

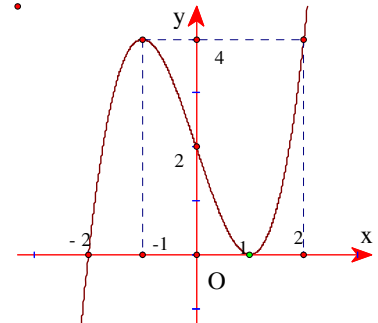
CÂU I: (3 ĐIỂM)

Khảo sát, vẽ đồ thị hàm số. Các bài toán liên quan... Ứng dụng của tích phân.

*** Hàm bậc ba:**

Bài 1: Cho hàm số: $y = x^3 - 3x + 2$, có đồ thị là (C).

- 1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
- 2./ Viết phương trình tiếp tuyến với (C) tại điểm $M(0;2)$.
- 3/ Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và trục Ox.



HD Bài 1:

1/ Cực đại $(-1;4)$, cực tiểu $(1;0)$

2/ PTTT tại $M(0;2)$ là: $y = -3x + 2$

3/ Diện tích hình phẳng: $S_{gh} = \int_{-2}^1 |x^3 - 3x + 2| dx = \int_{-2}^1 (x^3 - 3x + 2) dx = \frac{27}{4} (dvdt)$

Bài 2: Cho hàm số: $y = -x^3 + 3x^2 - 4$, có đồ thị là (C).

- 1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
- 2./ Viết phương trình tiếp tuyến với (C) biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: y = -9x + 2009$
- 3/ Dùng đồ thị (C) biện luận theo m số nghiệm của phương trình: $.x^3 - 3x^2 + m = 0$

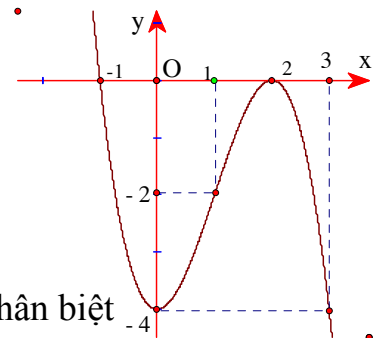
HD Bài 2:

2/ PTTT là: $y = -9x - 9, y = -9x + 23$

3/ Xét phương trình: $.x^3 - 3x^2 + m = 0$ (1)

PT (1) $\Leftrightarrow -x^3 + 3x^2 - 4 = m - 4$

- $m - 4 > 0 \Leftrightarrow m > 4$: PT có 1 nghiệm duy nhất
- $m - 4 = 0 \Leftrightarrow m = 4$: Phương trình có 2 nghiệm phân biệt
- $-4 < m - 4 < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 4$: Phương trình có 3 nghiệm phân biệt
- $m - 4 = -4 \Leftrightarrow m = 0$: Phương trình có 2 nghiệm phân biệt
- $m - 4 < -4 \Leftrightarrow m < 0$: PT có 1 nghiệm duy nhất.



Bài 3: Cho hàm số: $y = x^3 + 3x^2 - 2$, có đồ thị là (C).

- 1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
- 2./ Viết phương trình tiếp tuyến với (C) tại điểm thuộc (C) có hoành độ $x_0 = -3$
- 3/ Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = 2$

HD Bài 3:

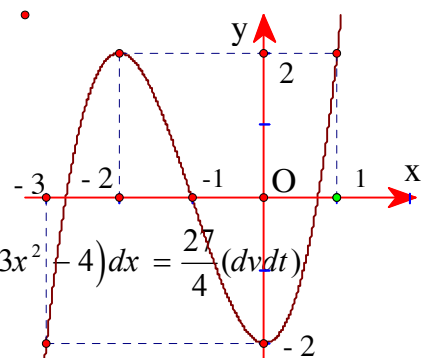
1/ Cực đại $(-2;2)$, cực tiểu $(0;-2)$

2/ PTTT là: $y = 9x + 25$

3/ Tính diện tích hình phẳng: PTHĐGD của (C) và

$d: x^3 + 3x^2 - 2 = 2 \Leftrightarrow x^3 + 3x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 1, x = -2$

$S_{gh} = \int_{-2}^1 |x^3 + 3x^2 - 2 - (-2)| dx = \int_{-2}^1 |x^3 + 3x^2 - 4| dx = \int_{-2}^1 -(x^3 + 3x^2 - 4) dx = \frac{27}{4} (dvdt)$



Bài 4: Cho hàm số: $y = x^3 + 3x^2$, có đồ thị là (C).

1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

2./ Tìm điều kiện của m để phương trình sau có ba nghiệm phân biệt:

$$x^3 + 3x^2 - 2 - m = 0.$$

3/ Tìm điểm thuộc đồ thị (C) sao cho tiếp tuyến với (C) tại điểm này có hệ số góc nhỏ nhất.

HD Bài 4:

2./ Tìm điều kiện của m : Xét PT: $x^3 + 3x^2 - 2 - m = 0 \Leftrightarrow x^3 + 3x^2 = m + 2$, kết quả:

$$-2 < m < 2$$

3/ Tìm điểm thuộc đồ thị (C): Giả sử $M_0(x_0; y_0) \in (C) \Rightarrow$ Hệ số góc của tiếp tuyến tại M_0 là:

$f'(x_0) = 3x_0^2 + 6x_0 = 3(x_0^2 + 2x_0 + 1) - 3 \geq -3, f'(x_0) = -3 \Leftrightarrow x_0 = -1 \Rightarrow$ hệ số góc của tiếp tuyến đạt GTNN bằng -3 ứng với TT với (C) tại điểm có hoành độ $x_0 = -1$ tương ứng $y_0 = 2$. Vậy điểm cần tìm là $M_0(-1; 2)$

Bài 5: Cho hàm số: $y = 4x^3 - 3x - 1$, có đồ thị là (C).

1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

2./ Gọi d là đường thẳng đi qua điểm $I(-1; 0)$ và có hệ số góc $k = 1$.

a/ Viết phương trình đường thẳng d.

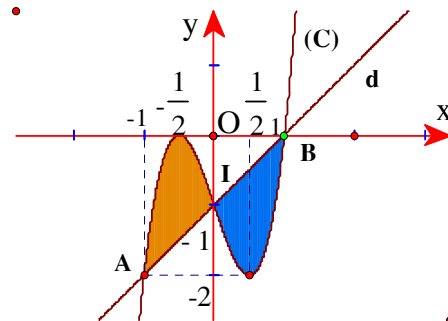
b/ Tìm tọa độ giao điểm của d và đồ thị (C).

c/ Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và d.

HD Bài 5:

1/ Cực đại $\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$, cực tiểu $\left(\frac{1}{2}; -2\right)$

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	CD 0		CT -2	$+\infty$



2/

a/ Phương trình đường thẳng d: $y = x - 1$.

b/ Tọa độ giao điểm của d và (C): $A(-1; -2), I(-1; 0), B(1; 0)$

$$c/ S_{gh} = \int_{-1}^1 |4x^3 - 3x - 1 - (x - 1)| dx = \int_{-1}^1 |4x^3 - 4x| dx = \int_{-1}^0 (4x^3 - 4x) dx + \int_0^1 (4x - 4x^3) dx = \dots (dvdt) \dots$$

Bài 6: Cho hàm số $y = 2x^3 - 3(m + 1)x^2 + 6mx - 2m$

1/ Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi $m = 1$.

2/ Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C), trục Ox và hai đường thẳng: $x = 1, x = 2$

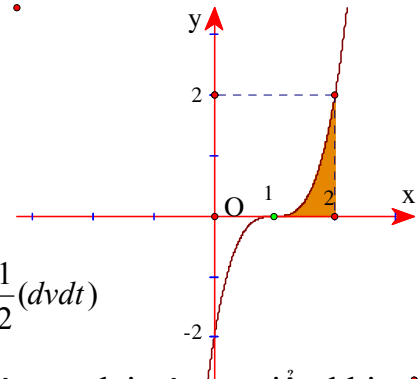
3/ Xác định m để HS có cực trị, tính tọa độ hai điểm cực trị, viết phương trình đường thẳng qua điểm cực trị đó.

HD Bài 6:

1/ $m = 1$, ta có hàm số: $y = 2x^3 - 6x^2 + 6x - 2$

$y' = 6x^2 - 12x + 6 = 6(x - 1)^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ do đó hàm số luôn luôn tăng và không có cực trị

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	+	0	+
y	$-\infty$	0	$+\infty$



$$2/ S_{gh} = \int_1^2 |2x^3 - 6x^2 + 6x - 2| dx = \int_1^2 (2x^3 - 6x^2 + 6x - 2) dx = \frac{1}{2} (dvdt)$$

3/ $y' = 6x^2 - 6(m + 1)x + 6m, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = m \end{cases}$. Hàm số có cực đại và cực tiểu khi $m \neq 1$,

phương trình đường thẳng đi qua hai điểm CĐ và CT: $y = -(m - 1)^2x + m(m - 1)$

Bài 7: Cho hàm số $y = x^3 - mx^2 + m - 1$, m là tham số.

1/ Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi $m = 3$.

2/ Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C), biết tiếp tuyến vuông góc với đường

thẳng d: $y = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$

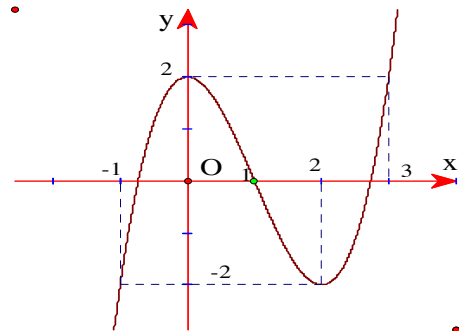
3/ Xác định m để hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 2$.

HD Bài 7:

1/ $m = 3$, ta có hàm số: $y = x^3 - 3x^2 + 2$

Điểm cực đại: (0;2) Điểm cực tiểu: (2;-2)

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	CĐ 2		CT -2	$+\infty$



2/ PTTT là: $y = -3x + 3$.

$$3./ \text{Hàm số đạt cực tiểu tại điểm } x = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} y'(2) = 0 \\ y''(2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12 - 4m = 0 \\ 12 - 2m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m < 6 \end{cases} \Leftrightarrow m = 3.$$

Bài 8: Cho hàm số : $y = -x^3 + 3x^2 - 2$, đồ thị (C)

1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số

2/ Viết phương trình tiếp tuyến Δ với (C) tại điểm A(0, -2)

3/ d là đường thẳng qua K(1,0) có hệ số góc m. Tìm giá trị m để đường thẳng d cắt (C) tại 3 điểm phân biệt.

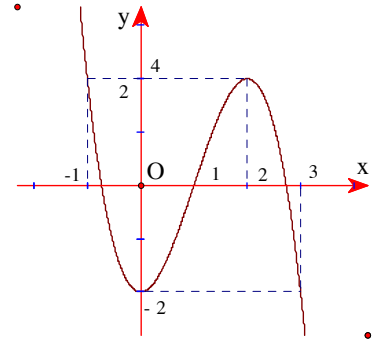
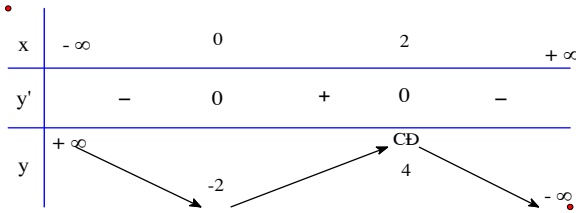
HD Bài 8:

3/ Phương trình đường thẳng d: $y = m(x - 1)$.

$$\text{PTHĐGD của d và (C): } x^3 - 3x^2 + m(x - 1) + 2 = 0 \quad (1) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 - 2x + m - 2 = 0 \end{cases} \quad (2)$$

d cắt (C) tại 3 điểm phân biệt \Leftrightarrow p. trình (1) có 3 nghiệm pb \Leftrightarrow (2) có hai nghiệm phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ 1 - 2 + m - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 3 \\ m \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow m < 3$

1/ Điểm cực đại: (0; -2) Điểm cực tiểu: (2; 4)



2/ PTTT với (C) tại điểm A(0; -2).

Bài 9: Cho hàm số: $y = 2x^3 - 3x^2 - 1$, đồ thị (C).

1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

2/ Tìm tọa độ giao điểm của (C) và đường thẳng d: $y = x - 1$

3/ Dùng đồ thị (C) biện luận theo m số nghiệm của phương trình: $2x^3 - 3x^2 - m = 0$

4/ Biện luận theo a số giao điểm của (C) và đường thẳng d_1 có phương trình: $y = ax - 1$.

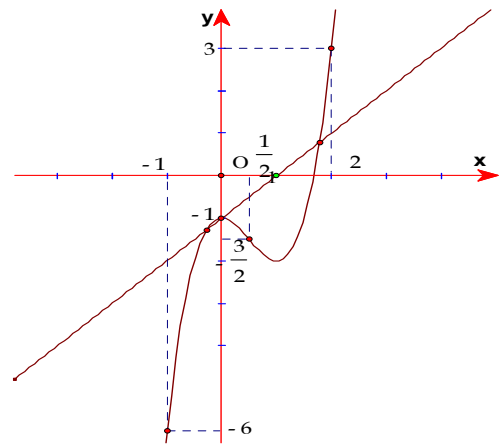
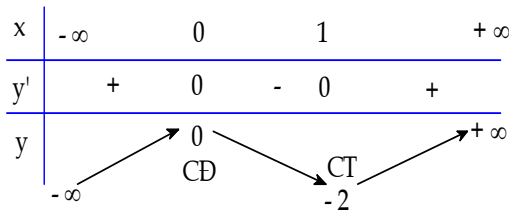
HD Bài 9:

1/. KSHS

• TXĐ: $D = \mathbb{R}$ • $y' = 6x^2 - 6x, \quad y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0; y = -1 \\ x = 1; y = -2 \end{cases}$

• Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$

• BBT



• ĐDB: $(-1; -6); \left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right); (2; 3)$

• Đồ thị:

2/ Tìm tọa độ giao điểm của (C) và đường thẳng d: PTHĐGD: $2x^3 - 3x^2 - x = 0$.

$U \quad x(2x^2 - 3x - 1) = 0 \quad U \quad \begin{cases} \text{đk} \\ \text{đk} \end{cases} \begin{matrix} = 0 \\ x^2 - 3x - 1 = 0 \end{matrix} \quad U \quad \begin{cases} \text{đk} \\ \text{đk} \end{cases} \begin{matrix} = 0 \\ = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{4} \end{matrix}$ Thay vào PT đt (d) ta có tọa

độ giao điểm.

3/ Biện luận theo m số nghiệm PT: $2x^3 - 3x^2 - m = 0$

> $2x^3 - 3x^2 - m = 0 \hat{=} 2x^3 - 3x^2 - 1 = m - 1$

> Đặt: $y = 2x^3 - 3x^2 - 1$, đồ thị (C) vừa vẽ và $y = m - 1$: đồ thị là đường thẳng(d) cùng phương Ox .

> Số nghiệm của PT = số giao điểm của (C) & (d) > Biện luận 5 trường hợp.....

4/ Biện luận theo a số giao điểm của (C) và đường thẳng d_1 có phương trình:

$y = ax - 1$.

> PTHĐGD: $2x^3 - 3x^2 - ax = 0 \hat{=} x(2x^2 - 3x - a) = 0(1) \hat{=} \begin{cases} x=0 \\ 2x^2 - 3x - a = 0(2) \end{cases}$

> Số giao điểm (d_1) và (C) = số nghiệm của PT(1)

> Xét PT(2):

· TH1: $g(0) = 0 \hat{=} a = 0$, PT(2) có hai nghiệm: $x = 0; x = \frac{3}{2}$ \Rightarrow PT(1) có hai

nghiệm \Rightarrow có hai giao điểm

· TH2: $g(0) \neq 0$: $D = 9 + 8a$

+ $D < 0$: $\hat{=} a < -\frac{9}{8}$ PT(2) vô nghiệm \Rightarrow PT(1) có 1 nghiệm \Rightarrow có một giao điểm.

+ $D = 0 \hat{=} a = -\frac{9}{8}$ PT(2) có một nghiệm kép $x = \frac{3}{4}$ \Rightarrow PT(1) có 2 nghiệm \Rightarrow có hai giao điểm.

+ $D > 0$ và $a \neq -\frac{9}{8} \hat{=} a > -\frac{9}{8}$ & $a \neq 0$ PT(2) có hai nghiệm pb $x_1, x_2 \neq 0$ \Rightarrow PT(1) có 3 nghiệm \Rightarrow có 3 giao điểm.

Bài 10: Cho hàm số: $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2$

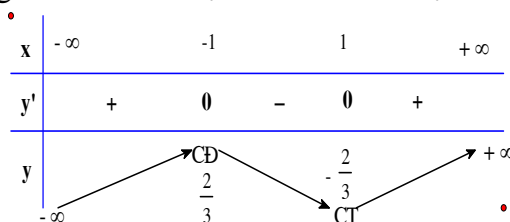
1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số .

2/ Chứng minh rằng đường thẳng $y = \frac{1}{3}x - 1$ cắt đồ thị (C) tại 3 điểm phân biệt A, M,

B trong đó M là trung điểm của đoạn AB. Tính diện tích của tam giác OAB.

HD Bài 10:

1/ KSHS

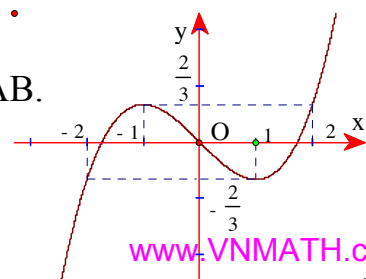


2/ Lập phương trình hoành độ giao điểm, giải được 3 nghiệm $x = \pm 1$; $x = 3$

$\Rightarrow A\left(-1; -\frac{4}{3}\right); M\left(1; -\frac{2}{3}\right);$

$B(3; 0)$ từ kết quả trên \Rightarrow M là trung điểm của đoạn AB.

Diện tích tam giác OAB: $S_{OAB} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot \frac{4}{3} = 2$ (đvdt)



*** Hàm nhất biến**

Bài 11: Cho hàm số $y = \frac{2x + 1}{x - 1}$ có đồ thị (C)

1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số

2/ Tìm m để (C) cắt đường thẳng (d): $y = m(x + 1) + 3$ tại 2 điểm phân biệt A, B nhận I(-1;3) làm trung điểm AB.

HD Bài 11:

1. Khảo sát và vẽ đồ thị (C) hàm số.

▷ Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

▷ $y' = -\frac{3}{(x-1)^2} \Rightarrow y' < 0, \forall x \neq 1$, hàm số giảm trên từng khoảng xác định.

▷ $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 2 \Rightarrow$ đồ thị có tiệm cận ngang là $y = 2$

▷ $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty; \lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty \Rightarrow$ đồ thị có tiệm cận đứng là $x = 1$

▷ BBT

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'		-	-
y	2^-		2^+

▷ Điểm đặc biệt: A(-2; 1); B(0; -1); C(2;5); D(3; $\frac{7}{2}$)

▷ Đồ thị:

2/ Ta thấy I(-1;3) nằm trên (d). Hoành độ giao điểm của (C) và (d) là nghiệm của phương trình

$$\frac{2x + 1}{x - 1} = m(x + 1) + 3 \Leftrightarrow mx + x - m - 4 = 0(*) \quad ((*) \text{ không có nghiệm } x = 1)$$

để (d) cắt (C) tại 2 điểm phân biệt A, B nhận I làm trung điểm AB $\Leftrightarrow (*)$ có 2

$$\text{nghiệm phân biệt } x_1, x_2 \text{ thỏa mãn } : \frac{x_1 + x_2}{2} = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta = 1 + 4m(m + 4) > 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{m} = -2 \end{cases}$$

Bài 12: Cho hàm số $y = \frac{3(x + 1)}{x - 2}$ (C).

1/ Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

2/ Viết phương trình tiếp tuyến với (C) tại giao điểm của (C) và trục tung.

3/ Tìm tất cả các điểm trên (C) có tọa độ nguyên.

HD Bài 12:

3/ Có 6 điểm thuộc (C) có tọa độ nguyên là: (1; -6); (3; 12); (-1; 0); (5; 6); (-7; 2) và (11; 4)

Bài 13: Cho hàm số : $y = \frac{2x - 1}{x - 2}$

- 1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số
- 2/ Chứng minh rằng với mọi giá trị của m , đường thẳng $y = x - m$ luôn cắt (C) tại hai điểm phân biệt.

HD Bài 13:

2/ PT HDGD của (C) và đường thẳng $y = x - m : \frac{2x - 1}{x - 2} = x - m$

$\Leftrightarrow x^2 - (m + 4)x + 2m + 1 = 0, x \neq 2$ (*)

$x = 2$ không là nghiệm của pt (*) và $\Delta = (m + 4)^2 - 4.(2m + 1) = m^2 + 12 > 0, \forall m$. Do đó, pt (*) luôn có hai nghiệm khác 2. Vậy đường thẳng $y = x - m$ luôn cắt (C) tại hai điểm phân biệt.

Bài 14: Cho hàm số $y = 2 + \frac{3}{x - 1}$

- 1/ Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
- 2/ Viết phương trình tiếp tuyến với với đồ thị (C) tại giao điểm của (C) và trục Ox.
- 3/ Tìm m để đường thẳng $d : y = -x + m$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt.

HD Bài 14:

Hàm số được viết lại: $y = \frac{2x + 1}{x - 1}$

1. Khảo sát và vẽ đồ thị (C) hàm số.

▷ Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ ▷ $y' = -\frac{3}{(x - 1)^2} \Rightarrow y' < 0, \forall x \neq 1$, hàm số giảm trên từng

khoảng xác định.

▷ $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 2 \Rightarrow$ đồ thị có tc ngang là $y = 2$, $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty \Rightarrow$ đồ thị có tc

đứng là $x = 1$

▷ BBT

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	-		-
y	2	$+\infty$	2

(Note: In the original image, arrows point from the '2' in the y row to the $-\infty$ and $+\infty$ values in the y row.)

▷ Điểm đặc biệt: A(-2; 1); B(0; -1); C(2;5); D(3; $\frac{7}{2}$)

▷ Đồ thị:

2. Viết phương trình tiếp tuyến với với đồ thị (C) tại giao điểm của (C) và trục Ox:

▷ Thay $y = 0$ vào hàm số ta có $x = -\frac{1}{2} \Rightarrow$ đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm

$M_0\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$

▷ Phương trình tiếp tuyến có dạng: $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$ trong đó:

$$x_0 = -\frac{1}{2}; y_0 = 0 \text{ vì } y' = -\frac{3}{(x-1)^2} \Rightarrow f'(x_0) = -12 \Rightarrow \text{PTTT: } y = -\frac{4}{3}x - \frac{2}{3}$$

3. Tìm m để d: $y = -x + m$ cắt (C) tại hai điểm pb.

▷ PTHĐGD: $\frac{2x+1}{x-1} = -x+m \Leftrightarrow g(x) = x^2 + (1-m)x + 1+m = 0$ (1) ($x \neq 1$)

▷ YCBT \Leftrightarrow PT(1) có hai nghiệm phân biệt $\neq 1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} g(1) \neq 0 \\ \Delta > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 \neq 0 \\ m^2 - 6m - 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 3 - 2\sqrt{2} \\ m > 3 + 2\sqrt{2} \end{cases}$$

Bài 15: Cho hàm số $y = \frac{-x+1}{x+1}$ có đồ thị (C).

1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số.

2/ Tìm điểm M trên Ox mà tiếp tuyến đi qua M song song với đường thẳng (D): $y = -2x$

HD Bài 15:

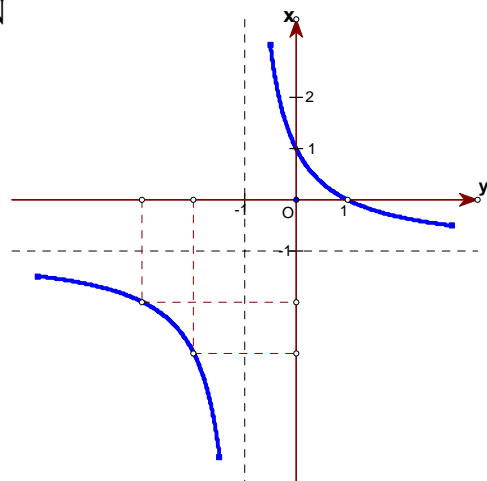
▷ TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

▷ Chiều biến thiên $y' = \frac{-2}{(x+1)^2}$, $y' < 0$ với mọi $x \neq -1$, hs nghịch biến trên các khoảng: $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$

▷ Tiệm cận: $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{-x+1}{x+1} = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{-x+1}{x+1} = -\infty$ Nên $x = -1$ là T C Đ
 $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = -1$ Nên $y = -1$ là T C N

▷ Bảng biến thiên.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'			
y	-1	$+\infty$	-1



▷ Đồ thị: đồ thị cắt Ox tại (1;0), cắt Oy tại (0;1)

2/ Nếu gọi $M_0(x_0; y_0)$ là tiếp điểm thì từ giả thiết ta có $\frac{-2}{(x_0+1)^2} = -2$ suy ra $x_0 = 0$ và $x_0 = -2$

với $x_0 = 0$ thì $y_0 = 1$ ta có pttt tại M_0 là $y = -2x + 1$ nên cắt Ox tại $M(1/2; 0)$

Với $x_0 = -2$ thì $y_0 = -3$ ta có pttt tại M_0 là $y = -2x - 7$ nên cắt Ox tại $M(-7/2; 0)$

Vậy có hai điểm thỏa ycbt $M(1/2; 0)$ và $M(-7/2; 0)$

Bài 16: Cho hàm số: $y = \frac{x+2}{x-3}$, đồ thị (C).

1/ Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số :

2/ Viết phương trình tiếp tuyến với (C) tại $A\left(1; -\frac{3}{2}\right)$

3/ Tìm $M \in (C)$ sao cho khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng bằng khoảng cách từ M đến tiệm cận ngang

HD Bài 16:

Bài 17: Cho hàm số $y = \frac{-2x}{x+1}$ (C)

1/ Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số

2/ Tìm m để đường thẳng d: $y = mx + 2$ cắt cả hai nhánh của đồ thị (H).

HD Bài 17:

2/ Phương trình hoành độ giao điểm: $mx^2 + (m+4)x + 2 = 0$ (*), $x \neq -1$. d cắt hai nhánh của (H) \Leftrightarrow (*) có 2 nghiệm thỏa mãn: $x_1 < -1 < x_2 \Leftrightarrow af(-1) < 0 \Leftrightarrow mf(-1) < 0$. Tìm được $m > 0$

Bài 18: Cho hàm số: $y = \frac{2x+1}{x+1}$ có đồ thị là (C).

1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

2/ Tìm trên (C) những điểm có tổng khoảng cách từ đó đến hai tiệm cận của (C) nhỏ nhất.

3/ Lập phương trình tiếp tuyến với (C), biết tiếp tuyến đó song song với đường phân giác của góc phần tư thứ nhất.

Bài 19: Cho hàm số: $y = \frac{2x-3}{1-x}$ có đồ thị là (C).

1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

2/ Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và hai trục tọa độ.

3/ Viết phương trình các đường thẳng song song với đường thẳng: $y = -x + 3$ và tiếp xúc với đồ thị (C)

HD Bài 19:

3/ Có hai tiếp tuyến thỏa ycbt: $(d_1): y = -x - 3$, $(d_2): y = -x + 1$

Bài 20: Cho hàm số: $y = \frac{3}{x+1}$ có đồ thị là (C).

1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

2/ Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) trục Ox và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 2$.

3/ Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) tại giao điểm của (C) và trục tung.

* Hàm trùng phương

Bài 21: Cho hàm số: $y = x^4 - 2x^2$

1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số.

2/ Định m để phương trình: $x^4 - 2x^2 + \log m - 1 = 0$ có 4 nghiệm phân biệt

HD Bài 21:

2/ Phương trình có bốn nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -1 < 1 - \log m < 0 \Leftrightarrow 10 < m < 100$

Bài 22: Cho hàm số: $y = \frac{1}{2}x^4 - 3x^2 + \frac{3}{2}$ có đồ thị (C).

- 1/ Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
- 2/ Viết PTTT với đồ thị (C) của hàm số tại điểm thuộc (C) có hoành độ $x_0 = 2$.
- 3/ Tìm điều kiện của m để phương trình sau có 4 nghiệm: $x^4 - 6x^2 + 1 + m = 0$.

HD Bài 22:

1/ KSHS: $y = \frac{1}{2}x^4 - 3x^2 + \frac{3}{2}$

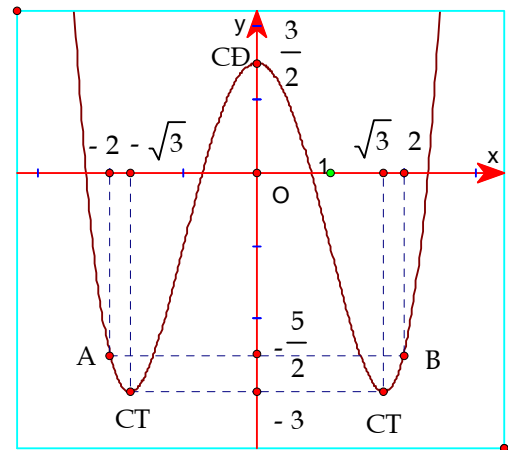
• TXĐ: $D = \mathbb{R}$

• $y' = 2x^3 - 6x, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0; & y = 3/2 \\ x = \pm\sqrt{3}; & y = -3 \end{cases}$

• Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = +\infty$,

• BBT

x	$-\infty$	$-\sqrt{3}$	0	$\sqrt{3}$	$+\infty$
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$	CT	CP	CT	$+\infty$
		-3	$\frac{3}{2}$	-3	



• ĐDB: $A(-2; -5/2); B(2; -5/2)$

2/ PTTT với (C) tại $x_0 = 2$

• $x_0 = 2 \Rightarrow y_0 = -5/2$ • $f'(x) = 2x^3 - 6x \Rightarrow f'(x_0) = 4$ • PTTT: $y = 4x - (21/2)$

3/ Tìm m để pt sau có 4 nghiệm: $x^4 - 6x^2 + 1 + m = 0$.

$> x^4 - 6x^2 + 1 + m = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^4 - 3x^2 + \frac{3}{2} = 1 - \frac{m}{2}$

$> \text{Đặt: } y = -x^2 + 3x + 1, \text{ đồ thị (C) vừa vẽ và } y = 1 - \frac{m}{2}: \text{ đồ thị là đường thẳng(d) cùng phương Ox.}$

$> \text{Số nghiệm của PT} = \text{số giao điểm của (C) \& (d)} \quad > \text{YCBT}$

$\Leftrightarrow -3 < 1 - \frac{m}{2} < \frac{3}{2} \Leftrightarrow -1 < m < 8$

Bài 23: Cho hàm số: $y = x^2(m - x^2)$

- 1/ Tìm điều kiện của m để hàm số có ba cực trị.
- 2/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi $m = 4$.
- 3/ Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm có hoành độ $x_0 = -1$.

HD Bài 23:

1/ Tìm điều kiện của m để hàm số có ba cực trị.

\triangleright TXĐ: $D = \mathbb{R}, \triangleright y = mx^2 - x^4; y' = 2mx - 4x^3$

$\triangleright y' = 0 \Leftrightarrow 2mx - 4x^3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = \frac{m}{2} \end{cases} (2)$

▷ Hàm số có ba cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt và đổi dấu ba lần \Leftrightarrow PT(2) có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2 \neq 0 \Leftrightarrow m > 0$

2/ ▷ $m = 4$ ta có hàm số: $y = -x^4 + 4x^2$:

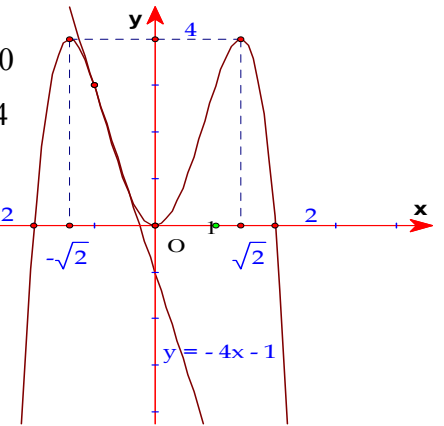
• TXĐ: $D = \mathbb{R}$, • $y' = -4x^3 + 8x$, $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0; & y = 0 \\ x = \pm\sqrt{2}; & y = 4 \end{cases}$

• Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = -\infty$

• BBT

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$

3/ PTTT là: $y = -4x - 1$



Bài 24: Cho hàm số: $y = x^4 - 2x^2 + 1$

- 1/ Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
- 2/ Viết phương trình tiếp tuyến với (C) tại điểm cực đại của (C).
- 3/ Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và trục Ox.

Bài 25: Cho hàm số: $y = (1 - x^2)^2 - 6$, đồ thị (C)

- 1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
- 2/ Biện luận theo m số nghiệm của phương trình: $m - x^4 + 2x^2 = 0$
- 3/ Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị biết nó song song với đường thẳng d: $y = 24x + 10$

HD Bài 25:

1/ $y' = 4x^3 - 4x$, $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = -5 \\ x = \pm 1 \Rightarrow y = -6 \end{cases}$

3/ Ta có: $4x^3 - 4x = 24 \Leftrightarrow x^3 - x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 2$, khi $x = 2 \Rightarrow y = 3$. Vậy PTTT là: $y = 24x - 45$

Bài 26: Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 3$ đồ thị (C)

- 1/ Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số
- 2/ Tìm m để phương trình $x^4 - 2x^2 + m = 0$ (*) có bốn nghiệm phân biệt.

HD Bài 26:

2/ Phương trình (*) $\Leftrightarrow -x^4 + 2x^2 + 3 = m + 3$

PT (*) có 4 nghiệm pb khi đt: $y = m + 3$ cắt (C) tại 4 điểm pb

$\Leftrightarrow 3 < m + 3 < 4 \Leftrightarrow 0 < m < 1$.

Bài 27: Cho hàm số: $y = x^4 - mx^2 - (m + 1)$ có đồ thị (C_m) , (m là tham số).

- 1/ Tìm m biết đồ thị hàm số đi qua điểm $M(-1; 4)$
- 2/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi $m = -2$.
- 3/ Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi (C) và trục hoành. Tính thể tích vật thể tròn xoay tạo ra khi quay (H) quanh trục hoành.

Bài 28: Cho hàm số: $y = -x^4 + 2mx^2$, có đồ thị (C_m) , (m là tham số)

- 1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi $m = 1$.

2/ Lập phương trình tiếp tuyến của (C_1) tại điểm $A(\sqrt{2}; 0)$.

3/ Xác định m để hàm số (C_m) có 3 cực trị.

Bài 29: Cho hàm số: $y = x^4 - (1 - 2m)x^2 + m^2 - 1$, m là tham số.

1/ Tìm m để hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$. Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số với m vừa tìm được.

2/ Dùng đồ thị (C) biện luận theo m số nghiệm của phương trình: $4x^4 - 8x^2 - 3 - k = 0$

Bài 30: Cho hàm số: $y = 2x^2 - x^4$ (C) .

1) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) .

2) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và trục hoành.

3) Dùng đồ thị (C) tìm điều kiện của k để phương trình: $x^4 - 2x^2 + k = 0$ (*), có 4 nghiệm phân biệt.

WWW.VNMATH.COM

CÂU II: (3 ĐIỂM)

1. Hàm số, ptinh, bất phương trình mũ và logarit.

2. GTLN, GTNN. Nguyên hàm, tích phân

1. Hàm số, ptinh, bất phương trình mũ và logarit.

Bài 1: Tính $A = 81^{\frac{1}{\log_5 3}} + 27^{\frac{\log_3 6}{\log_3 3}} + 3^{\frac{3 \log_8 9}{4}}$

Bài 2: Tính $B = 16^{\frac{1}{\log_5 4}} + 8^{\log_4 9} + 5^{\frac{4}{3 \log_8 \sqrt{5}}}$

Bài 3: Biết: $\log_2 14 = a$, tính $\log_{56} 32$

Bài 4: Tính $\log_{30} 8$ biết $\log_{30} 3 = a$; $\log_{30} 5 = b$

Bài 5: Tìm tập xác định của các hàm số sau $y = 3(x - 1)^{-3}$

Bài 6: Tìm tập xác định của các hàm số sau $y = (x^2 - 4x + 3)^{-2}$

Bài 7: Tìm tập xác định của các hàm số sau $y = \frac{2}{\log_4 x - 3}$

Bài 8: Tìm tập xác định của các hàm số sau $y = \sqrt{\log_2(x^2 - 2x + 2)}$

Giải các pt sau:

Bài 11: $2^{2x+6} + 2^{x+7} = 17$

Bài 12: $1 - 3 \cdot 2^{1-x} + 2^{3-2x} = 0$

Bài 13: c./ $4^x - 3 \cdot 2^x + 9^{\log_9 2} = 0$

Bài 14: $2 \cdot 16^x - 15 \cdot 4^x - 8 = 0$

Bài 15: e./ $6 \cdot 9^x - 13 \cdot 6^x + 6 \cdot 4^x = 0$

Bài 16: $5 \cdot 4^x + 2 \cdot 25^x - 7 \cdot 10^x = 0$

Bài 17: g./ $(2 + \sqrt{3})^x + (2 - \sqrt{3})^x - 4 = 0$

Bài 18: $(3 + \sqrt{5})^x + 16(3 - \sqrt{5})^x = 2^{x+3}$

Bài 19: $3^x + x - 4 = 0$

Bài 20: $x^2 - (3 - 2^x)x + 2(1 - 2^x) = 0$

Bài 21: a./ $\ln(x^2 - 6x + 7) = \ln(x - 3)$

Bài 22: $\lg(x^2 - 6x + 5) - \lg(1 - x) = 0$

Bài 23: $\lg^2 x - 3 \lg x = \lg x^2 - 4$.

Bài 24: $\log_4(x + 3) - \log_2(x + 7) + 2 = 0$

Bài 25: $\frac{1}{4 - \lg x} + \frac{2}{2 + \lg x} = 1.$

Bài 26: $\log_3 \frac{a}{3} x - 1 \frac{\ddot{0}}{\ddot{0}} \log_3 \frac{a}{3} x - 1 - 3 \frac{\ddot{0}}{\ddot{0}} = 6$

Bài 27: $\log_5 x + \log_{25} x = \log_{0,2} \sqrt{3}$

Bài 28: $\frac{\lg(\sqrt{x+1} + 1)}{\lg \sqrt[3]{x-40}} = 3$

Bài 29: $\log_2 x + \log_4 x + \log_8 x = 11.$

Bài 30: $\log_{\sqrt{2}} x + \log_2 (2x) + \log_4 (4x) = \log_8 (8x).$

Giải các bpt sau:

Bài 31: $\frac{1}{3\sqrt{x^2 + 5x - 6}} > \frac{1}{3^{x+2}}$

Bài 32: $2.5^x + 3.5^{-x} \geq 5$

Bài 33: $\log_{\frac{1}{2}} (x^2 - 4x + 6) < -2$

Bài 34: $\log_2^2 x + \log_2 x \leq 0$

2. GTLN, GTNN.

Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số

Bài 1. $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 10$ trên đoạn $[-3; 3]$

HD: $\max_{[-3;3]} f(x) = f(-1) = 17$; $\min_{[-3;3]} f(x) = f(-3) = -35$

Bài 2. $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 7$ trên đoạn $[-4; 3]$

HD: $\max_{[-4;3]} f(x) = f(1) = -12$; $\min_{[-4;3]} f(x) = f(-3) = f(3) = 20$

Bài 3. $f(x) = x^3 - 3x^2 - 4$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; 3\right]$

HD: $\max_{\left[\frac{1}{2};3\right]} f(x) = -4$; $\min_{\left[\frac{1}{2};3\right]} f(x) = -8$

Bài 4. $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ trên đoạn $[0; 4]$

HD: $\max_{[0;4]} f(x) = 4$; $\min_{[0;4]} f(x) = 0$

Bài 5. $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 35$ trên đoạn $[-4; 4]$

HD: $\max_{[-4;4]} f(x) = f(-1) = 40$; $\min_{[-4;4]} f(x) = f(-4) = -41$

Bài 6. $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 9x + 2$ trên đoạn $[-2; 2]$

HD: $\max_{[-2;2]} f(x) = f(3) = 29$; $\min_{[-2;2]} f(x) = f(-1) = -3$

Bài 7. $f(x) = \frac{2x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0; 2]$

HD: $\max_{[0;2]} f(x) = f(0) = \frac{1}{3}$;

$\min_{[0;2]} f(x) = f(2) = -3$

Bài 8. $f(x) = \frac{x-2}{x+1}$ trên đoạn $[0; 4]$

HD: $\max_{[0;4]} f(x) = f(4) = \frac{2}{5}$;

$\min_{[0;4]} f(x) = f(0) = -2$

Bài 9. $f(x) = \frac{x^2 + x + 2}{x + 2}$ trên đoạn $[-1; 3]$

HD: $\max_{[-1;3]} f(x) = f(3) = \frac{14}{5}$;

$\min_{[-1;3]} f(x) = f(0) = 1$

Bài 10. $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 3}{x - 1}$ với $1 < x \leq 3$ HD : $y_{\min} = 9$; y_{\max} không tồn tại

Bài 11. $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1}$ HD : $\max_D f(x) = 3$; $\min_D f(x) = \frac{1}{3}$

Bài 12. $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}$ trên đoạn $[-1; 1]$

HD : $\max_{[-1;1]} f(x) = f(0) = -\frac{1}{4}$; $\min_{[-1;1]} f(x) = f(-1) = f(1) = -\frac{1}{2}$

Bài 13. $f(x) = x^4 - 2x^2 + 5$ trên đoạn $[-2; 3]$

HD : $\max_{[-2;3]} f(x) = f(3) = 68$; $\min_{[-2;3]} f(x) = f(-1) = f(1) = 4$

Bài 14. $f(x) = x^4 - 2x^2 + 2$ trên đoạn $[-\sqrt{3}; \sqrt{3}]$

HD : $\max_{[-\sqrt{3};\sqrt{3}]} f(x) = f(\sqrt{3}) = f(-\sqrt{3}) = 5$; $\min_{[-\sqrt{3};\sqrt{3}]} f(x) = f(-1) = f(1) = 1$

Bài 15. $f(x) = x^5 - 5x^4 + 5x^3 + 1$ trên đoạn $[-1; 2]$

HD : $\max_{[-1;2]} f(x) = 2$; $\min_{[-1;2]} f(x) = -10$

Bài 16. $f(x) = \sqrt{25 - x^2}$ trên đoạn $[-4; 4]$

HD : $\max_{[-4;4]} f(x) = f(0) = 5$; $\min_{[-4;4]} f(x) = f(-4) = f(4) = 3$

Bài 17. $f(x) = (3 - x)\sqrt{x^2 + 1}$ trên đoạn $[0; 2]$

HD : $\max_{[0;2]} f(x) = f(0) = 3$; $\min_{[0;2]} f(x) = f(2) = \sqrt{5}$

Bài 18. $f(x) = x + 1 + \sqrt{4 - x^2}$

HD : $\max_{[-2;2]} f(x) = f(\sqrt{2}) = 2\sqrt{2} + 1$; $\min_{[-2;2]} f(x) = f(-2) = -1$

Bài 19. $f(x) = \sqrt{4 - 2x}$ trên đoạn $[-1; 2]$ HD : $\max_{[-1;2]} f(x) = f(-1) = 6$;

$\min_{[-1;2]} f(x) = f(2) = 0$

Bài 20. $f(x) = 2x + \sqrt{5 - x^2}$

HD : $\max_{[-\sqrt{5};\sqrt{5}]} f(x) = f(2) = 5$; $\min_{[-\sqrt{5};\sqrt{5}]} f(x) = f(-\sqrt{5}) = -2\sqrt{5}$

Bài 21. $f(x) = \sqrt{5 - 4x}$ trên đoạn $[-1; 1]$ HD : $\max_{[-1;1]} f(x) = f(-1) = 3$; $\min_{[-1;1]} f(x) = f(1) = 1$

Bài 22. $f(x) = x + \sqrt{4 - x^2}$ HD : $\max_{[-2;2]} f(x) = f(\sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$; $\min_{[-2;2]} f(x) = f(-2) = -2$

Bài 23. $f(x) = x + \sqrt{2 - x^2}$ HD : $\max_{[-\sqrt{2};\sqrt{2}]} f(x) = f(1) = 2$; $\min_{[-\sqrt{2};\sqrt{2}]} f(x) = f(-\sqrt{2}) = -\sqrt{2}$

Bài 24. $f(x) = 2 \sin x + \sin 2x$ trên đoạn $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$

HD : $\max_{\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]} f(x) = f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{3\sqrt{3}}{2}$; $\min_{\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]} f(x) = f\left(\frac{3\pi}{2}\right) = -2$

Bài 25. $f(x) = 2 \sin x - \frac{4}{3} \sin^3 x$ trên đoạn $[0; \pi]$

HD : $\max_{[0;\pi]} f(x) = f\left(\frac{\pi}{4}\right) = f\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \frac{2\sqrt{2}}{3}$; $\min_{[0;\pi]} f(x) = f(0) = f(\pi) = 0$

Bài 26. $f(x) = \sin^2 x + 2 \sin x - 3$ HD : Đặt $t = \sin x$; $-1 \leq t \leq 1$

Bài 27. $f(x) = \sqrt{2} \cos 2x + 4 \sin x$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$

HD : $\max_{\left[0; \frac{\pi}{2}\right]} f(x) = f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2\sqrt{2}$; $\min_{\left[0; \frac{\pi}{2}\right]} f(x) = f(0) = \sqrt{2}$

Bài 28. $f(x) = \cos x(1 + \sin x)$ trên đoạn $[0; 2\pi]$

HD : $\max_{[0; 2\pi]} f(x) = f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{3\sqrt{3}}{4}$; $\min_{[0; 2\pi]} f(x) = f\left(\frac{5\pi}{6}\right) = -\frac{3\sqrt{3}}{4}$

Bài 29. $f(x) = \frac{\sin x}{2 + \cos x}$ trên đoạn $[0; \pi]$

HD : $\max_{[0; \pi]} f(x) = f\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$; $\min_{[0; \pi]} f(x) = f(0) = f(\pi) = 0$

Bài 30. $f(x) = |x^2 - 3x + 2|$ trên đoạn $[-10; 10]$ HD : $\max_{[-10; 10]} f(x) = 132$; $\min_{[-10; 10]} f(x) = 0$

Bài 31. $f(x) = |x^2 - 2x + 3|$ trên đoạn $[0; 2]$ HD : $\max_{[0; 2]} f(x) = 3$; $\min_{[0; 2]} f(x) = 2$

Bài 32. $f(x) = |x^2 - 5x + 6|$ trên đoạn $[-5; 5]$ HD : $\max_{[-5; 5]} f(x) = 56$; $\min_{[-5; 5]} f(x) = 0$

Bài 33. $f(x) = (x^2 - 2x)e^x$ trên đoạn $[0; 3]$

HD : $\max_{[0; 3]} f(x) = f(3) = 3e^3$; $\min_{[0; 3]} f(x) = f(\sqrt{2}) = (2 - 2\sqrt{2})e^{\sqrt{2}}$

Bài 34. $f(x) = \frac{\ln^2 x}{x}$ trên đoạn $[1; e^3]$ HD : $\max_{[1; e^3]} f(x) = f(e^3) = \frac{9}{e^2}$; $\min_{[1; e^3]} f(x) = f(1) = 0$

Bài 35. Tìm GTNN của hàm số $f(x) = e^x + \frac{4}{e^x + 1}$

HD : Đặt $t = e^x$ ($t > 0$) GTNN của hs là 3 đạt tại $x = 0$

Tính tích phân

Bài 1. 15 tích phân đổi biến.

1/ $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cdot \sqrt{8 \cos x + 1} dx$ HD: Đặt $t = \sqrt{8 \cos x + 1} \Rightarrow KQ = \frac{13}{6}$

2/ $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{(\cos^2 x + 2)^3} dx$ HD: Đặt $t = \cos^2 x + 2 \Rightarrow KQ = \frac{5}{72}$

3/ $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x dx}{\sqrt{4 \sin^2 x + \cos^2 x}}$ HD: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x dx}{\sqrt{4 \sin^2 x + \cos^2 x}} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x dx}{\sqrt{3 \sin^2 x + 1}}$

Đặt $t = \sqrt{3\sin^2 x + 1} \Rightarrow KQ = \frac{2}{3}$

4/ $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos 2x}{e^{\sin 2x+1}} dx$

HD: Đặt $t = \sin 2x + 1 \Rightarrow KQ = -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{e^2} - \frac{1}{e} \right)$

5/ $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin 2x(1 + \sin x)^2 dx$

HD: $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin 2x(1 + \sin x)^2 dx = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} 2 \sin x \cdot \cos x (1 + \sin x)^2 dx$ Đặt $t = \sin x \Rightarrow KQ = -\frac{17}{6}$

6/ $\int_1^{e^2} \frac{\ln^3 x + 2}{x} dx$

HD: Đặt $t = \ln x \Rightarrow KQ = 8$

7/ $\int_1^{e^8} \frac{dx}{x \cdot \sqrt[3]{\ln x + 1}}$

HD: Đặt $t = \sqrt[3]{\ln x + 1} \Rightarrow KQ = \frac{9}{2}$

8/ $\int_1^{e^3} \frac{\ln x dx}{x \cdot \sqrt{\ln x + 1}}$

HD: Đặt $t = \sqrt{\ln x + 1} \Rightarrow KQ = \frac{14}{3} - 2$

9/ $\int_0^2 \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^3 + 1}}$

HD: Đặt $t = \sqrt{x^3 + 1} \Rightarrow KQ = \frac{4}{3}$

10/ $\int_0^3 x \cdot \sqrt{x+1} dx$

HD: Đặt $t = \sqrt{x+1} \Rightarrow KQ = \frac{116}{15}$

11/ $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{e^{\tan x + 2} dx}{\cos^2 x}$

HD: Đặt $t = \tan x + 2 \Rightarrow KQ = e^3 - e^2$

12/ $\int_1^4 \frac{e^{\sqrt{x}-1}}{\sqrt{x}} dx$

HD: Đặt $t = \sqrt{x} - 1 \Rightarrow KQ = 2(e-1)$

13/ $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \cdot \cos^2 x dx$

HD: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \cdot \cos^2 x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cdot (1 - \cos^2 x) \cos^2 x dx$

Đặt $t = \cos x \Rightarrow KQ = \frac{2}{15}$

14/ $\int_0^{\ln 2} \frac{dx}{1 + e^{-x}}$

HD: $\int_0^{\ln 2} \frac{dx}{1 + e^{-x}} = \int_0^{\ln 2} \frac{e^x dx}{e^x + 1}$ Đặt $t = e^x + 1 \Rightarrow KQ = \ln \frac{3}{2}$

$$15/ \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^4 x}$$

$$\text{HD: } \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^4 x} = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 + \tan^2 x}{\cos^2 x} dx \quad \text{Đặt } t = 1 + \tan^2 x \Rightarrow KQ = \frac{4}{3}$$

Bài 2. 10 tích phân từng phần:

$$1/ \int_0^{\frac{\pi}{2}} (4x + 5) \sin 2x dx$$

$$\text{HD: Đặt } \begin{cases} u = 4x + 5 \\ dv = \sin 2x dx \end{cases} \Rightarrow KQ = \pi + \frac{15}{2}$$

$$2/ \int_0^{\frac{\pi}{2}} (3x - 2) \cdot \cos 3x dx$$

$$\text{HD: Đặt } \begin{cases} u = 3x - 2 \\ dv = \cos 3x dx \end{cases} \Rightarrow KQ = \frac{\pi}{2} - 1$$

$$3/ \int_{\ln 2}^{\ln 5} 2x \cdot e^x dx$$

$$\text{HD: Đặt } \begin{cases} u = 2x \\ dv = e^{3x} dx \end{cases} \Rightarrow KQ = 10 \ln 5 - 4 \ln 2 - 6$$

$$4/ \int_0^3 (x^2 + 1) \cdot e^{2x} dx$$

$$\text{HD: Đặt } \begin{cases} u = x^2 + 1 \\ dv = e^{2x} dx \end{cases} \Rightarrow KQ = \frac{15e^6 - 3}{4}$$

$$5/ \int_0^2 (3x - 4) \cdot e^{-2x} dx$$

$$\text{HD: Đặt } \begin{cases} u = 3x - 4 \\ dv = e^{-2x} dx \end{cases} \Rightarrow KQ = \frac{-7e^{-4} - 5}{4}$$

$$6/ \int_1^2 (6x^2 + 5) \ln x dx$$

$$\text{HD: Đặt } \begin{cases} u = \ln x \\ dv = (6x^2 + 5) dx \end{cases} \Rightarrow KQ = 26 \ln 2 - \frac{29}{3}$$

$$7/ \int_0^2 (3x^2 + 2x) \ln(x + 2) dx$$

$$\text{HD: Đặt } \begin{cases} u = \ln(x + 2) \\ dv = (3x^2 + 2x) dx \end{cases} \Rightarrow KQ = 12 \ln 8 + \frac{40}{3}$$

$$8/ \int_1^2 \frac{\ln(x + 1)}{x^2} dx$$

$$\text{HD: Đặt } \begin{cases} u = \ln(x + 1) \\ dv = \frac{dx}{x^2} \end{cases} \Rightarrow KQ = \frac{1}{2} \ln \frac{64}{27}$$

$$9/ \int_2^3 [\ln(x - 1) - \ln(x + 1)] dx$$

$$\text{HD: } \int_2^3 [\ln(x - 1) - \ln(x + 1)] dx = \int_2^3 \ln(x - 1) dx - \int_2^3 \ln(x + 1) dx = A + B \Rightarrow KQ = \ln \frac{27}{64}$$

$$10/ \int_0^{\pi} e^x \cos x dx$$

$$\text{HD: Đặt } \begin{cases} u = \cos x \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow KQ = -\frac{e^{\pi} + 1}{2}$$

Bài 3. 10 câu tích phân khác.

$$1/ \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 1} dx$$

$$\text{HD: } \int_2^5 \frac{x^2 - 2x + 3}{x-1} dx = \int_2^5 \left(x-1 + \frac{2}{x-1}\right) dx \Rightarrow KQ = \frac{15}{2} + 2 \ln 4$$

$$2/ \int_0^1 \frac{4x-5}{x^2-x-2} dx$$

$$\text{HD: Đặt } \int_0^1 \frac{4x-5}{x^2-x-2} dx = \int_0^1 \left(\frac{1}{x-2} + \frac{3}{x+1}\right) dx \Rightarrow KQ = 2 \ln 2$$

$$3/ \int_0^{\ln 3} \frac{dx}{e^x - 8e^{-x} - 2}$$

$$\text{HD: } \int_0^{\ln 3} \frac{dx}{e^x - 8e^{-x} - 2} = \int_0^{\ln 3} \frac{e^x dx}{e^{2x} - 2e^x - 8} \quad \text{Đặt } t = e^x \Rightarrow KQ = \frac{1}{2} \ln 5$$

$$4/ \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x}$$

$$\text{HD: } \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x} = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{4dx}{\sin^2 2x} \Rightarrow KQ = 4\sqrt{3}$$

$$5/ \int_{\frac{\pi}{12}}^{\frac{\pi}{8}} \sin 3x \sin 5x dx \quad \text{HD: } \int_{\frac{\pi}{12}}^{\frac{\pi}{8}} \sin 3x \sin 5x dx = \int_{\frac{\pi}{12}}^{\frac{\pi}{8}} \frac{1}{2} (\cos 2x - \cos 8x) dx \Rightarrow KQ = \frac{1}{8} (\sqrt{2} - 1 + \frac{\sqrt{3}}{4})$$

$$6/ \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1 + \cos x}{\sin^2 x} dx$$

$$\text{HD: } \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1 + \cos x}{\sin^2 x} dx = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\sin^2 x} + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\cos x}{\sin^2 x} dx \Rightarrow KQ = 1 - \sqrt{3} + \sqrt{2}$$

$$7/ \int_0^2 |x^2 - x| dx$$

$$\text{HD: Đặt } \int_0^2 |x^2 - x| dx = \int_0^1 -(x^2 - x) dx + \int_1^2 (x^2 - x) dx \Rightarrow KQ = 1$$

$$8/ \int_1^2 \frac{x dx}{1 + \sqrt{x-1}}$$

$$\text{HD: Đặt } t = \sqrt{x-1} \Rightarrow KQ = \frac{11}{3} - 4 \ln 2$$

$$9/ \int_0^1 x(e^{2x} + \sqrt{3x^2 + 1}) dx$$

$$\text{HD: } \int_0^1 x(e^{2x} + \sqrt{3x^2 + 1}) dx = \int_0^1 x e^{2x} dx + \int_0^1 x \sqrt{3x^2 + 1} dx \Rightarrow KQ = \frac{e^2}{4} + \frac{37}{36}$$

$$10/ \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \cdot \ln(\sin x + 1) dx$$

$$\text{HD: Đặt } t = \sin x + 1 \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \cdot \ln(\sin x + 1) dx = \int_1^2 \ln t dt \Rightarrow KQ = 2 \ln 2 - 1$$

CÂU III: (1 ĐIỂM) BÀI TẬP HÌNH HỌC KHÔNG GIAN
 WWW.VNMATH.COM

Bài 1. Cho hình chóp S.ABC có SA vuông góc với mặt đáy (ABC) và mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng (SAB), Góc giữa SB và mặt phẳng (ABC) bằng α ($0 < \alpha < 90^\circ$). $SB = a\sqrt{2}$ và góc BCS = 45° .

1. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) Kq : $d(A, (SBC)) = \frac{a \sin 2\alpha}{\sqrt{2}}$

2. Chứng minh BC vuông góc với mặt phẳng (SAB) và các mặt của hình chóp là tam giác vuông.

3. Tính theo a, α thể tích của khối chóp S.ABC. Tìm α sao cho thể tích lớn nhất.

$$V = \frac{a^3 \sqrt{2} \sin 2\alpha}{6} \Rightarrow V \text{ lớn nhất} \Leftrightarrow \alpha = \frac{\pi}{4}$$

Bài 2. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông tâm O cạnh a. SA vuông góc với (ABCD) và $SA = 2a$.

I, J lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC, ADC. Gọi V_1 là thể tích khối chóp S.AIJ và

V_2 là thể tích khối chóp S.ABCD. Tính tỷ số : $\frac{V_1}{V_2}$. Kq : $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{6}$

Bài 3. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật. Biết

$AB = a$; $AD = a\sqrt{3}$; $SA = a\sqrt{3}$ và SA vuông góc với (ABCD).

a) Tính thể tích khối chóp S.ABCD theo a. Kq : $V_{S.ABCD} = a^3$

b) Gọi I là trung điểm của SC. Chứng minh I là tâm mặt cầu (S) ngoại tiếp hình chóp S.ABCD. Tính diện tích mặt cầu (S). Kq : $S = 10\pi.a^2$

c) Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD) Kq : $d(A, SBD) = \frac{3a}{\sqrt{15}}$

Bài 4. Cho hình chóp S.ABCD đáy là hình chữ nhật. Biết $SA=AB = a$, $AD = 2a$, $SA \perp (ABCD)$

a) Tính thể tích của hình chóp S.ABCD Kq : $V = \frac{2}{3}a^3$

b) Tìm tâm và tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABCD Kq : $r = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Bài 5. Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác ABC vuông tại B, đường thẳng SA vuông góc với mp (ABC), biết $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$ và $SA = 3a$.

a) Tính thể tích khối chóp S.ABC theo a Kq : $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$

b) Gọi I là trung điểm của cạnh SC, tính độ dài đoạn BI theo a. Kq : $BI = \frac{a\sqrt{13}}{2}$

Bài 6. Cho lăng trụ tam giác đều ABC.A'B'C' có $AB=a$ và $A'B'=a\sqrt{5}$.

a) Gọi M là trung điểm của cạnh CC' và cắt lăng trụ theo hai mặt phẳng (MAB), (MA'B') ta được ba khối chóp đỉnh M. Hãy gọi tên ba khối chóp đó

b) Tính thể tích ba khối chóp nói trên.

$$\text{Kq} \cdot V_{M.A'B'C'} = V_{M.ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12} \quad \text{Và} \quad V_{M.ABB'A'} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$$

Bài 7. Cho khối chóp tam giác S.ABC có đáy ΔABC vuông tại A, $AB = a$, góc C bằng 30° , cạnh bên SB vuông góc với mặt đáy và SC tạo với mặt đáy một góc 45° .

a/ Tính thể tích khối chóp tam giác S.ABC $\text{Kq} : V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

b/ Gọi A' là hình chiếu vuông góc của B trên SA và C' \in SC sao cho $SC = 3SC'$.
 Tính thể tích tứ diện SBA'C' và khoảng cách từ điểm C' đến mp(SAB)

$$\text{Kq} : V_{S.BA'C'} = \frac{4a^3\sqrt{3}}{45} \quad \text{và} \quad d(C', (SAB)) = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

c/. Tìm tâm và bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABC. $r = a\sqrt{2}$

Bài 8: Cho khối chóp tứ giác S.ABCD đáy hình vuông cạnh bằng a, cạnh bên SA \perp (ABCD), góc giữa cạnh bên SC và mặt đáy bằng 45° .

a/ Tính thể tích khối chóp tứ giác S.ABCD $\text{Kq} : V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$

b/ Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với SC cắt SB, SC, SD lần lượt tại B', C', D'.

Tính thể tích khối chóp S.AB'C'D' $\text{KQ} : V_{S.AB'C'D'} = \frac{a^3\sqrt{2}}{9}$

Bài 9. Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có cạnh đáy a, cạnh bên $\frac{a\sqrt{5}}{2}$.

1) Tính thể tích khối chóp S.ABCD. $\text{KQ} : V = \frac{1}{3} B.h = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

2) Tính góc giữa mặt bên và mặt đáy. $\text{Kq} : 60^\circ$.

3) Tìm tâm và bán kính mặt cầu (S) ngoại tiếp hình chóp và tính diện tích mặt cầu (S).

$$\text{Kq} : r = \frac{5a\sqrt{3}}{12} \quad S = \frac{25\pi a^2}{12}$$

4) Tính diện tích xung quanh của hình nón có đỉnh S và đường tròn đáy nội tiếp đáy của hình chóp.

$$\text{Kq} : S = \frac{\pi a^2}{2}$$

Bài 10. Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có cạnh đáy bằng 2a, cạnh bên hợp với mặt đáy một góc bằng 45° .

a. Tính thể tích của khối chóp S.ABCD theo a. $\text{Kq.} V = \frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$

b. Gọi E là điểm thuộc cạnh SC sao cho $SE = 2 EC$, tính thể tích khối tứ diện SABE theo a.

$$\text{Kq} : V = \frac{4\sqrt{2}a^3}{9}$$

c. Xác định tâm và tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABCD theo a.

$$\text{Kq} : R = a\sqrt{2}$$

Bài 11 : Cho hình chóp tam giác đều S.ABC có cạnh đáy là a và cạnh bên là 2a.

a/ Tính thể tích khối chóp S.ABC

b/ Xác định tâm và tính bán kính mặt cầu nội, ngoại tiếp hình chóp S.ABC
Hướng dẫn: b/ E là trung điểm của BC. Trong tam giác SOE, tâm $K_{\text{nội}}$ là giao điểm của SO và đường phân giác góc SEO
Trong tam giác SOA, tâm I ngoại là giao điểm của SO và đường trung trực của đoạn SA.

Bài 12 : Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có cạnh đáy là a và cạnh bên là 2a.

a/ Tính thể tích khối chóp S.ABCD

b/ Xác định tâm và tính bán kính mặt cầu nội, ngoại tiếp hình chóp S.ABCD

Hướng dẫn: b/ E là trung điểm của BC. Trong tam giác SOE, tâm $K_{\text{nội}}$ là giao điểm của SO và đường phân giác góc SEO

Trong tam giác SOA, tâm Ingoại là giao điểm của SO và đường trung trực của đoạn SA.

Bài 13 : Cho hình chóp tam giác S.ABC có đáy ABC vuông tại B và $AB=a$; $AC=2a$; SA vuông góc với mặt phẳng (ABC); góc của SB và (ABC) bằng 60° .

a/ Tính thể tích khối chóp S.ABC

b/ Gọi AH, AK lần lượt là đường cao của tam giác SAB, SAC. Chứng minh SC vuông góc với mp (AHK) và tính thể tích khối chóp S.AHK.

Hướng dẫn: b/ c.m AH vuông góc (SBC), SC vuông góc (AHK)

Tính AH, AK, SK suy ra thể tích khối chóp S.AHK.

Bài 14 : Cho hình chóp tứ giác S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a; SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD); góc của SB và (ABCD) bằng 60° .

a/ Tính thể tích khối chóp S.ABCD

b/ Gọi AH, AK lần lượt là đường cao của tam giác SAB, SAD. Chứng minh SC vuông góc với mp (AHK) tại E và tính thể tích khối chóp S.AHEK.

Hướng dẫn: a/ $SA = AB \cdot \tan 60^{\circ}$

b/ c.m AH vuông góc (SBC), AK vuông góc (SCD)

c.m HK song song BD suy ra HK vuông góc AE. Suy ra thể tích khối chóp S.AHEK = $\frac{1}{3} \cdot (\frac{1}{2}AE \cdot HK) \cdot SE$

Bài 15 : Cho hình hộp chữ nhật có ba kích thước là a, 2a, 3a. Tính thể tích khối hình hộp và đường chéo của hình hộp.

Hướng dẫn: $V = \frac{1}{3} abc$ và $d^2 = a^2 + b^2 + c^2$

Bài 16 : Cho hình lập phương có cạnh bằng a.

a/ Tính thể tích khối lập phương.

b/ Xác định tâm và tính bán kính mặt cầu nội, ngoại tiếp hình lập phương.

Hướng dẫn: Tâm là giao điểm 4 đường chéo của hình lập phương.

Bài 17 : Cho hình chóp tam giác S.ABC có ABC là tam giác đều cạnh a và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC); cho $SB = a\sqrt{3}$. Gọi I là trung điểm của BC.

a/ Tính thể tích khối chóp S.ABC và chứng minh (SBC) vuông góc với (SAI).

b/ Xác định tâm và tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABC

Hướng dẫn: a/ Tính SA suy ra thể tích khối chóp S.ABC c.m BC vuông góc (SAI)

b/ Trong tam giác SAI, tâm K là giao điểm của trục tam giác ABC và đường trung trực của đoạn SA.

Bài 18 : Cho hình chóp tam giác S.ABC có SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau. Gọi H là trực tâm tam giác ABC.

a/ Chứng minh SH vuông góc với mp(ABC).

b/ Cho SA= a; SB= $a\sqrt{3}$; SC= 2a. Xác định và tính góc của hai mặt phẳng (SBC) và (ABC).

Hướng dẫn: a/ c.m BC vuông góc (SAH) và AC vuông góc (SBH).

b/ Tính SI suy ra tanSIA.

Bài 19 : Cho hình chóp tứ giác S.ABCD có đáy ABCD là hình thang cân (đáy lớn AD) có AD = 2BC= a. Tam giác SAD vuông cân tại A; gọi M là trung điểm của AB. Xác định và tính diện tích thiết diện của hình chóp và mặt phẳng (P) đi qua M và song song với mp(SAD).

Hướng dẫn: Thiết diện là hình thang vuông MNEF có $S= \frac{1}{2}(MN+EF).MF$

Bài 20 : Cho hình chóp tam giác S.ABC có SA= a, BC= 2a và SA vuông góc với BC. Gọi M là trung điểm của AB. Xác định và tính diện tích thiết diện của hình chóp và mặt phẳng (P) đi qua M, song song với SA, BC.

Hướng dẫn: Thiết diện là hình chữ nhật MNEF có $S= MN.MF$

CÂU IVa: (2 ĐIỂM)

Toạ độ điểm, vector, mặt cầu. phương trình mặt phẳng, đường thẳng. Tính góc, khoảng cách. vị trí tương đối của đường thẳng, mặt phẳng, mặt cầu

WWW.VNMATH.COM

Bài 1: Cho A(1; 3; 1), B(0; 1; 2), C(0; 0; 1)

a. Cm A, B, C không thẳng hàng.

b. Tìm D sao cho tứ giác ABCD là hình bình hành. ĐS D(1; 2; 0)

Bài 2: Cho A(1; 3; -2), B(-1; 1; 2), C(1; 1; -4)

a. Viết pttts các đường trung tuyến của tam giác ABC.ĐS: AM:
$$\begin{cases} x= 1-t \\ y= 3-2t \\ z= -2+ t \end{cases}$$

b. Viết pttts các đường AB, AC, BC. ĐS: AB:
$$\begin{cases} x= 1-2t \\ y= 3-2t \\ z= -2+ 4t \end{cases}$$

Bài 3: Cho A(1; 3; 1), B(2; 1; 2), C(0; 2; -6)

c. Tìm G là trọng tâm tam giác ABC. ĐS: G(1; 2; -1)

d. Viết pttts đường thẳng qua G và song song với AB. ĐS:
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$$

Bài 4: Cho A(5; 1; 3), B(1; 6; 2), C(5; 0; 4), D(4; 0; 6)

a. Viết phương trình các mặt phẳng (ACD), (BCD).

ĐS: (ACD): $2x + y + z - 14 = 0$. (BCD): $18x + 4y + 9z - 126 = 0$.

b. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua AB và song song với CD.

ĐS: (α): $10x + 9y + 5z - 74 = 0$.

Bài 5: Cho A(5; 1; 3), B(1; 6; 2), C(5; 0; 4), D(4; 0; 6)

a. Viết phương trình các mặt phẳng (ABC). ĐS: (ABC): $x + y + z - 9 = 0$.

b. Viết phương trình mặt phẳng đi qua D và song song với mp(ABC).

ĐS: $x + y + z - 10 = 0$.

Bài 6: Cho A(5; 1; 3), B(1; 6; 2), C(5; 0; 4), D(4; 0; 6)

a. Viết pttts đường thẳng qua A và song song với BC. ĐS:
$$\begin{cases} x = 5 + 4t \\ y = 1 - 6t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$$

b. Viết pttts đường thẳng qua A và vuông góc với mp(BCD). ĐS:
$$\begin{cases} x = 5 + 18t \\ y = 1 + 4t \\ z = 3 + 9t \end{cases}$$

Bài 7: Viết phương trình mặt phẳng (α)

a. Đi qua A(1; 2; 3) và song song với các mặt phẳng tọa độ.

ĐS: $x - 1 = 0$; $y - 2 = 0$; $z - 3 = 0$.

b. Đi qua A(1; 2; 3) và song song với mặt phẳng : $x + y + z = 0$.

ĐS: (α): $x + y + z - 6 = 0$.

Bài 8: Viết phương trình mặt phẳng (α)

a. Đi qua A(1; 2; 3), B(1; 6; 2) và vuông góc với mặt phẳng : $3x + y + 2z = 0$.

b. Đi qua M(3; 1; -1), N(2; -1; 4) và vngóc với mặt phẳng : $2x - y + 3z - 1 = 0$.

ĐS: $-x + 13y + 5z - 5 = 0$.

Bài 9: Viết pttts đường thẳng

a. Đi qua A(-2; 3; 1) và có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (2; 0; 3)$ ĐS:
$$\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 3 \\ z = 1 + 3t \end{cases}$$

b. Đi qua A(4; 3; 1) và song song với đường thẳng $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -3t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$

ĐS $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 3 - 3t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$

Bài 10: Viết ptts đường thẳng

a. Đi qua A(-2; 1; 0) và vuông góc với mặt phẳng : $x + 2y - 2z + 1 = 0$.

ĐS $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = -2t \end{cases}$

b. Đi qua B(0; 3; 1) và song song với trục Ox. ĐS $\begin{cases} x = t \\ y = 3 \\ z = 1 \end{cases}$

Bài 11:

a. Lập phương trình mặt cầu (S) có tâm I(5; -3; 7) và đi qua M(1; 0; 7).

ĐS $(x - 5)^2 + (y + 3)^2 + (z - 7)^2 = 25$

b. Viết phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) tại M.

ĐS: $-4x + 3y + 4 = 0$.

Bài 12: Lập phương trình mặt cầu (S) biết:

a. Đường kính AB với A(1; 2; 3), B(3; 2; 1)

ĐS $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 4y - 4z + 10 = 0$

b. Tâm I(1; 1; 1) và tiếp xúc mặt phẳng (α) : $3y + 4z + 1 = 0$.

ĐS $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = \frac{64}{25}$

Bài 13:

a. Lập phương trình mặt cầu (S) có tâm I(-2; 1; 1) và tiếp xúc mặt phẳng (α) :

$x + 2y - 2z + 5 = 0$. ĐS $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 1$.

b. Viết phương trình mặt phẳng đi qua tâm I(-2; 1; 1) và song song với mặt phẳng

(α). ĐS: $x + 2y - 2z + 2 = 0$.

Bài 14 : Cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 9 = 0$

a. Tìm tâm và bán kính mặt cầu. ĐS tâm I(0; 0; 0) và R = 3

b. Viết phương trình mặt phẳng (α) tiếp xúc với mặt cầu (S) và song song với

mặt phẳng : $x + 2y - 2z + 15 = 0$.

ĐS (α) : $x + 2y - 2z - 9 = 0$ và $x + 2y - 2z + 9 = 0$.

Bài 15: Cho $A(1; -1; 3)$, $B(3; 0; 1)$, $C(0; 4; 5)$

a. Viết phương trình mặt phẳng (ABC) . ĐS: $(ABC): 12x - 2y + 11z - 47 = 0$.

b. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua OA và vuông góc với mặt phẳng :

$x + y + z = 0$.

ĐS (α) : $2x - y - z = 0$

Bài 16: Cho $A(1; -1; 3)$, $B(3; 0; 1)$, $C(0; 4; 5)$

a. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua C và vuông góc với AB .

ĐS: $2x + y - 2z + 6 = 0$.

b. Viết pttts đường thẳng đi qua C và vuông góc với mặt phẳng (α) .

$$\text{ĐS} \begin{cases} x = 2t \\ y = 4 + t \\ z = 5 - 2t \end{cases}$$

Bài 17: Cho $A(1; -1; 3)$, $B(3; 0; 1)$, $C(0; 4; 5)$

a. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua A và vuông góc với BC .

ĐS: $-3x + 4y + 4z - 5 = 0$.

b. Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (α) . ĐS $d = \frac{10}{\sqrt{41}}$

Bài 18: Cho mặt phẳng (α) : $3x - 2y - z + 5 = 0$ và đường thẳng Δ : $\frac{x-1}{2} = \frac{y-7}{1} = \frac{z-3}{4}$

a. Chứng tỏ Δ song song với (α) .

b. Tính khoảng cách giữa Δ và (α) . ĐS $d = \frac{9}{\sqrt{14}}$

Bài 19: Cho mặt phẳng (α) : $2x - 2y + z + 3 = 0$ và đường thẳng Δ :

$$\frac{x+3}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+1}{2}$$

a. Chứng tỏ Δ song song với (α)

b. Tính khoảng cách giữa Δ và (α) . ĐS $d = \frac{2}{3}$

Bài 20: Viết pttts đường thẳng

a. Đi qua M(5; 4; 1) và có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (2; -3; 1)$ ĐS
$$\begin{cases} x = 5 + 2t \\ y = 4 - 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$$

b. Đi qua N(2; 0; -3) và song song với đường thẳng
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -3 + 3t \\ z = 4t \end{cases}$$

ĐS
$$\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3t \\ z = -3 + 4t \end{cases}$$

Bài 21: Viết ptts đường thẳng

a. Đi qua A(2; -1; 3) và vuông góc với mặt phẳng : $x + y - z + 5 = 0$.

ĐS
$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + t \\ z = 3 - t \end{cases}$$

b. Đi qua P(1; 2; 3) và Q(5; 4; 4). ĐS
$$\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$$

Bài 22: Cho điểm A(1; 0; 0) và đường thẳng Δ :
$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = t \end{cases}$$

a. Tìm tọa độ H là hình chiếu vngóc của A trên đthẳng Δ . ĐS: $H(\frac{3}{2}; 0; \frac{-1}{2})$

b. Tìm tọa độ A' đối xứng với A qua đường thẳng Δ . ĐS: $A'(2; 0; -1)$

Bài 23: Cho điểm M(1; 4; 2) và mặt phẳng (α): $x + y + z - 1 = 0$.

a. Tìm tọa độ H là hình chiếu vngóc của M trên mpẳng (α). ĐS: $H(-1; 2; 0)$

b. Tìm tọa độ M' đối xứng với M qua mặt phẳng (α). ĐS: $M'(-3; 0; -2)$

Bài 24: Cho điểm M(1; 4; 2) và mặt phẳng (α): $x + y + z - 1 = 0$.

a. Tính khoảng cách từ M đến mặt phẳng (α). ĐS $d = 2\sqrt{3}$

b. Viết pttrình mpẳng đi qua M và ssong với mặt phẳng (α). ĐS $x + y + z - 7 = 0$.

Bài 25:

- a. Lập phương trình mặt cầu (S) có đường kính AB với A(6; 2; -5), B(-4; 0; 7).

ĐS $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 62.$

- b. Viết phương trình mặt phẳng (α) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại A.

ĐS (α): $5x + y - 6z - 62 = 0.$

Bài 26: Cho A(-2; 6; 3), B(1; 0; 6), C(0; 2; -1), D(1; 4; 0)

- a. Viết phương trình các mặt phẳng (ABD), (BCD).

ĐS (ABD): $4x + 3y + 2z - 16 = 0.$ (BCD) $8x - 3y - 2z + 4 = 0.$

- b. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua AB và song song với CD.

ĐS (α): $-x + z - 5 = 0.$

Bài 27: Cho A(-2; 6; 3), B(1; 0; 6), C(0; 2; -1), D(1; 4; 0)

- a. Viết phương trình mặt phẳng đi qua D và song song với mp(ABC). ĐS $2x + y - 6 = 0.$

- b. Tìm góc α giữa hai đường thẳng AB và CD. ĐS $\cos \alpha = \frac{1}{3}$

Bài 28: Cho A(-2; 6; 3), B(1; 0; 6), C(0; 2; -1), D(1; 4; 0)

- a. Viết phương trình mặt phẳng (BCD). ĐS (BCD): $8x - 3y - 2z + 4 = 0.$

- b. Tính độ dài đường cao của hình chóp ABCD. ĐS $d = \frac{36}{\sqrt{77}}$

Bài 29: Cho mặt phẳng (α): $3x + 5y - z - 2 = 0$ và đường thẳng d:
$$\begin{cases} x = 12 + 4t \\ y = 9 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$$

- a. Tìm giao điểm M của đường thẳng d và mặt phẳng (α). ĐS: M(0; 0; -2)

- b. Viết phương trình mặt phẳng (β) chứa điểm M và vuông góc với đường thẳng d.

ĐS: (β) $4x + 3y + z + 2 = 0.$

Bài 30: Cho điểm A(-1; 2; -3), vector $\vec{a} = (6; -2; -3)$ và đường thẳng d:
$$\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -1 + 2t \\ z = 3 - 5t \end{cases}$$

- a. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua A và vuông góc với \vec{a} .

ĐS (α): $6x - 2y - 3z + 1 = 0.$

- b. Tìm giao điểm M của đường thẳng d và mặt phẳng (α). ĐS: M(1; -1; 3)

CÂU Va: (1 ĐIỂM)

BÀI TẬP PHẦN SỐ PHỨC.
 WWW.VNMATH.COM

- Bài 1)** Tìm mô đun của số phức : $z = 3 + 2i + (1+i)^2$. Kq : $|z| = 5$
- Bài 2)** Tìm mô đun của số phức : $z = 4 - 3i + (1-i)^3$. Kq : $|z| = \sqrt{29}$
- Bài 3)** Cho : $z = \frac{3+i}{(1+i)(2-i)}$ Tìm mô đun của số phức z. Kq : $|z| = 2$
- Bài 4)** Cho : $z = \frac{(1+2i)^2 - (1-i)^2}{(3+2i)^2 - (2+i)^2}$ Tìm mô đun của số phức liên hợp. Kq : $|\bar{z}| = 13$
- Bài 5)** a) Chứng minh : $i^{2k+1} = (-1)^k \cdot i$ ($k \in N$) và $i^{2k} = (-1)^k$ ($k \in N$)
 b) Giả sử : $Z_k = i^{2k} + i^{2k+1}$; $k \in N$. Tính tổng : $Z_k + Z_{k+1}$
- Bài 6)** Tìm 2 số thực a,b sao cho : $(a-2bi)(2a+bi) = 2 + \frac{3}{2}i$ Kq:
 $(\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}), (-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$
- Bài 7)** Tìm 2 số thực x,y sao cho : $z_1 = 9y^2 - 4 - 10x \cdot i^3 = z_2 = 8y^2 + 20i^{15}$
 Kq : $(-2,2), (-2,-2)$
- Bài 8)** Cho : $z = (1+\sqrt{2}i)^2$ Tìm $|\bar{z}|$ Kq : $|\bar{z}| = 3$
- Bài 9)** Tìm 2 số thực x,y sao cho : $2x + 1 + (1-2y)i = 2 - x + (3y-2)i$ Kq : $(\frac{1}{3}, \frac{3}{5})$
- Bài 10)** Cho 2 số phức : $z_1 = 3 + 2i$ và $z_2 = 2 + 3i$ C/m : $\overline{z_1 \cdot z_2} = \bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2$
- Bài 11)** Cho 2 số phức : $z_1 = (-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2})^3$ và $z_2 = (\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2})^3$ Tính : $z_1 \cdot z_2$ Kq : -1
- Bài 12)** Cho $z = \frac{(1+i)^3}{(1-i)^4}$ Tính $|z|$ Kq : $|z| = \frac{1}{2\sqrt{2}}$
- Bài 13)** Tìm 2 số thực x,y biết : $(x^2 - 3x) + 16i = 10 + 8yi$ Kq : $(5,2), (-2,2)$
- Bài 14)** Tìm số phức z có phần thực và phần ảo bằng nhau và $|z| = 2\sqrt{2}$
 Kq : $z = \pm 2 \pm 2i$
- Bài 15)** Giải PT sau trên tập số phức : $3x^2 + x + 2 = 0$ Kq : $x = -\frac{1}{6} \pm i\frac{\sqrt{23}}{6}$
- Bài 16)** Giải PT sau trên tập số phức : $x^4 + 2x^2 - 3 = 0$ Kq : $\pm 1, \pm i\sqrt{3}$
- Bài 17)** Giải PT sau trên tập số phức : $x^3 - 8 = 0$ Kq : $2, -1 \pm i\sqrt{3}$
- Bài 18)** Giải PT sau trên tập số phức : $x^3 + 8 = 0$ Kq : $-2, 1 \pm i\sqrt{3}$
- Bài 19)** Giải PT sau trên tập số phức : $2x^2 - 5x + 4 = 0$ Kq : $\frac{5}{4} \pm i\frac{\sqrt{7}}{4}$ (TN. 2006)
- Bài 20)** Giải PT sau trên tập số phức : $x^2 - 4x + 7 = 0$ Kq : $2 \pm i\sqrt{3}$ (TN. 2007)
- Bài 21)** Giải PT : $\bar{z} = z^2$ với z là số phức. Kq : $z = -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i, z = 1, z = 0$
- Bài 22)** Tìm số phức z sao cho : $z^3 = i$ Kq : $z = -i, z = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$
- Bài 23)** Tìm số phức z sao cho : $z^2 = -3 + 4i$ Kq : $z = \pm(1+2i)$

Bài 24) Tìm số phức z sao cho : $z^2 = -5 + 12i$ Kq : $z = \pm(2 + 3i)$

Bài 25) Tìm số phức z sao cho: $z^2 = 1 + 4i\sqrt{3}$ Kq : $z = \pm(2 + i\sqrt{3})$

Bài 26) Tìm số phức z sao cho: $z^2 = 1 - 2i\sqrt{2}$ Kq : $z = -\sqrt{2} + i, \sqrt{2} + i$

Bài 27) Cho số phức $z = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$. Tính \bar{z} , z^2 , z^3 và $A = 1 + z + z^2$. Kq : $A = 0$

Bài 28) Tìm số phức z , biết $|z| = 3\sqrt{10}$ và phần ảo của z bằng 3 lần phần thực của nó.

Bài 29) Tìm 2 số phức biết tổng của chúng bằng 2 và tích của chúng bằng 2

Kq : $1 \pm i$

Bài 30) Giải PT : $(1-i)z + (2-i)^2 = 2 + 3i$

Kq : $z = -4 + 3i$

10 ĐỀ TỰ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT

Thời gian : 150 phút

Đề số 1

Câu 1:(3đ)

- 1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 - 3x$.
- 2/ Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm cực đại và điểm cực tiểu của đồ thị (C).
- 3/ Dựa vào đồ thị (C), biện luận số nghiệm của phương trình sau theo m :
 $x^3 - 3x - m = 0$

Câu 2: (3đ)

- 1/ Giải phương trình: $27^x + 12^x = 2.8^x$

- 2/ Tính tích phân: $I = \int_0^1 (2x - 1)e^x dx$

- 2/ Tìm GTLN, GTNN của hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$, trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$

Câu 3: (1đ)

Giải phương trình sau trên tập hợp số phức: $x^2 - 6x + 10 = 0$

Câu 4: (1đ)

Cho khối chóp tứ giác đều S.ABCD có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $a\sqrt{2}$.

- 1/ Tính thể tích của hình chóp đã cho.
- 2/ Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB .

Câu 5: (2đ)

Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng:

$$\Delta_1 : \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 1 \end{cases} \quad \Delta_2 : \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 + t \\ z = 3 - t \end{cases}$$

- 1/ Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua gốc tọa độ O và vuông góc với (Δ_1)
- 2/ Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa (Δ_1) và song song (Δ_2) .

Đề số 2

Câu 1:(3đ)

Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 1$ có đồ thị (C)

- 1/ Khảo sát và vẽ đồ thị (C).
- 2/ Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại A(3;1).
- 3/ Dùng đồ thị (C) định k để phương trình sau có đúng 3 nghiệm phân biệt:
 $x^3 - 3x^2 + k = 0$.

Câu 2: (3đ)

1/ Tính tích phân sau : $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \sin x) \cos x dx$

2/ Giải phương trình sau : $4^x - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$

3/ Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số: $f(x) = x - e^{2x}$, trên đoạn $[-1; 0]$

Câu 3: (1đ)

Giải phương trình sau trên tập hợp số phức: $x^2 + 2x + 17 = 0$

Câu 4: (1đ)

Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ và O là tâm của đáy $ABCD$. Gọi I là trung điểm cạnh đáy CD .

1/ Chứng minh rằng CD vuông góc với mặt phẳng (SIO) .

2/ Giả sử $SO = h$ và mặt bên tạo với đáy của hình chóp một góc α . Tính theo h và α thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

Câu 5: (2đ)

Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho $A(1; 2; 3)$ và đường thẳng d có phương trình:

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{2}.$$

1/ Viết phương trình mặt phẳng α qua A và vuông góc d .

2/ Tìm tọa độ giao điểm của d và mặt phẳng α .

ĐỀ SỐ 3

Câu 1:(3đ)

Cho hàm số $y = -x^3 + 3x - 2$, có đồ thị là (C) .

1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

2/ Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) của hàm số biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = -9x + 2009$.

3/ Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và trục Ox .

Câu 2: (3đ)

1/ Tính tích phân: $I = \int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1+3x^2}} dx$

2/ Giải bất phương trình: $\log_2(x-3) + \log_2(x-2) \leq 1$

3/ Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số: $f(x) = (x^2 - 2x)e^x$ trên đoạn $[-3; 3]$

Câu 3: (1đ)

Giải phương trình $x^2 - 4x + 9 = 0$, trên tập số phức.

Câu 4: (1đ)

Cho khối chóp tứ giác đều $SABCD$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt và mặt đáy 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .

Câu 5: (2đ)

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho điểm $A(2; 0; 1)$, đường thẳng Δ :

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2t \\ z = 2 + t \end{cases} \quad \text{và mặt phẳng (P): } 2x - y + z + 1 = 0.$$

- 1/ Viết phương trình đường thẳng đi qua qua điểm A và vuông góc với mặt phẳng (P).
- 2/ Viết phương trình mặt phẳng đi qua qua điểm A và vuông góc với đường thẳng Δ .

Đề số 4

Câu 1:(3đ)

Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x - 1$ (C)

- 1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
- 2/ Biện luận theo k số nghiệm của phương trình $x^3 - 3x - k = 0$
- 3/ Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C), biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $y = \frac{x}{3}$.

Câu 2: (3đ)

1/ Tính tích phân sau: $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2x - 1) \cdot \cos x dx$

2/ Giải phương trình : $\log_3 x(x + 2) = 1$.

3/ Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a. $y = \lg(x^2 - 3x + 3)$

b. $y = \sqrt{3^{2x+5} - 1}$

Câu 3: (1đ)

Giải phương trình : $x^2 + 2x + 3 = 0$ trên tập số phức.

Câu 4: (1đ)

Cho khối chóp đều S.ABCD có cạnh đáy bằng a, góc $\widehat{SAC} = 45^\circ$.

- 1/ Tính thể tích hình chóp.
- 2/ Tính thể tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.ABCD.

Câu 5: (2đ)

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho ba điểm: $A(2,-1, 3)$, $B(4, 0, 1)$, $C(-10, 5, 3)$

- 1/ Viết phương trình mặt phẳng qua ba điểm A, B, C
- 2/ Viết phương trình tham số đường thẳng Δ vuông góc mặt phẳng (ABC) tại trọng tâm G của tam giác ABC.

Đề số 5

Câu 1:(3đ)

Cho hàm số $y = \frac{2x + 1}{x - 1}$, đồ thị (C).

- 1/ Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

2/ Tìm m để đường thẳng $d : y = -x + m$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B. Thiết lập hệ thức liên hệ tọa độ của A và B độc lập với m .

3/ Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi (C) và hai trục tọa độ.

a/ Tính diện tích (H)

b/ Tính thể tích vật thể tròn xoay tạo ra khi (H) quay một vòng quanh trục Ox.

Câu 2: (3đ)

1/ Giải phương trình : $\log_2(x - 3) + \log_2(x - 1) = 3$

2/ Tính tích phân : $I = \int_0^2 \frac{x dx}{(x^2 + 2)^2}$

3/ Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 4$ trên đoạn $[1; 4]$

Câu 3: (1đ) Giải phương trình : $\frac{2+i}{1-i} z = \frac{-1+3i}{2+i}$.

Câu 4: (1đ)

Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = 2a$.

1/ Chứng minh BD vuông góc với mặt phẳng (SAC) .

2/ Tính thể tích khối chóp $S.BCD$ theo a .

Câu 5: (2đ)

Trong không gian cho hai điểm $A(1; 0; -2)$, $B(-1; -1; 3)$ và mặt phẳng (P) có phương trình: $2x - y + 2z + 1 = 0$

1/ Viết phương trình đường thẳng Δ qua hai điểm A, B

2/ Tìm tọa độ giao điểm của Δ và mặt phẳng (P).

Đề số 6

Câu 1:(3đ)

Cho hàm số $y = \frac{x}{x-1}$ có đồ thị (H)

1/ Khảo sát và vẽ (H)

2/ Viết phương trình tiếp tuyến của (H) tại điểm có hoành độ bằng 2.

3/ Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) tiệm cận ngang và hai đường thẳng $x = 2, x = 3$

Câu 2: (3đ)

1/ Giải phương trình $3^{1+x} + 3^{1-x} = 10$

2/ Tính tích phân: $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin^3 x \cos x - x \sin x) dx$

3/ Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số: $y = 2x + 1 + \frac{1}{2x-1}$ trên đoạn $[1; 2]$

Câu 3: (1đ)

Cho số phức $z = 1 + i\sqrt{3}$. Tính $z^2 + (\bar{z})^2$

Câu 4: (1đ)

Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh $AB = a$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Gọi D là giao điểm của SA và mặt phẳng chứa BC và vuông góc với SA.

- 1/ Tính tỉ số thể tích của hai khối chóp S.DBC và S.ABC
- 2/ Tính thể tích của khối chóp S.DBC theo a.

Câu 5: (2đ)

Trong không gian (Oxyz) cho đường thẳng (d): $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 - t \\ z = 2 + t \end{cases}$ và mặt phẳng(P):

$$2x + y + 2z = 0$$

- 1/ Chứng tỏ (d) cắt (P). Tìm giao điểm đó
- 2/ Viết phương trình đường thẳng d' là hình chiếu vuông góc của đường thẳng d trên mặt phẳng (P)

ĐỀ 7

Câu 1:(3đ)

Cho hàm số $y = \frac{-3}{2-x}$ (C)

- 1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số
- 2/ Gọi A là giao điểm của đồ thị với trục tung. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại A.
- 3/ Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) trục Ox và hai đường thẳng: $x = -1, x = 0$

Câu 2: (3đ)

1/ Giải bất phương trình: $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-5x+4} > 4$

2/ Tính tích phân: $J = \int_1^e \frac{\sqrt{1+3\ln x} \cdot \ln x}{x} dx$

3/ Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = x^4 - 2x^3 + x^2$ trên đoạn $[-1;1]$

Câu 3: (1đ)

1/ Giải phương trình: $3x^2 - x + 2 = 0$, trong tập hợp số phức.

2/ Tính giá trị của biểu thức: $Q = (2 + \sqrt{5}i)^2 + (2 - \sqrt{5}i)^2$.

Câu 4: (1đ)

Cho khối chóp S.ABC có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), đáy ABC là tam giác vuông tại đỉnh B cạnh bên $SB = 2a\sqrt{3}$ tạo với đáy một góc bằng 60° .

- 1/ Chứng minh BC vuông góc với mặt phẳng (SAB)
- 2/ Tính thể tích hình chóp S.ABC

Câu 5: (2đ)

Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz cho các điểm A(1, 0, 0); B(0, 2, 0); C(0, 0, 3)

- 1/ Viết phương trình tổng quát của mặt phẳng qua ba điểm: A, B, C
- 2/ Lập phương trình đường thẳng d qua C và vuông góc mặt phẳng (ABC)

Đề 8

Câu 1:(3đ)

Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$, đồ thị (C).

- 1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
- 2/ Dựa vào đồ thị (C) biện luận theo m số nghiệm của phương trình $x^4 - 2x^2 + 1 - m = 0$.

Câu 2: (3đ)

1/ Giải phương trình $4^{x+1} + 2^{x+2} - 3 = 0$.

2/ Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{(1 + \cos x)^3} dx$.

3/ Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số: $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 7$ trên đoạn

$[\frac{\pi}{6}; \frac{2\pi}{3}]$

Câu 3: (1đ)

Tìm môđun của số phức: $3 + 4i + (1 - i)^3$

Câu 4: (1đ)

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, mặt bên SBC là tam giác đều và vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABC$.

Câu 5: (2đ)

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{2}$ và mặt phẳng (a): $4x + y + z - 4 = 0$.

- 1/ Tìm tọa độ giao điểm A của đường thẳng d và mặt phẳng (a).
- 2/ Viết phương trình mặt phẳng (b) đi qua gốc tọa độ O và vuông góc với đường thẳng d

Đề 9

Câu 1:(3đ)

Cho hàm số $y = -\frac{x^4}{4} + 2x^2 + 1$, đồ thị (C).

- 1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
- 2/ Tìm điều kiện của m để phương trình: $x^4 - 8x^2 - 4 + m = 0$, có bốn nghiệm phân biệt.

Câu 2: (3đ)

1/ Giải bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{2x+1}{x-1}\right) \leq 0$

2/ Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\cos \frac{x}{2} - \cos 2x \right) dx$.

3/ Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số: $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 7$ trên đoạn $\left[\frac{\pi}{2}; 2 \right]$

Câu 3: (1đ)

Tính giá trị của biểu thức $P = (1 - \sqrt{2}i)^2 + (1 + \sqrt{2}i)^2$

Câu 4: (1đ)

Cho tứ diện SABC có ba cạnh SA, SB, SC vuông góc với nhau từng đôi một với SA = 1cm,

SB = SC = 2cm.

1/ Tính thể tích khối tứ diện

2/ Xác định tâm và tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện, tính diện tích của mặt cầu và thể tích của khối cầu đó.

Câu 5: (2đ)

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $A(1; -2; 2)$ và đường thẳng

$$d : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = 2t \end{cases}$$

1/ Viết phương trình mặt phẳng (α) qua điểm A và chứa đường thẳng d.

1/ Viết phương trình mặt phẳng (α) qua điểm A và vuông góc với đường thẳng d.

Suy ra, tọa độ của điểm A' đối xứng với điểm A qua đường thẳng (d).

ĐỀ 10

Câu 1:(3đ)

Cho hàm số $y = \frac{x^4}{2} - x^2 - \frac{3}{2}$, đồ thị (C).

1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

2/ Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và đường thẳng $y = 5$.

Câu 2: (3đ)

1/ Giải phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-2x-3} = 2^{x+1}$

2/ Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cos^3 x dx$.

3/ Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số: $f(x) = \frac{2x+3}{x-1}$ trên đoạn $\left[\frac{\pi}{2}; 2 \right]$

Câu 3: (1đ)

Cho số phức: $z = (1 - 2i)(2 + i)^2$. Tính giá trị biểu thức $A = z\bar{z}$.

Câu 4: (1đ)

Cho tứ diện SABC có ba cạnh SA, SB, SC vuông góc với nhau từng đôi một với SA = 1cm,

$$SB = SC = 2\text{cm}.$$

1/ Tính thể tích khối tứ diện

2/ Xác định tâm và tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện, tính diện tích của mặt cầu và thể tích của khối cầu đó.

Câu 5: (2đ)

Trong không gian Oxyz cho 3 điểm A(3; -2; -2), B(3; -2; 0), C(0; 2; 1)

1/ Viết phương trình mặt phẳng (ABC).

2/ Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm là gốc tọa độ O và tiếp xúc với mặt phẳng (BCD).

WWW.VNMATH.COM