*

$$x + T \in \mathfrak{D},\ x - T \in \mathfrak{D} \text{ và } f(x + T) = f(x).$$

Nếu có số T *dương nhỏ nhất thoả mãn các điều kiện trên thì hàm số đó được gọi là một* ***hàm số tuần hoàn với chu kì*** T.

Sau đó GV đưa ra một số câu hỏi nhằm nhấn mạnh về hàm tuần hoàn và chu kì của hàm số tuần hoàn.

$\boxed{?25}$ Hàm số y = 2sin x tuần hoàn hay không? Nếu là hàm số tuần hoàn hãy chỉ ra chu kì?

$\boxed{?26}$ Hàm số y = −32cos x tuần hoàn hay không? Nếu là hàm số tuần hoàn hãy chỉ ra chu kì?

$\boxed{?27}$ Hàm số y = 2sin $\frac{x}{2}$ tuần hoàn hay không? Nếu là hàm số tuần hoàn hãy chỉ ra chu kì?

$\boxed{?27}$ Hàm số y = 5tan x tuần hoàn hay không? Nếu là hàm số tuần hoàn hãy chỉ ra chu kì?

$\boxed{?28}$ Hàm số y = −3cot x tuần hoàn hay không? Nếu là hàm số tuần hoàn hãy chỉ ra chu kì?

$\boxed{?29}$ Hàm số y = 2cot2x tuần hoàn hay không? Nếu là hàm số tuần hoàn hãy chỉ ra chu kì?

Sau đó GV đưa ra các câu hỏi sau nhằm củng cố bài học:

Chọn đúng sai mà em cho là hợp lý.

$\boxed{?30}$ Hàm số y = sinx nghịch biến trên khoảng $(0;\frac{\pi}{2})$.

(a) Đúng; (b) Sai.

$\boxed{?31}$ Hàm số y = sinx đồng biến trên khoảng $(\frac{\pi}{2};\pi)$.

(a) Đúng; (b) Sai.

$\boxed{?32}$ Hàm số y = sinx nghịch biến trên khoảng $(\frac{\pi}{2};\pi)$.

(a) Đúng; (b) Sai.

?33 Hàm số y = cosx đồng biến trên khoảng $(-\frac{\pi}{2}; 0)$.

(a) Đúng; (b) Sai.

?34 Hàm số y = cosx nghịch biến trên khoảng $(0; \frac{\pi}{2})$.

(a) Đúng; (b) Sai.

?35 Hàm số y = cosx nghịch biến trên khoảng $(-\frac{\pi}{2}; 0)$.

(a) Đúng; (b) Sai.

?36 Hàm số y = cosx đồng biến trên khoảng $(0; \frac{\pi}{2})$.

(a) Đúng; (b) Sai.

?37 Hàm số y = tanx đồng biến trên khoảng $(-\frac{\pi}{2}; 0)$.

(a) Đúng; (b) Sai.

?38 Hàm số y = tanx đồng biến trên khoảng $(0; \frac{\pi}{2})$.

(a) Đúng; (b) Sai.

?39 Hàm số y = tanx nghịch biến trên khoảng $(-\frac{\pi}{2}; 0)$.

(a) Đúng; (b) Sai.

?40 Hàm số y = tanx nghịch biến trên khoảng $(0; \frac{\pi}{2})$.

(a) Đúng; (b) Sai.

HOẠT ĐỘNG 4

TÓM TẮT BÀI HỌC

1. Quy tắc đặt tương ứng mỗi số thực x với số thực $y = \sin x$. Quy tắc này được gọi là **hàm số sin**.

$$\sin : \quad \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$

$$x \mapsto y = \sin x.$$

• $y = \sin x$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$ và $-1 \le \sin x \le 1$.

• $y = \sin x$ là hàm số lẻ.

• $y = \sin x$ là hàm số tuần hoàn với chu kì 2π.

Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên $\left[\qquad \right]$ và nghịch biến trên $\left[\frac{\pi}{2} \,;\, \pi \right]$.

2. Quy tắc đặt tương ứng mỗi số thực x với số thực $y = \cos x$ (h. 2b). Quy tắc này được gọi là **hàm số côsin**.

$$\cos\text{in} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$

$$x \mapsto y = \cos x$$

• $y = \cos x$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$ và $-1 \le \cos x \le 1$.

• $y = \cos x$ là hàm số chẵn.

• $y = \cos x$ là hàm số tuần hoàn với chu kì 2π.

Hàm số $y = \cos x$ đồng biến trên đoạn $[-\pi \,;\, 0]$ và nghịch biến trên đoạn $[0; \pi]$.

3. Hàm số tang là hàm số được xác định bởi công thức

$$y = \tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \qquad (\cos x \neq 0).$$

Tập xác định của hàm số $y = \tan x$ là $\mathfrak{D}_1 = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + \quad \pi \mid \quad \in \mathbb{Z} \right\}$

• $y = \tan x$ xác định với mọi $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

• $y = \tan x$ là hàm số lẻ.

• $y = \tan x$ là hàm số tuần hoàn với chu kì π.

Hàm số $y = \tan x$ đồng biến trên nửa khoảng $\left[0 \,;\, \frac{\pi}{2} \right)$.

4. Hàm số côtang là hàm số được xác định bởi công thức

$$y = \cot = \frac{\cos x}{\sin x} \qquad (\sin x \neq 0).$$

Tập xác định của hàm số $y = \cot x$ là $\mathfrak{D}_2 = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$

• $y = \cot x$ là hàm số tuần hoàn với chu kì π.

• $y = \cot x$ là hàm số lẻ.

Vậy hàm số $y = \cot x$ nghịch biến trên khoảng $(0; \pi)$.

5. Hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập hợp $\mathfrak{D}$ được gọi là **hàm số tuần hoàn** nếu có số $T \neq 0$ sao cho với mọi $x \in \mathfrak{D}$ ta có

$$x + T \in \mathfrak{D},\ x - T \in \mathfrak{D} \text{ và } f(x + T) = f(x).$$

Nếu có số T dương nhỏ nhất thoả mãn các điều kiện trên thì hàm số đó được gọi là một **hàm số tuần hoàn với chu kì** T.

HOẠT ĐỘNG 5

MỘT SỐ CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ÔN TẬP BÀI 1

Câu 1. (a) Tập xác định của hàm số $y = \tan x$ là $\mathbb{R}$.

(b) Tập xác định của hàm số $y = \cot x$ là $\mathbb{R}$.

(c) Tập xác định của hàm số $y = \cos x$ là $\mathbb{R}$.

(d) Tập xác định của hàm số $y = \dfrac{1}{\cos x}$ là $\mathbb{R}$.

Trả lời. (c).

Câu 2. (a) Tập xác định của hàm số $y = \tan x$ là $\mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{2} + k\pi\}$.

(b) Tập xác định của hàm số $y = \cot x$ là $\mathbb{R}$.

(c) Tập xác định của hàm số $y = \cos x$ là $\mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{2} + k\pi\}$.

(d) Tập xác định của hàm số $y = \dfrac{1}{\cos x}$ là $\mathbb{R}$.

Trả lời. (a).

Câu 3. (a) Hàm số $y = \tan x$ luôn luôn đồng biến trên tập xác định của nó.

(b) Hàm số $y = \tan x$ luôn luôn nghịch biến trên tập xác định của nó.

(c) Hàm số $y = \cot x$ luôn luôn đồng biến trên tập xác định của nó.

(d) Cả ba kết luận trên đều sai.

Trả lời. (a).

Câu 4. (a) Hàm số $y = \cot x$ luôn luôn đồng biến trên tập xác định của nó.

(b) Hàm số $y = \cot x$ luôn luôn nghịch biến trên tập xác định của nó.

(c) Hàm số $y = \tan x$ luôn luôn nghịch biến trên tập xác định của nó.

(d) Cả ba kết luận trên đều sai.

Trả lời. (b).

Câu 5. Hãy điền vào chỗ trống trong bảng sau :

x	0	$\dfrac{\pi}{2}$	π	$\dfrac{3\pi}{2}$
$\sin 2x$	(a)	(b)	(c)	(d)
$\sin 3x$	(a)	(b)	(c)	(d)
$\sin 4x$	(a)	(b)	(c)	(d)
$\sin 5x$	(a)	(b)	(c)	(d)

Câu 6. Hãy điền vào chỗ trống trong bảng sau :

x	0	$\dfrac{\pi}{2}$	π	$\dfrac{3\pi}{2}$
$\cos 2x$	(a)	(b)	(c)	(d)
$\cos 3x$	(a)	(b)	(c)	(d)

$\cos 4x$	(a)	(b)	(c)	(d)
$\cos 5x$	(a)	(b)	(c)	(d)

Câu 7. Hãy điền vào chỗ trống trong bảng sau :

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$
$\tan 2x$	(a)	(b)	(c)	(d)
$\tan 3x$	(a)	(b)	(c)	(d)
$\tan 4x$	(a)	(b)	(c)	(d)
$\tan 5x$	(a)	(b)	(c)	(d)

Câu 8. Hãy điền vào chỗ trống trong bảng sau :

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$
$\cot 2x$	(a)	(b)	(c)	(d)
$\cot 3x$	(a)	(b)	(c)	(d)
$\cot 4x$	(a)	(b)	(c)	(d)
$\cot 5x$	(a)	(b)	(c)	(d)

Câu 9. Hãy xác định chu kì của hàm số $y = \hat{} + \cos 4x$ trong các số sau đây :

(a) 0; (b) $\frac{\pi}{2}$;

(c) π; (d) 2π.

Trả lời. (b).

Câu 10. Hãy xác định chu kì của hàm số $y = \hat{} + \sin\frac{x}{2}$ trong các số sau đây :

(a) 0; (b) $\frac{\pi}{2}$;

(c) 2π; (d) 4π.

Trả lời. (d).

Câu 11. Hãy xác định chu kì của hàm số $y = \tan\frac{x}{2}$ trong các số sau đây :

(a) 0; (b) $\frac{\pi}{2}$;

(c) 2π; (d) 4π.

Trả lời. (c).

Câu 12. Hãy xác định chu kì của hàm số $y = 1 + \cot\frac{x}{2}$ trong các số sau đây :

(a) 0; (b) $\frac{\pi}{2}$;

(c) 2π; (d) 4π.

Trả lời. (c).

Câu 13. Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn?

(a) $y = \sin x$ (b) $y = |\sin x|$;

(c) $y = 2\sin x$; (d) $y = 3\sin x$.

Trả lời. (b).

Câu 14. Hàm số nào sau đây không là hàm số chẵn?

(a) $y = \cos x$ (b) $y = |\cos x|$ + sinx;

(c) $y = 2\cos x$; (d) $y = 3\cos x$.

Trả lời. (b).

Câu 15. Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = \sin 3x \cos 3x + 3$ là

(a) 3 và 2 (b) 4 và 3;

(c) $\frac{3}{2}$ và $\frac{5}{2}$; (d) 2 và 1.

Trả lời. (c).

Câu 16. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 1 - 2\cos\frac{1}{2}x$ là

(a) 1 và 0 (b) 3 và 2;

(c) (b) 3 và -1; (d) 2 và 1.

Trả lời. (c).

HOẠT ĐỘNG 6

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

Bài 1

Hướng dẫn. Dựa vào tập xác định và tập giá trị của các hàm số lượng giác.

a) Vì $3 - \sin x > 0$ với mọi x, nên tập xác định là $\mathbb{R}$.

b) Hàm số chỉ xác định với $x \in \mathbb{R}$ mà $\sin x \neq 0$, tức là $x \neq k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$. Vậy tập xác định của hàm số là $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

c) Hàm số chỉ xác định với $x \in \mathbb{R}$ mà $\cos x \neq -1$, tức là $x \neq (2k + 1)\pi$ (để ý rằng $1 - \sin x \geq 0$ và $1 + \cos x \geq 0$ với mọi x). Vậy tập xác định là $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{(2k + 1)\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

d) Hàm số chỉ xác định với $x \in \mathbb{R}$ mà $\cos\left(\quad \right) \neq 0$, tức là $2x + \frac{\pi}{3} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$, hay $x \neq \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$. Vậy tập xác định là $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \qquad \mathbb{Z} \right\}$.

Bài 2

Hướng dẫn. Dựa vào tính chẵn lẻ của các hàm số lượng giác.

a) $y = -2\sin x$ là hàm số lẻ vì $\sin(-x) = -\sin x$ với mọi x.

b) $y = 3\sin x - 2$ không phải là hàm số lẻ, cũng không phải là hàm số chẵn vì nếu đặt $f(x) = 3\sin x - 2$ thì có $x \in \mathbb{R}$ mà $f(x) \neq \pm f(-x)$: chẳng hạn $f\left(\quad \right) = 1, f\left(\quad \right) = -5$.

c) $y = \sin x - \cos x$ không phải là hàm số lẻ, cũng không phải là hàm số chẵn vì nếu đặt $f(x) = \sin x - \cos x$ thì $f\left(\quad \right) = 0, f\left(\quad \right) = -\sqrt{2}$.

d) $y = f(x) = \sin x \cos^2 x + \tan x$ là hàm số xác định trên

$$\mathcal{D}_1 = \mathrm{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{\ } + \ \pi \ \in \mathbb{Z} \right\}.$$

Vì mọi $x \in \mathcal{D}_1$, ta có $-x \in \mathcal{D}_1$ và

$f(-x) = \sin(-x)\cos^2(-x) + \tan(-x) = -\sin x \cos^2 x - \tan x = -f(x)$ nên hàm số đã cho là hàm số lẻ.

Bài 3

Hướng dẫn. Dựa vào tập xác định và tập giá trị của các hàm số lượng giác.

a) Do hàm số $y = \cos\left(\quad \right)$ đạt giá trị lớn nhất là 1, giá trị nhỏ nhất là -1 (để ý rằng $u = x + \frac{\pi}{3}$ lấy mọi giá trị thực tuỳ ý khi x thay đổi) nên hàm số $y = 2\cos\left(\quad \right) + 3$ đạt giá trị lớn nhất là 5, giá trị nhỏ nhất là 1.

b) Do $y = \sin(x^2)$ đạt giá trị lớn nhất là 1 (khi $x^2 = \frac{\pi}{2} + k2\pi$, k nguyên không âm), đạt giá trị nhỏ nhất là -1 (khi $x^2 = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$, k nguyên dương) nên hàm số $y = \sqrt{1 - \sin(x^2)} - 1$ đạt giá trị lớn nhất là $\sqrt{2} - 1$ và giá trị nhỏ nhất là -1.

c) Do $y = \sin\sqrt{x}$ đạt giá trị lớn nhất là 1 (khi $\sqrt{x} = \frac{\pi}{2} + k2\pi$, k nguyên không âm), đạt giá trị nhỏ nhất là -1 (khi $\sqrt{x} = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$, k nguyên dương) nên hàm số $y = 4\sin\sqrt{x}$ đạt giá trị lớn nhất là 4, giá trị nhỏ nhất là -4.

Bài 4. Với chú ý rằng

$$J_3 = \left(\qquad \qquad \right), J_4 = \left(\qquad \qquad \qquad \right),$$

ta có bảng sau, trong đó dấu "+" có nghĩa "đồng biến", dấu "o" có nghĩa "không đồng biến" :

Hàm số	J_1	J_2	J_3	J_4
$f(x) = \sin x$	o	+	+	o
$g(x) = \cos x$	+	o	o	+
$h(x) = \tan x$	+	+	+	o

Bài 5

Hướng dẫn. Dựa vào chiều biến thiên của các hàm số lượng giác.

a) Sai, vì chẳng hạn trên khoảng $\left(\qquad \right)$ hàm số $y = \sin x$ đồng biến nhưng hàm số $y = \cos x$ không nghịch biến.

b) Đúng, vì nếu trên khoảng J, hàm số $y = \sin^2 x$ đồng biến thì với x_1, x_2 tuỳ ý thuộc J mà $x_1 < x_2$, ta có $\sin^2 x_1 < \sin^2 x_2$, từ đó

$\cos^2 x_1 = 1 - \sin^2 x_1 > 1 - \sin^2 x_2 = \cos^2 x_2$, tức là hàm số $y = \cos^2 x$ nghịch biến trên J.

Bài 6

a) Ở đây $f(x + k\pi) = 2\sin 2(x + k\pi)$ và $f(x) = 2\sin 2x$, nên ta cần chứng minh $2\sin(2x + 2k\pi) = 2\sin 2x$, tức là chứng minh $\sin(2x + k2\pi) = \sin 2x$ với mọi x. Điều này suy ra từ $\sin(u + k2\pi) = \sin u$ với mọi u.

b)

x	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{4}$	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$
$2x$	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π
$2\sin 2x$	0	-2	0	2	0

c) GV tự vẽ hình.

Luyện tập (tiết 4)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

Ôn tập lại sự biến thiên, tính tuần hoàn của các hàm số lượng giác.

2. Kĩ năng

- Giải được các bài tập về chiều biến thiên của các hàm số lượng giác cơ bản.
- Giải được một số bài toán về tính tuần hoàn và chu kì của chúng.

3. Thái độ

- Tự giác, tích cực trong học tập.
- Biết phân biệt rõ các khái niệm cơ bản và vận dụng trong từng trường hợp cụ thể.
- Tư duy các vấn đề của toán học một cách lôgic và hệ thống.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV

Chuẩn bị các câu hỏi gợi mở.

2. Chuẩn bị của HS

- Cần ôn lại một số kiến thức đã học về lượng giác ở lớp 10 về công thức lượng giác.
- Ôn tập lại bài 1.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 1 tiết :

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. ĐẶT VẤN ĐỀ

Câu hỏi 1

Hãy nêu tính tuần hoàn và chiều biến thiên của các hàm số lượng giác.

Câu hỏi 2

Hãy cho biết về giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số lượng giác.

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

Bài 7.

Mục đích. Ôn tập về tính chẵn – lẻ của các hàm số lượng giác.

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Xét tính chẵn – lẻ của hàm số: $y = \cos\left(\qquad \right)$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $y = f(x) = \cos\left(\qquad \right)$ không phải là hàm số chẵn, không phải là hàm số lẻ, vì chẳng hạn $f\left(\quad \right) = 0$, $f\left(\qquad \right) = -1$.
Câu hỏi 2 Xét tính chẵn – lẻ của hàm số: $y = \tan\lvert x \rvert$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Hàm số có tập xác định là $\mathscr{D}_1$ và với mọi $x \in \mathscr{D}_1$ thì $-x \in \mathscr{D}_1$ và $\tan\lvert -x \rvert = \tan\lvert x \rvert$ nên $y = \tan\lvert x \rvert$ là hàm số chẵn.
Câu hỏi 3 Xét tính chẵn – lẻ của hàm số: $y = \tan x - \sin 2x$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Hàm số có tập xác định là $\mathscr{D}_1$ và với mọi $x \in \mathscr{D}_1$ thì $-x \in \mathscr{D}_1$ và $\tan(-x) - \sin(-2x) = -\tan x + \sin 2x = -(\tan x - \sin 2x)$ nên $y = \tan x - \sin 2x$ là hàm số lẻ.

HOẠT ĐỘNG 2

Bài 8.

Mục đích. Ôn tập về tính tuần hoàn của các hàm số lượng giác.

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Hãy chứng minh : $-\sin^2(x + k\pi) = -\sin^2 x$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $-\sin^2(x + k\pi) = -[(-1)^k \sin x]^2 = -\sin^2 x$.
Câu hỏi 2 Hãy chứng minh : $3\tan^2(x + k\pi) + 1 = 3\tan^2 x + 1$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $3\tan^2(x + k\pi) + 1 = 3\tan^2 x + 1$, do $\tan(x + k\pi) = \tan x$.
Câu hỏi 3 Hãy sử dụng công thức nhân đôi và chứng minh : $\sin(x + k\pi)\cos(x + k\pi) = \sin x\cos x$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $\sin(x + k\pi)\ \cos(x + k\pi) = (-1)^k\sin x.(-1)^k\cos x = \sin x\ \cos x$.
Câu hỏi 4 Hãy sử dụng công thức nhân đôi và chứng minh : câu d).	**Gợi ý trả lời câu hỏi 4** $\sin(x + k\pi)\ \cos(x + k\pi) + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos 2(x + k\pi) = (-1)^k\sin x.(-1)^k\ \cos x + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos(2x + 2k\pi) = \sin x\ \cos x + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos 2x$.

HOẠT ĐỘNG 3

Bài 9.

Mục đích. Ôn tập về tính tuần hoàn của các hàm số lượng giác.

Trả lời. $f\left(\qquad\right) \qquad \left[\ \left(\qquad\right) + \alpha\right]$

$$= A\sin(\omega x + \alpha + k2\pi) = A\sin(\omega x + \alpha) = f(x).$$

HOẠT ĐỘNG 4

Bài 10.

Mục đích. Ôn tập về miền xác định của hàm số lượng giác.

Trả lời. Hoành độ giao điểm là nghiệm của phương trình:

$$\sin x = \frac{x}{3}.$$

Do $-1 \le \sin x \le 1$ nên $-3 \le x \le 3$.

Gọi M là một giao điểm của hai đồ thị, ta có $OM = \sqrt{x^2 + \frac{x^2}{9}} = \sqrt{\frac{10x^2}{9}}$.

Do $x^2 \le 9$ nên $OM \le \sqrt{10}$.

HOẠT ĐỘNG 5

Bài 11.

Mục đích. Ôn tập về đồ thị của các hàm số lượng giác.

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Nhận xét về mối quan hệ giữa đồ thị của hai hàm số y = sinx và y = −sinx. Từ đó suy ra cách giải.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Với mọi x ta có hai giá trị −sinx và sinx đối nhau. Vậy đồ thị của hai hàm số này đối xứng nhau qua trục hoành.
Câu hỏi 2 Nhận xét về mối quan hệ giữa đồ thị của hai hàm số y = sinx và y = |sinx|. Từ đó suy ra cách giải.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Hàm số y = |sinx| chỉ nhận giá trị dương. Hơn nữa hàm số y = |sinx| là hàm số chẵn nên ta có cách vẽ đồ thị: từ đồ thị $(\mathscr{C})$ của hàm số $y = \sin x$ – Giữ nguyên bộ phận của $(\mathscr{C})$ nằm trong nửa mặt phẳng $y \ge 0$ (tức là nửa mặt phẳng bên trên trục hoành kể cả bờ Ox); – Lấy hình đối xứng qua trục hoành của bộ phận của $(\mathscr{C})$ nằm trong nửa mặt

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 3 Nhận xét về mối quan hệ giữa đồ thị của hai hàm số y = sinx và y = |sinx|. Từ đó suy ra cách giải.	phẳng $y < 0$ (tức là nửa mặt phẳng bên dưới trục hoành không kể bờ Ox); – Xoá bộ phận của $(\mathscr{C})$ nằm trong nửa mặt phẳng $y < 0$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Do $\sin\|x\| = \begin{cases} \sin x & \text{nếu } x \geq 0, \\ -\sin x & \text{nếu } x < 0 \end{cases}$ nên đồ thị của hàm số $y = \sin\|x\|$ có được từ đồ thị $(\mathscr{C})$ của hàm số $y = \sin x$ bằng cách : – Giữ nguyên bộ phận của $(\mathscr{C})$ nằm trong nửa mặt phẳng $x \geq 0$ (tức nửa mặt phẳng bên phải trục tung kể cả bờ Oy); – Xoá bộ phận của $(\mathscr{C})$ nằm trong nửa mặt phẳng $x < 0$ (tức nửa mặt phẳng bên trái trục tung không kể bờ Oy); – Lấy hình đối xứng qua trục tung của bộ phận của $(\mathscr{C})$ nằm trong nửa mặt phẳng $x > 0$.

HOẠT ĐỘNG 6

Bài 12.

Mục đích. Ôn tập về đồ thị của các hàm số lượng giác.

Trả lời.

a) Đồ thị của hàm số $y = \cos x + 2$ có được do tịnh tiến đồ thị của hàm số $y = \cos x$ lên trên một đoạn có độ dài bằng 2, tức là tịnh tiến theo vectơ $2\vec{j}$ ($\vec{j}$ là vectơ đơn vị trên trục tung).

Đồ thị của hàm số $y = \cos\left(\quad\right)$ có được do tịnh tiến đồ thị của hàm số $y = \cos x$ sang phải một đoạn có độ dài $\frac{\pi}{4}$, tức là tịnh tiến theo vectơ $\frac{\pi}{4}\vec{i}$ ($\vec{i}$ là vectơ đơn vị trên trục hoành).

b) Rõ ràng $\cos(x + 2\pi) + 2 = \cos x + 2$ và $\cos\left(\quad\right) \quad \left(\quad\right)$ với mọi x, nên cả hai hàm số $y = \cos x + 2$ và $y = \cos\left(\quad\right)$ đều là hàm số tuần hoàn.

Bài 13.

Mục đích. Ôn tập về đồ thị của các hàm số lượng giác.

Trả lời. a) $f(x + k4\pi) = \cos\frac{1}{2}(x + k4\pi) = \cos\left(\quad\right) = \quad \frac{x}{2} = f(x)$.

b)

x	-2π	$-\pi$	0	π	2π
$\frac{x}{2}$	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π
$\cos\frac{x}{2}$	-1	0	1	0	-1

c) GV tự vẽ hình.

d) Đồ thị của hàm số $y = \cos\frac{x}{2}$ có được từ đồ thị hàm số $y = \cos x$ bằng biến đổi sau : Điểm $(x; y)$ thuộc đồ thị hàm số $y = \cos x$ biến thành điểm $(2x; y)$ thuộc đồ thị hàm số $y = \cos\frac{x}{2}$.

§2. Phương trình lượng giác cơ bản
(tiết 5, 6, 7)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

HS nắm được :

- Phương trình lượng giác sinx = a, điều kiện có nghiệm và công thức nghiệm của phương trình sinx = sinα.
- Phương trình lượng giác cosx = a, điều kiện có nghiệm và công thức nghiệm của phương trình cosx = cosα.
- Phương trình lượng giác tanx = a, điều kiện của phương trình và công thức nghiệm của phương trình tanx = tanα.
- Phương trình lượng giác cotx = a, điều kiện của phương trình và công thức nghiệm của phương trình cotx = cotα.

2. Kĩ năng

- Sau khi học xong bài này HS cần giải thành thạo các phương trình lượng giác cơ bản.
- Giải được phương trình lượng giác dạng sinf(x) = sinα, cosf(x) = cosα.
- Tìm được điều kiện của các phương trình dạng

$$\tan f(x) = \tan\alpha,\ \cot f(x) = \cot\alpha.$$

3. Thái độ

- Tự giác, tích cực trong học tập.
- Biết phân biệt rõ các khái niệm cơ bản và vận dụng trong từng trường hợp cụ thể.
- Tư duy các vấn đề của toán học một cách lôgic và hệ thống.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV

- Chuẩn bị các câu hỏi gợi mở.
- Chuẩn bị các hình từ hình 1.19 đến hình 1.22.
- Chuẩn bị phấn màu và một số đồ dùng khác.

2. Chuẩn bị của HS

- Cần ôn lại một số kiến thức đã học về lượng giác ở lớp 10 về công thức lượng giác.

- Ôn tập lại bài 1.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 3 tiết :

Tiết 1 : Từ đầu đến hết mục 2.

Tiết 2 : Tiếp theo đến hết mục 4.

Tiết 3 : Tiếp theo đến mục 5 và bài tập.

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. ĐẶT VẤN ĐỀ

Câu hỏi 1

Hãy điền vào các ô trống sau đây:

	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$
sinx + 1				
cos 3x + 2				
tan2x −3				
cot(−3x) + 2				

Câu hỏi 2

Cho $\sin x = \frac{1}{2}$, khi đó phương trình có nghiệm duy nhất $x = \frac{\pi}{6}$. Đúng hay sai?

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

MỞ ĐẦU

- GV cho học sinh đọc và tóm tắt bài toán.

$\boxed{?1}$ Để tìm t ta cần giải phương trình nào?

$\boxed{?2}$ Đặt $x = \frac{\pi}{50}t$ ta được phương trình nào?

- GV kết luận về những phương trình lượng giác cơ bản:

  $\sin x = m$, $\cos x = m$, $\tan x = m$ và $\cot x = m$,

  trong đó x là ẩn số ($x \in \mathbb{R}$) và m là một số cho trước.

  Đó là các **phương trình lượng giác cơ bản**.

HOẠT ĐỘNG 2

1. Phương trình sinx = m

- Thực hiện $\boxed{\textbf{H1}}$ trong 3'.

  Mục đích. Bước đầu, học sinh tự tìm tòi cách tìm nghiệm của phương trình (dựa vào đường tròn lượng giác hoặc suy ra từ hệ thức quen thuộc $\sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$). Giáo viên cho học sinh tìm ra nhiều hơn một nghiệm, rồi đặt vấn đề làm thế nào tìm được tất cả các nghiệm của phương trình.

Hoạt động của GV	***Hoạt động của HS***
Câu hỏi 1 Nêu một số nghiệm mà em biết?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $x = \frac{\pi}{6}$ hoặc $x = \frac{5\pi}{6}$.
Câu hỏi 2 Phương trình có vô số nghiệm. Đúng hay sai?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Đúng.

- GV dựa vào hình 1.19 và cho học sinh tìm một số nghiệm khác nữa.

  Sau đó rút ra quy luật của nghiệm dựa vào tính tuần hoàn của hàm số y = sinx để nêu công thức nghiệm:

$$\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \pi - \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right. \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

- GV đặt ra các câu hỏi sau:

$\boxed{?3}$ Có số α nào mà $\sin\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$?

$\boxed{?4}$ Có số α nào mà $\sin\alpha = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$?

$\boxed{?5}$ Có số α nào mà sinα = a với $|a| \le 1$?

- GV đưa ra vấn đề sau:

$\boxed{?6}$ Nếu sinx = sinα thì x = α là nghiệm? Đúng hay sai?

- GV đưa ra công thức nghiệm

Nếu α là một nghiệm của phương trình (I), nghĩa là sinα = m thì

$$\sin x = m \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{array}\right. \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Ta nói rằng x = α + k2π và x = π − α + k2π là hai họ nghiệm của phương trình (I).

- GV đưa ra chú ý :

Kể từ đây, để cho gọn ta quy ước rằng nếu trong một biểu thức nghiệm của phương trình lượng giác có chứa *k* mà không giải thích gì thêm thì ta hiểu rằng *k* nhận mọi giá trị thuộc $\mathbb{Z}$.

- Thực hiện ví dụ 1

Hoạt động của GV	***Hoạt động của HS***
Câu hỏi 1 Tìm nghiệm của phương trình $\sin x = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\sin x = \sin\left(\quad\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\dfrac{\pi}{3} + k2\pi, \\ x = \dfrac{4\pi}{3} + k2\pi. \end{array}\right.$
Câu hỏi 2 Tìm nghiệm của phương trình	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2**

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
$\sin x = \frac{2}{3}$.	Vì $\frac{2}{3} < 1$ nên có số α để $\sin\alpha = \frac{2}{3}$. Do đó $\sin x = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \sin x = \sin\alpha$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \alpha + \text{˙ ˆ}\pi, \\ x = \pi - \alpha + \text{˙ ˆ}\pi. \end{array}\right.$

- Thực hiện **H2** trong 5'.

  Mục đích. Khắc sâu công thức (Ia).

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Tìm góc lượng giác α mà $\sin\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$. ***Câu hỏi 2*** Giải phương trình $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$. $\sin\alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\alpha = \frac{\pi}{4}$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{4} + \text{˙ ˆ}\pi, \\ x = \frac{3\pi}{4} + \text{˙ ˆ}\pi. \end{array}\right.$

- Thực hiện **H3** trong 5'.

  Mục đích. Tìm hiểu ý nghĩa hình học của tập nghiệm của một phương trình lượng giác (nhờ đồ thị).

- GV treo hình 1.20 chuẩn bị sẵn ở nhà.

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Nghiệm của phương trình là hoành độ giao điểm của hai đồ thị nào?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Là giao điểm của đồ thị hai hàm số $y = \sin x$ và $y = \frac{\sqrt{2}}{2}$.
Câu hỏi 2 Hãy chỉ ra các nghiệm theo yêu cầu của bài toán.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\left\{ \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{\pi}{4} + 2\pi, \frac{3\pi}{4} + 2\pi, \frac{\pi}{4} + 4\pi, \frac{3\pi}{4} + 4\pi \right\}$

- GV nêu các chú ý:

1) Khi m ∈ {0; ±1}, công thức (Ia) có thể viết gọn như sau :

$$\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi,$$

$$\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi,$$

$$\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi.$$

2) Dễ thấy rằng với m cho trước mà $|m| \leq 1$, *phương trình* $\sin x = m$ *có đúng một nghiệm nằm trong đoạn* $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$. *Người ta thường kí hiệu nghiệm đó là arcsinm (đọc là ác−sin m). Khi đó*

$$\sin x = m \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \arcsin m + k2\pi, \\ x = \pi - \arcsin m + k2\pi. \end{array}\right.$$

Vậy ở ví dụ 1 câu 2) có thể viết

$$\sin x = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \arcsin\frac{2}{3} + k2\pi, \\ x = \pi - \arcsin\frac{2}{3} + k2\pi. \end{array}\right.$$

3) Từ (Ia) ta thấy rằng : Nếu α và β là hai số thực thì $\sin\beta = \dot{}\ \ \alpha$ *khi và chỉ khi có số nguyên k để* $\beta = \alpha + \quad \pi$ *hoặc* $\beta = \pi - \alpha + \dot{}\,\hat{}\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

- Thực hiện ví dụ 2

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Nhắc lại công thức nghiệm (Ia) ***Câu hỏi 2*** Hãy giải phương trình đã cho.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** GV cho HS nhắc lại. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\left[\begin{array}{l} x = \frac{2\pi}{5} + \dot{}\,\hat{}\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + \dot{}\ \ \frac{2\pi}{3}. \end{array}\right.$

- Thực hiện **H4** trong 5'.

Mục đích. Sử dụng chú ý 3) để giải phương trình $\sin P(x) = \sin Q(x)$.

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Nhắc lại ý chính của chú ý 3. ***Câu hỏi 2*** Giải phương trình $\sin 2x = \sin x$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** GV cho HS nhắc lại. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\sin 2x = \sin x$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = \quad + \dot{}\,\hat{}\pi, \\ 2x = \pi - \quad + \dot{}\,\hat{}\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dot{}\,\hat{}\pi, \\ x = \frac{\pi}{3} + \frac{k}{3}\hat{}\pi \end{array}\right.$

HOẠT ĐỘNG 3

2. Phương trình cosx = m

- GV đặt vấn đề như sau:

$\boxed{?7}$ Có tồn tại số α mà cosα = 5 không?

$\boxed{?8}$ Tập các định của hàm số y = cosα?

$\boxed{?9}$ Khi $|a| > 1$ phương trình cosx = a có nghiệm hay không?

$\boxed{?10}$ Khi $|a| \le 1$ có số α nào mà cosα = a không?

$\boxed{?11}$ Khi α là nghiệm của phương trình cosx = a thì −α có phải là nghiệm hay không?

$\boxed{?12}$ Chu kì tuần hoàn của hàm số y = cosx là bao nhiêu?

- Sau đó GV nêu công thức nghiệm của phương trình cosx = m:

  Nếu α là một nghiệm của phương trình (II), nghĩa là cosα = m thì

$$\cos x = m \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \alpha + k2\pi, \\ x = -\alpha + k2\pi. \end{array}\right. \qquad \text{(IIa)}$$

- Thực hiện $\boxed{\textbf{H5}}$ trong 3'.

  Mục đích. Luyện kĩ năng vận dụng công thức (IIa).

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Chỉ ra một số α mà $\cos\alpha = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\alpha = \dfrac{3\pi}{4}$
Câu hỏi 2 Giải phương trình sau : $\cos x = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\cos x = -\dfrac{\sqrt{2}}{2} = \cos\dfrac{3\pi}{4}$ $\Leftrightarrow x = \pm\dfrac{3\pi}{4} + k2\pi$.

- GV nêu chú ý trong SGK

  1) Đặc biệt, khi m ∈ {0; ±1}, công thức (IIa) có thể viết gọn như sau

$$\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi,$$
$$\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi,$$
$$\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi.$$

2) Dễ thấy rằng với mọi số m cho trước mà | m | ≤ 1, phương trình cosx = m có đúng một nghiệm nằm trong đoạn [0; π]. Người ta thường kí hiệu nghiệm đó là arccosm (đọc là ác−côsin m). Khi đó

$$cosx = m \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \arccos m + k2\pi, \\ x = - \qquad\quad + k2\pi. \end{array}\right.$$

mà cũng thường được viết là x = ± arccosm + k2π.

3) Từ (IIa) ta thấy rằng : Nếu α và β là hai số thực thì $\cos\beta = \quad \alpha$ *khi và chỉ khi có số nguyên k để* $\beta = \alpha + k2\pi$ *hoặc* $\beta = -\alpha + k2\pi$ *,*

k ∈ ℤ.

- Thực hiện **H6** trong 5'.

Mục đích. Sử dụng chú ý 3) để giải phương trình $\cos P(x) = \cos Q(x)$.

Hoạt động của GV	***Hoạt động của HS***
Câu hỏi 1 Nhắc lại ý chính trong chú ý 3. ***Câu hỏi 2*** Giải phương trình đã cho	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** GV cho HS nhắc lại. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** cos(2*x* + 1) = cos (2*x* − 1) : cos (2*x* +1) = cos (2*x* − 1) $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x + 1 = 2\ \ - 1 + k2\pi \\ 2x + 1 = -(2\ \ - 1) + k2\pi \end{array}\right.$ Dễ thấy phương trình $2x + 1 = 2\ \ - 1 + k2\pi$ vô nghiệm, còn $2x + 1 = -(2\ \ - 1) + k2\pi$ $\Leftrightarrow\ \ = k2\pi \Leftrightarrow\ \ = k\frac{\pi}{2}$ Vậy các nghiệm của phương trình đã cho là $x = k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

HOẠT ĐỘNG 4

• ***Một số câu hỏi củng cố các mục 1 và 2:***

?13 Phương trình sinx = sin α có nghiệm là

$$x = \alpha + k2\pi, \quad k \in \mathbb{Z},$$

$$x = \pi - \alpha + k2\pi, \qquad k \in \mathbb{Z}.$$

(a) Đúng; (b) Sai.

?14 Phương trình sinx = a có nghiệm là khi a < 1.

(a) Đúng; (b) Sai.

?15 Phương trình sinx = a có nghiệm là khi a >−1.

(a) Đúng; (b) Sai.

?16 Phương trình sinx = a có nghiệm là khi |a| < 1.

(a) Đúng; (b) Sai.

?17 Phương trình cosx = cos α có nghiệm là

$$x = \alpha + k2\pi, \quad k \in \mathbb{Z},$$

(a) Đúng; (b) Sai.

?18 Phương trình cosx = cos α có nghiệm là

$$x = -\alpha + k2\pi,\ k \in \mathbb{Z}.$$

(a) Đúng; (b) Sai.

?19 Phương trình cosx = cos α có nghiệm là

$$x = \pm\alpha + k2\pi,\ k \in \mathbb{Z}.$$

(a) Đúng; (b) Sai.

?20 Phương trình cosx = a có nghiệm khi a < 1.

(a) Đúng; (b) Sai.

$\boxed{?21}$ Phương trình cosx = a có nghiệm khi a > −1.

(a) Đúng; (b) Sai.

$\boxed{?22}$ Phương trình cosx = a có nghiệm khi |a| < 1.

(a) Đúng; (b) Sai.

$\boxed{?23}$ Phương trình cosx = a có nghiệm khi |a| ≤ 1.

(a) Đúng; (b) Sai.

HOẠT ĐỘNG 5

3. Phương trình tanx = a

• GV đặt vấn đề như sau:

$\boxed{?26}$ Có tồn tại số α mà tanα = 5 không?

$\boxed{?27}$ Tập xác định của hàm số y = tanx?

$\boxed{?28}$ Với mọi a, phương trình tanx = a luôn có nghiệm, đúng hay sai?

• GV kết luận

Điều kiện của phương trình : $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Nếu α là một nghiệm của phương trình (III), nghĩa là tanα = m thì

$$\tan x = m \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi. \qquad \text{(IIIa)}$$

• Thực hiện ví dụ 3

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Giải phương trình tanx = tan−1.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Vì $-1 = \tan\left(\quad\right)$ nên $\tan x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$.
Câu hỏi 2 Giải phương trình $\tan\frac{x}{3} = 3$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Gọi α là một số mà tanα = 3. Khi đó $\tan\frac{x}{3} = $ ˆ $\Leftrightarrow \frac{x}{3} = \alpha +$ ˙ π $\Leftrightarrow x = 3\alpha +$ ˙ ˆπ.

- GV nêu chú ý trong SGK:

  1) Dễ thấy rằng với mọi số m cho trước, phương trình tanx = m có đúng một nghiệm nằm trong khoảng $\left(\qquad \right)$*. Người ta thường kí hiệu nghiệm đó là arctanm (đọc là ác–tang m). Khi đó*

  $$tanx = m \Leftrightarrow x = arctanm + k\pi.$$

  2) Từ (IIIa) ta thấy rằng : Nếu α và β là hai số thực mà $tan\alpha$, $tan\beta$ xác định thì $tan\beta = tan\alpha$ khi và chỉ khi có số nguyên k để $\beta = \alpha + k\pi$.

- Thực hiện **H7** trong 3'.

  Mục đích. Sử dụng chú ý 2) để giải phương trình $\tan P(x) = \tan Q(x)$.

Hoạt động của GV	***Hoạt động của HS***
Câu hỏi 1 Hãy nêu ý chính của chú ý 2). ***Câu hỏi 2*** Nêu điều kiện của phương trình. ***Câu hỏi 3*** Giải phương trình : $\tan 2x = \tan x$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** GV cho HS trả lời và kết luận. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Với điều kiện $\cos 2x \cos x \neq 0$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $\tan 2x = \tan x \Leftrightarrow 2x = x + k\pi \Leftrightarrow x = k\pi$.

HOẠT ĐỘNG 6

4. Phương trình cotx = a

- GV đặt vấn đề như sau:

  $\boxed{?29}$ Có tồn tại số α mà cotα = −5 không?

  $\boxed{?30}$ Tập xác định của hàm số y = cotx?

  $\boxed{?31}$ Với mọi a, phương trình cotx = a luôn có nghiệm, đúng hay sai?

• GV kết luận

Điều kiện của phương trình : $x \neq k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Nếu α là một nghiệm của phương trình (IV), nghĩa là $\cot\alpha = m$ thì

$$\cot x = m \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi. \quad \text{(IVa)}$$

• Thực hiện ví dụ 4

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Giải phương trình $\cot x = -\frac{1}{3}$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Gọi α là một số mà $\cot\alpha = -\frac{1}{3}$, tức là $\tan\alpha = -3$ (chẳng hạn, bằng bảng số hoặc máy tính bỏ túi, ta tìm được $\alpha \approx -1{,}249$). Khi đó $\cot x = -\frac{1}{3} \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi.$
Câu hỏi 2 Giải phương trình $\cot 3x = -2.$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\cot 3x = 1 \Leftrightarrow \cot 3x = \cot\frac{\pi}{4}$ $\Leftrightarrow 3x = \frac{\pi}{4} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{3}.$

• GV nêu chú ý trong SGK:

Dễ thấy rằng với mọi số m cho trước, phương trình cotx = m có đúng một nghiệm nằm trong khoảng (0; π). Người ta thường kí hiệu nghiệm đó là arccotm (đọc là ác−côtang m) Khi đó

$$\cot x = m \Leftrightarrow x = \operatorname{arccot} m + k\pi.$$

• Thực hiện $\boxed{\textbf{H8}}$ trong 3'.

Mục đích. Khắc sâu và luyện kĩ năng vận dụng công thức (IVa).

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Hãy nêu điều kiện xác định của phương trình. ***Câu hỏi 2*** Giải phương trình $\cot\left(\quad\right) = \tan\frac{1}{3}$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Điều kiện $x \neq -\frac{1}{2} + \;\pi$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\cot\left(\quad\right) = \tan\frac{1}{3} \Leftrightarrow$ $\cot\left(\quad\right) \quad \left(\quad\right)$ $\Leftrightarrow \frac{2x+1}{6} = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{3} + k\pi$ $\Leftrightarrow 2x + 1 = 3\pi - 2 + 6k\pi$ $\Leftrightarrow x = \frac{3\pi - 3}{2} + k3\pi$.

HOẠT ĐỘNG 7

• ***Một số câu hỏi ôn tập phần 3 và 4.***

$\boxed{?32}$ Phương trình tanx = tanα có nghiệm là

$$x = \alpha + k2\pi, \quad k \in \mathbb{Z},$$

(a) Đúng; (b) Sai.

$\boxed{?33}$ Phương trình tanx = tanα có nghiệm là

$$x = \alpha + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z},$$

(a) Đúng; (b) Sai.

$\boxed{?34}$ Phương trình tanx = tanα có nghiệm là

$$x = \alpha + -k\pi, \quad k \in \mathbb{Z},$$

(a) Đúng; (b) Sai.

$\boxed{?35}$ Phương trình tanx = tanα có điều kiện xác định là

$$x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z},$$

(a) Đúng; (b) Sai.

$\boxed{?36}$ Phương trình tanx = tanα có điều kiện xác định là

$$x \neq k\pi, \quad k \in \mathbb{Z},$$

(a) Đúng; (b) Sai.

$\boxed{?37}$ Phương trình cotx = cotα có nghiệm là

$$x = \alpha + k2\pi, \quad k \in \mathbb{Z},$$

(a) Đúng; (b) Sai.

$\boxed{?38}$ Phương trình cotx = cotα có nghiệm là

$$x = \alpha + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z},$$

(a) Đúng; (b) Sai.

$\boxed{?39}$ Phương trình cotx = cotα có nghiệm là

$$x = \alpha + -k\pi, \quad k \in \mathbb{Z},$$

(a) Đúng; (b) Sai.

$\boxed{?40}$ Phương trình cotx = cotα có điều kiện xác định là

$$x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z},$$

(a) Đúng; (b) Sai.

$\boxed{?41}$ Phương trình cotx = cotα có điều kiện xác định là

$$x \neq k\pi, \quad k \in \mathbb{Z},$$

(a) Đúng; (b) Sai.

HOẠT ĐỘNG 8

5. Một số điều cần lưu ý

- GV cho HS đọc một số điều cần lưu ý trong SGK và tóm tắt lại những ý đó.
- Thực hiện ví dụ 5.

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Đơn vị trong ví dụ là gì?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Độ.
Câu hỏi 2 Giải phương trình $\sin(x + 20^o) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Vì $\frac{\sqrt{3}}{2} = \sin 60^o$ nên $\sin(x+20^o) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sin(x+20^o) = \sin 60^o$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x + 20^o = 60^o + k360^o \\ x + 20^o = 180^o - 60^o + k360^o \end{array}\right.$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 40^o + k360^o \\ x = 100^o + k360^o \end{array}\right.$

- Thực hiện $\boxed{\textbf{H9}}$.

Mục đích. Tạo lập thói quen khi viết công thức nghiệm với số đo độ.

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Giải phương trình: $\cos(3x - 15^o) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\cos(3x - 15^o) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\Leftrightarrow \cos(3x - 15^o) = \cos 135^o$ $\Leftrightarrow 3x - 15^o = \pm 135^o + k360^o$

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 2 Giải phương trình *tan*5x = *tan*25^o.	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 50^o + k120^o, \\ x = -40^o + k120^o. \end{array}\right.$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** tan 5x = tan25^o $\Leftrightarrow$ 5x = 25^o + k180^o $\Leftrightarrow$ x = 5^o + k36^o.

HOẠT ĐỘNG 9

TÓM TẮT BÀI HỌC

1. Xét phương trình sin$x$ = m.

   Trường hợp |m| > 1. Phương trình (1) vô nghiệm vì | sin$x$ | ≤ 1 với mọi x.

   Trường hợp |m| ≤ 1. Phương trình trở thành sinx = sinα và nghiệm là

$$x = \alpha + k2\pi, \quad x = \pi - \alpha + k2\pi, \qquad k \in \mathbb{Z},$$

2. Xét phương trình cos$x$ = m.

   Trường hợp |m| > 1. Phương trình (1) vô nghiệm vì | coss$x$ | ≤ 1 với mọi x.

   Trường hợp |m| ≤ 1. Phương trình trở thành cosx = cosα và nghiệm là

$$x = \pm\alpha + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

3. Phương trình tanx = m

   Điều kiện của phương trình : $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

   Nghiệm của phương trình là

$$x = \qquad + \ \pi, \qquad \in \mathbb{Z}.$$

   Phương trình tanx = tanα có nghiệm là

$$x = \alpha + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

   Nếu số đo α được cho bằng độ thì phương trình có nghiệm là

$$x = \alpha + k180^o, k \in \mathbb{Z}.$$

4. Phương trình cotx = m

Điều kiện của phương trình : $x \neq k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Nghiệm của phương trình là

$$x = \qquad + \ \pi, \qquad \in \mathbb{Z}.$$

Phương trình cotx = cotα có nghiệm là

$$x = \alpha + k\pi, \ k \in \mathbb{Z}.$$

Nếu số đo α được cho bằng độ thì phương trình có nghiệm là

$$x = \alpha + k180^o, \ k \in \mathbb{Z}.$$

HOẠT ĐỘNG 10

MỘT SỐ CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Hãy điền đúng sai vào ô trống sau

Câu 1. Cho phương trình sinx = a.

(a) Phương trình luôn có nghiệm với mọi a □

(b) Phương trình luôn có nghiệm với mọi a <1 □

(c) Phương trình luôn có nghiệm với mọi a > −1 □

(d) Phương trình luôn có nghiệm với mọi |a| ≤ 1 □

Trả lời

(a)	(b)	(c)	(d)
S	S	S	Đ

Câu 2. Cho phương trình cosx = a.

(a) Phương trình luôn có nghiệm với mọi a □

(b) Phương trình luôn có nghiệm với mọi a <1 □

(c) Phương trình luôn có nghiệm với mọi a > −1 □

(d) Phương trình luôn có nghiệm với mọi |a| ≤ 1 □

Trả lời

(a)	(b)	(c)	(d)
S	S	S	Đ

Câu 3. Cho phương trình tanx = a.

(a) Điều kiện xác định của phương trình là : với mọi a ☐

(b) Điều kiện xác định của phương trình là : với mọi a <1 ☐

(c) Điều kiện xác định của phương trình là : với mọi a > −1 ☐

(d) Phương trình luôn có nghiệm với mọi $|a| \leq 1$ ☐

Trả lời

(a)	(b)	(c)	(d)
Đ	S	S	Đ

Câu 4. Cho phương trình cotx = a.

(a) Điều kiện xác định của phương trình là : với mọi a ☐

(b) Điều kiện xác định của phương trình là : với mọi a <1 ☐

(c) Điều kiện xác định của phương trình là : với mọi a > −1 ☐

(d) Phương trình luôn có nghiệm với mọi $|a| \leq 1$ ☐

Trả lời

(a)	(b)	(c)	(d)
Đ	S	S	Đ

Câu 5. Cho phương trình $\sin x = \sin\frac{2\pi}{3}$. Nghiệm của phương trình là

(a) $\frac{2\pi}{3} + k2\pi$ ☐

(b) $-\frac{2\pi}{3} + k2\pi$ ☐

(c) $\frac{2\pi}{3} + k2\pi$ và $\frac{\pi}{3} + k2\pi$ ☐

(d) $\frac{2\pi}{3} - k2\pi$ và $\frac{\pi}{3} - k2\pi$ ☐

Trả lời

(a)	(b)	(c)	(d)
S	S	Đ	Đ

Câu 7. Cho phương trình cosx =cos. Nghiệm của phương trình là

(a) $\frac{2\pi}{3} + k2\pi$ ☐

(b) $-\frac{2\pi}{3} + k2\pi$ ☐

(c) $\pm\frac{2\pi}{3} + k2\pi$ ☐

(d) $\pm\frac{2\pi}{3} - k2\pi$ ☐

Trả lời

(a)	(b)	(c)	(d)
S	S	Đ	Đ

Câu 8. Cho phương trình cosx = $\frac{2\pi}{3}$.

(a) Phương trình vô nghiệm ☐

(b) Phương trình có nghiệm là $\frac{2\pi}{3} + k2\pi$ ☐

(c) Phương trình có nghiệm là $\pm\frac{2\pi}{3} + k2\pi$ ☐

(d) Phương trình có nghiệm là $\pm\frac{2\pi}{3} - k2\pi$ ☐

Trả lời

(a)	(b)	(c)	(d)
Đ	S	S	S

Hãy chọn khẳng định đúng trong các câu sau

Câu 9. Cho phương trình lượng giác :

$$2\sin x = 1.$$

Trong các số sau đây số nào là nghiệm của phương trình:

(a) 2π; (b) $\frac{13\pi}{6}$;

(c) $\frac{15\pi}{6}$; (d) $\frac{17\pi}{6}$.

Trả lời. (b).

Câu 10. Cho phương trình lượng giác :

$$2\cos x = 1.$$

Trong các số sau đây số nào là nghiệm của phương trình:

(a) 2π; (b) $\frac{13\pi}{3}$;

(c) $\frac{15\pi}{3}$; (d) $\frac{17\pi}{3}$.

Trả lời. (b).

Câu 11. Cho phương trình lượng giác :

$$\tan x = \sqrt{3}.$$

Nghiệm của phương trình là

(a) $\frac{\pi}{3}$; (b) $-\frac{\pi}{3}$;

(c) $\frac{\pi}{3} + k\pi$; (d) $\frac{\pi}{3} + k2\pi$.

Trả lời. (c).

Câu 12. Cho phương trình lượng giác :

$$\cot x = \sqrt{3}.$$

Nghiệm của phương trình là

(a) $\frac{\pi}{6}$; (b) $-\frac{\pi}{6}$;

(c) $\frac{\pi}{6} + k2\pi$; (d) $\frac{\pi}{6} + k2\pi$.

Trả lời. (c).

Câu 13. Cho phương trình lượng giác :

$$2\sin x = -1.$$

Nghiệm của phương trình là

(a) $-\frac{\pi}{6}$; (b) $\frac{\pi}{6}$;

(c) $-\frac{\pi}{6} + k2\pi$; (d) $\frac{\pi}{6} + k2\pi$.

Trả lời. (d).

Câu 14. Cho phương trình lượng giác :

$$2\cos x = \sqrt{2}.$$

Trong các số sau đây số nào là nghiệm của phương trình:

(a) $\frac{\pi}{4}$; (b) $\frac{\pi}{4} + k2\pi$;

(c) $\frac{\pi}{4} - k2\pi$; (d) $\pm\frac{\pi}{4} + k2\pi$.

Trả lời. (d).

Câu 15. Cho phương trình lượng giác :

$$\tan x = \tan 2x.$$

Nghiệm của phương trình là

(a) $k2\pi$; (b) $-k\pi$;

(c) $-k2\pi$; (d) $k3\pi$.

Trả lời. (b).

Câu 16. Cho phương trình lượng giác :

$$\cot 3x = \quad +\sqrt{3}).$$

Nghiệm của phương trình là

(a) $\frac{\sqrt{3}}{2} + \pi$; (b) $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{2}$;

(c) $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \pi$; (d) $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{2}$.

Trả lời. (b).

HOẠT ĐỘNG 11

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP SGK

Bài 14

Hướng dẫn. Sử dụng các công thức nghiệm của các phương trình lượng giác cơ bản.

Đáp số.

a) $x = \frac{\pi}{20} + k\frac{\pi}{2}$; $x = \frac{\pi}{5} + \frac{\pi}{2}$.

b) Vì $-\frac{1}{2} = \sin\left(\quad\right)$ nên

$$\sin\left(\quad\right) = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{x+\pi}{5} = -\frac{\pi}{6} + \quad\pi \\ \frac{x+\pi}{5} = \pi + \frac{\pi}{6} + \quad\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\frac{11\pi}{6} + \quad\pi, \\ x = \frac{29\pi}{6} + \quad\pi. \end{array}\right.$$

c) $x = \pm 2\sqrt{2} \; + k4\pi$.

d) Vì $0 < \frac{2}{5} < 1$ nên có số α sao cho $\cos\alpha = \frac{2}{5}$. Do đó

$$\cos\left(\quad\right) = \frac{2}{5} \Leftrightarrow \cos\left(\quad\right) = \cos\alpha \Leftrightarrow x = \pm\; \alpha - \frac{\pi}{18} + k2\pi.$$

Bài 15

Hướng dẫn. Sử dụng phương pháp đồ thị để tìm một số nghiệm của phương trình lượng giác cụ thể.

Đáp số. GV tự vẽ đồ thị và hướng dẫn HS làm bài tập này.

Bài 16

Hướng dẫn. Sử dụng các công thức nghiệm của các phương trình lượng giác cơ bản và phương pháp giải phương trình dạng $\sin f(x) = \sin\alpha$, $\cos f(x) = \cos\alpha$, $\tan f(x) = \tan\alpha$ và $\cot f(x) = \cot\alpha$.

Đáp số.

a) $\sin 2x = -\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = \dfrac{7\pi}{6} \\ 2x = \dfrac{11\pi}{6} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{7\pi}{12}, \\ x = \dfrac{11\pi}{12}. \end{array}\right.$

Kết luận: $x = \dfrac{7\pi}{12}$ và $x = \dfrac{11\pi}{12}$.

b) $\cos(x-5) = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x - 5 = \dfrac{\pi}{6} + \quad \pi \\ x - 5 = -\dfrac{\pi}{6} + \quad \pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} + \quad + \quad \pi, \\ x = -\dfrac{\pi}{6} + \quad + \quad \pi. \end{array}\right.$

Kết luận: $x = 5 - \dfrac{11\pi}{6}$ và $x = 5 - \dfrac{13\pi}{6}$.

c) $x = \dfrac{\quad\pi}{18} + \dfrac{\quad\pi}{3}$, $x = -\dfrac{5\pi}{18} + k\dfrac{4\pi}{3}$; d) $x = \pm\dfrac{\pi}{6} + \quad\pi$, $x = \pm\dfrac{\pi}{3} + \quad\pi$.

Bài 17

Hướng dẫn. Đây là bài toán thực tế. GV cho HS thiết lập các phương trình cần thiết. Sau đó giải từng câu.

Đáp số. Phương trình

$$\sin\left[\qquad \right] = 0, \text{ hay } \frac{\pi}{182}(t-80) = k\pi,$$

a) Thành phố A có đúng 12 giờ ánh sáng mặt trời vào ngày thứ 80 (ứng với $k = 0$) và ngày thứ 262 (ứng với $k = 1$) trong năm.

b) Thành phố A có ít giờ có ánh sáng mặt trời nhất (9 giờ) khi $t = 353$, tức là vào ngày thứ 353 trong năm.

c) Thành phố A có nhiều giờ có ánh sáng mặt trời nhất (15 giờ) vào ngày thứ 171 trong năm.

Bài 18

Hướng dẫn. Sử dụng các công thức nghiệm của các phương trình lượng giác cơ bản và phương pháp giải phương trình dạng sinf(x) = sinα, cosf(x) = cosα, tanf(x) = tanα và cotf(x) = cotα.

Đáp số.

a) $\tan 3x = \tan\frac{3\pi}{5} \Leftrightarrow 3x = \frac{3\pi}{5} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{5} + k\frac{\pi}{3}$.

b) $\tan(x - 15^{o}) = 5 \Leftrightarrow x = a + 15^{o} + k180^{o}$, trong đó $\tan a = 5$ (chẳng hạn, có thể chọn $a \approx 78^{o}41'24''$ nhờ dùng máy tính bỏ túi).

c) $x = \frac{\pi}{6} + \frac{1}{2} + k\frac{\pi}{2}$.

d) $x = -\frac{1}{6} + k\frac{\pi}{2}$.

e) $x = -200^{o} + k720^{o}$.

f) $\cot 3x = \tan\frac{2\pi}{5} \Leftrightarrow \cot 3x = \cot\left(\qquad\right) \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{30} + k\frac{\pi}{3}$.

Bài 19

Hướng dẫn. Sử dụng đồ thị để tìm nghiệm của phương trình lượng giác.

– GV nên cho HS vẽ đồ thị và giải loại toán này.

$$x = \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{3}.$$

Bài 20

Hướng dẫn. Sử dụng các công thức nghiệm của các phương trình lượng giác cơ bản và phương pháp giải phương trình dạng sinf(x) = sinα, cosf(x) = cosα, tanf(x) = tanα và cotf(x) = cotα. Chú ý rằng trong bài này đơn vị đo là độ.

Đáp số.

a) $\tan(2x - 15^{o}) = 1 \Leftrightarrow 2x = 15^{o} + 45^{o} + k180^{o} \Leftrightarrow x = 30^{o} + k90^{o}$.

$$-180^{\circ} < 30^{\circ} + k90^{\circ} < 90^{\circ} \Leftrightarrow -2 < \frac{1}{3} + k < 1 \Leftrightarrow k \in \{-2, -1, 0\}.$$

Vậy các nghiệm của phương trình là $x = -150^{\circ}$, $x = -60^{\circ}$ và $x = 30^{\circ}$.

b) $\cot 3x = -\frac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{9} + k\frac{\pi}{3}.$

$$-\frac{\pi}{2} < -\frac{\pi}{9} + k\frac{\pi}{3} < 0 \Leftrightarrow -\frac{7}{6} < {}' < \frac{1}{3} \Leftrightarrow k \in \{-1; 0\}.$$

Vậy các nghiệm của phương trình là $x = -\frac{4\pi}{9}$ và $x = -\frac{\pi}{9}$.

Bài 21

Hướng dẫn. Sử dụng các công thức nghiệm của các phương trình lượng giác cơ bản và phương pháp giải phương trình dạng $\sin f(x) = \sin\alpha$, $\cos f(x) = \cos\alpha$, $\tan f(x) = \tan\alpha$ và $\cot f(x) = \cot\alpha$. Chú ý đến kĩ năng phát hiện

Đáp số. Cả hai bạn đều giải đúng. Hai họ nghiệm chỉ khác nhau về hình thức, thực chất chỉ là một. Thực vậy, họ nghiệm $x = \frac{2\pi}{3} + k\pi$ có thể viết lại là $x = \frac{2\pi}{3} - \pi + (k+1)\pi$ hay $x = -\frac{\pi}{3} + (k+1)\pi$; đây chính là kết quả mà Phương tìm được.

Bài 22

Hướng dẫn. Đây là bài toán thực tế. GV nên phát huy tính độc lập của HS.

Đáp số.

Ta xét hai trường hợp :

a) B và C nằm khác phía đối với H (h. 1.15)

Trong tam giác vuông ABH ta có

$$\sin B = \frac{AH}{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}},$$

suy ra $\widehat{B} = 45^{\circ}$ (chú ý rằng góc B nhọn).

Trong tam giác vuông ACH ta có $\sin C = \frac{AH}{AC} = \frac{1}{\sqrt{3}}$, suy ra $\widehat{C} \approx 35^o15'52''$.

Từ đó $\widehat{A} = 180^o - (\widehat{B} + \widehat{C}) \approx 99^o44'8''$.

b) B và C nằm cùng phía đối với H (h. 1.16)

Tương tự như trên, ta có

$\widehat{ABC} = 180^o - \widehat{ABH} = 180^o - 45^o = 135^o$,

$\widehat{C} \approx 35^o15'52''$.

Từ đó $\widehat{A} = 180^o - (\widehat{B} + \widehat{C}) \approx 9^o44'8''$.

Luyện tập (tiết 8, 9)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

HS ôn tập lại

- Phương trình lượng giác cơ bản.
- Những ứng dụng của phương trình lượng giác.
- Tìm nghiệm của phương trình lượng giác khi các họ nghiệm có nghiệm chung.

2. Kĩ năng

- Giải thành thạo phương trình lượng giác.
- Giải được phương trình lượng giác dạng

$$\sin f(x) = \sin g(x), \cos f(x) = \cos g(x).$$

- Tìm được điều kiện của các phương trình dạng

$$\tan f(x) = \tan g(x), \cot f(x) = \cot g(x).$$

3. Thái độ

- Tự giác, tích cực trong học tập.
- Biết phân biệt rõ các khái niệm cơ bản và vận dụng trong từng trường hợp cụ thể.
- Tư duy các vấn đề của toán học một cách lôgic và hệ thống.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV

Chuẩn bị các câu hỏi gợi mở.

2. Chuẩn bị của HS

- Cần ôn lại một số kiến thức đã học về lượng giác ở lớp 10 về công thức lượng giác.
- Ôn tập lại bài 2.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 2 tiết :

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. KIỂM TRA BÀI CŨ

Câu hỏi 1

Nhắc lại các công thức nghiệm của phương trình lượng giác cơ bản.

Câu hỏi 2

Tìm các điều kiện của phương trình lượng giác cơ bản.

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

Chữa một số bài tập trên lớp.

Bài 23

Mục đích. Thông qua bài tập này ôn tập lại một số công thức nghiệm.

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Hãy giải phương trình $2\sin x + \sqrt{2} = 0$. Từ đó tìm tập xác định.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Ta có $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ tức là $x = -\frac{\pi}{4} + \quad \pi$ hoặc $x = -\frac{\pi}{4} + \quad \pi$. Vậy tập xác định của hàm số đã cho

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
	là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus$ $\left\{-\frac{m\pi}{\ } + \ \pi \,\middle|\, \ \in \mathbb{Z},\ m = 1 : 3\right\}.$
Câu hỏi 2 Hãy giải phương trình cos2x = cosx. Từ đó tìm tập xác định của phương trình.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\cos 2x - \cos x = 0$ $\Leftrightarrow 2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x = 1 \\ \cos x = -\frac{1}{2} \end{array}\right.$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \ \pi, \\ x = \pm\frac{2\pi}{3} + \ \pi. \end{array}\right.$ Tập xác định là $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{k\frac{2\pi}{\ } \,\middle|\, k \in \mathbb{Z}\right\}.$
Câu hỏi 3 Tìm tập xác định của các phương trình $\cos\frac{x}{2} = \cos\sqrt{2}$ và $\cos\left(\quad\right) = \frac{2}{5}.$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{\ } + \ \pi \,\middle|\, \ \in \mathbb{Z}\right\}$ và $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{\ } + \ \pi \,\middle|\, \ \in \mathbb{Z}\right\}.$

HCẠT ĐỘNG 2

Bài 24

Mục đích. Đây là bài toán thực tế. Yêu cầu học sinh phải thiết lập các phương trình lượng giác và giải chúng theo yêu cầu của bài toán.

Hoạt động của GV	***Hoạt động của HS***
Câu hỏi 1 Hãy tìm h khi t = 0.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Vì $t = 0$ nên $d = 4000\cos\left(\quad \right) = 4000\cos\frac{2\pi}{9}$. Do đó $h = \lvert d\rvert \approx 3064{,}178$ (km).
Câu hỏi 2 Khi d = 2000 hãy tìm t dương nhỏ nhất.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $d = 2000$ $\Leftrightarrow 4000\cos\left[\frac{\pi}{45}(t-10)\right] = 2000$ $\Leftrightarrow \cos\left[\frac{\pi}{45}(t-10)\right] = \frac{1}{2}$ $\Leftrightarrow \frac{\pi}{45}(t-10) = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = \text{[illegible]} + 90k, \\ t = -\text{[illegible]} + 90k. \end{array}\right.$ Chú ý rằng $t > 0$, ta thấy ngay giá trị nhỏ nhất của t là $t = 25$.
Câu hỏi 3 Khi d = −1236. Hãy tìm t dương nhỏ nhất.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $d = -1236$ $\Leftrightarrow 4000\cos\left[\frac{\pi}{45}(t-10)\right] = -1236$ $\Leftrightarrow \frac{\pi}{45}(t-10) = \pm\,\alpha + k2\pi$ (với $k \in \mathbb{Z}$

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
	và $\cos\alpha = -\frac{1236}{4000} = -0{,}309)$ $\Leftrightarrow t = \pm\frac{45}{\pi}\alpha + 10 + 90k.$ Dễ thấy giá trị dương nhỏ nhất của t là 37.

HOẠT ĐỘNG 3

Bài 25

Mục đích. Đây là bài toán thực tế. Yêu cầu học sinh phải thiết lập các phương trình lượng giác và giải chúng theo yêu cầu của bài toán.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Chiếc gàu ở thấp nhất khi nào? ***Câu hỏi 2*** Hãy tìm x khi $\sin\left[\quad\left(\qquad\right)\right] = -1.$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Chiếc gàu ở vị trí thấp nhất khi $\sin\left[2\pi\left(\qquad\right)\right] = -1.$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\sin\left[2\pi\left(\qquad\right)\right] = -1$ $\Leftrightarrow 2\pi\left(\qquad\right) = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$ $\Leftrightarrow x = k$ (với $k \in \mathbb{N}^*$). Điều đó chứng tỏ rằng chiếc gàu ở vị trí thấp nhất tại các thời điểm 0 phút; 1 phút; 2 phút; 3 phút
Câu hỏi 3 Chiếc gàu ở cách mặt nước 2m khi	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Chiếc gàu cách mặt nước 2 mét khi

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
nào?	$\sin\left[2\pi\left(\qquad\right)\right] = 0$, nghĩa là tại các thời điểm $x = \frac{1}{4}+\frac{1}{2}k$ (phút); do đó lần đầu tiên nó cách mặt nước 2 mét khi quay được $\frac{1}{4}$ phút (ứng với $k = 0$).

HOẠT ĐỘNG 4

Bài 26

Mục đích. Nhằm ôn tập về công thức lượng giác và công thức nghiệm.

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Giải phương trình : $\cos 3x = \sin 2x$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\cos 3x = \sin 2x$ $\Leftrightarrow \cos 3x - \cos\left(\qquad\right) = 0$ $\Leftrightarrow -2\sin\left(\qquad\right)\left(\qquad\right) = 0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{x}{2}+\frac{\pi}{4} = '\,\pi \\ \frac{5x}{2}-\frac{\pi}{4} = '\,\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{2} + '\,\hat{}\pi, \\ x = \frac{\pi}{10} + k\frac{\hat{}\pi}{5}. \end{array}\right.$
Câu hỏi 2 Giải phương trình: $\sin(x - 120^o) - \cos 2x = 0$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\sin(x - 120^o) - \cos 2x = 0$ $\Leftrightarrow \cos(210^o - x) - \cos 2x = 0$
	$\Leftrightarrow \sin\left(\qquad\right)\left(\qquad\right) = 0$

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \dfrac{x}{2} + 105^o = k180^o \\ 105^o - \dfrac{3x}{2} = k180^o \end{array}\right.$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -210^o + k360^o, \\ x = 70^o + k120^o. \end{array}\right.$

§3. Một số dạng phương trình lượng giác đơn giản (tiết 10, 11, 12, 13)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

HS nắm được :

- Cách giải phương trình bậc nhất đối với một hàm số lượng giác. Một số dạng phương trình đưa về dạng bậc nhất.
- Cách giải phương trình bậc hai đối với một hàm số lượng giác. Một số dạng phương trình đưa về dạng bậc hai.
- Cách giải phương trình bậc nhất đối với sinx và cosx.
- Cách giải một vài dạng phương trình khác.

2. Kĩ năng

- Sau khi học xong bài này HS cần giải thành thạo các phương trình lượng giác khác ngoài phương trình cơ bản.
- Giải được phương trình lượng giác dạng bậc nhất, bậc hai đối với một hàm số lượng giác.
- Giải và biến dổi thành thạo phương trình bậc nhất đối với sinx và cosx.

3. Thái độ

- Tự giác, tích cực trong học tập.

- Biết phân biệt rõ các khái niệm cơ bản và vận dụng trong từng trường hợp cụ thể.
- Tư duy các vấn đề của toán học một cách lôgic và hệ thống.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV

- Chuẩn bị các câu hỏi gợi mở.
- Chuẩn bị phấn màu, và một số đồ dùng khác.

2. Chuẩn bị của HS

- Cần ôn lại một số kiến thức đã học về lượng giác ở lớp 10 về công thức lượng giác.
- Ôn tập lại bài 2.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 4 tiết :

Tiết 1 : Từ đầu đến hết mục 1.

Tiết 2 : Tiếp theo đến hếtmục 2.

Tiết 3 : Tiếp theo đến hết mục3.

Tiết 4 : Tiếp theo đến hết mục 4 và bài tập.

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. KIỂM TRA BÀI CŨ

Câu hỏi 1

Cho phương trình lượng giác 2sinx = m.

a) Giải phương trình trên với m = $\sqrt{3}$.

b) Với những m nào thì phương trình có nghiệm.

Câu hỏi 2

Phương trình tanx = k luôn có nghiệm với mọi k. Đúng hay sai?

Câu hỏi 3

Khi biết được một nghiệm của phương trình lượng giác thì ta biết được tất cả các nghiệm. Đúng hay sai?

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

1. Phương trình bậc nhất và bậc hai đối với một hàm số lượng giác

• GV nêu các câu hỏi sau:

$\boxed{?1}$ Phương trình bậc nhất là gì?

$\boxed{?2}$ Hãy nêu cách giải phương trình lượng giác.

• GV nêu định nghĩa

Phương trình bậc nhất đối với một hàm số lượng giác là phương trình có dạng: at + b = 0,

Trong đó t là một trong các biểu thức sinx, cosx, tanx, cotx.

a) Phương trình bậc nhất đối với một hàm số lượng giác

• Thực hiện ví dụ 1 trong 4'

Hoạt động của GV	***Hoạt động của HS***
Câu hỏi 1 Hãy giải phương trình $\sqrt{3}\tan 2x + 3 = 0$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\sqrt{3}\tan 2x + 3 = 0 \Leftrightarrow \tan 2x = -\frac{3}{\sqrt{3}}$ $\Leftrightarrow \tan 2x = -\sqrt{3} \Leftrightarrow \tan 2x = \tan\left(\quad\right)$ $\Leftrightarrow 2x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}$.
Câu hỏi 2 Hãy giải phương trình $\cos(x + 30^o) + 2\cos^2 15^o = 1$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Để ý rằng : $1 - 2\cos^2 15^o = -\cos 30^o = \cos 150^o$ Từ đó ta có : $\cos(x + 30^o) = \cos 150^o$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x + 30^o = 150^o + k360^o \\ x + 30^o = -150^o + k360^o \end{array}\right.$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 120^o + k360^o \\ x = -180^o + k360^o. \end{array}\right.$

b) Phương trình bậc hai đối với một hàm số lượng giác

• GV đưa ra các câu hỏi sau:

$\boxed{?3}$ Hãy nêu cách giải phương trình bậc hai.

• Nêu định nghĩa:

Phương trình bậc hai đối với một hàm số lượng giác là phương trình bậc hai đối với t, dạng:

$at^2 + bt + c = 0,$

trong đó t là một trong các biểu thức sinx, cosx, tanx hoặc cotx.

$\boxed{?4}$ Phương trình $\cos^2x - 5\cos x + 6 = 0$ có nghiệm, đúng hay sai?

$\boxed{?5}$ Phương trình $\sin^2x - 5\sin x + 4 = 0$ có nghiệm $\sin x = 4$, đúng hay sai?

• Thực hiện ví dụ 2 trong 5'.

Hoạt động của GV	***Hoạt động của HS***
Câu hỏi 1 Hãy giải phương trình $2\sin^2x + 5\sin x - 3 = 0.$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $2\sin^2x + 5\sin x - 3 = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{1}{2}$ $\Leftrightarrow \sin x = \sin\frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi. \end{array}\right.$ Vậy phương trình đã cho có các nghiệm $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$ và $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi.$
Câu hỏi 2 Hãy giải phương trình : $\cot^2 3x - \cot 3x - 2 = 0.$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\cot^2 3x - \cot 3x - 2 = 0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{3} \\ x = \frac{1}{3}\text{arc}\cot 2 + k\frac{\pi}{3}. \end{array}\right.$ Vậy phương trình đã cho có các nghiệm là $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{3}$ và $x = \frac{1}{3}\text{arc}\cot 2 + k\frac{\pi}{3}.$

• Thực hiện $\boxed{\textbf{H1}}$ trong 5'.

Mục đích. Luyện kĩ năng nhận dạng phương trình bậc hai đối với cos*x*.

Hoạt động của GV	***Hoạt động của HS***
Câu hỏi 1 Hãy chuyển phương trình thành phương trình đại số. ***Câu hỏi 2*** Giải phương trình đã cho.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $4t^2 - 2\left(1+\sqrt{2}\right)t + \sqrt{2} = 0.$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Ta thấy $t_1 = 2$ và $t_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Vậy phương trình có nghiệm là : $\left[\begin{array}{l} \cos x = \frac{1}{2} \\ \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pm\frac{\pi}{3} + \quad \pi, \\ x = \pm\frac{\pi}{4} + \quad \pi. \end{array}\right.$

• Thực hiện ví dụ 3.

Hoạt động của GV	***Hoạt động của HS***
Câu hỏi 1 Hãy chuyển phương trình thành phương trình đại số.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $2\cos 2x + 2\cos x - \sqrt{2} = 0$ $\Leftrightarrow 2(2\cos^2 x - 1) + 2\cos x - \sqrt{2} = 0$ $\Leftrightarrow 4\cos^2 x + 2\cos x - (2 + \sqrt{2}) = 0$ $4t^2 - 2t - (2 + \sqrt{2}) = 0.$
Câu hỏi 2 Giải phương trình đã cho.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Ta thấy $t_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$ và $t_2 = -\frac{1+\sqrt{2}}{2}$. Vậy phương trình có nghiệm là :

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
	$\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos\frac{\pi}{4}$ $\Leftrightarrow x = \pm\frac{\pi}{4} + k2\pi.$

• Thực hiện $\boxed{\textbf{H2}}$ trong 3'.

Mục đích. Nâng cao một bước kĩ năng nhận dạng phương trình bậc hai đối với một hàm số lượng giác.

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Tìm điều kiện của phương trình. ***Câu hỏi 2*** Giải phương trình đã cho.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** ĐKXĐ : $\sin x \neq 0$ và $\cos x \neq 0$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $5\tan x - 2\cot x - 3 = 0$ $\Leftrightarrow 5\tan x - 2\frac{1}{\tan x} - 3 = 0$ $\Leftrightarrow 5\tan^2 x - 3\tan x - 2 = 0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \tan x = 1 \\ \tan x = -\frac{2}{5} \end{array}\right.$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{4} + \cdot\ \pi, \\ x = \arctan\left(\quad\right) + \cdot\ \pi. \end{array}\right.$

HOẠT ĐỘNG 2

2. Phương trình bậc nhất đối với sinx và cosx

• GV nêu dạng phương trình

Phương trình dạng :

$$asinx + bcosx = c,$$

trong đó a, b và c là những số đã cho với a khác 0 hoặc b khác 0. Chúng được gọi là ***phương trình bậc nhất đối với sinx và cosx.***

- GV đưa ra các câu hỏi sau:

$\boxed{?6}$ hãy nhắc lại các công thức cộng.

- GV hướng dẫn HS chứng minh công thức sau:

$$a\sin x + b\cos x = \sqrt{a^2+b^2}\,\sin(x+\alpha),$$

với $\cos\alpha = \dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$ *và* $\sin\alpha = \dfrac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$.

$\boxed{?7}$ Chứng minh

$$a\sin x + b\cos x = \sqrt{a^2+b^2}\left(\qquad\qquad\qquad\right).$$

$\boxed{?8}$ Chứng minh $\left(\qquad\right)^2\ \left(\qquad\right)^2 = 1$.

$\boxed{?9}$ Chứng minh $a\sin x + b\cos x = \sqrt{a^2+b^2}\,\sin(x+\alpha)$.

- Thực hiện $\boxed{\textbf{H3}}$ trong 5'.

Mục đích. Chuẩn bị cho trình bày cách giải phương trình

$$a\sin x + b\cos x = c.$$

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Giải phương trình $\sin x + \cos x = 1$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\sin x + \cos x = 1$ $\Leftrightarrow \sqrt{2}\,\sin\left(\qquad\right) = 1$ $\Leftrightarrow \sin\left(\qquad\right) = \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \ldots\dfrac{\pi}{4}.$

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = k2\pi, \\ x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi. \end{array}\right.$

• Thực hiện ví dụ 4 trong 3’.

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Theo em, ta chia cả hai vế cho số nào? ***Câu hỏi 2*** Hãy giải phương trình đã cho.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Chia cả hai vế cho 2. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $(1) \Leftrightarrow \sin\left(\quad\right) = \dfrac{1}{2}$ $\Leftrightarrow \sin\left(\quad\right) = \sin\dfrac{\pi}{6}$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x - \dfrac{\pi}{6} = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi \\ x - \dfrac{\pi}{6} = \dfrac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right.$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi, \\ x = \pi + k2\pi. \end{array}\right.$

• GV có thể giải thích công thức tổng quát thông qua hình 1.25.

• GV nêu chú ý trong SGK.

Nếu trong phép biến đổi trên, ta chọn số β để $\sin\beta = \dfrac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$,

$\cos\beta = \dfrac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ *thì ta có*

$$asinx + bcosx = \sqrt{a^2 + b^2}\cos(x - \beta).$$

• Thực hiện ví dụ 5 trong 3'.

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Theo em, ta chia cả hai vế cho số nào? ***Câu hỏi 2*** Xác định m để phương trình có nghiệm.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Chia cả hai vế cho 3. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $2\sin 3x + \sqrt{5}\cos 3x$ $= \sqrt{2^2 + (\sqrt{5})^2}\left(\qquad \right)$ $= 3(\sin\beta\sin 3x + \quad \beta\cos 3x)$. (2) $\Leftrightarrow 3\cos(3x - \beta) = -3$ $\Leftrightarrow \cos(3x - \beta) = -1$ $\Leftrightarrow 3x - \beta = \pi + k2\pi$ $\Leftrightarrow x = \frac{\beta + \pi}{3} + k\frac{2\pi}{3}$.

• Thực hiện **H4** trong 3'.

Mục đích. Tìm điều kiện để phương trình có nghiệm.

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Theo em, ta chia cả hai vế cho số nào? ***Câu hỏi 2*** Hãy giải phương trình đã cho.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Chia cả hai vế cho 3. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $2\sin 3x + \sqrt{5}\cos 3x$ $= \sqrt{2^2 + (\sqrt{5})^2}\left(\qquad \right)$

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
	$= 3(\sin\beta\sin 3x + \quad \beta\cos 3x)$. Phương trình đã cho $\Leftrightarrow 3\cos(3x - \beta) = m$ $\Leftrightarrow \cos(3x - \beta) = \dfrac{m}{3}$ Kết luận : $\lvert m\rvert \le 3$.

- Một số câu hỏi củng cố:

  Chọn đúng sai mà em cho là hợp lí.

$\boxed{?10}$ Phương trình $2\sin x = 1 \Leftrightarrow \sin x = \dfrac{1}{2}$.

(a) Đúng; (b) Sai.

$\boxed{?11}$ Phương trình $2\cos x\sin x = 1 \Leftrightarrow \sin 2x = 1$.

(a) Đúng; (b) Sai.

$\boxed{?12}$ Phương trình $2\sin x - \cos x = 0 \Leftrightarrow \tan x = \dfrac{1}{2}$.

(a) Đúng; (b) Sai.

$\boxed{?13}$ Phương trình $2\sin x - \cos x = 3$ vô nghiệm.

(a) Đúng; (b) Sai.

$\boxed{?14}$ Phương trình $\cos 2x - \sin x - 1 = 0$ tương đương với phương trình

$$2\sin^2 x - \sin x - 2 = 0.$$

(a) Đúng; (b) Sai.

$\boxed{?15}$ Phương trình $\cos 2x - \sin x - 1 = 0$ tương đương với phương trình

$$2\sin^2 x + \sin x + 2 = 0.$$

(a) Đúng; (b) Sai.

HOẠT ĐỘNG 3

3. Phương trình thuần nhất bậc hai đối với sinx và cosx.

- GV nêu dạng phương trình:

Phương trình dạng

$$a\sin^2 x + b\sin x\cos x + c\cos^2 x = 0,$$

trong đó a, b và c là những số đã cho, với $a \neq 0$ hoặc $b \neq 0$ hoặc $c \neq 0$. Chúng được gọi là ***phương trình thuần nhất bậc hai đối với sinx và cosx****.*

Để giải phương trình dạng này, ta chia hai vế cho $\cos^2 x$ (với điều kiện $\cos x \neq 0$) để đưa về phương trình đối với $\tan x$, hoặc chia hai vế cho $\sin^2 x$ (với điều kiện $\sin x \neq 0$) để đưa về phương trình đối với $\cot x$.

• Thực hiện ví dụ 6 trong 5'.

Hoạt động của GV	***Hoạt động của HS***
Câu hỏi 1 cosx = 0 có phải là nghiệm của phương trình hay không? ***Câu hỏi 2*** Hãy giải phương trình đã cho.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Không phải là nghiệm vì cosx = 0 ⇔ $\sin^2 x = 1$. Thay vào hai vế thấy không bằng nhau. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** (3) ⇔ $4\tan^2 x - 5\tan x - 6 = 0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \tan x = 2, \\ \tan x = -\frac{3}{4} \end{array}\right.$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \quad + \ \pi \\ x = \arctan\left(\quad \right) + \ \pi. \end{array}\right.$ Vậy các nghiệm của phương trình (3) là $x = \arctan 2 + k\pi$ và $x = \arctan\left(\quad \right) + k\pi$.

• Thực hiện $\boxed{\textbf{H5}}$ trong 5'.

Mục đích. Luyện kĩ năng giải phương trình thuần nhất bậc hai đối với sin$x$ và cos$x$.

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 sinx = 0 có phải là nghiệm của phương trình hay không?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Không phải là nghiệm vì sinx = 0 ⇔ $\cos^2 x = 1$. Thay vào hai vế thấy không bằng nhau.
Câu hỏi 2 Hãy giải phương trình đã cho.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** (3) ⇔ $-6\cot^2 x - 5\cot x + 4 = 0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cot x = \frac{1}{2} \\ \cot x = -\frac{4}{3} \end{array}\right.$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \qquad \frac{1}{2} + \pi, \\ x = \text{arccot}\left(\qquad \right) + \pi. \end{array}\right.$

• GV nêu các nhận xét trong SGK, mỗi nhận xét nên đưa ra một ví dụ.

1) Phương trình $a\sin^2 x + b\sin x\cos x + \ldots^2 = 0$ *khi* $a = 0$ *hoặc* $c = 0$ *có thể được giải gọn hơn bằng cách đưa về phương trình tích.*

2) Đối với phương trình

$a\sin^2 x + b\sin x\cos x + c\cos^2 x = d \ (a, b, c, d \in \mathbb{R}, a^2 + b^2 + c^2 \neq 0)$

ta có thể quy về giải phương trình thuần nhất bậc hai đối với sinx và cosx bằng cách viết d dưới dạng $d = d(\sin^2 x + \cos^2 x)$.

• Thực hiện $\boxed{\textbf{H6}}$ trong 5'.

Mục đích. Luyện kĩ năng giải phương trình thuần nhất bậc hai đối với sin$x$ và cos$x$.

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Coi $1 = \sin^2 x + \cos^2 x$ hãy đưa phương trình về dạng cơ bản. ***Câu hỏi 2*** Hãy giải phương trình đã cho.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\sin^2 x - \sqrt{3}\sin x\cos x + 2\cos^2 x = 1$ $\Leftrightarrow \sin^2 x - \sqrt{3}\sin x\cos x + 2\cos^2 x$ $= \sin^2 x + \cos^2 x$ $\Leftrightarrow -\sqrt{3}\sin x\cos x + \cos^2 x = 0$ $\Leftrightarrow \cos x(\cos x - \sqrt{3}\sin x) = 0.$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** nghiệm của phương trình đã cho là $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ và $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$.

HOẠT ĐỘNG 4

4. Một số ví dụ khác

- Thực hiện ví dụ 7. GV có thể thay bằng bài khác tương tự.

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Sử dụng công thức biến đổi tích thành tổng hãy biến đổi hai vế của phương trình. ***Câu hỏi 2*** Hãy giải phương trình đã cho.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $VT = \frac{1}{2}(\cos 3x - \cos 7x);$ $VP = \frac{1}{2}(\cos x - \cos 7x)$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Phương trình đã cho tương đương với : $\cos 3x = \cos x \Leftrightarrow 3x = \pm x + k2\pi$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = k\pi, \\ x = k\frac{\pi}{2}. \end{array}\right.$

- Thực hiện ví dụ 8 và **H7** . GV không được thay ví dụ này.

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Sử dụng công thức hạ bậc hãy biến đổi hai vế của phương trình.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $VT = \dfrac{1-\cos 2x}{2} + \dfrac{1-\cos 6x}{2}$ VP = 1 − cos4x
Câu hỏi 2 Hãy giải phương trình đã cho.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Phương trình đã cho tương đương với : cos2x + cos6x = 2cos4x ⇔ 2cos4x cos2x − 2cos4x = 0 ⇔ 2cos4x (cos2x − 1) = 0 $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos 4x = 0\\ \cos 2x = 1\end{array}\right.$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}4x = \dfrac{\pi}{2} + {}'\pi\\ 2x = k2\pi\end{array}\right.$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = \dfrac{\pi}{8} + k\dfrac{\pi}{4},\\ x = {}'\pi.\end{array}\right.$

• Thực hiện ví dụ 9. GV có thể thay bằng bài khác tương tự.

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Tìm điều kiện xác định của phương trình.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Điều kiện của phương trình là cos3x ≠ 0. (khi cos3x ≠ 0 thì cosx ≠ 0).
Câu hỏi 2 Hãy giải phương trình đã cho.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\tan 3x = \tan x \Leftrightarrow 3x = x + k\pi \Leftrightarrow x = k\dfrac{\pi}{2}.$

	So sánh điều kiện ta có nghiệm phương trình là : $x = k\pi$.

• Thực hiện $\boxed{\textbf{H8}}$.

Mục đích. Củng cố việc kết hợp nghiệm của các phương trình khi phương trình có điều kiện của nghiệm.

Hoạt động của GV	***Hoạt động của HS***
Câu hỏi 1 Tìm điều kiện xác định của phương trình.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Điều kiện của phương trình là $\sin 2x \neq 0$ và $\sin\left(\quad \right) \neq 0$.
Câu hỏi 2 Hãy giải phương trình đã cho.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\cot 2x = \cot\left(\quad \right)$ $\Leftrightarrow 2x = x + \frac{\pi}{2} + \pi$ $\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$. Phương trình đã cho vô nghiệm.

HOẠT ĐỘNG 5

TÓM TẮT BÀI HỌC

1. *Phương trình bậc nhất* đối với một hàm số lượng giác là phương trình có dạng

$$at + b = 0, \qquad (1)$$

trong đó a, b là các hằng số ($a \neq 0$) và t là một trong các hàm số lượng giác.

Chuyển vế rồi chia hai vế của phương trình (1) cho a, ta đưa phương trình (1) về phương trình lượng giác cơ bản.

2. Phương trình bậc hai đối với một hàm số lượng giác là phương trình có dạng

$$at^2 + bt + c = 0,$$

trong đó a, b, c là các hằng số ($a \neq 0$) và t là một trong các hàm số lượng giác.

Đặt biểu thức lượng giác làm ẩn phụ và đặt điều kiện cho ẩn phụ (nếu có) rồi giải phương trình theo ẩn phụ này. Cuối cùng, ta đưa về việc giải các phương trình lượng giác cơ bản.

3. $$a\sin x + b\cos x = \sqrt{a^2 + b^2}\,\sin(x + \alpha), \qquad (1)$$

với $\cos\alpha = \dfrac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ và $\sin\alpha = \dfrac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$.

Xét phương trình $a\sin x + b\cos x = c$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$; a, b không đồng thời bằng 0 ($a^2 + b^2 \neq 0$).

Nếu $a = 0$, $b \neq 0$ hoặc $a \neq 0$, $b = 0$, phương trình (2) có thể đưa ngay về phương trình lượng giác cơ bản. Nếu $a \neq 0$, $b \neq 0$, ta áp dụng công thức (1).

Điều kiện để phương trình có nghiệm là : $a^2 + b^2 \geq c^2$.

4. Phương trình dạng

$$a\sin^2 x + b\sin x\cos x + c\cos^2 x = 0,$$

trong đó a, b và c là những số đã cho, với $a \neq 0$ hoặc $b \neq 0$ hoặc $c \neq 0$. Chúng được gọi là **phương trình thuần nhất bậc hai đối với sin$x$ và cos$x$**.

Để giải phương trình dạng này, ta chia hai vế cho $\cos^2 x$ *(với điều kiện* $\cos x \neq 0$*) để đưa về phương trình đối với* $\tan x$*, hoặc chia hai vế cho* $\sin^2 x$ *(với điều kiện* $\sin x \neq 0$*) để đưa về phương trình đối với* $\cot x$.

HOẠT ĐỘNG 6

MỘT SỐ CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Hãy điền đúng sai vào ô trống sau

Câu 1. Cho phương trình $a\sin x + b = 0$.

(a) Phương trình luôn có nghiệm với mọi a và b □

(b) Phương trình luôn có nghiệm với mọi $a < b$ □

(c) Phương trình luôn có nghiệm với mọi $a > -b$ ☐

(d) Phương trình luôn có nghiệm với mọi $|a| \geq |b|$ ☐

Trả lời

(a)	(b)	(c)	(d)
S	S	S	Đ

Câu 2. Cho phương trình $\cos 2x + \cos x - 2 = 0$.

(a) Phương trình có nghiệm ☐

(b) Phương trình có một họ nghiệm ☐

(c) Phương trình có hai họ nghiệm ☐

(d) Phương trình có bốn họ nghiệm ☐

Trả lời

(a)	(b)	(c)	(d)
Đ	Đ	S	S

Câu 3. Cho phương trình $\tan x = 2\cot x$.

(a) Phương trình có nghiệm ☐

(b) Phương trình có một họ nghiệm ☐

(c) Phương trình có hai họ nghiệm ☐

(d) Phương trình có bốn họ nghiệm ☐

Trả lời

(a)	(b)	(c)	(d)
Đ	S	Đ	S

Câu 4. Cho phương trình $2\sin x + 3\cos x = a$.

(a) Điều kiện xác định của phương trình là : với mọi x ☐

(b) Điều kiện xác định của phương trình là : với mọi $a < \sqrt{13}$ ☐

(c) Điều kiện xác định của phương trình là : với mọi $a > -\sqrt{13}$ ☐

(d) Phương trình luôn có nghiệm với mọi $|a| \le \sqrt{13}$ ☐

Trả lời

(a)	(b)	(c)	(d)
Đ	S	S	Đ

Hãy chọn khẳng định đúng trong các câu sau

Câu 5. Cho phương trình lượng giác : $-2\sin x = 1$.

Trong các số sau đây số nào là nghiệm của phương trình:

(a) 2π; (b) $\frac{13\pi}{6}$;

(c) $\frac{15\pi}{6}$; (d) $\frac{17\pi}{6}$.

Trả lời. (d).

Câu 6. Cho phương trình lượng giác :

$$-2\cos x = 1.$$

Trong các số sau đây số nào là nghiệm của phương trình:

(a) 2π; (b) $\frac{14\pi}{3}$;

(c) $\frac{15\pi}{3}$; (d) $\frac{17\pi}{3}$.

Trả lời. (b).

Câu 7. Cho phương trình lượng giác :

$$-3\tan x = \sqrt{3}.$$

Nghiệm của phương trình là :

(a) $\frac{\pi}{6}$; (b) $-\frac{\pi}{6}$;

(c) $-\frac{\pi}{6} + k\pi$; (d) $\frac{\pi}{6} + k2\pi$.

Trả lời. (c).

Câu 8. Cho phương trình lượng giác :

$$3\cot x = \sqrt{3}.$$

Nghiệm của phương trình là :

(a) $\frac{\pi}{3}$; (b) $-\frac{\pi}{3}$;

(c) $\frac{\pi}{3} + k2\pi$; (d) $-\frac{\pi}{3} + k2\pi$.

Trả lời. (c).

Câu 9. Cho phương trình lượng giác :

$$\sin x + \cos x = -1.$$

Nghiệm của phương trình là :

(a) $-\frac{\pi}{2}$; (b) $\frac{\pi}{2}$;

(c) $-\frac{\pi}{2} + k2\pi$, $x = \pi + k2\pi$; d) $\pi + k2\pi$.

Trả lời. (c).

Câu 10. Cho phương trình lượng giác :

$$2\cos x = \sqrt{2}.$$

Trong các số sau đây số nào là nghiệm của phương trình:

(a) $\frac{\pi}{4}$; (b) $\frac{\pi}{4} + k2\pi$;

(c) $\frac{\pi}{4} - k2\pi$; (d) $\pm\frac{\pi}{4} + k2\pi$.

Trả lời. (d).

HOẠT ĐỘNG 7

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP SGK

Bài 27

Hướng dẫn. Sử dụng các công thức nghiệm cơ bản.

Đáp số. a) $x = \pm\dfrac{\pi}{6} + k2\pi.$

b) $x = \dfrac{\pi}{9} + k\dfrac{\pi}{3}.$

c) $x = -\dfrac{\pi}{2} + k2\pi$; $x = \pm\dfrac{\pi}{8} + k\pi.$

Bài 28

Hướng dẫn. Sử dụng các công thức nghiệm cơ bản và giải các phương trình đưa về bậc hai.

a) $x = k2\pi$; $x = \pm\dfrac{\pi}{3} + k2\pi.$

b) $\cos^2 x + \sin x + 1 = 0 \Leftrightarrow -\sin^2 x + \sin x + 2 = 0 \Leftrightarrow \sin x = -1$ (loại $\sin x = 2$).

Vậy phương trình có các nghiệm là $x = -\dfrac{\pi}{2} + k2\pi.$

c) $\sqrt{3}\tan^2 x - (1+\sqrt{3})\tan x + 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\tan x = 1\\ \tan x = \dfrac{1}{\sqrt{3}}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi,\\ x = \dfrac{\pi}{6} + k\pi.\end{array}\right.$

Bài 29

Hướng dẫn. Sử dụng các công thức nghiệm cơ bản và giải các phương trình đưa về bậc hai.

a) $3\cos 2x + 10\sin x + 1 = 0 \Leftrightarrow -6\sin^2 x + 10\sin x + 4 = 0 \Leftrightarrow \sin x = -\dfrac{1}{3}.$

Phương trình này có nghiệm gần đúng là $x \approx -0{,}34.$

b) Ta thấy $0 < x < \dfrac{\pi}{2} \Leftrightarrow 0 < 2x < \pi$. Với điều kiện đó, ta có

$4\cos 2x + 3 = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = -\dfrac{3}{4} \Leftrightarrow 2x = \alpha \Leftrightarrow x = \dfrac{\alpha}{2},$

trong đó, α là số thực thuộc khoảng $(0; \pi)$ thoả mãn $\cos\alpha = -\dfrac{3}{4}$. Dùng bảng số hoặc máy tính, ta tìm được $\alpha \approx 2{,}42.$

c) $x \approx 0{,}20$; $x \approx -0{,}46$.

d) $x \in \left(\quad \right) \Leftrightarrow 3x \in \left(\quad \right)$. Với điều kiện đó, ta có

$$5 - 3\tan 3x = 0 \Leftrightarrow \tan 3x = \frac{5}{3} \Leftrightarrow 3x = \beta \Leftrightarrow x = \frac{\beta}{3},$$

trong đó β là số thực thuộc khoảng $\left(\quad \right)$ thoả mãn $\tan\beta = \frac{5}{3}$; bảng số hoặc máy tính cho ta $\beta \approx 1{,}03$. Vậy nghiệm gần đúng của phương trình là $x \approx 0{,}34$.

Bài 30

Hướng dẫn. Sử dụng các công thức nghiệm cơ bản và giải các phương trình bậc nhất đối với sinx và cosx.

a) $x = \pi + \alpha + k2\pi$ (hay $x = \alpha + (2k + 1)\pi$),

trong đó α là số thoả mãn $\cos\alpha = \frac{3}{5}$ và $\sin\alpha = \frac{4}{5}$.

b) $2\sin 2x - 2\cos 2x = \sqrt{2} \Leftrightarrow \sin\left(\quad \right) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{5\pi}{24} + \text{'}\ \pi, \\ x = \frac{13\pi}{24} + \text{'}\ \pi. \end{array} \right.$

c) $5\sin 2x - 6\cos^2 x = 13 \Leftrightarrow 5\sin 2x - 3(1 + \cos 2x) = 13$

$\Leftrightarrow 5\sin 2x - 3\cos 2x = 16.$

Chia hai vế cho $\sqrt{5^2 + 3^2} = \sqrt{34}$ ta được

$$\frac{5}{\sqrt{34}}\sin 2x - \frac{3}{\sqrt{34}}\cos 2x = \frac{16}{\sqrt{34}}.$$

Do $\left(\quad \right)^{2} \left(\quad \right)^2 = 1$ nên ta chọn được số α sao cho

$$\cos\alpha = \frac{5}{\sqrt{34}} \text{ và } \sin\alpha = \frac{3}{\sqrt{34}}.$$

Vậy $\qquad 5\sin 2x - 6\cos^2 x = 13 \Leftrightarrow \sin(2x - \alpha) = \frac{16}{\sqrt{34}}.$

Dễ thấy phương trình này vô nghiệm vì $\dfrac{16}{\sqrt{34}} > 1$.

Bài 31

Hướng dẫn. Sử dụng các công thức nghiệm cơ bản và giải các phương trình bậc nhất đối với sinx và cosx. Đây là bài toán thực tế, GV nên để HS tự giải và kiểm tra đánh giá.

a) Vật ở vị trí cân bằng khi $d = 0$, nghĩa là $\sin(6t - \alpha) = 0$, hay

$$t = \frac{\alpha}{6} + \frac{\pi}{6}\cdot \text{ (với } k \in \mathbb{Z}\text{)}.$$

Đáp số. Vật ở vị trí cân bằng là

$$t = \frac{\alpha}{6} \approx 0{,}11 \text{ (giây) và } t = \frac{\alpha}{6} + \frac{\pi}{6}\cdot \approx 0{,}64 \text{ (giây)}.$$

b) Vật ở xa vị trí cân bằng nhất khi và chỉ khi $|\,d\,|$ nhận giá trị lớn nhất. Điều đó xảy ra nếu $\sin\left(6t - \alpha\right) = \pm 1$.

Đáp số. Vật ở xa vị trí cân bằng nhất là

$$t = \frac{\alpha}{6} + \frac{\pi}{12} \approx 0{,}37 \text{ (giây) và } t = \frac{\alpha}{6} + \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{6} \approx 0{,}90 \text{ (giây)}$$

Bài 32

Hướng dẫn. Sử dụng các công thức nghiệm cơ bản và giải các phương trình bậc nhất đối với sinx và cosx. Đay là dạng toán phải biến đổi mới đưa được về phương trình cơ bản.

a) Viết $a\sin x + b\cos x = C\sin(x + \alpha)$ trong đó $C = \sqrt{a^2 + b^2}$. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin(x + \alpha)$ theo thứ tự là 1 và -1 nên giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $a\sin x + b\cos x$ theo thứ tự là $\sqrt{a^2 + b^2}$ và $-\sqrt{a^2 + b^2}$.

b) Ta có $\sin^2 x + \sin x \cos x + 3\cos^2 x = \dfrac{1}{2}\sin 2x + \cos 2x + 2$.

Vậy $\sin^2 x + \sin x \cos x + 3\cos^2 x$ đạt giá trị lớn nhất là

$$\sqrt{\left(\quad\right)^2 + {}^{\cdot 2}} + 2 = \frac{\sqrt{5}}{2} + 2 \text{ và giá trị nhỏ nhất là } \frac{-\sqrt{5}}{2} + 2.$$

c) $A\sin^2 x + B\sin x\cos x + C\cos^2 x$

$$= A.\frac{1-\quad}{2} + \frac{\quad}{2} + C.\frac{\quad + \cos 2x}{2}$$

$$= \frac{B}{2}\sin 2x + \frac{\quad - \quad}{2} \qquad + \frac{\quad + A}{2}$$

$= a\sin 2x + b\cos 2x + c,$

trong đó $\quad a = \frac{B}{2},\ b = \frac{C-A}{2},\ c = \frac{C+A}{2}.$

Vậy $A\sin^2 x + B\sin x\cos x + C\cos^2 x$ đạt giá trị lớn nhất là

$$\sqrt{a^2 + \quad} + c = \sqrt{\frac{B^2 + (C - \quad}{4}} + \frac{\quad + \quad}{2} = \frac{\quad}{2}\sqrt{\quad + \quad - \quad} + \frac{\quad + A}{2},$$

và giá trị nhỏ nhất là $-\frac{1}{2}\sqrt{\quad + \quad - \quad} + \frac{C+A}{2}.$

Bài 33

Hướng dẫn. Sử dụng các công thức nghiệm cơ bản và giải các phương trình thuần nhất bậc hai đối với sinx và cosx. Đây là dạng toán phải biến đổi mới đưa được về phương trình cơ bản.

a) Các giá trị của x mà $\cos x = 0$ đều không nghiệm đúng phương trình. Do đó

$2\sin^2 x + 3\sqrt{3}\sin x\cos x - \cos^2 x = 4$

$\Leftrightarrow 2\tan^2 x - 3\sqrt{3}\tan x + 5 = 0.$

Phương trình này vô nghiệm nên phương trình đã cho vô nghiệm.

b) Các giá trị của x mà $\cos x = 0$ đều không nghiệm đúng phương trình. Do đó

$3\sin^2 x + 4\sin 2x + (8\sqrt{3} - 9)\cos^2 x = 0$

$$\Leftrightarrow 3\tan^2 x + 8\tan x + 8\sqrt{3} - 9 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\tan x = -\sqrt{3},\\ \tan x = -\frac{8}{3} + \sqrt{3}.\end{array}\right.$$

Vậy phương trình có các nghiệm là

$$x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \text{ và } x = \arctan\left(\quad\right) + k\pi.$$

c) Các giá trị của x mà $\cos x = 0$ đều không nghiệm đúng phương trình. Do đó

$$\sin^2 x + \sin 2x - 2\cos^2 x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin^2 x + 4\sin x\cos x - 5\cos^2 x = 0$$

$$\Leftrightarrow \tan^2 x + 4\tan x - 5 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\tan x = 1\\ \tan x = -5\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = \frac{\pi}{4} + k\pi,\\ x = \arctan(-5) + k\pi.\end{array}\right.$$

Bài 34

Hướng dẫn. Sử dụng các công thức nghiệm cơ bản và dạng toán tổng hợp.

a) $\cos x\cos 5x = \cos 2x\cos 4x \Leftrightarrow \cos 6x + \cos 4x = \cos 6x + \cos 2x$

$$\Leftrightarrow \cos 4x = \cos 2x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}4x = 2x + k2\pi\\ 4x = -2x + k2\pi\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = k\pi,\\ x = k\frac{\pi}{3}.\end{array}\right.$$

b) $x = k\frac{\pi}{2}$ và $x = \frac{\pi}{14} + k\frac{\pi}{7}$.

c) $\sin 2x + \sin 4x = \sin 6x \Leftrightarrow 2\sin 3x\cos x = 2\sin 3x\cos 3x$

$$\Leftrightarrow \sin 3x(\cos x - \cos 3x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin 3x = 0\\ \cos x = \cos 3x\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = k\frac{\pi}{3},\\ x = k\pi,\\ x = k\frac{\pi}{2}.\end{array}\right.$$

d) $x = \pi + k2\pi$ và $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3}$.

Bài 35

Hướng dẫn. Sử dụng các công thức nghiệm cơ bản và dạng toán tổng hợp.

a) $\sin^2 4x + \sin^2 3x = \sin^2 2x + \sin^2 x$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(1 - \cos 8x) + \frac{1}{2}(1 - \cos 6x) = \frac{1}{2}(1 - \cos 4x) + \frac{1}{2}(1 - \cos 2x)$$

$\Leftrightarrow \cos 8x + \cos 6x = \cos 4x + \cos 2x \Leftrightarrow \cos 7x \cos x = \cos 3x \cos x$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x = 0 \\ \cos 7x = \cos 3x \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{2} + \text{'}\,\pi, \\ x = k\dfrac{\pi}{2}, \\ x = k\dfrac{\pi}{5}. \end{array}\right. \quad \pi$$

b) $x = \dfrac{\pi}{10} + k\dfrac{\pi}{5},\ x = \dfrac{\pi}{4} + \quad \dfrac{\pi}{2}\cdot$ và $x = \dfrac{\pi}{2} + \text{'}\,\pi$.

Bài 36

Hướng dẫn. Sử dụng các công thức nghiệm cơ bản và dạng toán tổng hợp.

a) ĐKXĐ : $\cos\dfrac{x}{2} \neq 0$ và $\cos x \neq 0$. Nghiệm của phương trình là $x = -k2\pi$.

b) ĐKXĐ : $\cos(2x + 10^o) \neq 0$ và $\sin x \neq 0$. Phương trình đã cho có các nghiệm là $x = 80^o + k180^o$.

c) Đặt $t = \tan x$, với điều kiện $\cos x \neq 0$.

$$(1 - \tan x)(1 + \sin 2x) = 1 + \tan x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \tan x = 0 \\ \tan x = -1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \text{'}\,\pi, \\ x = -\dfrac{\pi}{4} + \text{'}\,\pi. \end{array}\right.$$

d) ĐKXĐ : $\cos x \neq 0$ và $\cos 2x \neq 0$.

Phương trình có các nghiệm $x = k\dfrac{\pi}{3}$ và $x = k\pi$.

e) ĐKXĐ : $\cos x \neq 0$, $\sin 2x \neq 0$ và $\sin 4x \neq 0$. Nghiệm của phương trình là $x = k\dfrac{\pi}{3}$ với k nguyên và không chia hết cho 3.

Luyện tập (tiết 14, 15)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

Ôn tập lại

- Cách giải phương trình bậc nhất đối với một hàm số lượng giác. Một số dạng phương trình đưa về dạng bậc nhất.
- Cách giải phương trình bậc hai đối với một hàm số lượng giác. Một số dạng phương trình đưa về dạng bậc hai.
- Cách giải phương trình bậc nhất đối với sinx và cosx.
- Cách giải một vài dạng phương trình khác.

2. Kĩ năng

Học sinh rèn luyện thêm kĩ năng

- Sau khi học xong bài này HS cần giải thành thạo các phương trình lượng giác khác ngoài phương trình cơ bản.
- Giải được phương trình lượng giác dạng bậc nhất, bậc hai đối với một hàm số lượng giác.
- Giải và biến dổi thành thạo phương trình bậc nhất đối với sinx và cosx.

3. Thái độ

- Tự giác, tích cực trong học tập.
- Biết phân biệt rõ các khái niệm cơ bản và vận dụng trong từng trường hợp cụ thể.
- Tư duy các vấn đề của toán học một cách lôgic và hệ thống.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV

- Chuẩn bị các câu hỏi gợi mở.
- Chuẩn bị phấn màu, và một số đồ dùngkhác.

2. Chuẩn bị của HS

- Cần ôn lại một số kiến thức đã học về lượng giác ở lớp 10 về công thức lượng giác.
- Ôn tập lại bài 3.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 2 tiết :

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. KIỂM TRA BÀI CŨ

Câu hỏi 1

Nhắc lại phương pháp giải phương trình lượng giác dạng bậc nhất và bậc hai đối với một hàm số lượng giác.

Câu hỏi 2

Nêu phương pháp giải phương trình bậc nhất đối với sinx và cosx.

Câu hỏi 3

Nêu phương pháp giải đối với phương trình thuần nhất bậc hai đối với sinx và cos x.

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

Bài 37

Mục đích. Đây là bài toán thực tế. HS làm quen với phương trình lượng giác trong đời sống.

Hoạt động của GV	***Hoạt động của HS***
Câu hỏi 1 Người chơi đu xa vị trí cân bằng nhất khi nào?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Người chơi đu ở xa vị trí cân bằng nhất khi $\cos\left[\frac{\pi}{3}(2t-1)\right] = \pm 1$.
Câu hỏi 2 Hãy giải phương trình đó và kết luận.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\cos\left[\frac{\pi}{3}(2t-1)\right] = \pm 1$ $\Leftrightarrow \sin\left[\frac{\pi}{3}(2t-1)\right] = 0$ $\Leftrightarrow \frac{\pi}{3}(2t-1) = k\pi$ $\Leftrightarrow t = \frac{1}{2}(3k+1)$. Với $k = 0$ thì $t = \frac{1}{2}$. Với $k = 1$ thì $t = 2$. Vậy trong 2 giây đầu

	tiên, người chơi đu ở xa vị trí cân bằng nhất vào các thời điểm $\frac{1}{2}$ giây và 2 giây.
Câu hỏi 3 Người chơi đu cách trí cân bằng 2m khi nào?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Người chơi đu ở xa vị trí cân bằng nhất khi $\cos\left[\frac{\pi}{3}(2t-1)\right] = \pm 2.$
Câu hỏi 4 Hãy giải phương trình đó và kết luận.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 4** $t = \pm\frac{3\alpha}{4\pi} +$ $\frac{1}{2} + \frac{3k}{2}\left(\qquad \left(\right)\right).$ Ta tìm k nguyên để $0 \le t \le 2$. $t \approx 0{,}10$; $t \approx 1{,}60$ và $t \approx 0{,}90$.

HOẠT ĐỘNG 2

Bài 38

Mục đích. Sử dụng công thức biến đổi để dưa về các dạng phương trình đã học, từ đó rèn luyện thêm kĩ năng.

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Giải phương trình: $\cos^2 x - 3\sin^2 x = 0.$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\cos^2 x - 3\sin^2 x = 0$ $\Leftrightarrow \frac{1+\cos 2x}{2} - \frac{3(1-\cos 2x)}{2} = 0$ $\Leftrightarrow \cos 2x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi$ $\Leftrightarrow x = \pm\frac{\pi}{6} + k\pi.$
Câu hỏi 2	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2**

Giải phương trình: $(\tan x+\cot x)^2 - (\tan x + \cot x) = 2$. ***Câu hỏi 3*** Giải phương trình: $\sin x + \sin^2\frac{x}{2} = 0{,}5$.	Đặt $y = \tan x + \cot x$ với điều kiện $\mid y \mid \geq 2$. Từ đó ta có : $t = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + {}^{\cdot}\,\pi$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $\sin x + \sin^2\frac{x}{2} = 0{,}5 \Leftrightarrow \sin x + \frac{1-\cos x}{2} = \frac{1}{2}$ $\Leftrightarrow \sin x = \frac{1}{2}\cos x$ $\Leftrightarrow \tan x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \arctan\frac{1}{2} + k\pi$.

HOẠT ĐỘNG 3

Bài 39

Mục đích. Sử dụng công thức biến đổi để dưa về các dạng phương trình đã học, từ đó rèn luyện thêm kĩ năng.

Hoạt động của GV	***Hoạt động của HS***
Câu hỏi 1 Giải phương trình: $\sin x - 2\cos x = 3$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\sin x - 2\cos x = 3$ $\Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{5}}\sin x - \frac{2}{\sqrt{5}}\cos x = \frac{3}{\sqrt{5}}$ $\Leftrightarrow \sin(x - \alpha) = \frac{3}{\sqrt{5}}$. Phương trình vô nghiệm.
Câu hỏi 2 Giải phương trình: $5\sin 2x + \sin x + \cos x + 6 = 0$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Trong phương trình $5\sin 2x + \sin x + \cos x + 6 = 0$, ta đặt $t = \sin x + \cos x$ với điều kiện $\lvert t\rvert \leq \sqrt{2}$ thì được phương trình $5t^2 + t + 1 = 0$. Phương trình này vô nghiệm.

HOẠT ĐỘNG 4

***Bài 4*0**

Mục đích. Sử dụng công thức biến đổi để dưa về các dạng phương trình đã học, từ đó rèn luyện thêm kĩ năng. Chú ý rằng đơn vị ở đây là độ.

Hoạt động của GV	***Hoạt động của HS***
Câu hỏi 1 Giải phương trình: $2\sin^2 x - 3\cos x = 2$, $0^o \le x \le 360^o$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $2\sin^2 x - 3\cos x = 2$ $\Leftrightarrow 2\cos^2 x + 3\cos x = 0$ $\Leftrightarrow \cos x = 0$ (loại $\cos x = -\frac{3}{2}$). Vậy, với điều kiện $0^o \le x \le 360^o$, phương trình có hai nghiệm là $x = 90^o$ và $x = 270^o$.
Câu hỏi 2 Giải phương trình: $\tan x + 2\cot x = 3$, $180^o \le x \le 360^o$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\tan x + 2\cot x = 3 \Leftrightarrow \tan^2 x - 3\tan x + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\tan x = 1,\\ \tan x = 2.\end{array}\right.$ Phương trình này vô nghiệm.

HOẠT ĐỘNG 5

***Bài 4*1**

Mục đích. Sử dụng công thức biến đổi để dưa về các dạng phương trình đã học, từ đó rèn luyện thêm kĩ năng.

Hoạt động của GV	***Hoạt động của HS***
Câu hỏi 1 Giải phương trình: $3\sin^2 x - \sin 2x - \cos^2 x = 0$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $3\sin^2 x - \sin 2x - \cos^2 x = 0$ $\Leftrightarrow 3\tan^2 x - 2\tan x - 1 = 0$

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
	$\Leftrightarrow$ $\tan x = 1$ hoặc $\tan x = -\frac{1}{3}$. Từ đó suy ra các nghiệm của phương trình là $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ và $x = \arctan\left(\quad \right) + k\pi$.
Câu hỏi 2 Giải phương trình: $3\sin^2 2x - \sin 2x \cos 2x - 4\cos^2 2x = 2$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $x = \frac{1}{2}\arctan(-2) + k\frac{\pi}{2}$ và $x = \frac{1}{2}\arctan 3 + k\frac{\pi}{2}$.
Câu hỏi 3 Giải phương trình: $2\sin^2 x + (3 + \sqrt{3})\sin x \cos x + (\sqrt{3} - 1)\cos^2 x = -1$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $3\sin^2 x + (3 + \sqrt{3})\sin x \cos x + \sqrt{3}\cos^2 x = 0$. Vậy các nghiệm của phương trình đã cho là $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$ và $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi$.

HOẠT ĐỘNG 6

Bài 42

Mục đích. Sử dụng công thức biến đổi để đưa về các dạng phương trình đã học từ đó rèn luyện thêm kĩ năng.

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Giải phương trình: $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = \cos x + \cos 2x + \cos 3x$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Phương trình đã cho tương đương với : $(\sin 2x - \cos 2x)(2\cos x + 1) = 0$. Dễ thấy $\sin 2x - \cos 2x = 0$

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
	$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{2}\cdot$ và $2\cos x + 1 = 0$ $\Leftrightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm\frac{2\pi}{3} + k2\pi.$
Câu hỏi 2 Giải phương trình: $\sin x = \sqrt{2}\sin 5x - \cos x$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Phương trình đã cho tương đương với : $\sin\left(\qquad\right) = \sin 5x$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 5x = x + \frac{\pi}{4} + \text{' ˆ}\pi \\ 5x = \frac{3\pi}{4} - \quad + \text{' ˆ}\pi \end{array}\right.$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{16} + k\frac{\pi}{2}, \\ x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{3}. \end{array}\right.$
Câu hỏi 3 Giải phương trình: $\frac{1}{\sin 2x} + \frac{1}{\cos 2x} = \frac{2}{\sin 4x}$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** ĐKXĐ : $\sin 4x \neq 0$. Phương trình đã cho tương đương với: $\sin\left(\qquad\right) = \sin\frac{\pi}{4}$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = \text{' ˆ}\pi, \\ 2x = \frac{\pi}{2} + \text{' ˆ}\pi. \end{array}\right.$ Phương trình đã cho vô nghiệm.
Câu hỏi 4 Giải phương trình: $\sin x + \cos x = \frac{\cos 2x}{1 - \sin 2x}$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 4** ĐKXĐ : $\sin 2x \neq 1$. Phương trình đã cho tương đương với: $(\sin x + \qquad)\left(\qquad\qquad\right) = 0.$

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
	Vậy phương trình đã cho có các nghiệm là $x = k2\pi, x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$ và $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi.$

Ôn tập chương I
(tiết 16, 17)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

- Hàm số lượng giác. Tập xác định, tính chẵn lẻ, tính tuần hoàn và chu kì. Dạng đồ thị của các hàm số lượng giác.
- Các công thức biến đổi tích thành tổng và tổng thành tích.
- Công thức biến đổi $a\sin x + b\cos x$.
- Phương trình lượng giác cơ bản.
- Phương trình đưa về phương trình bậc hai đối với một hàm số lượng giác.
- Phương trình $a\sin x + b\cos x = c$.
- Phương trình thuần nhất bậc hai đối với sinx và cosx.

2. Kĩ năng

- Biết cách vẽ đồ thị của các hàm số lượng giác đơn giản.
- Biết sử dụng đồ thị để xác định các điểm tại đó hàm số lượng giác nhận giá trị âm, giá trị dương và các giá trị đặc biệt.
- Biết cách biến đổi lượng giác : tổng thành tích, tích thành tổng.
- Biết cách giải các phương trình lượng giác cơ bản.
- Biết cách biến đổi các phương trình lượng giác đơn giản về các phương trình lượng giác cơ bản.

3. Thái độ

- Tự giác, tích cực trong học tập.
- Biết phân biệt rõ các khái niệm cơ bản và vận dụng trong từng trường hợp cụ thể.
- Tư duy các vấn đề của toán học một cách lôgic và hệ thống.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV

- Chuẩn bị các câu hỏi gợi mở.
- Chuẩn bị một bài kiểm tra.
- Chuẩn bị phấn màu, và một số đồ dùng khác.

2. Chuẩn bị của HS

- Cần ôn lại một số kiến thức đã học chương I
- Làm bài kiểm tra 1 tiết.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 2 tiết :

Tiết 1 : Ôn tập

Tiết 2 : Kiểm tra

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

HOẠT ĐỘNG 1

ÔN TẬP

GV đưa ra các câu hỏi sau đây:

Câu hỏi 1

Hàm số y = sinx, y = cosx, y = tanx, y = cotx tuần hoàn với chu kì nào?

Câu hỏi 2

Hàm số y = sinx đồng biến trên khoảng nào và nghịch biến trên khoảng nào trong khoảng (0; 2π)?

Câu hỏi 3

Hàm số y = cosx đồng biến trên khoảng nào và nghịch biến trên khoảng nào trong khoảng (0; 2π)?

Câu hỏi 4

Hàm số y = tanx đồng biến trên khoảng nào và nghịch biến trên khoảng nào trong khoảng (0; π)?

Câu hỏi 5

Hàm số y = cotx đồng biến trên khoảng nào và nghịch biến trên khoảng nào trong khoảng (0; π)?

Câu hỏi 6

Hàm số y = sinx, y = cosx nhận giá trị trong tập nào?

Câu hỏi 7

Hàm số y = tanx, y = cotx xác định trong tập nào?

Câu hỏi 8

Từ đồ thị hàm số y = sinx suy ra đồ thị hàm số y = cosx như thế nào?

Câu hỏi 9

Từ đồ thị hàm số y = tanx suy ra đồ thị hàm số y = cotx như thế nào?

Câu hỏi 10

Nêu điều kiện của m để phương trình sinx = m, cosx = m có nghiệm.

Câu hỏi 11

Nêu công thức nghiệm của phương trình sinx = sinα.

Câu hỏi 12

Nêu công thức nghiệm của phương trình cosx = cosα.

Câu hỏi 13

Nêu công thức nghiệm của phương trình tanx = tanα.

Câu hỏi 14

Nêu tóm tắt cách giải phương trình bậc nhất, bậc hai đối với một hàm số lượng giác.

Câu hỏi 15

Nêu tóm tắt cách giải phương trình bậc nhất đối với một sinx và cosx.

Câu hỏi 16

Nêu điều kiện của a, b và c để phương trình asinx + bcosx = c có nghiệm.

HOẠT ĐỘNG 2

Bài 43

Mục đích. Ôn tập lại sự biến thiên của các hàm số lượng giác.

GV cho học sinh trả lời và kết luận.

a) Đúng;	b) Sai;	c) Đúng;	d) Sai;
e) Sai;	f) Đúng;	g) Sai.	

Bài 44

Mục đích. Ôn tập lại tính tuần hoàn của các hàm số lượng giác.

Hoạt động của GV	***Hoạt động của HS***
Câu hỏi 1 Chứng minh $\sin\pi(x + m) = \sin\pi x$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Đặt $m = 2k$, do hàm số $y = \sin x$ tuần hoàn với chu kì 2π nên với mọi x, ta có $f(x + m) = \sin[\pi(x + 2k)] = \sin(\pi x + 2k\pi)$ $= \sin\pi x = f(x)$.
Câu hỏi 2 Hãy lập bảng biến thiên của hàm số.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** GV cho HS tự lập bảng biến thiên của hàm số.
Câu hỏi 3 Vẽ đồ thị của hàm số.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** GV treo đồ thị chuẩn bị sẵn ở nhà và cho HS về nhà vẽ lại.

Bài 45

Mục đích. Ôn tập lại dạng $a\sin x + b\cos x = c$.

Hoạt động của GV	***Hoạt động của HS***
Câu hỏi 1	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1**

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Đưa biểu thức $\sin x + \tan\frac{\pi}{7}\cos x$ về dạng $C\sin(x+\alpha)$.	$\sin x + \tan\frac{\pi}{7}\cos x$ $= \frac{1}{\cos\frac{\pi}{7}}\left(\qquad \right)$ $= \frac{1}{\cos\frac{\pi}{7}}\sin\left(\qquad \right)$.
Câu hỏi 2 Đưa biểu thức $\tan\frac{\pi}{7}\sin x + \cos x$ về dạng $C\sin(x+\alpha)$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\frac{1}{\cos\frac{\pi}{7}}\sin\left(\qquad \right)$.

Bài 46

Mục đích. Ôn tập lại dạng phương trình lượng giác đã học.

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Giải phương trình: $\sin\left(\qquad \right) = \cos 2x$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Ta có. $\cos 2x = \sin\left(\qquad \right)$, do đó: $\sin\left(\qquad \right) = \sin\left(\qquad \right)$ $\Leftrightarrow x = \frac{7\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3}$ và $x = -\frac{7\pi}{6} + k2\pi$.
Câu hỏi 2	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2**

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Giải phương trình: $\tan\left(2x + 45^o\right)\tan\left(\qquad \right) = 1$	$\tan(2x + 45^o)\tan\left(\qquad \right) = 1$ $\Leftrightarrow \cot(45^o - 2x)\tan\left(\quad \right) = 1$ $\Leftrightarrow \tan\left(\quad \right) = \tan(45^o - 2x)$ $\Leftrightarrow x = 30^o + k120^o$.
Câu hỏi 3 Giải phương trình: $\cos 2x - \sin^2 x = 0$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Sử dụng công thức hạ bậc ta có : $x = \pm\dfrac{1}{2}\arccos\dfrac{1}{3} + k\pi$
Câu hỏi 4 Giải phương trình: $5\tan x - 2\cot x = 3$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 4** $x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi$ và $x = \arctan\left(\quad \right) + k\pi$.

Bài 47

Mục đích. Ôn tập lại dạng phương trình thuần nhất bậc hai đối với sinx và cosx.

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Giải phương trình: $\sin 2x + \sin^2 x = \dfrac{1}{2}$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Phương trình đã cho tương đương với $2\sin 2x - \cos 2x = 0$ $\Leftrightarrow x = \dfrac{1}{2}\arctan\dfrac{1}{2} + k\dfrac{\pi}{2}$.
Câu hỏi 2 Giải phương trình: $2\sin^2 x + 3\sin x\cos x + \cos^2 x = 0$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $x = -\dfrac{\pi}{4} + k\pi$ và $x = \arctan\left(\quad \right) + k\pi$.
Câu hỏi 3	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3**

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Giải phương trình: $\sin^2\frac{x}{2} + \sin x - 2\cos^2\frac{x}{2} = \frac{1}{2}$. ***Câu hỏi 4*** Giải phương trình: $5\tan x - 2\cot x = 3$.	$\sin^2\frac{x}{2} + \sin x - 2\cos^2\frac{x}{2} = \frac{1}{2}$ $\Leftrightarrow \sin^2\frac{x}{2} + \sin x - 2\cos^2\frac{x}{2}$ $= \frac{1}{2}\left(\qquad\qquad\right)$ $\Leftrightarrow \frac{1}{2}\sin^2\frac{x}{2} + 2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2} - \frac{5}{2}\cos^2\frac{x}{2} = 0$ $\Leftrightarrow \sin^2\frac{x}{2} + 4\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2} - 5\cos^2\frac{x}{2} = 0$ $\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$ và $x = 2\arctan(-5) + k2\pi$.

Bài 48

Mục đích. Ôn tập lại dạng phương trình asinx + bcosx = c.

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Chứng minh rằng $\sin\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\sin\frac{\pi}{12} = \sin\left(\qquad\right)$, từ đó suy ra kết quả.
Câu hỏi 2 Giải phương trình: $2\sin x - 2\cos x = 1 - \sqrt{3}$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $2\sin x - 2\cos x = 1 - \sqrt{3}$ $\Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}\sin x - \frac{1}{\sqrt{2}}\cos x = \frac{1-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$ $\Leftrightarrow \sin\left(\qquad\right)\quad\left(\qquad\right)$ $\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$ và $x = \frac{4\pi}{3} + k2\pi$.
Câu hỏi 3	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3**

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Giải phương trình: $2\sin x - 2\cos x = 1 - \sqrt{3}$ bằng cách bình phương hai vế.	$4(1 - \sin 2x) = 4 - 2\sqrt{3}$ $\Leftrightarrow \sin 2x = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} + k\pi, \\ x = \dfrac{\pi}{3} + k\pi. \end{array}\right.$ Kết quả như trên.

***Bài 4*9**

Mục đích. Ôn tập lại dạng phương trình lượng giác.

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Tìm điều kiện xác định của phương trình. ***Câu hỏi 2*** Giải phương trình: $\dfrac{1+\cos 2x}{\cos x} = \dfrac{\sin 2x}{1-\cos 2x}$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Điều kiện xác định của phương trình là : $\cos x \neq 0$ và $\cos 2x \neq 1$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\dfrac{1+\cos 2x}{\cos x} = \dfrac{\sin 2x}{1-\cos 2x}$ $\Leftrightarrow \dfrac{2\cos^2 x}{\cos x} = \dfrac{2\sin x\cos x}{2\sin^2 x}$ $\Leftrightarrow 1 - \dfrac{1}{2\sin x} = 0$ $\Leftrightarrow \sin x = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \dfrac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right.$

***Bài 5*0**

Mục đích. Ôn tập lại dạng phương trình lượng giác.

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*

Câu hỏi 1 Chứng minh rằng $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ nghiệm đúng phương trình ***Câu hỏi 2*** Giải phương trình bằng cách đặt $\tan x = t$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** GV cho HS thay nghiệm vào phương trình và kết luận. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Phương trình trở thành : $\frac{t^3+1}{(t^2+ \ldots - \ldots)} = \frac{1-t^2}{\ldots + t^2}$ và nghiệm của phương trình là : $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$, $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$ và $x = \arctan\frac{1}{2} + k\pi$.

HOẠT ĐỘNG 3

ĐÁP ÁN BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

51.(B).	**52.** (C).	**53.** (D).	**54.** (A).
55. (C).	**56.** (D).	**57.** (B).	**58.** (A).
59. (C).	**60.** (A).	**61.** (D).	**62.** (B).
63. (D).			

MỘT SỐ ĐỀ KIỂM TRA THAM KHẢO

ĐỀ 1

Phần 1. Trắc nghiệm khách quan (4 điểm).

Câu 1. Hãy điền đúng, sai vào ô trống sau đây.

Trong khoảng $(0; \frac{\pi}{2})$

(a) Hàm số y = sinx đồng biến. ☐

(b) Hàm số y = cosx đồng biến. □

(c) Hàm số y = tanx đồng biến. □

(d) Hàm số y = cotx đồng biến. □

Câu 2. Hãy điền đúng, sai vào ô trống sau đây.

(a) Hàm số y = sinx có giá trị lớn nhất là 1. □

(b) Hàm số y = sinx có giá trị nhỏ nhất là −1 □

(c) Hàm số y = tanx luôn đồng biến. □

(d) Hàm số y = cotx luôn đồng biến. □

Câu 3. Hãy chọn câu trả lời đúng trong các câu sau:

Phương trình $\sin 2x = -\frac{1}{2}$ trong khỏng $(0; 2\pi)$ có số nghiệm là

(a) 1; (b) 2;

(c) 3; (d) 4.

Câu 4. Hãy chọn câu trả lời đúng trong các câu sau:

Phương trình 2sinx + cosx = m có nghiệm với

(a) $m \le \sqrt{5}$; (b) $m \ge -\sqrt{5}$;

(c) $-\sqrt{5} \le m \le \sqrt{5}$; (d) mọi m.

Phần 2. Tự luận (6 điểm)

Câu 1. Giải các phương trình sau đây

a) sinx + sin2x = 0; b) cosx +cos3x = 2.

Câu 2. Cho phương trình

$$\cos^2 x - \sin^2 x + m - 1 = 0$$

a) Giải phương trình khi m = 0;

b) Xác định m để phương trình có nghiệm sinx = 1.

ĐỀ 2

Phần 1. Trắc nghiệm khách quan (4 điểm).

Câu 1. Hãy điền đúng, sai vào ô trống sau đây.

Trong khoảng $(0; \pi)$

(a) Hàm số y = sinx đồng biến. ☐

(b) Hàm số y = cosx nghịch biến. ☐

(c) Hàm số y = tanx đồng biến. ☐

(d) Hàm số y = cotx đồng biến. ☐

Câu 2. Hãy điền đúng, sai vào ô trống sau đây.

(a) Hàm số y = cosx có giá trị lớn nhất là 1. ☐

(b) Hàm số y = cosx có giá trị nhỏ nhất là -1 ☐

(c) Hàm số y = tanx luôn đồng biến trong khoảng $(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$. ☐

(d) Hàm số y = cotx luôn đồng biến trong khoảng $(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$. ☐

Câu 3. Hãy chọn câu trả lời đúng trong các câu sau:

Phương trình $\sin 2x = -\frac{1}{2}$ trong khoảng $(0; 2\pi)$ có số nghiệm là

(a) 1; (b) 2;

(c) 3; (d) 4.

Câu 4. Hãy chọn câu trả lời đúng trong các câu sau:

Phương trình 2sinx = m có nghiệm với

(a) $m \leq 2$; (b) $m \geq -2$;

(c) $-2 \leq m \leq 2$; (d) mọi m.

Phần 2. Tự luận (6 điểm)

Câu 1. Giải các phương trình sau đây

a) cosx + cos7x = 0; b) cosx +cos3x + cos5x = 0.

Câu 2. Cho phương trình

$$\cos^2 x - \cos x + m - 1 = 0$$

a) Giải phương trình khi m = 1;

b) Xác định m để phương trình có nghiệm $\cos x = -1$.

ĐỀ 3

Phần 1. Trắc nghiệm khách quan (4 điểm).

Câu 1. Hãy điền đúng, sai vào ô trống sau đây.

Trong khoảng $(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$

(a) Hàm số y = sinx đồng biến. ☐

(b) Hàm số y = cosx đồng biến. ☐

(c) Hàm số y = tanx đồng biến. ☐

(d) Hàm số y = cotx đồng biến. ☐

Câu 2. Hãy điền đúng, sai vào ô trống sau đây.

(a) Hàm số y = sin2x + 1 có giá trị lớn nhất là 3. ☐

(b) Hàm số y = sin2x + 1 có giá trị lớn nhất là 2. ☐

(c) Hàm số y = 2sin2x + 1 có giá trị lớn nhất là 3. ☐

(d) Hàm số y = sin2x −1 có giá trị lớn nhất là 0 ☐

Câu 3. Hãy chọn câu trả lời đúng trong các câu sau:

Phương trình $\tan 2x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ trong khoảng $(0; 2\pi)$ có số nghiệm là

(a) 1; (b) 2;

(c) 3; (d) 4.

Câu 4. Hãy chọn câu trả lời đúng trong các câu sau:

Phương trình 2 cosx = m có nghiệm với

(a) $m \le 2$; (b) $m \ge -2$;

(c) $-2 \le m \le 2$; (d) mọi m.

Phần 2. Tự luận (6 điểm)

Câu 1. Giải các phương trình sau đây

a) $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 0$; b) $2\cos^2 x + \cos 4x = 3$.

Câu 2. Cho phương trình

$$\cos x - \sin^2 x + m - 1 = 0$$

a) Giải phương trình khi m = 0;

b) Xác định m để phương trình có nghiệm sinx = 0.

ĐỀ 4

Phần 1. Trắc nghiệm khách quan (4 điểm).

Câu 1. Hãy điền đúng, sai vào ô trống sau đây.

Trong khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$

(a) Hàm số y = sinx đồng biến. ☐

(b) Hàm số y = cosx đồng biến. ☐

(c) Hàm số y = tanx đồng biến. ☐

(d) Hàm số y = cotx đồng biến. ☐

Câu 2. Hãy điền đúng, sai vào ô trống sau đây.

(a) Hàm số $y = \sin 2x - 1$ có giá trị lớn nhất là 3. ☐

(b) Hàm số $y = 2\sin 2x + 1$ có giá trị lớn nhất là 3. ☐

(c) Hàm số $y = -2\sin 2x + 1$ có giá trị lớn nhất là 3. ☐

(d) Hàm số $y = -\sin 2x - 1$ có giá trị lớn nhất là -2 ☐

Câu 3. Hãy chọn câu trả lời đúng trong các câu sau:

Phương trình $2\sin 2x = -1$ trong khoảng $(0; \pi)$ có số nghiệm là

(a) 1; (b) 2;

(c) 3; (d) 4.

Câu 4. Hãy chọn câu trả lời đúng trong các câu sau:

Phương trình cosx = 2m có nghiệm với

(a) $m \le 1$; (b) $m \ge -1$;

(c) $-1 \le m \le 1$; (d) $-\frac{1}{2} \le m \le \frac{1}{2}$.

Phần 2. Tự luận (6 điểm)

Câu 1. Giải các phương trình sau đây

a) sin2x + sin6x = 0; b) tanx.tan2x = 1.

Câu 2. Cho phương trình

$$\sin^2 x + \sin x\cos x + m - 1 = 0.$$

a) Giải phương trình khi m = 0;

b) Xác định m để phương trình có nghiệm.

HƯỚNG DẪN

ĐỀ 1

Phần 1. Trắc nghiệm khách quan *(mỗi câu 1 điểm)*

Câu 1.

(a)	(b)	(c)	(d)
Đ	S	Đ	S

Câu 2.

(a)	(b)	(c)	(d)
Đ	Đ	S	S

Câu 3. (b), ***Câu 4.*** (c).

Phần 2. Tự luận (6 điểm)

a) Phương trình trở thành

$$\sin 2x = \sin(-x) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = - \quad + \dot{}\ \hat{}\pi \\ 2x = \pi + \quad + \dot{}\ \hat{}\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{k2\pi}{3} \\ x = \pi + \dot{}\ \hat{}\pi \end{array}\right.$$

b) Phương trình trở thành

$4\cos^3 x - 2\cos x - 2 = 0 \Leftrightarrow (\cos x - 1)(4\cos^2 + 4\cos x + 2) = 0$

$\Leftrightarrow \cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi.$

Câu 2. Phương trình dã cho tương đương với

$$\sin^2 x + \sin x + m = 0. \ (1)$$

a) Với m = 0, ta có sinx = 0, sinx = −1 hay $x = k\pi,\ x = -\dfrac{\pi}{2} + \dot{}\ \hat{}\pi$.

b) Để phương trình có nghiệm sinx = 1 thì m = −2. Thay m = −2 vào (1) thấy thoả mãn.

ĐỀ 2

Phần 1. Trắc nghiệm khách quan *(mỗi câu 1 điểm)*

Câu 1.

(a)	(b)	(c)	(d)
S	Đ	S	S

Câu 2.

(a)	(b)	(c)	(d)
Đ	Đ	Đ	S

Câu 3. (b), ***Câu 4.*** (c).

Phần 2. Tự luận (6 điểm)

Câu 1.

a) Phương trình trở thành

$$\cos 7x = \cos(\pi - x) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 7x = \pi - \quad + \dot{}\ \hat{}\pi \\ 7x = \quad + \dot{}\ \hat{}\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{8} + \dfrac{k\pi}{4} \\ x = \dfrac{k\pi}{3} \end{array}\right.$$

b) Phương trình trở thành

$$\cos 3x\ (2\cos 2x + 1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos 3x = 0 \\ \cos 2x = -\dfrac{1}{2}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = \dfrac{\pi}{6} + \dfrac{k\pi}{3} \\ x = \pm\dfrac{\pi}{3} + \grave{}\ \pi\end{array}\right.$$

Câu 2. Phương trình đã cho tương đương với

$$\cos^2 x + \cos x + m - 1 = 0.\ (1)$$

a) Với m = 1, ta có cosx = 0, cosx = −1 hay $x = \alpha\dfrac{\pi}{2} + k\pi, x = \pi + \dot{}\ \hat{}\pi$.

b) Để phương trình có nghiệm cosx = −1 thì m = 2. Thay m = 2 vào (1) thấy thoả mãn.

ĐỀ 3

Phần 1. Trắc nghiệm khách quan *(mỗi câu 1 điểm)*

Câu 1.

(a)	(b)	(c)	(d)
Đ	S	Đ	S

Câu 2.

(a)	(b)	(c)	(d)
S	Đ	Đ	Đ

Câu 3. (d), ***Câu 4.*** (c).

Phần 2. Tự luận (6 điểm)

Câu 1.

a) Phương trình trở thành

$$2\sin 2x\cos x + \sin 2x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin 2x = 0 \\ \cos x = -\dfrac{1}{2}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = \dfrac{k\pi}{2} \\ x = \pm\dfrac{2\pi}{3} + \grave{}\ \bar{}\ \pi\end{array}\right.$$

b) Phương trình trở thành

$2\cos^2 2x + \cos 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi.$

Câu 2. Phương trình đã cho tương đương với

$$\cos^2 x + \cos x + m - 2 = 0. \ (1)$$

a) Với m = 0, ta có $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi$.

b) Để phương trình có nghiệm $\sin x = 0$ thì $\cos x = \pm 1$. Ta tìm được $m = 0$ và $m = 2$, thoả mãn.

ĐỀ 4

Phần 1. Trắc nghiệm khách quan *(mỗi câu 1 điểm)*

Câu 1.

(a)	(b)	(c)	(d)
Đ	Đ	S	S

Câu 2.

(a)	(b)	(c)	(d)
S	Đ	S	S

Câu 3. (b). ***Câu 4.*** (d).

Phần 2. Tự luận (6 điểm)

Câu 1.

a) Phương trình trở thành

$$\sin 2x = \sin(-6x) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = -6x + k2\pi \\ 2x = \pi + 6x + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{k\pi}{4} \\ x = -\dfrac{\pi}{4} + \dfrac{k\pi}{2} \end{array}\right.$$

b) Phương trình trở thành

$$\tan x = \tan\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3}.$$

Câu 2. Phương trình đã cho tương đương với

$$\sin 2x - \cos 2x + 2m - 1 = 0. \ (1)$$

a) Với m = 0, ta có $\sin(2x - \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{array}\right.$

b) Đáp số $1 - \sqrt{2} \leq m \leq 1 + \sqrt{2}$.

Chương II
TỔ HỢP VÀ XÁC SUẤT

Phần 1
NHỮNG VẤN ĐỀ CỦA CHƯƠNG

I. NỘI DUNG

Nội dung chính của chương II :

- Quy tắc đếm: Giới thiệu quy tắc cộng và quy tắc nhân và những ứng dụng của các quy tắc này.
- Hoán vị – chỉnh hợp – tổ hợp : Đây là ba quy tắc đếm cụ thể nhằm để đếm các phần tử của tập hợp hữu hạn theo các quy luật thứ tự gọi là hoán vị, chỉnh hợp và tổ hợp.
- Nhị thức Niu-tơn : Nhằm tìm hệ số của một khai triển $(a + b)^n$.
- Phép thử và biến cố: Đây là những khái niệm quan trọng của xác suất. Trong bài còn đưa ra những quy tắc tính xác suất.
- Xác suất của các biến cố.

II. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

Nắm được toàn bộ kiến thức cơ bản trong chương đã nêu trên, cụ thể :

- Hình thành những khái niệm mới có liên quan đến các quy tắc đếm.
- Tính được số các tổ hợp, số các chỉnh hợp và số các hoán vị của một tập hợp gồm n phần tử.
- Phân biệt được sự khác nhau của chỉnh hợp và tổ hợp.
- Xây dựng được không gian mẫu, cách xác định biến cố và xác suất.

2. Kĩ năng

▪ Sử dụng thành thạo công thức tổ hợp, chỉnh hợp và các công thức về xác suất.

▪ Áp dụng tính được các bài toán cụ thể.

3. Thái độ

▪ Tự giác, tích cực, độc lập và chủ động phát hiện cũng như lĩnh hội kiến thức trong quá trình hoạt động.

▪ Cẩn thận, chính xác trong lập luận và tính toán.

▪ Cảm nhận được thực tế của toán học, nhất là đối với xác suất.

III. CẤU TẠO CỦA CHƯƠNG

Nội dung của chương gồm hai phần dự kiến được thực hiện trong 21 tiết, phân phối cụ thể như sau :

***Phần A*. Tổ hợp** (8 tiết)

§1. Hai quy tắc đếm cơ bản	1 tiết
§2. Hoán vị, chỉnh hợp và tổ hợp	3 tiết
Luyện tập	2 tiết
§3. Nhị thức Niu-tơn	1 tiết
Luyện tập	1 tiết

***Phần B*. Xác suất** (11 tiết)

§4. Biến cố và xác suất của biến cố	2 tiết
Luyện tập	1 tiết
§5. Các quy tắc tính xác suất	2 tiết
Luyện tập	2 tiết
§6 Biến ngẫu nhiên rời rạc	2 tiết
Luyện tập	2 tiết
Ôn tập và kiểm tra chương 2	2 tiết

Phần 2
CÁC BÀI SOẠN

A. TỔ HỢP

§1. Hai quy tắc đếm cơ bản
(tiết 1)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

HS nắm được :

- Hai quy tắc đếm cơ bản : quy tắc cộng và quy tắc nhân.
- Biết áp dụng vào từng bài toán : khi nào dùng quy tắc cộng, khi nào dùng quy tắc nhân.

2. Kĩ năng

- Sau khi học xong bài này HS sử dụng quy tắc đếm thành thạo.
- Tính chính xác số phần tử của mỗi tập hợp mà sắp xếp theo quy luật nào đó (cộng hay nhân).

3. Thái độ

- Tự giác, tích cực trong học tập.
- Biết phân biệt rõ các khái niệm quy tắc cộng, quy tắc nhân và vận dụng trong từng trường hợp cụ thể.
- Tư duy các vấn đề của toán học một cách lôgic và hệ thống.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV

- Chuẩn bị các câu hỏi gợi mở.
- Chuẩn bị hình 2.1.
- Chuẩn bị phấn màu, và một số đồ dùng khác.

2. Chuẩn bị của HS

Cần ôn lại một số kiến thức đã học về tổ hợp ở lớp dưới.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 1 tiết.

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. ĐẶT VẤN ĐỀ

Câu hỏi 1

Có thể thành lập được bao nhiêu số có 3 chữ số khác nhau từ các chữ số 1, 2, 3, 4.

GV Cho HS liệt kê.

Câu hỏi 2

Cho 10 chữ số, 0, 1,…,9.

Có thể liệt kê được tất cả các số lập từ 10 chữ số trên được không?

GV : *Ta thấy :*

Rất khó liệt kê. Do đó phải có một quy tắc để đếm số các phần tử của một tập hợp.

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

MỞ ĐẦU

- GV nêu bài toán trong SGK.

  GV đặt ra một vài câu hỏi như sau:

  $\boxed{?1}$ Hãy viết một số mật khẩu.

  GV chia lớp thành 4 tổ, mỗi tổ viết một số mật khẩu, sau đó cho một bạn trình bày xem các tổ có trùng nhau không?

- Thực hiện $\boxed{\textbf{H1}}$ trong 3'.

Hoạt động của GV	***Hoạt động của HS***
Câu hỏi 1 Hãy viết một số mật khẩu.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** 1r64j5, abcdeh, 123456,...

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 2	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2**
Có thể liệt kê được các kí tự không?	Không thể liệt kê trong một thời gian nhất định.
Câu hỏi 3	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3**
Dự đoán số mật khẩu?	Không dự đoán được.

HOẠT ĐỘNG 2

1. Quy tắc cộng

- GV nêu và thực hiện ví dụ 1.

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1**
Có bao nhiêu cách chọn tại lớp 11A?	Có 31 cách chọn.
Câu hỏi 2	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2**
Có bao nhiêu cách chọn tại lớp 12B?	Có 22 cách chọn.
Câu hỏi 3	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3**
Tất cả có bao nhiêu cách chọn.	31 + 22 = 53 cách chọn.

- GV nêu khái niệm quy tắc cộng

Giả sử một công việc có thể được thực hiện theo phương án A hoặc phương án B. Có n cách thực hiện phương án A và m cách thực hiện phương án B. Khi đó công việc có thể được thực hiện bởi n + m cách.

Quy tắc cộng bởi nhiều phương án

Giả sử một công việc có thể được thực hiện theo một trong k phương án $A_1, A_2, ..., A_k$. *Có* n_1 *cách thực hiện phương án* A_1, n_2 *cách thực hiện phương án* A_2 ,... *và* n_k *cách thực hiện phương án* A_k. *Khi đó công việc có thể được thực hiện bởi* $n_1 + n_2 + \cdots + n_k$ *cách.*

- GV thực hiện ví dụ 2. Ví dụ này chỉ mang tính minh hoạ.
- Thực hiện $\boxed{\textbf{H2}}$ trong 5'.

Mục đích. Kiểm tra xem học sinh đã biết vận dụng quy tắc cộng hay chưa.

Hoạt động của GV	***Hoạt động của HS***
Câu hỏi 1 Có bao nhiêu đề tài. ***Câu hỏi 2*** GV đổi số và hỏi xem có bao nhiêu cách chọn.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** 8 + 7 + 10 + 6 = 31 (cách chọn). **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** HS tự trả lời.

- GV nêu cách phát biểu khác của quy tắc cộng nêu trong chú ý.

Số phần tử của tập hợp hữu hạn X được kí hiệu là $|X|$ *(hoặc n(X)). Quy tắc cộng có thể được phát biểu dưới dạng sau :*

Nếu A và B là hai tập hợp hữu hạn không giao nhau thì số phần tử của $A \cup B$ *bằng số phần tử của A cộng với số phần tử của B, tức là*

$$|A \cup B| = |A| + |B|.$$

Quy tắc cộng có thể mở rộng cho nhiều hành động.

– Nếu $A_1, A_2, \ldots, A_k$ *là k tập hữu hạn và* $A_i \cap A_j = \varnothing$ *với* $i \neq j$ *(với i, j = 1,..., k) thì* $|A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_k| = |A_1| + |A_2| + \cdots + |A_k|$.

– Hai tập hợp A, B bất kì thì $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$.

HOẠT ĐỘNG 2

2. Quy tắc nhân

- GV hướng dẫn HS thực hiện ví dụ 3, sử dụng hình 2.1.

Hoạt động của GV	***Hoạt động của HS***
Câu hỏi 1 Giả sử từ nhà An đến nhà Bình có 1 con đường thì từ nhà An đến nhà Cường có bao nhiêu cách chọn?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Có 6.1 = 6 con đường.

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 2 Hỏi An có bao nhiêu cách chọn đường đi đến nhà Cường?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Có 4. 6 = 24 cách đi từ nhà An qua nhà Bình đến nhà Cường.

- GV nêu quy tắc nhân

Giả sử một công việc nào đó bao gồm hai công đoạn A và B. Công đoạn A có thể làm theo n cách. Với mỗi cách thực hiện công đoạn A thì công đoạn B có thể làm theo m cách. Khi đó công việc có thể thực hiện theo nm cách.

- Thực hiện **H3** trong 5'.

Mục đích. Kiểm tra xem học sinh đã biết vận dụng quy tắc nhân hay chưa.

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Mỗi cách dán nhãn có bao nhiêu công đoạn, hãy kể tên các công đoạn đó.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Việc lập một nhãn ghế bao gồm 2 công đoạn. Công đoạn thứ nhất là chọn 1 chữ cái trong 24 chữ cái. Công đoạn thứ hai là chọn 1 số trong 25 số nguyên dương nhỏ hơn 26.
Câu hỏi 2 Có nhiều nhất bao nhiêu chiếc ghế được ghi nhãn khác nhau?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Có nhiều nhất là 24.25 = 600 chiếc ghế được ghi nhãn khác nhau.

- GV cho HS mở rộng quy tắc nhân có nhiều hành động.

Giả sử một công việc nào đó bao gồm k *công đoạn* $A_1, A_2, ..., A_k$. *Công đoạn* A_1 *có thể thực hiện theo* n_1 *cách, công đoạn* A_2 *có thể thực hiện theo* n_2 *cách,..., công đoạn* A_k *có thể thực hiện theo* n_k *cách. Khi đó công việc có thể thực hiện theo* $n_1n_2\dots n_k$ *cách.*

- Thực hiện ví dụ 4

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Mỗi cách làm một biển số xe máy có bao nhiêu công đoạn, hãy kể tên các công đoạn đó.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Có 6 công đoạn: Chọn 1 chữ cái trong 26 chữ cái; công đoạn 2 chọn 1 chữ số, có 9 cách chọn, và 4 công đoạn còn lại mỗi công đoạn chọn 1 chữ số và có 10 cách chọn.
Câu hỏi 2 Có bao nhiêu cách làm một biển số xe máy?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Theo quy tắc nhân, ta có tất cả $26.\ 9.\ 10.\ 10.\ 10.\ 10 = 2\,340\,000$ (biển số xe).

• Thực hiện ví dụ 5

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Có bao nhiêu dãy gồm 6 kí tự, mỗi kí tự hoặc là một chữ cái (trong bảng 26 chữ cái) hoặc là một chữ số (trong 10 chữ số từ 0 đến 9)	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Vì có 26 + 10 = 36 cách chọn nên theo quy tắc nhân, ta có thể lập được 36^6 dãy gồm 6 kí tự như vậy.
Câu hỏi 2 Có bao nhiêu dãy gồm 6 kí tự nói ở câu a) không phải là mật khẩu?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Vì mỗi kí tự có 26 cách chọn nên theo quy tắc nhân, số dãy gồm 6 kí tự không phải là một mật khẩu là 26^6.
Câu hỏi 3 Có thể lập được nhiều nhất bao nhiêu mật khẩu?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** có $36^6 - 26^6$.

HOẠT ĐỘNG 4

TÓM TẮT BÀI HỌC

1. – Giả sử một công việc có thể được thực hiện theo phương án *A* hoặc phương án *B*. Có *n* cách thực hiện phương án *A* và *m* cách thực hiện phương án *B*. Khi đó công việc có thể được thực hiện bởi *n* + *m* cách.

– Giả sử một công việc có thể được thực hiện theo một trong *k* phương án $A_1, A_2, ..., A_k$. Có n_1 cách thực hiện phương án A_1, n_2 cách thực hiện phương án A_2,... và n_k cách thực hiện phương án A_k. Khi đó công việc có thể được thực hiện bởi $n_1 + n_2 + \cdots + n_k$ cách.

2. – Giả sử một công việc nào đó bao gồm hai công đoạn *A* và *B*. Công đoạn *A* có thể làm theo *n* cách. Với mỗi cách thực hiện công đoạn *A* thì công đoạn *B* có thể làm theo *m* cách. Khi đó công việc có thể thực hiện theo *nm* cách.

– Giả sử một công việc nào đó bao gồm *k* công đoạn $A_1, A_2, ..., A_k$. Công đoạn A_1 có thể thực hiện theo n_1 cách, công đoạn A_2 có thể thực hiện theo n_2 cách,..., công đoạn A_k có thể thực hiện theo n_k cách. Khi đó công việc có thể thực hiện theo $n_1 n_2 \ldots n_k$ cách.

HOẠT ĐỘNG 5

MỘT SỐ CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Một bài tập gồm 2 câu, hai câu này có các cách giải không liên quan đến nhau. Câu 1 có 3 cách giải, câu 2 có 4 cách giải. Số cách giải để thực hiện các câu trong bài toán trên là trên là

(a) 3; (b) 4;

(c) 5; (d) 6.

Trả lời. Chọn (c).

Câu 2. Để giải một bài tập ta cần phải giải hai bài tập nhỏ. Bài tập 1 có 3 cách giải, bài tập 2 có 4 cách giải. Số các cách giải để hoàn thành bài tập trên là

(a) 3; (b) 4;

(c) 5; (d) 6.

Trả lời. Chọn (d).

Câu 3. Một lô hàng được chia thành 4 phần, mỗi phần được chia vào 20 hộp khác nhau. Người ta chọn 4 hộp để kiểm tra chất lượng.

Số cách chọn là

(a) 20.19.18.17; (b) 20 + 19 +18 + 17;

(c) 80.79.78.77 ; (d) 80 + 79 + 78 + 77.

Trả lời. Chọn (c).

Câu 4. Cho các chữ số: 1, 3, 5, 6, 8. Số các số chẵn có 3 chữ số khác nhau có được từ các số trên là:

(a) 12; (b) 24;

(c) 20; (d) 40.

Trả lời. Chọn (b).

Câu 5. Cho các chữ số: 1, 3, 5, 6, 8. Số các số chẵn có 4 chữ số khác nhau có được từ các số trên là:

(a) 4.3.2; (b) 4 + 3+ 2;

(c) 2.4.3.2 ; (d) 5. 4.3.2.

Trả lời. Chọn (c).

Câu 6. Cho các chữ số: 1, 3, 5, 6, 8. Số các số lẻ có 4 chữ số khác nhau có được từ các số trên là:

(a) 4.3.2; (b) 4 + 3+ 2;

(c) 3.4.3.2 ; (d) 5. 4.3.2.

Trả lời. Chọn (c).

Câu 7. Một lớp học có 4 tổ, tổ 1 có 8 bạn, ba tổ còn lại có 9 bạn.

a) Số cách chọn một bạn làm lớp trưởng là

(a) 17; (b) 35;

(c) 27; (d) 9.

Trả lời. Chọn (b).

b) Số cách chọn một bạn làm lớp trưởng sau đó chọn 2 bạn lớp phó là

(a) 35. 34.32; (b) 35 + 34 + 33;

(c) 35.34; (d) 35.33.

Trả lời. Chọn (a).

c) Số cách chọn 2 bạn trong một tổ làm trực nhật là

(a) 35. 34; (b) 7.8 + 3.8.9;

(c) 35+34; (d) 35.33.

Trả lời. Chọn (b).

HOẠT ĐỘNG 6

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA

Bài 1

Hướng dẫn. Sử dụng các phương pháp đếm số phần tử của một tập hợp.

Theo quy tắc cộng, ta có 5 + 4 = 9 cách chọn áo sơ mi.

Bài 2

Hướng dẫn. Sử dụng quy tắc nhân.

Chữ số hàng chục có thể chọn trong các chữ số 2, 4, 6, 8; do đó có 4 cách chọn. Chữ số hàng đơn vị có thể chọn trong các chữ số 0, 2, 4, 6, 8; do đó có 5 cách chọn. Vậy theo quy tắc nhân, ta có 4.5 = 20 số có hai chữ số mà hai chữ số của nó đều chẵn.

Bài 3

Hướng dẫn. Sử dụng quy tắc nhân và quy tắc cộng.

a) Theo quy tắc cộng, ta có 280 + 325 = 605 (cách chọn).

b) Theo quy tắc nhân, ta có 280.325 = 91000 (cách chọn).

Bài 4

Hướng dẫn. Sử dụng quy tắc nhân và quy tắc cộng.

a) Có 4.4.4.4 = 256 (số có bốn chữ số).

b) Nếu yêu cầu các chữ số khác nhau thì có 4.3.2.1 = 24 (số).

§2. Hoán vị – Chỉnh hợp – Tổ hợp
(tiết 2, 3, 4)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

HS nắm được :

- Khái niệm hoán vị, công thức tính số hoán vị của một tập hợp gồm n phần tử.
- HS cần hiểu được cách chứng minh định lí về số các hoán vị.
- Khái niệm chỉnh hợp, công thức tính số các chỉnh hợp chập k của n phần tử.
- HS cần hiểu được cách chứng minh định lí về số các chỉnh hợp chập k của n phần tử.
- Khái niệm tổ hợp, số các tổ hợp chập k của n phần tử.
- HS cần hiểu được cách chứng minh định lí về số các tổ hợp chập k của n phần tử.
- HS phân biệt được khái niệm : Hoán vị, tổ hợp và chỉnh hợp.

2. Kĩ năng

- Phân biệt được tổ hợp và chỉnh hợp bằng cách hiểu sắp xếp thứ tự và không thứ tự.
- Áp dụng được các công thức tính số các chỉnh hợp, số các tổ hợp chập k của n phần tử, số các hoán vị.
- Nắm chắc các tính chất của tổ hợp và chỉnh hợp.

3. Thái độ

- Tự giác, tích cực trong học tập.
- Biết phân biệt rõ các khái niệm cơ bản và vận dụng trong từng trường hợp, bài toán cụ thể.
- Tư duy các vấn đề của toán học một cách lôgic, thực tế và hệ thống.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV

- Chuẩn bị các câu hỏi gợi mở.

• Chuẩn bị phấn màu và một số đồ dùng khác.

2. Chuẩn bị của HS

• Cần ôn lại một số kiến thức đã học về quy tắc cộng và quy tắc nhân.

• Ôn tập lại bài 1.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 3 tiết :

Tiết 1 : Từ đầu đến hết mục 2.

Tiết 2 : Tiếp theo đến hết mục 3.

Tiết 3 : Tiếp theo đến hết mục 4 và bài tập.

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. BÀI CŨ

Câu hỏi 1

Hãy nhắc lại quy tắc cộng.

Câu hỏi 2

Hãy nhắc lại quy tắc nhân.

Câu hỏi 3

Phân biệt quy tắc cộng và quy tắc nhân.

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

1. Hoán vị

a) Hoán vị là gì

• GV nêu và hướng dẫn HS thực hiện ví dụ 1.

GV cho HS điền và chỗ trống theo cách của mình, sau đó liệt kê lại.

Giải	**Các kết quả có thể**					
Nhất						
Nhì						
Ba						

• Nêu định nghĩa

Cho tập hợp A *có* n (n ≥ *1) phần tử. Khi sắp xếp* n *phần tử này theo một thứ tự, ta được một* **hoán vị** *các phần tử của tập* A *(gọi tắt là một hoán vị của* A*).*

• Thực hiện $\boxed{\textbf{H1}}$ trong 5'.

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Hãy kể một vài hoán vị. ***Câu hỏi 2*** Hãy kể tám hoán vị.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** GV cho HS kể và kết luận. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** GV cho HS kể.

b) Số các hoán vị

• GV nêu vấn đề

$\boxed{?1}$ Một tập hợp có 1 phần tử có bao nhiêu hoán vị?

$\boxed{?2}$ Một tập hợp có 2 phần tử có bao nhiêu hoán vị?

$\boxed{?3}$ Một tập hợp có 3 phần tử có bao nhiêu hoán vị?

• GV nêu định lí 1:

Số các hoán vị của một tập hợp có n phần tử là

$$P_n = n! = n(n-1)(n-2)...1.$$

• GV hướng dẫn HS chứng minh dựa vào quy tắc nhân.

• GV nêu ví dụ 2, ví dụ này chỉ mang tính minh hoạ.

• Thực hiện $\boxed{\textbf{H2}}$ trong 5'.

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Việc thành lập các số có là hoán vị không?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** mỗi việc lập số là một hoán vị.
Câu hỏi 2 Có thể lập được bao nhiêu hoán vị.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Có thể lập được 5! = 120 số có 5 chữ số khác nhau.

HOẠT ĐỘNG 2

2. Chỉnh hợp

a) Chỉnh hợp là gì

- GV nêu câu hỏi:

Cho một tập hợp A gồm n phần tử. Việc chọn ra k phần tử để sắp xếp có thứ tự

$\boxed{?4}$ Nếu k = n, ta được một sắp xếp gọi là gì?

$\boxed{?5}$ Nếu k < n, ta được một sắp xếp gọi là gì?

- GV nêu ví dụ 3 và hướng dẫn HS thực hiện.
- GV nêu định nghĩa

Cho tập hợp A gồm n phần tử và số nguyên k với $1 \leq {}^{-} \leq n$ *. Khi lấy ra k phần tử của A và sắp xếp chúng theo một thứ tự, ta được một* ***chỉnh hợp*** *chập k của n phần tử của A (gọi tắt là một chỉnh hợp chập k của A).*

$\boxed{?6}$ Hai chỉnh hợp khác nhau là gì?

$\boxed{?7}$ Chỉnh hợp khác hoán vị ở điểm nào?

- Thực hiện $\boxed{\textbf{H3}}$ trong 5’.

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Liệt kê số các chỉnh hợp chập 2 của 3 phần tử đó.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $(a, b), (b, a), (a, c), (c, a), (b, c), (c, b)$.
Câu hỏi 2 Có bao nhiêu chỉnh hợp?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Có 6 chỉnh hợp.

- GV nêu nhận xét:

Hai chỉnh hợp khác nhau khi và chỉ khi hoặc có ít nhất một phần tử của chỉnh hợp này mà không là phần tử của chỉnh hợp kia, hoặc các phần tử của hai chỉnh hợp giống nhau nhưng được sắp xếp theo thứ tự khác nhau.

b) Số các chỉnh hợp

- GV nêu ví dụ 4 và cho HS thực hiện.

- GV nêu định lí

Kí hiệu A_n^k là số các chỉnh hợp chập k của n phần tử ($1 \le k \le n$). Ta có định lí sau đây :

ĐỊNH LÍ

Số các chỉnh hợp chập k của một tập hợp có n phần tử ($1 \le k \le n$) là

$$A_n^k = n(n-1)(n-2)\dots(n-k+1).$$

GV hướng dẫn HS chứng minh dựa vào quy tắc nhân.

- GV nêu nhận xét trong SGK.

Từ định nghĩa ta thấy một hoán vị của tập hợp n phần tử là một chỉnh hợp chập n của tập đó nên $A_n^n = P_n = n!$.

- GV nêu ví dụ 5 cho HS thực hiện. Có thể thay bởi ví dụ khác.
- GV nêu chú ý trong SGK.

Với $0 < k < n$ thì ta có thể viết công thức (1) dưới dạng

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}.$$

Ta quy ước

$$0! = 1 \text{ và } A_n^0 = 1.$$

- GV đưa ra các câu hỏi củng cố như sau:

Hãy chọn đúng sai mà em cho là hợp lí.

$\boxed{?8}$ Hoán vị n phần tử là chỉnh hợp chập n của n

(a) Đúng; (b) Sai.

$\boxed{?9}$ A_n^k là đúng khi $k > n$.

(a) Đúng; (b) Sai.

$\boxed{?10}$ A_n^k là đúng khi $k < n$.

(a) Đúng; (b) Sai.

$\boxed{?11}$ $A_n^k = P_n$.

(a) Đúng; (b) Sai.

HOẠT ĐỘNG 3

3. Tổ hợp

a) Tổ hợp là gì?

• GV nêu định nghĩa.

> *Giả sử tập A có n phần tử ($n \geq 1$). Mỗi tập con gồm k phần tử của A được gọi là một* ***tổ hợp chập k của n phần tử*** *đã cho*

• Thực hiện **H4** trong 3'.

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Liệt kê các tổ hợp chập 3 của A. ***Câu hỏi 2*** Có bao nhiêu tổ hợp?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** {a, b, c}, {a, c, d}, {a, b, d}, {b, c, d}. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Có 4 tổ hợp

b) Số các tổ hợp

• GV nêu các câu hỏi:

$\boxed{?12}$ Hai tổ hợp khác nhau là gì?

$\boxed{?13}$ Tổ hợp chập k của n khác chỉnh hợp chập k của n là gì?

• GV nêu định lí

Kí hiệu C_n^k là số các tổ hợp chập k của n phần tử ($0 \leq k \leq n$).

Ta có định lí sau đây.

ĐỊNH LÍ 3

Số các tổ hợp chập k của một tập hợp có n phần tử ($1 \leq k \leq n$) là

$$C_n^k = \frac{A_n^k}{k!} = \frac{n(n-1)(n-2)\ldots(n-k+1)}{k!}.$$

• GV hướng dẫn HS chứng minh định lí.

• GV hướng dẫn HS thực hiện ví dụ 6 và ví dụ 7 nhằm củng cố kiến thức về tổ hợp.

HOẠT ĐỘNG 4

4. Hai tính chất của C_n^k

• GV nêu tính chất 1

$$C_n^k = C_n^{n-k} \qquad (0 \le k \le n).$$

• GV có thể chứng minh cho HS khá.

$\boxed{?14}$ Nhắc lại công thức C_n^k.

$\boxed{?15}$ Tính C_n^{n-k}.

$\boxed{?16}$ Chứng minh công thức trên.

• GV nêu tính chất 2.

$$C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^{k} = C_n^k \ (1 \le k < n).$$

• GV hướng dẫn HS chứng minh.

HOẠT ĐỘNG 5

TÓM TẮT BÀI HỌC

1. Cho tập hợp A gồm n phần tử ($n \ge 1$).

   Mỗi kết quả của sự sắp xếp thứ tự n phần tử của tập hợp A được gọi là một ***hoán vị*** của n phần tử đó.

   Hai hoán vị của n phần tử chỉ khác nhau ở thứ tự sắp xếp.

   P_n là số các hoán vị của n phần tử. Ta có

   $$P_n = n(n-1) \ldots 2.1.$$

2. Cho tập hợp A gồm n phần tử ($n \ge 1$).

   Kết quả của việc lấy k phần tử khác nhau từ n phần tử của tập hợp A và sắp xếp chúng theo một thứ tự nào đó được gọi là một ***chỉnh hợp chập k của n phần tử*** đã cho.

   A_n^k là số các chỉnh hợp chập k của n phần tử ($1 \le k \le n$). Ta có

   $$A_n^k = n(n-1) \ldots (n-k+1).$$

3. Giả sử tập A có n phần tử ($n \geq 1$). Mỗi tập con gồm k phần tử của A được gọi là một ***tổ hợp chập k của n phần tử*** đã cho.

C_n^k là số các tổ hợp chập k của n phần tử ($0 \leq k \leq n$).

Ta có

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

4. Tính chất 1

$$C_n^k = C_n^{n-k} \ (0 \leq k \leq n).$$

Tính chất 2 (công thức Pa-xcan)

$$C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^{k} = C_n^k \ (1 \leq k < n).$$

HOẠT ĐỘNG 6

MỘT SỐ CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Hãy chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau, từ bài 1 đến bài 4.

Câu 1. Có 3 bạn nam và 2 bạn nữ sắp vào 1 hàng dọc.

a) Số cách sắp xếp là :

(a) C_5^3; (b) C_5^2;

(c) 5!; (d) A_5^3.

Trả lời. Chọn (c).

b) Số cách sắp xếp để hai bạn nữ đứng hai đầu hàng là :

(a) 3! + 2! = 8; (b) 3!.2! = 12;

(c) 5!; (d) A_5^3.

Trả lời. Chọn (b).

c) Số cách sắp xếp để hai bạn nữ đứng kề nhau là :

(a) 3! + 2! = 8; (b) 3!.2! = 12;

(c) 2! × 2! × 3!; (d) A_5^3.

Trả lời. Chọn (c).

d) Số cách sắp xếp để hai bạn nam đứng kề nhau là :

(a) 3! + 2! = 8; (b) 3! × 2! + 2! × 2! × 3!; = 12;

(c) 2! × 2! × 3!; (d) A_5^3.

Trả lời. Chọn (b).

e) Số cách lấy ra 1 bạn nam và 1 bạn nữ là :

(a) 2; (b) C_5^2;

(c) 5; (d) 3.

Trả lời. Chọn (c).

f) Số cách lấy ra 2 bạn nam và 1 bạn nữ là :

(a) 2; (b) C_5^2;

(c) 5; (d) 3.

Trả lời. Chọn (c).

g) Số cách lấy ra 1 bạn nam và 1 bạn nữ là :

(a) 2; (b) C_5^2;

(c) 5; (d) 3.

Trả lời. Chọn (c).

Câu 2. Một lớp học có 20 bạn nam và 15 ban nữ.

a) Số cách lấy ra 4 bạn nam và 4 bạn nữ đi thi đấu thể thao là :

(a) C_{20}^4; (b) C_{15}^4;

(c) $C_{15}^4 + C_{20}^4$; (d) C_{35}^4.

Trả lời. Chọn (c).

b) Số cách lấy ra 4 bạn nam và 4 bạn nữ và một bạn phục vụ đi thi đấu thể thao là:

(a) $C_{15}^2 + C_{20}^2 + 1$; (b) $(C_{15}^4 + C_{20}^4)$. 27;

(c) 5!; (d) $C_{15}^2 + C_{20}^2$.

Trả lời. Chọn (b).

c) Số cách lấy ra 3 bạn nam và 4 bạn nữ và một bạn phục vụ đi thi đấu thể thao là:

(a) $C_{15}^4 + C_{20}^3 + 1$; (b) $(C_{15}^4 + C_{20}^3).\ 27$;

(c) $(C_{15}^4 + C_{20}^3).\ 28$; (d) $C_{15}^4 + C_{20}^3$.

Trả lời. Chọn (c).

Câu 3. Số các số có 3 chữ số khác nhau mà chữ số tận cùng là 2 hoặc 5 là:

(a) A_{10}^3; (b) A_9^2;

(c) A_8^2; (d) $2(A_9^2 - A_8^2)$.

Trả lời. Chọn (d).

Câu 4. Số các số có 4 chữ số khác nhau không chia hết cho 10:

(a) $A_{10}^4 - 2A_9^3$; (b) $A_{10}^4 - A_9^3$;

(c) A_{10}^4; (d) A_9^4.

Trả lời. Chọn (a).

Câu 5. Hãy điền đúng, sai vào ô trống của những khẳng định sau:

(a) Số cách chọn 4 trong 7 người đi dự hội nghị là A_7^4 ☐

(b) Chọn 4 trong 7 người đi dự hội nghị là C_7^4 ☐

(c) $C_7^4 = 35$ ☐

(d) $A_7^4 = 840$ ☐

(a)	(b)	(c)	(d)
S	S	Đ	S

HOẠT ĐỘNG 9

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP SGK

Bài 5

Hướng dẫn. Sử dụng kiến thức về hoán vị.

Có 5! = 120 khả năng.

Bài 6

Hướng dẫn. Dựa vào chỉnh hợp.

Có $A_8^3 = 8.7.6 = 336$ kết quả có thể.

Bài 7

Hướng dẫn. Số đoạn thẳng là số các tổ hợp.

Số các véctơ là số các chỉnh hợp.

a) Vậy số đoạn thẳng mà hai đầu mút là hai điểm thuộc *P* chính bằng số tổ hợp chập 2 của *n* phần tử, tức là bằng $C_n^2 = \frac{n(n-1)}{2}$.

b) Số vectơ cần tìm bằng số chỉnh hợp chập 2 của *n* phần tử, tức là bằng $A_n^2 = n(n-1)$.

Bài 8

Hướng dẫn. Không phân biệt chức vụ thì áp dụng tổ hợp.

Phân biệt chức vụ thì sử dụng chỉnh hợp.

a) Có $C_7^3 = 35$ cách chọn.

b) Có $A_7^3 = 210$ cách chọn.

Luyện tập (tiết 5, 6)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

HS ôn tập lại

- Quy tắc cộng và quy tắc nhân.
- Khái niệm, công thức tính số các tổ hợp, chỉnh hợp hoán vị.
- HS phân biệt được khái niệm : Hoán vị, tổ hợp và chỉnh hợp.

2. Kĩ năng

- Phân biệt được tổ hợp và chỉnh hợp bằng cách hiểu sắp xếp thứ tự và không thứ tự.
- Áp dụng được các công thức tính số các chỉnh hợp, số các tổ hợp chập k của n phần tử, số các hoán vị.
- Nắm chắc các tính chất của tổ hợp và chỉnh hợp.

3. Thái độ

- Tự giác, tích cực trong học tập.
- Biết phân biệt rõ các khái niệm cơ bản và vận dụng trong từng trường hợp, bài toán cụ thể.
- Tư duy các vấn đề của toán học một cách lôgic, thực tế và hệ thống.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV

- Chuẩn bị các câu hỏi gợi mở.
- Chuẩn bị phấn màu và một số đồ dùng khác.

2. Chuẩn bị của HS

Cần ôn lại một số kiến thức đã học ở bài 1 và bài 2.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 2 tiết :

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. BÀI CŨ

Câu hỏi 1

Nêu công thức tính số các tổ hợp, chỉnh hợp, hoán vị của tập hợp gồm n phần tử.

Câu hỏi 2

Phân biệt tổ hợp, chỉnh hợp.

Câu hỏi 3

Nêu các tính chất của tổ hợp.

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

Bài 9

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Giả sử có một câu trắc nghiệm, hỏi có mấy phương án? ***Câu hỏi 2*** Bài thi có 2 câu thì có bao nhiêu phương án? ***Câu hỏi 3*** Bài thi có 10 câu thì có bao nhiêu phương án?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Có 4 phương án. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Có $4.\,4 = 4^2$ phương án . **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Có $4^{10} = 1048576$ phương án trả lời.

HOẠT ĐỘNG 2

Bài 10

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Hãy lập một số có 6 chữ số. ***Câu hỏi 2*** Có mấy cách chọn g. ***Câu hỏi 3*** Có mấy cách chọn a? ***Câu hỏi 4*** Có mấy cách chọn b, c, d, e? ***Câu hỏi 5*** Số các số cần tìm là bao nhiêu?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $\overline{\text{abc}deg}$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Có 2 cách chọn g là : 0 hoặc 5. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $a \in \{1, 2, ..., 9\}$, có 9 cách chọn. **Gợi ý trả lời câu hỏi 4** b, c, d, e $\in \{0, 1, ..., 9\}$, mỗi số có 10 cách chọn. **Gợi ý trả lời câu hỏi 5** Có 9.10.10.10.10.2 = 180000 số như vậy

HOẠT ĐỘNG 3

Bài 11

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Có bao nhiêu phương án đi từ A đến G.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Có 4 phương án: 1) $A \to B \to D \to E \to G$; 2) A → B → D → F → G; 3) A → C → D → E → G; 4) $A \to C \to D \to F \to G$.
Câu hỏi 2 Mỗi phương án trên có bao nhiêu cách đi?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** GV chia HS làm 4 tổ, mỗi tổ làm một câu. Dựa vào quy tắc nhân.
Câu hỏi 3 Tổng cộng có bao nhiêu phương án?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Cộng 4 phương án trên lại.

HOẠT ĐỘNG 4

Bài 12

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Mỗi cách đóng – mở là một trạng thái. Hỏi có bao nhiêu trạng thái?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Có $2^6 = 64$ trạng thái.
Câu hỏi 2 Từ A đến B có mấy trạng thái không thông mạch?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Có $2^3 = 8$ trạng thái trong đó có 1 trạng thái thông mạch. Có 7 ttạng thái không thông mạch.

Câu hỏi 3 Từ C đến D có mấy trạng thái không thông mạch?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Có 7 trạng thái.
Câu hỏi 4 Từ P đến Q có mấy trạng thái không thông mạch?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 4** Có 7.7 = 49 trạng thái.
Câu hỏi 5 Từ P đến Q có mấy trạng thái?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 5** Có 8.8 = 64 trạng thái.
Câu hỏi 6 Từ P đến Q có mấy trạng thái thông mạch?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 6** 64 − 49 = 15.

HOẠT ĐỘNG 5

Bài 13

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Việc chọn ra 4 người có điểm cao nhất là tổ hợp hay chỉnh hợp?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Là tổ hợp vì không cần thứ tự.
Câu hỏi 2 Có bao nhiêu cách chọn như trên?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $C_{15}^{4} = 1365$.
Câu hỏi 3 Chọn 3 người sắp thứ tự nhất, nhì, ba là tổ hợp hay chỉnh hợp?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Là chỉnh hợp.
Câu hỏi 4 Có bao nhiêu cách chọn như trên?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 4** $A_{15}^{3} = 2730$

HOẠT ĐỘNG 6

Bài 14

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Việc chọn ra 4 người xếp các giải nhất, nhì, ba, tư là tổ hợp hay chỉnh hợp	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Là chỉnh hợp có thứ tự.
Câu hỏi 2 Có bao nhiêu cách chọn như trên?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Có $A_{100}^{4} = 94109400$ kết quả có thể.
Câu hỏi 3 Có bao nhiêu kết quả có thể, nếu biết rằng người giữ vé số 47 được giải nhất?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $A_{99}^{3} = 941094$ kết quả có thể.
Câu hỏi 4 Có bao nhiêu kết quả có thể, nếu biết rằng người giữ vé số 47 trúng một trong bốn giải?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 4** $4.A_{99}^{3} = 3\ 764\ 376$ kết quả có thể.

HOẠT ĐỘNG 7

***Bài 1**5*

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Nếu chọn 5 em trong 10 em có bao nhiêu cách chọn?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Số cách chọn 5 em trong 10 em là C_{10}^{5}.
Câu hỏi 2 Số cách chọn 5 em toàn nam là bao nhiêu?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Số cách chọn 5 em toàn nam là C_{8}^{5}.
Câu hỏi 3 Có bao nhiêu cách chọn 5 em theo yêu cầu bài toán?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Số cách chọn có ít nhất một nữ là C_{10}^{5}

	$-\ C_8^5 = 196.$ Chú ý : Có thể giải theo cách khác.

HOẠT ĐỘNG 8

Bài 16

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Số cách chọn 5 em toàn nam là bao nhiêu?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Số cách chọn 5 em toàn nam là C_7^5..
Câu hỏi 2 Số cách chọn 5 em có 1 nữ là bao nhiêu?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Số cách chọn 4 nam và 1 nữ là $C_7^4 C_3^1$.
Câu hỏi 3 Có bao nhiêu cách chọn 5 em theo yêu cầu bài toán?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Vậy đáp số bài toán là $C_7^5 + C_7^4 C_3^1 = 126.$

§3. Nhị thức Niu-tơn

(tiết 7)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

HS nắm được :

- Công thức nhị thức Niu-tơn .
- Hệ số của khai triển nhị thức Niu-tơn qua tam giác Pa-xcan.

2. Kĩ năng

- Tìn được hệ số của đa thức khi khai triển $(a+b)^n$.
- Điền được hàng sau của nhị thức Niu-tơn khi biết hàng ở ngay trước đó.

3. Thái độ

- Tự giác, tích cực trong học tập.
- Sáng tạo trong tư duy.

- Tư duy các vấn đề của toán học một cách lôgic và hệ thống.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV

- Chuẩn bị các câu hỏi gợi mở.
- Chuẩn bị phấn màu, và một số đồ dùng khác.

2. Chuẩn bị của HS

- Cần ôn lại một số kiến thức đã học về hằng đẳng thức.
- Ôn tập lại bài 2.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 1 tiết :

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. BÀI CŨ

Câu hỏi 1

Hãy phân biệt tổ hợp và chỉnh hợp.

Câu hỏi 2

Nêu các công thức tính số tổ hợp chập k của n?

Câu hỏi 3

Nêu các tính chất của tổ hợp chập k của n?

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

I. Công thức nhị thức Niu– tơn

1. Định nghĩa

- GV nêu các câu hỏi sau:

$\boxed{?1}$ Nêu các hằng đẳng thức $(a + b)^2$ và $(a + b)^3$?

$\boxed{?2}$ Tính các hệ số của $(a + b)^4$ và có nhận xét gì về hệ số.

- GV nêu công thức :

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1}b + \dots + C_n^k a^{n-k}b^k + \dots + C_n^n b^n$$

$$= \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} b^k \text{ (quy ước với } a^0 = b^0 = 1).$$

Một số hệ quả:

Với $a = b = 1$, *ta có* $2^n = C_n^0 + C_n^1 + \ldots + C_n^n$.

Với $a = 1$; $b = -1$, *ta có*

$$0 = C_n^0 - C_n^1 + \ldots + (-1)^k C_n^k + \ldots + (-1)^n C_n^n.$$

- GV nêu và hướng dẫn HS giải các ví dụ 1 và ví dụ 2 trong SGK.
- GV hướng dẫn HS thực hiện $\boxed{\textbf{H1}}$.

Mục đích. Kiểm tra xem học sinh đã biết vận dụng công thức nhị thức Niu-tơn để khai triển đa thức dạng $(ax - b)^n$ hay chưa.

Hoạt động của GV	***Hoạt động của HS***
Câu hỏi 1 Trong khai triển Niu-tơn , ở đây a, b bằng bao nhiêu?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** a = 3x, b = –4.
Câu hỏi 2 Tìm hệ số của x^2 trong khai triển $(3x - 4)^5$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** số hạng chứa x^2 là $C_5^3(3x)^2(-4)^3$. Vậy hệ số của x^2 là 10. 9.(–64) = –5760.

- GV cho HS thực hiện ví dụ 4 và ví dụ 5 trong SGK.

HOẠT ĐỘNG 2

2. Tam giác Pa-xcan

Định nghĩa

- Nêu định nghĩa:

Trong công thức nhị thức Niu-tơn ở mục I, cho n = 0, 1,... và xếp các hệ số thành dòng, ta nhận được tam giác sau đây, gọi là ***tam giác Pa-xcan****.*

Sau đó GV nêu tam giác Pa-xcan

$n = 0$							1							
$n = 1$						1		1						
$n = 2$					1		2		1					
$n = 3$				1		3		3		1				
$n = 4$			1		4		6		4		1			
$n = 5$		1		5		10		10		5		1		
$n = 6$	1		6		15		20		15		6		1	

- GV nêu quy luật và cho một vài HS điền tiếp các dòng sau của bảng.
- GV đưa ra quy luật

– Đỉnh được ghi số 1. Tiếp theo là hàng thứ nhất ghi hai số 1.

– Nếu biết hàng thứ n ($n \geq 1$) thì hàng thứ n + 1 tiếp theo được thiết lập bằng cách cộng hai số liên tiếp của hàng thứ n rồi viết kết quả xuống hàng dưới ở vị trí giữa hai số này. Sau đó viết số 1 ở đầu và cuối hàng.

- Thực hiện **H2** trong 5'.

Mục đích. Kiểm tra xem học sinh đã biết thiết lập hàng thứ $n + 1$ từ hàng thứ n của tam giác Pa-xcan hay chưa.

Hoạt động của GV	***Hoạt động của HS***
Câu hỏi 1 Hãy điền vào hàng thứ 7.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Hàng thứ bảy là 1, 7, 21, 35, 35, 21, 7, 1.
Câu hỏi 2 Hãy điền vào hàng thứ 8.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Hàng thứ tám là 1, 8, 28, 56, 70, 56, 28, 8, 1.

HOẠT ĐỘNG 3

TÓM TẮT BÀI HỌC

1. $(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1}b + \ldots + C_n^k a^{n-k}b^k + \ldots + C_n^{n-1}ab^{n-1} + C_n^n b^n$.

   Với $a = b = 1$, ta có $2^n = C_n^0 + C_n^1 + \ldots + C_n^n$.

Với $a = 1 ; b = -1$, ta có

$$0 = C_n^0 - C_n^1 + \ldots + (-1)^k C_n^k + \ldots + (-1)^n C_n^n.$$

2. Tam giác Pa-xcan được lập theo quy luật sau :

– Đỉnh được ghi số 1. Tiếp theo là hàng thứ nhất ghi hai số 1.

– Nếu biết hàng thứ *n* ($n \geq 1$) thì hàng thứ $n + 1$ tiếp theo được thiết lập bằng cách cộng hai số liên tiếp của hàng thứ *n* rồi viết kết quả xuống hàng dưới ở vị trí giữa hai số này. Sau đó viết số 1 ở đầu và cuối hàng.

HOẠT ĐỘNG 4

MỘT SỐ CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Hãy điền đúng sai vào ô trống sau

Câu 1. Trong khai triển $(a + b)^8$.

(a) Số các hệ số là 8 ☐

(b) Hệ số lớn nhất là 35 ☐

(c) Hệ số lớn nhất là 70 ☐

(d) Hệ số nhỏ nhất là 1 ☐

Trả lời

(a)	(b)	(c)	(d)
S	S	Đ	Đ

Câu 2. Trong khai triển $(a - b)^8$.

(a) Số các hệ số là 9 ☐

(b) Hệ số lớn nhất là 35 ☐

(c) Hệ số lớn nhất là 70 ☐

(d) Hệ số nhỏ nhất là 1 ☐

Trả lời

(a)	(b)	(c)	(d)

Đ	S	Đ	S

Hãy chọn khẳng định đúng trong các câu sau

Câu 3. Cho phương trình lượng giác : $-2\sin x = 2$

Trong khai triển $(a + 2b)^6$ hệ số lớn nhất là

(a) 16; (b) 32;

(c) 64; (d) 112.

Trả lời. (c).

Câu 4. Cho phương trình lượng giác : $-2\sin x = 1$

Trong khai triển $(a + 2b)^6$ hệ số của đơn thức chứa b^5 là

(a) 16; (b) 32;

(c) 64; (d) 112.

Trả lời. (b).

HOẠT ĐỘNG 5

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP SGK

Bài 17

Hướng dẫn. Sử dụng trực tiếp công thức nhị thức Niu-tơn .

Đáp số. Số hạng chứa $x^{101}y^{99}$ trong khai triển $(2x - 3y)^{200}$ là $C_{200}^{99}(2x)^{101}(-3y)^{99}$.

Do vậy hệ số của $x^{101}y^{99}$ là $-C_{200}^{99}2^{101}3^{99}$.

Bài 18

Hướng dẫn. Sử dụng trực tiếp công thức nhị thức Niu-tơn .

$C_{13}^{8} = 1287.$

Bài 18

Hướng dẫn. Sử dụng trực tiếp công thức nhị thức Niu-tơn .

$C_{11}^{7} = 330.$

Bài 19

Hướng dẫn. Sử dụng trực tiếp công thức nhị thức Niu-tơn .

Số hạng chứa x^9 trong khai triển $(2-x)^{19}$ là $C_{19}^{9}(-x)^9 2^{10}$.

Vậy hệ số của x^9 là $-C_{19}^{9}2^{10} = -94595072$.

Luyện tập (tiết 8)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

HS ôn lại :

- Công thức nhị thức Niu-tơn .
- Hệ số của khai triển nhị thức Niu-tơn qua tam giác Pa-xcan.

2. Kĩ năng

- Tìn được hệ số của đa thức khi khai triển $(a+b)^n$.
- Điền được hàng sau của nhị thức Niu-tơn khi biết hàng ở ngay trước đó.

3. Thái độ

- Tự giác, tích cực trong học tập.
- Sáng tạo trong tư duy.
- Tư duy các vấn đề của toán học một cách lôgic và hệ thống.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV

- Chuẩn bị các câu hỏi gợi mở.
- Chuẩn bị phấn màu, và một số đồ dùng khác.

2. Chuẩn bị của HS

Cần ôn lại một số kiến thức đã học trong bài 3

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 1 tiết :

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. BÀI CŨ

Câu hỏi 1

Hãy nêu công thức nhị thức Niu-tơn

Câu hỏi 2

Nêu quy luật thnành lập tam giác Pa-xcan.

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

Bài 21

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Hãy áp dụng trực tiếp công thứ nhị thức Niu-tơn để khai triển. ***Câu hỏi 2*** Hãy tìm các hệ số cụ thể.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $(1+3x)^{10} = 1 + C_{10}^{1}(3x) +$ $C_{10}^{2}(3x)^2 + C_{10}^{3}(3x)^3 + \cdots$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $1 + 30x + 405x^2 + 3240x^3 + \cdots$ (sử dụng máy tính).

HOẠT ĐỘNG 2

Bài 22

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Tìm hệ số của x^7 tổng quát. ***Câu hỏi 2*** Hãy tìm các hệ số cụ thể.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $C_{15}^{7}3^8(-2x)^7 = -C_{15}^{7}3^8 2^7 x^7$ **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Hệ số của x^7 là $-C_{15}^{7}3^8 2^7 = 5404164480.$

HOẠT ĐỘNG 3

Bài 23

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Khai triển $x^{25}y^{10}$ theo x^3 và xy.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $x^{25}y^{10} = (x^3)^5(xy)^{10}$
Câu hỏi 2 Hãy tìm các hệ số cụ thể.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** hệ số của $x^{25}y^{10}$ là $C_{15}^5 = 3003$.

HOẠT ĐỘNG 4

Bài 24

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Tìm hệ số của x^{n-2} tổng quát.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $C_n^2\left(\quad\right)^2$
Câu hỏi 2 Hãy tìm n.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $C_n^2\left(\quad\right)^2 = 31$ ta suy ra $n = 32$.

B. XÁC SUẤT

§4. Biến cố và xác suất của biến cố (tiết 9, 10)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

HS nắm được :

- Khái niệm phép thử.

- Không gian mẫu, số phần tử của không gian mẫu.
- Biến cố và các tính chất của chúng.
- Biến cố không thể và biến cố chắc chắn.

2. Kĩ năng

- Biết xác định được không gian mẫu.
- Xác định được biến cố đối, biến cố hợp, biến cố giao, biến cố xung khắc của một biến cố.

3. Thái độ

- Tự giác, tích cực trong học tập.
- Sáng tạo trong tư duy.
- Tư duy các vấn đề của toán học, thực tế một cách lôgic và hệ thống.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV

- Chuẩn bị các câu hỏi gợi mở.
- Chuẩn bị phấn màu, và một số đồ dùng khác.

2. Chuẩn bị của HS

- Cần ôn lại một số kiến thức đã học về tổ hợp.
- Ôn tập lại bài 1, 2, 3.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 2 tiết :

Tiết 1 : Từ đầu đến hết định nghĩa của mục 2.

Tiết 2 : Tiếp theo đến hết và bài tập.

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. BÀI CŨ

Câu hỏi 1

Xác định số các số chẵn có 3 chữ số.

Câu hỏi 2

Xác định số các số lẻ có 3 chữ số nhỏ hơn 543?

Câu hỏi 3

Có mấy khả năng khi gieo một đồng xu?

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

1. BIẾN CỐ

a) Phép thử ngẫu nhiên và không gian mẫu

- GV nêu các câu hỏi sau:

?1 Khi gieo một con súc sắc có mấy kết quả có thể xảy ra?

?2 Từ các số 1, 2, 3, 4 có thể lập được bao nhiêu số có ba chữ số khác nhau?

- GV vào bài:

Mỗi khi gieo một con súc sắc, gieo một đồng xu, lập các số ta được một phép thử.

- Nêu khái niệm phép thử:

Phép thử ngẫu nhiên *(gọi tắt là phép thử) là một thí nghiệm hay một hành động mà :*

− Kết quả của nó không đoán trước được;

− Có thể xác định được tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra của phép thử đó.

Phép thử thường được kí hiệu bởi chữ T.

Tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra của phép thử được gọi là ***không gian mẫu*** *của phép thử và được kí hiệu bởi chữ* Ω *(đọc là ô-mê-ga).*

- GV nêu và cho HS thực hiện ví dụ 1 và ví dụ 2.
- Thực hiện **H1** trong 3'.

Mục đích. Kiểm tra xem học sinh có biết cách mô tả không gian mẫu của mỗi phép thử hay chưa.

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Mỗi lần gieo có mấy kết quả của mỗi đồng xu.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Mỗi đồng xu 1 kết quả. Do đó 3 đồng xu có 3 kết quả.

Câu hỏi 2	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2**
Nêu không gian mẫu.	Không gian mẫu là Ω = {SSS, SSN, SNS, SNN, NSS, NSN, NNS, NNN}.

b) Biến cố

• GV nêu ví dụ 3

• GV nêu các câu hỏi:

$\boxed{?3}$ Khi gieo một con súc sắc, tìm các khả năng các mặt xuất hiện là số chẵn?

$\boxed{?4}$ Khi gieo hai đồng tiền, tìm các khả năng các mặt xuất hiện là đồng khả năng?

Sau đó GV khái quát lại bằng khái niệm:

Biến cố A ***liên quan đến phép thử*** *T là biến cố mà việc xảy ra hay không xảy ra của A tuỳ thuộc vào kết quả của T.*

Mỗi kết quả của phép thử T làm cho A xảy ra, được gọi là một ***kết quả thuận lợi cho*** *A.*

Tập hợp các kết quả thuận lợi cho A được kí hiệu là Ω_A *. Khi đó người ta nói* ***biến cố*** *A* ***được mô tả bởi tập*** Ω_A .

• Thực hiện **H2** trong 3'.

Mục đích. Củng cố khái niệm "Tập hợp mô tả biến cố *A*" hay tập hợp các kết quả thuận lợi cho *A*.

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1**
Hãy viết tập Ω_B.	$\Omega_B = \{1, 3, 5\}$
Câu hỏi 2	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2**
Hãy viết tập Ω_C.	$\Omega_C = \{2, 3, 5\}$.

• GV đưa ra khái niệm biến cố không thể và biến cố chắc chắn.

Tập $\varnothing$ *được gọi là* ***biến cố không thể*** *(gọi tắt là* ***biến cố không****). Còn tập* Ω *được gọi là* ***biến cố chắc chắn****.*

$\boxed{?5}$ Nêu ví dụ về biến cố không thể.

$\boxed{?6}$ Nêu ví dụ về biến cố chắc chắn.

- GV nêu quy ước.

  Khi nói cho các biến cố A, B,... mà không nói gì thêm thì ta hiểu chúng cùng liên quan đến một phép thử.

  Ta nói rằng biến cố A xảy ra *trong một phép thử nào đó khi và chỉ khi kết quả của phép thử đó là một phần tử của* A *(hay thuận lợi cho* A*).*

$\boxed{?7}$ Khi gieo hai con súc sắc, hãy nêu biến cố thuận lợi cho A: Tổng hai mặt của hai con súc sắc là 0, là 3, là 7, là 12, là 13.

HOẠT ĐỘNG 2

2. Phép toán trên biến cố

- GV nêu khái niệm về xác suất

  Toán học đã định lượng hoá các khả năng này bằng cách gán cho mỗi biến cố một số không âm, nhỏ hơn hay bằng 1 gọi là *xác suất của biến cố đó*. Xác suất của biến cố *A* được kí hiệu là $P(A)$. Nó đo lường khả năng khách quan sự xuất hiện của biến cố *A*.

a) Định nghĩa cổ điển của biến cố

- GV nêu ví dụ 4 và hướng HS đi đến định nghĩa.

  GV nêu định nghĩa:

  *Giả sử phép thử T có không gian mẫu Ω là một tập hữu hạn và các kết quả của T là đồng khả năng. Nếu A là một biến cố liên quan với phép thử T và Ω_A là tập hợp các kết quả thuận lợi cho A thì **xác suất** của A là một số, kí hiệu là P(A), được xác định bởi công thức*

$$P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|}.$$

- GV nêu chú ý :
  - $0 \le P(A) \le 1$;
  - $P(\Omega) = 1,\ P(\varnothing) = 0.$
- GV nêu và thực hiện ví dụ 5.

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Có bao nhiêu kết quả có thể. ***Câu hỏi 2*** Tính xác suất để An trúng giải nhất. ***Câu hỏi 3*** Tính xác suất để An trúng giải nhì.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Số kết quả có thể là $10^4 = 10\,000$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Xác suất là $\frac{1}{10000}$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Xem SGK.

• Thực hiện ví dụ 6 tong SGK.

a) Định nghĩa thống kê của xác suất

• GV nêu đinh nghĩa

Số lần xuất hiện biến cố A *được gọi là* **tần số** *của* A *trong* N *lần thực hiện phép thử* T.

Tỉ số giữa tần số của A *với số* N *được gọi là* **tần suất** *của* A *trong* N *lần thực hiện phép thử* T.

• GV nêu ví dụ 7 và ví dụ 8GV

• Thực hiện **H3** trong 5'.

Gợi ý thực hiện. Giáo viên chuẩn bị 5 con súc sắc cân đối.

Sau đó cho HS thực hiện và ghi lại kết quả.

HOẠT ĐỘNG 4

TÓM TẮT BÀI HỌC

1. **Phép thử ngẫu nhiên** (gọi tắt là phép thử) là một thí nghiệm hay một hành động mà :

– Kết quả của nó không đoán trước được;

– Có thể xác định được tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra của phép thử đó.

Phép thử thường được kí hiệu bởi chữ T.

Tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra của phép thử được gọi là **không gian mẫu** của phép thử và được kí hiệu bởi chữ Ω (đọc là ô–mê–ga).

2. Biến cố A **liên quan đến phép thử** T là biến cố mà việc xảy ra hay không xảy ra của A tuỳ thuộc vào kết quả của T.

   Mỗi kết quả của phép thử T làm cho A xảy ra, được gọi là một **kết quả thuận lợi cho** A.

   Tập hợp các kết quả thuận lợi cho A được kí hiệu là Ω_A . Khi đó người ta nói **biến cố** A **được mô tả bởi tập** Ω_A .

3. – *Biến cố chắc chắn* là biến cố luôn xảy ra khi thực hiện phép thử T. Biến cố chắc chắn được mô tả bởi tập Ω và được kí hiệu là Ω.

   – *Biến cố không thể* là biến cố không bao giờ xảy ra khi phép thử T được thực hiện. Rõ ràng không có một kết quả thuận lợi nào cho biến cố không thể. Biến cố không thể được mô tả bởi tập $\varnothing$ và được kí hiệu là $\varnothing$..

4. Giả sử phép thử T có không gian mẫu Ω là một tập hữu hạn và các kết quả của T là đồng khả năng. Nếu A là một biến cố liên quan với phép thử T và Ω_A là tập hợp các kết quả thuận lợi cho A thì **xác suất** của A là một số, kí hiệu là $\mathrm{P}(A)$, được xác định bởi công thức

   - $0 \le \mathrm{P}(A) \le 1$;
   - $\mathrm{P}(\Omega) = 1$, $\mathrm{P}(\varnothing) = 0$.

5. Số lần xuất hiện biến cố A được gọi là **tần số** của A trong N lần thực hiện phép thử T.

   Tỉ số giữa tần số của A với số N được gọi là **tần suất** của A trong N lần thực hiện phép thử T.

HOẠT ĐỘNG 5

MỘT SỐ CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Hãy điền đúng sai vào ô trống sau

Câu 1.

(a) Biến cố là phép thử □

(b) Biến cố đối là biến cố xung khắc □

(c) Biến cố xung khắc là biến cố đối ☐

(d) A và B xung khắc nếu $A \cap B = \varnothing$ ☐

Trả lời

(a)	(b)	(c)	(d)
S	Đ	S	Đ

Câu 2. A là biến cố : gieo con súc sắc được mặt chẵn.

(a) $\overline{A}$ là gieo con súc sắc được mặt 1 ☐

(b) $\overline{A}$ là gieo con súc sắc được mặt 3 ☐

(c) $\overline{A}$ là gieo con súc sắc được mặt 5 ☐

(d) $\overline{A} = \{1, 3, 5\}$ ☐

Trả lời

(a)	(b)	(c)	(d)
S	S	S	Đ

Câu 3. A là biến cố : gieo con súc sắc được mặt 5 chấm. B là biến cố : gieo con súc sắc đó được mặt 2 chấm.

(a) A và B xung khắc ☐

(b) A và B đối nhau ☐

(c) $A \cap B = \varnothing$ ☐

(d) $A \cap B \neq \varnothing$ ☐

Trả lời

(a)	(b)	(c)	(d)
Đ	S	Đ	S

Hãy chọn khẳng định đúng trong các câu sau

Câu 4. Gieo một đồng tiền 2 lần. Số phần tử của không gian mẫu là

(a) 1; (b)2;

(c) 3; (d) 4.

Trả lời. (d).

Câu 5. Gieo một đồng tiền 3 lần. Số phần tử của không gian mẫu là

(a) 9; (b)3;

(c) 18; (d) 12.

Trả lời. (a).

Câu 6. Gieo một con súc sắc 2 lần. Số phần tử của không gian mẫu là

(a) 9; (b)3;

(c) 18; (d) 36.

Trả lời. (d).

Câu 7. Gieo một con súc sắc 2 lần. A là biến cố : Tổng hai mặt của con súc sắc là 5. Số phần tử của A là

(a) 1; (b) 2;

(c) 3; (d) 4.

Trả lời. (d).

Câu 8. Gieo một con súc sắc 2 lần. A là biến cố : Tổng hai mặt của con súc sắc là 8. Số phần tử của A là

(a) 5; (b) 6;

(c) 7; (d) 8.

Trả lời. (d).

HOẠT ĐỘNG 6

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP SGK

Bài 25

Hướng dẫn. Cho HS ôn tập lại các khái niệm biến cố, không gian mẫu và xác suất của biến cố.

a) $\Omega = \{1, 2, ..., 50\}$.

b) $\Omega_A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47\}$.

c) $P(A) = \dfrac{15}{50} = 0{,}3$.

d) Gọi B là biến cố "Số được chọn nhỏ hơn 4". Ta có

$$P(B) = \frac{3}{50} = 0{,}06.$$

Bài 26

Hướng dẫn. Cho HS ôn tập lại các khái niệm biến cố, không gian mẫu và xác suất của biến cố.

a) Gọi A là biến cố "Số được chọn là số nguyên tố". Tập các số nguyên tố nhỏ hơn 9 là $\{2, 3, 5, 7\}$. Ta có $P(A) = \frac{4}{8} = 0{,}5$.

b) Gọi B là biến cố "Số được chọn chia hết cho 3". Tập các số nguyên dương chia hết cho 3 và nhỏ hơn 9 là $\{3, 6\}$.

Do đó $P(B) = \frac{2}{8} = 0{,}25$.

Bài 27

Hướng dẫn. Cho HS ôn tập lại các khái niệm biến cố, không gian mẫu và xác suất của biến cố.

a) Gọi A là biến cố "Hường được chọn". Ta có $P(A) = \frac{1}{30}$.

b) Gọi $\overline{B}$ là biến cố "Hướng không được chọn". Khi đó $P(\overline{A}) = \frac{29}{30}$.

c) Gọi C là biến cố "Bạn có số thứ tự nhỏ hơn 12 được chọn". Ta có $P(C) = \frac{11}{30}$.

Bài 28

Hướng dẫn. Cho HS ôn tập lại các khái niệm biến cố, không gian mẫu và xác suất của biến cố.

a) $\Omega = \{(a; b) \mid a, b \in \mathbb{N}^*, 1 \le a \le 6, 1 \le b \le 6\}$. Không gian mẫu có 36 phần tử.

b) $\Omega_A = \{(6; 1), (5; 1), (5; 2), (4; 1), (4; 2), (4; 3), (3; 1), (3; 2), (3; 3), (3; 4), (2; 1), (2; 2), (2; 3), (2; 4), (2; 5), (1; 1), (1; 2), (1; 3), (1; 4), (1; 5), (1; 6)\}$. Tập Ω_A có 21 phần tử. Vậy $P(A) = \frac{21}{36} = \frac{7}{12}$.

c) $\Omega_B = \{(6; 1), (6; 2), (6; 3), (6; 4), (6; 5), (6; 6), (1; 6), (2; 6), (3; 6), (4; 6), (5; 6)\}$. Tập Ω_B có 11 phần tử. Vậy $P(B) = \dfrac{11}{36}$.

$\Omega_C = \{(6; 1), (6; 2), (6; 3), (6; 4), (6; 5), (1; 6), (2; 6), (3; 6), (4; 6), (5; 6)\}$.

Tập Ω_C có 10 phần tử. Do đó $P(C) = \dfrac{10}{36} = \dfrac{5}{18}$.

Bài 29

Hướng dẫn. Cho HS ôn tập lại các khái niệm biến cố, không gian mẫu và xác suất của biến cố.

Số kết quả có thể là C_{20}^5. Số kết quả thuận lợi là số cách chọn 5 số trong tập $\{1, 2,..., 10\}$. Do đó, số kết quả thuận lợi là C_{10}^5. Vậy xác suất cần tìm là $\dfrac{C_{10}^5}{C_{20}^5} \approx 0,016$.

Luyện tập (tiết 11)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

HS ôn tập lại :

- Khái niệm phép thử.
- Không gian mẫu, số phần tử của không gian mẫu.
- Biến cố và các tính chất của chúng.
- Biến cố không thể và biến cố chắc chắn.

2. Kĩ năng

- Biết xác định được không gian mẫu.
- Xác định được biến cố đối, biến cố hợp, biến cố giao, biến cố xung khắc của một biến cố.

3. Thái độ

- Tự giác, tích cực trong học tập.
- Sáng tạo trong tư duy.
- Tư duy các vấn đề của toán học, thực tế một cách lôgic và hệ thống.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV

- Chuẩn bị các câu hỏi gợi mở.
- Chuẩn bị phấn màu, và một số đồ dùng khác.

2. Chuẩn bị của HS

- Cần ôn lại một số kiến thức đã học về tổ hợp.
- Ôn tập lại bài 1, 2, 3.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 1 tiết :

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. BÀI CŨ

Câu hỏi 1

Nêu định nghĩa về biến cố, phép thử và xác suất của biến cố.

Câu hỏi 2

Nêu khái niệm : iến cố liên quan đến phép thử T.

Câu hỏi 3

Thế nào gọi là biến cố chắc chắn, biến có không thể? Nêu ví dụ.

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

Bài 30

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Số kết quả có thể cho a) là bao nhiêu?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Số kết quả có thể là C_{199}^{5}.
Câu hỏi 2 Số kết quả thuận lợi cho a) là bao nhiêu?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Số kết quả thuận lợi là C_{99}^{5}.
Câu hỏi 3	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3**

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Tính xác suất của a).	Xác suất cần tìm là $\dfrac{C_{99}^5}{C_{199}^5} \approx 0{,}029$.
Câu hỏi 4 Số kết quả thuận lợi cho b) là bao nhiêu?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 4** Số kết quả thuận lợi là C_{50}^5.
Câu hỏi 5 Tính xác suất của b).	**Gợi ý trả lời câu hỏi 5** Xác suất cần tìm là $\dfrac{C_{50}^5}{C_{199}^5} \approx 0{,}0009$.

HOẠT ĐỘNG 2

Bài 31

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Số kết quả có thể là bao nhiêu?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Số kết quả có thể $C_{10}^4 = 210$.
Câu hỏi 2 Số kết quả thuận lợi cho việc chọn các quả cầu cùng màu là bao nhiêu?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Số cách chọn toàn quả cầu đỏ là 1. Số cách chọn toàn quả cầu xanh là $C_6^4 = 15$. Do đó số cách chọn trong đó có cả quả cầu xanh và quả cầu đỏ là $210 - 15 - 1 = 194$.
Câu hỏi 3 Tính xác suất đó.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Vậy xác suất cần tìm là $\dfrac{194}{210} = \dfrac{97}{105}$.

HOẠT ĐỘNG 3

Bài 32

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Số kết quả có thể là bao nhiêu? ***Câu hỏi 2*** Số kết quả thuận lợi là bao nhiêu? ***Câu hỏi 3*** Tính xác suất đó.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Số kết quả có thể là $7^3 = 343$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Số kết quả thuận lợi là $A_7^3 = 210$. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Vậy xác suất cần tìm là $\frac{210}{343} = \frac{30}{49}$.

HOẠT ĐỘNG 4

Bài 33

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Số kết quả có thể là bao nhiêu? ***Câu hỏi 2*** Số kết quả thuận lợi là bao nhiêu? ***Câu hỏi 3*** Tính xác suất đó.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Số kết quả có thể là 36. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Có 8 kết quả thuận lợi là: (1, 3), (2, 4); (3, 5); (4, 6) và các hoán vị của nó. **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Vậy xác suất cần tìm là $\frac{8}{36} = \frac{2}{9}$.

§5. Các quy tắc tính xác suất
(tiết 12, 13)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

HS nắm được :

- Biến cố hợp.
- Biến cố xung khắc.
- Quy tắc cộng xác suất.
- Biế n cố đối.
- Biến cố giao, biến cố độc lập.
- Quy tắc nhân xac suất.

2. Kĩ năng

- Tính thành thạo xác suất của một biến cố.
- Vận dụng các tính chất của xác suất để tính toán một số bài toán.

3. Thái độ

- Tự giác, tích cực trong học tập.
- Sáng tạo trong tư duy.
- Tư duy các vấn đề của toán học, thực tế một cách lôgic và hệ thống.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV

- Chuẩn bị các câu hỏi gợi mở.
- Chuẩn bị phấn màu, và một số đồ dùng khác.

2. Chuẩn bị của HS

- Cần ôn lại một số kiến thức đã học về tổ hợp.
- Ôn tập lại bài 1, 2, 3.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 2 tiết :

Tiết 1 : Từ đầu đến hết mục 1.

Tiết 2 : Tiếp theo đến hết mục 2 và phần bài tập.

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. BÀI CŨ

Câu hỏi 1

Nêu ví dụ về biến cố A liên quan đến phép thử T.

Câu hỏi 2

Nêu tập giá trị của P(A).

Câu hỏi 3

Mối quan hệ giữa biến cố không thể và biến cố chắc chắn.

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

1. Quy tắc cộng xác suất

a) Biến cố hợp

• GV nêu các câu hỏi sau:

$\boxed{?1}$ Một biến cố luôn luôn xảy ra. Đúng hay sai?

$\boxed{?2}$ Nếu một biến cố xảy ra, ta luôn tìm được khả năng nó xảy ra. Đúng hay sai?

a) Biến cố hợp

• GV nêu định nghĩa biến cố hợp

Cho hai biến cố A *và* B. *Biến cố "*A *hoặc* B *xảy ra", kí hiệu là* $A \cup B$, *được gọi là* ***hợp của hai biến cố*** A *và* B.

Nêu ví dụ 1, nhằm củng cố thêm định nghĩa sau đó nêu khái quát:

(GV nên cho HS tự khái quát và chỉnh sửa cho HS).

Cho k *biến cố* $A_1, A_2, ..., A_k$. *Biến cố "Có ít nhất một trong các biến cố* $A_1, A_2, ..., A_k$ *xảy ra", kí hiệu là* $A_1 \cup A_2 \cup ... \cup A_k$, *được gọi là* ***hợp của*** k ***biến cố*** *đó.*

$\boxed{?3}$ Hãy nêu một ví dụ về hợp của hai biến cố.

b) Biến cố xung khắc

• GV nêu định nghĩa

Cho hai biến cố A và B. Hai biến cố A và B được gọi là ***xung khắc*** *nếu biến cố này xảy ra thì biến cố kia không xảy ra.*

Hai biến cố A và B là hai biến cố xung khắc nếu và chỉ nếu

$$\Omega_A \cap \Omega_B = \varnothing.$$

• GV nêu ví dụ 2 để củng cố định nghĩa.

?4 Nêu một ví dụ về hai biên cố xung khắc.

• Thực hiện **H1** trong 4'.

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1**
Có khả năng một bạn học sinh vừa giỏi toán vừa giỏi văn không?	Có.
Câu hỏi 2	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2**
A và B có xung khắc hay không?	Không xung khắc.

c) Quy tắc cộng xác suất

• GV nêu quy tắc:

Nếu hai biến cố A và B xung khắc thì xác suất để A hoặc B xảy ra là

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B).$$

• GV nêu và hướng dẫn HS thực hiện ví dụ 3.

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1**
Hai biến cố A và B có xung khắc không?	A và B xung khắc.
Câu hỏi 2	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2**

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Tính P(A) và P(B).	$P(A)=\dfrac{C_5^1C_4^1}{PC_9^2}=\dfrac{20}{36}$, $P(B)=\dfrac{C_4^2}{C_9^2}=\dfrac{6}{36}$.
Câu hỏi 3	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3**
Tính $P(A \cup B)$.	$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

• GVnêu quy tắc cộng xác suất cho nhiều biến cố.

Cho k biến cố $A_1, A_2, ..., A_k$ *đôi một xung khắc. Khi đó*

$$P(A_1 \cup A_2 \cup ... \cup A_k) = P(A_1) + P(A_2) + ... + P(A_k).$$

d) biến cố đối

• GV nêu khái niệm hai biến cố đối

Cho A *là một biến cố. Khi đó biến cố "Không xảy ra* A*", kí hiệu là* $\overline{A}$ *, được gọi là* ***biến cố đối*** *của* A.

$\boxed{?5}$ Nêu mối quan hệ giữa biến cố đối và biến cố xung khắc.

• GV nêu chú ya trog SGK

Hai biến cố đối nhau là hai biến cố xung khắc. Tuy nhiên hai biến cố xung khắc chưa chắc là hai biến cố đối nhau. Chẳng hạn trong ví dụ 2, A *và* B *là hai biến cố xung khắc nhưng không phải là hai biến cố đối nhau.*

• GV nêu định lí

Cho biến cố A. Xác suất của biến cố đối $\overline{A}$ *là*

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A).$$

• Thực hiện **H2** trong 3'.

Mục đích. Giúp học sinh vận dụng quy tắc tính xác suất của biến cố đối.

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*

Câu hỏi 1 Hãy nêu biến cố đối của A.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Biến cố đối của A là biến cố $\overline{A}$ "Kết quả nhận được là một số chẵn".
Câu hỏi 2 Tính $P(\overline{A})$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Theo ví dụ 3, ta có $P(\overline{A}) = \frac{13}{18}$. Vậy $P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \frac{13}{18} = \frac{5}{18}$.

• GV nêu và hướng dẫn HS thực hiện ví dụ 4.

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Với giả thiết như trong SGK Tính P(H).	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Ta có $H = A \cup B \cup C$ và các biến cố A, B, C đôi một xung khắc. Vậy theo công thức (2), ta có $P(H) = P(A \cup B \cup C)$ $= P(A) + P(B) + P(C)$.
Câu hỏi 2 Hãy tính P(A), P(B) và P(C).	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $P(A) = \frac{C_4^2}{C_9^2} = \frac{6}{36}$, $P(B) = \frac{C_3^2}{C_9^2} = \frac{3}{36}$, $P(C) = \frac{C_2^2}{C_9^2} = \frac{1}{36}$.
Câu hỏi 3 Hãy tính $P(\overline{H})$	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $P(\overline{H}) = 1 - P(H) = 1 - \frac{5}{18} = \frac{13}{18}$.

HOẠT ĐỘNG 2

2. Quy tắc nhân xác suất

a) Biến cố giao

- GV nêu khái niệm biến cố giao

> *Cho hai biến cố* A *và* B. *Biến cố "Cả* A *và* B *cùng xảy ra", kí hiệu là* AB, *được gọi là* ***giao của hai biến cố*** A *và* B.
>
> *Nếu* Ω_A *và* Ω_B *lần lượt là tập hợp các kết quả thuận lợi cho A và B thì tập hợp các kết quả thuận lợi cho AB là* $\Omega_A \cap \Omega_B$.

GV nêu ví dụ 5 để củng cố định nghĩa.

- GV nêu khái niệm tổng quát:

> *Cho* k *biến cố* $A_1, A_2, ..., A_k$. *Biến cố "Tất cả* k *biến cố* $A_1, A_2, ..., A_k$ *đều xảy ra", kí hiệu là* $A_1A_2 ... A_k$, *được gọi là* ***giao của*** k ***biến cố*** *đó.*

$\boxed{?6}$ Hãy lấy một ví dụ khác về giao hai biến cố.

b) Hai biến cố độc lập

- GV nêu khái niệm hai biến cố độc lập

> *Hai biến cố A và B được gọi là* ***độc lập*** *với nhau nếu việc xảy ra hay không xảy ra của biến cố này không làm ảnh hưởng tới xác suất xảy ra của biến cố kia.*

$\boxed{?8}$ Nêu một ví dụ về hai biến cố độc lập.

- GV nêu ví dụ 6 để củng cố.
- Nêu nhận xét trong SGK.

> *Nếu hai biến cố A, B độc lập với nhau thì A và* $\overline{B}$*;* $\overline{A}$ *và B;* $\overline{A}$ *và* $\overline{B}$ *cũng độc lập với nhau.*

Một cách tổng quát :

> *Cho k biến cố* $A_1, A_2, ..., A_k$ *; k biến cố này được gọi là* ***độc lập*** *với nhau nếu việc xảy ra hay không xảy ra của mỗi biến cố không làm ảnh hưởng tới xác suất xảy ra của các biến cố còn lại.*

c) Quy tắc nhân xác suất

- GV nêu quy tắc:

Nếu hai biến cố A *và* B *độc lập với nhau thì*

P(AB) = P(A)P(B).

$\boxed{?7}$ Khi nào hai biến cố A và B không độc lập?

• GV nêu nhận xét

Từ quy tắc nhân xác suất ta thấy : Nếu $P(AB) \neq P(A)P(B)$ *thì hai biến cố A, B không độc lập với nhau.*

• Thực hiện **H3** trong 4'.

Mục đích. Giúp học sinh hiểu rõ mối quan hệ giữa các khái niệm "Hai biến cố xung khắc" và "Hai biến cố độc lập". Qua đó củng cố thêm nhận thức của học sinh về hai khái niệm này.

Hoạt động của GV	***Hoạt động của HS***
Câu hỏi 1 Chứng tỏ P(AB) = 0.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Vì *A, B* là hai biến cố xung khắc nên *AB* luôn luôn không xảy ra. Vậy P(*AB*) = 0.
Câu hỏi 2 Với giả thiết đó thì A và B có độc lập với nhau không?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Hai biến cố xung khắc *A* và *B* với $P(A) > 0$, $P(B) > 0$ thì không độc lập. Thật vậy, vì $P(A)\,P(B) > 0$ nên $0 = P(AB) \neq P(A)\,P(B)$.

• GV nêu và hướng dẫn giải ví dụ 7

Hoạt động của GV	***Hoạt động của HS***
Câu hỏi 1 A và B có độc lập không?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Có.
Câu hỏi 2 Tính P(AB).	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $P(AB) = P(A)P(B) = 0,8.\ 0,7 = 0,56.$

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 3 Xác định biến cố hai động cơ chạy không tốt.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $D = \overline{A}\,\overline{B}$.
Câu hỏi 4 Tính P(D).	**Gợi ý trả lời câu hỏi 4** $P(D) = P(\overline{A})P(\overline{B}) = (1 - P(A))\,(1 - P(B)) = 0{,}2.\,0{,}3 = 0{,}06$.
Câu hỏi 5 Xác định biến cố : Có ít nhất 1 động cơ chạy tốt.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 5** Gọi *K* là biến cố "có ít nhất một động cơ chạy tốt", khi đó biến cố đối của *K* là biến cố *D*.
Câu hỏi 6 Tính P(K).	**Gợi ý trả lời câu hỏi 6** $P(K) = 1 - P(D) = 1 - 0{,}06 = 0{,}94$.

• Một số câu hỏi củng cố.

Chọn đúng sai hợp lí.

$\boxed{?8}$ Nếu A và B xung khắc thì $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

(a) Đúng; (b) Sai.

$\boxed{?9}$ Nếu A và B không xung khắc thì $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

(a) Đúng; (b) Sai.

$\boxed{?10}$ Nếu A và B đối nhau thì $P(A) = P(B)$.

(a) Đúng; (b) Sai.

$\boxed{?11}$ Nếu A và B đối nhau thì $P(A) = 1 - P(B)$.

(a) Đúng; (b) Sai.

$\boxed{?12}$ Nếu A và B độc lập thì $P(AB) = P(A)P(B)$.

(a) Đúng; (b) Sai.

$\boxed{?13}$ Nếu A và B không độc lập thì $P(AB) = P(A)P(B)$.

(a) Đúng; (b) Sai.

HOẠT ĐỘNG 4

TÓM TẮT BÀI HỌC

1. Cho hai biến cố *A* và *B*. Biến cố "*A* hoặc *B* xảy ra", kí hiệu là $A \cup B$, được gọi là **hợp của hai biến cố** *A* và *B*.

   Nếu Ω_A và Ω_B lần lượt là tập hợp các kết quả thuận lợi cho *A* và *B* thì tập hợp các kết quả thuận lợi cho $A \cup B$ là $\Omega_A \cup \Omega_B$.

   Cho *k* biến cố $A_1, A_2, ..., A_k$. Biến cố "Có ít nhất một trong các biến cố $A_1, A_2, ..., A_k$ xảy ra", kí hiệu là $A_1 \cup A_2 \cup ... \cup A_k$, được gọi là **hợp của *k* biến cố** đó.

2. – Cho hai biến cố *A* và *B*. Hai biến cố *A* và *B* được gọi là **xung khắc** nếu biến cố này xảy ra thì biến cố kia không xảy ra.

   – Hai biến cố *A* và *B* là hai biến cố xung khắc nếu và chỉ nếu $\Omega_A \cap \Omega_B = \varnothing$.

   – Nếu hai biến cố *A* và *B* xung khắc thì xác suất để *A* hoặc *B* xảy ra là

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B).$$

3. *A* và *B* là hai biến cố độc lập khi và chỉ khi

$$P(A.B) = P(A).P(B).$$

   Cho *k* biến cố $A_1, A_2, ..., A_k$ đôi một xung khắc. Khi đó

$$P(A_1 \cup A_2 \cup ... \cup A_k) = P(A_1) + P(A_2) + ... + P(A_k).$$

3. – Cho *A* là một biến cố. Khi đó biến cố "Không xảy ra *A*", kí hiệu là $\overline{A}$, được gọi là **biến cố đối** của *A*.

   – Nếu Ω_A là tập hợp các kết quả thuận lợi cho *A* thì tập hợp các kết quả thuận lợi cho $\overline{A}$ là $\Omega \setminus \Omega_A$. Ta nói A và $\overline{A}$ là hai biến cố đối nhau.

   – Hai biến cố đối nhau là hai biến cố xung khắc. Tuy nhiên hai biến cố xung khắc chưa chắc là hai biến cố đối nhau. Chẳng hạn trong ví dụ 2, *A* và *B* là hai biến cố xung khắc nhưng không phải là hai biến cố đối nhau.

   ĐỊNH LÍ

Cho biến cố A. Xác suất của biến cố đối $\overline{A}$ là

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A).$$

4. – Cho hai biến cố A và B. Biến cố "Cả A và B cùng xảy ra", kí hiệu là AB, được gọi là **giao của hai biến cố** A và B.

   – Nếu Ω_A và Ω_B lần lượt là tập hợp các kết quả thuận lợi cho A và B thì tập hợp các kết quả thuận lợi cho AB là $\Omega_A \cap \Omega_B$.

   – Cho k biến cố $A_1, A_2, ..., A_k$. Biến cố "Tất cả k biến cố $A_1, A_2, ..., A_k$ đều xảy ra", kí hiệu là $A_1A_2 ... A_k$, được gọi là **giao của** k **biến cố** đó.

5. – Hai biến cố A và B được gọi là **độc lập** với nhau nếu việc xảy ra hay không xảy ra của biến cố này không làm ảnh hưởng tới xác suất xảy ra của biến cố kia.

   – Nếu hai biến cố A, B độc lập với nhau thì A và $\overline{B}$; $\overline{A}$ và B; $\overline{A}$ và $\overline{B}$ cũng độc lập với nhau.

   – Cho k biến cố $A_1, A_2, ..., A_k$; k biến cố này được gọi là **độc lập** với nhau nếu việc xảy ra hay không xảy ra của mỗi biến cố không làm ảnh hưởng tới xác suất xảy ra của các biến cố còn lại

6. Nếu hai biến cố A và B độc lập với nhau thì

$$P(AB) = P(A)P(B).$$

   – Nếu k biến cố $A_1, A_2, ..., A_k$ độc lập với nhau thì

$$P(A_1 A_2 ... A_k) = P(A_1)P(A_2) ... P(A_k).$$

ĦCẠT ĐỘNG 5

MỘT SỐ CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Hãy điền đúng sai vào ô trống sau

Câu 1.

(a) $P(A) \leq 1$ ☐

(b) $P(A) \geq 0$ ☐

(c) $P(\Omega) = 1$ ☐

(d) $P(\emptyset) = 0$ ☐

Trả lời

(a)	(b)	(c)	(d)
Đ	Đ	Đ	Đ

Câu 2. A là biến cố : gieo con súc sắc được mặt chẵn.

(a) $P(A) = \frac{1}{2}$ ☐

(b) $P(\overline{A}) = \frac{1}{2}$ ☐

(c) $P(\overline{A}) = 0$ ☐

(d) $P(\overline{A}) = 1$ ☐

Trả lời

(a)	(b)	(c)	(d)
Đ	Đ	S	S

Câu 3. Giao một con súc sắc 2 lần, A là biến cố tổng hai mặt bằng 8.

(a) $n(\Omega) = 36$ ☐

(b) $n(A) = 7$ ☐

(c) $P(\overline{A}) = \frac{7}{36}$ ☐

(d) $P(\overline{A}) = \frac{29}{36}$ ☐

Trả lời

(a)	(b)	(c)	(d)
Đ	Đ	S	Đ

Hãy chọn khẳng định đúng trong các câu sau

Câu 4. Có 4 bạn nam và 3 bạn nữ. Xác suất lấy ra 2 bạn 1 nam, 1nữ là

(a) 1; (b) $\frac{12}{21}$;

(c) $\frac{21}{12}$; (d) 0.

Trả lời. (b).

Câu 5. Gieo một đồng tiền 3 lần. Xác suất để ba lần gieo đều sấp là

(a) $\frac{1}{9}$; (b) $\frac{2}{9}$;

(c) $\frac{4}{9}$; (d) $\frac{5}{9}$.

Trả lời. (a).

Câu 6. Gieo một con súc sắc 2 lần. Xác suất để hai mặt cùng số là

(a) $\frac{1}{12}$; (b) $\frac{1}{9}$;

(c) $\frac{1}{36}$; (d) $\frac{1}{6}$.

Trả lời. (d).

Câu 7. Gieo một con súc sắc 2 lần. A là biến cố : Tổng hai mặt của con súc sắc là 5; P(A) bằng

(a) $\frac{1}{36}$; (b) $\frac{1}{6}$;

(c) $\frac{1}{12}$; (d) $\frac{1}{9}$.

Trả lời. (d).

Câu 8. Gieo một con súc sắc 2 lần. A là biến cố : Tổng hai mặt của con súc sắc là 8. Số phần tử của A là

(a) $\frac{1}{9}$; (b) $\frac{2}{9}$;

(c) $\frac{4}{9}$; (d) $\frac{5}{9}$.

Trả lời. (b).

HOẠT ĐỘNG 6

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP SGK

Bài 34.

Hướng dẫn. Sử dụng quy tắc Cộng và quy tắc nhân xác suất.

a) Gọi A_i là biến cố "Đồng xu thứ *i* sấp" (*i* = 1, 2, 3), ta có $P(A_i) = \frac{1}{2}$. Các biến cố A_1, A_2, A_3 độc lập. Theo quy tắc nhân xác suất, ta có

$$P(A_1A_2A_3) = P(A_1)\,P(A_2)\,P(A_3) = \frac{1}{8}.$$

b) Gọi *H* là biến cố "Có ít nhất một đồng xu sấp". Biến cố đối của biến cố *H* là $\overline{H}$: "Cả ba đồng xu đều ngửa". Tương tự như câu a) ta có $P(\overline{H}) = \frac{1}{8}$. Vậy

$$P(H) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}.$$

c) Gọi *K* là biến cố "Có đúng một đồng xu sấp". Ta có

$$K = A_1\overline{A}_2\overline{A}_3 \cup \overline{A}_1A_2\overline{A}_3 \cup \overline{A}_1\overline{A}_2A_3.$$

Theo quy tắc cộng xác suất, ta có

$$P(K) = P(A_1\overline{A}_2\overline{A}_3) + P(\overline{A}_1A_2\overline{A}_3) + P(\overline{A}_1\overline{A}_2A_3).$$

Theo quy tắc nhân xác suất, ta tìm được

$$P(A_1\overline{A}_2\overline{A}_3) = P(A_1)P(\overline{A}_2)P(\overline{A}_3) = \frac{1}{8}.$$

Tương tự $P(\overline{A}_1A_2\overline{A}_3) = P(\overline{A}_1\overline{A}_2A_3) = \frac{1}{8}$. Từ đó $P(K) = \frac{3}{8}$.

Bài 35.

Hướng dẫn. Sử dụng quy tắc Cộng và quy tắc nhân xác suất.

a) Gọi A_i là biến cố "Người bắn cung bắn trúng hồng tâm ở lần bắn thứ *i*" (*i* = 1, 2, 3), ta có $P(A_i) = 0{,}2$. Gọi *K* là biến cố "Trong ba lần bắn có duy nhất một lần người đó bắn trúng hồng tâm", ta có

$$K = A_1\overline{A}_2\overline{A}_3 \cup \overline{A}_1A_2\overline{A}_3 \cup \overline{A}_1\overline{A}_2A_3.$$

Theo quy tắc cộng xác suất, ta có

$$P(K) = P(A_1\overline{A}_2\overline{A}_3) + P(\overline{A}_1A_2\overline{A}_3) + P(\overline{A}_1\overline{A}_2A_3).$$

Theo quy tắc nhân xác suất, ta tìm được

$$P(A_1\overline{A}_2\overline{A}_3) = P(A_1)P(\overline{A}_2)P(\overline{A}_3) = 0,2.0,8.0,8 = 0,128.$$

Tương tự $P(\overline{A}_1A_2\overline{A}_3) = P(\overline{A}_1\overline{A}_2A_3) = 0,128$.

Vậy $P(K) = 3.0,128 = 0,384$.

b) Gọi H là biến cố "Trong ba lần bắn, người đó bắn trúng hồng tâm ít nhất một lần". Biến cố đối của biến cố H là $\overline{H}$ "Cả ba lần bắn, người đó đều bắn không trúng hồng tâm". Ta có $\overline{H} = \overline{A}_1\overline{A}_2\overline{A}_3$.

Theo quy tắc nhân xác suất, ta có

$$P(\overline{A}_1\overline{A}_2\overline{A}_3) = 0,8.0,8.0,8 = 0,512.$$

Vậy $\quad P(H) = 1 - P(\overline{H}) = 1 - 0,512 = 0,488.$

Bài 36.

Hướng dẫn. Sử dụng quy tắc Cộng và quy tắc nhân xác suất.

Gọi A_1 là biến cố "Đồng xu *A* sấp", A_2 là biến cố "Đồng xu *A* ngửa", B_1 là biến cố "Đồng xu *B* sấp", B_2 là biến cố "Đồng xu *B* ngửa".

Theo bài ra ta có

$$P(A_1) = P(A_2) = 0,5;$$

$$P(B_1) = 0,75; P(B_2) = 0,25.$$

a) A_2B_2 là biến cố "Cả hai đồng xu *A* và *B* đều ngửa". Theo quy tắc nhân xác suất, ta có

$$P(A_2B_2) = 0,5.0,25 = 0,125 = \frac{1}{8}.$$

b) Gọi H_1 là biến cố "Khi gieo hai đồng xu lần đầu thì cả hai đồng xu đều ngửa", H_2 là biến cố "Khi gieo hai đồng xu lần thứ hai thì cả hai đồng xu đều ngửa". Khi đó H_1H_2 là biến cố "Khi gieo hai đồng xu hai lần thì hai lần cả hai đồng xu đều ngửa".

Từ câu a) ta có $P(H_1) = P(H_2) = \frac{1}{8}$.

Áp dụng quy tắc nhân xác suất, ta có

$$P(H_1H_2) = P(H_1)P(H_2) = \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{64}.$$

Bài 37.

Hướng dẫn. Sử dụng quy tắc Cộng và quy tắc nhân xác suất.

Gọi A_i là biến cố "Học sinh đó trả lời không đúng câu thứ i" với $i = 1,..., 10$. Khi đó $A_1A_2... A_{10}$ là biến cố "Học sinh đó trả lời không đúng cả 10 câu".

Từ giả thiết ta có $P(A_i) = 0{,}8$.

Áp dụng quy tắc nhân xác suất, ta có

$$P(A_1A_2... A_{10}) = P(A_1)P(A_2)... P(A_{10}) = (0{,}8)^{10} \approx 0{,}1074.$$

Luyện tập (tiết 14, 15)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

HS ôn lại :

Tiết này có mục đích giúp cho học sinh củng cố, ôn tập các kiến thức và kĩ năng trong các bài §4 và §5. Trước hết giáo viên ôn tập và kiểm tra học sinh các kiến thức về phép thử, không gian mẫu, tập hợp mô tả biến cố, định nghĩa cổ điển của xác suất, định nghĩa thống kê của xác suất, các quy tắc tính xác suất.

2. Kĩ năng

- Tính thành thạo xác suất của một biến cố.
- Vận dụng các tính chất, quy tắc tính xác suất để tính toán một số bài toán.

3. Thái độ

- Tự giác, tích cực trong học tập.
- Sáng tạo trong tư duy.
- Tư duy các vấn đề của toán học, thực tế một cách lôgic và hệ thống.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV

Chuẩn bị các câu hỏi gợi mở.

2. Chuẩn bị của HS

- Cần ôn lại một số kiến thức đã học về tổ hợp.
- Ôn tập lại bài 4 và 5

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 2 tiết :

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. BÀI CŨ

Câu hỏi 1

Nêu sự khác nhau của biến cố xung khắc và biến cố đối.

Câu hỏi 2

Biến cố hợp và biến cố giao khác nhau ở những điểm nào?

Câu hỏi 3

Nêu khái niệm và tính chất của hai biến cố độc lập.

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

Bài 38

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Gọi A là biến cố "Thẻ rút từ hòm thứ nhất không đánh số 12", B là biến cố "Thẻ rút từ hòm thứ hai không đánh số 12". Tính PA) và P(B). ***Câu hỏi 2***	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Ta có $P(A) = P(B) = \frac{11}{12}$.

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Gọi H là biến cố "Trong hai thẻ rút từ hai hòm có ít nhất một thẻ đánh số 12", xác định $\overline{H}$. ***Câu hỏi 3*** Tính P(H).	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\overline{H}$: "Cả hai thẻ rút từ hai hòm đều không đánh số 12". **Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $\overline{H} = AB$. Theo quy tắc nhân xác suất, ta có $P(\overline{H}) = P(AB) = P(A)P(B) = \dfrac{121}{144}$. $P(H) = 1 - P(\overline{H}) = 1 - \dfrac{121}{144} = \dfrac{23}{144}$.

HOẠT ĐỘNG 2

Bài 39

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Nhắc lại điều kiện về hai biến cố xung khắc.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** GV gọi HS trả lời.
Câu hỏi 2 Hai biến cố A và B có xung khắc hay không?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** Vì $P(AB) = 0{,}2 \neq 0$ nên hai biến cố A và B không xung khắc.
Câu hỏi 3 Hai biến cố A và B có độc lập hay không?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Ta có $P(A)P(B) = 0{,}12$. Vì $P(AB) = 0{,}2 \neq 0{,}12 = P(A)P(B)$ nên hai biến cố A và B không độc lập với nhau.

HOẠT ĐỘNG 3

Bài 40

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Gọi *n* là số trận mà An chơi. *A* là biến cố "An thắng ít nhất một trận trong loạt chơi *n* trận". Xác định biến cố đối của A.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Biến cố đối của biến cố *A* là $\overline{\text{A}}$: "An thua cả *n* trận". Ta có $\text{P}(\overline{\text{A}}) = (0,6)^{\text{n}}$.
Câu hỏi 2 Tính P(A).	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** P(*A*) = 1 − $(0,6)^{\text{n}}$. Ta cần tìm số nguyên dương *n* nhỏ nhất thoả mãn P(*A*) $\geq$0,95 tức là 0,05 $\geq (0,6)^{\text{n}}$.
Câu hỏi 3 An thắng ít nhất mấy trận?	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** Ta có $(0,6)^5 \approx$ 0,078; $(0,6)^6 \approx$ 0,047. Vậy *n* nhỏ nhất là 6. Thành thử An phải chơi tối thiểu 6 trận.

HOẠT ĐỘNG 4

Bài 41

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Gọi *B* là biến cố "Tổng số chấm trên mặt xuất hiện của hai con súc sắc là 8". Hãy mô tả B.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Tập hợp mô tả biến cố *B* gồm 5 phần tử : Ω_{B} = {(2; 6), (6; 2), (3; 5), (5; 3), (4; 4)}.
Câu hỏi 2 Tính P(B).	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $\text{P}(B) = \dfrac{5}{36}$.

HOẠT ĐỘNG 5

Bài 41

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Gọi A là biến cố "Tổng số chấm trên mặt xuất hiện của ba con súc sắc là 9". Hãy nêu tập mô tả A.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** Ta có tập hợp các kết quả thuận lợi cho A là $\Omega_A = \{(x, y, z) \mid x + y + z = 9,\ 1 \le x \le 6,$ $1 \le y \le 6,\ 1 \le z \le 6$ và $x, y, z \in \mathbb{N}^*\}$.
Câu hỏi 2 Tính $\lvert \Omega_A \rvert$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $P\lvert \Omega_A \rvert = 6 + 6 + 6 + 3 + 3 + 1 = 25.$
Câu hỏi 3 Tính P(A).	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $P(A) = \dfrac{25}{216}$.

§6. Biến ngẫu nhiên rời rạc
(tiết 16, 17)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

HS nắm được :

- Hiểu thế nào là một biến ngẫu nhiên rời rạc.
- Hiểu và đọc được nội dung bảng phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên rời rạc.
- Nắm được công thức tính kì vọng, phương sai và độ lệch chuẩn của biến ngẫu nhiên rời rạc.
- Hiểu được ý nghĩa của kì vọng, phương sai và độ lệch chuẩn.

2. Kĩ năng

- Biết cách lập bảng phân bố xác suất của một biến ngẫu nhiên rời rạc.
- Biết cách tính các xác suất liên quan tới một biến ngẫu nhiên rời rạc từ bảng phân bố xác suất của nó.

- Biết cách tính kì vọng, phương sai và độ lệch chuẩn của biến ngẫu nhiên rời rạc X từ bảng phân bố xác suất của X.

3. Thái độ

- Tự giác, tích cực trong học tập.
- Sáng tạo trong tư duy.
- Tư duy các vấn đề của toán học, thực tế một cách lôgic và hệ thống.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV

- Chuẩn bị các câu hỏi gợi mở.
- Chuẩn bị phấn màu, và một số đồ dùng khác.

2. Chuẩn bị của HS

- Cần ôn lại một số kiến thức đã học về tổ hợp.
- Ôn tập lại bài 1, 2, 3 và 4

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 2 tiết :

Tiết 1 : Từ đầu đến hết mục 3.

Tiết 2 : Tiếp theo đến và phần bài tập.

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. BÀI CŨ

Câu hỏi 1

Điều kiện để hai biến cố độc lập là gì?

Câu hỏi 2

Hai biến cố xung khắc thì là hai biến cố đối. Đúng hay sai?

Câu hỏi 3

Nêu ý nghĩa của biến cố hợp và biến cố giao.

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

1. Khái niệm biến ngẫu nhiên rời rạc

• GV nêu ví dụ 1, sau đó giới thiệu biến ngẫu nhiên rời rạc.

$\boxed{?1}$ Giá trị X thuộc tập nào?

$\boxed{?2}$ Giá trị của X có thể đoán trước được không?

*Đại lượng X được gọi là một **biến ngẫu nhiên rời rạc** nếu nó nhận giá trị bằng số thuộc một tập hữu hạn nào đó và giá trị ấy là ngẫu nhiên, không dự đoán trước được.*

$\boxed{?3}$ Hãy nêu một ví dụ về biến ngẫu nhiên rời rạc.

HOẠT ĐỘNG 2

2. Phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên rời rạc

• GV giới thiệu bảng phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên rời rạc

– Ta thường quan tâm đến những co số nào?

– Tổng các số p_k.

GV giới thiệu bảng:

X	x_1	x_2	...	x_n
P	p_1	p_2	...	p_n

Bảng 1 được gọi là bảng phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên rời rạc X.

Người ta chứng minh được rằng trong bảng 1, tổng các số ở dòng thứ hai bằng

$p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1.$

• GV nêu ví dụ 2, sau đó đưa ra câu hỏi:

$\boxed{?4}$ Bảng 2 cho ta biết những điều gì?

$\boxed{?5}$ Để giảm tai nạn giao thông cần điều chỉnh những gì?

• Thực hiện $\boxed{\textbf{H1}}$ trong 3'.

Mục đích. Đánh giá xem học sinh đã biết đọc hiểu nội dung của bảng phân bố xác suất và tính các xác suất liên quan hay chưa.

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1**
Để tính xác suất tối thứ 7 xảy ra 2 vụ tai nạn giao thông, ta cần tính gì?	Ta cần tính $P(X = 2)$.
Câu hỏi 2	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2**
Tính $P(X = 2)$.	$P(X = 2) = 0,3$.
Câu hỏi 3	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3**
Để tình xác suất tối thứ 7 xảy ra nhiều hơn 3 vụ tai nạn giao thông, ta cần tính gì?	$P(X > 3)$.
Câu hỏi 4	**Gợi ý trả lời câu hỏi 4**
Tính $P(X > 3)$.	$P(X > 3) = P(X = 4) + P(X = 5)$ $= 0,1 + 0,1 = 0,2$.

• GV nêu và hướng dẫn HS thực hiện ví dụ 3 và **H2** .

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1**
Để lập bảng phân bố xác suất, ta cần tính gì?	Để lập bảng phân bố xác suất của X ta phải tính các xác suất $P(X = 0)$, $P(X = 1)$, $P(X = 2)$ và $P(X = 3)$.
Câu hỏi 2	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2**
Tính số trường hợp có thể.	Số trường hợp có thể là $C_{10}^{3} = 120$.
Câu hỏi 3	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3**
Tính $P(X = 0)$.	Ta có $P(X = 0)$ là xác suất chọn được cả 3 viên bi đỏ. Số cách chọn 3 viên bi đỏ

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
	là $C_6^3 = 20$. Vậy $P(X = 0) = \dfrac{20}{120} = \dfrac{1}{6}$.
Câu hỏi 4 Tính $P(X = 1)$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 4** GV phân tích Tính $P(X = 0)$ nghĩa là tính những gì, hướng dẫn HS đi đến kết quả $P(X = 1) = \dfrac{60}{120} = \dfrac{1}{2}$.
Câu hỏi 5 Tính $P(X = 2)$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 5** Ta có $P(X = 2)$ là xác suất để chọn được 2 viên bi xanh và 1 viên bi đỏ. Ta có $C_4^2 = 6$ cách chọn 2 viên bi xanh và $C_6^1 = 6$ cách chọn 1 viên bi đỏ. Theo quy tắc nhân xác suất, ta có 6.6 = 36 cách chọn 2 viên bi xanh và 1 viên bi đỏ. Do đó $P(X = 2) = \dfrac{36}{120} = \dfrac{3}{10}$.
Câu hỏi 6 Tính $P(X = 3)$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 6** $P(X = 3)$ là xác suất để chọn được cả 3 viên bi xanh. Ta có $C_4^3 = 4$ cách chọn 3 viên bi xanh. Vậy $P(X = 3) = \dfrac{4}{120} = \dfrac{1}{30}$.

GV cho HS điền vào bảng phân bố :

X	0	1	2	3
P	…	…	…	…

HOẠT ĐỘNG 3

3. Kì vọng

• GV nêu định nghĩa:

> *Cho* X *là biến ngẫu nhiên rời rạc với tập giá trị là* $\{x_1, x_2, ..., x_n\}$. ***Kì vọng*** *của* X, *kí hiệu là* $E(X)$, *là một số được tính theo công thức*
>
> $$E(X) = x_1p_1 + x_2p_2 + \cdots + x_np_n = \sum_{i=1}^{n} x_ip_i,$$
>
> *ở đó* $p_i = P(X = x_i)$, $(i = 1, 2, ..., n)$.

Sau đó nêu ý nghĩa của kì vọng.

$\boxed{?6}$ Kì vọng của X có luôn luôn thuộc X hay không?

• GV nêu và cho HS thực hiện ví dụ 4.

HOẠT ĐỘNG 4

4. Phương sai và độ lệch chuẩn

a) Phương sai

• GV nêu định nghĩa

> *Cho* X *là biến ngẫu nhiên rời rạc với tập giá trị là* $\{x_1, x_2, ..., x_n\}$.
>
> ***Phương sai*** *của* X, *kí hiệu là* $V(X)$, *là một số được tính theo công thức*
>
> $$V(X) = (x_1 - \mu)^2 p_1 + (x_2 - \mu)^2 p_2 + \cdots + (x_n - \mu)^2 p_n$$
>
> $$= \sum_{i=1}^{n} (x_i - \mu)^2 p_i,$$
>
> *ở đó* $p_i = P(X = x_i)$ $(i = 1, 2, ..., n)$ *và* $\mu = E(X)$.

GV nêu ý nghĩa của phương.

$\boxed{?7}$ Nêu mối quan hệ giữa phương sai và độ lệch chuẩn.

b) Độ lệch chuẩn

• GV nêu định nghĩa:

*Căn bậc hai của phương sai, kí hiệu là σ(X), được gọi là **độ lệch chuẩn** của X, nghĩa là*

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)}.$$

- GV nêu ví dụ 5 và cho HS thực hiện

Có thể chứng minh được rằng

$$V(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 p_i - \mu^2. \qquad (1)$$

Trong thực hành, ta thường dùng công thức (1) để tính phương sai.

- GV nêu ví dụ 5 và cho HS thực hiện

HOẠT ĐỘNG 5

TÓM TẮT BÀI HỌC

1. Đại lượng X được gọi là một **biến ngẫu nhiên rời rạc** nếu nó nhận giá trị bằng số thuộc một tập hữu hạn nào đó và giá trị ấy là ngẫu nhiên, không dự đoán trước được.
2. Cho X là biến ngẫu nhiên rời rạc với tập giá trị là $\{x_1, x_2, ..., x_n\}$. **Kì vọng** của X, kí hiệu là $E(X)$, là một số được tính theo công thức

$$E(X) = x_1p_1 + x_2p_2 + \cdots + x_np_n = \sum_{i=1}^{n} x_ip_i,$$

ở đó $p_i = P(X = x_i)$, (i = 1, 2,..., n).

3. Căn bậc hai của phương sai, kí hiệu là σ(X), được gọi là **độ lệch chuẩn** của X, nghĩa là

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)}.$$

4. Có thể chứng minh được rằng

$$V(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 p_i - \mu^2. \qquad (1)$$

Trong thực hành, ta thường dùng công thức (1) để tính phương sai.

HOẠT ĐỘNG 6

MỘT SỐ CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

Hãy điền đúng sai vào ô trống sau

Câu 1.

Cho bảng phân bố

X	0	1	2	3	4	5
P	0,1	0,1	0,3	0,3	0,1	0,1

(a) P (X = 0) = P(X = 4) ☐

(b) P(X = 3) = 0,3 ☐

(c) P(X = 5) = 0,3 ☐

(d) P(X = 4) = 0,3 ☐

Trả lời

(a)	(b)	(c)	(d)
Đ	Đ	Đ	S

Câu 2.

Cho bảng phân bố

X	0	1	2	3	4	5
P	0,1	0,2	0,2	0,3	0,1	0,1

(a) P (X = 0) = P(X = 4) ☐

(b) P(X = 3) = 0,2 ☐

(c) P(X = 5) = 0,1 ☐

(d) P(X = 4) = 0,3 ☐

Trả lời

(a)	(b)	(c)	(d)
Đ	Đ	Đ	S

Câu 3. Cho bảng phân bố

X	0	1	2	3	4	5
P	0,2	0,2	0,2	0,3	0,1	0,2

(a) P (X = 0) = P(X = 4) □

(b) P(X = 3) = 0,2 □

(c) P(X = 5) = 0,1 □

(d) P(X = 4) = 0,1 □

Trả lời

(a)	(b)	(c)	(d)
S	Đ	S	Đ

Hãy chọn khẳng định đúng trong các câu sau

Câu 4. Cho bảng phân bố

X	0	1	2	3	4	5
P	0,1	0,2	0,2	0,3	0,1	0,1

Kì vọng là

(a) 2,3; (b) 2,4;

(c) 2,5; (d) 2,6.

Trả lời. (b).

Câu 5. Cho bảng phân bố

X	0	1	2	3	4	5
P	0,1	0,1	0,2	0,3	0,1	0,2

Kì vọng là

(a) 2,3; (b)2,4;

(c) 2,5; (d) 2,8.

Trả lời. (d).

Câu 6. Cho bảng phân bố

X	0	1	2	3	4	5
P	0,1	0,1	0,2	0,3	0,1	0,2

Phương sai xấp xỉ là

(a) 18,04; (b) 17,04;

(c) 16,04; (d) 19,04.

Trả lời. (a).

Câu 7. Cho bảng phân bố

X	0	1	2	3	4	5
P	0,1	0,1	0,2	0,3	0,1	0,2

Độ lệch chuẩn xấp xỉ bằng

(a) 4,25; (b) 5,25;

(c) 6,25; (d) 3,25.

Trả lời. (a).

HOẠT ĐỘNG 7

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP

Bài 43

Hướng dẫn. Sử dụng trực tiếp định nghĩa về biến ngẫu nhiên rời rạc.

X là một biến ngẫu nhiên rời rạc vì :

- Giá trị của X là một số thuộc tập $\{1, 2,..., 100\}$ (vì số nhân khẩu trong mỗi gia đình ở Việt Nam chắc chắn không thể vượt quá 100).
- Giá trị của X là ngẫu nhiên (vì giá trị đó phụ thuộc vào bạn học sinh mà ta chọn một cách ngẫu nhiên).

Bài 44

Hướng dẫn. Sử dụng trực tiếp định nghĩa về bảng phân bố xác suất

X là một biến ngẫu nhiên rời rạc. Tập hợp các giá trị của X là $\{0, 1, 2, 3\}$. Để lập bảng phân bố xác suất của X, ta phải tính các xác suất $P(X = 0)$, $P(X = 1)$, $P(X = 2)$ và $P(X = 3)$.

Không gian mẫu gồm 8 phần tử sau :

$$\{TTT, TTG, TGT, TGG, GTT, GTG, GGT, GGG\},$$

trong đó chẳng hạn GTG chỉ giới tính của ba người con lần lượt là Gái, Trai, Gái.

Như vậy không gian mẫu gồm 8 kết quả có đồng khả năng.

Gọi A_k là biến cố "Gia đình đó có *k* con trai" ($k = 0, 1, 2, 3$).

$P(X = 0) = P(A_0) = \frac{1}{8}$ (vì chỉ có một kết quả thuận lợi cho A_0 là GGG);

$P(X = 1) = P(A_1) = \frac{3}{8}$ (vì có 3 kết quả thuận lợi cho A_1 là TGG, GTG và GGT);

$P(X = 2) = P(A_2) = \frac{3}{8}$ (vì có 3 kết quả thuận lợi cho A_2 là GTT, TGT và TTG);

$P(X = 3) = P(A_3) = \frac{1}{8}$ (vì chỉ có một kết quả thuận lợi cho A_3 là TTT);

Vậy bảng phân bố xác suất của X là

X	0	1	2	3
P	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

Bài 45

Hướng dẫn. Sử dụng trực tiếp định nghĩa về bảng phân bố xác suất

a) Gọi A là biến cố "Phải tăng bác sĩ trực". Từ điều kiện của bài ra, ta có

$P(A) = P(X > 2) = P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5) = 0{,}2 + 0{,}1 + 0{,}05 = 0{,}35.$

b) $P(X > 0) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0{,}15 = 0{,}85.$

Bài 46

Hướng dẫn. Sử dụng trực tiếp định nghĩa về bảng phân bố xác suất

$$P(X > 2) = 0{,}35.$$

Bài 47

Hướng dẫn. Sử dụng trực tiếp định nghĩa kì vọng và phương sai

$E(X) = 1{,}5;\ V(X) = 0{,}75;\quad \sigma\ (X) \approx 0{,}87.$

Bài 48

Hướng dẫn. Sử dụng trực tiếp định nghĩa kì vọng và phương sai độ lệch chuẩn.

$E(X) = 2{,}05;\ V(X) \approx 1{,}85;\ \sigma\ (X) \approx 1{,}36.$

Bài 49

Hướng dẫn. Sử dụng trực tiếp định nghĩa kì vọng và phương sai độ lệch chuẩn.

$E(X) = 1{,}85;\ V(X) \approx 2{,}83;\ \sigma\ (X) \approx 1{,}68.$

Luyện tập
(tiết 18, 19)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

Giúp HS :

- Ôn tập, củng cố các kiến thức và kĩ năng trong các bài §6.
- Bảng phân bố xác suất, công thức tính $E(X)$, $V(X)$ và $\sigma(X)$.
- Nắm được công thức tính kì vọng, phương sai và độ lệch chuẩn của biến ngẫu nhiên rời rạc.
- Hiểu được ý nghĩa của kì vọng, phương sai và độ lệch chuẩn.

2. Kĩ năng

- Biết cách lập bảng phân bố xác suất của một biến ngẫu nhiên rời rạc.
- Biết cách tính các xác suất liên quan tới một biến ngẫu nhiên rời rạc từ bảng phân bố xác suất của nó.
- Biết cách tính kì vọng, phương sai và độ lệch chuẩn của biến ngẫu nhiên rời rạc X từ bảng phân bố xác suất của X..

3. Thái độ

- Tự giác, tích cực trong học tập.
- Sáng tạo trong tư duy.
- Tư duy các vấn đề của toán học, thực tế một cách lôgic và hệ thống.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV

- Chuẩn bị các câu hỏi gợi mở.
- Chuẩn bị phấn màu, và một số đồ dùng khác.

2. Chuẩn bị của HS

Cần ôn lại một số kiến thức đã học về tổ hợp.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 2 tiết :

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

A. BÀI CŨ

Câu hỏi 1

Nêu định nghĩa biến ngẫu nhiên rời rạc.

Câu hỏi 2

Nêu định nghĩa phương sai và độ lệch chuẩn?

B. BÀI MỚI

HOẠT ĐỘNG 1

Bài 50

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 X nhận những giá trị nào? ***Câu hỏi 2*** Tính p_1, p_2, p_3 và p_4.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** X có thể nhận các giá trị 0, 1, 2, 3. **Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $P(X = 0) = \dfrac{C_6^3}{C_{10}^3} = \dfrac{1}{6}$;

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
	$P(X=1)=\dfrac{C_4^1C_6^2}{C_{10}^3}=\dfrac{1}{2}$.
	$P(X=2)=\dfrac{C_4^2C_6^1}{C_{10}^3}=\dfrac{3}{10}$;
Câu hỏi 3	$P(X=3)=\dfrac{C_4^3}{C_{10}^3}=\dfrac{1}{30}$.
Lập bảng phân bố.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** GV cho HS tự lập bảng.

Bài 51

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Tính $P(1 \le X \le 4)$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $P(1 \le X \le 4) = P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4)$ $= 0,2 + 0,4 + 0,1 + 0,1 = 0,8$.
Câu hỏi 2 Tính $P(X \ge 4)$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** $P(X \ge 4) = P(X = 4) + P(X = 5) = 0,1 + 0,1 = 0,2$.
Câu hỏi 3 Tính E(X).	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** $E(X) = 2,2$.

Bài 52

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Tính $P(2 < X < 7)$.	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** $P(2 < X < 7) = 0,14 + 0,18 + 0,25 + 0,15 = 0,72$.

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 2 Tính P($X > 5$)	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** P($X > 5$) = 0,15 + 0,07 + 0,04 + 0,01 = 0,27.
Câu hỏi 3 Tính E(X).	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** E(X) = 2,2.

Bài 53

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính E(X).	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** E(X) = 1,875.
Câu hỏi 2 Tính V(X).	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** V(X) $\approx$ 0,609.
Câu hỏi 3 Tính σ (X).	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** σ (X) $\approx$ 0,780.

Bài 54

Hoạt động của GV	*Hoạt động của HS*
Câu hỏi 1 Tính E(X).	**Gợi ý trả lời câu hỏi 1** E(X) = 18,375.
Câu hỏi 2 Tính V(X).	**Gợi ý trả lời câu hỏi 2** V(X) $\approx$ 5,484.
Câu hỏi 3 Tính σ (X).	**Gợi ý trả lời câu hỏi 3** σ (X) $\approx$ 2,342.

Ôn tập chương II
(tiết 20, 21)

I. MỤC TIÊU

1. Kiến thức

- Quy tắc cộng và quy tắc nhân : Nắm vững khái niệm quy tắc cộng và quy tắc nhân.
- Hoán vị : Nắm vững khái niệm hoán vị và tính được số các hoán vị.
- Chỉnh hợp: Nắm vững khái niệm chỉnh hợp và tính được số các chỉnh hợp chập k của n phần tử. Phân biệt được hai chỉnh hợp khác nhau.
- Tổ hợp: Nắm vững khái niệm tổ hợp và tính được số các tổ hợp chập k của n phần tử. Phân biệt được hai tổ hợp khác nhau, tổ hợp và chỉnh hợp.
- Nhị thức Niu – tơn: Nắm được công thức khai triển.
- Xác suất : Nắm chắc các khái niệm về biến cố, biến cố chắc chắn, biến cố không thể, biến cố hợp, biến cố xung khắc, biến cố giao, biến cố đối. Hai biến cố độc lập và quy tắc nhân xác suất.

2. Kĩ năng

- Tính được số các : hoán vị, tổ hợp, chỉnh hợp. Phân biệt được tổ hợp và chỉnh hợp.
- Khai triển được nhị thức Niu – tơn..
- Tính được xác xuất của các biến cố.

3. Thái độ

- Tự giác, tích cực trong học tập.
- Biết phân biệt rõ các khái niệm cơ bản và vận dụng trong từng trường hợp cụ thể.
- Tư duy các vấn đề của toán học một cách lôgic và hệ thống. Có đầu óc tư duy tổng hợp.

II. CHUẨN BỊ CỦA GV VÀ HS

1. Chuẩn bị của GV

- Chuẩn bị các câu hỏi gợi mở.
- Chuẩn bị một bài kiểm tra.
- Chuẩn bị phấn màu, và một dụng đồ dùngkhác.

2. Chuẩn bị của HS

- Cần ôn lại một số kiến thức đã học chương I
- Làm bài kiểm tra 1 tiết.

III. PHÂN PHỐI THỜI LƯỢNG

Bài này chia làm 2 tiết :

Tiết 1 : Ôn tập

Tiết 2 : Kiểm tra

IV. TIẾN TRÌNH DẠY HỌC

HOẠT ĐỘNG 1

ÔN TẬP

GV đưa ra các câu hỏi sau đây.

Câu hỏi 1

Nêu quy tắc cộng.

Câu hỏi 2

Nêu quy tắc nhân.

Câu hỏi 3

Nêu khái niệm hoán vị của n phần tử. Công thức tính số các hoán vị.

Câu hỏi 4

Nêu khái niệm chỉnh hợp chập k của n phần tử. Công thức tính số các chỉnh hợp chập k của n phần tử.

Câu hỏi 5

Nêu khái niệm tổ hợp chập k của n phần tử. Công thức tính số các tổ hợp chập k của n phần tử.

Câu hỏi 6

Biến cố là gì? Nêu khái niệm không gian mẫu.

Câu hỏi 7

Hai biến cố xung khắc là gì? Cho ví dụ về hai biến cố xung khắc.

Câu hỏi 8

Hai biến cố đối là gì? Cho ví dụ về hai biến cố đối.

Câu hỏi 9

Hai biến cố độc lập là gì? Cho ví dụ về hai biến cố độc lập.

Câu hỏi 10

Biến cố hợp là gì? Cho ví dụ về hợp hai biến cố.

Câu hỏi 11

Biến cố giao là gì? Cho ví dụ về giao hai biến cố.

Câu hỏi 12

Xác suất của biến cố là gì?

Câu hỏi 13

Nêu công thức xác suất của biến cố đối, biến cố hợp, biến cố giao.

HOẠT ĐỘNG 2

HƯỚNG DẪN BÀI TẬP SGK

Bài 55

Hướng dẫn. Sử dụng trực tiếp quy tắc cộng và quy tắc nhân.

Để lập một số chẵn có ba chữ số $\overline{abc}$ từ các chữ số đã cho ta có thể chọn chữ số a trong tập {1, 2, 3, 4, 5, 6}, chữ số b trong tập {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 } và chữ số c trong tập {0, 2, 4, 6}. Như vậy chữ số a có 6 cách chọn, chữ số b có 7 cách chọn và chữ số c có 4 cách chọn. Theo quy tắc nhân, ta có 6.7.4 = 168 cách lập một số chẵn có ba chữ số từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Bài 56

Hướng dẫn. Sử dụng trực tiếp quy tắc cộng và quy tắc nhân.

Để lập số chẵn có ba chữ số $\overline{abc}$, đầu tiên ta lấy chữ số c trong tập {2; 4}. Có hai cách chọn chữ số c. Sau đó ta chọn chữ số b trong tập $\{1, 2, 3, 4, 5\} \setminus \{c\}$. Có 4 cách chọn chữ số b. Cuối cùng, ta chọn chữ số a trong tập $\{1, 2, 3, 4, 5\} \setminus \{c, b\}$. Có 3 cách chọn chữ số a. Vậy theo quy tắc nhân, ta có 2.4.3 = 24 số chẵn thoả mãn điều kiện đầu bài.

Bài 57

Hướng dẫn. Sử dụng trực tiếp quy tắc cộng và quy tắc nhân.

a) Mỗi công tắc có hai trạng thái đóng và mở. Mạng điện có 9 công tắc. Theo quy tắc nhân, mạng điện có $2^9 = 512$ cách đóng – mở 9 công tắc trên.

b) Khối U có $2^4 = 16$ cách đóng – mở 4 công tắc trong đó chỉ có một cách không thông mạch. Do đó có 15 cách đóng – mở 4 công tắc để thông mạch của khối U. Tương tự có 3 cách đóng – mở 2 công tắc để thông mạch của khối V và 7 cách đóng – mở 3 công tắc để thông mạch của khối S. Mạng điện thông mạch từ A đến B khi và chỉ khi cả ba khối U, V và S đều thông mạch. Theo quy tắc nhân, mạng điện có cả thảy 15.3.7 = 315 cách đóng – mở 9 công tắc để thông mạch.

Bài 58

Hướng dẫn. Sử dụng trực tiếp tổ hợp.

$$C_9^4 = 126.$$

Bài 59

Hướng dẫn. Sử dụng trực tiếp tổ hợp và chỉnh hợp.

a) $C_{25}^4 = 12\,650$.

b) $A_{25}^3 = 13\,800$.

Bài 60

Hướng dẫn. Sử dụng trực tiếp tổ hợp và chỉnh hợp.

Số hạng thứ chín trong khai triển của $(3x + 2y)^{17}$ là $C_{17}^8(3x)^8(2y)^9$. Vậy hệ số của x^8y^9 là $C_{17}^8 3^8 2^9$.

Bài 61

Hướng dẫn. Sử dụng trực tiếp tổ hợp và chỉnh hợp định nghĩa xac suất.

a) Các số chia hết cho 3 có dạng $3k$ ($k \in \mathbb{N}$). Ta phải có $3k \leq 999$ nên $k \leq 333$.

Vậy có 334 số chia hết cho 3 bé hơn 1000. Suy ra $P = \dfrac{334}{1000} = 0{,}334$.

b) Các số chia hết cho 5 có dạng $5k$ ($k \in \mathbb{N}$). Ta phải có $5k < 1000$ nên $k < 200$.

Vậy có 200 số chia hết cho 5 bé hơn 1000. Suy ra $P = \dfrac{200}{1000} = 0{,}2$.

Bài 62

Hướng dẫn. Sử dụng trực tiếp tổ hợp và chỉnh hợp định nghĩa xac suất.

$$\frac{1}{C_{52}^{5}}.$$

Bài 63

Hướng dẫn. Sử dụng trực tiếp tổ hợp và chỉnh hợp định nghĩa xac suất.

Số kết quả có thể là C_{52}^{5}. Gọi A là biến cố "Trong năm quân bài có ít nhất một quân át". Biến cố đối của A là $\overline{A}$: "Trong năm quân bài không có quân át". Số kết quả thuận lợi cho $\overline{A}$ là C_{48}^{5} (đó là số cách chọn 5 quân bài trong 48 quân bài không phải là quân át).

Vậy $P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \dfrac{C_{48}^{5}}{C_{52}^{5}} \approx 0{,}341$.

Bài 64

Hướng dẫn. Sử dụng trực tiếp tổ hợp và chỉnh hợp định nghĩa xac suất.

Không gian mẫu $\Omega = \{(x; y) \mid 1 \le x \le 5,\ 1 \le y \le 5$ và $x, y \in \mathbb{N}^*\}$, trong đó x và y theo thứ tự là số ghi trên thẻ rút ở hòm thứ nhất và hòm thứ hai. Ta có $|\Omega| = 5.5 = 25$.

Gọi A là biến cố "Tổng số ghi trên hai tấm thẻ được rút ra ít nhất là 3".

Khi đó $\overline{A}$ là biến cố "Tổng số ghi trên hai tấm thẻ được rút ra nhiều nhất là 2".

Ta có $\Omega_{\overline{A}} = \{(1; 1)\}$ nên $|\Omega_{\overline{A}}| = 1$.

Vậy $P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \dfrac{|\Omega_{\overline{A}}|}{|\Omega|} = 1 - \dfrac{1}{25} = 0{,}96.$

Bài 65

Hướng dẫn. Sử dụng trực tiếp tổ hợp và chỉnh hợp định nghĩa xác suất.

Không gian mẫu $\Omega = \{(x, y, z) \mid 1 \le x \le 5,\ 1 \le y \le 5,\ 1 \le z \le 5$ và $x, y, z \in \mathbb{N}^*\}$, trong đó x, y và z theo thứ tự là số ghi trên thẻ rút ở hòm thứ nhất, thứ hai và thứ ba. Ta có $|\Omega| = 5.5.5 = 125$.

a) Gọi A là biến cố đang xét. Khi đó $\overline{A}$ là biến cố "Tổng số ghi trên ba tấm thẻ được chọn nhiều nhất là 3". Khi đó $\Omega_{\overline{A}} = \{(1, 1, 1)\}$ nên $|\Omega_{\overline{A}}| = 1$.

Vậy $P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \dfrac{1}{125} = 0{,}992.$

b) Gọi B là biến cố đang xét. Khi đó

$\Omega_B = \{(x, y, z) \mid x + y + z = 6,\ 1 \le x \le 5,\ 1 \le y \le 5,\ 1 \le z \le 5$ và $x, y, z \in \mathbb{N}^*\}$.

Ta có $6 = 1 + 2 + 3 = 1 + 1 + 4 = 2 + 2 + 2$.

Tập $\{1, 2, 3\}$ cho ta 6 phần tử của Ω_B, tập $\{1, 1, 4\}$ cho ta 3 phần tử của Ω_B, tập $\{2, 2, 3\}$ chỉ cho ta duy nhất 1 phần tử của Ω_B.

Vậy $|\Omega_B| = 6 + 3 + 1 = 10$.

Do đó $\quad P(B) = \dfrac{10}{125} = 0{,}08.$

Bài 66

Hướng dẫn. Sử dụng trực tiếp biến ngẫu nhiên rời rạc.

a) $P(X \le 4) = 1 - P(X = 5) = 1 - 0{,}1 = 0{,}9$.

b) $P(X \ge 2) = 1 - P(X = 0) - P(X = 1) = 0{,}9$.

Bài 67

Hướng dẫn. Sử dụng trực tiếp biến ngẫu nhiên rời rạc.

Không gian mẫu $\Omega = \{(x; y) \mid x \in \{1, 2, 3\}, y \in \{4, 5, 6, 8\}\}$.

Khi đó $|\Omega| = 3.\ 4 = 12$.

Dễ thấy X nhận các giá trị thuộc tập $\{5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$.

Ta tính P(X = 5). Gọi A là biến cố "X = 5" (tức là biến cố "Tổng số ghi trên hai tấm thẻ bằng 5". Ta có

$\Omega_A = \{(1; 4)\}$. Vậy $P(X = 5) = \frac{1}{12}$.

Hoàn toàn tương tự, ta tính được

$P(X = 6) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ (vì biến cố "X = 6" có hai kết quả thuận lợi là (1; 5) và (2; 4));

$P(X = 7) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ (vì biến cố "X = 7" có ba kết quả thuận lợi là (1; 6), (2; 5) và (3; 4));

$P(X = 8) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ (vì biến cố "X = 8" có hai kết quả thuận lợi là (3; 5) và (2; 6));

$P(X = 9) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ (vì biến cố "X = 9" có hai kết quả thuận lợi là (3; 6) và (1; 8));

$P(X = 10) = \frac{1}{12}$ (vì biến cố "X = 10" chỉ có một kết quả thuận lợi là (2; 8));

$P(X = 11) = \frac{1}{12}$ (vì biến cố "X = 11" chỉ có một kết quả thuận lợi là (3; 8)).

Ta suy ra bảng phân bố xác suất của X như sau :

X	5	6	7	8	9	10	11
P	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$

b) E(X) = 7,75.

Bài 68

Hướng dẫn. Sử dụng trực tiếp biến ngẫu nhiên rời rạc.

a) Số trường hợp có thể là $C_7^3 = 35$. Từ đó $P(X = 0) = \frac{C_4^3}{35} = \frac{4}{35}$;

$P(X = 1) = \frac{C_4^2 C_3^1}{35} = \frac{18}{35}$; $P(X = 2) = \frac{C_4^1 C_3^2}{35} = \frac{12}{35}$ và

$$P(X=3)=\frac{C_3^3}{35}=\frac{1}{35}.$$

Bảng phân bố xác suất của X như sau :

X	0	1	2	3
P	$\frac{4}{35}$	$\frac{18}{35}$	$\frac{12}{35}$	$\frac{1}{35}$

b) $E(X)=\frac{9}{7}\approx 1{,}29$; $V(X)\approx 0{,}49$.

HOẠT ĐỘNG 3

ĐÁP ÁN BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Bài 69. Chọn (C).

Một tập con có ba phần tử của tập {1, 2,..., 9} tương ứng với một số có ba chữ số đơn điệu tăng từ trái sang phảI (vì chữ số đầu tiên bên trái khác 0) Một tập con có ba phần tử của tập {0, 1, 2,..., 9} tương ứng với một số có ba chữ số đơn điệu giảm.

Vậy có $C_9^3 + C_{10}^3 = 204$ số cần tìm.

Bài 70. Chọn (A).

Có 3 cách chọn một kỹ sư làm tổ trưởng,10 cách chọn một công nhân làm tổ phó và C_9^5=126 cách chọn 5 công nhân trong 9 công nhân làm tổ viên. Theo quy tắc nhân có 3.10.126=3780 cách chọn.

Bài 71. Chọn (B).

Số các số có 5 chữ số đôi một khác nhau mà chữ số hàng đơn vị là chữ số chẵn (tức là chữ số 0,2,4,6) (chữ số đầu tiên (kể từ bên trái)không nhất thiết khác 0) là 4.6.5.4.3=1440.

Các số có 5 chữ số đôi một khác nhau mà chữ số hàng đơn vị là chữ số chẵn (tức là chữ số 0,2,4,6) trong đó chữ số đầu tiên (kể từ bên trái) là chữ số 0 có dạng $\overline{0abcd}$. Chữ số d có 3 khả năng chọn từ tập {2;4;6}. Chữ số c có 5 khả năng chọn từ tập $\{1,2,3,4,5,6\}\setminus\{d\}$. Chữ số b có 4 khả năng chọn từ tập $\{1,2,3,4,5,6\}\setminus\{c;d\}$. Chữ số a có 3 khả năng chọn từ tập $\{1,2,3,4,5,6\}\setminus\{b;c;d\}$. Theo quy tắc nhân có $3.5.4.3=180$ số chẵn dạng $\overline{0abcd}$. Vậy số số chẵn cần tìm là $1440-180=1260$

Bài 72. Chọn (B)

Hệ số của x^9 là $\sum_{k=9}^{14} C_k^9 = 3003$

Bài 73. Chọn (B).

$P(X=0)=(0,3)(0,2)=0,06$;

$P(X=1)=(0,7)(0,2)(0,3)(0,8)=0,38$; $P(X=2)=(0,7)(0,8)=0,56$.

Vậy $E(X)=1(0,38)+2(0,56)=1,5$

MỘT SỐ ĐỀ KIỂM TRA THAM KHẢO

ĐỀ 1

Phần 1. Trắc nghiệm khách quan (4 điểm).

Câu 1. Hãy điền đúng, sai vào ô trống sau đây.

Cho tập hợp có n phần tử

(a) Mỗi cách sắp xếp n phần tử đó là một hoán vị. ☐

(b) Mỗi cách sắp xếp n −1 phần tử của n phần tử đó là một hoán vị. ☐

(c) Mỗi cách sắp xếp k của n phần tử đó là một hoán vị. ☐

(d) Mỗi cách sắp xếp k của n phần tử đó là một tổ hợp . ☐

Câu 2. Hãy điền đúng, sai vào ô trống sau đây.

Cho tập hợp gồm n phần tử.

(a) Số các hoán vị của n phần tử là n ☐

(b) Số các hoán vị của n phần tử là n! ☐

(c) Số các hoán vị của n phần tử là n^2 ☐

(d) Số các hoán vị của n phần tử là 2n. ☐

Câu 3. Hãy chọn câu trả lời đúng trong các câu sau:

Trong một lớp học. Xét biến cố A : Chọn một bạn học sinh nam; biến cố B: chọn một bạn học sinh nữ. Khi đó A và B là hai biến cố :

(a) Độc lập; (b) Xung khắc;

(c) Đối; (d) Có giao khác rỗng.

Câu 4. Hãy chọn câu trả lời đúng trong các câu sau:

Gieo một con súc sắc hai lần. Số các phần tử của không gian mẫu là :

(a) 6; (b) 6^2;

(c) 1+2 + 3 + 4 + 5 + 6; (d) 2. 6.

Phần 2. Tự luận (6 điểm)

Câu 1. Gieo hai con súc sắc cân đối.

a) Tính xác suất để tổng hai mặt xuất hiện bằng 8.

b) Tính xác suất để tích hai mặt xuất hiện là số lẻ.

c) Tính xác suất để tích hai mặt xuất hiện là số chẵn.

ĐỀ 2

Phần 1. Trắc nghiệm khách quan (4 điểm).

Câu 1. Hãy điền đúng, sai vào ô trống sau đây.

Cho tập hợp có n phần tử.

(a) Số các hoán vị của n phần tử lớn hơn số các tổ hợp chập k của n. ☐

(b) Số các hoán vị của n phần tử lớn hơn số các chỉnh hợp chập k của n. ☐

(c) Số các chỉnh hợp chập k của n phần tử lớn hơn số các tổ hợp chập k của n. ☐

(d) Số các tổ hợp chập k của n phần tử lớn hơn số các chỉnh hợp chập k của n. ☐

Câu 2. Hãy điền đúng, sai vào ô trống sau đây.

Cho tập hợp gồm n phần tử.

(a) Số các chỉnh hợp chập k của n phần tử là A_n^k ☐

(b) Số các chỉnh hợp chập k của n phần tử là C_n^k ☐

(c) Số các chỉnh hợp chập k của n phần tử là $A_n^k.n$ ☐

(d) Số các chỉnh hợp chập k của n phần tử là $2.A_n^k$ ☐

Câu 3. Hãy chọn câu trả lời đúng trong các câu sau:

Trong một lớp học. Xét biến cố A : Chọn một bạn học sinh giỏi văn; biến cố B: chọn một bạn học sinh giỏi toán. Biết $n(A) + n(B) = n(A \cup B)$. Khi đó A và B là hai biến cố :

(a) Độc lập; (b) Xung khắc;

(c) Đối; (d) Có giao bằng rỗng.

Câu 4. Hãy chọn câu trả lời đúng trong các câu sau:

Gieo một con đồng xu hai lần. Số các phần tử của không gian mẫu là :

(a) 4; (b) 2^2;

(c) 1+2 ; (d) 2.

Phần 2. Tự luận (6 điểm)

Một lớp học có 25 học sinh, trong đó có 15 em học khá môn toán, 16 em học khá môn ngoại ngữ.

a) Tính xác suất để chọn được hai em học khá cả hai môn;

b) Tính xác suất để chọn được 3 em học khá môn toán nhưng không khá môn văn.

HƯỚNG DẪN

ĐỀ 1

Phần 1. Trắc nghiệm khách quan *(mỗi câu 1 điểm)*

Câu 1.

(a)	(b)	(c)	(d)
Đ	S	S	Đ

Câu 2.

(a)	(b)	(c)	(d)
S	Đ	S	S

Câu 3. (b) ***Câu 4.*** (b).

Phần 2. Tự luận (6 điểm)

a) Ta có $n(\Omega) = 36$. Các biến cố thuận lợi cho A là {(2, 6), (6, 2), (3, 5), (5, 3), (4, 4)}. Ta cthấy n(A) = 5. Vậy $P(A) = \frac{5}{36}$.

b) Xác suất để mỗi con súc sắc xuất hiện mặt lẻ là $\frac{1}{2}$. Vậy để hai mặt đều lẻ thì xác suất là $\frac{1}{2}.\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$ (do hai biến cố mỗi mặt xuất hiện mặt lẻ là độc lập).

c) Xác suât để tích hai mặt là môt số chẵn và tích hai mặt là một số lả là hai biến cố đối. Vậy kết quả là $1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$.

ĐỀ 2

***Phần 1. Trắc nghiệm khách quan** (mỗi câu 1 điểm)*

Câu 1.

(a)	(b)	(c)	(d)
Đ	Đ	Đ	S

Câu 2.

(a)	(b)	(c)	(d)
Đ	S	S	S

Câu 3. (a) ***Câu 4.*** (b).

Phần 2. Tự luận (6 điểm)

Gọi A là biến cố : Bạn đó học khá môn toán.

Gọi B là biến cố : Bạn đó học khá môn văn.

a) Ta có $n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 15 + 16 - 25 = 7$.

Vậy $P(A\cap B) = \frac{C_7^2}{25}$.

b) Ta có số học sinh khá toán nhưng không khá văn là : $n(A) - n(A\cap B) = 15 - 7 = 8$.

Vậy xác suất cần tìm là : $\frac{C_8^3}{25}$.

MỘT SỐ CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM
ÔN TẬP HỌC KỲ 1

I. CÂU HỎI ĐÚNG SAI

Hãy khoanh tròn ý mà em cho là hợp lý.

Câu 1. Tập xác định của hàm số y = sinx là $\mathbb{R}$.

(a) Đúng; (b) Sai.

Câu 2. Tập giá trị của hàm số y = cosx là đoạn [1; 1].

(a) Đúng; (b) Sai.

Câu 3. Chu kì cỉa hàm số y = tanx. cotx là π.

(a) Đúng; (b) Sai.

Câu 4. Chu kì cỉa hàm số y = tanx.cotx là bất kì.

(a) Đúng; (b) Sai.

Câu 5. Hàm số y = sinx vừa là hàm số chẵn vừa là hàm số lẻ.

(a) Đúng; (b) Sai.

Câu 6. Hàm số y = cosx vừa là hàm số chẵn vừa là hàm số lẻ.

(a) Đúng; (b) Sai.

Câu 7. Hàm số y = tanx vừa là hàm số chẵn vừa là hàm số lẻ.

(a) Đúng; (b) Sai.

Câu 8. Hàm số y = cotx vừa là hàm số chẵn vừa là hàm số lẻ.

(a) Đúng; (b) Sai.

Câu 9. Trong đoạn [0; π] phương trình sinx = sinα có 2 nghiệm.

(a) Đúng; (b) Sai.

Câu 10. Trong đoạn [0; π] phương trình cosx = cosα có 2 nghiệm.

(a) Đúng; (b) Sai.

Câu 11. Trong đoạn [0; π] phương trình tanx = tanα có 2 nghiệm.

(a) Đúng; (b) Sai.

Câu 12. Trong đoạn $[0; \pi]$ phương trình $\cot x = \cot\alpha$ có 2 nghiệm.

(a) Đúng; (b) Sai.

Câu 13. Hai biến cố đối là hai biến cố xung khắc.

(a) Đúng; (b) Sai.

Câu 14. Hai biến cố xung khắc là hai biến cố đối.

(a) Đúng; (b) Sai.

Câu 15. Nếu A và B là hai biến cố độc lập thì $P(A \cap B) = P(A).P(B)$.

(a) Đúng; (b) Sai.

Câu 16. Nếu A và B là hai biến cố độc lập thì $P(A) + P(B) = 1$.

(a) Đúng; (b) Sai.

Câu 17. Nếu A và B là hai biến cố xung khắc thì $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

(a) Đúng; (b) Sai.

Câu 18. Cho $P(A) = 0,3$; $P(B) = 0,5$; $P(AB) = 0,2$ khi đó hai biến cố A và B độc lập.

(a) Đúng; (b) Sai.

Câu 19. Cho $P(A) = 0,4$; $P(B) = 0,5$; $P(AB) = 0,2$ khi đó hai biến cố A và B độc lập.

(a) Đúng; (b) Sai.

Câu 20. Cho $P(A) = 0,3$; $P(B) = 0,7$, $P(A \cup B) = 1$. Khi đó hai biến cố A và B xung khắc.

(a) Đúng; (b) Sai.

Câu 21. Cho $P(A) = 0,3$; $P(B) = 0,6$, $P(A \cup B) = 1$. Khi đó hai biến cố A và B xung khắc.

(a) Đúng; (b) Sai

Câu 22. Cho $P(A) = 0,3$; $P(B) = 0,7$. Khi đó hai biến cố A và B đối.

(a) Đúng; (b) Sai.

Câu 23. Cho $P(A) = 0,4$; $P(B) = 0,7$. Khi đó hai biến cố A và B đối.

(a) Đúng; (b) Sai.

Câu 24. Cho $P(A) = 0,3$; $P(B) = 0,5$. Khi đó hai biến cố A và B đối.

(a) Đúng; (b) Sai.

II. ĐIỀN ĐÚNG, SAI VÀO Ô THÍCH HỢP

Hãy điền đúng, sai vào các ô trống sau đây mà em cho là hợp lí nhất.

Câu 25. Hàm số y = sinx:

(a) Đồng biến trên khoảng (0; π).

(b) Nghịch biến trên khoảng (0; π).

(c) Đồng biến trên khoảng $(0; \frac{\pi}{2})$.

(d) Nghịch biến trên khoảng $(0; \frac{\pi}{2})$.

Trả lời.

a	b	c	d
S	S	Đ	S

Câu 26. Hàm số y = cosx:

(a) Đồng biến trên khoảng (0; π).

(b) Nghịch biến trên khoảng (0; π).

(c) Đồng biến trên khoảng $(0; \frac{\pi}{2})$.

(d) Nghịch biến trên khoảng $(0; \frac{\pi}{2})$.

Trả lời.

a	b	c	d
S	Đ	S	Đ

Câu 27. Hàm số y = tanx:

(a) Đồng biến trên khoảng (0; π).

(b) Nghịch biến trên khoảng (0; π).

(c) Đồng biến trên khoảng $(0; \frac{\pi}{2})$.

(d) Nghịch biến trên khoảng $(0; \frac{\pi}{2})$. ☐

Trả lời.

a	b	c	d
S	á	Đ	S

Câu 28. Chọn 5 trong 8 em học sinh nam để đi đá bóng. Số các cách chọn là

(a) Số các hoán vị của 5. ☐

(b) A_8^5 ☐

(c) C_8^5 ☐

(d) Cả ba câu trên đều saI. ☐

Trả lời.

a	b	c	d
S	S	Đ	S

Câu 29. Chọn 4 trong 8 em học sinh nam để đi đá bóng vào 4 vị trí khác nhau. Số các cách chọn là

(a) Số các hoán vị của 4. ☐

(b) A_8^4 ☐

(c) C_8^4 ☐

(d) Cả ba câu trên đều saI. ☐

Trả lời.

a	b	c	d
S	Đ	S	S

Câu 30. Chọn 4 trong 4 em học sinh nam để đi đá bóng vào 4 vị trí khác nhau. Số các cách chọn là

(a) Số các hoán vị của 4. ☐

(b) A_8^4 □

(c) C_8^4 □

(d) Cả ba câu trên đều saI. □

Trả lời.

a	b	c	d
Đ	S	S	S

III. CÂU HỎI ĐA LỰA CHỌN

Chọn câu trả lời đúng trong các bài tập sau:

Câu 31. (a) $\cos 1 > \cos 2$; (b) $\cos 1 < \cos 2$;

(c) $\cos 1 \leq \cos 2$; (d) $\cos 1 = \cos 2$.

Trả lời. (a).

Câu 32. Giá trị lớn nhất của hàm số y = 2sinx + 1 là :

(a) 3; (b) 2;

(c) 1; (d) 0.

Trả lời. (a).

Câu 33. Giá trị lớn nhất của hàm số y = − 2cosx + 1 là :

(a) 3; (b) 2;

(c) −1; (d) 0.

Trả lời. (a).

Câu 34. Giá trị nhỏ nhất của hàm số y = − 2cosx + 1 là :

(a) −3; (b) 2;

(c) −1; (d) 3.

Trả lời. (a).

Câu 35. Giá trị nhỏ nhất của hàm số y = − 2cosx + 1 là :

(a) 3; (b) −2;

(c) −1; (d) −3.

Trả lời. (d).

Câu 36. Số nghiệm của phương trình 2sinx = $\sqrt{2}$ trong khoảng (0; 2π) là

(a) 0; (b) 1

(c) 2; (d) 3

Trả lời. (c).

Câu 37. Số nghiệm của phương trình 2cosx = $\sqrt{2}$ trong khoảng (0; 2π) là

(a) 0; (b) 1

(c) 2; (d) 3

Trả lời. (c).

Câu 38. Số nghiệm của phương trình 3tanx = $\sqrt{2}$ trong khoảng (0; 2π) là

(a) 0; (b) 1

(c) 2; (d) 3

Trả lời. (c).

Câu 39. Số nghiệm của phương trình 3cotx = $\sqrt{2}$ trong khoảng (0; 2π) là

(a) 0; (b) 1;

(c) 2; (d) 3.

Trả lời. (c).

Câu 40. Số các hoán vị của 5 là

(a) 5; (b) 5^2;

(c) 120; (d) 240.

Trả lời. (c).

Câu 41. Số tổ hợp chập 2 của 5 là

(a) 5; (b) 5^2;

(c) 10; (d) 20.

Trả lời. (c).

Câu 42. Số các chỉnh h hợp chập 2 của 5 là

(a) 5; (b) 5^2;

(c) 10; (d) 60.

Trả lời. (d).

MỘT SỐ ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ I
THAM KHẢO

ĐỀ 1

Phần 1. Trắc nghiệm khách quan (4 điểm).

Câu 1. Hãy điền đúng, sai vào ô trống sau đây.

(a) Phương trình sinx = m có nghiệm khi $m \le 1$ ☐

(b) Phương trình sinx = m có nghiệm khi $m \ge -1$ ☐

(c) Phương trình sinx = m có nghiệm khi $-1 \le m \le 1$ ☐

(d) Phương trình sinx = m có nghiệm với mọi m. ☐

Câu 2. Hãy điền đúng, sai vào ô trống sau đây.

(a) Hàm số y = sin2x có giá trị lớn nhất là 1. ☐

(b) Hàm số y = sin3x có giá trị nhỏ nhất là -1 ☐

(c) Hàm số y = tan2x luôn đồng biến. ☐

(d) Hàm số y = cot3x luôn đồng biến. ☐

Câu 3. Hãy chọn câu trả lời đúng trong các câu sau:

Cho 5 điểm trong mặt phẳng. Số các đoạn thẳng có được từ 5 điểm đó là :

(a) 10; (b) 5;

(c) 15; (d) 20.

Câu 4. Cho hình bình hành ABCD và một điểm $E \notin (ABCD)$ khi đó giao điểm của hai mặt phẳng (ABCD) và (EAC) là

(a) A; (b) C;

(c) AC; (d) CE.

Phần 2. Tự luận (6 điểm)

Câu 1. Giải các phương trình sau đây

a) $\sin 2x + \tan 2x = 0$; b) $\cos 2x + \cos 3x = 2$.

Câu 2. Gieo hai con súc sắc cân đối. Tính xác suất để tổng hai mặt của hai con súc sắc là một số chẵn.

Câu 3. Cho hình chóp S.ABCD, đáy ABCD là hình bình hành.

a) Hãy xác định giao tuyến d của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD).

b) Gọi M là một điểm trên SA. Mặt phẳng (BCM) mcắt SD tại N. Chứng minh BM, CN và d đồng quy.

ĐỀ 2

Phần 1. Trắc nghiệm khách quan (4 điểm).

Câu 1. Hãy điền đúng, sai vào ô trống sau đây.

(a) Phương trình cosx = m có nghiệm khi $m \leq 1$ ☐

(b) Phương trình cosx = m có nghiệm khi $m \geq -1$ ☐

(c) Phương trình cosx = m có nghiệm khi $-1 \leq m \leq 1$ ☐

(d) Phương trình cosx = m có nghiệm với mọi m. ☐

Câu 2. Hãy điền đúng, sai vào ô trống sau đây.

(a) Hàm số y = sin2x + 1 có giá trị lớn nhất là 2. ☐

(b) Hàm số y = sin3x có giá trị nhỏ nhất là −1 ☐

(c) Hàm số y = tan2x + 1 luôn đồng biến. ☐

(d) Hàm số y = cot3x − 1 luôn đồng biến. ☐

Câu 3. Hãy chọn câu trả lời đúng trong các câu sau:

Cho $\vec{v}(1;1)$ và A(0; 2). Ảnh của A qua phép tịnh tiến theo vectơ $\vec{v}$ có toạ độ là :

(a) (1; 1); (b) (1; 2);

(c) (1; 3); (d) (0; 2).

Câu 4. Một lớp học có 20 bạn nam và 15 ban nữ.

Số cách lấy ra 4 bạn nam và 4 bạn nữ đi thi đấu thể thao là :

(a) C_{20}^4; (b) C_{15}^4;

(c) $C_{15}^4 + C_{20}^4$; (d) C_{35}^4.

Phần 2. Tự luận (6 điểm)

Câu 1. Giải các phương trình sau đây

a) cos2x + cot2x = 0; b) sin2x +cos3x = 2.

Câu 2. Gieo hai con súc sắc cân đối. Tính xác suất để tổng hai mặt của hai con súc sắc là mộ số lẻ.

Câu 3. Cho tứ diện ABCD. Chứng minh rằng đường nối trung điểm các cạnh đối diện đồng quy.

HƯỚNG DẪN

ĐỀ 1

Phần 1. Trắc nghiệm khách quan *(mỗi câu 1 điểm)*

Câu 1.

(a)	(b)	(c)	(d)
S	S	Đ	S

Câu 2.

(a)	(b)	(c)	(d)
Đ	Đ	Đ	Đ

Câu 3. (a). *Câu 4.* (d).

Phần 2. Tự luận (6 điểm)

Câu 1. a) Phương trình trở thành

$$\sin 2x + \frac{\sin 2x}{\cos 2x} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos 2x = -1 \\ \sin 2x = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{2}.$$

b) Phương trình trở thành

Do cos2x $\leq$ 1, cos3x $\leq$ 1 nên phương trình đã cho trở thành:

$$\begin{cases} \cos 2x = 1 \\ \cos 3x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \text{'}\pi \\ x = \dfrac{\text{'}\pi}{3} \end{cases}.$$

Câu 2. Ta có n(Ω) = 36. Để tổng hai mặt là số clẻ thì một mặt chẵn và một mặt lẻ.

Đáp số : $P = \frac{1}{2}$.

Câu 3. (GV tự vẽ hình và giải)

ĐỀ 2

Phần 1. Trắc nghiệm khách quan *(mỗi câu 1 điểm)*

Câu 1.

(a)	(b)	(c)	(d)
S	S	Đ	S

Câu 2.

(a)	(b)	(c)	(d)
Đ	Đ	Đ	Đ

Câu 3. (c). ***Câu 4.*** (c).

Phần 2. Tự luận (6 điểm)

Câu 1. a) Phương trình trở thành

$$\cos x + \frac{\cos 2x}{\sin 2x} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos 2x = 0\\ \sin 2x = -1\end{array}\right. \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}.$$

b) Phương trình trở thành

Do sin2x ≤ 1, cos3x ≤ 1 nên phương trình đã cho trở thành:

$$\begin{cases}\sin 2x = 1\\ \cos 3x = -1\end{cases} \Leftrightarrow \text{Phương trình vô nghiệm.}$$

Câu 2. Ta có n(Ω) = 36. Để tổng hai mặt là số chẵn thì hai mặt phải cùa chẵn hoặc cùng lẻ.

Đáp số : $P = \frac{1}{2}$.

Câu 3. (GV tự vẽ hình và giải)

MỤC LỤC

Chương I. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC VÀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

Chương II. TỔ HỢP VÀ XÁC SUẤT