BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN KIẾN THỨC, KĨ NĂNG MÔN TOÁN LỚP 12

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

NGUYỄN THẾ THẠCH (CHỦ BIÊN)
NGUYỄN HẢI CHÂU – QUÁCH TÚ CHƯƠNG – NGUYỄN TRUNG HIẾU
ĐOÀN THẾ PHIỆT – PHẠM ĐỨC QUANG – NGUYỄN THỊ QUÝ SỬU

HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN KIẾN THỨC, KĨ NĂNG MÔN TOÁN LỚP 12

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

LỜI GIỚI THIỆU

Ngày 5 tháng 5 năm 2006, Bộ trưởng Bộ Giáo dục và Đào tạo đã kí Quyết định số 16/2006/QĐ-BGDĐT về việc ban hành Chương trình Giáo dục phổ thông.

Chương trình Giáo dục phổ thông là kết quả của sự điều chỉnh, hoàn thiện, tổ chức lại các chương trình đã được ban hành, làm căn cứ cho việc quản lí, chỉ đạo, tổ chức dạy học và kiểm tra, đánh giá ở tất cả các cấp học, trường học trên phạm vi cả nước.

Chương trình Giáo dục phổ thông là một kế hoạch sư phạm gồm :

– Mục tiêu giáo dục ;

– Phạm vi và cấu trúc nội dung giáo dục ;

– Chuẩn kiến thức, kĩ năng và yêu cầu về thái độ của từng môn học, cấp học ;

– Phương pháp và hình thức tổ chức giáo dục ;

– Đánh giá kết quả giáo dục từng môn học ở mỗi lớp, cấp học.

Trong Chương trình Giáo dục phổ thông, Chuẩn kiến thức, kĩ năng được thể hiện, cụ thể hoá ở các chủ đề của chương trình môn học, theo từng lớp học ; đồng thời cũng được thể hiện ở phần cuối của chương trình mỗi cấp học.

Có thể nói : Điểm mới của Chương trình Giáo dục phổ thông lần này là đưa Chuẩn kiến thức, kĩ năng vào thành phần của Chương trình Giáo dục phổ thông, đảm bảo việc chỉ đạo dạy học, kiểm tra, đánh giá theo Chuẩn kiến thức, kĩ năng, tạo nên sự thống nhất trong cả nước ; góp phần khắc phục tình trạng quá tải trong giảng dạy, học tập ; giảm thiểu dạy thêm, học thêm.

Nhìn chung, ở các trường phổ thông hiện nay, bước đầu đã vận dụng được Chuẩn kiến thức, kĩ năng trong giảng dạy, học tập, kiểm tra, đánh giá ; song về tổng thể, vẫn chưa đáp ứng được yêu cầu của đổi mới giáo dục phổ thông ; cần phải được tiếp tục quan tâm, chú trọng hơn nữa.

Nhằm góp phần khắc phục hạn chế này, Bộ Giáo dục và Đào tạo tổ chức biên soạn, xuất bản bộ tài liệu ***Hướng dẫn thực hiện Chuẩn kiến thức, kĩ năng*** cho các môn học, lớp học của các cấp Tiểu học, Trung học cơ sở và Trung học phổ thông.

Bộ tài liệu này được biên soạn theo hướng chi tiết, tường minh các yêu cầu cơ bản, tối thiểu về kiến thức, kĩ năng của Chuẩn kiến thức, kĩ năng bằng các nội dung chọn lọc trong sách giáo khoa, tạo điều kiện thuận lợi hơn nữa cho giáo viên và học sinh trong quá trình giảng dạy, học tập và kiểm tra, đánh giá.

Cấu trúc chung của bộ tài liệu gồm hai phần chính :

Phần thứ nhất : Giới thiệu chung về Chuẩn kiến thức, kĩ năng của Chương trình Giáo dục phổ thông ;

Phần thứ hai : Hướng dẫn thực hiện Chuẩn kiến thức, kĩ năng của từng môn học trong Chương trình Giáo dục phổ thông.

Bộ tài liệu : ***Hướng dẫn thực hiện Chuẩn kiến thức, kĩ năng*** các môn học ở Trung học cơ sở và Trung học phổ thông có sự tham gia biên soạn, thẩm định, góp ý của nhiều nhà khoa học, nhà sư phạm, các cán bộ nghiên cứu và chỉ đạo chuyên môn, các giáo viên dạy giỏi ở địa phương.

Hi vọng rằng, ***Hướng dẫn thực hiện Chuẩn kiến thức, kĩ năng*** sẽ là bộ tài liệu hữu ích đối với cán bộ quản lí giáo dục, giáo viên và học sinh trong cả nước. Các Sở Giáo dục và Đào tạo chỉ đạo triển khai sử dụng bộ tài liệu và tạo điều kiện để các cơ sở giáo dục, các giáo viên và học sinh thực hiện tốt yêu cầu đổi mới phương pháp dạy học, đổi mới kiểm tra, đánh giá, góp phần tích cực, quan trọng vào việc nâng cao chất lượng giáo dục trung học.

Lần đầu tiên được xuất bản, bộ tài liệu này khó tránh khỏi những thiếu sót, hạn chế. Bộ Giáo dục và Đào tạo rất mong nhận được những ý kiến nhận xét, đóng góp của các thầy cô giáo và bạn đọc gần xa để tài liệu được tiếp tục bổ sung, hoàn thiện hơn cho lần xuất bản sau.

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

PHẦN THỨ NHẤT

GIỚI THIỆU CHUNG VỀ CHUẨN KIẾN THỨC, KĨ NĂNG CỦA CHƯƠNG TRÌNH GIÁO DỤC PHỔ THÔNG

I – GIỚI THIỆU CHUNG VỀ CHUẨN

1. Chuẩn là những yêu cầu, tiêu chí (gọi chung là yêu cầu) tuân thủ những nguyên tắc nhất định, được dùng để làm thước đo đánh giá hoạt động, công việc, sản phẩm của lĩnh vực nào đó. Đạt được những yêu cầu của chuẩn là đạt được mục tiêu mong muốn của chủ thể quản lí hoạt động, công việc, sản phẩm đó.

Yêu cầu là sự cụ thể hoá, chi tiết, tường minh Chuẩn, chỉ ra những căn cứ để đánh giá chất lượng. Yêu cầu có thể được đo thông qua chỉ số thực hiện. Yêu cầu được xem như những "chốt kiểm soát" để đánh giá chất lượng đầu vào, đầu ra cũng như quá trình thực hiện.

2. Những yêu cầu cơ bản của chuẩn

2.1. Chuẩn phải có tính khách quan, nhìn chung không lệ thuộc vào quan điểm hay thái độ chủ quan của người sử dụng Chuẩn.

2.2. Chuẩn phải có hiệu lực ổn định cả về phạm vi lẫn thời gian áp dụng.

2.3. Đảm bảo tính khả thi, có nghĩa là Chuẩn đó có thể đạt được (là trình độ hay mức độ dung hoà hợp lí giữa yêu cầu phát triển ở mức cao hơn với những thực tiễn đang diễn ra).

2.4. Đảm bảo tính cụ thể, tường minh và có chức năng định lượng.

2.5. Đảm bảo không mâu thuẫn với các chuẩn khác trong cùng lĩnh vực hoặc những lĩnh vực có liên quan.

II – CHUẨN KIẾN THỨC, KĨ NĂNG CỦA CHƯƠNG TRÌNH GIÁO DỤC PHỔ THÔNG

Chuẩn kiến thức, kĩ năng và yêu cầu về thái độ của Chương trình Giáo dục phổ thông (CTGDPT) được thể hiện cụ thể trong các chương trình môn học, hoạt động giáo dục (gọi chung là môn học) và các chương trình cấp học.

Đối với mỗi môn học, mỗi cấp học, mục tiêu của môn học, cấp học được cụ thể hoá thành chuẩn kiến thức, kĩ năng của chương trình môn học, chương trình cấp học.

1. Chuẩn kiến thức, kĩ năng của Chương trình môn học là các yêu cầu cơ bản, tối thiểu về kiến thức, kĩ năng của môn học mà học sinh cần phải và có thể đạt được sau mỗi đơn vị kiến thức (mỗi bài, chủ đề, chủ điểm, mô đun).

Chuẩn kiến thức, kĩ năng của một đơn vị kiến thức là các yêu cầu cơ bản, tối thiểu về kiến thức, kĩ năng của đơn vị kiến thức mà học sinh cần phải và có thể đạt được.

Yêu cầu về kiến thức, kĩ năng thể hiện ***mức độ*** cần đạt về ***kiến thức, kĩ năng***.

Mỗi ***yêu cầu*** về kiến thức, kĩ năng có thể được ***chi tiết hơn*** bằng những ***yêu cầu*** về kiến thức, kĩ năng cụ thể, tường minh hơn ; minh chứng bằng những ***ví dụ*** thể hiện được cả nội dung kiến thức, kĩ năng và mức độ cần đạt về kiến thức, kĩ năng.

2. **Chuẩn kiến thức, kĩ năng của Chương trình cấp học** là các yêu cầu cơ bản, tối thiểu về kiến thức, kĩ năng của các môn học mà học sinh cần phải và có thể đạt được sau từng giai đoạn học tập trong cấp học.

2.1. Chuẩn kiến thức, kĩ năng ở chương trình các cấp học đề cập tới những yêu cầu tối thiểu về kiến thức, kĩ năng mà học sinh (HS) cần và có thể đạt được sau khi hoàn thành chương trình giáo dục của từng lớp học và cấp học. Các chuẩn này cho thấy ý nghĩa quan trọng của việc gắn kết, phối hợp giữa các môn học nhằm đạt được mục tiêu giáo dục của cấp học.

2.2. Việc thể hiện Chuẩn kiến thức, kĩ năng ở cuối chương trình cấp học thể hiện hình mẫu mong đợi về người học sau mỗi cấp học và cần thiết cho công tác quản lí, chỉ đạo, đào tạo, bồi dưỡng giáo viên (GV).

2.3. Chương trình cấp học đã thể hiện chuẩn kiến thức, kĩ năng không phải đối với từng môn học mà đối với từng lĩnh vực học tập. Trong văn bản về chương trình của các cấp học, các chuẩn kiến thức, kĩ năng được biên soạn theo tinh thần :

a) Các chuẩn kiến thức, kĩ năng không được đưa vào cho từng môn học riêng biệt mà cho từng lĩnh vực học tập nhằm thể hiện sự gắn kết giữa các môn học và hoạt động giáo dục trong nhiệm vụ thực hiện mục tiêu của cấp học.

b) Chuẩn kiến thức, kĩ năng và yêu cầu về thái độ được thể hiện trong chương trình cấp học là các chuẩn của cấp học, tức là những yêu cầu cụ thể mà HS cần đạt được ở cuối cấp học. Cách thể hiện này tạo một tầm nhìn về sự phát triển của người học sau mỗi cấp học, đối chiếu với những gì mà mục tiêu của cấp học đã đề ra.

3. **Những đặc điểm của Chuẩn kiến thức, kĩ năng**

3.1. Chuẩn kiến thức, kĩ năng được chi tiết, tường minh bằng các yêu cầu cụ thể, rõ ràng về kiến thức, kĩ năng.

3.2. Chuẩn kiến thức, kĩ năng có tính tối thiểu, nhằm đảm bảo mọi HS cần phải và có thể đạt được những yêu cầu cụ thể này.

3.3. Chuẩn kiến thức, kĩ năng là thành phần của CTGDPT.

Trong CTGDPT, Chuẩn kiến thức, kĩ năng và yêu cầu về thái độ đối với người học được thể hiện, cụ thể hoá ở các chủ đề của chương trình môn học theo từng lớp và ở các lĩnh vực học tập ; đồng thời, Chuẩn kiến thức, kĩ năng và yêu cầu về thái độ cũng được thể hiện ở phần cuối của chương trình mỗi cấp học.

Chuẩn kiến thức, kĩ năng là thành phần của CTGDPT. Việc chỉ đạo dạy học, kiểm tra, đánh giá theo Chuẩn kiến thức, kĩ năng sẽ tạo nên sự thống nhất ; làm hạn chế tình trạng dạy học quá tải, đưa thêm nhiều nội dung nặng nề, quá cao so với chuẩn kiến thức, kĩ năng vào dạy học, kiểm tra, đánh giá ; góp phần làm giảm tiêu cực của dạy thêm, học thêm ; tạo điều kiện cơ bản, quan trọng để có thể tổ chức giảng dạy, học tập, kiểm tra, đánh giá và thi theo Chuẩn kiến thức, kĩ năng.

III – CÁC MỨC ĐỘ VỀ KIẾN THỨC, KĨ NĂNG

Các mức độ về kiến thức, kĩ năng được thể hiện cụ thể trong Chuẩn kiến thức, kĩ năng của CTGDPT.

Về kiến thức : Yêu cầu HS phải nhớ, nắm vững, hiểu rõ các kiến thức cơ bản trong chương trình, sách giáo khoa, đó là nền tảng vững vàng để có thể phát triển năng lực nhận thức ở cấp cao hơn.

Về kĩ năng : Biết vận dụng các kiến thức đã học để trả lời câu hỏi, giải bài tập, làm thực hành ; có kĩ năng tính toán, vẽ hình, dựng biểu đồ,...

Kiến thức, kĩ năng phải dựa trên cơ sở phát triển năng lực, trí tuệ HS ở các mức độ, từ đơn giản đến phức tạp ; nội dung bao hàm các mức độ khác nhau của nhận thức.

Mức độ cần đạt được về kiến thức được xác định theo 6 mức độ : nhận biết, thông hiểu, vận dụng, phân tích, đánh giá và sáng tạo (có thể tham khảo thêm phân loại Nikko gồm 4 mức độ : nhận biết, thông hiểu, vận dụng ở mức thấp, vận dụng ở mức cao).

1. Nhận biết : Là sự nhớ lại các dữ liệu, thông tin đã có trước đây ; nghĩa là có thể nhận biết thông tin, ghi nhớ, tái hiện thông tin, nhắc lại một loạt dữ liệu, từ các sự kiện đơn giản đến các lí thuyết phức tạp. Đây là mức độ, yêu cầu thấp nhất của trình độ nhận thức, thể hiện ở chỗ HS có thể và chỉ cần nhớ hoặc nhận ra khi được đưa ra hoặc dựa trên những thông tin có tính đặc thù của một khái niệm, một sự vật, một hiện tượng.

HS phát biểu đúng một định nghĩa, định lí, định luật nhưng chưa giải thích và vận dụng được chúng.

Có thể cụ thể hoá mức độ nhận biết bằng các yêu cầu :

– Nhận ra, nhớ lại các khái niệm, định lí, định luật, tính chất.

– Nhận dạng được (không cần giải thích) các khái niệm, hình thể, vị trí tương đối giữa các đối tượng trong các tình huống đơn giản.

– Liệt kê, xác định các vị trí tương đối, các mối quan hệ đã biết giữa các yếu tố, các hiện tượng.

2. Thông hiểu : Là khả năng nắm được, hiểu được ý nghĩa của các khái niệm, sự vật, hiện tượng ; giải thích, chứng minh được ý nghĩa của các khái niệm, sự vật, hiện tượng ; là mức độ cao hơn nhận biết nhưng là mức độ thấp nhất của việc thấu hiểu sự vật, hiện tượng, liên quan đến ý nghĩa của các mối quan hệ giữa các khái niệm, thông tin mà HS đã học hoặc đã biết. Điều đó có thể được thể hiện bằng việc chuyển thông tin từ dạng này sang dạng khác, bằng cách giải thích thông tin (giải thích hoặc tóm tắt) và bằng cách ước lượng xu hướng tương lai (dự báo các hệ quả hoặc ảnh hưởng).

Có thể cụ thể hoá mức độ thông hiểu bằng các yêu cầu :

– Diễn tả bằng ngôn ngữ cá nhân các khái niệm, định lí, định luật, tính chất, chuyển đổi được từ hình thức ngôn ngữ này sang hình thức ngôn ngữ khác (ví dụ : từ lời sang công thức, kí hiệu, số liệu và ngược lại).

– Biểu thị, minh hoạ, giải thích được ý nghĩa của các khái niệm, hiện tượng, định nghĩa, định lí, định luật.

– Lựa chọn, bổ sung, sắp xếp lại những thông tin cần thiết để giải quyết một vấn đề nào đó.

– Sắp xếp lại các ý trả lời câu hỏi hoặc lời giải bài toán theo cấu trúc lôgic.

3. Vận dụng : Là khả năng sử dụng các kiến thức đã học vào một hoàn cảnh cụ thể mới : vận dụng nhận biết, hiểu biết thông tin để giải quyết vấn đề đặt ra ; là khả năng đòi hỏi HS phải biết vận dụng kiến thức, biết sử dụng phương pháp, nguyên lí hay ý tưởng để giải quyết một vấn đề nào đó.

Yêu cầu áp dụng được các quy tắc, phương pháp, khái niệm, nguyên lí, định lí, định luật, công thức để giải quyết một vấn đề trong học tập hoặc của thực tiễn. Đây là mức độ thông hiểu cao hơn mức độ thông hiểu trên.

Có thể cụ thể hoá mức độ vận dụng bằng các yêu cầu :

– So sánh các phương án giải quyết vấn đề.

– Phát hiện lời giải có mâu thuẫn, sai lầm và chỉnh sửa được.

– Giải quyết được những tình huống mới bằng cách vận dụng các khái niệm, định lí, định luật, tính chất đã biết.

– Khái quát hoá, trừu tượng hoá từ tình huống đơn giản, đơn lẻ quen thuộc sang tình huống mới, phức tạp hơn.

4. Phân tích : Là khả năng phân chia một thông tin ra thành các phần thông tin nhỏ sao cho có thể hiểu được cấu trúc, tổ chức của nó và thiết lập mối liên hệ phụ thuộc lẫn nhau giữa chúng.

Yêu cầu chỉ ra được các bộ phận cấu thành, xác định được mối quan hệ giữa các bộ phận, nhận biết và hiểu được nguyên lí cấu trúc của các bộ phận cấu thành. Đây là mức độ cao hơn vận dụng vì nó đòi hỏi sự thấu hiểu cả về nội dung lẫn hình thái cấu trúc của thông tin, sự vật, hiện tượng.

Có thể cụ thể hoá mức độ phân tích bằng các yêu cầu :

– Phân tích các sự kiện, dữ kiện thừa, thiếu hoặc đủ để giải quyết được vấn đề.

– Xác định được mối quan hệ giữa các bộ phận trong toàn thể.

– Cụ thể hoá được những vấn đề trừu tượng.

– Nhận biết và hiểu được cấu trúc các bộ phận cấu thành.

5. Đánh giá : Là khả năng xác định giá trị của thông tin : bình xét, nhận định, xác định được giá trị của một tư tưởng, một nội dung kiến thức, một phương pháp. Đây là một bước mới trong việc lĩnh hội kiến thức được đặc trưng bởi việc đi sâu vào bản chất của đối tượng, sự vật, hiện tượng. Việc đánh giá dựa trên các tiêu chí nhất định ; đó có thể là các tiêu chí bên trong (cách tổ chức) hoặc các tiêu chí bên ngoài (phù hợp với mục đích).

Yêu cầu xác định được các tiêu chí đánh giá (người đánh giá tự xác định hoặc được cung cấp các tiêu chí) và vận dụng được để đánh giá.

Có thể cụ thể hoá mức độ đánh giá bằng các yêu cầu :

– Xác định được các tiêu chí đánh giá và vận dụng để đánh giá thông tin, sự vật, hiện tượng, sự kiện.

– Đánh giá, nhận định giá trị của các thông tin, tư liệu theo một mục đích, yêu cầu xác định.

– Phân tích những yếu tố, dữ kiện đã cho để đánh giá sự thay đổi về chất của sự vật, sự kiện.

– Đánh giá, nhận định được giá trị của nhân tố mới xuất hiện khi thay đổi các mối quan hệ cũ.

Các công cụ đánh giá có hiệu quả phải giúp xác định được kết quả học tập ở mọi cấp độ nói trên để đưa ra một nhận định chính xác về năng lực của người được đánh giá về chuyên môn liên quan.

6. Sáng tạo : Là khả năng tổng hợp, sắp xếp, thiết kế lại thông tin ; khai thác, bổ sung thông tin từ các nguồn tư liệu khác để sáng lập một hình mẫu mới.

Yêu cầu tạo ra được một hình mẫu mới, một mạng lưới các quan hệ trừu tượng (sơ đồ phân lớp thông tin). Kết quả học tập trong lĩnh vực này nhấn mạnh vào các hành vi, năng lực sáng tạo, đặc biệt là trong việc hình thành các cấu trúc và mô hình mới.

Có thể cụ thể hoá mức độ sáng tạo bằng các yêu cầu :

– Mở rộng một mô hình ban đầu thành mô hình mới.

– Khái quát hoá những vấn đề riêng lẻ, cụ thể thành vấn đề tổng quát mới.

– Kết hợp nhiều yếu tố riêng thành một tổng thể hoàn chỉnh mới.

– Dự đoán, dự báo sự xuất hiện nhân tố mới khi thay đổi các mối quan hệ cũ.

Đây là mức độ cao nhất của nhận thức, vì nó chứa đựng các yếu tố của những mức độ nhận thức trên và đồng thời cũng phát triển chúng.

IV – CHUẨN KIẾN THỨC, KĨ NĂNG CỦA CHƯƠNG TRÌNH GIÁO DỤC PHỔ THÔNG VỪA LÀ CĂN CỨ, VỪA LÀ MỤC TIÊU CỦA GIẢNG DẠY, HỌC TẬP, KIỂM TRA, ĐÁNH GIÁ

Chuẩn kiến thức, kĩ năng và yêu cầu về thái độ của CTGDPT bảo đảm tính thống nhất, tính khả thi, phù hợp của CTGDPT ; bảo đảm chất lượng và hiệu quả của quá trình giáo dục.

1. Chuẩn kiến thức, kĩ năng là căn cứ

1.1. Biên soạn sách giáo khoa (SGK) và các tài liệu hướng dẫn dạy học, kiểm tra, đánh giá, đổi mới phương pháp dạy học, đổi mới kiểm tra, đánh giá.

1.2. Chỉ đạo, quản lí, thanh tra, kiểm tra việc thực hiện dạy học, kiểm tra, đánh giá, sinh hoạt chuyên môn, đào tạo, bồi dưỡng cán bộ quản lí và GV.

1.3. Xác định mục tiêu của mỗi giờ học, mục tiêu của quá trình dạy học, đảm bảo chất lượng giáo dục.

1.4. Xác định mục tiêu kiểm tra, đánh giá đối với từng bài kiểm tra, bài thi ; đánh giá kết quả giáo dục từng môn học, lớp học, cấp học.

2. Tài liệu *Hướng dẫn thực hiện Chuẩn kiến thức, kĩ năng* được biên soạn theo hướng chi tiết các yêu cầu cơ bản, tối thiểu về kiến thức, kĩ năng của Chuẩn kiến thức, kĩ năng bằng các nội dung chọn lọc trong SGK.

Tài liệu giúp các cán bộ quản lí giáo dục, các cán bộ chuyên môn, GV, HS nắm vững và thực hiện đúng theo Chuẩn kiến thức, kĩ năng.

3. Yêu cầu dạy học bám sát Chuẩn kiến thức, kĩ năng

3.1. Yêu cầu chung

a) Căn cứ Chuẩn kiến thức, kĩ năng để xác định mục tiêu bài học. Chú trọng dạy học nhằm đạt được các yêu cầu cơ bản và tối thiểu về kiến thức, kĩ năng, đảm bảo không quá tải và không quá lệ thuộc hoàn toàn vào SGK ; mức độ khai thác sâu kiến thức, kĩ năng trong SGK phải phù hợp với khả năng tiếp thu của HS.

b) Sáng tạo về phương pháp dạy học phát huy tính chủ động, tích cực, tự giác học tập của HS. Chú trọng rèn luyện phương pháp tư duy, năng lực tự học, tự nghiên cứu ; tạo niềm vui, hứng khởi, nhu cầu hành động và thái độ tự tin trong học tập cho HS.

c) Dạy học thể hiện mối quan hệ tích cực giữa GV và HS, giữa HS với HS ; tiến hành thông qua việc tổ chức các hoạt động học tập của HS, kết hợp giữa học tập cá thể với học tập hợp tác, làm việc theo nhóm.

d) Dạy học chú trọng đến việc rèn luyện các kĩ năng, năng lực hành động, vận dụng kiến thức, tăng cường thực hành và gắn nội dung bài học với thực tiễn cuộc sống.

e) Dạy học chú trọng đến việc sử dụng có hiệu quả phương tiện, thiết bị dạy học được trang bị hoặc do GV và HS tự làm ; quan tâm ứng dụng công nghệ thông tin trong dạy học.

g) Dạy học chú trọng đến việc động viên, khuyến khích kịp thời sự tiến bộ của HS trong quá trình học tập ; đa dạng nội dung, các hình thức, cách thức đánh giá và tăng cường hiệu quả việc đánh giá.

3.2. Yêu cầu đối với cán bộ quản lí cơ sở giáo dục

a) Nắm vững chủ trương đổi mới giáo dục phổ thông của Đảng, Nhà nước ; nắm vững mục đích, yêu cầu, nội dung đổi mới thể hiện cụ thể trong các văn bản chỉ đạo của Ngành, trong Chương trình và SGK, phương pháp dạy học (PPDH), sử dụng phương tiện, thiết bị dạy học, hình thức tổ chức dạy học và đánh giá kết quả giáo dục.

b) Nắm vững yêu cầu dạy học bám sát Chuẩn kiến thức, kĩ năng trong CTGDPT, đồng thời tạo điều kiện thuận lợi cho GV, động viên, khuyến khích GV tích cực đổi mới PPDH.

c) Có biện pháp quản lí, chỉ đạo tổ chức thực hiện đổi mới PPDH trong nhà trường một cách hiệu quả ; thường xuyên kiểm tra, đánh giá các hoạt động dạy học theo định hướng dạy học bám sát Chuẩn kiến thức, kĩ năng đồng thời với tích cực đổi mới PPDH.

d) Động viên, khen thưởng kịp thời những GV thực hiện có hiệu quả đồng thời với phê bình, nhắc nhở những người chưa tích cực đổi mới PPDH, dạy quá tải do không bám sát Chuẩn kiến thức, kĩ năng.

3.3. Yêu cầu đối với giáo viên

a) Bám sát Chuẩn kiến thức, kĩ năng để thiết kế bài giảng, với mục tiêu là đạt được các yêu cầu cơ bản, tối thiểu về kiến thức, kĩ năng, dạy không quá tải và không quá lệ thuộc hoàn toàn vào SGK. Việc khai thác sâu kiến thức, kĩ năng phải phù hợp với khả năng tiếp thu của HS.

b) Thiết kế, tổ chức, hướng dẫn HS thực hiện các hoạt động học tập với các hình thức đa dạng, phong phú, có sức hấp dẫn phù hợp với đặc trưng bài học, với đặc điểm và trình độ HS, với điều kiện cụ thể của lớp, trường và địa phương.

c) Động viên, khuyến khích, tạo cơ hội và điều kiện cho HS được tham gia một cách tích cực, chủ động, sáng tạo vào quá trình khám phá, phát hiện, đề xuất và lĩnh hội kiến thức ; chú ý khai thác vốn kiến thức, kinh nghiệm, kĩ năng đã có của HS ; tạo niềm vui, hứng khởi, nhu cầu hành động và thái độ tự tin trong học tập cho HS ; giúp HS phát triển tối đa năng lực, tiềm năng của bản thân.

d) Thiết kế và hướng dẫn HS thực hiện các dạng câu hỏi, bài tập phát triển tư duy và rèn luyện kĩ năng ; hướng dẫn sử dụng các thiết bị dạy học ; tổ chức có hiệu quả các giờ thực hành ; hướng dẫn HS có thói quen vận dụng kiến thức đã học vào giải quyết các vấn đề thực tiễn.

e) Sử dụng các phương pháp và hình thức tổ chức dạy học một cách hợp lí, hiệu quả, linh hoạt, phù hợp với đặc trưng của cấp học, môn học ; nội dung, tính chất của bài học ; đặc điểm và trình độ HS ; thời lượng dạy học và các điều kiện dạy học cụ thể của trường, địa phương.

4. Yêu cầu kiểm tra, đánh giá bám sát Chuẩn kiến thức, kĩ năng

4.1. Quan niệm về kiểm tra, đánh giá

Kiểm tra và đánh giá là hai khâu trong một quy trình thống nhất nhằm xác định kết quả thực hiện mục tiêu dạy học. Kiểm tra là thu thập thông tin từ riêng lẻ đến hệ thống về kết quả thực hiện mục tiêu dạy học ; đánh giá là xác định mức độ đạt được về thực hiện mục tiêu dạy học.

Đánh giá kết quả học tập thực chất là việc xem xét mức độ đạt được của hoạt động học của HS so với mục tiêu đề ra đối với từng môn học, từng lớp học, cấp học. Mục tiêu của mỗi môn học được cụ thể hoá thành các chuẩn kiến thức, kĩ năng. Từ các chuẩn này, khi tiến hành kiểm tra, đánh giá kết quả học tập môn học cần phải thiết kế thành những tiêu chí nhằm kiểm tra được đầy đủ cả về định tính và định lượng kết quả học tập của HS.

4.2. Hai chức năng cơ bản của kiểm tra, đánh giá

a) Chức năng xác định

– Xác định mức độ đạt được trong việc thực hiện mục tiêu dạy học, xác định mức độ thực hiện Chuẩn kiến thức, kĩ năng của chương trình giáo dục mà HS đạt được khi kết thúc một giai đoạn học tập (kết thúc một bài, chương, chủ đề, chủ điểm, mô đun, lớp học, cấp học).

– Xác định đòi hỏi tính chính xác, khách quan, công bằng.

b) Chức năng điều khiển : Phát hiện những mặt tốt, mặt chưa tốt, khó khăn, vướng mắc và xác định nguyên nhân. Kết quả đánh giá là căn cứ để quyết định giải pháp cải thiện thực trạng, nâng cao chất lượng, hiệu quả dạy học và giáo dục thông qua việc đổi mới, tối ưu hoá PPDH của GV và hướng dẫn HS biết tự đánh giá để tối ưu hoá phương pháp học tập. Thông qua chức năng này, kiểm tra, đánh giá sẽ là điều kiện cần thiết :

– Giúp GV nắm được tình hình học tập, mức độ phân hoá về trình độ học lực của HS trong lớp, từ đó có biện pháp giúp đỡ HS yếu kém và bồi dưỡng HS giỏi ; giúp GV điều chỉnh, hoàn thiện PPDH ;

– Giúp HS biết được khả năng học tập của mình so với yêu cầu của chương trình ; xác định nguyên nhân thành công cũng như chưa thành công, từ đó điều chỉnh phương pháp học tập ; phát triển kĩ năng tự đánh giá ;

– Giúp cán bộ quản lí giáo dục đề ra giải pháp quản lí phù hợp để nâng cao chất lượng giáo dục ;

– Giúp cha mẹ HS và cộng đồng biết được kết quả giáo dục của từng HS, từng lớp và của cả cơ sở giáo dục.

4.3. Yêu cầu kiểm tra, đánh giá

a) Kiểm tra, đánh giá phải ***căn cứ vào Chuẩn kiến thức, kĩ năng*** của từng môn học ở từng lớp ; các yêu cầu cơ bản, tối thiểu cần đạt về kiến thức, kĩ năng của HS sau mỗi giai đoạn, mỗi lớp, mỗi cấp học.

b) Chỉ đạo, kiểm tra việc thực hiện chương trình, kế hoạch giảng dạy, học tập của các nhà trường ; tăng cường đổi mới khâu kiểm tra, đánh giá thường xuyên, định kì ; đảm bảo chất lượng kiểm tra, đánh giá thường xuyên, định kì chính xác, khách quan, công bằng ; không hình thức, đối phó nhưng cũng không gây áp lực nặng nề. Kiểm tra thường xuyên và định kì theo hướng vừa đánh giá được đúng Chuẩn kiến thức, kĩ năng, vừa có khả năng phân hoá cao ; kiểm tra kiến thức, kĩ năng cơ bản, năng lực vận dụng kiến thức của người học, thay vì chỉ kiểm tra học thuộc lòng, nhớ máy móc kiến thức.

c) Áp dụng các phương pháp phân tích hiện đại để tăng cường tính tương đương của các đề kiểm tra, thi. Kết hợp thật hợp lí các hình thức kiểm tra, thi vấn đáp, tự luận và trắc nghiệm nhằm hạn chế lối học tủ, học lệch, học vẹt ; phát huy ưu điểm và hạn chế nhược điểm của mỗi hình thức.

d) Đánh giá chính xác, đúng thực trạng : đánh giá cao hơn thực tế sẽ triệt tiêu động lực phấn đấu vươn lên ; ngược lại, đánh giá khắt khe quá mức hoặc thái độ thiếu thân thiện, không thấy được sự tiến bộ, sẽ ức chế tình cảm, trí tuệ, giảm vai trò tích cực, chủ động, sáng tạo của HS.

e) Đánh giá kịp thời, có tác dụng giáo dục và động viên sự tiến bộ của HS, giúp HS sửa chữa thiếu sót. Đánh giá cả quá trình lĩnh hội tri thức của HS, chú trọng đánh giá hành động, tình cảm của HS : nghĩ và làm ; năng lực vận dụng vào thực tiễn, thể hiện qua ứng xử, giao tiếp ; quan tâm tới mức độ hoạt động tích cực, chủ động của HS trong từng tiết học tiếp thu tri thức mới, ôn luyện cũng như các tiết thực hành, thí nghiệm.

g) Khi đánh giá kết quả học tập, thành tích học tập của HS không chỉ đánh giá kết quả cuối cùng, mà cần chú ý cả quá trình học tập. Cần tạo điều kiện cho HS cùng tham gia xác định tiêu chí đánh giá kết quả học tập với yêu cầu không tập trung vào khả năng tái hiện tri thức mà chú trọng khả năng vận dụng tri thức trong việc giải quyết các nhiệm vụ phức hợp. Có nhiều hình thức và độ phân hoá cao trong đánh giá.

h) Khi đánh giá hoạt động dạy học không chỉ đánh giá thành tích học tập của HS, mà còn bao gồm đánh giá cả quá trình dạy học nhằm cải tiến hoạt động dạy học. Chú trọng phương pháp, kĩ thuật lấy thông tin phản hồi từ HS để đánh giá quá trình dạy học.

i) Kết hợp thật hợp lí giữa đánh giá định tính và định lượng : Căn cứ vào đặc điểm của từng môn học và hoạt động giáo dục ở mỗi lớp học, cấp học, quy định đánh giá bằng điểm kết hợp với nhận xét của GV hay đánh giá bằng nhận xét, xếp loại của GV.

k) Kết hợp đánh giá trong và đánh giá ngoài.

Để có thêm các kênh thông tin phản hồi khách quan, cần kết hợp hài hoà giữa đánh giá trong và đánh giá ngoài :

– Tự đánh giá của HS với đánh giá của bạn học, của GV, của cơ sở giáo dục, của gia đình và cộng đồng.

– Tự đánh giá của GV với đánh giá của đồng nghiệp, của HS, gia đình HS, của các cơ quan quản lí giáo dục và của cộng đồng.

– Tự đánh giá của cơ sở giáo dục với đánh giá của các cơ quan quản lí giáo dục và của cộng đồng.

– Tự đánh giá của ngành Giáo dục với đánh giá của xã hội và đánh giá quốc tế.

l) Phải là động lực thúc đẩy đổi mới PPDH : Đổi mới PPDH và đổi mới kiểm tra, đánh giá là hai mặt thống nhất hữu cơ của quá trình dạy học, là nhân tố quan trọng nhất đảm bảo chất lượng dạy học.

4.4. Các tiêu chí của kiểm tra, đánh giá

a) Đảm bảo tính toàn diện : Đánh giá được các mặt kiến thức, kĩ năng, năng lực, ý thức, thái độ, hành vi của HS.

b) Đảm bảo độ tin cậy : Tính chính xác, trung thực, minh bạch, khách quan, công bằng trong đánh giá, phản ánh được chất lượng thực của HS, của các cơ sở giáo dục.

c) Đảm bảo tính khả thi : Nội dung, hình thức, cách thức, phương tiện tổ chức kiểm tra, đánh giá phải phù hợp với điều kiện HS, cơ sở giáo dục, đặc biệt là phù hợp với mục tiêu theo từng môn học.

d) Đảm bảo yêu cầu phân hoá: Phân loại được chính xác trình độ, mức độ, năng lực nhận thức của học sinh, cơ sở giáo dục ; cần đảm bảo dải phân hoá rộng đủ cho phân loại đối tượng.

e) Đảm bảo hiệu quả : Đánh giá được tất cả các lĩnh vực cần đánh giá HS, cơ sở giáo dục ; thực hiện được đầy đủ các mục tiêu đề ra ; tạo động lực đổi mới phương pháp dạy học, góp phần nâng cao chất lượng giáo dục.

PHẦN THỨ HAI

HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN KIẾN THỨC, KĨ NĂNG MÔN TOÁN THPT

NỘI DUNG MÔN TOÁN THPT

Nội dung môn Toán bao gồm những kiến thức cơ bản về :

– Số và các phép tính trên tập hợp số thực, số phức.

– Mệnh đề và tập hợp ; các biểu thức đại số và lượng giác ; phương trình (bậc nhất, bậc hai, quy về bậc hai) ; hệ phương trình (bậc nhất, bậc hai) ; bất phương trình (bậc nhất, bậc hai, quy về bậc hai) và hệ bất phương trình bậc nhất (một ẩn, hai ẩn).

– Hàm số, giới hạn, đạo hàm, nguyên hàm, tích phân và ứng dụng của chúng.

– Các quan hệ hình học và một số hình thông dụng (điểm, đường thẳng, mặt phẳng, hình tam giác, hình tròn, elip, hình đa diện, hình tròn xoay) ; phép dời hình và phép đồng dạng ; vectơ và toạ độ.

– Một số kiến thức ban đầu về thống kê, tổ hợp, xác suất.

KĨ NĂNG CƠ BẢN

– Thực hiện được các phép tính luỹ thừa, khai căn, lôgarit trên tập số thực và một số phép tính đơn giản trên tập số phức.

– Khảo sát được một số hàm số cơ bản : hàm số bậc hai, bậc ba, hàm số bậc bốn trùng phương, hàm số phân thức $y = \dfrac{ax + b}{cx + d}$, $y = \dfrac{ax^2 + bx + c}{cx + d}$, hàm số lượng giác, hàm số mũ, hàm số lôgarit.

– Giải thành thạo phương trình, bất phương trình bậc nhất, bậc hai, hệ phương trình bậc nhất. Giải được một số hệ phương trình, hệ bất phương trình bậc hai ; phương trình lượng giác ; phương trình, bất phương trình, hệ phương trình mũ và lôgarit đơn giản.

– Giải được một số bài toán về biến đổi lượng giác, luỹ thừa, mũ, lôgarit, về dãy số, về giới hạn của dãy số và hàm số.

– Tính được đạo hàm, nguyên hàm, tích phân của một số hàm số.

– Vẽ hình ; vẽ biểu đồ ; đo đạc ; tính độ dài, góc, diện tích, thể tích. Viết phương trình đường thẳng, đường tròn, elip, mặt phẳng, mặt cầu.

– Thu thập và xử lí số liệu ; tính toán về tổ hợp và xác suất.

– Ước lượng kết quả đo đạc và tính toán.

– Sử dụng các công cụ đo, vẽ, tính toán.

– Suy luận và chứng minh.

– Giải toán và vận dụng kiến thức toán học trong học tập và đời sống.

PHẨM CHẤT TƯ DUY VÀ THÁI ĐỘ

– Khả năng quan sát, dự đoán, suy luận hợp lí và suy luận lôgic.

– Các thao tác tư duy cơ bản (phân tích, tổng hợp).

– Các phẩm chất tư duy, đặc biệt là tư duy linh hoạt, độc lập và sáng tạo.

– Khả năng diễn đạt chính xác, rõ ràng ý tưởng của mình và hiểu được ý tưởng của người khác.

– Phát triển trí tưởng tượng không gian.

– Có ý thức tự học, hứng thú và tự tin trong học tập.

– Có đức tính trung thực, cần cù, vượt khó, cẩn thận, chính xác, kỉ luật, sáng tạo.

– Có ý thức hợp tác, trân trọng thành quả lao động của mình và của người khác.

– Nhận biết được vẻ đẹp của toán học và yêu thích môn Toán.

GIỚI THIỆU MẠCH KIẾN THỨC CHƯƠNG TRÌNH MÔN TOÁN PHỔ THÔNG

Ghi chú : + Các yếu tố kiến thức chuẩn bị.

* Học chính thức.

MẠCH NỘI DUNG	CHỦ ĐỀ	LỚP											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1. Số	1.1. Số tự nhiên	*	*	*	*	*	*						
	1.2. Số nguyên						*						
	1.3. Số hữu tỉ - Phân số		+	+	*	*	*						
	- Số thập phân					*	*	*					
	- Số hữu tỉ							*					
	1.4. Số thực							*		*			
	1.5. Số phức												*

MẠCH NỘI DUNG	CHỦ ĐỀ	LỚP											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2. Đại lượng và đo đại lượng	2.1. Độ dài	*	*	*			*			*	*		
	2.2. Góc			+	+		*				*	*	
	2.3. Diện tích			+	+	+			*	*	*		*
	2.4. Thể tích					+			*	*			*
	2.5. Khối lượng		*	*	*								
	2.6. Thời gian	*	*	*	*	*							
	2.7. Vận tốc					*						*	
	2.8. Tiền tệ		*	*									
3. Đại số	3.1. Tập hợp, mệnh đề						*				*		
	3.2. Biểu thức đại số			+	+	+		*	*	*	*		
	3.3. Hàm số và đồ thị				+	+	+	*		*	*	*	*
	3.4. Phương trình, hệ phương trình		+	+	+	+	+	+	*	*	*	*	*
	3.5. Bất đẳng thức, bất phương trình	+	+	+	+	+	+	+	*		*		*
	3.6. Lượng giác									+	*	*	
	3.7. Dãy số, cấp số cộng, cấp số nhân		+	+	+	+	+	+	+			*	

MẠCH NỘI DUNG	CHỦ ĐỀ	LỚP											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4. Giải tích	4.1. Giới hạn - Giới hạn của dãy số											*	
	- Giới hạn của hàm số											*	
	- Hàm số liên tục											*	
	4.2. Đạo hàm											*	*
	4.3. Nguyên hàm, tích phân												*
5. Hình học	5.1. Các khái niệm hình học mở đầu	+					*						
	5.2. Đại cương về đường thẳng và mặt phẳng		+				*					*	
	5.3. Quan hệ song song - Trong mặt phẳng				+	+		*					
	- Trong không gian								+			*	
	5.4. Quan hệ vuông góc - Trong mặt phẳng				+	+		*					
	- Trong không gian								+			*	
	5.5. Đa giác - Tam giác	+	+	+	+	+		*	*	*	*		
	- Tứ giác	+	+	+	+	+			*	*			
	- Đa giác								*				

MẠCH NỘI DUNG	CHỦ ĐỀ	LỚP											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	5.6. Đường tròn, hình tròn	+		+	+	+	+			*			
	5.7. Hình đa diện					+			*			*	*
	5.8. Hình tròn xoay					+				*			*
	5.9. Vectơ - Trong mặt phẳng										*		
	- Trong không gian											*	*
	5.10. Toạ độ - Trong mặt phẳng							+			*		
	- Trong không gian												*
	5.11. Phép dời hình - Trong mặt phẳng								+			*	
	- Trong không gian												*
	5.12. Phép đồng dạng - Trong mặt phẳng								+			*	
	- Trong không gian												*
6. Thống kê. Tổ hợp. Xác suất	6.1. Thống kê			+	+	+		*			*		
	6.2. Tổ hợp											*	
	6.3. Xác suất											*	

DẠY HỌC MỘT SỐ NỘI DUNG CỦA CHƯƠNG TRÌNH MÔN TOÁN

1. Dạy học các hệ thống số

a) Đặt vấn đề mở rộng các hệ thống số : từ thực tiễn, từ nội bộ toán học, phối hợp.

b) Dạy học những khái niệm số : số và phép toán, ý nghĩa thực tế của những khái niệm số.

c) Dạy học phép tính và quan hệ thứ tự : rèn kĩ năng tính toán, phát triển năng lực trí tuệ, ngầm hình thành quan niệm về cấu trúc.

d) Dạy học những tính chất của mỗi hệ thống số : $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$.

e) Hệ thống hoá sự phát triển của khái niệm số và làm rõ (giới thiệu) phương pháp mở rộng một hệ thống số.

2. Dạy học phương trình và bất phương trình

a) Dạy học khái niệm phương trình và những khái niệm có liên quan.

b) Dạy học phương trình dựa vào hàm mệnh đề : quan niệm về đẳng thức ; hiểu đúng thực chất của dấu = trong phương trình (hình thức), phân biệt dấu = trong phương trình và dấu = trong biến đổi đồng nhất ; điều kiện xác định và nghiệm phương trình.

c) Sử dụng ngôn ngữ của lí thuyết tập hợp và lôgic toán (biến đổi tương đương, hệ quả, kết hợp nghiệm,...).

d) Dạy học giải phương trình.

e) Diễn biến của tập nghiệm khi biến đổi phương trình : mở rộng, thu hẹp, tương đương.

f) Giải quyết phương diện ngữ nghĩa (xem xét nội dung của những mệnh đề toán học và nghĩa của những cách đặt vấn đề toán học) và phương diện cú pháp (xem xét cấu trúc hình thức và sự biến đổi hình thức những biểu thức toán học, sự làm việc theo những quy tắc xác định, theo thuật giải).

g) Dạy học giải bài toán bằng cách lập phương trình.

h) Thấy được ứng dụng của toán học trong thực tế và việc toán học hoá các bài toán có nội dung thực tiễn.

i) Phát hiện quan hệ giữa các đại lượng.

k) Kĩ năng giải bài toán, trọng tâm là kĩ năng lập và giải phương trình.

3. Dạy học hàm số

a) Dạy học khái niệm hàm số : giải thích định nghĩa hàm số dựa vào biểu tượng tập hợp và cấu trúc lôgic, minh hoạ khái niệm bằng các ví dụ đa dạng.

b) Dạy học khảo sát hàm số : tính toán phục vụ khảo sát, vẽ đồ thị, đọc đồ thị.

c) Phát triển tư duy hàm : tư tưởng chủ đạo (phát hiện, nghiên cứu những sự tương ứng) ; thực hiện gợi động cơ ; hình thành biểu tượng tiến tới tri thức về sự tương ứng đơn trị và tập luyện những hoạt động ăn khớp với tri thức phương pháp về tư duy hàm ; phân bậc hoạt động về tư duy hàm (sự phức tạp, mức độ độc lập của hoạt động nhận thức học sinh, mức độ thành thạo của hoạt động).

d) Phát triển tư duy hàm trong toàn bộ chương trình môn toán (theo các mạch toán).

4. Dạy học đạo hàm và tích phân

a) Dạy học hàm số liên tục : giới hạn của dãy số ; giới hạn của hàm số ; hàm số liên tục.

b) Dạy học đạo hàm : hình thành khái niệm ; dạy học tìm đạo hàm ; dạy học ứng dụng của đạo hàm.

c) Dạy học nguyên hàm và tích phân : hình thành khái niệm ; dạy học tìm nguyên hàm ; khái niệm tích phân ; tính tích phân.

5. Dạy học hình học không gian

a) Dạy học khái niệm : hình thành, củng cố, vận dụng.

b) Dạy học chứng minh : gợi động cơ ; phương pháp suy luận và phương pháp chứng minh (xuôi, ngược lùi) ; quy tắc kết luận lôgic.

c) Hình vẽ trong dạy học hình học không gian : hình biểu diễn, hình vẽ trực quan trong dạy học.

6. Dạy học vectơ và toạ độ

a) Dạy học vectơ

– Dạy học khái niệm vectơ : mô tả tính cùng hướng bằng trực giác, sử dụng vectơ tự do một cách ẩn tàng, chú ý liên môn.

– Dạy học phép toán vectơ : cần định nghĩa phép toán, quy tắc thực hiện phép toán, các tính chất cơ bản của mỗi phép toán.

– Dạy giải bài tập về vectơ : chuyển ngôn ngữ, sử dụng các phép toán.

b) Dạy học toạ độ

– Dạy học phương pháp toạ độ trong mặt phẳng : hệ toạ độ, lập và sử dụng phương trình đường.

– Dạy học phương pháp toạ độ trong không gian liên hệ với hình học phẳng : thêm phép tính tích vectơ (có hướng).

c) Dạy học giải bài tập bằng toạ độ : làm quen với những cách xác định toạ độ của những yếu tố hình học ; quy trình giải một bài toán bằng phương pháp toạ độ.

7. Dạy học mạch toán ứng dụng

a) Dạy học yếu tố của phương pháp số

– Làm rõ mối liên hệ giữa phương pháp số, thuật giải và máy tính.

– Giới thiệu và cho sử dụng một số phương pháp số thông dụng : phương pháp lặp (tìm nghiệm).

– Hình thành thói quen làm tròn số và viết số theo quy tắc chuẩn.

b) Dạy học yếu tố của lí thuyết tối ưu

– Làm rõ nguồn gốc hoặc ý nghĩa thực tiễn của bài toán. (ví dụ : bài toán tìm đường đi ngắn nhất...).

– Cho HS giải toán tối ưu dựa vào những kiến thức toán học phổ thông : bất đẳng thức ; đạo hàm.

c) Dạy học một số yếu tố của xác suất thống kê

– Dạy thống kê mô tả (từ Tiểu học đến Trung học phổ thông).

– Dạy đại số tổ hợp.

Dạy một số yếu tố của lí thuyết xác suất : nêu ý nghĩa thống kê của xác suất.

8. Dạy học một số yếu tố của lí thuyết tập hợp và lôgic toán

a) Làm rõ những mối quan hệ giữa những khái niệm căn cứ vào những mối quan hệ giữa những tập hợp : biểu thị những mối quan hệ đó bằng biểu đồ Ven.

b) Yêu cầu sử dụng kí hiệu của tập hợp và lôgic trong diễn đạt toán học ; yêu cầu lôgic của định nghĩa khái niệm.

c) Phân tích các thành phần của chứng minh và các yêu cầu lôgic tương ứng : luận đề, luận cứ, luận chứng.

9. Dạy học theo mạch kiến thức toán

a) GV cần hình dung được mạch kiến thức trong chương trình toán ở trường phổ thông, cũng như mạch kiến thức chạy ngầm trong Toán học để có thể trình bày đúng khi dạy học và qua đó giúp HS hiểu và có thể thác triển được kiến thức đã học. Cần hình dung và lột tả các mạch dọc, mạch ngang để có thể ứng dụng, soi rọi kiến thức sơ cấp bởi kiến thức Toán cao cấp và ngược lại, chuyển hoá kiến thức Toán cao cấp thành sơ cấp (trong trường hợp có thể). Hướng dẫn HS sao cho qua việc học có được sơ đồ về mạch kiến thức có trong chương trình. Chú ý biện pháp thực hiện sao cho khả thi.

b) GV cần giúp HS hình dung được hệ thống kiến thức để có thể hình dung hệ thống bài tập, qua đó hình dung được mạch kiến thức. Từ đó biết cách khai thác và vận dụng trong giải toán, học toán và nghiên cứu Toán học.

c) Thông qua dạy học các mạch kiến thức, GV cần :

– Rèn luyện cho HS các thao tác tư duy : phân tích, tổng hợp, tương tự hoá, khái quát hoá, đặc biệt hoá,...

– Giúp HS cách làm giàu kiến thức, tức là dạy tri thức và dạy tri thức phương pháp. Như thế cũng là dạy HS cách suy nghĩ, dạy cách sáng tạo.

– Dạy HS cách học, biết tự học.

– Phân bậc hoạt động, tiến tới phân hoá đối tượng.

– Dạy học hướng tới phát triển.

d) Khi hình dung được các mạch toán, GV có thể tự làm giàu kiến thức, vươn tới biết tự sáng tác bài tập.

Dạy học mạch kiến thức cần gắn với dạy học các tình huống điển hình trong môn toán.

Qua việc tìm hiểu các mạch kiến thức toán ở trường phổ thông, GV cần vận dụng được trong dạy học các tình huống điển hình như :

a) Dạy học khái niệm

b) Dạy học định lí

c) Dạy học bài tập

d) Dạy học ôn tập.

Lưu ý tiến hành theo trình tự, chẳng hạn : tiếp cận, hình thành, củng cố, hệ thống hoá,...

HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN KIẾN THỨC, KĨ NĂNG MÔN TOÁN LỚP 12

A - KIẾN THỨC CHƯƠNG TRÌNH MÔN TOÁN LỚP 12

(Phần in nghiêng, đậm dành cho chương trình nâng cao)

SỐ

Số phức. Dạng đại số và các phép tính cộng, trừ, nhân, chia số phức. ***Căn bậc hai của số phức.*** Giải phương trình bậc hai. ***Dạng lượng giác của số phức và ứng dụng***.

ĐẠI SỐ

Hàm số luỹ thừa, hàm số mũ và hàm số lôgarit. Phương trình, bất phương trình mũ và lôgarit đơn giản. ***Một số hệ phương trình mũ, lôgarit đơn giản.***

GIẢI TÍCH

1. Ứng dụng đạo hàm để khảo sát hàm số. Đường tiệm cận đứng, đường tiệm cận ngang, ***đường tiệm cận xiên*** của đồ thị hàm số. Một số phép biến đổi đơn giản đồ thị. Sự tương giao của hai đồ thị.
2. Nguyên hàm. Tích phân. Ứng dụng tích phân để tính diện tích và thể tích vật thể.

HÌNH HỌC

1. Khối đa diện. Khối đa diện đều. Thể tích của khối đa diện.
2. Mặt cầu, mặt trụ, mặt nón và tương giao của chúng với mặt phẳng. Mặt tròn xoay. Diện tích mặt cầu. Diện tích xung quanh, diện tích toàn phần của hình trụ, hình nón. Thể tích của khối trụ, khối nón.
3. Toạ độ trong không gian. Phương trình mặt cầu. Phương trình mặt phẳng. Phương trình đường thẳng trong không gian. Vị trí tương đối giữa : hai đường thẳng, đường thẳng và mặt phẳng, hai mặt phẳng. Khoảng cách giữa : một điểm và một đường thẳng, một đường thẳng và một mặt phẳng, hai đường thẳng chéo nhau.

B - HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN KIẾN THỨC, KĨ NĂNG
MÔN TOÁN LỚP 12

(Phần in nghiêng, đậm dành cho chương trình nâng cao)

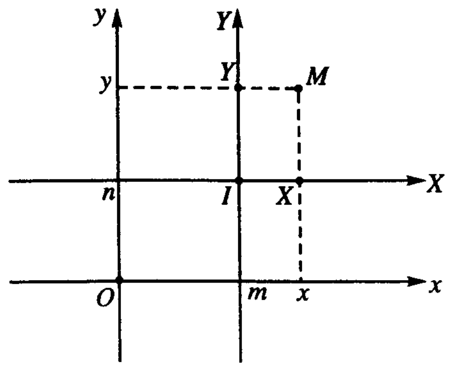
<table>
<tr><th rowspan="2">CHUẨN
KIẾN THỨC – KĨ NĂNG</th><th colspan="2">HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN</th></tr>
<tr><th>KIẾN THỨC CƠ BẢN</th><th>DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý</th></tr>
<tr><td colspan="3">I. ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ</td></tr>
<tr><td>1. Ứng dụng đạo hàm cấp một để xét sự biến thiên của hàm số
Về kiến thức :
– Biết tính đơn điệu của hàm số.
– Biết mối liên hệ giữa tính đồng biến, nghịch biến của một hàm số và dấu đạo hàm cấp một của nó.
Về kĩ năng :
Biết cách xét tính đồng biến, nghịch biến của một hàm số trên một khoảng dựa vào dấu đạo hàm cấp một của nó.</td><td>1. Giả sử $f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(a;b)$. Ta có :
a) Điều kiện đủ :
$f'(x)>0$ trên khoảng $(a;b)$ $\Rightarrow$ $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a;b)$.
$f'(x)<0$ trên khoảng $(a;b)$ $\Rightarrow$ $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(a;b)$.
b) Điều kiện cần :
$f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a;b)$ $\Rightarrow$ $f'(x)\geq 0$ trên khoảng $(a;b)$.
$f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(a;b)$ $\Rightarrow$ $f'(x)\leq 0$ trên khoảng $(a;b)$.
2. Phương pháp tìm các khoảng đồng biến, nghịch biến của một hàm số :
– Tìm tập xác định D của hàm số.</td><td>1. Xét tính đồng biến, nghịch biến của một hàm số.
2. Dựa vào tính chất đồng biến, nghịch biến của hàm số chứng minh một số bất đẳng thức đơn giản.
3. Sử dụng tính đơn điệu của hàm số để giải phương trình, bất phương trình.
Ví dụ. Xét tính đồng biến, nghịch biến của các hàm số sau :
a) $y = x^3 - 3x^2 - x + 3$;
b) $y = 2x^3 - 6x + 2$;
c) $y = x^4 - 2x^2 + 3$;
d) $y = \dfrac{3x+1}{1-x}$;
e) $y = \dfrac{x+1}{x-1}$;
f) $y = \dfrac{x^2-x+1}{x-1}$.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th rowspan="2">CHUẨN
KIẾN THỨC – KĨ NĂNG</th><th colspan="2">HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN</th></tr>
<tr><th>KIẾN THỨC CƠ BẢN</th><th>DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý</th></tr>
<tr><td></td><td>– Tính y', giải phương trình $y' = 0$.
– Lập bảng xét dấu y'.
– Sử dụng điều kiện đủ của tính đơn điệu để kết luận.
Chú ý : Trong điều kiện đủ, nếu $f'(x) = 0$ tại một số hữu hạn điểm thuộc khoảng $(a;b)$ thì kết luận vẫn đúng.</td><td>Ví dụ. Chứng minh rằng
$$\cos x < x - \frac{\pi}{2}$$
với mọi x thuộc khoảng $\left(\frac{\pi}{2};\pi\right)$.
Ví dụ. Chứng minh rằng :
$$x \geq \sin x,\ \forall x \geq 0.$$
HD : Xét $x > 1$ và xét $0 \leq x \leq 1$ với hàm số $f(x) = x - \sin x$.
Ví dụ. Giải phương trình :
$$\sin x - x = 0.$$
HD : Xét $x \geq 0$, sử dụng ví dụ trên, rồi xét $x \leq 0$ $\Rightarrow -x \geq 0$, sử dụng ví dụ trên.
Ví dụ. Giải phương trình, bất phương trình dạng :
$$f(u) = f(v),\ f(u) \leq f(v),$$
trong đó f là hàm số đơn điệu.</td></tr>
<tr><td>2. Cực trị của hàm số
Định nghĩa. Điều kiện đủ để hàm số có cực trị.
Về kiến thức :
– Biết các khái niệm điểm cực đại, điểm cực tiểu, điểm cực trị của hàm số.</td><td>Định nghĩa
Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(a ; b)$ (có thể a là $-\infty$; b là $+\infty$) và điểm $x_0 \in (a ; b)$.
a) Nếu tồn tại số $h > 0$ sao cho $f(x) < f(x_0)$ với mọi $x \in (x_0 - h ; x_0 + h)$ và $x \neq x_0$ thì ta nói hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại x_0.</td><td>1. Tìm điểm cực trị của hàm số.
2. Tính $y_{CĐ}$; y_{CT}.
3. Xác định tham số để hàm số đạt cực trị tại điểm x_0.</td></tr>
</table>

CHUẨN KIẾN THỨC – KĨ NĂNG	HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN	
	KIẾN THỨC CƠ BẢN	DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý
– Biết các điều kiện đủ để có điểm cực trị của hàm số. *Về kĩ năng :* Biết cách tìm điểm cực trị của hàm số.	b) Nếu tồn tại số $h > 0$ sao cho $f(x) > f(x_0)$ với mọi $x \in (x_0 - h \,;\, x_0 + h)$ và $x \neq x_0$ thì ta nói hàm số $f(x)$ đạt *cực tiểu* tại x_0. **Định lí 1** Giả sử hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng $K = (x_0 - h \,;\, x_0 + h)$ và có đạo hàm trên K hoặc trên $K \setminus \{x_0\}$, với $h > 0$. Khi đó : a) Nếu $\begin{cases} f'(x) > 0, \forall x \in (x_0 - h \,;\, x_0) \\ f'(x) < 0, \forall x \in (x_0 \,;\, x_0 + h) \end{cases}$ thì x_0 là điểm cực đại của $f(x)$. b) Nếu $\begin{cases} f'(x) < 0, \forall x \in (x_0 - h \,;\, x_0) \\ f'(x) > 0, \forall x \in (x_0 \,;\, x_0 + h) \end{cases}$ thì x_0 là điểm cực tiểu của $f(x)$. **Định lí 2** Giả sử hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp hai trong khoảng $(x_0 - h \,;\, x_0 + h)$ với $h > 0$. Khi đó : a) Nếu $\begin{cases} f'(x_0) = 0 \\ f''(x_0) > 0 \end{cases}$ thì x_0 là điểm cực tiểu của $f(x)$. b) Nếu $\begin{cases} f'(x_0) = 0 \\ f''(x_0) < 0 \end{cases}$ thì x_0 là điểm cực đại của $f(x)$.	*Ví dụ.* Tìm các điểm cực trị của các hàm số sau : a) $y = x^3(1 - x)^2$; b) $y = 2x^3 + 3x^2 - 36x - 10$; c) $y = x + \frac{1}{x}$; d) $y = \sin x + \cos x$. ***Ví dụ. Cho hàm số*** $$y = x^2 - 2mx + 5m + 3,$$ ***với m là tham số. Với giá trị nào của m thì hàm số đã cho có cực trị tại x = 2 ?*** *Ví dụ.* Tính khoảng cách giữa điểm cực đại và điểm cực tiểu của đồ thị hàm số : $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

CHUẨN KIẾN THỨC – KĨ NĂNG	HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN	
	KIẾN THỨC CƠ BẢN	**DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý**
	Quy tắc tìm cực trị của hàm số $y = f(x)$: QUY TẮC I 1. Tìm tập xác định. 2. Tính $f'(x)$. Tìm các điểm tại đó $f'(x)$ bằng 0 hoặc $f'(x)$ không xác định. 3. Lập bảng biến thiên. 4. Từ bảng biến thiên suy ra các điểm cực trị. QUY TẮC II 1. Tìm tập xác định. 2. Tính $f'(x)$. Giải phương trình $f'(x) = 0$ và kí hiệu x_i $(i = 1, 2,..., n)$ là các nghiệm của nó. 3. Tính $f''(x)$ và $f''(x_i)$. 4. Dựa vào dấu của $f''(x_i)$ suy ra tính chất cực trị của điểm x_i.	*Ví dụ.* Tìm các giá trị của m để $x = 1$ là điểm cực tiểu của hàm số $$y = \frac{x^2 - mx + m - 1}{x + 1}.$$ ***Ví dụ. Cho hàm số*** $$y = \frac{x^2 + 2x}{x - 1}. \quad (1)$$ ***a) Tính khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số* (1).** ***b) Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số* (1).** **Lưu ý** Cách xác định tham số để hàm số đạt cực trị tại x_0 cho trước : – Tìm tập xác định D của hàm số. – Tính $f'(x)$ – Do *f(x)* đạt cực trị tại x_0 nên $f'(x_0) = 0$ hoặc $f'(x)$ không xác định tại x_0. Từ đó suy ra m. – Thế giá trị m tìm được vào $f'(x)$ để kiểm tra. Nếu $f'(x)$ đổi dấu khi x qua x_0 thì hàm số có cực trị tại $x = x_0$, suy ra m là giá trị cần tìm.

CHUẨN KIẾN THỨC – KĨ NĂNG	HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN	
	KIẾN THỨC CƠ BẢN	DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý
3. Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số *Về kiến thức :* Biết các khái niệm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên một tập hợp số. *Về kĩ năng :* Biết cách tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất (nếu có) của hàm số trên một đoạn, một khoảng.	**Định nghĩa** Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định D. – Số M là giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên D nếu : $f(x) \le M$ $\forall x \in D$ và $\exists x_0 \in D$ sao cho $f(x_0) = M$. Kí hiệu $M = \max\limits_{D} f(x)$. – Số m là giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên D nếu : $f(x) \ge m$ $\forall x \in D$ và $\exists x_0 \in D$ sao cho $f(x_0) = m$. Kí hiệu $m = \min\limits_{D} f(x)$. **Định lí** $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a\,;b]$ thì tồn tại : $\max\limits_{[a\,;b]} f(x),\ \min\limits_{[a\,;b]} f(x),$ ***Cách tìm*** 1. Tìm các điểm $x_1, x_2, ..., x_n$ trên khoảng $(a\,;\,b)$ mà tại đó $f'(x)$ bằng 0 hoặc $f'(x)$ không xác định. 2. Tính $f(a), f(x_1), f(x_2), ..., f(x_n), f(b)$. 3. Tìm số lớn nhất M và số nhỏ nhất m trong các số trên. Ta có $M = \max\limits_{[a;b]} f(x),\ m = \min\limits_{[a;b]} f(x).$	1. Tìm giá trị lớn nhất (GTLN), giá trị nhỏ nhất (GTNN) của hàm số trên một đoạn, một khoảng, trên một tập cho trước, trên tập xác định. 2. Ứng dụng vào việc giải phương trình, bất phương trình. *Ví dụ.* Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất (nếu có) của hàm số : a) $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 35$ trên đoạn $[-4\,;4]$. b) $y = \sqrt{4 - x^2} + x$. ***Ví dụ. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số*** $y = \sqrt{6 - 3x}$ ***trên đoạn*** $[-1\,;1]$. ***Ví dụ. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số*** $y = \sqrt{2}\cos 2x + 4\sin x$ ***trên đoạn*** $\left[0\,;\frac{\pi}{2}\right]$. ***Ví dụ. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số*** $y = \sqrt{3 + x} + \sqrt{6 - x}.$

CHUẨN KIẾN THỨC – KĨ NĂNG	HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN	
	KIẾN THỨC CƠ BẢN	**DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý**
		Ví dụ. Tìm các giá trị của m để phương trình sau có nghiệm $$x^2 - \sqrt{4 - x^2} = m.$$ ***HD : Đặt ẩn phụ*** $t = \sqrt{4 - x^2}$. *Ví dụ* 1. Tính độ dài các cạnh của hình chữ nhật có chu vi nhỏ nhất trong số các hình chữ nhật có cùng diện tích 48m^2. 2. Tính các cạnh của hình chữ nhật có chu vi nhỏ nhất trong tất cả các hình chữ nhật có diện tích là a (m^2), ($a > 0$).
4. Đồ thị của hàm số và phép tịnh tiến hệ toạ độ *Về kiến thức :* ***Hiểu phép tịnh tiến hệ toạ độ và công thức đổi toạ độ qua phép tịnh tiến đó.*** *Về kĩ năng :* ***Vận dụng được phép tịnh tiến hệ toạ độ để biết được một số tính chất của đồ thị.***	Công thức chuyển hệ toạ độ trong phép tịnh tiến theo vectơ $\overrightarrow{OI}(m\,;\,n)$. $\begin{cases} x = X + m \\ y = Y + n. \end{cases}$ 	***Áp dụng phép tịnh tiến để vẽ đồ thị từ đồ thị cho trước.*** ***+ Chuyển phương trình đường cong sang hệ toạ độ mới, nhận xét được tính chất đồ thị.*** ***Ví dụ. Vẽ đồ thị của các hàm số sau bằng cách tịnh tiến đồ thị của các hàm số đã biết :*** ***a)*** $y = (x + 1)^2$ ***từ đồ thị hàm số*** $y = x^2$; ***b)*** $y = \dfrac{x^2}{2} - 5$ ***từ đồ thị hàm số*** $y = \dfrac{x^2}{2}$. ***Ví dụ. Chứng minh rằng đồ thị hàm số*** $y = x^3 - 3x + 2$ ***nhận điểm*** $I(0\,;\,2)$ ***là tâm đối xứng.***

CHUẨN KIẾN THỨC – KĨ NĂNG	HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN	
	KIẾN THỨC CƠ BẢN	DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý
5. Đường tiệm cận của đồ thị hàm số. Định nghĩa và cách tìm các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang, *tiệm cận xiên*. *Về kiến thức :* Biết khái niệm đường tiệm cận đứng, đường tiệm cận ngang, đường ***tiệm cận xiên*** của đồ thị. *Về kĩ năng :* Tìm được đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang, ***tiệm cận xiên*** của đồ thị hàm số.	**Tiệm cận** Kí hiệu (C) là đồ thị của hàm số $y = f(x)$. 1. *Tiệm cận đứng* Nếu $\lim\limits_{\substack{x \to x_0^+ \\ (x \to x_0^-)}} f(x) = +\infty$ hoặc $\lim\limits_{\substack{x \to x_0^+ \\ (x \to x_0^-)}} f(x) = -\infty$ thì đường thẳng $x = x_0$ là tiệm cận đứng của (C). 2. *Tiệm cận ngang* Nếu $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = y_0$ hoặc $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = y_0$ thì đường thẳng $y = y_0$ là tiệm cận ngang của (C). 3. *Tiệm cận xiên* Nếu $\lim\limits_{x \to +\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$ hoặc $\lim\limits_{x \to -\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$ thì đường thẳng $y = ax + b$ (với $a \neq 0$) là tiệm cận xiên của (C).	Sử dụng kiến thức về giới hạn : + Tìm tiệm cận đứng + Tìm tiệm cận ngang ***+ Tìm tiệm cận xiên*** ***+ Tìm tiệm cận của đồ thị hàm số vô tỉ.*** *Ví dụ.* Tìm đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị các hàm số sau : a) $y = \dfrac{3x - 2}{2x + 1}$; b) $y = \dfrac{x + 3}{x^2 - 4}$; c) $y = \dfrac{x + 5}{-x + 3}$; d) $y = \dfrac{x^2 - x + 1}{-x^2 + 4}$; e) $y = \dfrac{x + 2}{\sqrt{x^2 - 1}}$. ***Ví dụ. Tìm tiệm cận đứng, tiệm cận xiên của đồ thị hàm số*** $$\mathbf{y = \dfrac{3x^2 - 2x + 4}{2x + 1}}.$$

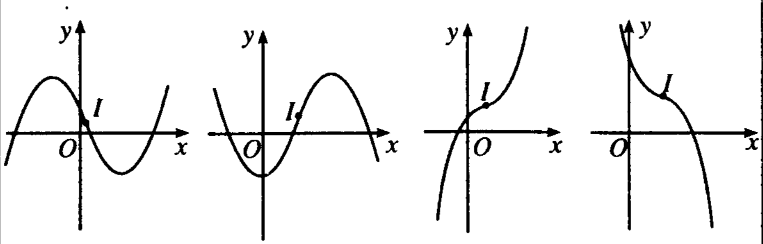
CHUẨN KIẾN THỨC – KĨ NĂNG	HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN	
	KIẾN THỨC CƠ BẢN	DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý
		Ví dụ. Tìm các tiệm cận của đồ thị hàm số *a)* $y = \dfrac{x^2 - x - 1}{x - 1}$; *b)* $y = x - \sqrt{x^2 - x + 1}$. ***Lưu ý :*** Cách tìm tiệm cận của hàm phân thức hữu tỉ $y = \dfrac{P(x)}{Q(x)}$ – Tiệm cận đứng : + Giải phương trình $Q(x) = 0$. + Nếu phương trình $Q(x) = 0$ vô nghiệm thì kết luận hàm số đã cho không có tiệm cận đứng. + Nếu phương trình $Q(x) = 0$ có nghiệm là $x = x_i$ thì tính $\lim\limits_{x \to x_i} \dfrac{P(x)}{Q(x)}$. Nếu $\lim\limits_{x \to x_i} \dfrac{P(x)}{Q(x)} = +\infty$ hoặc $\lim\limits_{x \to x_i} \dfrac{P(x)}{Q(x)} = -\infty$ thì $x = x_i$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số. Nếu $\lim\limits_{x \to x_i} \dfrac{P(x)}{Q(x)} \neq \pm\infty$ thì $x = x_i$ không là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số. – Tiệm cận ngang : + Nếu bậc của $P(x)$ < bậc của $Q(x)$ thì trục hoành Ox là đường tiệm cận ngang của hàm số.

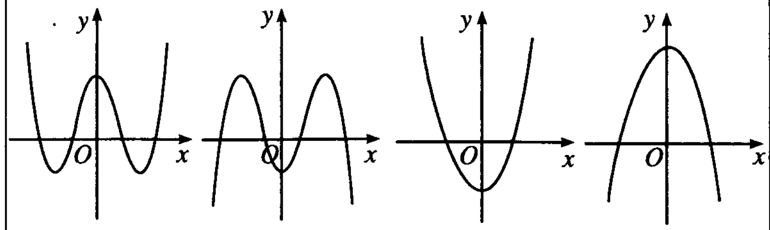
<table>
<tr><th rowspan="2">CHUẨN
KIẾN THỨC – KĨ NĂNG</th><th colspan="2">HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN</th></tr>
<tr><th>KIẾN THỨC CƠ BẢN</th><th>DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td>+ Nếu bậc của $P(x)$ = bậc của $Q(x)$ thì $y = \frac{a_0}{b_0}$ là đường tiệm cận ngang của hàm số, trong đó a_0, b_0 tương ứng là hệ số của hạng tử có bậc cao nhất của $P(x)$ và $Q(x)$.

– Tiệm cận xiên :
+ Nếu bậc của $P(x) = 1 +$ bậc của $Q(x)$ thì tiệm cận xiên là đường thẳng có phương trình $y = ax + b$ nếu $f(x) = ax + b + \frac{P_1(x)}{Q(x)}$ và $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{P_1(x)}{Q(x)} = 0$.

– Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số vô tỉ có dạng $y = ax + b$, tìm được bằng cách tính $a = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x}$ và $b = \lim\limits_{x\to\pm\infty} [f(x) - ax]$.
Trong thực hành, người ta thường phải tính $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x}$ bằng cách khử dạng vô định $\frac{\infty}{\infty}$. Với căn bậc chẵn cần chú ý : $\sqrt{A^2} = |A|$, do vậy phải xét hai trường hợp $x \to +\infty$ và $x \to -\infty$.
Khi tính $a = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x}$ bằng cách khử dạng vô định $\infty - \infty$, người ta thường đưa về dạng $\frac{\infty}{\infty}$ nhờ việc nhân với biểu thức liên hợp.</td></tr>
</table>

CHUẨN KIẾN THỨC – KĨ NĂNG	HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN	
	KIẾN THỨC CƠ BẢN	DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý
6. Khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số. Giao điểm của hai đồ thị. Sự tiếp xúc của hai đường cong. *Về kiến thức :* – Biết sơ đồ khảo sát và vẽ đồ thị hàm số (tìm tập xác định, xét chiều biến thiên, tìm cực trị, tìm tiệm cận, lập bảng biến thiên, vẽ đồ thị). *Về kĩ năng :* – Biết cách khảo sát và vẽ đồ thị của các hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c \quad (a \neq 0)$, $y = ax^3 + bx^2 + cx + d \ (a \neq 0)$, $y = \dfrac{ax + b}{cx + d} \ (c \neq 0, ad - bc \neq 0)$, $y = \dfrac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ ***(trong đó a, b, c, m, n là các số cho trước và am ≠ 0).***	**I. Sơ đồ khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số** $y = f(x)$ 1. **Tìm tập xác định** của hàm số và xét tính chẵn – lẻ, tuần hoàn. **2. Sự biến thiên** a) Chiều biến thiên – Tính y'. – Tìm các nghiệm của phương trình $y' = 0$ và các điểm mà tại đó y' không xác định. – Xét dấu y' và suy ra chiều biến thiên của hàm số. b) Tìm cực trị c) Tìm các giới hạn tại $+\infty$ và $-\infty$, tại các điểm mà hàm số không xác định và tìm các tiệm cận đứng, ngang ***và tiệm cận xiên*** (nếu có). d) Lập bảng biến thiên 3. **Đồ thị** Dựa vào bảng biến thiên và các yếu tố xác định ở trên để vẽ đồ thị. *Chú ý* – Nếu hàm số là tuần hoàn với chu kì T thì chỉ cần vẽ đồ thị trên một chu kì rồi tịnh tiến đồ thị song song với Ox theo các đoạn kT ($k = ..., -3, -2, -1, 1, 2, 3,...$).	– Tìm tập xác định, tập giá trị của một hàm số. – Khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số : $y = ax^4 + bx^2 + c \ (a \neq 0)$, $y = ax^3 + bx^2 + cx + d \ (a \neq 0)$, $y = \dfrac{ax + b}{cx + d} \quad (c \neq 0, ad - bc \neq 0)$, $\boldsymbol{y = \dfrac{ax^2 + bx + c}{mx + n} \ (am \neq 0)}$ ***trong đó a, b, c, m, n là các số cho trước.*** – Tìm điểm uốn của đồ thị hàm số bậc ba, bậc bốn. – Dùng đồ thị hàm số để biện luận số nghiệm của một phương trình. – Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số (tại một điểm thuộc đồ thị hàm số, đi qua một điểm cho trước, biết hệ số góc). ***– Viết phương trình tiếp tuyến chung của hai đường cong tại điểm chung.*** *Ví dụ*. Khảo sát và vẽ đồ thị các hàm số sau : a) $y = \dfrac{x^4}{2} - x^2 - \dfrac{3}{2}$; b) $y = -x^3 + 3x + 1$; c) $y = \dfrac{4x + 1}{2x - 3}$;

CHUẨN KIẾN THỨC – KĨ NĂNG	HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN	
	KIẾN THỨC CƠ BẢN	DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý
– Biết cách biện luận số nghiệm của một phương trình bằng đồ thị. – Biết cách viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại một điểm thuộc đồ thị hàm số. ***–Biết cách viết phương trình tiếp tuyến chung của hai đường cong tại tiếp điểm.***	– Để vẽ đồ thị thêm chính xác : + Tính thêm toạ độ một số điểm, đặc biệt nên tính các giao điểm của đồ thị với các trục toạ độ. + Lưu ý tính chất đối xứng (qua trục, qua tâm...) của đồ thị. **II. Khảo sát một số hàm số đa thức và phân thức** **Hàm bậc ba** $$y = ax^3 + bx^2 + cx + d\,(a \neq 0).$$ • y' là một tam thức bậc hai : + Nếu y' có hai nghiệm phân biệt thì sẽ đổi dấu hai lần khi qua nghiệm của nó, khi đó đồ thị có hai điểm cực trị. + Nếu y' có nghiệm kép hoặc vô nghiệm thì không đổi dấu, do đó đồ thị không có điểm cực trị. ***• y'' là một nhị thức bậc nhất luôn đổi dấu qua nghiệm của nó nên có một điểm uốn.*** ***Đồ thị nhận điểm uốn làm tâm đối xứng.*** – Đồ thị hàm số bậc 3 thường có một trong bốn dạng như hình dưới đây  $a > 0$ $a < 0$ $a > 0$ $a < 0$	d) $y = \dfrac{3x^2 - 2x + 4}{2x + 1}$; e) $y = -x^4 + 5x^2 - 4$; f) $y = \dfrac{x}{x-1}$; g) $y = x + 1 + \dfrac{1}{x+1}$. *Ví dụ* a) Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số $$y = x^3 + 3x^2.$$ b) Biện luận số nghiệm của phương trình $$x^3 + 3x^2 + m = 0$$ tuỳ theo giá trị của tham số m. *Ví dụ* . Cho hàm số $$y = x^4 - 2x^2 + 1.$$ a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số. b) Dựa vào đồ thị biện luận số nghiệm của phương trình $$x^4 - 2x^2 = m.$$ c) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số đi qua điểm $M(\sqrt{2}\,;1)$.

CHUẨN KIẾN THỨC – KĨ NĂNG	HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN	
	KIẾN THỨC CƠ BẢN	DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý
	Hàm số bậc bốn trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c \qquad (a \neq 0)$ • $y' = 4ax^3 + 2bx = 2x\left(2ax^2 + b\right)$. + Nếu a, b cùng dấu thì y' có một nghiệm và đổi dấu một lần qua nghiệm của nó nên chỉ có một điểm cực trị. + Nếu a, b trái dấu thì y' có ba nghiệm phân biệt và đổi dấu ba lần khi qua các nghiệm của nó nên đồ thị có ba điểm cực trị. • $y'' = 12ax^2 + 2b$. ***+ Nếu a, b cùng dấu thì y'' không đổi dấu nên đồ thị không có điểm uốn.*** ***+ Nếu a, b trái dấu thì y'' có hai nghiệm phân biệt và đổi dấu hai lần khi qua các nghiệm của nó nên đồ thị có hai điểm uốn.*** + Đồ thị nhận Oy làm trục đối xứng. + Đồ thị hàm số trùng phương thường có một trong bốn dạng như hình dưới đây  $a > 0$ $\qquad$ $a < 0$ $\qquad$ $a > 0$ $\qquad$ $a < 0$	***Ví dụ*** ***a) Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số*** $y = \dfrac{x^2 - 2x + 4}{x - 2}. \qquad (1)$ ***b) Tìm m để đường thẳng*** $d(m) : y = mx + 2 - 2m$ ***cắt đồ thị của hàm số (1) tại hai điểm phân biệt.*** ***Ví dụ . Chứng minh rằng đồ thị hai hàm số sau tiếp xúc nhau tại một điểm, viết phương trình tiếp tuyến chung của chúng tại điểm đó :*** $y = x^3 + \dfrac{5}{4}x - 2 \; ; \; y = x^2 + x - 2.$ ***Ví dụ. Cho hàm số*** $y = \dfrac{x^2 + 2x}{x - 1}. \qquad (1)$ ***a) Tính khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số (1).*** ***b) Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số (1).*** ***Lưu ý :*** **Sự tương giao của các đồ thị**

<table>
<tr><th rowspan="2">CHUẨN
KIẾN THỨC – KĨ NĂNG</th><th colspan="2">HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN</th></tr>
<tr><th>KIẾN THỨC CƠ BẢN</th><th>DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý</th></tr>
<tr><td></td><td>

Hàm số phân thức

$$y = f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \quad (c \neq 0, ad - bc \neq 0).$$

– Tập xác định $D_1 = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{d}{c}\right\}$

$$y' = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2} = \frac{D}{(cx+d)^2}.$$

+ Nếu $D > 0 \Rightarrow y' > 0 \ \forall x \in D_1$.

+ Nếu $D < 0 \Rightarrow y' < 0 \ \forall x \in D_1$.

– *Tiệm cận*

+ $y = \frac{a}{c}$ là tiệm cận ngang ;

+ $x = -\frac{d}{c}$ là tiệm cận đứng.

Bảng biến thiên

$$\begin{array}{c|ccccc} x & -\infty & & -\frac{d}{c} & & +\infty \\ \hline y' & & - & \| & - & \\ \hline y & \frac{a}{c} & \searrow & -\infty \ \| \ +\infty & \searrow & \frac{a}{c} \end{array}$$

</td><td>

1. Biện luận số giao điểm của hai đồ thị

a) Giao điểm của hai đường cong (C_1) : $y = f(x)$ và (C_2) : $y = g(x)$.

– Lập phương trình tìm hoành độ giao điểm

$$f(x) = g(x) \quad (*)$$

+ Giải và biện luận $(*)$

+ Kết luận :

$(*)$ có bao nhiêu nghiệm thì (C_1) và (C_2) có bấy nhiêu giao điểm.

2. Viết phương trình tiếp tuyến

Phương trình tiếp tuyến tại điểm $M_0(x_0 ; y_0)$ của đường cong $y = f(x)$ có dạng $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$.

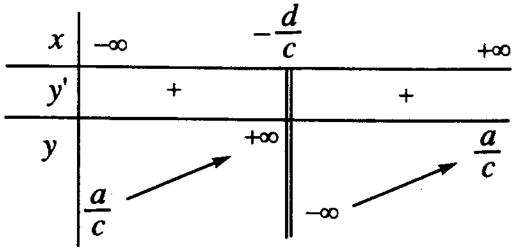
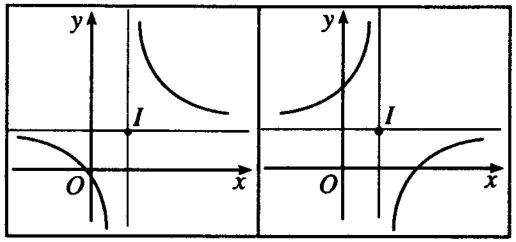
3. *Hai đường cong $y = f(x)$ và $y = g(x)$ tiếp xúc với nhau khi và chỉ khi hệ phương trình*

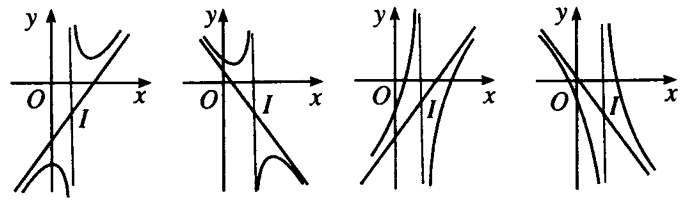
$$\begin{cases} f(x) = g(x) \\ f'(x) = g'(x) \end{cases}$$

có nghiệm. Nghiệm đó chính là hoành độ giao điểm của hai đường cong.

4. Lời giải bài toán "khảo sát hàm số" không yêu cầu vẽ đồ thị hàm số đó.

</td></tr>
</table>

CHUẨN KIẾN THỨC – KĨ NĂNG	HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN	
	KIẾN THỨC CƠ BẢN	DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý
	hoặc  Đồ thị có dạng như hình sau  ***Hàm số phân thức*** $y = f(x) = \dfrac{ax^2 + bx + c}{a'x + b'}$ *($aa' \neq 0$, tử và mẫu không có nghiệm chung).* • $y = \alpha x + \beta + \dfrac{\varphi}{a'x + b'}$, $\varphi \in \mathbb{R}$. • *Tập xác định* $D_1 = \mathbb{R} \setminus \left\{-\dfrac{b'}{a'}\right\}$, $y' = \alpha - \dfrac{\varphi . a'}{(a'x + b')^2}$ *–Tiệm cận đứng :* $x = -\dfrac{b'}{a'}$; *–Tiệm cận xiên :* $y = \alpha x + \beta$.	

CHUẨN KIẾN THỨC – KĨ NĂNG	HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN	
	KIẾN THỨC CƠ BẢN	DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý
	– Đồ thị thường có một trong bốn dạng như sau (vẽ theo tiệm cận) :  $a > 0$ $a < 0$ $a > 0$ $a < 0$	

Lưu ý :

– Trong chương "**Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số**" : yêu cầu mọi học sinh đều học kiến thức về điểm uốn ; riêng với học sinh học theo chương trình nâng cao có học thêm các kiến thức kĩ năng về ***Phép tịnh tiến hệ toạ độ và công thức đổi toạ độ qua phép tịnh tiến đó. Sự tiếp xúc của hai đường cong (điều kiện cần và đủ để hai đường cong tiếp xúc nhau). Vận dụng được phép tịnh tiến hệ toạ độ để biết được một số tính chất của đồ thị. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.***

– Khi tìm tiệm cận ngang phải xét cả hai giới hạn $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$, đồ thị hàm số có tiệm cận ngang khi có ít nhất một trong hai giới hạn đó là hữu hạn (tương tự cho tiệm cận xiên). Khi tìm tiệm cận đứng phải xét cả hai giới hạn $\lim\limits_{x \to x_0^-} f(x)$; $\lim\limits_{x \to x_0^+} f(x)$ với các điểm x_0 sao cho có ít nhất một trong hai giới hạn đó là $-\infty$ hoặc $+\infty$.

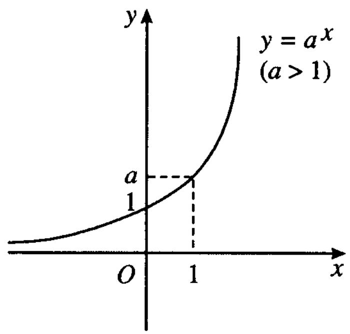
II. HÀM SỐ LUỸ THỪA, HÀM SỐ MŨ VÀ HÀM SỐ LÔGARIT

1. Luỹ thừa Định nghĩa luỹ thừa với số mũ nguyên, số mũ hữu tỉ, số mũ thực. Các tính chất.	**Lũy thừa với số mũ nguyên** – Lũy thừa với số mũ nguyên dương : Cho $a \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}^*$, khi đó $$\boxed{a^n = \underbrace{a.a...a}_{n \text{ thừa số}}}$$	– Rút gọn biểu thức có luỹ thừa với số mũ nguyên, số mũ hữu tỉ, số mũ thực. – Tính giá trị biểu thức có luỹ thừa với số mũ nguyên, số mũ hữu tỉ, số mũ thực. – Chứng minh hệ thức có luỹ thừa với số mũ nguyên, số mũ hữu tỉ, số mũ thực.

CHUẨN KIẾN THỨC – KĨ NĂNG	HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN	
	KIẾN THỨC CƠ BẢN	DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý
Về kiến thức : – Biết các khái niệm luỹ thừa với số mũ nguyên của một số thực, luỹ thừa với số mũ hữu tỉ và luỹ thừa với số mũ thực của một số thực dương. – Biết các tính chất của luỹ thừa với số mũ nguyên, luỹ thừa với số mũ hữu tỉ và luỹ thừa với số mũ thực. *Về kĩ năng :* – Biết dùng các tính chất của luỹ thừa để đơn giản biểu thức, so sánh những biểu thức có chứa luỹ thừa.	– Lũy thừa với số mũ nguyên âm, lũy thừa với số mũ 0 : Cho $a \neq 0, n \in \mathbb{N}^*$, quy ước $$\boxed{a^{-n} = \frac{1}{a^n} ; a^0 = 1}$$ **Căn bậc *n*** Cho số thực b và số nguyên dương $n \geq 2$. – Số a được gọi là căn bậc n của số b nếu $a^n = b$. – Khi n lẻ, $b \in \mathbb{R}$: Tồn tại duy nhất $\sqrt[n]{b}$; – Khi n chẵn : + $b < 0$: Không tồn tại căn bậc n của b. + $b = 0$: Có một căn $\sqrt[n]{0} = 0$. + $b > 0$: Có hai căn $\begin{cases} \sqrt[n]{b} > 0 \\ -\sqrt[n]{b} < 0. \end{cases}$ **Lũy thừa với số mũ hữu tỉ** Cho số thực $a > 0$ và số hữu tỉ $r = \frac{m}{n}$, trong đó $m \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{N}^*$. Khi đó $$\boxed{a^r = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}}$$	– So sánh những biểu thức có chứa luỹ thừa (dựa vào tính chất của luỹ thừa). *Ví dụ*. Chứng tỏ rằng $$\left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75} + 0,25^{-\frac{5}{2}} = 40.$$ *Ví dụ*. Rút gọn biểu thức $$\frac{a^{\frac{4}{3}}\left(a^{-\frac{1}{3}} + a^{\frac{2}{3}}\right)}{a^{\frac{1}{4}}\left(a^{\frac{3}{4}} + a^{-\frac{1}{4}}\right)}$$ với $a > 0$. *Ví dụ*. Chứng minh rằng $\left(\frac{1}{3}\right)^{2\sqrt{5}} < \left(\frac{1}{3}\right)^{3\sqrt{2}}$. *Ví dụ* . So sánh các cặp số sau : $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{3}}$ và $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{2}}$ $\left(\frac{\pi}{2}\right)^{\frac{\sqrt{5}}{2}}$ và $\left(\frac{\pi}{5}\right)^{\frac{\sqrt{10}}{3}}$. ***Ví dụ. Cho*** $x = 1 + 2^a$ ***và*** $y = 1 + 2^{-a}$. ***Tính y theo x.***

CHUẨN KIẾN THỨC – KĨ NĂNG	HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN	
	KIẾN THỨC CƠ BẢN	DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý
	Luỹ thừa với số mũ vô tỉ Giả sử a là một số dương, α là một số vô tỉ và (r_n) là một dãy số hữu tỉ sao cho $$\lim_{n\to+\infty} r_n = \alpha.$$ Khi đó $\boxed{a^\alpha = \lim_{n\to+\infty} a^{r_n}}$ **Các tính chất** Cho $a, b > 0$; $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Khi đó * $a^\alpha.a^\beta = a^{\alpha+\beta}$; $\dfrac{a^\alpha}{a^\beta} = a^{\alpha-\beta}$. * $(ab)^\alpha = a^\alpha b^\alpha$. * $\left(\dfrac{a}{b}\right)^\alpha = \dfrac{a^\alpha}{b^\alpha}$; $\left(a^\alpha\right)^\beta = a^{\alpha\beta}$. * Nếu $a > 1$ thì $a^\alpha > a^\beta$ khi và chỉ khi $\alpha > \beta$. * Nếu $0 < a < 1$ thì $a^\alpha < a^\beta$ khi và chỉ khi $\alpha > \beta$.	***Ví dụ. Rút gọn biểu thức*** $$\left(2x+\frac{y}{2}\right)^{-1}\left[(2x)^{-1}+\left(\frac{y}{2}\right)^{-1}\right].$$ ***Ví dụ. Tính*** $$A = \sqrt{4+\sqrt{10+2\sqrt{5}}} + \sqrt{4-\sqrt{10+2\sqrt{5}}}.$$ $$B = 4^{3+\sqrt{2}}.2^{1-\sqrt{2}}.2^{-4-\sqrt{2}}.$$ ***Ví dụ. Tìm điều kiện của cơ số a biết*** $$a^{\frac{5}{3}} > a^2.$$
2. Lôgarit Định nghĩa lôgarit cơ số a ($a > 0$, $a \neq 1$) của một số dương. Các tính chất cơ bản của lôgarit. Lôgarit thập phân. Số e và lôgarit tự nhiên.	**Định nghĩa :** Với hai số dương a, b $(a \neq 1)$. Số α nghiệm đúng đẳng thức $a^\alpha = b$ được gọi là lôgarit cơ số a của b và kí hiệu là $\log_a b$ $$\alpha = \log_a b \Leftrightarrow a^\alpha = b$$ $(a, b > 0, a \neq 1)$.	– Tính một số biểu thức chứa lôgarit đơn giản dựa vào định nghĩa. – Giải các bài tập biến đổi, biểu diễn, so sánh, tính toán các biểu thức chứa lôgarit dựa vào các tính chất của lôgarit. – Chứng minh hệ thức, giải phương trình.

CHUẨN KIẾN THỨC – KĨ NĂNG	HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN	
	KIẾN THỨC CƠ BẢN	DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý
Về kiến thức : – Biết khái niệm lôgarit cơ số a $(a > 0, a \neq 1)$ của một số dương. – Biết các tính chất của lôgarit (so sánh hai lôgarit cùng cơ số, quy tắc tính lôgarit, đổi cơ số của lôgarit). – Biết các khái niệm lôgarit thập phân và lôgarit tự nhiên. *Về kĩ năng :* – Biết vận dụng định nghĩa để tính một số biểu thức chứa lôgarit đơn giản. – Biết vận dụng các tính chất của lôgarit vào các bài tập biến đổi, tính toán các biểu thức chứa lôgarit.	**Tính chất** $\begin{array}{\|c\|c\|} \hline \log_a 1 = 0 & \log_a a = 1 \\ \hline a^{\log_a b} = b & \log_a(a^{\alpha}) = \alpha \\ \hline \end{array}$ **Quy tắc tính** + Với $a,\ b_1,\ b_2 > 0,\ a \neq 1$ thì : $\log_a(b_1 b_2) = \log_a b_1 + \log_a b_2$ $\log_a \frac{b_1}{b_2} = \log_a b_1 - \log_a b_2$ $\log_a \frac{1}{b} = -\log_a b.$ + Với $a, b > 0,\ a \neq 1$ và $\alpha \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}^*$ thì : $\log_a b^{\alpha} = \alpha \log_a b$ $\log_a \sqrt[n]{b} = \frac{1}{n} \log_a b.$ + Với $a,\ b,\ c > 0,\ a \neq 1,\ c \neq 1$ thì : $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}\ (b \neq 1)$ $\log_{a^{\alpha}} b = \frac{1}{\alpha} \log_a b\ (\alpha \neq 0)$ **Kí hiệu lôgarit thập phân, lôgarit tự nhiên** $\log_{10} x = \lg x$ hay $\log_{10} x = \log x$, còn $\log_e x = \ln x$.	*Ví dụ*. Chứng tỏ rằng a) $3^{\log_{\frac{1}{27}} 2} = \frac{1}{8}$; b) $\log_3 6.\log_8 9.\log_6 2 = \frac{2}{3}$. *Ví dụ*. Đơn giản các biểu thức sau : a) $\left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{1}{2}\log_3 4}$; b) $4^{\log_2 \log_{\sqrt{2}} 4}$. *Ví dụ*. Biểu diễn $\log_{30} 8$ qua $\log_{30} 5$ và $\log_{30} 3$. *Ví dụ*. Cho $a = \log_3 15$, $b = \log_3 10$. Hãy tính $\log_{\sqrt{3}} 50$ theo a và b. *Ví dụ*. So sánh các số sau : a) $\log_3 5$ và $\log_7 4$; b) $\log_{0,3} 2$ và $\log_5 3$; c) $\log_{\frac{1}{3}} 9$ và $\log_{\frac{1}{3}} 10$. ***Ví dụ*. Tìm x nếu** $\log_2(\log_3(\log_4 x)) = 0.$ ***Ví dụ*. Chứng minh rằng với a, b, c là số dương và a ≠ 1, ta có :** $b^{\log_a c} = c^{\log_a b}$.

CHUẨN KIẾN THỨC – KĨ NĂNG	HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN	
	KIẾN THỨC CƠ BẢN	DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý
3. Hàm số luỹ thừa. Hàm số mũ. Hàm số lôgarit Định nghĩa, tính chất, đạo hàm và đồ thị. *Về kiến thức :* – Biết khái niệm và tính chất của hàm số luỹ thừa, hàm số mũ, hàm số lôgarit. – Biết công thức tính đạo hàm của các hàm số luỹ thừa, hàm số mũ, hàm số lôgarit. – Biết được dạng đồ thị của các hàm số luỹ thừa, hàm số mũ, hàm số lôgarit. *Về kĩ năng :* – Biết vận dụng tính chất của các hàm số mũ, hàm số lôgarit vào việc so sánh hai số, hai biểu thức chứa mũ và lôgarit. – Biết vẽ đồ thị các hàm số luỹ thừa, hàm số mũ, hàm số lôgarit.	**Hàm số mũ :** $y = a^x \left(a > 0,\ a \neq 1\right)$. Tập xác định : $\mathbb{R}$ **$a > 1$** + $y' = \left(a^x\right)' = a^x \ln a > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. + Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$. + $\lim\limits_{x \to +\infty} a^x = +\infty,\ \lim\limits_{x \to -\infty} a^x = 0$ + Bảng biến thiên $\begin{array}{c\|ccc} x & -\infty & & +\infty \\ \hline y & & & +\infty \\ & 0 & \nearrow & \end{array}$ + Đồ thị 	– Vận dụng tính chất của hàm số mũ, hàm số lôgarit vào việc so sánh hai số, hai biểu thức chứa mũ và lôgarit. – Vẽ đồ thị hàm số luỹ thừa, hàm số mũ, hàm số lôgarit. – Tính đạo hàm các hàm số luỹ thừa, mũ, lôgarit và hàm số hợp của chúng. *Ví dụ.* Vẽ đồ thị của các hàm số sau : a) $y = 2^x$; b) $y = 2^{x-4}$. *Ví dụ.* Vẽ đồ thị các hàm số sau : a) $y = \log_{\frac{1}{2}} x$; b) $y = \log_{\frac{1}{2}} x^{-1}$. *Ví dụ.* Tính đạo hàm của các hàm số sau : a) $y = 2xe^x + 3\sin 2x$; b) $y = 5x^2 - \ln x + 8\cos x$. ***Ví dụ. Tính đạo hàm của các hàm số :*** ***a)*** $\boldsymbol{y = e^{\cos 2x}}$; ***b)*** $\boldsymbol{y = x + \ln\left\|\sin x + \cos x\right\|}$.

<table>
<tr><th rowspan="2">CHUẨN
KIẾN THỨC – KĨ NĂNG</th><th colspan="2">HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN</th></tr>
<tr><th>KIẾN THỨC CƠ BẢN</th><th>DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý</th></tr>
<tr>
<td>– Tính được đạo hàm các hàm số luỹ thừa, mũ và lôgarit.</td>
<td>

$0 < a < 1$

+ $y' = \left(a^x\right)' = a^x \ln a < 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

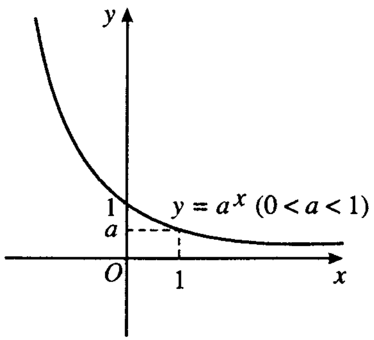
+ Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

+ $\lim\limits_{x \to +\infty} a^x = 0$, $\lim\limits_{x \to -\infty} a^x = +\infty$.

+ Bảng biến thiên

$$\begin{array}{c|ccc} x & -\infty & & +\infty \\ \hline y & +\infty & \searrow & 0 \end{array}$$

+ Đồ thị



Đồ thị của hàm số mũ có tiệm cận ngang là Ox, luôn đi qua các điểm (0 ; 1), (1 ; a) và nằm phía trên trục hoành.

Hàm số lôgarit

$$y = \log_a x \left(a > 0 \text{ và } a \neq 1\right).$$

</td>
<td>

Ví dụ. Tính đạo hàm của các hàm số sau :

a) $y = 2^{\cos x}$;

b) $y = \log_2 \sin^3 x$;

c) $y = 3^{\sin^2 x}$.

</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr><th rowspan="2">CHUẨN
KIẾN THỨC – KĨ NĂNG</th><th colspan="2">HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN</th></tr>
<tr><th>KIẾN THỨC CƠ BẢN</th><th>DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý</th></tr>
<tr><td></td><td>

Tập xác định : $(0\,;+\infty)$.

$a > 1$

+ $(\log_a x)' = \dfrac{1}{x\ln a} > 0$ với mọi $x \in (0;+\infty)$.

+ Hàm số đồng biến trên $(0\,;+\infty)$.

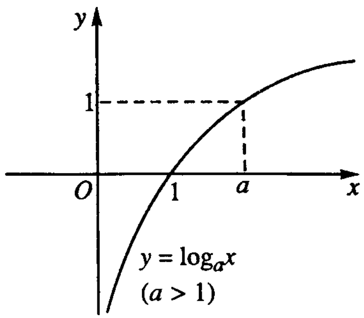
+ $\lim\limits_{x\to+\infty} \log_a x = +\infty$,

$\lim\limits_{x\to 0^+} \log_a x = -\infty$.

+ Bảng biến thiên

x	0	$+\infty$
y	$-\infty$ ↗	$+\infty$

+ Đồ thị



</td><td></td></tr>
</table>

<table>
<tr><th rowspan="2">CHUẨN
KIẾN THỨC – KĨ NĂNG</th><th colspan="2">HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN</th></tr>
<tr><th>KIẾN THỨC CƠ BẢN</th><th>DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý</th></tr>
<tr><td></td><td>

$0 < a < 1$

+ $\left(\log_a x\right)' = \dfrac{1}{x\ln a} < 0$ với mọi $x \in \left(0\,;+\infty\right)$.

+ Hàm số nghịch biến trên $(0\,;+\infty)$.

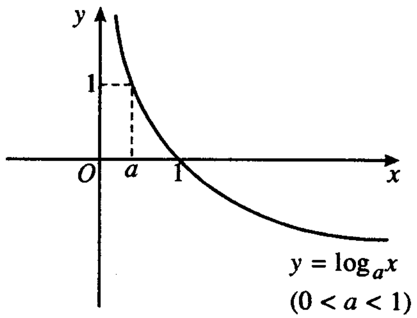
+ $\lim\limits_{x\to+\infty} \log_a x = -\infty$,

$\lim\limits_{x\to 0^+} \log_a x = +\infty$.

+ Bảng biến thiên

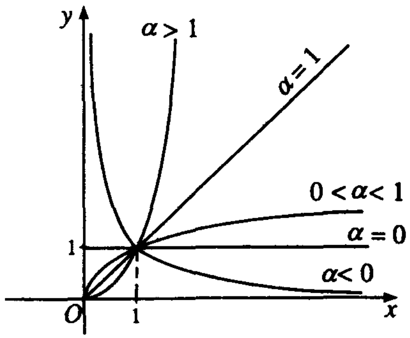
x	0		$+\infty$
y	$+\infty$	$\searrow$	$-\infty$

+ Đồ thị



Đồ thị có tiệm cận đứng là Oy, luôn đi qua các điểm $\left(1\,;0\right), \left(a\,;1\right)$ và nằm phía bên phải trục tung.

</td><td></td></tr>
</table>

<table>
<tr><th rowspan="2">CHUẨN
KIẾN THỨC – KĨ NĂNG</th><th colspan="2">HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN</th></tr>
<tr><th>KIẾN THỨC CƠ BẢN</th><th>DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý</th></tr>
<tr><td></td><td>Hàm số luỹ thừa
– Hàm số $y = x^{\alpha}$ với $\alpha \in \mathbb{R}$ được gọi là hàm số luỹ thừa.
– Tập xác định của $y = x^{\alpha}$ tuỳ thuộc vào giá trị của α, cụ thể :
+ Là $\mathbb{R}$ khi α nguyên dương ;
+ Là $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ khi α nguyên âm hoặc $\alpha = 0$;
+ Là $(0; +\infty)$ khi α không nguyên.
– Đạo hàm của $y = x^{\alpha}$ với $x > 0$ là : $(x^{\alpha})' = \alpha x^{\alpha - 1}$.
– Tính chất : xét trên $(0; +\infty)$
+ $\alpha > 0$: hàm số đồng biến
+ $\alpha < 0$ hàm số nghịch biến
+ $\alpha > 0$: không có tiệm cận
+ $\alpha < 0$: tiệm cận ngang là Ox, tiệm cận đứng là Oy.
– Đồ thị
+ Đồ thị đi qua điểm $(1; 1)$

</td><td></td></tr>
</table>

CHUẨN KIẾN THỨC – KĨ NĂNG	HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN	
	KIẾN THỨC CƠ BẢN	DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý
	Bảng đạo hàm $\left(e^x\right)' = e^x$ $\left(a^x\right)' = a^x \ln a$ $\left(\ln\|x\|\right)' = \frac{1}{x}$ $\left(\log_a \|x\|\right)' = \frac{1}{x \ln a}$ $\left(x^\alpha\right)' = \alpha x^{\alpha-1}$ $\left(\sqrt[n]{x}\right)' = \frac{1}{n\sqrt[n]{x^{n-1}}}$ Đạo hàm của hàm hợp $\left(e^u\right)' = e^u.u'$ $\left(a^u\right)' = a^u.u'\ln a$ $\left(\ln\|u\|\right)' = \frac{u'}{u}$ $\left(\log_a \|u\|\right)' = \frac{u'}{u.\ln a}$ $\left(u^\alpha\right)' = \alpha u^{\alpha-1}.u'$ $\left(\sqrt[n]{u}\right)' = \frac{u'}{n\sqrt[n]{u^{n-1}}}$	

CHUẨN KIẾN THỨC – KĨ NĂNG	HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN	
	KIẾN THỨC CƠ BẢN	DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý
4. Phương trình, *hệ phương trình*, bất phương trình mũ và lôgarit *Về kĩ năng :* – Giải được phương trình, bất phương trình mũ bằng các phương pháp : đưa về luỹ thừa cùng cơ số, lôgarit hoá, dùng ẩn số phụ, sử dụng tính chất của hàm số. – Giải được phương trình, bất phương trình lôgarit bằng các phương pháp : đưa về lôgarit có cùng cơ số, mũ hoá, dùng ẩn số phụ, sử dụng tính chất của hàm số. ***– Giải được một số hệ phương trình mũ, lôgarit đơn giản.***	**Phương trình mũ** – *Phương trình mũ cơ bản* $a^x = b$ $(a > 0,\ a \neq 1)$. Nếu $b \leq 0$ thì phương trình vô nghiệm. Nếu $b > 0$ thì phương trình có nghiệm duy nhất $x = \log_a b$. – *Phương trình mũ đơn giản :* a) Phương trình có thể đưa về phương trình mũ cơ bản bằng cách áp dụng các phương pháp : – Đưa về cùng một cơ số ; – Đặt ẩn phụ ; – Lấy lôgarit hai vế (lôgarit hoá). ***b) Phương trình có thể giải bằng phương pháp đồ thị.*** ***c) Phương trình có thể giải bằng cách áp dụng tính chất của hàm số mũ.*** **Phương trình lôgarit** – *Phương trình lôgarit cơ bản* $\log_a x = b$ $\left(a > 0, a \neq 1\right)$ luôn có nghiệm duy nhất $x = a^b$.	+ Giải phương trình, bất phương trình mũ : Phương trình cơ bản, phương pháp đưa về cùng một cơ số, phương pháp lôgarit hoá, phương pháp đặt ẩn phụ, ***phương pháp hàm số.*** + Giải phương trình, bất phương trình lôgarit : Phương trình cơ bản, phương pháp đưa về cùng một cơ số, phương pháp mũ hoá, phương pháp đặt ẩn phụ, ***phương pháp hàm số.*** ***+ Giải một số hệ phương trình mũ, lôgarit đơn giản.*** – *Phương trình mũ đơn giản :* + $Aa^{2x} + Ba^x + C = 0$, $(a > 0,\ a \neq 1)$. + $a^{f(x)} = b$, $(a > 0, a \neq 1, b > 0)$. + $\alpha a^{f(x)} + \beta b^{f(x)} + \gamma c^{f(x)} = 0$, $(a, b, c > 0$; $a, b, c \neq 1)$. + $\alpha a^{f(x)} + \beta b^{f(x)} + c = 0$, $(a, b > 0 ; a, b \neq 1)$.

CHUẨN KIẾN THỨC – KĨ NĂNG	HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN	
	KIẾN THỨC CƠ BẢN	DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý
	– Phương trình lôgarit đơn giản a) Phương trình có thể đưa về phương trình lôgarit cơ bản bằng cách áp dụng các phương pháp : – Đưa về cùng một cơ số ; – Đặt ẩn phụ ; – Mũ hoá hai vế. ***b) Phương trình có thể giải bằng phương pháp đồ thị.*** ***c) Phương trình có thể giải bằng cách áp dụng tính chất của hàm số lôgarit.*** *Chú ý :* – Phần lớn cách giải phương trình lôgarit là dựa vào tính chất : Lôgarit của hai số dương theo cùng một cơ số là bằng nhau khi và chỉ khi hai số đó bằng nhau. – Khi một phương trình lôgarit chứa nhiều cơ số khác nhau thì nên quy chúng về cùng một cơ số bằng cách sử dụng các công thức, quy tắc biến đổi.	*– Phương trình lôgarit đơn giản :* + $\log_a f(x) = b \ (a > 0,\ a \neq 1)$. + $f(\log_a x) = 0 \ (a > 0,\ a \neq 1)$. + $\log_a f(x) = \log_a g(x) \ (a > 0, a \neq 1)$. *– Bất phương trình mũ đơn giản :* + $Aa^{2x} + Ba^{x} + C \leq 0,\ (a > 0, a \neq 1)$. + $\alpha a^{f(x)} + \beta b^{f(x)} + \lambda c^{f(x)} \geq 0,\ (a, b, c > 0;\ a, b, c \neq 1)$. + $\alpha a^{f(x)} + \beta b^{f(x)} + \gamma \geq 0, (a, b > 0; a, b \neq 1)$. *– Bất phương trình lôgarit đơn giản :* 1) $\log_a f(x) > 0,\ a > 1$; 2) $\log_a f(x) > 0,\ 0 < a < 1$; 3) $\log_a f(x) < 0,\ a > 1$; 4) $\log_a f(x) < 0,\ 0 < a < 1$; 5) $f(\log_a x) \geq 0, a > 0, a \neq 1$. *Ví dụ.* Giải phương trình $$\left(\frac{7}{11}\right)^{2x-3} = \left(\frac{11}{7}\right)^{3x-7}.$$

<table>
<tr><th rowspan="2">CHUẨN
KIẾN THỨC – KĨ NĂNG</th><th colspan="2">HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN</th></tr>
<tr><th>KIẾN THỨC CƠ BẢN</th><th>DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý</th></tr>
<tr><td></td><td>

Bất phương trình mũ

Bất phương trình mũ cơ bản :

Dạng 1: $a^x > b\left(a > 0, a \neq 1\right)$

<table>
<tr><td rowspan="2">$a^x > b$</td><td colspan="2">Tập nghiệm</td></tr>
<tr><td>$a > 1$</td><td>$0 < a < 1$</td></tr>
<tr><td>$b \leq 0$</td><td>$\mathbb{R}$</td><td>$\mathbb{R}$</td></tr>
<tr><td>$b > 0$</td><td>$(\log_a b\,;+\infty)$</td><td>$(-\infty\,;\log_a b)$</td></tr>
</table>

Dạng 2 : $a^x \geq b\left(a > 0, a \neq 1\right)$

<table>
<tr><td rowspan="2">$a^x \geq b$</td><td colspan="2">Tập nghiệm</td></tr>
<tr><td>$a > 1$</td><td>$0 < a < 1$</td></tr>
<tr><td>$b \leq 0$</td><td>$\mathbb{R}$</td><td>$\mathbb{R}$</td></tr>
<tr><td>$b > 0$</td><td>$[\log_a b\,;+\infty)$</td><td>$(-\infty\,;\log_a b]$</td></tr>
</table>

Dạng 3 : $a^x < b \quad \left(a > 0, a \neq 1\right)$

<table>
<tr><td rowspan="2">$a^x < b$</td><td colspan="2">Tập nghiệm</td></tr>
<tr><td>$a > 1$</td><td>$0 < a < 1$</td></tr>
<tr><td>$b \leq 0$</td><td>$\varnothing$</td><td>$\varnothing$</td></tr>
<tr><td>$b > 0$</td><td>$(-\infty\,;\log_a b)$</td><td>$(\log_a b\,;+\infty)$</td></tr>
</table>

</td><td>

Ví dụ. Giải phương trình

$$5^x + 12^x = 13^x.$$

Ví dụ. Giải bất phương trình

$$9^x - 5.\,3^x + 6 < 0.$$

Ví dụ. Giải bất phương trình

$$\log_{0,5}(4x+11) < \log_{0,5}(x^2+6x+8).$$

Ví dụ. Giải các phương trình, bất phương trình sau :

a) $(0,3)^{3x-2} = 1$;

b) $\log_3(5x+3) = 2$;

c) $\left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-2x-3} = 7^{x+1}$;

d) $2.16^x - 17.4^x + 8 = 0$;

e) $\log_2(x-5) + \log_2(x+2) = 3$;

f) $-\lg^3 x + 2\lg^2 x = 2 - \lg x$;

g) $2^x - 3^{\frac{x}{2}} = 1$;

h) $2^{x^2+3x-4} > 4^{x-1}$;

i) $\log_2(x-2) - 2 > 6\log_{\frac{1}{8}}\sqrt{3x-5}$;

j) $\mathbf{\log_5(x+3) > \log_2 x}$

(HD : đặt $\boldsymbol{t = \log_2 x}$***).***

</td></tr>
</table>

CHUẨN KIẾN THỨC – KĨ NĂNG	HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN	
	KIẾN THỨC CƠ BẢN	DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý

Dạng 4 : $a^x \le b \quad (a > 0, a \ne 1)$

$a^x \le b$	Tập nghiệm	
	$a > 1$	$0 < a < 1$
$b \le 0$	$\varnothing$	$\varnothing$
$b > 0$	$(-\infty ; \log_a b]$	$[\log_a b ; +\infty)$

Bất phương trình lôgarit

Bất phương trình lôgarit cơ bản

Dạng 1 : $\log_a x > b \quad (a > 0, a \ne 1)$

$\log_a x > b$	$a > 1$	$0 < a < 1$
Nghiệm	$(a^b ; +\infty)$	$(0 ; a^b)$

Dạng 2 : $\log_a x \ge b \quad (a > 0, a \ne 1)$

$\log_a x \ge b$	$a > 1$	$0 < a < 1$
Nghiệm	$[a^b ; +\infty)$	$(0 ; a^b]$

Dạng 3 : $\log_a x < b \quad (a > 0, a \ne 1)$

$\log_a x < b$	$a > 1$	$0 < a < 1$
Nghiệm	$(0 ; a^b)$	$(a^b ; +\infty)$

Ví dụ. Giải các hệ phương trình :

a) $\begin{cases} 3^x + 3^y = 5 \\ x - y = 2 ; \end{cases}$

b) $\begin{cases} \log_2 x - \log_2 y = 1 \\ 4y^2 + x - 12 = 0. \end{cases}$

Ví dụ. Giải các hệ phương trình sau :

a) $\begin{cases} x + y = 1 \\ 2^x - 2^y = 2 ; \end{cases}$

b) $\begin{cases} \log_x (3x + 5y) = 2 \\ \log_y (3y + 5x) = 2. \end{cases}$

Lưu ý :

Bất phương trình mũ đơn giản :

* Để giải các bất phương trình mũ, ta có thể biến đổi để đưa về bất phương trình mũ cơ bản hoặc bất phương trình đại số.

Khi giải bất phương trình mũ, có thể áp dụng tính chất đồng biến hoặc nghịch biến của hàm số mũ :

\+ $\begin{cases} a^{f(x)} > a^{g(x)} \\ a > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > g(x) \\ a > 1 \end{cases}$

\+ $\begin{cases} a^{f(x)} > a^{g(x)} \\ 0 < a < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) < g(x) \\ 0 < a < 1 \end{cases}$

<table>
<tr><th rowspan="2">CHUẨN
KIẾN THỨC – KĨ NĂNG</th><th colspan="2">HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN</th></tr>
<tr><th>KIẾN THỨC CƠ BẢN</th><th>DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý</th></tr>
<tr>
<td></td>
<td>

Dạng 4 : $\log_a x \le b\ (a > 0, a \ne 1)$

<table>
<tr><td>$\log_a x \le b$</td><td>$a > 1$</td><td>$0 < a < 1$</td></tr>
<tr><td>Nghiệm</td><td>$(0; a^b]$</td><td>$[a^b; +\infty)$</td></tr>
</table>

</td>
<td>

* Bất phương trình $f(a^x) \ge 0$

Cách giải : Đặt ẩn phụ $t = a^x$, đưa bất phương trình về hệ

$$\begin{cases} t > 0 \\ f(t) \ge 0. \end{cases}$$

* Bất phương trình $a^{f(x)} \ge b$

Có thể giải bằng phương pháp lấy lôgarit cả hai vế.

Bất phương trình lôgarit đơn giản

* Để giải các bất phương trình lôgarit, ta có thể biến đổi để đưa về bất phương trình lôgarit cơ bản hoặc bất phương trình đại số.

Khi giải bất phương trình lôgarit, có thể áp dụng các tính chất đồng biến hoặc nghịch biến của hàm số lôgarit

$$+\quad \begin{cases} \log_a f(x) > \log_a g(x) \\ a > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) > 0 \\ a > 1 \\ f(x) > g(x) \end{cases}$$

$$+\quad \begin{cases} \log_a f(x) > \log_a g(x) \\ 0 < a < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ 0 < a < 1 \\ f(x) < g(x) \end{cases}$$

* $f(\log_a x) \ge 0$, trong đó f là một hàm số nào đó.

Có thể giải bằng phương pháp : Đặt $t = \log_a x$, giải bất phương trình $f(t) \ge 0$, sau đó giải bất phương trình lôgarit tương ứng.

</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr><th rowspan="2">CHUẨN
KIẾN THỨC – KĨ NĂNG</th><th colspan="2">HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN</th></tr>
<tr><th>KIẾN THỨC CƠ BẢN</th><th>DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý</th></tr>
<tr><td colspan="3">Lưu ý :
– Không xét các phương trình, bất phương trình chứa tham số cũng như các phương trình, bất phương trình chứa ẩn đồng thời ở cơ số và số mũ, hay chứa ẩn đồng thời ở cơ số và biểu thức dưới dấu lôgarit (Ví dụ. Giải phương trình $\log_4(x+2).\log_x 2 = 1$).
– Học sinh học theo chương trình nâng cao còn được học phương pháp sử dụng tính chất của hàm số mũ, lôgarit để giải phương trình, bất phương trình mũ, lôgarit ; giải một số hệ phương trình mũ, lôgarit đơn giản.</td></tr>
<tr><td colspan="3">III. NGUYÊN HÀM, TÍCH PHÂN VÀ ỨNG DỤNG</td></tr>
<tr><td>1. Nguyên hàm
Định nghĩa và các tính chất của nguyên hàm. Kí hiệu họ các nguyên hàm của một hàm số. Bảng nguyên hàm của một số hàm số sơ cấp. Phương pháp đổi biến số. Phương pháp tính nguyên hàm từng phần.
Về kiến thức :
– Hiểu khái niệm nguyên hàm của một hàm số.
– Biết các tính chất cơ bản của nguyên hàm.
Về kĩ năng :
– Tìm được nguyên hàm của một số hàm số tương đối</td><td>Định nghĩa. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên K (K là khoảng, đoạn hay nửa khoảng). Hàm số $F(x)$ được gọi là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K nếu $F'(x) = f(x)$ với mọi $x \in K$.
Định lí
1) Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K thì với mỗi hằng số C, hàm số $G(x) = F(x) + C$ cũng là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K.
2) Ngược lại, nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K thì mọi nguyên hàm của $f(x)$ trên K đều có dạng $F(x) + C$ với C là một hằng số.
Kí hiệu họ nguyên hàm của $f(x)$ là $\int f(x)dx$. Khi đó
$$\int f(x)dx = F(x) + C,\quad C \in \mathbb{R}.$$
Tính chất
a) $\left(\int f(x)\,dx\right)' = f(x)$</td><td>– Tìm nguyên hàm của một số hàm số đơn giản bằng cách sử dụng định nghĩa, tính chất và bảng nguyên hàm cơ bản.
– Tìm nguyên hàm của một số hàm số theo cách tính nguyên hàm từng phần.
– Tìm nguyên hàm của một số hàm số bằng cách sử dụng phương pháp đổi biến số (khi đã chỉ rõ cách đổi biến số và không đổi biến số quá một lần).
Ví dụ. Tìm $\int (e^{2x}+5)^3 e^{2x}dx$.
Ví dụ. Tìm $\int x\sin 2x\,dx$.
Ví dụ. Tìm $\int \frac{1}{\sqrt{3x+1}}dx$
(Hướng dẫn : đặt $u = 3x + 1$).</td></tr>
</table>

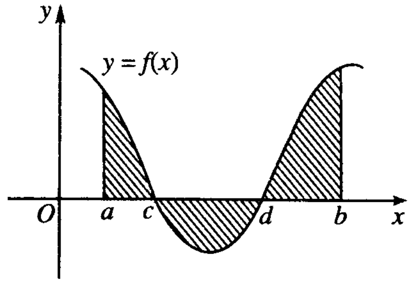
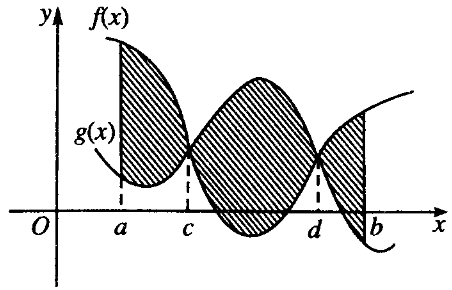
CHUẨN KIẾN THỨC – KĨ NĂNG	HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN	
	KIẾN THỨC CƠ BẢN	DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý
đơn giản dựa vào bảng nguyên hàm và cách tính nguyên hàm từng phần. – Sử dụng được phương pháp đổi biến số (khi đã chỉ rõ cách đổi biến số và không đổi biến số quá một lần) để tính nguyên hàm.	và $\int f'(x)\,dx = f(x) + C$. b) $\int kf(x)\,dx = k\int f(x)dx$ (k là hằng số khác 0). c) $\int (f(x) \pm g(x))\,dx = \int f(x)\,dx \pm \int g(x)dx$. d) $\int f(t)\,dt = F(t) + C$. $\Rightarrow \int f[u(x)]u'(x)dx = F[u(x)] + C$. **Sự tồn tại nguyên hàm** Mọi hàm số $f(x)$ liên tục trên K đều có nguyên hàm trên K. **Bảng nguyên hàm của một số hàm số thường gặp** $\int 0dx = C$ $\int dx = x + C$ $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C \quad (\alpha \neq -1)$ $\int \frac{1}{x}dx = \ln\lvert x\rvert + C$ $\int e^x dx = e^x + C$ $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \quad (a > 0, a \neq 1)$ $\int \cos x dx = \sin x + C$	*Ví dụ*. Tìm $\int \sin^2 \frac{x}{2}dx$. *Ví dụ* . Tìm nguyên hàm $F(x)$ của các hàm số sau : a) $f(x) = 3x^2 - \frac{1}{x} + 4e^x$ biết rằng $F(0) = 1$; b) $f(x) = \sin 2x.\cos 3x + 3\tan^2 x$ biết rằng $F(\pi) = 0$. *Ví dụ*. Tìm các nguyên hàm sau : a) $\int (1 + 2x)^3 dx$; b) $\int \sin^2 x.\cos x.dx$; c) $\int (1 - x).\cos x.dx$; d) $\int (1 + 2x - x^2).e^{3x} dx$; e) $\int \frac{dx}{x^2 - 4}$; f) $\int \frac{x+1}{x^2 + 2x + 2}dx$; g) $\int \frac{x^3}{x+2} dx$.

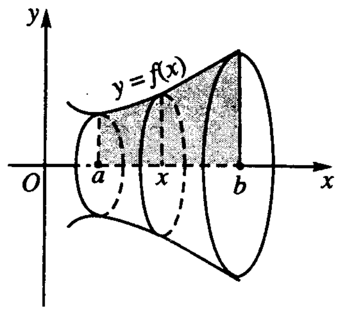
CHUẨN KIẾN THỨC – KĨ NĂNG	HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN	
	KIẾN THỨC CƠ BẢN	DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý
	$\int \sin x dx = -\cos x + C$ $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$ $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$ **Nguyên hàm của hàm hợp (với $u = u(x)$)** $\int 0 du = C$ $\int du = u + C$ $\int u^\alpha du = \frac{u^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C \quad (\alpha \neq -1)$ $\int \frac{1}{u} du = \ln\lvert u\rvert + C$ $\int e^u du = e^u + C$ $\int a^u du = \frac{a^u}{\ln u} + C \quad (a > 0, a \neq 1)$ $\int \cos u du = \sin u + C$ $\int \sin u du = -\cos u + C$ $\int \frac{1}{\cos^2 u} du = \tan u + C$ $\int \frac{1}{\sin^2 u} du = -\cot u + C$	***Lưu ý : Phương pháp tìm nguyên hàm*** *a) Phương pháp đưa về các nguyên hàm cơ bản :* – Biểu diễn hàm số $f(x)$ dưới dạng $f(x) = af_1(x) + bf_2(x) + ...$ trong đó ta đã biết nguyên hàm của các *hàm số* $f_1(x)$, $f_2(x)$ ... *là :* $F_1(x)$, $F_2(x)$,... Khi đó có : $F(x) = aF_1(x) + bF_2(x) + ... + C.$ *b) Phương pháp đổi biến số :* Phương pháp này dựa vào : *Định lí.* Nếu $\int f(t)dt = F(t) + C$ và $t = u(x)$ là hàm số có đạo hàm liên tục, thì $\int f(u(x))u'(x)dx = F(u(x)) + C.$ *Hệ quả* : Nếu $u(x) = ax + b$ $(a \neq 0)$ thì $\int f(ax+b)dx = \frac{1}{a}F(ax+b) + C, \ (a \neq 0).$ *c) Phương pháp tìm nguyên hàm từng phần :* dựa vào định lí sau Nếu hai hàm số $u(x)$ và $v(x)$ có đạo hàm liên tục trên K thì $\int u(x)v'(x)dx = u(x)v(x) - \int u'(x)v(x)dx$ hay viết gọn là $\int udv = uv - \int vdu.$

CHUẨN KIẾN THỨC – KĨ NĂNG	HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN	
	KIẾN THỨC CƠ BẢN	DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý
2. Tích phân Diện tích hình thang cong. Định nghĩa và các tính chất của tích phân. Phương pháp tính tích phân từng phần và phương pháp đổi biến số để tính tích phân. *Về kiến thức :* – Biết khái niệm về diện tích hình thang cong. – Biết định nghĩa tích phân của hàm số liên tục bằng công thức Niu-tơn – Lai-bơ-nit. – Biết các tính chất của tích phân. *Về kĩ năng :* – Tính được tích phân của một số hàm số tương đối đơn giản bằng định nghĩa hoặc phương pháp tính tích phân từng phần. – Sử dụng được phương pháp đổi biến số (khi đã chỉ rõ cách đổi biến số và không đổi biến số quá một lần) để tính	**Định nghĩa** – Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[a;b]$. Hiệu số $F(b)-F(a)$ được gọi là tích phân từ a đến b (hay tích phân xác định trên đoạn $[a;b]$) của hàm số $f(x)$, kí hiệu là $$\int_a^b f(x)dx.$$ Vậy ta có $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ (hay $F(x)\Big\|_a^b$). – Khi $a=b$, ta quy ước $$\int_a^a f(x)\,dx = 0.$$ – Khi $a>b$, ta quy ước $$\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx.$$ *Chú ý :* Tích phân không phụ thuộc vào chữ dùng làm biến số trong dấu tích phân, tức là $\int_a^b f(x)dx.$ hay $\int_a^b f(t)dt.$ ... đều bằng $F(b)-F(a)$.	– Tính tích phân của một số hàm số tương đối đơn giản dựa vào định nghĩa hoặc bằng phương pháp tính tích phân từng phần. – Áp dụng phương pháp đổi biến số (khi đã chỉ rõ cách đổi biến số và không đổi biến số quá một lần) để tính tích phân. *Ví dụ.* Tính $\int_1^2 \frac{x^2-2x}{x^3}dx$. *Ví dụ.* Tính $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \sin 7x\, dx$. *Ví dụ.* Tính $\int_{-1}^{1} \frac{2}{(x-2)(x+3)}dx$. *Ví dụ.* Tính $\int_1^2 \sqrt{x+2}\,dx$ (*Hướng dẫn* : đặt $u = x+2$). ***Ví dụ. Tính*** $\int_{-1}^{1} \frac{2x+1}{\sqrt{x^2+x+1}}dx$ **(*Hướng dẫn : đặt* $u = x^2+x+1$).** ***Ví dụ. Tính*** $\int_0^{\pi}\left(e^{\cos x}+x\right)\sin x dx.$

CHUẨN KIẾN THỨC – KĨ NĂNG	HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN	
	KIẾN THỨC CƠ BẢN	DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý
tích phân.	**Tính chất** a) $\int_a^b kf(x)dx = k\int_a^b f(x)dx$ (k : hằng số). b) $\int_a^b [f(x) \pm g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b g(x)dx$. c) $\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^c f(x)\,dx + \int_c^b f(x)\,dx$, $a < c < b$. Mở rộng : $\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^{c_1} f(x)\,dx + \int_{c_1}^{c_2} f(x)dx + ... + \int_{c_n}^b f(x)dx$ (trong đó $a < c_1 < c_2 < ... < c_n < b$). **Phương pháp tính tích phân** *a) Phương pháp đổi biến số* *Định lí 1*. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a\,;\,b]$. Giả sử hàm số $x = \varphi(t)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[\alpha\,;\,\beta]$ và $\varphi(\alpha) = a, \varphi(\beta) = b$. Hơn nữa, $a \le \varphi(t) \le b,\ \forall t \in [\alpha\,;\,\beta]$. Khi đó $\int_a^b f(x)dx = \int_\alpha^\beta f(\varphi(t))\varphi'(t)\,dt.$ *Định lí 2*. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a\,;\,b]$. Nếu hàm số $u = u(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[a\,;b]$, $\alpha \le u(x) \le \beta,\ \forall x \in [a\,;b]$ sao cho $f(x) = g(u(x))u'(x)$	*Ví dụ*. Tính các tích phân sau : a) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right)dx$; b) $\int_0^2 x(x-1)^2\,dx$; c) $\int_0^2 \lvert 1 - x \rvert dx$; d) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\sin x.dx$; e) $\int_0^{\ln 2} \frac{e^{3x}+1}{e^x}dx$; f) $\int_{-1}^0 \frac{dx}{x^2 - 3x + 2}$; g) $\int_0^\pi \sin x\cos 3x\,dx$. *Ví dụ*. Tính các tích phân sau : a) $\int_0^1 e^{x^2}2x.dx$;

<table>
<tr><th rowspan="2">CHUẨN
KIẾN THỨC – KĨ NĂNG</th><th colspan="2">HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN</th></tr>
<tr><th>KIẾN THỨC CƠ BẢN</th><th>DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý</th></tr>
<tr><td></td><td>trong đó $g(u)$ liên tục trên đoạn $[\alpha ; \beta]$ thì
$$\int_a^b f(x)dx = \int_{u(a)}^{u(b)} g(u)du.$$
Khi $\alpha > \beta$ thì ta xét đoạn $[\beta ; \alpha]$.
b) Phương pháp tính tích phân từng phần
Định lí. Nếu $u(x)$ và $v(x)$ là hai hàm số có đạo hàm liên tục trên đoạn $[a ; b]$ thì
$$\int_a^b u(x)v'(x)\,dx = u(x)v(x)\Big|_a^b - \int_a^b u'(x)v(x)\,dx$$
hay
$$\int_a^b udv = uv\Big|_a^b - \int_a^b vdu.$$</td><td>b) $\int_0^1 \sqrt{1-x^2}.dx$;
c) $\int_1^e x^2 \ln x.dx$;
d) $\int_0^1 x^3\sqrt{1-x}\,dx$ (HD : đặt $t = \sqrt{1-x}$).
Ví dụ. Tính các tích phân sau :
a) $\int_0^1 xe^{2x-1}dx$;
b) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\sin^2 xdx$;
c) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \sin x\,dx.$</td></tr>
<tr><td>3. Ứng dụng hình học của tích phân
Về kiến thức :
Biết các công thức tính diện tích hình phẳng, thể tích vật thể, thể tích khối tròn xoay nhờ tích phân.</td><td>Diện tích hình phẳng
– Nếu hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị của hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a ; b]$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$, thì diện tích S của nó được tính theo công thức
$$S = \int_a^b |f(x)|\,dx.$$</td><td>– Tính diện tích một số hình phẳng nhờ tích phân.
– Tính thể tích một số khối nhờ tích phân.
Ví dụ. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol có phương trình $y = 2 - x^2$, $y = 0$ và đường thẳng $y = -x$.
Ví dụ. Tính thể tích vật thể tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi trục hoành và parabol có phương trình
$$y = x(4-x)$$</td></tr>
</table>

CHUẨN KIẾN THỨC – KĨ NĂNG	HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN	
	KIẾN THỨC CƠ BẢN	DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý
Về kĩ năng : Tính được diện tích một số hình phẳng, thể tích một số khối tròn xoay nhờ tích phân.	 – Nếu hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a\,;b]$ và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$, thì diện tích S của nó được tính theo công thức $$S = \int_a^b \lvert f(x) - g(x) \rvert dx.$$  **Thể tích vật thể** Giới hạn vật thể V bởi hai mặt phẳng song song, vuông góc với trục hoành, cắt trục hoành tại hai điểm có hoành độ $x = a$; $x = b$ $(a \leq b)$ và $S(x)$ là diện tích thiết diện	quay quanh trục hoành. *Ví dụ.* Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường : a) $x = -1$; $x = 3$; $y = 0$; $y = x^4 + 2x^2 + 3$. b) $y = x^2 - 2$; $y = -3x + 2$. c) $y = x^2 - 12x + 36$; $y = 6x - x^2$. *Ví dụ.* Tính thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường sau quay quanh trục Ox : a) $y = -x^2 + 1$; $y = 0$. b) $y = \sin\frac{x}{2}$; $y = 0$; $x = 0$; $x = \frac{\pi}{4}$. c) $y = \ln x$; $y = 0$; $x = e$.

CHUẨN KIẾN THỨC – KĨ NĂNG	HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN	
	KIẾN THỨC CƠ BẢN	DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý
	của V vuông góc với Ox tại $x \in [a\,;b]$. Thể tích của V được cho bởi công thức $$V = \int_a^b S(x)\,dx$$ (với $S(x)$ là hàm số không âm, liên tục trên đoạn $[a\,;b]$). **Thể tích khối tròn xoay** Cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a\,;b]$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a$; $x = b$ quay quanh trục Ox, ta được khối tròn xoay. Thể tích của khối này được cho bởi công thức $$V = \pi\int_a^b f^2(x)\,dx.$$ 	***Lưu ý :*** ***Cho hình phẳng giới hạn bởi đường cong $x = g(y)$ với g là hàm số liên tục trên đoạn $[c\,;\,d]$, trục Oy và hai đường thẳng $y = c$; $y = d$ quay quanh trục Oy, ta được khối tròn xoay. Thể tích của khối này được cho bởi công thức*** $$V = \pi\int_c^d g^2(y)\,dy.$$

<table>
<tr><th rowspan="2">CHUẨN
KIẾN THỨC – KĨ NĂNG</th><th colspan="2">HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN</th></tr>
<tr><th>KIẾN THỨC CƠ BẢN</th><th>DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý</th></tr>
<tr><td colspan="3">Lưu ý :
– Các tích phân của hàm $f(x)$ trên đoạn $[a\ ;\ b]$ đều có chung một giả thiết : Hàm $f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a\ ;\ b]$, điều đó dẫn tới việc loại những bài tập cho tính tích phân của hàm số hoặc không xác định ở cận tích phân hoặc không xác định ở một điểm, đoạn, ... nào đó trong đoạn lấy tích phân.
–Học sinh học theo chương trình nâng cao còn được học cách tính thể tích khối tròn xoay nhận trục tung làm trục nhờ tích phân.</td></tr>
<tr><td colspan="3">IV. SỐ PHỨC</td></tr>
<tr><td>1. Dạng đại số của số phức. Biểu diễn hình học của số phức. Các phép tính cộng, trừ, nhân, chia số phức

Về kiến thức :
– Biết dạng đại số của số phức.
– Biết cách biểu diễn hình học của số phức, môđun của số phức, số phức liên hợp.

Về kĩ năng :
– Thực hiện được các phép tính cộng, trừ, nhân, chia số phức.</td><td>Số i
i là một số mà $i^2 = -1$.
Luỹ thừa của i
Ta có : $i^0 = 1$, $i^1 = i$, $i^2 = -1$, $i^3 = -i$, $i^4 = 1$.
Mở rộng : $i^{4k} = 1$, $i^{4k+1} = i$, $i^{4k+2} = i^2 = -1$,
$i^{4k+3} = i^3 = -i$.
Số phức
– Một biểu thức dạng $a + bi$, trong đó a, b là các số thực, $i^2 = -1$ được gọi là một số phức. Khi đó a gọi là phần thực, b gọi là phần ảo của số phức. Số phức $a + bi$ được gọi là số phức dạng đại số.
– Nếu $b = 0$ thì khi đó $a + 0i$ là một số thực.
– Nếu $a = 0$ và $b \neq 0$ thì khi đó $0 + bi$ là một số thuần ảo.</td><td>– Tìm luỹ thừa nguyên của i.
– Thực hiện các phép toán cộng, trừ, nhân và chia hai số phức.
– Tìm số phức nghịch đảo của $z = a + bi$.
– Tìm số phức liên hợp của một số phức.
– Tìm môđun và acgumen của một số phức.
– Tìm biểu diễn hình học của một tập số phức.
Ví dụ. Tính :
a) $5 + 2i - 3(-7 + 6i)$;
b) $(2 - \sqrt{3}\,i)(\frac{1}{2} + \sqrt{3}\,i)$;
c) $(1 + \sqrt{2}\,i)^2$;
d) $\frac{2 - 15i}{3 + 2i}$.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th rowspan="2">CHUẨN
KIẾN THỨC – KĨ NĂNG</th><th colspan="2">HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN</th></tr>
<tr><th>KIẾN THỨC CƠ BẢN</th><th>DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý</th></tr>
<tr><td></td><td>

Hai số phức bằng nhau

Hai số phức là bằng nhau khi và chỉ khi phần thực bằng nhau và phần ảo bằng nhau

$$a + bi = c + di \Leftrightarrow \begin{cases} a = c \\ b = d. \end{cases}$$

Biểu diễn hình học số phức

Trên mặt phẳng toạ độ, mỗi điểm $M(a\,;\,b)$ biểu diễn một số phức $z = a + bi$.

Môđun của số phức

Môđun của số phức $z = x + yi$ (kí hiệu $|z|$) bằng khoảng cách từ gốc toạ độ đến điểm $M(x\,;y)$; hay là bằng độ dài của vectơ $\overrightarrow{OM}$. Nếu khoảng cách này là r thì :

$$r = \left|\overrightarrow{OM}\right| = | z | = | x + yi | = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

Số phức liên hợp

Số phức liên hợp của $z = a + bi$ là $\bar{z} = a - bi$. Tích của chúng là số thực : $z.\bar{z} = a^2 + b^2 = |\bar{z}|^2 = |z|^2$.

Chú ý : $\overline{z_1 \cdot z_2} = \bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2$.

Các phép toán với hai số phức ở dạng đại số

Với hai số phức $z_1 = a_1 + b_1 i$, $z_2 = a_2 + b_2 i$, ta có các phép toán sau :

</td><td>

Ví dụ. Tìm phần thực, phần ảo, môđun và số phức liên hợp của mỗi số phức sau :

a) $z = 3 + 2i$;

b) $z = -4 + 2i$.

Ví dụ. Thực hiện phép tính

a) $(2 - 3i) + (-4 + i)$;

b) $4i - (-7 + 3i)$;

c) $(2 - 3i)(5 + 7i)$;

d) $\dfrac{2i}{1 - i}$;

e) $(3i + 1)^3$.

Ví dụ. Cho $z = a - 2i$, $z' = 4 + bi$ $(a, b \in \mathbb{R})$. Tìm điều kiện của a, b để tích z.z' là số thực, là số thuần ảo.

</td></tr>
</table>

CHUẨN KIẾN THỨC – KĨ NĂNG	HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN	
	KIẾN THỨC CƠ BẢN	DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý
	Phép cộng $$z_1 + z_2 = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2)i.$$ Phép trừ $$z_1 - z_2 = (a_1 - a_2) + (b_1 - b_2)i.$$ Phép nhân $$z_1.z_2 = (a_1a_2 - b_1b_2) + (a_1b_2 + a_2b_1)i.$$ (Thực hiện phép nhân hai số phức tương tự như nhân hai nhị thức và thay $i^2 = -1$). Phép chia $$\frac{a+bi}{c+di} = \frac{(a+bi)(c-di)}{c^2+d^2}.$$ (Nhân tử số và mẫu số của thương với số phức liên hợp của mẫu số). ***Số phức nghịch đảo của $z = a + bi$ là :*** $$\frac{1}{z} = \frac{1}{\lvert z\rvert^2}.\bar{z} = \frac{a}{a^2+b^2} - \frac{b}{a^2+b^2}i.$$	
2. Giải phương trình bậc hai với hệ số thực. *Căn bậc hai của số phức*. Giải phương trình bậc hai với hệ số phức.	**Căn bậc hai của số phức** ***– Cho số phức w. Mỗi số phức z thoả mãn $z^2 = w$ được gọi là một căn bậc hai của w.*** ***– Nếu số phức $(x + yi)$ là căn bậc hai của số phức $z = a + bi$ thì x và y là nghiệm của hệ*** $$\begin{cases} x^2 - y^2 = a \\ 2xy = b. \end{cases}$$	– Tìm căn bậc hai của số thực âm, ***căn bậc hai của số phức.*** – Giải phương trình bậc hai và quy về bậc hai với hệ số thực và có nghiệm phức. ***– Giải phương trình bậc hai với hệ số phức $az^2 + bz + c = 0$.***

CHUẨN KIẾN THỨC – KĨ NĂNG	HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN	
	KIẾN THỨC CƠ BẢN	DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý
Về kiến thức : – Biết khái niệm căn bậc hai của số phức. – Biết cách giải phương trình bậc hai với hệ số thực và có nghiệm phức. ***– Biết công thức tính nghiệm của phương trình bậc hai với hệ số phức.*** *Về kĩ năng :* – Biết cách tính căn bậc hai của số phức. Biết tìm nghiệm phức của phương trình bậc hai với hệ số thực (nếu $\Delta < 0$). ***– Giải được phương trình bậc hai với hệ số phức.***	– Số thực $a < 0$ có các căn bậc hai là $\pm i\sqrt{\lvert a\rvert}$. **Phương trình bậc hai với hệ số thực** Phương trình bậc hai $$ax^2 + bx + c = 0$$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$; $a \neq 0$; $\Delta = b^2 - 4ac$ có nghiệm như sau : – Nếu $\Delta = 0$ thì phương trình có một nghiệm kép $x = -\frac{b}{2a}$. – Nếu $\Delta > 0$ thì phương trình có hai nghiệm thực $$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}.$$ – Nếu $\Delta < 0$ thì phương trình có hai nghiệm phức $$x_{1,2} = \frac{-b \pm i\sqrt{\lvert\Delta\rvert}}{2a}.$$	***Ví dụ. Tính căn bậc hai của các số phức sau*** $\mathbf{3 + 4i}$; $\mathbf{5 - 12i}$. *Ví dụ.* Giải các phương trình sau (trên tập số phức) : *a)* $x^2 + x + 1 = 0$; ***b)*** $\mathbf{x^2 - 3x + 4 - 6i = 0}$; ***c)*** $\mathbf{2x^2 + ix - 4 - 2i = 0}$. *Ví dụ.* Tìm căn bậc hai của các số sau (trên tập số phức) a) -4 ; b) -11. ***Ví dụ. Tìm căn bậc hai của các số phức sau*** ***a)*** $\mathbf{z = -7 + 24i}$; ***b)*** $\mathbf{z = 1 - i\sqrt{3}}$. *Ví dụ.* Giải các phương trình (trên tập số phức) : *a)* $3x^2 - x + 2 = 0$; *b)* $3x^2\sqrt{2} - 2x\sqrt{3} + \sqrt{2} = 0$. ***Ví dụ. Giải các phương trình sau (trên tập số phức)*** ***a)*** $\mathbf{x^2 - (3 - i)x + 4 - 3i = 0}$; ***b)*** $\mathbf{3ix^2 - 2x - 4 + i = 0}$; ***c)*** $\mathbf{x^4 - 2x^2 - 3 = 0}$.

CHUẨN KIẾN THỨC – KĨ NĂNG	HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN	
	KIẾN THỨC CƠ BẢN	DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý
		Ví dụ. Cho phương trình : $$x^2 - 3x + 5 = 0.$$ Gọi z, z' là nghiệm của phương trình trên. Hãy tính giá trị của các biểu thức sau a) $z + z'$; b) $z^2z' + zz'^2$. ***Ví dụ. Phân tích thành nhân tử biểu thức sau*** $$A = a^4 + 4b^2.$$
3. *Dạng lượng giác của số phức và ứng dụng.* *Về kiến thức :* ***– Biết dạng lượng giác của số phức.*** ***– Biết công thức Moa-vrơ và ứng dụng.*** *Về kĩ năng :* ***– Biết cách nhân, chia các số phức dưới dạng lượng giác.*** ***– Biết cách biểu diễn*** **cos3*a*, sin4*a*,...** ***qua*** **cos*a*** ***và*** **sin*a*.**	**Acgumen của một số phức :** ***Acgumen của số phức $z = x + yi$ là số đo của góc lượng giác tia đầu Ox, tia cuối OM, với $M = (x ; y)$ và O là gốc toạ độ. Nếu acgumen của z là α thì :*** $$\sin\alpha = \frac{y}{r},\ \cos\alpha = \frac{x}{r},\ \tan\alpha = \frac{y}{x}.$$ **Dạng lượng giác của số phức :** ***Số phức $z = x + yi$ có dạng lượng giác là*** $$z = r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$$ ***trong đó r là môđun của z và α là acgumen của z.*** **Nhân và chia số phức ở dạng lượng giác :** ***Nếu $z_1 = r_1(\cos\alpha_1 + i\sin\alpha_1)$ và $z_2 = r_2(\cos\alpha_2 + i\sin\alpha_2)$ là hai số phức ở dạng lượng giác thì :*** $$z_1z_2 = r_1r_2\left[\cos(\alpha_1 + \alpha_2) + i\sin(\alpha_1 + \alpha_2)\right].$$	***– Biểu diễn được số phức từ dạng đại số thành dạng lượng giác và ngược lại.*** ***– Thực hiện nhân, chia và căn bậc hai các số phức dưới dạng lượng giác.*** ***– Áp dụng công thức Moa-vrơ.*** ***Ví dụ. Viết số $1 + i$ dưới dạng lượng giác rồi tính $(1 + i)^{15}$.*** ***Ví dụ. Hãy tìm dạng lượng giác của số phức $z, \bar{z}, -z, \frac{1}{z}$, trong đó : $z = 1 - i\sqrt{3}$.*** ***Ví dụ . Tính $\left(\frac{i}{1-i}\right)^{10}$.*** ***Ví dụ. Biểu diễn $\cos 4x$ theo $\sin x$, $\cos x$.***

CHUẨN KIẾN THỨC – KĨ NĂNG	HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN	
	KIẾN THỨC CƠ BẢN	DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý
	$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2}\left[\cos(\alpha_1 - \alpha_2) + i\sin(\alpha_1 - \alpha_2)\right]$; $r_2 > 0$. **Căn bậc hai của số phức ở dạng lượng giác :** ***Căn bậc hai của số phức*** $z = r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$ ***là*** $\sqrt{r}\left(\cos\frac{\alpha}{2} + i\sin\frac{\alpha}{2}\right)$ ***và*** $\sqrt{r}\left(\cos\left(\frac{\alpha}{2} + \pi\right) + i\sin\left(\frac{\alpha}{2} + \pi\right)\right)$. **Công thức Moa-vrơ :** ***Nếu*** $z = r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$ ***là một số phức ở dạng lượng giác và*** n ***là một số nguyên dương thì*** $z^n = r^n(\cos n\alpha + i\sin n\alpha)$.	

Lưu ý :

– Học sinh học theo chương trình nâng cao còn được học kiến thức kĩ năng liên quan : căn bậc hai của số phức ; công thức tính nghiệm của phương trình bậc hai với hệ số phức ; acgumen và dạng lượng giác của số phức ; công thức Moa-vrơ và ứng dụng ; biểu diễn được số phức từ dạng đại số sang dạng lượng giác và ngược lại ; cách nhân, chia các số phức dưới dạng lượng giác ; tính căn bậc hai của số phức ; giải phương trình bậc hai với hệ số phức ; biểu diễn $\cos 3\alpha$, $\sin 4\alpha$,... ***qua*** $\cos\alpha$ ***và*** $\sin\alpha$.

<table>
<tr><th rowspan="2">CHUẨN
KIẾN THỨC – KĨ NĂNG</th><th colspan="2">HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN</th></tr>
<tr><th>KIẾN THỨC CƠ BẢN</th><th>DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý</th></tr>
<tr><td colspan="3">V. KHỐI ĐA DIỆN</td></tr>
<tr><td>1. Khái niệm về khối đa diện. Khối lăng trụ, khối chóp. Phân chia và lắp ghép các khối đa diện.

Về kiến thức :

– Biết khái niệm khối lăng trụ, khối chóp, khối chóp cụt, khối đa diện.

– Biết phép đối xứng qua mặt phẳng và sự bằng nhau của hai khối đa diện.</td><td>Hình đa diện là hình được tạo thành từ một số hữu hạn các miền đa giác thoả mãn hai tích chất :

– Hai miền đa giác bất kì hoặc không có điểm chung hoặc có một đỉnh chung, hoặc có một cạnh chung.

– Mỗi cạnh của một miền đa giác là cạnh chung của đúng hai miền đa giác.

Mỗi miền đa giác như trên được gọi là một mặt của đa diện. Các đỉnh, các cạnh của các miền đa giác ấy theo thứ tự cũng được gọi là đỉnh, cạnh của đa diện.

Một đa diện chia không gian thành hai phần, một phần có thể chứa trọn một đường thẳng còn phần kia thì không. Phần có thể chứa trọn một đường thẳng được gọi là miền ngoài, còn phần kia gọi là miền trong của đa diện đó.

Khối đa diện là phần không gian do một hình đa diện giới hạn cùng với miền trong của nó (kể cả hình đa diện đó).

– Những điểm không thuộc khối đa diện được gọi là điểm ngoài của khối đa diện.

– Những điểm thuộc khối đa diện nhưng không thuộc hình đa diện tương ứng với khối đa diện ấy gọi là điểm trong của khối đa diện.</td><td>– Chứng minh tính chất liên quan đến số đỉnh, cạnh, mặt của một khối đa diện.

– Chứng minh hai đa diện bằng nhau.

– Phân chia, lắp ghép các khối đa diện. Biết phân chia một khối chóp, khối lăng trụ thành một số khối tứ diện cho trước.

Ví dụ

Hãy phân chia một khối tứ diện thành bốn khối tứ diện bởi hai mặt phẳng.

Ví dụ

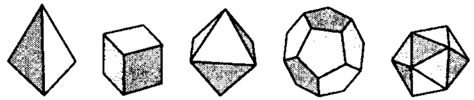
Hãy phân chia khối hộp thành 6 khối tứ diện mà các đỉnh của các khối tứ diện trùng với đỉnh của khối hộp. (HD : Chia khối hộp bởi một mặt chéo thành hai lăng trụ tam giác).

Ví dụ. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$

a) Chỉ ra cách chia hình hộp đó thành 2 lăng trụ ; 4 lăng trụ.

b) Chỉ ra cách chia hình hộp đó thành các hình chóp.</td></tr>
</table>

CHUẨN KIẾN THỨC – KĨ NĂNG	HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN	
	KIẾN THỨC CƠ BẢN	DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý
	– Tập hợp các điểm trong chính là miền trong của khối đa diện. – Tập hợp các điểm ngoài chính là miền ngoài của khối đa diện. Mỗi khối đa diện được hoàn toàn xác định theo hình đa diện tương ứng với nó và đảo lại. **Phân chia và lắp ghép các khối đa diện** : Nếu một khối đa diện (H) là hợp của hai khối đa diện (H_1), (H_2) sao cho (H_1) và (H_2) không có điểm trong nào chung, thì ta nói có thể chia được khối đa diện (H) thành hai khối đa diện (H_1) và (H_2), hay có thể lắp ghép được hai khối (H_1) và (H_2) với nhau để được khối đa diện (H).	
2. Giới thiệu khối đa diện đều. ***Giới thiệu phép vị tự và sự đồng dạng của hai khối đa diện đều cùng loại.*** *Về kiến thức :* – Biết khái niệm khối đa diện đều. ***– Biết 5 loại khối đa diện đều.*** ***– Biết tính đối xứng qua mặt phẳng của khối tứ diện đều, bát diện đều và hình lập phương.***	**Khối đa diện lồi** : Khối đa diện (H) được gọi là *khối đa diện lồi* nếu đoạn thẳng nối hai điểm bất kì của (H) luôn luôn thuộc (H). Khi đó, hình đa diện (H) được gọi là hình *đa diện lồi.* Một khối đa diện là lồi khi và chỉ khi miền trong của nó luôn nằm về một phía đối với mỗi mặt phẳng chứa một mặt của nó. **Khối đa diện đều** : Một khối đa diện lồi được gọi là *khối đa diện đều* loại $\{p ; q\}$ nếu : – Mỗi mặt của nó là một đa giác đều p cạnh ; – Mỗi đỉnh của nó là đỉnh chung của đúng q mặt.	– Tính các yếu tố : góc, độ dài ... của khối đa diện đều. – Chứng minh tính chất của khối đa diện đều. – Chứng minh một khối đa diện là khối đa diện đều. ***Lưu ý :*** **Định lí** : Có năm loại khối đa diện đều. Đó là các khối đa diện đều : loại $\{3 ; 3\}$, loại $\{4 ; 3\}$, loại $\{3 ; 4\}$, loại $\{5 ; 3\}$, loại $\{3 ; 5\}$. Tuỳ theo số mặt của chúng, năm loại khối đa diện đều kể trên theo thứ tự được gọi là khối tứ diện đều,

CHUẨN KIẾN THỨC – KĨ NĂNG	HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN	
	KIẾN THỨC CƠ BẢN	DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý
– ***Biết phép vị tự trong không gian.***	Khối đa diện đều có các mặt là những đa giác đều và bằng nhau.	khối lập phương, khối bát diện đều, khối mười hai mặt đều và khối hai mươi mặt đều.  *Ví dụ :* Cho một khối tứ diện đều, hãy chứng minh rằng : a) Các trọng tâm của các mặt của nó là các đỉnh của một khối tứ diện đều. b) Các trung điểm của các cạnh của nó là các đỉnh của một khối bát diện đều. ***Ví dụ : Hai đỉnh của một khối bát diện đều cho trước gọi là hai đỉnh đối diện nếu chúng không cùng thuộc một cạnh của khối đó. Đoạn thẳng nối hai đỉnh đối diện được gọi là đường chéo của khối bát diện đều. Chứng minh rằng trong khối bát diện đều :*** ***a) Ba đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.*** ***b) Ba đường chéo đôi một vuông góc với nhau.*** ***c) Ba đường chéo bằng nhau.*** ***Ví dụ*** ***Cho tứ diện ABCD, gọi G, M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm của tứ diện và trọng tâm của các tam giác BCD, ACD, ABD, ABC. Chứng minh rằng phép vị tự tâm G tỉ số vị tự k = –3 biến tứ diện MNPQ thành tứ diện ABCD.***

CHUẨN KIẾN THỨC – KĨ NĂNG	HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN	
	KIẾN THỨC CƠ BẢN	DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý
3. Khái niệm về thể tích khối đa diện. Thể tích khối hộp chữ nhật. Công thức tính thể tích khối lăng trụ và khối chóp. *Về kiến thức :* – Biết khái niệm về thể tích khối đa diện. – Biết công thức tính thể tích của khối lăng trụ và khối chóp. *Về kĩ năng :* Tính được thể tích của khối lăng trụ và khối chóp.	– Thể tích của khối hộp chữ nhật bằng tích ba kích thước của nó. $V = abc.$ – Thể tích khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là $V = \frac{1}{3}B.h.$ – Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là $V = B.h$	– Tính thể tích khối hộp chữ nhật, khối lăng trụ và khối chóp. – Dùng phương pháp thể tích để giải toán hình học. – Tìm tỉ số thể tích của hai khối đa diện. *Ví dụ* Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, góc SAC bằng 45°. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$. *Ví dụ* Cho khối hộp $MNPQ.M'N'P'Q'$ có thể tích V. Tính thể tích của khối tứ diện $P'MNP$ theo V. *Ví dụ*. Trên cạnh PQ của tứ diện $MNPQ$ lấy điểm I sao cho $PI = \frac{1}{3}PQ$. Cho biết tỉ số thể tích của hai khối tứ diện $MNIQ$ và $MNIP$. ***Ví dụ*** ***Cho lăng trụ ABC.A'B'C' có cạnh bên AA' tạo với mặt đáy góc 60°, BC = a và hình chóp A.A'B'C' là hình chóp đều. Tính thể tích khối lăng trụ theo a.*** ***Lưu ý :*** – Tỉ số thể tích của hai khối đa diện đồng dạng bằng lập phương tỉ số đồng dạng.

CHUẨN KIẾN THỨC – KĨ NĂNG	HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN	
	KIẾN THỨC CƠ BẢN	DẠNG TOÁN, VÍ DỤ, LƯU Ý
		– Cho khối chóp $S.ABC$. Trên các đường thẳng SA, SB, SC lần lượt lấy ba điểm A', B', C' khác S. Khi đó $$\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}}=\frac{SA'}{SA}.\frac{SB'}{SB}.\frac{SC'}{SC}.$$

Lưu ý :

– Việc tính thể tích các khối đa diện gắn với việc phân chia và lắp ghép các khối đa diện để tính được thể tích các khối đa diện có hình phức tạp.

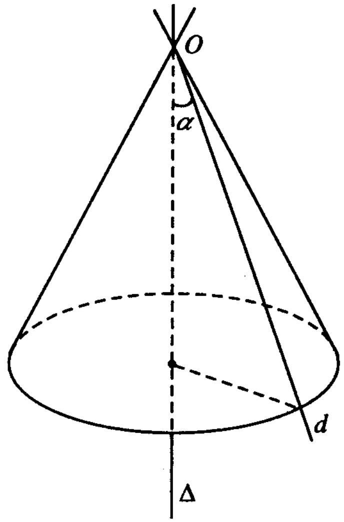
– Học sinh học theo chương trình nâng cao còn được học về : Phép đối xứng qua mặt phẳng và sự bằng nhau của hai khối đa diện ; thêm các khối đa diện đều là thập nhị diện đều và nhị thập diện đều. Tính đối xứng qua mặt phẳng của khối tứ diện đều, bát diện đều và hình lập phương. Phép vị tự trong không gian.

VI. MẶT CẦU, MẶT TRỤ, MẶT NÓN

1. Mặt cầu Giao của mặt cầu và mặt phẳng. Mặt phẳng kính, đường tròn lớn. Mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu. Giao của mặt cầu với đường thẳng. Tiếp tuyến của mặt cầu. Công thức tính diện tích mặt cầu, thể tích khối cầu.	**Mặt cầu** : Tập hợp tất cả những điểm M trong không gian cách một điểm O cố định một khoảng bằng r không đổi được gọi là mặt cầu tâm O bán kính r và thường được kí hiệu là mặt cầu $S(O\ ;\ r)$. Cho mặt cầu $S(O\ ;\ r)$ và điểm M tuỳ ý trong không gian : – Nếu $OM = r$ thì ta nói điểm M nằm trên mặt cầu $S(O\ ;\ r)$. – Nếu $OM < r$ thì ta nói rằng điểm M nằm trong mặt cầu $S(O\ ;\ r)$. – Nếu $OM > r$ thì ta nói rằng điểm M nằm ngoài mặt cầu $S(O\ ;\ r)$.	– Xác định tâm và bán kính của mặt cầu theo điều kiện cho trước. – Xác định vị trí tương đối giữa mặt cầu và mặt phẳng. – Xác định vị trí tương đối giữa mặt cầu và đường thẳng. – Chứng minh nhiều điểm nằm trên một mặt cầu. – Tính diện tích mặt cầu, thể tích khối cầu. – Mặt cầu ngoại tiếp hình chóp, hình lăng trụ. – Tìm tâm và tính bán kính hình cầu ngoại tiếp tứ diện, hình cầu ngoại tiếp hình chóp.

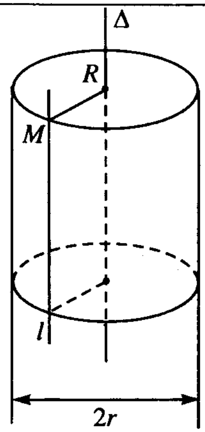
CHUẨN KIẾN THỨC – KĨ NĂNG	HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN	
	KIẾN THỨC CƠ BẢN	DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý
Về kiến thức : – Hiểu các khái niệm mặt cầu, mặt phẳng kính, đường tròn lớn, mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu, tiếp tuyến của mặt cầu. – Biết công thức tính diện tích mặt cầu, thể tích khối cầu. *Về kĩ năng :* Tính được diện tích mặt cầu, thể tích khối cầu.	**Giao của mặt cầu và mặt phẳng** Cho mặt cầu $S(O\ ;\ r)$ và mặt phẳng (P). Gọi $d(O, (P)) = h$ là khoảng cách từ tâm O của mặt cầu tới mặt phẳng (P). Ta có các trường hợp : – Nếu $h > r$ thì mặt phẳng (P) không cắt mặt cầu. – Nếu $h = r$ thì mặt phẳng (P) tiếp xúc mặt cầu tại điểm H. Ta có $OH \perp (P)$. – Nếu $h < r$ thì mặt phẳng (P) cắt mặt cầu theo đường tròn có bán kính $r' = \sqrt{r^2 - h^2}$. – Đặc biệt khi $h = 0$ thì mặt phẳng (P) cắt mặt cầu theo một đường tròn lớn có bán kính $r' = r$. **Giao của mặt cầu với đường thẳng. Tiếp tuyến của mặt cầu** Cho mặt cầu $S(O\ ;\ r)$ và đường thẳng Δ. Ta có các trường hợp : – Trường hợp Δ đi qua tâm O của mặt cầu thì Δ cắt mặt cầu tại hai điểm A, B với $AB = 2r$. – Trường hợp Δ không đi qua tâm O của mặt cầu, ta gọi d là khoảng cách từ tâm O đến đường thẳng Δ, khi đó : + Nếu $d < r$ thì đường thẳng Δ cắt mặt cầu tại hai điểm M, N.	*Ví dụ.* Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, góc SAC bằng 60°. Xác định tâm và tính bán kính mặt cầu đi qua các đỉnh của hình chóp $S.ABCD$. *Ví dụ.* Cho hình lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a. Tính diện tích của mặt cầu đi qua 6 đỉnh của hình lăng trụ. ***Ví dụ. Cho tứ diện SABC có $SA \perp (ABC)$, ΔABC cân, $(SAB) \perp (SBC)$ và $SA = AB = a$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện.*** *Ví dụ.* Một mặt cầu bán kính R đi qua 8 đỉnh của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. a) Tính cạnh của hình lập phương đó theo R. ***b) Mặt phẳng kính chứa cạnh AB cắt hình lập phương theo một thiết diện. Tính diện tích của thiết diện tạo thành.*** ***Lưu ý :*** – Qua một điểm A bất kì trên mặt cầu $S(O\ ;\ r)$ có vô số tiếp tuyến với mặt cầu đó. Tất cả các tiếp tuyến này đều vuông góc với bán kính OA của mặt cầu và đều nằm trong mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu $S(O\ ;\ r)$ tại A. Mặt phẳng tiếp xúc này vuông góc với đường thẳng OA tại A. – Qua một điểm M nằm ngoài mặt cầu $S(O\ ;\ r)$ có vô số tiếp tuyến với mặt cầu đã cho. Khi đó độ dài các

CHUẨN KIẾN THỨC – KĨ NĂNG	HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN	
	KIẾN THỨC CƠ BẢN	DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý
	+ Nếu $d = r$ thì đường thẳng Δ tiếp xúc với mặt cầu tại một điểm H. (H gọi là tiếp điểm và đường thẳng Δ được gọi là tiếp tuyến). + Nếu $d > r$ thì đường thẳng Δ không cắt mặt cầu. **Diện tích mặt cầu và thể tích khối cầu** – Gọi S là diện tích mặt cầu bán kính r, ta có : $$S = 4\pi r^2.$$ – Thể tích V của khối cầu bán kính r là : $V = \frac{4}{3}\pi r^3$. *Chú ý :* Diện tích đường tròn lớn của mặt cầu bán kính r là $s = \pi r^2$ nên $S = 4s$.	đoạn thẳng nối điểm M với các tiếp điểm đều bằng nhau. Tất cả các đoạn thẳng này tạo nên một mặt nón tròn xoay có đỉnh là M và có đường tròn đáy nằm trên mặt cầu.
2. Khái niệm về mặt tròn xoay *Về kiến thức :* Biết khái niệm mặt tròn xoay.	**Mặt tròn xoay** Trong không gian cho mặt phẳng (P) chứa một đường thẳng Δ và một đường ξ. Khi quay mặt phẳng (P) xung quanh Δ góc 360° thì tập hợp các điểm của đường ξ tạo nên một mặt tròn xoay nhận Δ làm trục. Đường ξ sinh ra mặt tròn xoay nên gọi là *đường sinh* của mặt tròn xoay đó. **Tính chất của mặt tròn xoay** – Nếu cắt mặt tròn xoay bởi một mặt phẳng vuông góc với trục Δ, ta được giao tuyến là một đường tròn có tâm trên Δ. – Mỗi điểm M trên mặt tròn xoay đều nằm trên một đường tròn thuộc mặt tròn xoay và đường tròn này có tâm thuộc trục tròn xoay Δ.	

CHUẨN KIẾN THỨC – KĨ NĂNG	HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN	
	KIẾN THỨC CƠ BẢN	DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý
3. Mặt nón. Giao của mặt nón với mặt phẳng. Diện tích xung quanh của hình nón. *Về kiến thức :* Biết khái niệm mặt nón và công thức tính diện tích xung quanh của hình nón. *Về kĩ năng :* Tính được diện tích xung quanh của hình nón.	**Định nghĩa.** Trong mặt phẳng (P) cho hai đường thẳng Δ và d cắt nhau tại điểm O tạo thành góc α (với $0^{\circ} < \alpha < 90^{\circ}$). Mặt tròn xoay sinh ra bởi đường thẳng d khi quay mặt phẳng (P) xung quanh trục Δ góc 360° gọi là *mặt nón tròn xoay đỉnh O* có góc ở đỉnh bằng 2α. Người ta thường gọi tắt mặt nón tròn xoay là mặt nón. Đường thẳng Δ gọi là trục của mặt nón, đường thẳng d gọi là *đường sinh* của mặt nón đó. 	– Chứng minh một đường thẳng thuộc một mặt nón tròn xoay. – Tìm thiết diện của một mặt phẳng với khối nón. – Tính diện tích xung quanh và thể tích của khối nón. *Ví dụ.* Cho một mặt phẳng (P) và đường thẳng d đi qua một điểm cố định và tạo với (P) một góc α (với $0^{\circ} < \alpha < 90^{\circ}$) không đổi. Chứng minh rằng d luôn thuộc một mặt nón cố định. *Ví dụ.* Cho khối nón có chiều cao là 12, bán kính đáy là 5. Một mặt phẳng đi qua đỉnh của khối nón và hai đường sinh cắt đáy theo dây cung có độ dài $13\sqrt{2}$. Cho biết độ dài các cạnh và diện tích thiết diện tạo thành. *Ví dụ.* Cho một hình nón có đường cao bằng 12cm, bán kính đáy bằng 16cm. Tính diện tích xung quanh của hình nón đó.

CHUẨN KIẾN THỨC – KĨ NĂNG	HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN	
	KIẾN THỨC CƠ BẢN	DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý
	Tính chất a) Nếu cắt mặt nón tròn xoay đỉnh O bởi mặt phẳng đi qua đỉnh O, ta có các trường hợp sau đây : – Mặt phẳng cắt mặt nón theo hai đường sinh. – Mặt phẳng tiếp xúc với mặt nón theo một đường sinh. Trong trường hợp này người ta gọi mặt phẳng đó là *tiếp diện* của mặt nón. – Mặt phẳng chỉ có một điểm O chung duy nhất với mặt nón, ngoài ra không có một điểm chung nào khác. b) Nếu cắt mặt nón tròn xoay đỉnh O bởi mặt phẳng (P) không đi qua đỉnh O, ta có các trường hợp sau đây : – Nếu mặt phẳng (P) cắt mọi đường sinh của mặt nón, ta được giao tuyến là một đường elip hoặc là một đường tròn (nếu mặt phẳng (P) vuông góc với trục Δ của mặt nón). – Nếu mặt phẳng (P) song song với chỉ một đường sinh của mặt nón, ta được giao tuyến là một đường parabol. – Nếu mặt phẳng (P) song song với hai đường sinh của mặt nón, ta được giao tuyến là hai nhánh của một đường hypebol. **Hình nón tròn xoay và khối nón tròn xoay** Cho tam giác OIM vuông tại I. Khi quay tam giác đó xung quanh cạnh góc vuông OI thì đường gấp khúc OMI tạo thành một hình gọi là *hình nón tròn xoay* (hay hình nón). Hình tròn tâm I bán kính IM gọi là *mặt đáy*, điểm	*Ví dụ*. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, góc SAB bằng 30°. Tính diện tích xung quanh và thể tích của hình nón đỉnh O, đáy là đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ABCD$. ***Ví dụ. Cắt một hình nón bởi mặt phẳng đi qua trục của nó, ta được thiết diện là tam giác có một góc bằng 120° và đường cao thuộc góc đó có độ dài bằng a. Tính diện tích xung quanh của hình nón đó.***

CHUẨN KIẾN THỨC – KĨ NĂNG	HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN	
	KIẾN THỨC CƠ BẢN	DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý
	O gọi là *đỉnh*, độ dài OI gọi là *chiều cao* và độ dài OM gọi là *đường sinh* của hình nón đó. *Khối nón tròn xoay* (hay *khối nón*) là phần không gian được giới hạn bởi một hình nón tròn xoay kể cả hình nón đó. **Diện tích xung quanh của hình nón** Gọi S_{xq} là diện tích xung quanh của hình nón có bán kính đường tròn đáy bằng r và có độ dài đường sinh bằng l, ta có công thức : $S_{xq} = \pi rl$. Diện tích toàn phần của hình nón bằng diện tích xung quanh của hình nón cộng thêm diện tích đáy của hình nón. **Thể tích khối nón** Gọi V là thể tích của khối nón tròn xoay có chiều cao h và diện tích đáy là B. Ta có công thức $V = \frac{1}{3}Bh$. Nếu bán kính đáy bằng r ta có $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.	
4. Mặt trụ. Giao của mặt trụ với mặt phẳng. Diện tích xung quanh của hình trụ. *Về kiến thức :* Biết khái niệm mặt trụ , khối trụ và công thức tính diện tích	**Định nghĩa.** Trong mặt phẳng (P) cho hai đường thẳng Δ và l song song với nhau, cách nhau một khoảng bằng r. Khi quay mặt phẳng (P) xung quanh trục Δ góc 360° thì đường thẳng l sinh ra *mặt trụ tròn xoay* và được gọi tắt là *mặt trụ*. Đường thẳng Δ gọi là trục của mặt trụ và đường thẳng l gọi là *đường sinh* của mặt trụ đó.	– Chứng minh một đường thẳng thuộc một mặt trụ tròn xoay. – Tìm thiết diện của một mặt phẳng với khối trụ. – Tính diện tích xung quanh và thể tích của khối trụ. *Ví dụ*. Cho mặt phẳng (P) và một đường tròn tâm O trên đó. Điểm M di động trên (O). Đường thẳng d đi

CHUẨN KIẾN THỨC – KĨ NĂNG	HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN	
	KIẾN THỨC CƠ BẢN	DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý
xung quanh của hình trụ, công thức tính thể tích của khối trụ. Biết thiết diện của một mặt phẳng với hình trụ, khối trụ. *Về kĩ năng* : Tính được diện tích xung quanh của hình trụ, thể tích của khối trụ.	 **Tính chất** a) Nếu cắt mặt trụ tròn xoay bởi mặt phẳng (P) vuông góc với trục Δ thì ta được một đường tròn có tâm trên Δ và có bán kính bằng r. Người ta cũng gọi r là bán kính của mặt trụ đó. b) Nếu cắt mặt trụ tròn xoay bởi một mặt phẳng (α) không vuông góc với trục Δ nhưng cắt tất cả các đường sinh, ta được giao tuyến là đường elip. c) Nếu M là một điểm bất kì nằm trên mặt trụ tròn xoay có trục là Δ và có bán kính r thì đường thẳng l' đi qua M và song song với Δ sẽ nằm trên mặt trụ đó và như vậy, l' là một đường sinh của mặt trụ đã cho. d) Một mặt phẳng (α) song song với trục Δ của mặt trụ tròn xoay và cách Δ một khoảng bằng h. Nếu $h < r$ thì (α) cắt mặt trụ theo hai đường sinh, nếu $h = r$ thì mặt phẳng	qua M và vuông góc với mặt phẳng (P). Chứng minh rằng đường thẳng d luôn thuộc một mặt trụ cố định. *Ví dụ*. Một khối trụ có chiều cao bằng 12 và bán kính đáy bằng 5. Một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng là 3 cắt khối trụ theo thiết diện là hình gì ? Cho biết diện tích của thiết diện đó. *Ví dụ*. Một mặt phẳng đi qua trục của một khối trụ cắt khối đó theo một hình vuông cạnh a. Tính theo a diện tích xung quanh và thể tích của khối trụ đó. ***Ví dụ. Cho hình trụ có bán kính R và đường cao 2R, so sánh diện tích xung quanh của hình trụ và diện tích mặt cầu có cùng bán kính.***

CHUẨN KIẾN THỨC – KĨ NĂNG	HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN	
	KIẾN THỨC CƠ BẢN	DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý
	(α) tiếp xúc với mặt trụ theo một đường sinh, còn nếu $h > r$ thì mặt phẳng (α) không cắt mặt trụ. **Hình trụ tròn xoay và khối trụ tròn xoay** Ta hãy xét hình chữ nhật *ABCD*. Khi quay hình đó xung quanh đường thẳng chứa một cạnh góc 360°, ví dụ cạnh *AB*, thì đường gấp khúc *ADCB* tạo thành một hình gọi là hình trụ tròn xoay (hay hình trụ). Khi quay quanh *AB*, hai cạnh *AD* và *BC* sẽ vạch ra hai hình tròn bằng nhau gọi là hai đáy của hình trụ, còn cạnh *CD* là *đường sinh* vạch ra *mặt xung quanh* của hình trụ. Khoảng cách *AB* giữa hai mặt phẳng song song chứa hai đáy là chiều cao của hình trụ. *Khối trụ tròn xoay* là phần không gian được giới hạn bởi một hình trụ tròn xoay kể cả hình trụ đó. Khối trụ tròn xoay còn được gọi tắt là *khối trụ*. Ta gọi *mặt đáy, chiều cao, đường sinh* của một hình trụ theo thứ tự là mặt đáy, chiều cao, đường sinh của khối trụ tương ứng. **Diện tích xung quanh của hình trụ** Nếu gọi S_{xq} là diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính đáy bằng r và có đường sinh bằng l, ta có công thức : $S_{xq} = 2\pi r l$. Diện tích toàn phần của hình trụ bằng diện tích xung quanh của hình trụ đó cộng với diện tích hai đáy của hình trụ.	

<table>
<tr><th rowspan="2">CHUẨN
KIẾN THỨC – KĨ NĂNG</th><th colspan="2">HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN</th></tr>
<tr><th>KIẾN THỨC CƠ BẢN</th><th>DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý</th></tr>
<tr><td></td><td>Thể tích hình trụ
Gọi V là thể tích khối trụ tròn xoay có chiều cao h và có diện tích đáy là B. Ta có công thức $V = Bh$. Nếu bán kính đáy bằng r, ta có $V = \pi r^2 h$.</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">Lưu ý :
Cần phân biệt ba khái niệm mặt tròn xoay, hình tròn xoay và khối tròn xoay. Với mặt cầu, ngoài cách xây dựng nhờ trục quay và đường sinh, học sinh còn được tiếp cận với định nghĩa mặt cầu là tập hợp những điểm M trong không gian cách điểm O cố định một khoảng không đổi R ($R > 0$). Cần tránh sai sót khi vẽ hình biểu diễn của mặt cầu nội tiếp, ngoại tiếp các hình đa diện.</td></tr>
<tr><td colspan="3">VII. PHƯƠNG PHÁP TOẠ ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN</td></tr>
<tr><td>1. Hệ toạ độ trong không gian
Toạ độ của một vectơ. Biểu thức toạ độ của các phép toán vectơ. Toạ độ của điểm. Khoảng cách giữa hai điểm. Phương trình mặt cầu. Tích có hướng của hai vectơ.
Về kiến thức :
– Biết các khái niệm hệ toạ độ trong không gian, toạ độ của một vectơ, toạ độ của điểm, biểu thức toạ độ của các phép toán vectơ, khoảng cách giữa hai điểm.</td><td>Hệ toạ độ trong không gian
Hệ trục toạ độ Đề-các vuông góc trong không gian gồm ba trục $x'Ox$, $y'Oy$, $z'Oz$ vuông góc với nhau từng đôi một. Gọi $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ lần lượt là các vectơ đơn vị trên các trục $x'Ox$, $y'Oy$, $z'Oz$. Điểm O được gọi là gốc toạ độ. Các mặt phẳng Oxy, Oyz, Ozx đôi một vuông góc với nhau được gọi là các mặt phẳng toạ độ.
Không gian gắn với hệ toạ độ $Oxyz$ được gọi là không gian $Oxyz$.
Toạ độ của một điểm
Trong không gian $Oxyz$, điểm M tuỳ ý, có duy nhất bộ ba số x, y, z sao cho
$$\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}.$$</td><td>– Tính toạ độ của tổng, hiệu của hai vectơ, tích của vectơ với một số.
– Chứng minh hệ thức vectơ.
– Tính tích vô hướng và áp dụng tìm góc, chứng minh vuông góc,...
– Tính tích có hướng của hai vectơ. Tính diện tích hình bình hành, thể tích khối hộp bằng cách dùng tích có hướng của hai vectơ.
– Tính khoảng cách giữa hai điểm có toạ độ cho trước.
– Xác định toạ độ tâm và tính bán kính của mặt cầu có phương trình cho trước.
– Viết phương trình mặt cầu.</td></tr>
</table>

CHUẨN KIẾN THỨC – KĨ NĂNG	HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN	
	KIẾN THỨC CƠ BẢN	DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý
– Biết khái niệm và một số ứng dụng của tích vectơ (tích có hướng của hai vectơ). – Biết phương trình mặt cầu. *Về kĩ năng :* – Tính được toạ độ của tổng, hiệu của hai vectơ, tích của vectơ với một số ; tính được tích vô hướng của hai vectơ. ***– Tính được tích có hướng của hai vectơ. Tính được diện tích hình bình hành, thể tích khối hộp bằng cách dùng tích có hướng của hai vectơ.*** – Tính được khoảng cách giữa hai điểm có toạ độ cho trước. – Xác định được toạ độ tâm và tìm được độ dài bán kính của mặt cầu có phương trình cho trước. – Viết được phương trình mặt cầu.	Bộ $(x ; y ; z)$ gọi là *toạ độ của điểm M* đối với hệ trục toạ độ $Oxyz$ đã cho. Ta viết : $M = (x ; y ; z)$ hoặc $M(x ; y ; z)$. Như vậy có tương ứng 1 – 1 giữa mỗi điểm M trong không gian với một bộ ba số $(x ; y ; z)$. **Toạ độ của một vectơ** Trong không gian $Oxyz$ cho vectơ $\vec{a}$. Có duy nhất bộ ba số a_1, a_2, a_3 sao cho $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}.$ Khi đó bộ $(a_1 ; a_2 ; a_3)$ được gọi là *toạ độ của vectơ* $\vec{a}$ đối với hệ toạ độ $Oxyz$ cho trước. Ta viết : $\vec{a} = (a_1;a_2;a_3)$ hay $\vec{a}(a_1;a_2;a_3)$. **Biểu thức toạ độ của các phép toán vectơ** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (a_1 ; a_2 ; a_3)$, $\vec{b} = (b_1 ; b_2 ; b_3)$ và một số k. Khi đó ta có : $\vec{a} + \vec{b} = (a_1 + b_1 ; a_2 + b_2 ; a_3 + b_3)$ $\vec{a} - \vec{b} = (a_1 - b_1 ; a_2 - b_2 ; a_3 - b_3)$ $k\vec{a} = (ka_1 ; ka_2 ; ka_3)$.	*Ví dụ.* Cho ba vectơ $\vec{a} = (1 ; -2 ; 4)$, $\vec{b} = (-5 ; 2 ; 3)$, $\vec{c} = (-1 ; 1 ; 2)$. a) Tính toạ độ của vectơ $\vec{d} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{c}$. *b)* Tính $\vec{a} . \vec{b}$. ***Ví dụ. Cho $\vec{a} = (1 ; 2 ; 3)$ và $\vec{b} = (5 ; -1 ; 0)$. Xác định vectơ $\vec{c}$ sao cho $\vec{c} \perp \vec{a}$ và $\vec{c} \perp \vec{b}$.*** ***Ví dụ. Trong không gian Oxyz cho hình hộp ABCD.A'B'C'D', biết A(–1 ; 1 ; 2), B(1 ; 0 ; 1), D(–1 ; 1 ; 0), A'(2 ; –1 ; –2).*** ***a) Tính diện tích đáy ABCD.*** ***b) Tính thể tích của hình hộp.*** ***c) Tính độ dài đường cao của hình hộp xuất phát từ đỉnh A'.***

CHUẨN KIẾN THỨC – KĨ NĂNG	HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN	
	KIẾN THỨC CƠ BẢN	DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý
	Chú ý : a) $\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow a_1 = b_1 ; a_2 = b_2 ; a_3 = b_3$; b) $\vec{0} = (0 ; 0 ; 0)$; c) $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương $(\vec{b} \neq \vec{0}) \Leftrightarrow$ có một số k sao cho $a_1 = kb_1$; $a_2 = kb_2$; $a_3 = kb_3$; d) Nếu $A = (a_1 ; a_2 ; a_3)$, $B = (b_1 ; b_2 ; b_3)$ thì $$\overrightarrow{AB} = (b_1 - a_1 ; b_2 - a_2 ; b_3 - a_3).$$ **Biểu thức toạ độ của tích vô hướng và các ứng dụng** a) Tích vô hướng : trong không gian $Oxyz$ cho hai vectơ $$\vec{a} = (a_1 ; a_2 ; a_3), \vec{b} = (b_1 ; b_2 ; b_3).$$ Ta có $$\vec{a}.\vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3.$$ b) Độ dài của một vectơ : Cho vectơ $\vec{a} = (a_1 ; a_2 ; a_3)$, ta có $$\left\|\vec{a}\right\| = \sqrt{\vec{a}.\vec{a}} = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}.$$ c) Khoảng cách giữa hai điểm $A = (x_A ; y_A ; z_A)$ và $B(x_B ; y_B ; z_B)$ là $$\left\|\overrightarrow{AB}\right\| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}.$$	

CHUẨN KIẾN THỨC – KĨ NĂNG	HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN	
	KIẾN THỨC CƠ BẢN	**DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý**
	d) Gọi φ là góc giữa hai vectơ $\vec{a}(a_1;a_2;a_3)$ và $\vec{b}(b_1;b_2;b_3)$. Ta có : $\cos\varphi=\cos(\vec{a},\vec{b})=\dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{\lvert\vec{a}\rvert.\lvert\vec{b}\rvert}$ $=\dfrac{a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3}{\sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2}.\sqrt{b_1^2+b_2^2+b_3^2}}\ (\vec{a}\neq\vec{0},\vec{b}\neq\vec{0})$ và $\vec{a}\perp\vec{b}\Leftrightarrow a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3=0.$ **Biểu thức toạ độ của tích vectơ và các ứng dụng** **a) Định nghĩa** ***Kí hiệu*** $\vec{c}=\vec{a}\wedge\vec{b}$ ***hoặc*** $\vec{c}=\left[\vec{a},\vec{b}\right]$ $\vec{c}=\vec{a}\wedge\vec{b}=\left(\begin{vmatrix}a_2&a_3\\b_2&b_3\end{vmatrix};\begin{vmatrix}a_3&a_1\\b_3&b_1\end{vmatrix};\begin{vmatrix}a_1&a_2\\b_1&b_2\end{vmatrix}\right).$ **b) Tính chất** + $\vec{a}\wedge\vec{b}=-\left(\vec{b}\wedge\vec{a}\right)$ + $\vec{a}$ ***và*** $\vec{b}$ ***cùng phương thì*** $\vec{a}\wedge\vec{b}=0.$	***Lưu ý :*** ***+ Diện tích hình bình hành ABCD :*** $S_{ABCD}=\left\lvert\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AD}\right\rvert.$ ***+ Diện tích tam giác ABC :*** $S_{ABC}=\dfrac{1}{2}\left\lvert\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}\right\rvert.$ ***+ Thể tích hình hộp*** $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ $V=\left\lvert\left(\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AD}\right).\overrightarrow{AA_1}\right\rvert.$ ***+ Thể tích hình chóp A.BCD*** $V=\dfrac{1}{6}\left\lvert\left(\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}\right).\overrightarrow{AD}\right\rvert.$

CHUẨN KIẾN THỨC – KĨ NĂNG	HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN	
	KIẾN THỨC CƠ BẢN	DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý
	+ $\left(\vec{a} \wedge \vec{b}\right) \perp \vec{a}$, $\left(\vec{a} \wedge \vec{b}\right) \perp \vec{b}$ $\left\|\vec{a} \wedge \vec{b}\right\| = \left\|\vec{a}\right\|\left\|\vec{b}\right\|\sin\left(\vec{a}, \vec{b}\right)$. **+ $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ *đồng phẳng* $\Leftrightarrow \left(\vec{u} \wedge \vec{v}\right).\vec{w} = 0$.** ***+ Để chứng minh $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng, cần chứng minh*** $$\left(\vec{a} \wedge \vec{b}\right).\vec{c} \neq 0.$$ **Phương trình mặt cầu** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(a\,;\,b\,;\,c)$ bán kính r có phương trình là : $$(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = r^2$$ hoặc $$x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + a^2 + b^2 + c^2 = r^2.$$ Ngược lại, phương trình $$x^2 + y^2 + z^2 + 2Ax + 2By + 2Cz + D = 0$$ với $A^2 + B^2 + C^2 - D > 0$ là phương trình của mặt cầu tâm $I(-A\,;-B\,;-C)$, bán kính $r = \sqrt{A^2 + B^2 + C^2 - D}$.	*Ví dụ*. Xác định toạ độ tâm và tính bán kính của các mặt cầu có phương trình sau đây : a) $x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2y + 1 = 0$; b) $x^2 + y^2 + z^2 + 4x + 8y - 2z - 4 = 0$. *Ví dụ*. Viết phương trình mặt cầu trong mỗi trường hợp sau : a) Có đường kính là đoạn thẳng AB với $A(1\,;\,2\,;\,-3)$ và $B(-2\,;\,3\,;\,5)$. b) Đi qua bốn điểm $O(0\,;\,0\,;\,0)$, $A(2\,;\,2\,;\,3)$, $B(1\,;\,2\,;\,-4)$, $C(1\,;\,-3\,;\,-1)$. ***c) Đi qua điểm A(1 ; 2 ; 3) và tiếp xúc với các trục toạ độ.*** ***d) Có tâm là điểm I(– 1 ; 2 ; 3) và cắt mặt phẳng Oxy theo một đường tròn có đường kính bằng 8.***

<table>
<tr><th rowspan="2">CHUẨN
KIẾN THỨC – KĨ NĂNG</th><th colspan="2">HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN</th></tr>
<tr><th>KIẾN THỨC CƠ BẢN</th><th>DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý</th></tr>
<tr><td>

2. Phương trình mặt phẳng

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng. Phương trình tổng quát của mặt phẳng. Điều kiện để hai mặt phẳng song song, vuông góc. Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng.

Về kiến thức :

– Hiểu khái niệm vectơ pháp tuyến của mặt phẳng.

– Biết phương trình tổng quát của mặt phẳng, điều kiện vuông góc hoặc song song của hai mặt phẳng, công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng.

Về kĩ năng :

– Xác định được vectơ pháp tuyến của mặt phẳng.

– Biết cách viết phương trình tổng quát của mặt phẳng và tính được khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng.

</td><td>

Phương trình tổng quát của mặt phẳng

– Hai vectơ không cùng phương $\vec{a} = (a_1 ; a_2 ; a_3)$, $\vec{b} = (b_1 ; b_2 ; b_3)$ có giá song song hoặc nằm trong mặt phẳng (α) thì (α) có một vectơ pháp tuyến là :

$$\vec{n} = \vec{a} \wedge \vec{b}$$
$$= (a_2b_3 - a_3b_2 ; a_3b_1 - a_1b_3 ; a_1b_2 - a_2b_1).$$

– Phương trình của mặt phẳng (α) đi qua điểm $M_0(x_0 ; y_0 ; z_0)$ và nhận vectơ $\vec{n}(A ; B ; C)$ khác $\vec{0}$ làm vectơ pháp tuyến là :

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0.$$

– Nếu mặt phẳng (α) có phương trình tổng quát là $Ax + By + Cz + D = 0$ thì nó có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}(A ; B ; C)$.

– Nếu mặt phẳng (α) cắt các trục toạ độ Ox, Oy, Oz theo thứ tự tại các điểm $A(a ; 0 ; 0)$, $B(0 ; b ; 0)$, $C(0 ; 0 ; c)$ với $abc \neq 0$ thì (α) có phương trình theo đoạn chắn là :

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1.$$

Điều kiện để hai mặt phẳng song song, vuông góc

Cho hai mặt phẳng (α_1) và (α_2) có phương trình tổng quát lần lượt là :

</td><td>

– Lập phương trình tổng quát của mặt phẳng :

– Phương trình mặt phẳng (α) đi qua ba điểm không thẳng hàng.

– Phương trình mặt phẳng (α) qua điểm $M(x_0 ; y_0 ; z_0)$ và song song với mặt phẳng $(\beta) : Ax + By + Cz + D = 0$.

– Phương trình mặt phẳng (α) qua đường thẳng d và vuông góc với mặt phẳng $(\beta) : Ax + By + Cz + D = 0$.

– Xét vị trí tương đối của hai mặt phẳng.

– Tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng.

– Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song.

Ví dụ. Viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(-1 ; 2 ; 3)$, $B(2 ; -4 ; 3)$, $C(4 ; 5 ; 6)$.

Ví dụ. Viết phương trình mặt phẳng đi qua hai điểm $A(3 ; 1 ; -1)$, $B(2 ; -1 ; 4)$ và vuông góc với mặt phẳng $2x - y + 3z - 1 = 0$.

Ví dụ. Tính khoảng cách từ điểm $A(3 ; -4 ; 5)$ đến mặt phẳng $x + 5y - z + 7 = 0$.

</td></tr>
</table>

CHUẨN KIẾN THỨC – KĨ NĂNG	HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN	
	KIẾN THỨC CƠ BẢN	DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý
	$A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ $A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0.$ Gọi $\overrightarrow{n_1}(A_1;B_1;C_1)$ và $\overrightarrow{n_2}(A_2;B_2;C_2)$ là các vectơ pháp tuyến của (α_1) và (α_2), ta có : • $(\alpha_1) // (\alpha_2) \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{n_1} = k\overrightarrow{n_2} \\ D_1 \neq kD_2. \end{cases}$ • $(\alpha_1) \perp (\alpha_2) \Leftrightarrow \overrightarrow{n_1} \perp \overrightarrow{n_2} \Leftrightarrow \overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2} = 0$ $\Leftrightarrow A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0.$ **Chú ý :** – (α_1) cắt $(\alpha_2) \Leftrightarrow \overrightarrow{n_1} \neq k\overrightarrow{n_2}.$ – $(\alpha_1) \equiv (\alpha_2) \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{n_1} = k\overrightarrow{n_2} \\ D_1 = kD_2. \end{cases}$ **Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng** Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M_0(x_0 ; y_0 ; z_0)$ đến mặt phẳng $(\alpha) : Ax + By + Cz + D = 0$ được tính bởi công thức : $d(M_0,(\alpha)) = \dfrac{\lvert Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D\rvert}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$	***Ví dụ. Cho A(1 ; 2 ; 3) và B(–3 ; 4 ; –5). Viết phương trình mặt phẳng thoả mãn một trong các điều kiện sau :*** ***a) Song song với AB, trục Ox và đi qua gốc toạ độ .*** ***b) Đi qua A, B và song song với trục Oy.*** ***c) Đi qua A, B và vuông góc với mặt phẳng $x + y - 10 = 0$.***

CHUẨN KIẾN THỨC – KĨ NĂNG	HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN	
	KIẾN THỨC CƠ BẢN	DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý
3. Phương trình đường thẳng Phương trình tham số của đường thẳng. Điều kiện để hai đường thẳng chéo nhau, cắt nhau, song song hoặc vuông góc với nhau. *Về kiến thức* : Biết phương trình tham số của đường thẳng, điều kiện để hai đường thẳng chéo nhau, cắt nhau, song song hoặc vuông góc với nhau. *Về kĩ năng* : – Biết cách viết phương trình tham số của đường thẳng. – Biết cách sử dụng phương trình của hai đường thẳng để xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng đó.	**Phương trình tham số và phương trình chính tắc** 1. Cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M_0(x_0\ ;\ y_0\ ;\ z_0)$ và nhận $\vec{a}(a_1\ ;\ a_2\ ;\ a_3) \neq \vec{0}$ làm vectơ chỉ phương. Δ có phương trình tham số là : $$\begin{cases} x = x_0 + ta_1 \\ y = y_0 + ta_2 \\ z = z_0 + ta_3. \end{cases}$$ 2. Cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M_0(x_0\ ;\ y_0\ ;\ z_0)$ và nhận vectơ $\vec{a}(a_1\ ;\ a_2\ ;\ a_3)$ với $a_1a_2a_3 \neq 0$ làm vectơ chỉ phương. Δ có phương trình chính tắc là $$\frac{x - x_0}{a_1} = \frac{y - y_0}{a_2} = \frac{z - z_0}{a_3}.$$ **Điều kiện để hai đường thẳng song song, trùng nhau, cắt nhau hoặc chéo nhau** Cho hai đường thẳng d và d' lần lượt đi qua hai điểm $M_0(x_0\ ;\ y_0\ ;\ z_0)$, $M_0'(x_0'\ ;\ y_0'\ ;\ z_0')$ và có vectơ chỉ phương lần lượt là	– Viết phương trình tham số, phương trình chính tắc của đường thẳng. – Sử dụng phương trình của hai đường thẳng để xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng đó. – Xác định vị trí tương đối giữa đường thẳng và mặt phẳng. – Cách tìm giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng. ***– Tính khoảng cách từ một điểm M đến một đường thẳng d.*** ***– Viết phương trình hình chiếu của một đường thẳng d xuống mặt phẳng (α).*** ***– Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau.*** ***– Lập phương trình đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau.*** *Ví dụ.* Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm $A(4\ ;\ 1\ ;\ -2)$ và $B(2\ ;\ -1\ ;\ 9)$.

CHUẨN KIẾN THỨC – KĨ NĂNG	HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN	
	KIẾN THỨC CƠ BẢN	DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý
	$\vec{a} = (a_1\,;\, a_2\,;\, a_3)$, $\vec{a'} = (a_1'\,;\, a_2'\,;\, a_3')$. Đặt $\vec{n} = \vec{a} \wedge \vec{a'}$, ta có các điều kiện sau : + $d \,//\, d' \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n} = \vec{0} \\ M_0 \notin d'. \end{cases}$ + $d \equiv d' \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n} = \vec{0} \\ M_0 \in d'. \end{cases}$ + d cắt $d' \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n} \neq \vec{0} \\ \vec{n}.\overrightarrow{M_0M_0'} = 0. \end{cases}$ + d và d' chéo nhau $\Leftrightarrow \vec{n}.\overrightarrow{M_0M_0'} \neq 0$. + $d \perp d' \Leftrightarrow \vec{a}\,.\,\vec{a'} = 0$. **Điều kiện để một đường thẳng song song, cắt hoặc vuông góc với mặt phẳng** Cho đường thẳng d đi qua điểm $M_0(x_0\,;\, y_0\,;\, z_0)$ và có vectơ chỉ phương là $\vec{a} = (a_1\,;\, a_2\,;\, a_3)$, và cho mặt phẳng $(\alpha) : Ax + By + Cz + D = 0$. Gọi $\vec{n}(A\,;\, B\,;\, C)$ là vectơ pháp tuyến của (α). Ta có các điều kiện sau : + $d \,//\, (\alpha) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{a}.\vec{n} = 0 \\ M_0 \notin (\alpha). \end{cases}$	*Ví dụ.* Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $A(3\,;\, 2\,;\, -1)$ và song song với đường thẳng $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{-3} = \dfrac{z}{4}$. *Ví dụ.* Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng : $d_1 : \dfrac{x+4}{2} = \dfrac{y+1}{3} = \dfrac{z-2}{5}$ $d_2 : \begin{cases} x = 7t \\ y = 6 - 4t \\ z = 3 + 5t. \end{cases}$ ***Ví dụ. Viết phương trình đường thẳng là hình chiếu của đường thẳng*** $\begin{cases} x = 3 + 5t \\ y = -1 + t \\ z = 4 + t \end{cases}$ ***trên mặt phẳng*** $2x - 2y + 3z - 5 = 0$. ***Ví dụ. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng a, b trong mỗi trường hợp sau*** ***1)*** $a : \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 - t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$

<table>
<tr><th rowspan="2">CHUẨN
KIẾN THỨC – KĨ NĂNG</th><th colspan="2">HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN</th></tr>
<tr><th>KIẾN THỨC CƠ BẢN</th><th>DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý</th></tr>
<tr><td></td><td>$+ d \subset (\alpha) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{a}.\vec{n} = 0 \\ M_0 \in (\alpha). \end{cases}$

$+ d$ cắt $(\alpha) \Leftrightarrow \vec{n}\,.\,\vec{a} \neq 0.$

$+ d \perp (\alpha) \Leftrightarrow \vec{n} = k.\vec{a}.$</td><td>$b : \begin{cases} x = -t' \\ y = 2 + 3t' \\ z = 3t'. \end{cases}$

2) $a : \dfrac{x-2}{3} = \dfrac{y+1}{4} = \dfrac{z}{2}$

$b : \dfrac{x-7}{3} = \dfrac{y-1}{4} = \dfrac{z-3}{2}.$

Lưu ý :

Tính khoảng cách
– Trong không gian $Oxyz$, để tính khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng Δ, ta thực hiện các bước :
+ Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa M và vuông góc với Δ.
+ Tìm giao điểm H của Δ với mặt phẳng (α).
+ Khoảng cách từ M đến Δ chính là độ dài đoạn MH
$d(M, \Delta) = MH.$
– Để tính khoảng cách giữa một đường thẳng Δ và một mặt phẳng (α) song song với Δ, ta thực hiện các bước :
+ Lấy một điểm $M_0(x_0 ; y_0 ; z_0)$ tuỳ ý trên Δ.</td></tr>
</table>

CHUẨN KIẾN THỨC – KĨ NĂNG	HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN	
	KIẾN THỨC CƠ BẢN	DẠNG TOÁN. VÍ DỤ. LƯU Ý
		+ Khoảng cách giữa Δ và (α) chính là khoảng cách từ điểm M_0 đến mặt phẳng (α) $d(\Delta, (\alpha)) = d(M_0, (\alpha))$. – Để tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau Δ và Δ', ta thực hiện các bước : + Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa Δ và song song với Δ'. + Lấy một điểm $M_0'(x_0' ; y_0' ; z_0')$ tuỳ ý trên Δ'. + Khoảng cách giữa Δ và Δ' chính là khoảng cách từ điểm M_0' đến mặt phẳng (α) $d(\Delta , \Delta') = d(M_0', (\alpha))$.

Lưu ý :

– Học sinh nào cũng phải biết thêm cách tìm vectơ pháp tuyến của mặt phẳng nhờ tìm tích có hướng của hai vectơ không cùng phương, có giá song song hoặc nằm trên mặt phẳng.

– Học sinh nào cũng được tiếp cận với việc lập phương trình của mặt phẳng trong các trường hợp : mặt phẳng đi qua gốc toạ độ ; mặt phẳng song song hoặc chứa các trục Ox (hoặc Oy hoặc Oz) ; mặt phẳng song song hoặc trùng với một mặt phẳng toạ độ (Oxy) (hoặc (Oyz) hoặc (Ozx)) ; mặt phẳng đi qua cả ba điểm $A(a ; 0 ; 0)$, $B(0 ; b ; 0)$, $C(0 ; 0 ; c)$ với $abc \neq 0$.

– Việc tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau d và d' được đưa về tìm khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng, cụ thể : viết phương trình mặt phẳng (α) chứa đường thẳng d' và song song với đường thẳng d, sau đó tìm khoảng cách từ một điểm M bất kì thuộc d tới mặt phẳng (α). Khoảng cách đó chính là khoảng cách giữa d và d'.

– Học sinh học theo chương trình nâng cao còn được tiếp cận với : công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng ; công thức tính khoảng cách giữa hai đường thẳng ; một số ứng dụng của tích vectơ (tính được diện tích hình bình hành, thể tích khối hộp bằng cách dùng tích có hướng của hai vectơ ; viết phương trình hình chiếu của đường thẳng trên mặt phẳng.

TỔ CHỨC THỰC HIỆN

I – YÊU CẦU CHUNG

Việc thực hiện chuẩn kiến thức, kĩ năng của chương trình giáo dục phổ thông môn Toán cần theo quan điểm cơ bản : sát thực, trực quan, đúng chuẩn và đổi mới.

SÁT THỰC

– Sát với nội dung chuẩn, với thực tế đối tượng và điều kiện giảng dạy, với thời lượng cho phép ; biên soạn đủ dạng các bài luyện tập tương đương với các ví dụ nêu trong chuẩn nhằm giúp học sinh rèn luyện kĩ năng giải toán đạt chuẩn và phân hoá theo mức độ yêu cầu của chương trình chuẩn và chương trình nâng cao. Thực hiện chương trình tự chọn của bộ môn theo hướng giúp học sinh đạt chuẩn tốt hơn.

– Chú trọng các ví dụ và bài toán có nội dung thực tiễn đời sống và gắn với các môn học khác (làm cho học sinh thấy rõ Toán học gắn với cuộc sống và làm quen với việc áp dụng tri thức Toán học để giải các bài toán thực tế, các bài toán của môn học Vật lí, Hoá học, Sinh học, ...)

TRỰC QUAN

– Tiếp cận chuẩn bằng phương pháp trực quan nhằm giảm tính hàn lâm, giảm các nội dung nặng nề, đơn giản hoá những vấn đề phức tạp nhưng không làm mất tính chính xác và suy luận có lí mà chuẩn đề ra.

– Dạy và học kiến thức kĩ năng theo chuẩn trên cơ sở dẫn dắt từng bước, qua những ví dụ mô tả khái niệm một cách rõ ràng, tránh áp đặt thiếu tự nhiên.

ĐÚNG CHUẨN

– Đảm bảo đúng kiến thức, kĩ năng, mức độ phức tạp của dạng toán minh hoạ, những lưu ý nêu trong chuẩn.

– Trước hết đảm bảo đạt chuẩn hoá và phân hoá theo mức độ yêu cầu của chương trình chuẩn và chương trình nâng cao ; hạn chế các ví dụ và bài tập phức tạp, đòi hỏi kĩ thuật và mẹo mực, nội dung khô cứng thiếu tự nhiên khó tiếp thu, giảm bớt số lượng công thức cần nhớ. Đảm bảo sự gọn, chặt chẽ và hệ thống kiến thức, kĩ năng mà chuẩn nêu.

ĐỔI MỚI

Theo chỉ đạo dạy và học của Bộ GD&ĐT : Đổi mới kiểm tra đánh giá theo chuẩn, đổi mới công cụ kiểm tra đánh giá, đổi mới thời lượng, đổi mới thứ tự thực hiện kiến thức kĩ năng chuẩn nêu, đổi mới phương tiện dạy học để đổi mới phương pháp dạy học, tăng cường tính chủ động của học sinh trong giờ học, giúp học sinh tích cực, hứng thú học tập. Tìm tòi sáng tạo những cách đưa nội dung học tập một cách nhẹ nhàng, dễ hiểu, tự nhiên mà vẫn chính xác. Cần đa dạng hoá các hoạt động thực hiện chuẩn (ôn lại kiến thức, giới thiệu kiến thức mới, học trước ở nhà, làm tại lớp, chia theo đề tài, thực hiện cá nhân hay nhóm nhỏ, áp dụng ngay kiến thức vừa học, câu hỏi trắc nghiệm khách quan, sử dụng máy tính cầm tay để giải toán ...).

II – HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN

VỚI HỌC SINH

– Với học sinh đại trà của mọi vùng miền, nội dung được nêu trong văn bản này là nội dung học tập bắt buộc phải đạt, không hạn chế nội dung học tập với học sinh có nhu cầu học tập nâng cao.

– Với những học sinh có nhu cầu học tập mở rộng, nâng cao hoặc đối tượng học sinh khá, giỏi, có thể tham khảo Chương trình Nâng cao hoặc Chương trình Chuyên của Bộ GD&ĐT ban hành ; có thể tham khảo trong sách giáo khoa hoặc sách bài tập, sách tham khảo nội dung chuyên mà nhà trường tuyển chọn hoặc có thể tự học theo năng lực bản thân.

– Ở vùng thuận lợi, học sinh cần được tăng cường chất lượng học tập qua việc tiếp cận các nguồn thông tin, các phương tiện công nghệ để củng cố, mở rộng, nâng cao kiến thức.

– Chuẩn kiến thức, kĩ năng của Chương trình Trung học phổ thông môn Toán giúp các em học sinh tự học, tự kiểm tra kiến thức, kĩ năng theo các yêu cầu cơ bản, tối thiểu của kiến thức, kĩ năng môn Toán mà học sinh cần phải có và phải đạt được qua học tập. Học sinh tự học, tự kiểm tra theo chuẩn kiến thức, kĩ năng qua học, kiểm tra các khái niệm cơ bản, các kĩ năng cơ bản, các công thức cần nhớ, các phương pháp giải, các dạng toán, ví dụ minh hoạ ... tương ứng với các chủ đề của chương trình ; tự nghiền ngẫm nội dung học tập theo một yêu cầu, phong cách riêng và với tốc độ phù hợp. Tự học không những giúp học sinh tự thân nắm nội dung học một cách chắc chắn và bền vững, xác định phương pháp học tập và kĩ năng vận dụng tri thức, rèn luyện ý chí và năng lực hoạt động sáng tạo ; tự thân bù đắp cho mình những lỗ hổng về kiến thức, đáp ứng với yêu cầu của chương trình. (Qua các hoạt động học tập : xây dựng kế hoạch, tập trung sức lực và thời gian cho nội dung trọng tâm, quan trọng nhất, nội dung còn khuyết hoặc chưa rõ, tránh dàn trải, phân tán. Nỗ lực, tự lực nắm nội dung học tập thông qua : đọc, tóm tắt tổng hợp, so sánh, phân loại ; tự làm bài tập, đề kiểm tra. Tranh thủ sự giúp đỡ của thầy cô giáo, của bạn bè và của cha mẹ, anh em trong gia đình, trong dòng họ).

VỚI GIÁO VIÊN

– Với giáo viên thì nội dung cơ bản nêu trong văn bản này là căn cứ để soạn bài, tiến hành dạy học, ôn tập và dựa trên đó để kiểm tra đánh giá kết quả học tập của học sinh. Đảm bảo vừa *đạt chuẩn* vừa *phân hoá* theo đặc điểm vùng, miền cho các đối tượng học sinh khác nhau ; đánh giá theo đề tự luận, đề TNKQ hoặc hỗn hợp gồm cả bài toán tự luận lẫn bài toán TNKQ. Ôn tập nhằm hệ thống hoá kiến thức đã học, hoàn thiện kĩ năng giải bài tập, qua ôn tập bổ khuyết cho những phát hiện thiếu sót về kiến thức, kĩ năng, về suy luận toán học thiếu căn cứ lôgic hoặc chưa hợp lí ; nhờ đó tạo cho từng học sinh vững tin vào năng lực bản thân có thể đạt kết quả tốt trong các kì kiểm tra đánh giá và thi.

Việc ôn tập môn Toán cần đạt tới hiểu được bản chất và vận dụng được các nội dung học ; khi ôn tập không nên quá chú ý vào việc tìm những thủ thuật ghi nhớ được nhiều, mặc dù nhớ là cơ sở cần cho việc giải các bài toán, nhưng không đủ ; bởi vì việc nắm vững các cách giải các dạng bài toán cơ bản cho nhiều khả năng đạt kết quả tốt trong kiểm tra, thi. Việc ôn tập giúp ta nhớ nội dung học tốt hơn và thực sự hữu ích cho việc giải các bài toán. Sự quan trọng của việc ôn tập là ở chỗ : giúp học sinh hệ thống lại và rút ra những điều cơ bản, chủ yếu, khái quát hoá của những kiến thức – kĩ năng đã học để thấy được sự tương đồng, tương ứng, đồng dạng, biến đổi về hình, khái niệm, phương pháp, dạng toán... trong chương trình môn học của một nội dung, một chủ đề, một lớp hay toàn cấp học.

– Giáo viên hướng dẫn ôn tập cần quán triệt rõ : những cách ôn tập đều là những biểu hiện cụ thể của việc hệ thống hoá kiến thức theo hướng làm rõ cấu trúc của từng phần, từng chương, từng mạch kiến thức, từng chủ đề hay toàn thể của chương trình ; làm rõ vị trí của mỗi kiến thức và quan hệ giữa các kiến thức ; tránh việc hệ thống hoá nặng tính hình thức như liệt kê các công thức, các định lí, các dạng toán đã học theo đúng khuôn mẫu và trình tự như trong sách giáo khoa. Cùng với việc hướng dẫn học sinh hệ thống hoá kiến thức, giáo viên giúp học sinh sắp xếp các bài tập và phân chia thành các dạng bài tập để nắm vững cách giải chung cho từng dạng chính, đồng thời nhắc lại và ghi ra được những kiến thức, định lí, công thức, suy luận đã học ở lớp dưới, nay thường phải sử dụng nhiều để giải toán ở lớp 12. Trong tình hình thực tế hiện nay, giáo viên cần tổ chức dạy và học chu đáo ngay từ đầu năm học, ôn tập đều đặn sau từng chương, mục, giúp học sinh tự giải các câu hỏi và bài tập nêu trong chuẩn kiến thức, kĩ năng.

– Giáo viên cần phải linh hoạt trong việc dạy học, có thể dẫn dắt học sinh tiếp cận kiến thức, kĩ năng trình bày theo phương pháp khác, cách khác hoặc thay bởi ví dụ khác tuỳ theo đối tượng, vùng miền để thực hiện chuẩn phù hợp với mức độ nhận thức của mỗi loại đối tượng. Trong dạy học cũng như kiểm tra, đánh giá, cần lưu ý tới công cụ máy tính cầm tay nhằm giảm tải phần tính toán cũng như đổi mới cả trình bày lời giải lẫn khâu ra đề và đáp án tương ứng yêu cầu tính đúng hoặc tính gần đúng ; khích lệ những học sinh có cách giải đúng bởi những kiến thức, kĩ năng có được do bản thân nỗ lực học tập.

VỚI CƠ QUAN, CÁN BỘ QUẢN LÍ GIÁO DỤC

– Với các cơ quan, cán bộ quản lí giáo dục thì nội dung văn bản nêu trong cuốn sách này là căn cứ tối thiểu để đánh giá, kiểm tra việc dạy và học.

– Trong thanh tra, kiểm tra dạy và học cần quán triệt tinh thần :

+ Khuyến khích giáo viên sáng tạo linh hoạt trong mỗi bài học, tiết học ; giáo viên có thể trình bày dạy nội dung kiến thức như đã nêu trong văn bản, tuy nhiên có thể linh hoạt trong cách trình bày (có thể trình bày theo phương pháp khác, cách khác hoặc thay bởi ví dụ khác tương tự về mức độ nhận thức) ; kiểm tra (hoặc ra đề thi) đúng theo yêu cầu mức độ đã đề cập trong cuốn sách với những bài toán khác tương đương mức độ nhận thức ;

+ Cần lưu ý tới công cụ máy tính cầm tay nhằm giảm tải về phần tính toán và để đổi mới cả trình bày lời giải lẫn khâu ra đề và đáp án tương ứng yêu cầu tính đúng hoặc tính gần đúng ;

+ Khích lệ những học sinh có cách giải đúng bởi những kiến thức, kĩ năng có được do bản thân nỗ lực học tập.

TÀI LIỆU THAM KHẢO CHÍNH

1. SGK, SGV Toán 10, 11, 12 - Chương trình nâng cao – *GS.* Đoàn Quỳnh (Tổng Chủ biên) và các tác giả.
2. SGK, SGV Toán 10, 11, 12 - Chương trình chuẩn – *PGS.* Trần Văn Hạo (Tổng Chủ biên) và các tác giả.
3. Văn bản chỉ đạo của Bộ GD&ĐT liên quan : Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán, Đổi mới phương pháp dạy học, Đổi mới ra đề kiểm tra, Danh mục thiết bị dạy học Toán 10, 11, 12.
4. Hướng dẫn thực hành Toán trên máy tính Casio, Vinacal fx-570MS.
5. Tài liệu về hội nghị tập huấn phương pháp dạy học Toán học phổ thông, Bộ Giáo dục và Đào tạo, 12/2000.
6. Đề tài B94 – 27 – 01 – PP về đổi mới phương pháp dạy học các môn khoa học tự nhiên ở trường THPT theo hướng "hoạt động hoá người học" – 1997.
7. Jean – Marc Denommé et Madelleine Roy : (Pour une pédagogie interactive). Tiến tới một phương pháp sư phạm tương tác (Người dịch : Nguyễn Quang Thuấn- Tống Văn Quán) – NXBTN – 2003.
8. Trần Kiều (Chủ biên) và cộng sự : Đổi mới phương pháp dạy học ở trường Trung học cơ sở – Viện Khoa học Giáo dục – 1997.
9. Geoffrey Petty : Dạy học ngày nay, Dự án Việt – Bỉ, 2002.
10. Robert Fisher : Dạy học trẻ, Dự án Việt – Bỉ, 2002.
11. Wilbert J. McKeachie : Những thủ thuật trong dạy học, Dự án Việt – Bỉ, 2002.
12. Trần Bá Hoành và cộng sự : Áp dụng dạy và học tích cực trong môn Toán, Dự án Việt – Bỉ, 2002.
13. Nguyễn Bá Kim - Đinh Nho Chương ... : Phương pháp dạy học môn Toán – NXBGD – 1994.
14. Phạm Gia Đức – Nguyễn Mạnh Cảng... : Phương pháp dạy học môn Toán – NXBGD – 1998.
15. Đề tài cấp Bộ mã số B 2002 – 49 – TĐ37 về Định hướng và các giải pháp đổi mới PPDH ở trường phổ thông – Viện Chiến lược và Chương trình Giáo dục, Hà Nội, 2004.

MỤC LỤC

	Trang
Lời giới thiệu	3
Phần thứ nhất	
GIỚI THIỆU CHUNG VỀ CHUẨN KIẾN THỨC, KĨ NĂNG CỦA CHƯƠNG TRÌNH GIÁO DỤC PHỔ THÔNG	5
Phần thứ hai	
HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN KIẾN THỨC, KĨ NĂNG MÔN TOÁN THPT	13
HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN KIẾN THỨC, KĨ NĂNG MÔN TOÁN LỚP 12	
A. Kiến thức chương trình môn Toán lớp 12	21
B. Hướng dẫn thực hiện Chuẩn kiến thức, kĩ năng môn Toán lớp 12	22
Tổ chức thực hiện	88

Chịu trách nhiệm xuất bản :

Chủ tịch HĐQT kiêm Tổng Giám đốc NGÔ TRẦN ÁI
Phó Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập NGUYỄN QUÝ THAO

Tổ chức bản thảo và chịu trách nhiệm nội dung :

Phó Vụ trưởng Vụ Giáo dục Trung học NGUYỄN HẢI CHÂU
Giám đốc CTCP Dịch vụ xuất bản Giáo dục Hà Nội PHAN KẾ THÁI

Biên tập nội dung :
PHAN MINH NGUYỆT

Trình bày bìa :
LƯU CHÍ ĐỒNG

Sửa bản in :
NGUYỄN THỊ THANH

Chế bản :
CÔNG TY CỔ PHẦN THIẾT KẾ VÀ PHÁT HÀNH SÁCH GIÁO DỤC

HƯỚNG DẪN THỰC HIỆN CHUẨN KIẾN THỨC, KĨ NĂNG MÔN TOÁN LỚP 12

Số đăng kí KHXB : 641-2009/CXB/46-1124/GD Mã số : TZT53H9 - ĐTH

In 7.000 bản (QĐ84TK), khổ 29 x 20,5 cm. In tại Công ti cổ phần in Phúc Yên.
Số in : 110. In xong và nộp lưu chiểu tháng 11 năm 2009.