

trần vinh

**Thiết kế bài giảng
hình học 12**

tập 2 – nâng cao

nhà xuất bản hà nội

LỜI NÓI ĐẦU

Chương trình thay sách gắn liền với việc đổi mới phương pháp dạy học, trong đó có việc thực hiện đổi mới phương pháp dạy học trong môn Toán. Bộ sách *Thiết kế bài giảng Hình học 12 - nâng cao* ra đời để phục vụ việc đổi mới đó.

Bộ sách được biên soạn dựa trên các chương, mục của bộ sách giáo khoa (SGK) hình học 12 nâng cao, từ đó hình thành nên cấu trúc một bài giảng theo chương trình mới được viết theo quan điểm hoạt động và mục tiêu giảng dạy là: Lấy học sinh làm trung tâm và tích cực sử dụng các phương tiện dạy học hiện đại.

Phần Hình học gồm 2 tập.

Tập 1: gồm các chương I và một phần chương II

Tập 2: gồm phần còn lại của Chương II và chương III

Trong mỗi bài soạn, tác giả có đưa ra các câu hỏi và tình huống thú vị. Về hoạt động dạy và học, chúng tôi cố gắng chia làm 2 phần: Phần hoạt động của giáo viên (GV) và phần hoạt động của học sinh (HS), ở mỗi phần có các câu hỏi chi tiết và hướng dẫn trả lời. Thực hiện xong mỗi hoạt động, là đã thực hiện xong một đơn vị kiến thức hoặc củng cố đơn vị kiến thức đó. Sau mỗi bài học chúng tôi có đưa vào phần câu hỏi trắc nghiệm khách quan nhằm để học sinh tự đánh giá được mức độ nhận thức và mức độ tiếp thu kiến thức của mình. Phần hình vẽ, các tác giả cố gắng sưu tầm những hình ảnh thực tế có gắn liền với lịch sử toán học trong chương trình hình học 12 như các hình đa diện đều, ... Đây là những hình mà khi ứng dụng trong bài giảng sẽ gây nhiều hứng thú trong học tập của học sinh.

Đây là bộ sách hay, được tập thể tác giả biên soạn công phu, ứng dụng một số thành tựu khoa học nhất định trong tính toán và dạy học. Chúng tôi hy vọng đáp ứng được nhu cầu của giáo viên toán trong việc đổi mới phương pháp dạy học.

Trong quá trình biên soạn, không thể tránh khỏi những sai sót, mong bạn đọc cảm thông và chia sẻ. Chúng tôi chân thành cảm ơn sự góp ý của các bạn.

Hà Nội tháng 9 năm 2008

Tác giả

mặt cầu, mặt trụ, Mặt nón

Phần 1

Giới thiệu chương

I. Cấu tạo chương

- Đ1. Mặt cầu, khối cầu
- Đ2. Khái niệm về mặt tròn xoay
- Đ3. Mặt trụ, hình trụ và khối trụ
- Đ4. Mặt nón hình nón và khối nón

Ôn tập chương II

Mục đích của chương

Chương II nhằm cung cấp cho học sinh những kiến thức cơ bản về khái niệm các khối tròn xoay trong không gian mà chủ yếu là mặt nón, mặt trụ và mặt cầu.

- Mặt cầu là gì. Sự xác định mặt cầu. Đường tròn lớn của mặt cầu.
 - Diện tích của mặt cầu.
 - Thể tích của mặt cầu.
- Mặt trụ tròn xoay là gì.
 - Diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của mặt trụ.
 - Thể tích của khối trụ
- Mặt nón tròn xoay : Đáy, đường sinh và đường tròn đáy.
 - Diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của mặt nón.
 - Thể tích của khối nón

II. Mục tiêu

1. Kiến thức

Nắm được toàn bộ kiến thức cơ bản trong chương đã nêu trên.

□□Hiểu các khái niệm các mặt tròn xoay: Mặt cầu, mặt trụ và mặt nón.

□□Nắm được các công thức tính diện tích, thể tích của các mặt tròn xoay.

2. Kỹ năng

- Tính được diện tích xung quanh, diện tích toàn phần của các hình tròn xoay.
- Tính được thể tích của khối cầu, khối trụ, khối nón.

3. Thái độ

Học xong chương này học sinh sẽ liên hệ được với nhiều vấn đề thực tế sinh động, liên hệ được với những vấn đề hình học đã học ở lớp dưới, mở ra một cách nhìn mới về hình học, đặc biệt là vấn đề hình học không gian. Từ đó, các em có thể tự mình sáng tạo ra những bài toán hoặc những dạng toán mới.

Kết luận:

Khi học xong chương này học sinh cần làm tốt các bài tập trong sách giáo khoa và làm được các bài kiểm tra trong chương II.

Phần 2
các bài soạn
(Tiếp theo)

Đ3. Mặt trụ, hình trụ, khối trụ
(tiết 6, 7)

I. Mục tiêu

1. Kiến thức

HS nắm được:

1. Khái niệm chung về mặt trụ.
2. Điểm thuộc mặt trụ, điểm ở trong và điểm ở ngoài mặt trụ.
3. Giao của mặt trụ và mặt phẳng.
4. Hình trụ là gì, các khái niệm cơ bản về hình trụ, diện tích xung quanh, diện tích toàn phần của hình trụ.
5. Khối trụ và thể tích của khối trụ.

2. Kỹ năng

- Vẽ thành thạo các mặt hình trụ.
- Xác định mặt trụ, hình trụ, khối trụ.
- Phân biệt được ba khái niệm trên.
- Tính được thể tích và diện tích của hình trụ và khối trụ.

3. Thái độ

- Liên hệ được với nhiều vấn đề thực tế trong không gian.
- Có nhiều sáng tạo trong hình học.

- Hứng thú trong học tập, tích cực phát huy tính độc lập trong học tập.

II. Chuẩn bị của GV và HS

1. Chuẩn bị của GV:

- Hình vẽ 43 đến 47.
- Thước kẻ, phấn màu, ...

2. Chuẩn bị của HS :

- Đọc bài trước ở nhà, có thể liên hệ các hình không gian, hình trụ đã học ở lớp dưới và trong thực tế.

III. Phân phối thời lượng

Bài được chia thành 2 tiết :

Tiết 1: Từ đầu đến hết mục 2

Tiết 2: Tiếp theo đến hết.

IV. Tiến trình dạy - học

A. Đặt vấn đề

Câu hỏi 1.

Hãy nêu định nghĩa hình tròn xoay.

Câu hỏi 2.

Nêu các đặc điểm chung của hình tròn xoay?

B. Bài mới

Hoạt động 1

1. Định nghĩa mặt trụ

GV nêu câu hỏi :

H1. Em hãy nêu khái niệm hình lăng trụ.

H2. Bánh xe máy lu có là hình tròn xoay hay không? Nêu các đặc điểm của nó?

- GV nêu định nghĩa :

Mặt tròn xoay sinh bởi đường thẳng l khi quay quanh đường thẳng Δ song song với l được gọi là mặt trụ tròn xoay (hoặc vắn tắt là mặt trụ).

GV sử dụng hình 42 và đưa ra các câu hỏi

H3. Mặt trụ có đáy hay không?

H4. Δ và l có quan hệ như thế nào?

H5. So sánh khoảng cách giữa Δ và l , Δ và l_1 ?

• GV nêu các khái niệm cơ bản của hình trụ:

Δ gọi là trục của mặt trụ và l gọi là đường sinh của mặt trụ, R gọi là bán kính của mặt trụ.

H6. Khi nào điểm M ở ngoài mặt trụ?

H7. Hãy nêu khái niệm bán kính của mặt trụ.

H8. Em hãy định nghĩa mặt trụ theo ngôn ngữ tập hợp.


H9. Nếu một điểm thuộc mặt trụ thì nó thuộc một đường sinh nào đó. Đúng hay sai?

H10. Hãy nêu mối quan hệ giữa các đường sinh khác nhau của mặt trụ.

• GV nêu các chú ý:

a) Mặt trụ nói trên là tập hợp tất cả những điểm M cách đường thẳng Δ cố định một khoảng R không đổi.

b) Nếu M_1 là một điểm bất kì nằm trên mặt trụ thì đường thẳng l_1 đi qua M_1 và song song với Δ sẽ nằm trên mặt trụ đó (vì mọi điểm của l_1 đều cách Δ một khoảng R). Như vậy, có thể xem mặt trụ sinh bởi đường thẳng l_1 , nói cách khác, đường thẳng l_1 cũng là một đường sinh của mặt trụ.

• Thực hiện  trong 5'

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy nêu khái niệm đường sinh của mặt trụ?	Gợi ý trả lời câu hỏi 1 HS tự nêu.
Câu hỏi 2 Tìm giao của T và mặt trụ trong trường hợp này.	Gợi ý trả lời câu hỏi 2 Giao của T và Δ là hai đường sinh đối xứng với nhau qua \square

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Gọi d là khoảng cách từ Δ đến (P) . Hãy cho biết các khả năng có	Gợi ý trả lời câu hỏi 1 Có 3 khả năng: $d < R$; $d = R$ và $d > R$.

thể xảy ra. Câu hỏi 2 Tìm giao của T và mặt trụ trong trường hợp này.	Gợi ý trả lời câu hỏi 2 + Nếu $d > R$ thì giao là tập rỗng. + Nếu $d = R$ thì giao là một đường sinh. + Nếu $0 < d < R$ giao là một cặp đường sinh.
--	---

c)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Hãy nêu mối quan hệ của các đường sinh và Δ . Câu hỏi 2 Tìm giao của T và mặt trụ trong trường hợp này.	Gợi ý trả lời câu hỏi 1 Các đường sinh vuông góc với Δ . Gợi ý trả lời câu hỏi 2 $(P) \perp \Pi$: giao là đường tròn có bán kính R .

Hoạt động 2

2. Hình trụ và khối trụ

- GV sử dụng hình vẽ 43 và nêu các câu hỏi :

H11. Khi cắt mặt trụ bởi hai mặt phẳng ta được hình gì ?

H12. Nêu một vài hình ảnh thực tế của việc cắt trên?

- GV nêu định nghĩa :

Phần mặt trụ T nằm giữa hai mặt phẳng (P) và (P') cùng với hai hình tròn xác định bởi (C) và (C') được gọi là hình trụ.

- GV nêu các câu hỏi

H13. Nêu khái niệm đáy của hình trụ.

H14. Nêu khái niệm chiều cao của hình trụ.

H15. Nêu khái niệm trục của hình trụ.

- GV nêu các khái niệm điểm nằm trong, nằm trên và nằm ngoài hình trụ. Gọi R là bán kính của hình trụ, d là khoảng cách từ trục Δ đến đường thẳng $m \parallel d$. Hãy điền vào bảng sau:

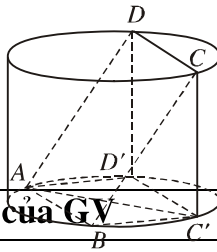
d	3	3	7	9
R	5		6	8
Vị trí		Trên		

- GV nêu định nghĩa

Hình trụ cùng với phần bên trong của nó được gọi là **khối trụ** xác định bởi hình trụ đó.

H16. Mọi điểm thuộc mặt trụ đều thuộc hình trụ. Đúng hay sai?

- Thực hiện ví dụ 1 trong 5'. GV sử dụng hình 44.



Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>Câu hỏi 1</p> <p>Gọi C', D' lần lượt là hình chiếu của C, D trên mặt đáy chứa AB thì $ABC'D'$ là hình gì ?</p> <p>Câu hỏi 2</p> <p>Hãy tính AB.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 1</p> <p>$ABC'D'$ là hình chữ nhật.</p> <p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2</p> <p>Ta có $AC' = 2R, BC'^2 = 4R^2 - AB^2 = BC^2 - CC'^2 = AB^2 - R^2$. Suy ra : $2AB^2 = 5R^2$ hay $AB = \frac{R\sqrt{10}}{2}$.</p>

Hoạt động 3

3. Diện tích hình trụ và thể tích khối trụ

- GV nêu khái niệm hình lăng trụ nội tiếp hình trụ.
- GV nêu định nghĩa :

Diện tích xung quanh của hình trụ là giới hạn của diện tích xung quanh của hình lăng trụ đều nội tiếp khi số cạnh đáy tăng lên vô hạn. Thể tích của khối trụ là giới hạn của thể tích của khối lăng trụ đều nội tiếp khi số cạnh đáy tăng lên vô hạn.

H17. So sánh diện tích xung quanh của hình trụ và hình lăng trụ nội tiếp.

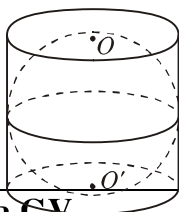
- GV nêu định lí :

Diện tích xung quanh của hình trụ bằng chu vi đáy nhân với chiều cao.

Thể tích của khối trụ bằng diện tích đáy nhân với chiều cao

H18. Chứng minh ý thứ nhất của định lí.

- Thực hiện ví dụ 2 trong 5'. GV sử dụng hình 46.



1)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính diện tích xung quanh của mặt trụ.	Gợi ý trả lời câu hỏi 1 $4\pi R^2$.
Câu hỏi 2 Tính diện tích của mặt cầu.	Gợi ý trả lời câu hỏi 2 $4\pi R^2$.

2)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính diện tích toàn phần của mặt trụ.	Gợi ý trả lời câu hỏi 1 $4\pi R^2 + 2\pi R^2 = 6\pi R^2$.
Câu hỏi 2 So sánh	Gợi ý trả lời câu hỏi 2 Diện tích mặt cầu bằng $\frac{2}{3}$ diện tích toàn phần của hình trụ.

3)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính thể tích của khối trụ.	Gợi ý trả lời câu hỏi 1 $V_T = \pi R^2 \cdot 2R = 2\pi R^3$.
Câu hỏi 2 Tính thể tích của khối cầu.	Gợi ý trả lời câu hỏi 2 $V_S = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Hoạt động 4

Tóm tắt bài học

- Mặt tròn xoay sinh bởi đường thẳng l khi quay quanh đường thẳng Δ song song với l được gọi là mặt trụ tròn xoay (hoặc vắn tắt là mặt trụ). Δ gọi là trục của mặt trụ và l gọi là đường sinh của mặt trụ, R gọi là bán kính của mặt trụ.
- Phần mặt trụ T nằm giữa hai mặt phẳng (P) và (P') cùng với hai hình tròn xác định bởi (C) và (C') được gọi là hình trụ.
- Hình trụ cùng với phần bên trong của nó được gọi là khối trụ xác định bởi hình trụ đó.
- Diện tích xung quanh của hình trụ là giới hạn của diện tích xung quanh của hình lăng trụ đều nội tiếp khi số cạnh đáy tăng lên vô hạn. Thể tích của khối trụ là giới hạn của thể tích của khối lăng trụ đều nội tiếp khi số cạnh đáy tăng lên vô hạn.
- Diện tích xung quanh của hình trụ bằng chu vi đáy nhân với chiều cao. Thể tích của khối trụ bằng diện tích đáy nhân với chiều cao.

Hoạt động 5

một số câu hỏi trắc nghiệm

Hãy điền đúng (Đ) sai (S) vào các khẳng định sau :

Câu 1.

- (a) Một mặt phẳng cắt hình trụ thì cắt theo một đường tròn
- (b) Một mặt phẳng cắt hình trụ thì cắt theo một hình chữ nhật
- (c) Một mặt phẳng // với trục cắt hình trụ thì cắt theo một hình chữ nhật
- (d) Một mặt phẳng \perp với trục cắt hình trụ thì cắt theo một đường tròn

Trả lời.

a	b	c	d
S	S	Đ	Đ

Câu 2.

- (a) Mặt trụ là hình trụ
- (b) Một đoạn thẳng quay quanh một đường thẳng song song với nó thì được một hình trụ.
- (c) Tịnh tiến một hình tròn theo một vectơ có giá song song với đường thẳng vuông góc với mặt phẳng chứa đường tròn ta được một hình trụ.
- (d) Cả ba khẳng định trên đều sai

Trả lời.

a	b	c	d
S	Đ	Đ	S

Câu 3. Gọi d là khoảng cách từ trục Δ của hình trụ T đến mặt phẳng (P) . R là bán kính.

(a) $d > R$ thì (P) cắt (T)

(b) $d < R$ thì (P) cắt (T)

(c) $d = R$ thì (P) cắt (T)

(d) Cả ba khẳng định trên đều sai

Trả lời.

a	b	c	d
S	Đ	Đ	S

Câu 4. Gọi d là khoảng cách từ trục Δ của hình trụ T đến mặt đường thẳng $l // \Delta$. R là bán kính.

(a) $d > R$ thì l nằm ngoài với (T)

(b) $d < R$ thì l nằm trong với (T)

(c) $d = R$ thì l là đường sinh của (T)

(d) Cả ba khẳng định trên đều sai

Trả lời.

a	b	c	d
S	S	Đ	S

Chọn khẳng định đúng trong các câu sau:

Câu 5. Gọi d là khoảng cách từ trục Δ của mặt trụ T đến mặt phẳng (P). R là bán kính của mặt trụ.

Điền vào chỗ trống sau :

d	3	4	5	5
R	5	4	4	8

**Vị trí
tương đối
của (P) và
T**

Câu 6. Gọi d là khoảng cách từ trục Δ của mặt trụ T đến đường thẳng m . R là bán kính của mặt trụ.

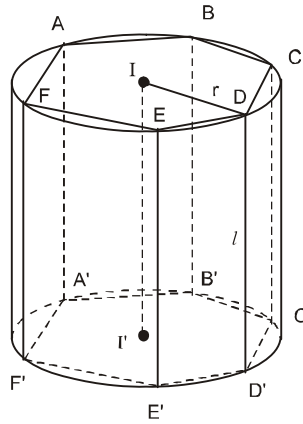
Điền vào chỗ trống sau :

d	3	4	5	5
r	5	4	4	8

**Vị trí
tương đối**

của m và T

Câu 7. Cho hình lăng trụ lục giác đều cạnh đáy là $2\sqrt{3}$ nội tiếp một hình trụ có đường cao là 3

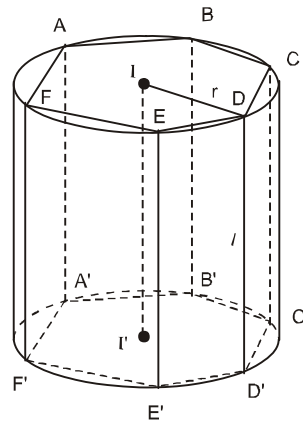


Diện tích xung quanh của hình lăng trụ là:

- (a) $36\sqrt{3}$;
- (b) $16\sqrt{3}$
- (c) $46\sqrt{3}$;
- (d) $26\sqrt{3}$.

Trả lời. (a).

Câu 8. Cho hình lăng trụ lục giác đều cạnh đáy là $2\sqrt{3}$ nội tiếp một hình trụ có đường cao là 3

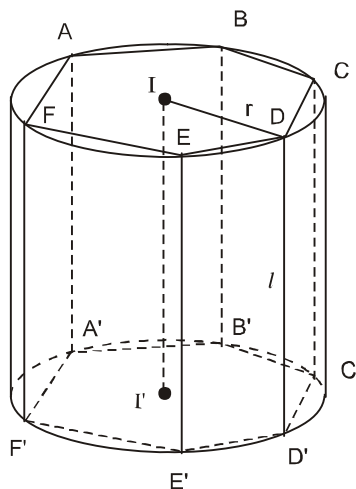


Đường sinh của hình trụ là :

- (a) $2\sqrt{3}$;
- (b) $3\sqrt{3}$
- (c) 3;
- (d) 6.

Trả lời. (c).

Câu 9. Cho hình lăng trụ lục giác đều cạnh đáy là $2\sqrt{3}$ nội tiếp một hình trụ có đường cao là 3



Bán kính đáy của hình trụ là :

(a) $r = 2\sqrt{3}$;

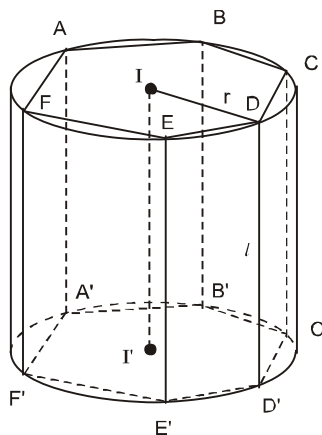
(b) $r = 3\sqrt{3}$

(c) $r = 3$;

(d) $r = 6$.

Trả lời. (a).

Câu 10. Cho hình lăng trụ lục giác đều cạnh đáy là $2\sqrt{3}$ nội tiếp một hình trụ có đường cao là 3



Diện tích xung quanh của hình trụ là:

(a) $12\pi\sqrt{3}$;

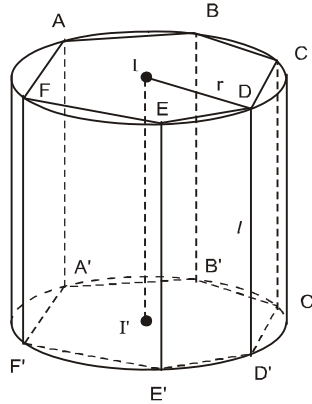
(b) $14\pi\sqrt{3}$

(c) 12π ;

(d) 14π .

Trả lời. (a).

Câu 11. Cho hình lăng trụ lục giác đều cạnh đáy là $2\sqrt{3}$ nội tiếp một hình trụ có đường cao là 3

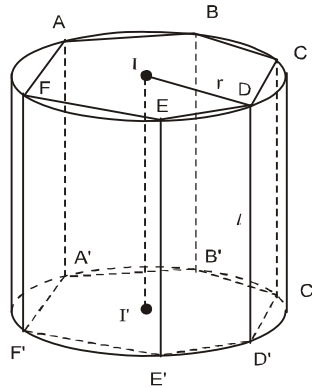


Diện tích toàn phần của hình trụ là :

- (a) $12\pi\sqrt{3}$; (b) $20\pi\sqrt{3}$
 (c) 12π ; (d) 14π .

Trả lời. (b).

Câu 12. Cho hình lăng trụ lục giác đều cạnh đáy là $2\sqrt{3}$ nội tiếp một hình trụ có đường cao là 3



Thể tích của hình trụ là :

- (a) $9\pi\sqrt{3}$; (b) $10\pi\sqrt{3}$
 (c) 12π ; (d) 14π .

Trả lời. (a).

Hoạt động 6

Hướng dẫn bài tập SGK

Bài 11. Hướng dẫn. Sử dụng tính chất đối xứng của một hình.

• Để chứng minh hình tròn xoay H có trục đối xứng ta cần chứng minh :
 Lấy một điểm $M \in H$ và gọi M' là điểm đối xứng của M qua Δ thì MM' là đường kính của đường tròn (C_M) nên $M' \in H$. Từ đó suy ra Δ là trục đối xứng của hình H.

Bài 12. Hướng dẫn. Dựa vào tính chất và định nghĩa của mặt trụ.

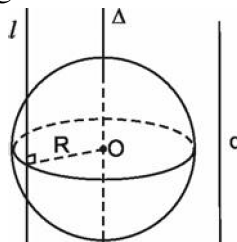
Đáp số. a) Hình trụ. b) Khối trụ.

Bài 13. Hướng dẫn. Dựa vào tính chất của hình trụ.

Nếu điểm M có hình chiếu M' nằm trên $(O ; R)$

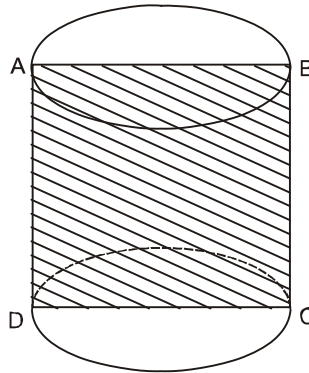
Chứng minh $MM' \perp \Delta$ và khoảng cách từ M tới Δ bằng $M'O = R$.

Bài 14. Hướng dẫn. Hãy chứng minh đường thẳng đó luôn cách đường thẳng đã cho một khoảng không đổi R .



Xem hình vẽ. GV và HS tự chứng minh.

Bài 15. Hướng dẫn. Chứng minh mặt trụ đó có bán kính là R và đường sinh $2R$.



Đáp số.

a) $S_{xq} = 2\pi R \cdot 2R = 4\pi R^2$; $S_{TP} = S_{xq} + S_{dáy} = 4\pi R^2 + \pi R^2 = 5\pi R^2$.

b) $V = \pi R^2 \cdot 2R = 2\pi R^3$

c) $V_{LT} = 2R^2 \cdot 2R = 4R^3$.

Bài 16. Hướng dẫn.

a) $S_{xq} = 2\pi R \cdot R\sqrt{3} = 2\sqrt{3}\pi R^2$

$$b) S = S_{xq} + S_{auy} = \pi \cdot \sqrt{3} \cdot R^2 + \pi \cdot R^2 = \pi(\sqrt{3} + 1)R^2.$$

$$c) O'H = \frac{R\sqrt{3}}{2}.$$

Đ4. Mặt nón, hình nón và khối nón

(tiết 8, 9)

I. Mục tiêu

1. Kiến thức

HS nắm được:

1. Khái niệm mặt nón, hình nón.
2. Hiểu và vận dụng tính thể tích khối nón.
3. Diện tích xung quanh và toàn phần của mặt trụ và mặt nón.

2. Kỹ năng

- Vẽ thành thạo mặt nón
- Tính nhanh và chính xác diện tích và thể tích mặt nón, khối nón.
- Phân chia mặt nón bằng mặt phẳng.

3. Thái độ

- Liên hệ được với nhiều vấn đề thực tế trong không gian.
- Có nhiều sáng tạo trong hình học.
- Hứng thú trong học tập, tích cực phát huy tính độc lập trong học tập.

II. Chuẩn bị của GV và HS

1. Chuẩn bị của GV:

- Hình vẽ 49 đến 53
- Thước kẻ, phấn màu, ...

2. Chuẩn bị của HS :

- Đọc bài trước ở nhà, có thể liên hệ các phép biến hình đã học ở lớp dưới.

III. Phân phối thời lượng

Bài được chia thành 2 tiết :

Tiết 1: Từ đầu đến hết mục 2.

Tiết 2: Tiếp theo đến hết.

IV. Tiến trình dạy - học

A. Đặt vấn đề

Câu hỏi 1.

Nhắc lại khái niệm hình nón đã học THCS

Câu hỏi 2.

Nêu một số hình nón trong thực tế.

B. Bài mới

Hoạt động 1

1. Định nghĩa mặt nón

GV nêu câu hỏi:

H1. Chiếc nón Huế là mặt tròn xoay?

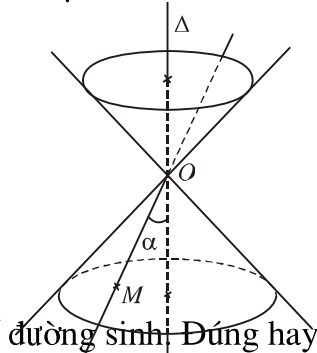
• GV nêu định nghĩa :

Mặt tròn xoay sinh bởi đường thẳng l khi quay quanh Δ gọi là mặt nón tròn xoay (hay vắn tắt là mặt nón).

Δ gọi là trục của mặt nón; l gọi là đường sinh của mặt nón

O gọi là đỉnh của mặt nón ; Góc 2α gọi là góc ở đỉnh của mặt nón.

• GV sử dụng hình 49 và đặt các câu hỏi:



H2. Hình nón có vô số đường sinh. Đúng hay sai?

H3. Các đường sinh của mặt nón đồng quy. Đúng hay sai?

H4. Đỉnh của hình nón thuộc trục của nó. Đúng hay sai?

• Thực hiện  1 trong 5'.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>Câu hỏi 1</p> <p>Khi cắt mặt nón bởi một mặt phẳng ta được hai đường thẳng m và n. m và n là đường gì của hình nón ?</p> <p>Câu hỏi 2</p> <p>m và n quan hệ như thế nào ?</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 1</p> <p>Là 2 đường sinh.</p> <p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2</p> <p>hai đường sinh m và n đối xứng với nhau qua Π.</p>

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>Câu hỏi 1</p> <p>Giả sử mp(P) vuông góc với Π tại điểm I. Tính IM theo OM và α.</p> <p>Câu hỏi 2</p> <p>Tìm giao điểm của (P) và (N)</p> <p>Câu hỏi 3</p> <p>Nếu M đi qua O thì giao điểm là gì ?</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 1</p> <p>Có 3 khả năng: $IM = OI \cdot \tan \alpha$.</p> <p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2</p> <p>M nằm trên đường tròn tâm I bán kính $R = OI \cdot \tan \alpha$ và nằm trong (P). Vậy mp(P) cắt mặt nón theo đường tròn đó.</p> <p>Gợi ý trả lời câu hỏi 3</p> <ul style="list-style-type: none"> Nếu cắt mặt nón bởi mặt phẳng vuông góc với trục tại O thì ta được điểm O.

Hoạt động 2

2. Hình nón khối nón

- GV sử dụng hình 50 và nêu định nghĩa :

Phần của mặt nón N giới hạn bởi hai mặt phẳng (P) và (P') cùng với hình tròn xác định bởi (C) được gọi là một hình nón.

• GV nêu các câu hỏi:

H5. Mặt nón khác khối nón ở những điểm nào?

H6. Nêu sự khác nhau của đường sinh mặt nón và hình nón.

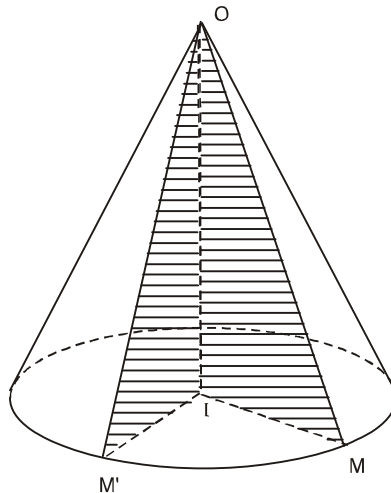
H7. Nêu một số hình ảnh thực tế về hình nón.

H8. Phải chăng mặt nón có giới hạn bởi hai mặt phẳng song song với nhau.

H9. Góc giữa đường sinh và trục luôn luôn không đổi.

H10. Có một phép đối xứng tâm O biến mỗi điểm của mặt nón thành mỗi điểm của mặt nón.

• GV mô tả:



Cho tam giác vuông IOM . Khi quay nó xung quanh một cạnh góc vuông OI ta được một tạo thành một hình được gọi là hình nón tròn xoay. Ta thường gọi tắt là hình nón.

• GV có thể đặt câu hỏi

H11. Hai tam giác IOM và IOM' có bằng nhau không?

H12. Hãy nêu tập hợp điểm của M .

• GV nêu tiếp khái niệm:

O gọi là đỉnh của hình nón.

IM gọi là đường sinh của hình nón

IO gọi là đường cao của hình nón

Tập hợp điểm M là đường tròn tâm I bán kính IM gọi là đáy của hình nón.

Phần hình nón bỏ đi mặt đáy gọi là mặt xung quanh của hình nón.

H13. IO vuông góc với đáy. Đúng hay sai.

H14. Góc tạo bởi đường sinh và đường cao bằng bao nhiêu lần góc ở đỉnh.

H15. Hãy nêu khái niệm đỉnh, đáy, đường sinh, đường cao của khối nón.

- Thực hiện trong 3'

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>Câu hỏi 1</p> <p>HS vẽ hình.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 1</p> <p>GV cho HS vẽ hình.</p>
<p>Câu hỏi 2</p> <p>Tìm giao điểm của (P) và (N)</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2</p> <p>Cắt hình nón bởi mặt phẳng đi qua trục ta được một tam giác cân OAB với đáy là đường kính AB của đường tròn đáy.</p>

- GV nêu định nghĩa :

Hình nón cùng với phần bên trong của nó gọi là khối nón xác định bởi hình nón đó.

- GV nêu định nghĩa khác về khối nón tròn xoay:

Khối nón tròn xoay là phần không gian giới hạn bởi hình nón tròn xoay và cả hình nón.

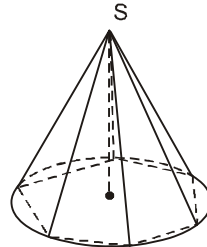
N là điểm trong nếu N thuộc khối nón.

N là điểm ngoài nếu N không thuộc khối nón.

Hoạt động 3

3. Khái niệm về diện tích hình nón và thể tích khối nón

H16. Hãy vẽ một hình chóp có tất cả các đỉnh của đáy hình chóp là đa giác nội tiếp đường tròn đáy. Đỉnh trùng với đỉnh của đáy.



H17. Tâm của đa giác và tâm của đường tròn đáy luôn trùng nhau. Đúng hay sai?

- GV nêu định nghĩa :

Diện tích xung quanh của hình nón N là giới hạn của diện tích xung quanh của hình chóp đều nội tiếp N khi số cạnh đáy tăng lên vô hạn.

Thể tích của khối nón N là giới hạn của thể tích của khối chóp đều nội tiếp N khi số cạnh đáy tăng lên vô hạn.

H18. Diện tích xung quanh của hình chóp đều nội tiếp hình nón lớn hơn hay nhỏ hơn diện tích xung quanh của hình nón?

H19. Khi nào diện tích hình chóp và hình nón như trên trùng nhau?

H20. Nhắc lại công thức tính diện tích xung quanh của hình chóp.

• GV nhắc lại công thức : $S_{xq} = \frac{1}{2}pq$ trong đó q là khoảng cách từ O đến một cạnh p là chu vi đáy.

H21. Khi $n \rightarrow \infty$ thì p dần đến số nào ?

• GV nêu định lí:

Diện tích xung quanh của hình nón bằng một nửa chu vi đáy nhân với độ dài đường sinh.

$$S_{xq} = \pi r l$$

• GV nêu tiếp định nghĩa:

Tổng của diện tích xung quanh và diện tích đáy gọi là diện tích toàn phần của hình nón.

• GV nêu định nghĩa :

Thể tích của hình nón tròn xoay là giới hạn của thể tích của hình chóp đều nội tiếp hình nón đó khi số cạnh đáy tăng lên vô hạn.

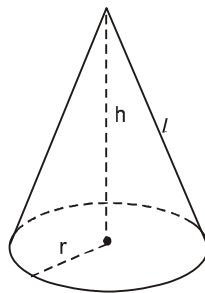
H22. Nêu công thức tính thể tích hình chóp.

GV nhắc lại $V_C = \frac{1}{3}Bh$.

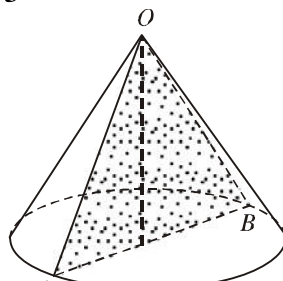
H23. Khi số cạnh của hình chóp dần tới ∞ thì diện tích đáy dần đến số nào?

• GV nêu công thức :

$$V_n = \frac{1}{3}V_n = \frac{1}{3}\pi r^2 h.$$



• Thực hiện ví dụ trong 5'



Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>Câu hỏi 1 Xác định bán kính đáy và đường sinh của hình nón.</p> <p>Câu hỏi 2 Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần của N .</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 1 Bán kính đáy là a và độ dài đường sinh là $2a$</p> <p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2 HS tự tính.</p>

Hoạt động 4

4. Thiết diện côn

- GV nêu định nghĩa :

Nếu cắt mặt nón tròn xoay bởi một mặt phẳng (P) không đi qua đỉnh của mặt nón thì giao sẽ là :

- Một đường elip nếu $mp (P)$ cắt mọi đường sinh (đặc biệt, nếu (P) vuông góc với trục mặt nón thì giao là đường tròn).
- Một đường hypebol nếu $mp (P)$ song song với hai đường sinh.
- Một đường parabol nếu $mp (P)$ song song với chỉ một đường sinh

Hoạt động 5

Tóm tắt bài học

1. Mặt tròn xoay sinh bởi đường thẳng l khi quay quanh Δ gọi là mặt nón tròn xoay (hay vắn tắt là mặt nón).

Δ gọi là trục của mặt nón

l gọi là đường sinh của mặt nón.

O gọi là đỉnh của mặt nón.

Góc 2α gọi là góc ở đỉnh của mặt nón.

2. Phần của mặt nón N giới hạn bởi hai mặt phẳng (P) và (P') cùng với hình tròn xác định bởi (C) được gọi là một hình nón.
3. Hình nón cùng với phần bên trong của nó gọi là khối nón xác định bởi hình nón đó.
4. Diện tích xung quanh của hình nón bằng một nửa chu vi đáy nhân với độ dài đường sinh. $S_{xq} = \pi rl$
5. Tổng của diện tích xung quanh và diện tích đáy gọi là diện tích toàn phần của hình nón.
6. Thể tích của hình nón tròn xoay là giới hạn của thể tích của hình chóp đều nội tiếp hình nón đó khi số cạnh đáy tăng lên vô hạn.

$$V_n = \frac{1}{3} \pi r^2 h.$$

Hoạt động 6

một số câu hỏi trắc nghiệm

Hãy điền đúng (Đ) sai (S) vào các khẳng định sau :

Câu 1.

- (a) Hình nón và hình chóp là như nhau
- (b) Mặt nón tròn xoay và hình nón là như nhau
- (c) Hình nón là một phần của mặt nón
- (d) Cả ba khẳng định trên đều sai

Trả lời.

a	b	c	d
S	S	S	Đ

Câu 2.

- (a) Mặt nón tròn xoay là một hình có tâm đối xứng
- (b) Mặt nón tròn xoay khi bị cắt bởi một mặt phẳng vuông góc với trục ta có thể được một hình nón
- (c) Hình nón có một trục đối xứng
- (d) Cả ba khẳng định trên đều sai

Trả lời.

a	b	c	d
Đ	Đ	Đ	S

Câu 3.

- (a) Mặt nón tròn xoay không có giới hạn
- (b) Hình nón có giới hạn

(c) Khi cắt một hình nón bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được một tam giác cân

(d) Cả ba khẳng định trên đều sai

Trả lời.

a	b	c	d
S	Đ	Đ	S

Câu 4.

(a) Mặt nón tròn xoay khi giới hạn bởi hai mặt phẳng song song ta được hình nón

(b) Mặt nón tròn xoay khi giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục ta được hình trụ

(c) Khi cắt một hình nón bởi một mặt phẳng \perp trục ta được hình tròn

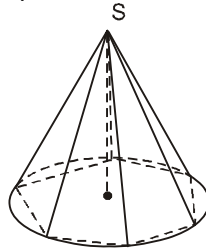
(d) Cả ba khẳng định trên đều sai

Trả lời.

a	b	c	d
Đ	S	Đ	S

Chọn khẳng định đúng trong các câu sau:

Câu 5. Cho hình chóp nội tiếp một hình nón



(a) Hai hình chóp và hình nón có đường cao trùng nhau;

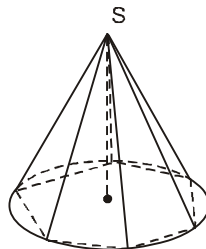
(b) Thể tích hình chóp và thể tích hình nón bằng nhau

(c) Thể tích hình chóp lớn hơn thể tích hình nón bằng nhau

(d) Cả ba ý trên đều đúng

Trả lời. (a).

Câu 6. Cho hình chóp lục giác đều cạnh đáy là $2\sqrt{3}$ nội tiếp một hình nón có đường cao là 3



Đường cao kẻ từ S của mỗi mặt bên của hình chóp là :

(a) $2\sqrt{10}$;

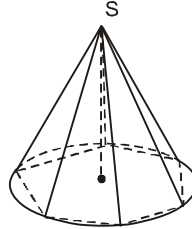
(b) $\sqrt{10}$

(c) $\frac{\sqrt{10}}{2}$;

(d) 10

Trả lời. (b).

Câu 7. Cho hình chóp lục giác đều cạnh đáy là $2\sqrt{3}$ nội tiếp một hình nón có đường cao là 3



Diện tích xung quanh của hình chóp là :

(a) $6\sqrt{30}$;

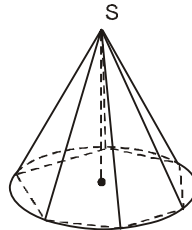
(b) $\sqrt{30}$

(c) $4\sqrt{30}$;

(d) $5\sqrt{30}$.

Trả lời. (a).

Câu 8. Cho hình chóp lục giác đều cạnh đáy là $2\sqrt{3}$ nội tiếp một hình nón có đường cao là 3



Bán kính đường tròn đáy là

(a) $2\sqrt{3}$;

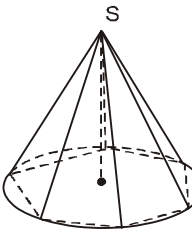
(b) $2\sqrt{6}$

(c) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$;

(d) $\sqrt{3}$.

Trả lời. (a).

Câu 9. Cho hình chóp lục giác đều cạnh đáy là $2\sqrt{3}$ nội tiếp một hình nón có đường cao là 3



Đường sinh là

(a) $2\sqrt{3}$;

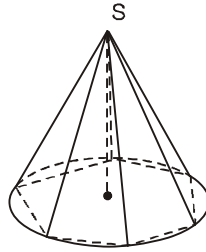
(b) $2\sqrt{6}$

(c) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$;

(d) $\sqrt{3}$.

Trả lời. (b).

Câu 10. Cho hình chóp lục giác đều cạnh đáy là $2\sqrt{3}$ nội tiếp một hình nón có đường cao là 3

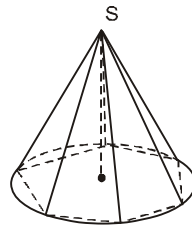


Diện tích xung quanh của hình nón là

- (a) $12\pi\sqrt{2}$; (b) $24\pi\sqrt{2}$
 (c) $6\pi\sqrt{2}$; (d) $48\pi\sqrt{2}$.

Trả lời. (d).

Câu 11. Cho hình chóp lục giác đều cạnh đáy là $2\sqrt{3}$ nội tiếp một hình nón có đường cao là 3

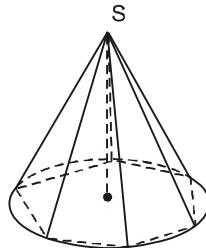


Diện tích toàn phần của hình nón là

- (a) $12\pi\sqrt{2} + 12\pi$; (b) $24\pi\sqrt{2} + 12\pi$
 (c) $6\pi\sqrt{2} + 12\pi$; (d) $48\pi\sqrt{2} + 12\pi$.

Trả lời. (d).

Câu 12. Cho hình chóp lục giác đều cạnh đáy là $2\sqrt{3}$ nội tiếp một hình nón có đường cao là 3



Thể tích của khối nón là

- (a) 12π ; (b) 6π
 (c) 8π ; (d) 10π .

Trả lời. (a).

Hoạt động 7

Hướng dẫn bài tập SGK

Bài 17. Hướng dẫn. Sử dụng định nghĩa khối nón, mặt nón tròn xoay.

Đáp số. a) Hình nón. b) Khối nón.

Bài 18. Hướng dẫn. Chứng minh $\sin \alpha = \frac{MI}{IA} = \frac{R}{IA}$. Từ đó At là đường sinh của mặt nón N có đỉnh A , trục Δ và góc ở đỉnh bằng 2α .

Bài 19.

a) *Hướng dẫn.* Chứng minh ΔSOM vuông ở O , $IS = IM$, I nằm trên trục của đường tròn $(O; r)$ nên I cách đều mọi điểm của đường tròn. Mặt cầu tâm I bán kính $R = IS$ chính là mặt cầu ngoại tiếp hình nón.

b) *Hướng dẫn.* Tam giác SMS' vuông tại M , có đường cao MO nên :

$$MO^2 = OS \cdot OS' \Rightarrow r^2 = h(SS' - h).$$

Suy ra : $SS' = \frac{r^2}{h} + h = \frac{r^2 + h^2}{h}$. Vậy bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình nón là $R = \frac{r^2 + h^2}{2h}$.

c) $S_{xq} = \pi r^2 = \pi \sqrt{r^2(2R-h)} \cdot \sqrt{2R-h} = \pi h \sqrt{2R(2R-h)}$

Bài 20. Hướng dẫn.

a) HS tự chứng minh.

b)

$SA = \sqrt{OS^2 + OA^2} = \sqrt{h^2 + r^2}$. Theo tính chất đường phân giác ta có :

$$\frac{IO}{IS} = \frac{OA}{SA} \Rightarrow \frac{IO}{IO + IS} = \frac{OA}{OA + SA} \Rightarrow \frac{IO}{h} = \frac{r}{r + \sqrt{h^2 + r^2}}$$

$$R = IO = \frac{rh}{r + \sqrt{h^2 + r^2}}$$

Bài 21. *Hướng dẫn.*

Gọi V_1 và V_2 lần lượt là thể tích hai khối nón sinh bởi hai tam giác HBA và HCA ta có :

$$V_H = V_1 + V_2 = \frac{1}{3} \pi AH^2 \cdot BH + \frac{1}{3} \pi AH^2 \cdot CH = \frac{1}{3} \pi AH^2 \cdot BC$$

$$BC = \frac{1}{3} \pi \frac{r^2 + r^2}{b^2 + c^2} \cdot \sqrt{b^2 + c^2} = \frac{\pi b^2 c^2}{3\sqrt{b^2 + c^2}}$$

Ôn tập chương II

(tiết 11, 12)

I. Mục tiêu

1. Kiến thức

HS nắm được:

1. Khái niệm chung về mặt tròn xoay.
2. Mặt trụ và các tính chất của mặt trụ.
3. Mặt cầu và các tính chất của mặt cầu.
4. Giao của mặt cầu và đường thẳng.
5. Tiếp tuyến của mặt cầu.
6. Thể tích và diện tích của mặt cầu.

2. Kỹ năng

- Giải thành thạo các bài toán liên quan đến mặt cầu, mặt trụ.
- Xác định được một mặt phẳng là tiếp diện của mặt cầu, một mặt phẳng là tiếp tuyến của mặt cầu.

3. Thái độ

- Liên hệ được với nhiều vấn đề thực tế trong không gian.
- Có nhiều sáng tạo trong hình học.
- Hứng thú trong học tập, tích cực phát huy tính độc lập trong học tập.

II. Chuẩn bị của GV và HS

1. Chuẩn bị của GV:

- Thước kẻ, phấn màu, ...

2. Chuẩn bị của HS :

- Đọc bài trước ở nhà, có thể liên hệ các phép biến hình đã học ở lớp dưới

III. Phân phối thời lượng

Bài được chia thành 2 tiết :

Tiết 1: chữa bài tập và ôn tập.

Tiết 2: Kiểm tra 1 tiết.

IV. Tiến trình dạy học

Hoạt động 1

I. Một số câu hỏi ôn tập

Câu hỏi 1. Nêu định nghĩa mặt tròn xoay.

Câu hỏi 2. Nêu một số hình tròn xoay trong thực tế mà em biết.

Câu hỏi 3. Một tam giác thường quay quanh một cạnh có được một hình nón không?

Câu hỏi 4. Một hình nón được tạo thành như thế nào?

Câu hỏi 5. Một hình bình hành quay quanh một cạnh có được một hình trụ không?

Câu hỏi 6. Một hình trụ được tạo thành như thế nào?

Câu hỏi 7. Nêu khái niệm trục, đường sinh và đường cao của hình nón.

Câu hỏi 8. Đáy của hình nón là hình gì?

Câu hỏi 9. Nêu khái niệm trục, đường sinh và đường cao của hình trụ.

Câu hỏi 10. Nêu định nghĩa mặt cầu bằng các cách khác nhau.

Câu hỏi 11. Hình cầu và mặt cầu khác nhau như thế nào?

Câu hỏi 12. Từ một điểm kẻ hai tiếp tuyến đến mặt cầu.

a) Khi nào thì kẻ được?

b) Nêu các tính chất của hai tiếp tuyến đó.

Câu hỏi 13. Nêu các vị trí tương đối của mặt phẳng và mặt cầu..

Câu hỏi 14. Nêu các vị trí tương đối của đường thẳng và mặt cầu.

Câu hỏi 15. Nêu sự xác định mặt cầu.

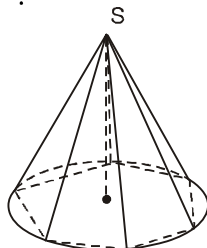
Câu hỏi 16. Nêu các công thức tính diện tích mặt cầu và thể tích khối cầu.

Hoạt động 2

II. Một số câu hỏi trắc nghiệm ôn tập chương II

Hãy chọn câu trả lời đúng.

Câu 1. Cho hình chóp nội tiếp một hình nón

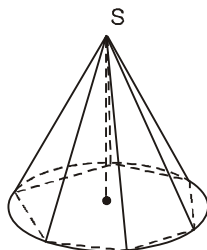


- (a) Hai hình chóp và hình nón có đường cao trùng nhau;
- (b) Thể tích hình chóp và thể tích hình nón bằng nhau
- (c) Thể tích hình chóp lớn hơn thể tích hình nón bằng nhau

(d) Cả ba ý trên đều đúng

Trả lời. (a).

Câu 2. Cho hình chóp lục giác đều cạnh đáy là $2\sqrt{3}$ nội tiếp một hình nón có đường cao là 3

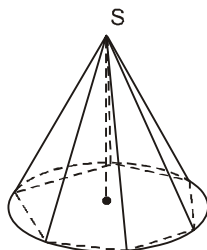


Đường cao kẻ từ S của mỗi mặt bên của hình chóp là :

- (a) $2\sqrt{10}$;
- (b) $\sqrt{10}$
- (c) $\frac{\sqrt{10}}{2}$;
- (d) 10

Trả lời. (b).

Câu 3 Cho hình chóp lục giác đều cạnh đáy là $2\sqrt{3}$ nội tiếp một hình nón có đường cao là 3



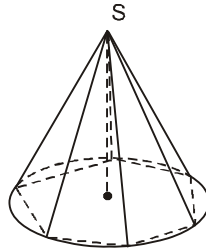
Bán kính đường tròn đáy là

- (a) $2\sqrt{3}$;
 (c) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$;

- (b) $2\sqrt{6}$
 (d) $\sqrt{3}$.

Trả lời. (a).

Câu 4. Cho hình chóp lục giác đều cạnh đáy là $2\sqrt{3}$ nội tiếp một hình nón có đường cao là 3



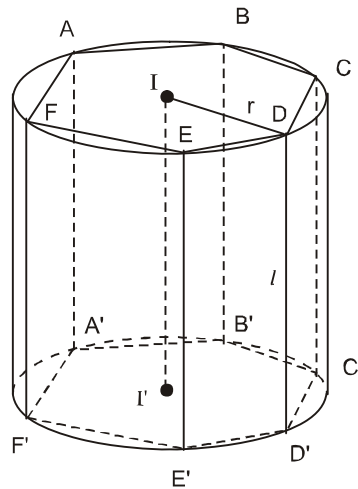
Đường sinh là

- (a) $2\sqrt{3}$;
 (c) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$;

- (b) $2\sqrt{6}$
 (d) $\sqrt{3}$.

Trả lời. (b).

Câu 5. Cho hình lăng trụ lục giác đều cạnh đáy là $2\sqrt{3}$ nội tiếp một hình trụ có đường cao là 3



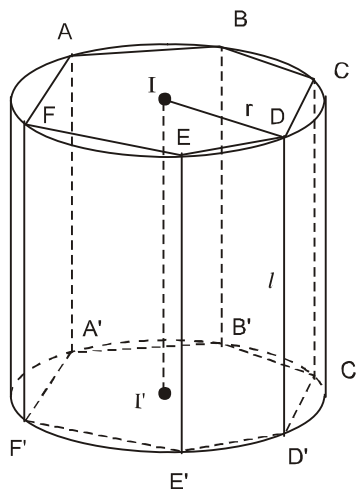
Diện tích xung quanh của hình lăng trụ là là :

- (a) $36\sqrt{3}$;
 (c) $46\sqrt{3}$;

- (b) $16\sqrt{3}$
 (d) $26\sqrt{3}$.

Trả lời. (a).

Câu 6. Cho hình lăng trụ lục giác đều cạnh đáy là $2\sqrt{3}$ nội tiếp một hình trụ có đường cao là 3

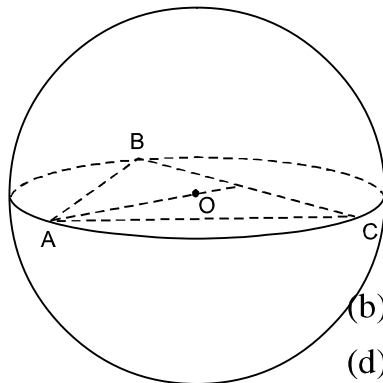


Đường sinh của hình trụ là :

- (a) $2\sqrt{3}$; (b) $3\sqrt{3}$
 (c) 3; (d) 6.

Trả lời. (c).

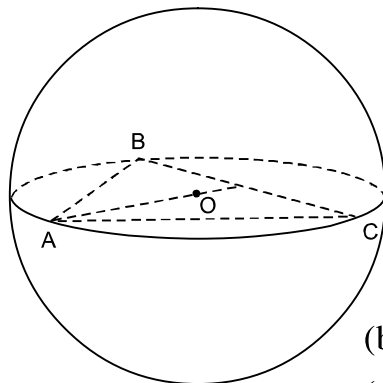
Câu 7. Một hình cầu có đường tròn lớn ngoại tiếp một tam giác đều cạnh 1 có bán kính là



- (a) 2π ; (b) 3π
 (c) $\frac{4}{3}\pi$; (d) 6.

Trả lời. (c).

Câu 8. Một hình cầu có đường tròn lớn ngoại tiếp một tam giác đều cạnh 1 có diện tích toàn phần là :



- (a) $2\sqrt{3}$; (b) $3\sqrt{3}$
 (c) $\frac{1}{\sqrt{3}}$; (d) 6π .

Trả lời. (c).

Câu 9. Gọi d là khoảng cách từ O của mặt cầu S(O ; r) đến mặt phẳng (P)

Điền vào chỗ trống sau :

d	6	5	4	8
r	5	4	4	8
Vị trí tương đối của (P) và (S)				

Câu 10. Gọi d là khoảng cách từ O của mặt cầu S(O ; r) đến đường thẳng Δ

Điền vào chỗ trống sau :

d	4	4	5	9
r	5	5	7	8
Vị trí tương đối của Δ và (S)				

Câu 11. Cho hình lập phương ABCD. A'B'C'D' tâm O. Tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương là

- (a) O; (b) A
(c) B; (d) C.

Trả lời. (a).

Câu 12. Cho hình lập phương ABCD. A'B'C'D' tâm O. Tâm của mặt cầu tiếp xúc với tất cả các mặt của hình vuông hình lập phương là :

- (a) O; (b) A
(c) B; (d) C.

Trả lời. (a).

Hoạt động 3

III. Hướng dẫn bài tập SGK

Bài 1. Hướng dẫn.

Mặt cầu đi qua hai đi (nh vẽ)

Bài 2. Hướng dẫn.

$$AB = a, BC = a\sqrt{2} \text{ và}$$

Gọi O là điểm đối

chứng minh: $OS = OA = OC = OB = a$.

Mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ có tâm O và có bán kính $R = a$.

Bài 3. Hướng dẫn.

HS tự giải

Bài 4. Hướng dẫn.

- Tìm bán kính đáy của hình nón : $r = \frac{a}{2}$

- Chiều cao của hình nón : $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

- Đường sinh của hình nón : $l = a$.

- S_{TP} : $S = \pi r^2 + \pi r l = \frac{\pi a^2}{4} + \frac{\pi a^2}{4} = \frac{3}{4} \pi a^2$

Thể tích : $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \frac{a^2}{4} \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3} \pi a^3}{24}$.

Từ đó ta có cách giải.

Bài 5. Hướng dẫn. Vận dụng trực tiếp các công thức.

a) HS tự giải.

b) HS tự chứng minh.

Bài 6. Hướng dẫn. Vận dụng trực tiếp các công thức.

Hoạt động 4

Một số đề kiểm tra chương II

Đề số 1

Câu 1. (3 đ) Cho hình hộp chữ nhật ABCDA'B'C'D' cạnh a, b, c.

a) Xác định tâm mặt cầu ngoại tiếp hình hộp.

b) Tính diện tích mặt cầu đó.

Câu 2. (4 đ) Cho hình nón có bán kính đáy là 4, đường cao là 6.

a) Tính diện tích xung quanh và thể tích hình nón.

b) Tính bán kính hình cầu ngoại tiếp hình nón đó.

Câu 3. (3đ) Cho hình trụ có bán kính đáy là 4, chiều cao 3. Cắt hình trụ bởi một mặt phẳng song song với trục.

a) Hình thiết diện là hình gì?

b) Nêu cách dựng hình đó biết hình đó có diện tích là 18.

ĐỀ SỐ 2

Câu 1. (6 đ).

Cho hình cầu có bán kính là 3.

a) Tính thể tích khối cầu và diện tích mặt cầu.

b) Tính thể tích hình trụ ngoại tiếp hình cầu.

Câu 2. (4 đ).

Cho hình nón có bán kính đáy là 6, đường cao là 8.

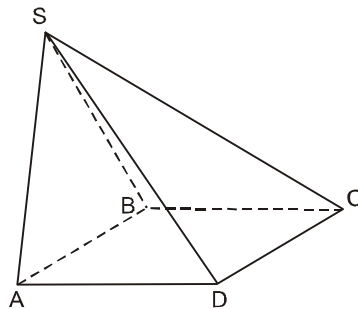
a) Tính độ dài đường sinh.

b) Một mặt phẳng vuông góc với trục cắt hình nón theo một đường tròn bán kính là 2. Tính thể tích hình nón cụt tạo thành.

Một số câu hỏi ôn tập Học kì 1

Hãy điền đúng, sai vào các ô trống sau đây mà em cho là hợp lí nhất.

Câu 1. Cho hình chóp S.ABCD, đáy ABCD là hình vuông cạnh a, SA = a
SA \perp (ABCD).



(a) Thể tích hình chóp là a^3

(b) Thể tích hình chóp là $\frac{1}{3} a^3$

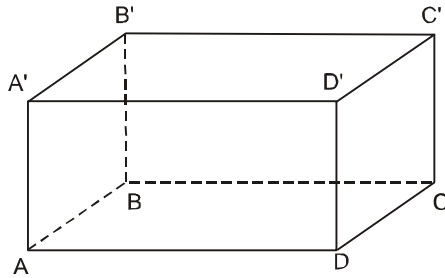
(c) Thể tích hình chóp là $\frac{1}{6} a^3$

(d) Cả ba câu trên đều sai.

Trả lời.

a	b	c	d
S	S	Đ	S

Câu 2. Cho hình hộp chữ nhật ABCDA'B'C'D' có AA' = c, AB = a, AD = b

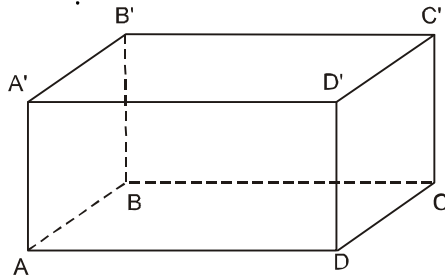


- (a) Thể tích hình hộp là abc
- (b) Thể tích hình chóp $A'.ABCD$ là abc
- (c) Thể tích hình chóp $A'.ABCD$ là $\frac{1}{3} abc$
- (d) $V_{(ABCD.A'B'C'D')} = 3V_{(A'.ABCD)}$

Trả lời.

a	b	c	d
Đ	S	Đ	Đ

Câu 3. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD A'B'C'D'$. Các kích thước là a, b, c .

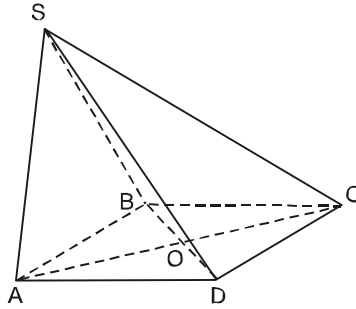


- (a) Thể tích hình hộp là abc
- (b) Thể tích hình chóp $A'.ABD$ là abc
- (c) Thể tích hình chóp $A'.ABD$ là $\frac{1}{6} abc$
- (d) $V_{(ABCD.A'B'C'D')} = 6V_{(A'.ABD)}$

Trả lời.

a	b	c	d
Đ	S	Đ	Đ

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh, $SA = a$ vuông góc với đáy.



(a) $SB = a\sqrt{2}$

(b) $SD = a\sqrt{2}$

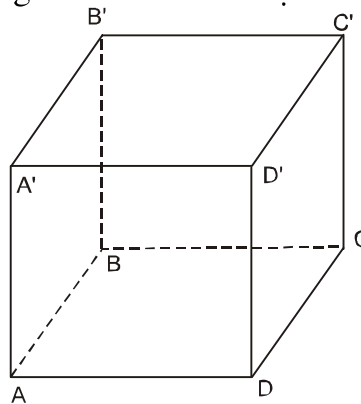
(c) Diện tích tam giác SBD bằng $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

(d) Cả ba câu trên đều sai.

Trả lời.

a	b	c	d
Đ	Đ	Đ	S

Câu 5. Cho hình lập phương ABCDA'B'C'D' cạnh a.



(a) Thể tích khối lập phương là a^3

(b) Thể tích khối chóp $A'.ABCD$ là $\frac{1}{3}a^3$

(c) Thể tích khối lăng trụ $ABDA'B'D'$ là $\frac{1}{6}a^3$

(d) Cả ba câu trên đều sai

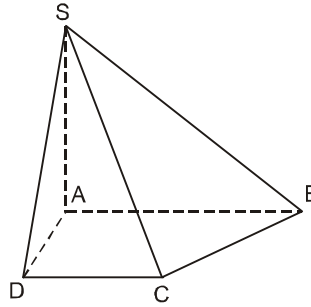
Trả lời.

a	b	c	d
Đ	Đ	Đ	S

Chọn câu trả lời đúng trong các bài tập sau:

Câu 6. Cho hình chóp SABC, đáy ABCD là hình thang vuông tại A,

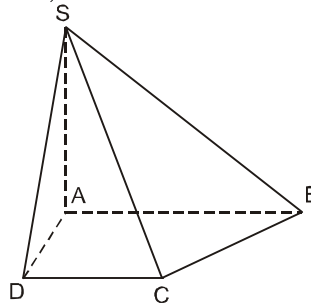
$SA \perp (ABCD)$, $SA = a$, $AB = 2a$, $AD = DC = a$. Khoảng cách từ B đến (SAD) là



- (a) a ; (b) $2a$
 (c) $a\sqrt{3}$; (d) $a\sqrt{2}$.

Trả lời . (b).

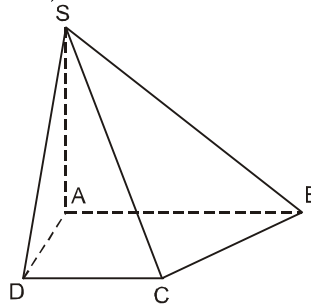
Câu 7. Cho hình chóp SABCD, đáy ABCD là hình thang vuông tại A, $SA \perp (ABCD)$, $SA = a$, $AB = 2a$, $AD = DC = a$. Thể tích khối chóp là



- (a) $\frac{a^3}{2}$ (b) $\frac{a^3}{3}$
 (c) $\frac{a^3}{6}$; (d) Cả ba câu trên đều sai.

Trả lời . (a).

Câu 8. Cho hình chóp SABCD, đáy ABCD là hình thang vuông tại A, $SA \perp (ABCD)$, $SA = a$, $AB = 2a$, $AD = DC = a$. Thể tích khối chóp S.ABC là

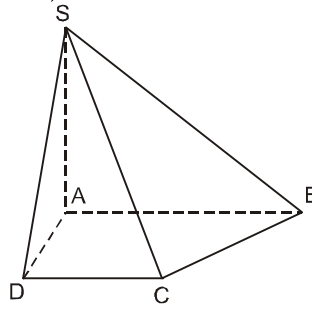


- (a) $\frac{a^3}{2}$ (b) $\frac{a^3}{3}$
 (c) $\frac{a^3}{6}$; (d) Cả ba câu trên đều sai.

Trả lời . (b).

Câu 9. Cho hình chóp SABCD, đáy ABCD là hình thang vuông tại A,

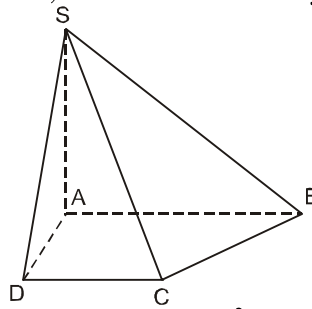
$SA \perp (ABCD)$, $SA = a$, $AB = 2a$, $AD = DC = a$. Khoảng cách giữa SA và BC là



- (a) a ; (b) $2a$
 (c) $a\sqrt{2}$; (d) $\frac{2a\sqrt{6}}{3}$.

Trả lời . (d).

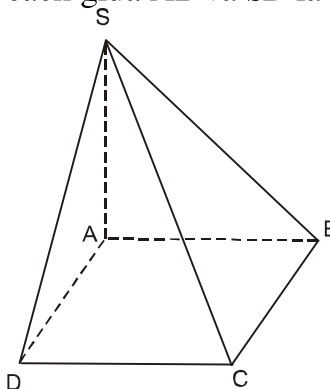
Câu 10. Cho hình chóp $SABCD$, đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A , $SA \perp (ABCD)$, $SA = a$, $AB = 2a$, $AD = DC = a$. Diện tích tam giác SBC là



- (a) a^2 ; (b) $2a^2$
 (c) $a^2\sqrt{2}$; (d) $\frac{a^2\sqrt{6}}{2}$.

Trả lời . (d).

Câu 11. Cho hình chóp $SABCD$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, $SA = a$. Khoảng cách giữa AB và SD là

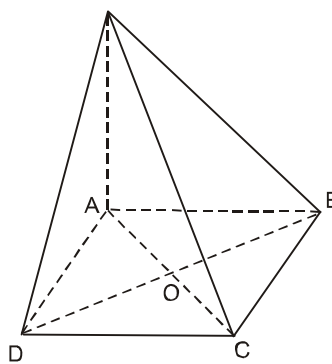


- (a) a ; (b) $2a$
 (c) $a\sqrt{2}$; (d) $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Trả lời . (d).

Câu 12. Cho hình chóp $SABCD$, đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh a ,

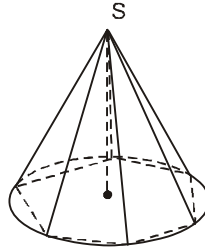
$SA \perp (ABCD)$, $SA = a$. Khi đó SO bằng



- (a) a ; (b) $2a$
 (c) $a\sqrt{2}$; (d) $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Trả lời . (d).

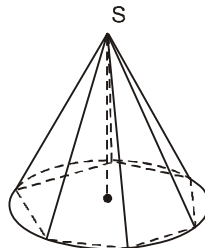
Câu 13. Cho hình chóp nội tiếp một hình nón



- (a) Hai hình chóp và hình nón có đường cao trùng nhau;
 (b) Thể tích hình chóp và thể tích hình nón bằng nhau
 (c) Thể tích hình chóp lớn hơn thể tích hình nón.
 (d) Cả ba ý trên đều đúng

Trả lời. (a).

Câu 14. Cho hình chóp lục giác đều cạnh đáy là $2\sqrt{3}$ nội tiếp một hình nón có đường cao là 3

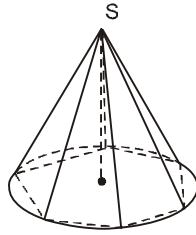


Đường cao kẻ từ S của mỗi mặt bên của hình chóp là :

- (a) $2\sqrt{10}$; (b) $\sqrt{10}$
 (c) $\frac{\sqrt{10}}{2}$; (d) 10

Trả lời. (b).

Câu 15. Cho hình chóp lục giác đều cạnh đáy là $2\sqrt{3}$ nội tiếp một hình nón có đường cao là 3



Diện tích xung quanh của hình chóp là :

(a) $6\sqrt{30}$;

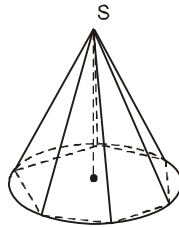
(b) $\sqrt{30}$

(c) $4\sqrt{30}$;

(d) $5\sqrt{30}$.

Trả lời. (a).

Câu 16. Cho hình chóp lục giác đều cạnh đáy là $2\sqrt{3}$ nội tiếp một hình nón có đường cao là 3



Bán kính đường tròn đáy là

(a) $2\sqrt{3}$;

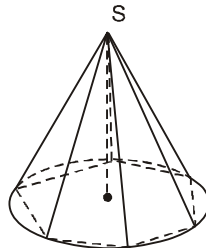
(b) $2\sqrt{6}$

(c) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$;

(d) $\sqrt{3}$.

Trả lời. (a).

Câu 17. Cho hình chóp lục giác đều cạnh đáy là $2\sqrt{3}$ nội tiếp một hình nón có đường cao là 3



Đường sinh là

(a) $2\sqrt{3}$;

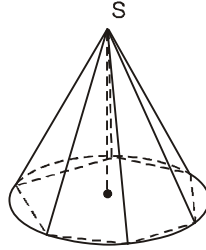
(b) $2\sqrt{6}$

(c) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$;

(d) $\sqrt{3}$.

Trả lời. (b).

Câu 18. Cho hình chóp lục giác đều cạnh đáy là $2\sqrt{3}$ nội tiếp một hình nón có đường cao là 3

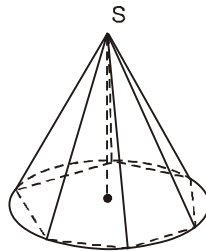


Diện tích xung quanh của hình nón là

- (a) $12\pi\sqrt{2}$; (b) $24\pi\sqrt{2}$
 (c) $6\pi\sqrt{2}$; (d) $48\pi\sqrt{2}$.

Trả lời. (d).

Câu 19. Cho hình chóp lục giác đều cạnh đáy là $2\sqrt{3}$ nội tiếp một hình nón có đường cao là 3

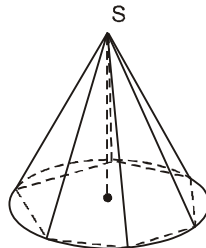


Diện tích toàn phần của hình nón là

- (a) $12\pi\sqrt{2} + 12\pi$; (b) $24\pi\sqrt{2} + 12\pi$
 (c) $6\pi\sqrt{2} + 12\pi$; (d) $48\pi\sqrt{2} + 12\pi$.

Trả lời. (d).

Câu 20. Cho hình chóp lục giác đều cạnh đáy là $2\sqrt{3}$ nội tiếp một hình nón có đường cao là 3

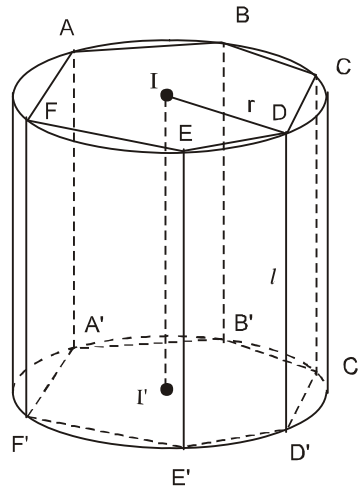


Thể tích của khối nón là

- (a) 12π ; (b) 6π
 (c) 8π ; (d) 10π .

Trả lời. (a).

Câu 21. Cho hình lăng trụ lục giác đều cạnh đáy là 1 nội tiếp một hình trụ có đường cao là 4

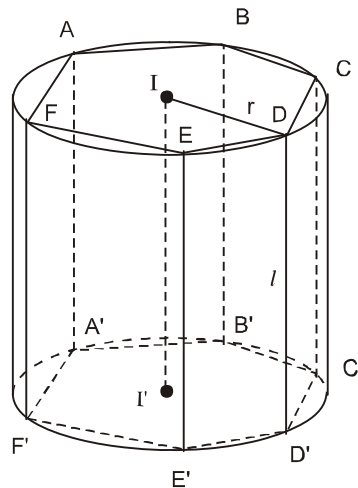


Diện tích xung quanh của hình lăng trụ là:

- (a) 4π ; (b) 8π
(c) 2π ; (d) 16π .

Trả lời. (a).

Câu 22. Cho hình lăng trụ lục giác đều cạnh đáy là π nội tiếp một hình trụ có đường cao là 1

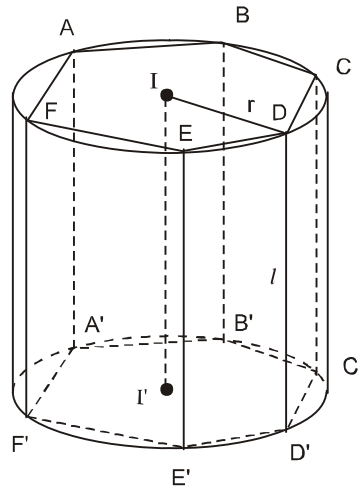


Đường sinh của hình trụ là :

- (a) 2π ; (b) 3π
(c) 1; (d) 3.

Trả lời. (c).

Câu 23. Cho hình lăng trụ lục giác đều cạnh đáy là 3 nội tiếp một hình trụ có đường cao là 4



Bán kính đáy của hình trụ là :

(a) $r = 2\sqrt{3}$;

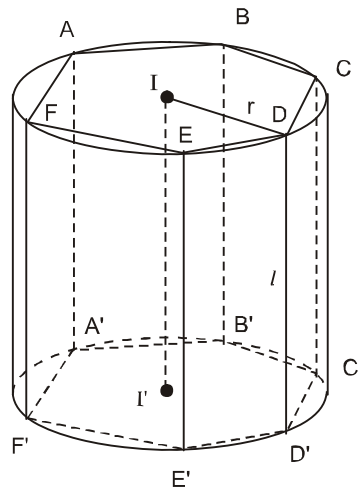
(b) $r = 3\sqrt{3}$

(c) $r = 3$;

(d) $r = 6$.

Trả lời. (c).

Câu 24. Cho hình lăng trụ lục giác đều cạnh đáy là 1 nội tiếp một hình trụ có đường cao là 3π



Thể tích của khối trụ là:

(a) 3π ;

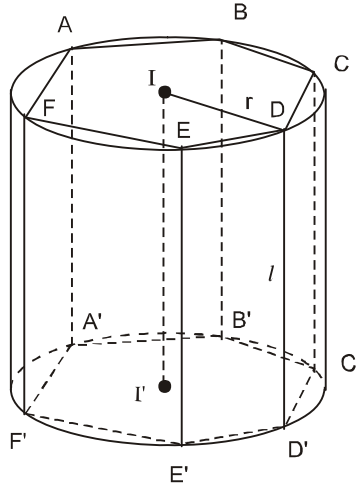
(b) $3\pi^2$

(c) 12π ;

(d) $14\pi^2$.

Trả lời. (a).

Câu 25. Cho hình lăng trụ lục giác đều cạnh đáy là 1 nội tiếp một hình trụ có đường cao là 2



Diện tích toàn phần của hình trụ là :

- (a) 12π ; (b) 8π
 (c) 6π ; (d) 10 .

Trả lời. (b).

Câu 26. Cho hình lập phương ABCD. A'B'C'D' cạnh a. Bán kính của mặt cầu tiếp xúc với tất cả các mặt của hình lập phương là :

- (a) a; (b) $\frac{a}{2}$
 (c) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$; (d) $a\sqrt{2}$.

Trả lời. (b).

Câu 27. Cho hình lập phương ABCD. A'B'C'D' cạnh a. Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương là :

- (a) a; (b) $\frac{a}{2}$
 (c) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$; (d) $a\sqrt{2}$.

Trả lời. (c).

Câu 28. Cho hình lập phương ABCD. A'B'C'D' cạnh a. Diện tích xung quanh của mặt cầu tiếp xúc với tất cả các mặt của hình vuông hình lập phương là :

- (a) $4\pi a^2$; (b) πa^2
 (c) $8\pi a^2$; (d) $12\pi a^2$.

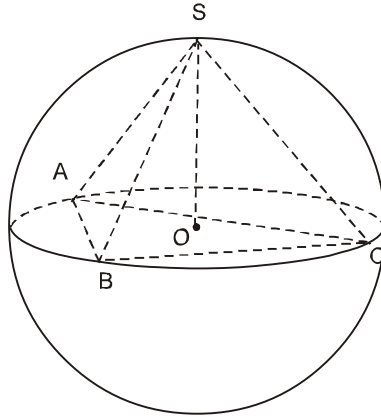
Trả lời. (b).

Câu 29. Cho hình lập phương ABCD. A'B'C'D' tâm O cạnh a. Thể tích của mặt cầu tiếp xúc với tất cả các mặt của hình vuông hình lập phương là :

- (a) $\frac{4}{3}\pi a^3$; (b) $\frac{1}{6}\pi a^3$
 (c) $\frac{2}{3}\pi a^3$; (d) $\frac{1}{3}\pi a^3$.

Trả lời. (b).

Câu 30. Cho hình chóp S.ABC nội tiếp hình cầu tâm O bán kính r (hình vẽ)

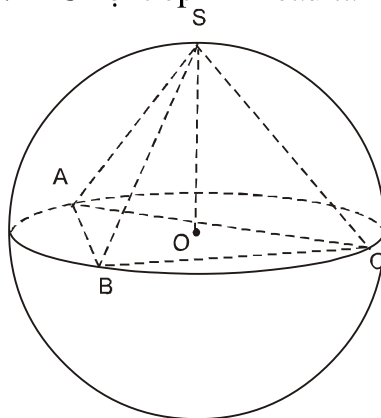


Biết tam giác ABC là tam giác đều, $SO \perp (ABC)$. Cạnh AB bằng :

- (a) $r\sqrt{3}$; (b) $2r\sqrt{3}$
 (c) $4r\sqrt{3}$; (d) $3r\sqrt{3}$.

Trả lời. (a).

Câu 31. Cho hình chóp S.ABC nội tiếp hình cầu tâm O bán kính r (hình vẽ)

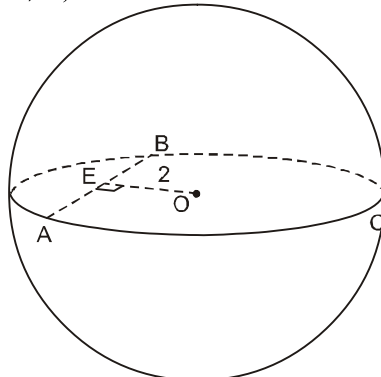


Biết tam giác ABC là tam giác đều, $SO \perp (ABC)$. Thể tích hình chóp bằng :

- (a) $4\pi r^3 \sqrt{3}$; (b) $\frac{4}{3}\pi r^3 \sqrt{3}$;
 (c) $4r^3 \sqrt{3}$; (d) $3r^3 \sqrt{3}$.

Trả lời. (a).

Câu 32. Cho hình cầu S(O ; 4) như hình vẽ



AB bằng :

(a) $2\sqrt{3}$;

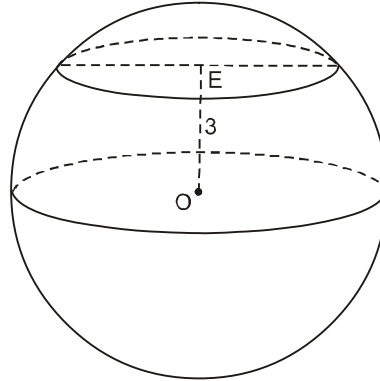
(b) $3\sqrt{3}$

(c) 3;

(d) 6.

Trả lời. (a).

Câu 33. Cho hình cầu $S(O; 4)$ như hình vẽ



Bán kính đường tròn tâm E bằng :

(a) $\sqrt{7}$;

(b) $3\sqrt{7}$

(c) 3;

(d) 6.

Trả lời. (a).

Chương III

Phương pháp tọa độ trong không gian

Phần 1

Giới thiệu chương

I. Cấu tạo chương

Đ1. Hệ tọa độ trong không gian

Đ 2. Phương trình mặt phẳng

Đ3. Phương trình đường thẳng trong không gian

Ôn tập chương III

Ôn tập cuối năm

Mục đích của chương

• Chương III nhằm cung cấp cho học sinh những kiến thức cơ bản về khái niệm tọa độ trong không gian và những ứng dụng của nó.

- Tọa độ vectơ và tọa độ điểm.

- Biểu thức tọa độ của các phép toán vectơ.

- Tích vô hướng của hai vectơ.

- Phương trình mặt cầu.

• Giới thiệu về phương trình mặt phẳng trong không gian.

- Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng.

- Phương trình tổng quát của mặt phẳng.

- Điều kiện để hai mặt phẳng song song, vuông góc.

- Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng.

• Phương trình đường thẳng trong không gian:

- Phương trình tham số của đường thẳng.

- Điều kiện để hai đường thẳng song song.

- Điều kiện để hai đường thẳng chéo nhau.

- Điều kiện để hai đường thẳng cắt nhau.

II– Mục tiêu

1. Kiến thức

Nắm được toàn bộ kiến thức cơ bản trong chương đã nêu trên.

□□Hiểu các khái niệm và tính chất vectơ trong không gian.

□□Hiểu và biết được mối quan hệ giữa vectơ pháp tuyến và cặp vectơ chỉ phương của mặt phẳng.

□□ Hiểu và biết được mối quan hệ giữa vectơ pháp tuyến và vectơ chỉ phương của đường thẳng.

2. Kỹ năng

- Xác định được các vectơ trong không gian.

- Vận dụng được các tính chất để giải bài tập
- Chứng minh được hai mặt phẳng song song, vuông góc.
- Lập được các phương trình đường thẳng và phương trình mặt phẳng.
- Xác định được vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng, giữa hai mặt phẳng.

3. Thái độ

Học xong chương này học sinh sẽ liên hệ được với nhiều vấn đề thực tế sinh động, liên hệ được với những vấn đề hình học đã học ở lớp dưới, mở ra một cách nhìn mới về hình học. Từ đó, các em có thể tự mình sáng tạo ra những bài toán hoặc những dạng toán mới.

Kết luận:

Khi học xong chương này học sinh cần làm tốt các bài tập trong sách giáo khoa và làm được các bài kiểm tra trong chương.

Phần 2

các bài soạn

Đ1. Hệ toạ độ trong không gian

(tiết 1, 2, 3, 4, 5)

I. Mục tiêu

1. Kiến thức

HS nắm được:

1. Khái niệm toạ độ vectơ trong không gian, toạ độ điểm và độ dài vectơ.
2. Biểu thức toạ độ của các phép toán : cộng, trừ vectơ; nhân vectơ với một số thực.
3. Biểu thức toạ độ của tích vô hướng của hai vectơ.
4. Phương trình mặt cầu.

2. Kỹ năng

- Thực hiện thành thạo các phép toán về vectơ, tính độ dài vectơ,
- Viết được phương trình mặt cầu.

3. Thái độ

- Liên hệ được với nhiều vấn đề thực tế trong không gian.
- Có nhiều sáng tạo trong hình học.
- Hứng thú trong học tập, tích cực phát huy tính độc lập trong học tập.

II. Chuẩn bị của GV và HS

1. Chuẩn bị của GV:

- Hình vẽ 56 đến 62.
- Thước kẻ, phấn màu, ...

2. Chuẩn bị của HS :

- Đọc bài trước ở nhà, có thể liên hệ với phương pháp hệ tọa độ trong mặt phẳng.

III. Phân phối thời lượng

Bài được chia thành 5 tiết :

Tiết 1: Từ đầu đến hết mục 2

Tiết 2: Tiếp theo đến hết mục 3

Tiết 3: Tiếp theo đến hết mục 4

Tiết 4: Tiếp theo đến hết mục 5

Tiết 5: Tiếp theo đến hết mục 6

IV. Tiến trình dạy - học

A. Đặt vấn đề

Câu hỏi 1.

Nhắc lại khái niệm hình hộp, hình chóp.

Câu hỏi 2.

Cho hình lập phương ABCDA'B'C'D'

- Chứng minh các cạnh của hình lập phương xuất phát từ một đỉnh vuông góc với nhau.
- Cho cạnh của hình lập phương là a , tính độ dài đường chéo của hình lập phương.

B. Bài mới

Hoạt động 1

1. Hệ trục tọa độ trong không gian

GV mô tả hệ trục tọa độ trong không gian và nêu câu hỏi :

H1. Hai vectơ \vec{i}, \vec{j} có vuông góc với nhau hay không?

H2. Vectơ \vec{k} có vuông góc với tất cả các vectơ thuộc mặt phẳng (Oxy) không?

- GV nêu định nghĩa:

Hệ gồm ba trục Ox, Oy, Oz đôi một vuông góc được gọi là hệ trục tọa độ vuông góc trong không gian.

- GV sử dụng hình 56 trong SGK và đặt vấn đề:

- H3. Hãy đọc tên các mặt phẳng tọa độ.
 H4. Hãy kể tên các vectơ đơn vị.
 H5. Có thể có thêm một gốc tọa độ nữa khác O hay không?
 H6. Hãy nêu các tính chất của mặt phẳng tọa độ, vectơ đơn vị?
 H7. Tính $\vec{i}^2 = \vec{i} \cdot \vec{i}$, $\vec{j}^2 = \vec{j} \cdot \vec{j}$, $\vec{k}^2 = \vec{k} \cdot \vec{k}$.
 H8. Tính $\vec{i} \cdot \vec{j}$, $\vec{j} \cdot \vec{k}$, $\vec{k} \cdot \vec{i}$.
- Thực hiện **[?1]** trong 4 phút.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>Câu hỏi 1</p> <p>Tại sao $\vec{i}^2 = \vec{j}^2 = \vec{k}^2 = 1$.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 1</p> <p>Do tính chất của tích vô hướng của các vectơ cùng phương và có độ dài bằng 1.</p>
<p>Câu hỏi 2</p> <p>Tại sao $\vec{i} \cdot \vec{j} = \vec{j} \cdot \vec{k} = \vec{k} \cdot \vec{i} = 0$.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2</p> <p>Do tính chất của tích vô hướng của các vectơ vuông góc</p>

Hoạt động 2

2. Tọa độ của vectơ

- GV nêu định nghĩa :

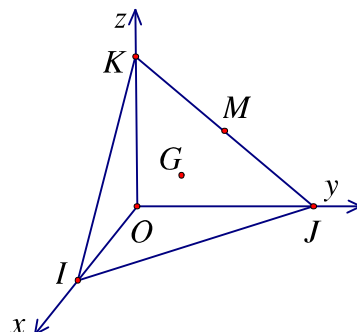
Trong không gian cho vectơ \vec{a} . Bộ ba số $(x; y; z)$ thỏa mãn $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ gọi là tọa độ của vectơ \vec{a} . Kí hiệu $\vec{a}(x; y; z)$ hoặc $\vec{a} = (x; y; z)$.

- H9. Hãy tìm tọa độ của các vectơ \vec{i} , \vec{j} , \vec{k} .

- Thực hiện **[?2]** trong 4 phút.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>Câu hỏi 1</p> <p>Tính $\vec{i} \cdot \vec{u}$.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 1</p> <p>$\vec{u} \cdot \vec{i} = (x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}) \cdot \vec{i} = x\vec{i}^2 = x$.</p>
<p>Câu hỏi 2</p> <p>Tính $\vec{u} \cdot \vec{j}$.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2</p> <p>HS tự tính.</p>

- Thực hiện ví dụ 1 trong 5'. GV sử dụng hình 57.



Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>Câu hỏi 1</p> <p>Biểu diễn \overrightarrow{OM} theo các vectơ đơn vị.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 1</p> $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OJ} + \overrightarrow{OK})$ $= \frac{1}{2}\vec{i} + \frac{1}{2}\vec{j} + \frac{1}{2}\vec{k},$
<p>Câu hỏi 2</p> <p>Xác định tọa độ của \overrightarrow{OM}.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2</p> $\overrightarrow{OM} = \left(\begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \right).$
<p>Câu hỏi 3</p> <p>Biểu diễn \overrightarrow{MG} theo các vectơ đơn vị.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 3</p> $\overrightarrow{MG} = \overrightarrow{OG} - \overrightarrow{OM},$ $\left(\begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \right)\vec{i} - \left(\begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \right)\vec{j} - \left(\begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \right)\vec{k}.$
<p>Câu hỏi 4</p> <p>Xác định tọa độ của \overrightarrow{MG}.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 4</p> <p>HS tự viết.</p>

• GV nêu các tính chất của tọa độ vectơ :

Cho các vectơ $\vec{u}_1 = (x_1; y_1; z_1)$, $\vec{u}_2 = (x_2; y_2; z_2)$ và số k tùy ý, ta có :

1) $\vec{u}_1 = \vec{u}_2 \Leftrightarrow x_1 = x_2, y_1 = y_2, z_1 = z_2$

2) $\vec{u}_1 + \vec{u}_2 = (x_1 + x_2; y_1 + y_2; z_1 + z_2)$

3) $\vec{u}_1 - \vec{u}_2 = (x_1 - x_2; y_1 - y_2; z_1 - z_2)$

4) $k\vec{u}_1 = (kx_1; ky_1; kz_1)$

5) $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$

6) $|\vec{u}_1| = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}$

7) $\cos(\vec{u}_1, \vec{u}_2) = \frac{x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$ với $\vec{u}_1 \neq \vec{0}; \vec{u}_2 \neq \vec{0}$

8) $\vec{u}_1 \perp \vec{u}_2 \Leftrightarrow \vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 0 \Leftrightarrow x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2 = 0.$

Hoạt động 3

3. Tọa độ của điểm

H10. Cho $\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$. Có bao nhiêu bộ số thực x, y và z thỏa mãn hệ thức trên.

- GV trả lời và nêu định nghĩa :

Bộ ba số thực $(x; y; z)$ thỏa mãn $\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ gọi là tọa độ điểm M và kí hiệu $M(x; y; z)$ hoặc $M = (x; y; z)$.

H11. Cho $M(0; 0; 0)$. Hãy chỉ ra M trên hệ trục tọa độ.

H12. Cho $M(0; 1; 2)$. Hỏi M thuộc trục nào ?

H13. Cho $M(1; 0; 2)$. Hỏi M thuộc trục nào ?


H14. Cho $M(1; 2; 0)$. Hỏi M thuộc trục nào ?

- Thực hiện **[?3]** trong 4 phút.

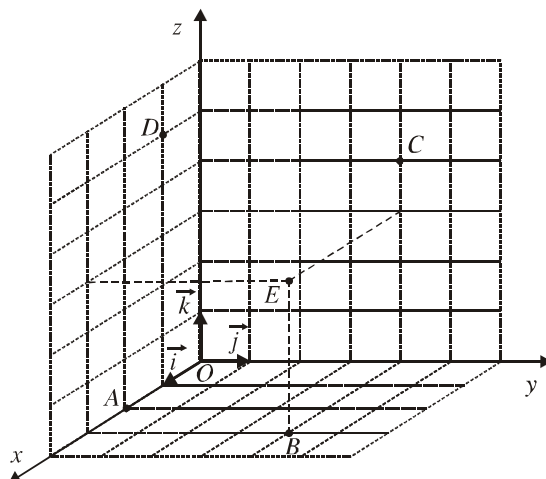
Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>Câu hỏi 1 Tại sao $M(0; 0; 0)$.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 1 Vì $\vec{OO} = \vec{0} = (0; 0; 0)$.</p>
<p>Câu hỏi 2 Tại sao $M \in (Oxy) \Leftrightarrow z = 0$, tức là $M = (x; y; 0)$.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2 $M \in (Oxy) \Leftrightarrow \vec{OM} \perp \vec{k} \Leftrightarrow \vec{OM} \cdot \vec{k} = 0$ $\Leftrightarrow z = 0$ tức là $M = (x; y; 0)$.</p>
<p>Câu hỏi 3 Hãy giải thích các ý còn lại.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 3 HS tự làm tương tự.</p>

- Thực hiện **[?4]** trong 4 phút.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>Câu hỏi 1 $M \in Ox$ khi nào?</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 1 $M(x; y; z) \in Ox \Leftrightarrow y = z = 0$.</p>
<p>Câu hỏi 2 $M \in Oy, M \in Oz$ khi nào?</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2 HS tự trả lời.</p>

- Thực hiện  1 trong 4 phút.

Sử dụng hình vẽ 59. GV cho HS lên bảng vẽ lại hình và hướng dẫn HS thực hiện



Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tìm tọa độ của A, B, C, D và E.	Gợi ý trả lời câu hỏi 1 $A = (2; 0; 0)$. Các điểm khác HS tự làm.
Câu hỏi 2 Xác định P.	Gợi ý trả lời câu hỏi 2 HS tự xác định.

Hoạt động 4


4. Liên hệ giữa tọa độ của vectơ và tọa độ của hai điểm nút

- GV nêu định nghĩa :

Cho hai điểm $A(x_A; y_A; z_A)$ và $B(x_B; y_B; z_B)$.

$$1) \vec{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$$

$$2) AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$$

- Thực hiện  2 trong 4 phút.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Nêu công thức vectơ về trung điểm I của AB.	Gợi ý trả lời câu hỏi 1 $\vec{OI} = \frac{1}{2}(\vec{OA} + \vec{OB})$
Câu hỏi 2 Tìm tọa độ của I.	Gợi ý trả lời câu hỏi 2 $x_I = \frac{1}{2}(x_A + x_B)$; $y_I = \frac{1}{2}(y_A + y_B)$, $z_I = \frac{1}{2}(z_A + z_B)$.

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Nêu công thức vectơ về trọng tâm G của tam giác ABC.	Gợi ý trả lời câu hỏi 1 $\vec{OG} = \frac{1}{3}(\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC})$
Câu hỏi 2 Tìm tọa độ của G.	Gợi ý trả lời câu hỏi 2 $x_G = \frac{1}{3}(x_A + x_B + x_C)$; $y_G = \frac{1}{3}(y_A + y_B + y_C)$; $z_G = \frac{1}{3}(z_A + z_B + z_C)$

c)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1	Gợi ý trả lời câu hỏi 1

Nêu công thức vector về trọng tâm E của tứ diện ABCD.	$\vec{OE} = \frac{1}{4}(\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD})$
Câu hỏi 2 Tìm tọa độ của E.	Gợi ý trả lời câu hỏi 2 $x_E = \frac{1}{4}(x_A + x_B + x_C + x_D) ;$ $y_E = \frac{1}{4}(y_A + y_B + y_C + y_D) ;$ $z_E = \frac{1}{4}(z_A + z_B + z_C + z_D).$

• Thực hiện ví dụ 2 trong 5'

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tìm tọa độ của A, B, C, D và E.	Gợi ý trả lời câu hỏi 1 $A = (2 ; 0; 0)$. Các điểm khác HS tự làm.
Câu hỏi 2 Xác định P.	Gợi ý trả lời câu hỏi 2 HS tự xác định.

• Thực hiện ví dụ 2 trong 5'.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Khi nào 4 điểm không đồng phẳng.	Gợi ý trả lời câu hỏi 1 Khi ba vector $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}$ không đồng phẳng.
Câu hỏi 2 Hãy chứng minh câu a)	Gợi ý trả lời câu hỏi 2 HS tự giải.

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Khi nào hai đường thẳng vuông góc ?	Gợi ý trả lời câu hỏi 1 Khi tích của hai vectơ nhân hai đường thẳng đó làm giá bằng 0.
Câu hỏi 2 Hãy chứng minh câu b)	Gợi ý trả lời câu hỏi 2 HS tự giải.

c)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Nêu khái niệm hình chóp đều.	Gợi ý trả lời câu hỏi 1 HS tự nêu.
Câu hỏi 2	Gợi ý trả lời câu hỏi 2 Chứng minh : $DA = DB = DC$,

Hãy chứng minh câu c)	tam giác ABC đều.
-----------------------	-------------------

2)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 H có tính chất gì ?	Gợi ý trả lời câu hỏi 1 H là trọng tâm tam giác ABC.
Câu hỏi 2 Tìm H.	Gợi ý trả lời câu hỏi 2 HS tự giải.

Hoạt động 5

5. Tích có hướng của hai vectơ

H15. Nhắc lại tích vô hướng của hai vectơ.

H16. Nêu biểu thức tọa độ về tích vô hướng của hai vectơ.

- GV nêu định nghĩa 2

Tích có hướng (hay tích vectơ) của hai vectơ $\vec{u}(a; b; c)$ và $\vec{v}(a'; b'; c')$ là một vectơ được kí hiệu là $[\vec{u}, \vec{v}]$ (hoặc $\vec{u} \wedge \vec{v}$) và có tọa độ được xác định như sau :

$$[\vec{u}, \vec{v}] = \begin{pmatrix} bc' - b'c \\ ca' - c'a \\ ab' - a'b \end{pmatrix} = (bc' - b'c; ca' - c'a; ab' - a'b).$$

H17. Tìm tích có hướng của $\vec{u} = (1; 2; 3)$ và $\vec{v} = (-2; -2; 1)$.

- Thực hiện  3 trong 4 phút.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Tính $[\vec{i}, \vec{j}]$.	Gợi ý trả lời câu hỏi 1 $[\vec{i}, \vec{j}] = \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 - 0 \cdot 0 \\ 0 \cdot 0 - 1 \cdot 1 \\ 0 \cdot 1 - 0 \cdot 0 \end{pmatrix}$ $= (0; 0; 1) = \vec{k}$
Câu hỏi 2 Tính các biểu thức còn lại.	Gợi ý trả lời câu hỏi 2 HS tự tính.

- GV nêu tính chất của tích có hướng:

1. $[\vec{u}, \vec{v}] = \vec{0}$ khi và chỉ khi hai vectơ \vec{u} và \vec{v} cùng phương.

2. Vectơ $[\vec{u}, \vec{v}]$ vuông góc với cả hai vectơ \vec{u} và \vec{v} , tức là $[\vec{u}, \vec{v}] \cdot \vec{u} = [\vec{u}, \vec{v}] \cdot \vec{v} = 0$.

3. $||[\vec{u}, \vec{v}]\vec{0}|| = ||\vec{u}\vec{0}|| \cdot ||\vec{v}\vec{0}'|| \cdot \sin(\vec{u}, \vec{v})$.

H18. Hãy chứng minh các tính chất trên.

- GV nêu chú ý trong SGK:

Ta vẽ các vector $\overrightarrow{OA} = \vec{u}$; $\overrightarrow{OB} = \vec{v}$. Nếu hai vector \vec{u} và \vec{v} không cùng phương, gọi S là diện tích hình bình hành có hai cạnh là OA và OB , khi đó $|\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \sin(\vec{u}, \vec{v}) = OA \cdot OB \cdot \sin AOB = S$.

Vậy độ dài của vector $[\vec{u}, \vec{v}]$ bằng số đo diện tích hình bình hành nói trên.

ứng dụng tích có hướng

a) Tính diện tích hình bình hành

Nếu $ABCD$ là hình bình hành thì diện tích S của nó là :

$$S = AB \cdot AD \sin A = |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AD}| \cdot \sin(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) = |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}]|$$

H19. Cho $A(1 ; 2 ; 3)$, $B(-1 ; 2 ; 0)$. Tính diện tích hình bình hành $OABC$, $AOCB$.

b) Tính thể tích hình hộp

Nếu $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp với diện tích đáy $ABCD$ là S , chiều cao là $h =$

AH , φ là góc hợp bởi hai vector $\overrightarrow{AA'}$ và $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}]$ (h.61) thì thể tích của hình hộp

đó là : $|[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}] \cdot \overrightarrow{AA'}|$.

• Thực hiện  4 trong 4 phút.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>Câu hỏi 1</p> <p>Giả sử ba vector \vec{u}, \vec{v}, \vec{w} đồng phẳng, chứng minh $[\vec{u}, \vec{v}] \cdot \vec{w} = 0$.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 1</p> <p>Giả sử ba vector \vec{u}, \vec{v}, \vec{w} đồng phẳng. Khi đó :</p> <p>Nếu \vec{u}, \vec{v} cùng phương thì $[\vec{u}, \vec{v}] = \vec{0}$ và do đó $[\vec{u}, \vec{v}] \cdot \vec{w} = \vec{0} \cdot \vec{w} = 0$.</p> <p>Nếu \vec{u}, \vec{v} không cùng phương thì $\vec{w} = p\vec{u} + q\vec{v}$ nên :</p> $[\vec{u}, \vec{v}] \cdot \vec{w} = [\vec{u}, \vec{v}] \cdot (p\vec{u} + q\vec{v}) = p[\vec{u}, \vec{v}] \cdot \vec{u} + q[\vec{u}, \vec{v}] \cdot \vec{v} = 0$
<p>Câu hỏi 2</p> <p>Giả sử $[\vec{u}, \vec{v}] \cdot \vec{w} = 0$ chứng minh ba vector đồng phẳng.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2</p> <p>Ngược lại giả sử $[\vec{u}, \vec{v}] \cdot \vec{w} = 0$.</p> <p>Nếu $[\vec{u}, \vec{v}] = \vec{0}$ thì \vec{u}, \vec{v} cùng phương và do đó $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ đồng</p>

	<p>phẳng.</p> <p>Nếu $[\vec{u}, \vec{v}] \neq \vec{0}$ thì cả ba vectơ $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ đều vuông góc với vectơ $[\vec{u}, \vec{v}] \neq \vec{0}$ nên ba vectơ đó đồng phẳng.</p>
--	---

- GV nêu tính chất:

$$\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0.$$

$$\vec{u} \text{ và } \vec{v} \text{ cùng phương} \Leftrightarrow [\vec{u}, \vec{v}] = \vec{0}.$$

$$\vec{u}, \vec{v}, \vec{w} \text{ đồng phẳng} \Leftrightarrow [\vec{u}, \vec{v}] \cdot \vec{w} = 0.$$

- Thực hiện ví dụ 4 trong 6'

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>Câu hỏi 1 Khi nào 4 điểm không đồng phẳng.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 1 HS tự trả lời</p>
<p>Câu hỏi 2 Chứng minh 4 điểm đó không đồng phẳng.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2 Chứng minh $[\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{BD} \neq 0$.</p>

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>Câu hỏi 1 Tính độ dài đường cao kẻ từ A.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 1 $AH = \frac{2S_{ABC}}{BC}$. HS tự tính tiếp.</p>
<p>Câu hỏi 2 Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2 $S_{ABC} = p \cdot r \Rightarrow r = \frac{S}{p}$.</p>

c)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>Câu hỏi 1 Tính $\cos \widehat{CBD}$.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 1 HS sử dụng trực tiếp công thức.</p>
<p>Câu hỏi 2 Tính $\cos \alpha$.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2 HS tự tính.</p>

d)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>Câu hỏi 1 Tính thể tích tứ diện.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 1 $V_{ABCD} = \frac{1}{6} [\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}] = \frac{5}{6}$.</p>
<p>Câu hỏi 2 Tính chiều cao của tứ diện.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2 HS tự tính.</p>

Hoạt động 6

6. Phương trình mặt cầu

- GV nêu cách chia một số khối đa diện và đặt câu hỏi:
H20. Tính khoảng cách giữa hai điểm $M(x; y; z)$ và $I(a; b; c)$.
H21. Biết khoảng cách đó là r , hãy lập biểu thức mối quan hệ đó.
- GV nêu định lí

Mặt cầu tâm $I(x_0; y_0; z_0)$, bán kính R có phương trình

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$$

- GV hướng dẫn HS chứng minh định lí trên.
- Thực hiện trong 5 phút.

Cách 1



Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>Câu hỏi 1 Tâm I của mặt cầu ở đâu ?</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 1 I là trung điểm A_1A_2.</p>
<p>Câu hỏi 2 Tìm tọa độ I.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2 $I = \left(\frac{a_1 + a_2}{2}, \frac{b_1 + b_2}{2}, \frac{c_1 + c_2}{2} \right)$</p>
<p>Câu hỏi 3 Viết phương trình mặt cầu.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 3 $R = \frac{1}{2} A_1A_2$ $= \frac{1}{2} \sqrt{(a_1 - a_2)^2 + (b_1 - b_2)^2 + (c_1 - c_2)^2}$. HS tự viết phương trình mặt cầu.</p>

Cách 2

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>Câu hỏi 1 Giả sử $M = (x; y; z)$ tìm tọa độ $\overline{A_1M}$ và $\overline{A_2M}$.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 1 $\overline{A_1M} = (x - a_1; y - b_1; z - c_1)$, $\overline{A_2M} = (x - a_2; y - b_2; z - c_2)$.</p>

Câu hỏi 2 Viết phương trình mặt cầu.	Gợi ý trả lời câu hỏi 2 $(x - a_1)^2 + (x - a_2)^2 + (y - b_1)^2 + (y - b_2)^2 + (z - c_1)^2 + (z - c_2)^2 = 0$
--	---

- Thực hiện 6 trong 5 phút.

Cách 1

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Gọi phương trình mặt cầu có dạng $x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0$, hãy tìm mối quan hệ khi mặt cầu đi qua A.	Gợi ý trả lời câu hỏi 1 $d = 0$.
Câu hỏi 2 Tìm mối quan hệ khi mặt cầu đi qua B, C và d.	Gợi ý trả lời câu hỏi 2 $1 + 2a = 0 ; 1 + 2b = 0 ; 1 + 2c = 0$
Câu hỏi 3 Viết phương trình mặt cầu.	Gợi ý trả lời câu hỏi 3 $x^2 + y^2 + z^2 - x - y - z = 0$.

Cách 2

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Gọi $I(x; y; z)$ là tâm mặt cầu. Em có nhận xét gì về : IA, IB, IC và ID.	Gợi ý trả lời câu hỏi 1 $IA = IB = IC = ID$.
Câu hỏi 2 Tính IA, IB, IC và ID và tìm các mối quan hệ của x, y và z.	Gợi ý trả lời câu hỏi 2 $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = (x - 1)^2 + y^2 + z^2 \\ x^2 + y^2 + z^2 = x^2 + (y - 1)^2 + z^2 \\ x^2 + y^2 + z^2 = x^2 + y^2 + (z - 1)^2 \end{cases}$
Câu hỏi 3 Viết phương trình mặt cầu.	Gợi ý trả lời câu hỏi 3 HS tự viết.

H22. Hãy nêu một dạng khác của phương trình mặt cầu.

- GV nêu nhận xét :

Phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0$ là phương trình của mặt cầu khi và chỉ khi $a^2 + b^2 + c^2 > -d$. Khi đó tâm mặt cầu là điểm $I(-a ; -b ; -c)$ và bán kính mặt cầu là

$$r = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$$

H23. d phải thoả mãn điều kiện gì để $x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0$ là phương trình của mặt cầu ?



- Thực hiện 7 trong 5 phút.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>Câu hỏi 1</p> <p>Phương trình a) có là phương trình mặt cầu hay không ?</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 1</p> <p>Không phải, vì hệ số của x^2, y^2 và z^2 không bằng nhau.</p>
<p>Câu hỏi 2</p> <p>Phương trình b) có là phương trình mặt cầu hay không ?</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2</p> <p>Là phương trình mặt cầu có tâm (1; 0; 0), có bán kính bằng 1.</p>
<p>Câu hỏi 3</p> <p>Phương trình c) có là phương trình mặt cầu hay không ?</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 3</p> <p>Không phải, vì phương trình sau khi rút gọn vẫn còn chứa số hạng $\square 2xy$.</p>
<p>Câu hỏi 4</p> <p>Phương trình d) có là phương trình mặt cầu hay không ?</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 4</p> <p>Phương trình rút gọn thành $x^2 + y^2 + z^2 = 1$. Đó là phương trình mặt cầu với tâm (0; 0; 0) và bán kính bằng 1.</p>

Hoạt động 7

Tóm tắt bài học

1. Cho các vectơ $\vec{u}_1 = (x_1; y_1; z_1)$, $\vec{u}_2 = (x_2; y_2; z_2)$ và số k tùy ý, ta có :

$$1) \vec{u}_1 = \vec{u}_2 \Leftrightarrow x_1 = x_2, y_1 = y_2, z_1 = z_2$$

$$2) \vec{u}_1 + \vec{u}_2 = (x_1 + x_2; y_1 + y_2; z_1 + z_2)$$

$$3) \vec{u}_1 - \vec{u}_2 = (x_1 - x_2; y_1 - y_2; z_1 - z_2)$$

$$4) k\vec{u}_1 = (kx_1; ky_1; kz_1)$$

$$5) \vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$$

$$6) |\vec{u}_1| = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}$$

$$7) \cos(\vec{u}_1, \vec{u}_2) = \frac{x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}, \text{ với } \vec{u}_1 \neq \vec{0}; \vec{u}_2 \neq \vec{0}$$

$$8) \vec{u}_1 \perp \vec{u}_2 \Leftrightarrow \vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 0 \Leftrightarrow x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2 = 0.$$

2. $M = (x; y; z) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

3. Cho hai điểm $A(x_A; y_A; z_A)$ và $B(x_B; y_B; z_B)$.

$$1) \overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$$

$$2) AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$$

4. Mặt cầu tâm $I(a; b; c)$, bán kính r có phương trình

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = r^2.$$

Phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0$ là phương trình của mặt cầu khi và chỉ khi $a^2 + b^2 + c^2 > -d$. Khi đó tâm mặt cầu là điểm $I(-a; -b; -c)$ và bán kính mặt cầu là

$$r = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}.$$

5. $[\vec{u}, \vec{v}] = \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix} = (bc' - b'c; ca' - c'a; ab' - a'b).$

6.

1. $[\vec{u}, \vec{v}] = \vec{0}$ khi và chỉ khi hai vectơ \vec{u} và \vec{v} cùng phương.

2. Vectơ $[\vec{u}, \vec{v}]$ vuông góc với cả hai vectơ \vec{u} và \vec{v} , tức là $[\vec{u}, \vec{v}] \cdot \vec{u} = [\vec{u}, \vec{v}] \cdot \vec{v} = 0$.

3. $||[\vec{u}, \vec{v}]\vec{w}|| = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \sin(\vec{u}, \vec{v}) \cdot |\vec{w}|$.

7. $S = AB \cdot AD \sin A = |\vec{AB}| \cdot |\vec{AD}| \cdot \sin(\vec{AB}, \vec{AD}) = ||[\vec{AB}, \vec{AD}]\vec{w}||$

$V_{ABCD.A'B'C'D'} = ||[\vec{AB}, \vec{AD}]\vec{AA'}||$.

Hoạt động 8

một số câu hỏi trắc nghiệm

Hãy điền đúng (Đ) sai (S) vào các khẳng định sau :

Câu 1. Cho $\vec{a} = (1; 2; 3)$, $\vec{b} = (-2; 3; -1)$. Khi đó $\vec{a} + \vec{b}$ có tọa độ là

- (a) $\vec{a} + \vec{b}$ có tọa độ là $(-1; 5; 2)$
- (b) $\vec{a} - \vec{b}$ có tọa độ là $(3; -1; 4)$
- (c) $\vec{b} - \vec{a}$ có tọa độ là $(3; -1; 4)$
- (d) Cả ba khẳng định trên đều sai

Trả lời.

a	b	c	d
Đ	Đ	S	S

Câu 2. Cho $\vec{a} = (1; 2; 3)$, $\vec{b} = (-2; 2; -1)$. Khi đó $\vec{a} + \vec{b}$ có tọa độ là

- (a) $3\vec{a} + \vec{b}$ có tọa độ là $(1; 9; 8)$
- (b) $\vec{a} - 2\vec{b}$ có tọa độ là $(5; -4; 5)$
- (c) $2\vec{b} - \vec{a}$ có tọa độ là $(5; -4; 5)$
- (d) Cả ba khẳng định trên đều sai

Trả lời.

a	b	c	d
Đ	Đ	S	S

Câu 3. Cho $\vec{a} = (1; 2; 3)$, $\vec{b} = (-2; 2; -1)$. Khi đó $\vec{a} + \vec{b}$ có tọa độ là

- (a) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$
- (b) $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$
- (c) $2\vec{b} \cdot \vec{a} = 2$
- (d) Cả ba khẳng định trên đều sai

Trả lời.

a	b	c	d
Đ	S	Đ	S

Câu 4. Cho hình cầu có phương trình $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 2$

- (a) Tâm của hình cầu là I(1 ; -2 ; -3)
- (b) Tâm của hình cầu là I(-1 ; 2 ; 3)
- (c) Bán kính của hình cầu là 2
- (d) Bán kính của hình cầu là $\sqrt{2}$

Trả lời.

a	b	c	d
Đ	S	S	Đ

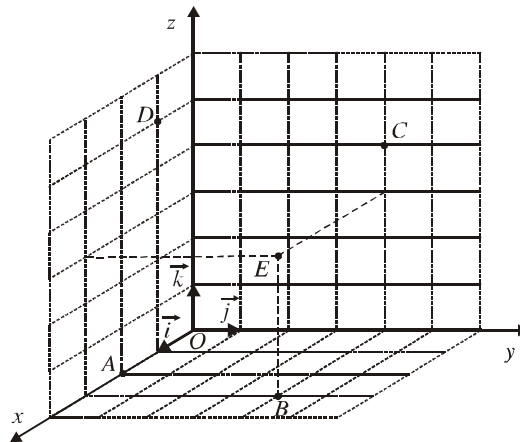
Chọn khẳng định đúng trong các câu sau:

Câu 5. Trong các cặp vectơ sau, cặp vectơ đối nhau là :

- (a) $\vec{a} = (1; 2; -1)$, $\vec{b} = (-1; -2; 1)$;
- (b) $\vec{a} = (1; 2; -1)$, $\vec{b} = (1; 2; -1)$;
- (c) $\vec{a} = (-1; -2; 1)$, $\vec{b} = (-1; -2; 1)$;
- (d) $\vec{a} = (1; 2; -1)$, $\vec{b} = (-1; -2; 0)$;

Trả lời. (a).

Câu 6. Cho hình vẽ :

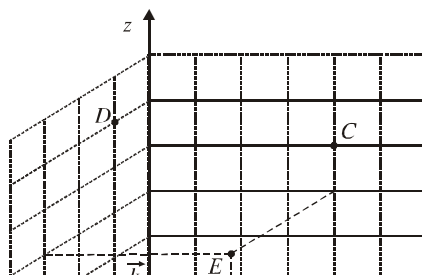


Điểm D có tọa độ là

- (a) (5 ; 1 ; 0) ;
- (b) (0 ; 1 ; 5)
- (c) (1 ; 5 ; 0) ;
- (d) (1 ; 0 ; 5)

Trả lời. (d).

Câu 7. Cho hình vẽ :



Điểm C có tọa độ là

(a) (4 ; 4 ; 0) ;

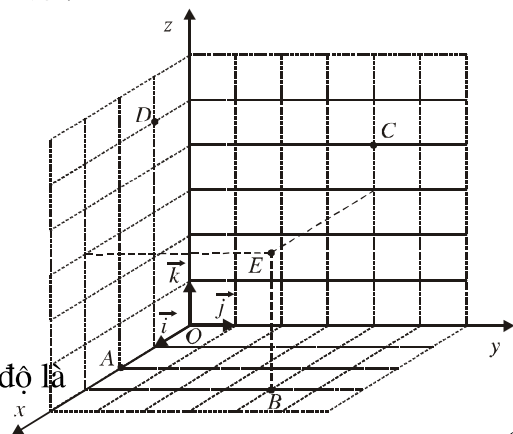
(b) (4 ; 0 ; 4)

(c) (0 ; 4 ; 4) ;

(d) (0 ; 0 ; 4)

Trả lời. (b).

Câu 8. Cho hình vẽ :



Điểm A có tọa độ là

(a) (0 ; 2 ; 0) ;

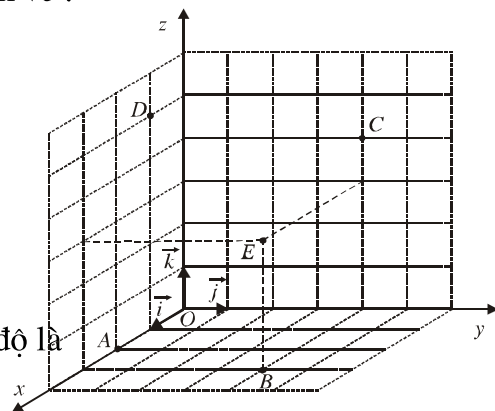
(b) (2 ; 0 ; 2)

(c) (2 ; 0 ; 0) ;

(d) (0 ; 0 ; 2)

Trả lời. (c).

Câu 9. Cho hình vẽ :



Điểm B có tọa độ là

(a) (4 ; 4 ; 0) ;

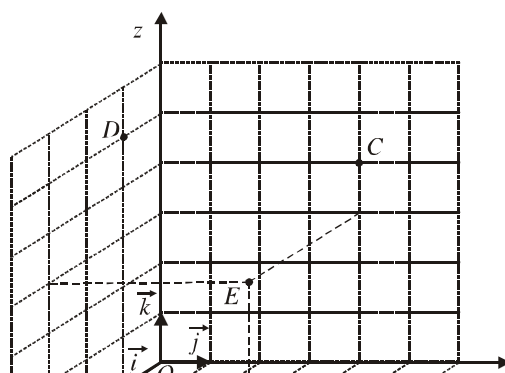
(b) (4 ; 0 ; 4)

(c) (0 ; 4 ; 4) ;

(d) (0 ; 0 ; 4)

Trả lời. (a).

Câu 10. Cho hình vẽ :



Điểm E có tọa độ là

(a) (3 ; 4 ; 3) ;

(b) (4 ; 3 ; 4)

(c) (3 ; 4 ; 4) ;

(d) (3 ; 0 ; 4)

Trả lời. (a).

Câu 11. Cho A (1 ; 2 ; 3), B(-1 ; 0 ; 0) .

Điểm C mà OABC là hình bình hành là

(a) (0 ; 2 ; 3) ;

(b) (4 ; 3 ; 4)

(c) (3 ; 4 ; 4) ;

(d) (3 ; 0 ; 4)

Trả lời. (a).

Câu 12. Cho A (1 ; 2 ; 3), B(-1 ; 0 ; 0) .

Diện tích hình bình hành OABC là

(a) $\sqrt{11}$;

(b) $\sqrt{12}$

(c) $\sqrt{13}$;

(d) $\sqrt{14}$

Trả lời. (c).

Hoạt động 9

Hướng dẫn bài tập SGK

Bài 1. Hướng dẫn. Dựa vào tính chất của các phép toán vectơ

a) HS tự giải.

$$b) \cos(\vec{v}, \vec{i}) = \frac{\vec{v} \cdot \vec{i}}{|\vec{v}| \cdot |\vec{i}|}, \cos(\vec{v}, \vec{j}) = \frac{\vec{v} \cdot \vec{j}}{|\vec{v}| \cdot |\vec{j}|}, \cos(\vec{v}, \vec{k}) = \frac{\vec{v} \cdot \vec{k}}{|\vec{v}| \cdot |\vec{k}|}$$

c) HS tự tính theo công thức.

Bài 2. Hướng dẫn. Dựa vào tính chất của góc giữa hai vectơ .

$$\cos^2(\vec{u}, \vec{i}) = \frac{x^2}{x^2 + y^2 + z^2}, \cos^2(\vec{u}, \vec{j}) = \frac{y^2}{x^2 + y^2 + z^2}; \cos^2(\vec{u}, \vec{k}) = \frac{z^2}{x^2 + y^2 + z^2}.$$

HS tự chứng minh tiếp.

Bài 3. Hướng dẫn. Dựa vào tính chất của góc giữa hai vectơ.

HS tự giải.

Bài 4. Hướng dẫn. Dựa vào tính chất của tích vô hướng hai vectơ

$$\vec{p} \perp \vec{q} \text{ thì } \vec{p} \cdot \vec{q} = 0 \text{ hay } (k\vec{u} + 17\vec{v}) \cdot (3\vec{u} - \vec{v}) = 0.$$

$$\text{Hơn nữa } |\vec{u}| = 2, |\vec{v}| = 5, \cos(\vec{u}, \vec{v}) = \cos \frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2}.$$

HS giải tiếp.

Bài 5. Hướng dẫn. Dựa vào tọa độ vectơ.

a) M_1 là hình chiếu của điểm $M(a; b; c)$ trên mp(Oxy) thì $\overrightarrow{M_1M} = c\vec{k}$.

Đáp số. $M_1 = (a; b; 0)$.

Nếu M_x là hình chiếu của $M(a; b; c)$ trên trục Ox thì $M_x = (a; 0; 0)$

Các điểm khác HS tự tìm.

b) $d(M, (Oxy)) = MM_1 = \sqrt{(a-a)^2 + (b-b)^2 + (c-0)^2} = |c|$.

Các khoảng cách khác tính tương tự.

$d(M, Ox) = MM_x = \sqrt{(a-a)^2 + (b-0)^2 + (c-0)^2} = \sqrt{b^2 + c^2}$

Các khoảng cách khác tính tương tự.

c) M_1' đối xứng với M qua mp(Oxy) thì M_1' là trung điểm của MM_1

$\overrightarrow{OM_1'} + \overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_1} \Rightarrow \overrightarrow{OM_1'} = \overrightarrow{OM_1} - \overrightarrow{OM}$, suy ra : $M_1' = (a; b; -c)$.

Các điểm khác tính tương tự.

Bài 6. Hướng dẫn. Dựa vào định nghĩa:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 = k(x_1 - x_2) \\ y_1 - y_2 = k(y_1 - y_2) \\ z_1 - z_2 = k(z_1 - z_2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{x_1 - kx_2}{1 - k} \\ y = \frac{y_1 - ky_2}{1 - k} \\ z = \frac{z_1 - kz_2}{1 - k} \end{cases}$$

Bài 7. Hướng dẫn. Dựa vào tính chất hai vectơ bằng nhau và góc giữa hai vectơ.

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

Đáp số. $D = (\pi; 1; 1); (\overrightarrow{AC}; \overrightarrow{BD}) = \frac{\pi}{3}$.

Bài 8.

a) *Hướng dẫn.* Gọi $M(x; 0; 0)$ từ $MA = MB$ ta tìm được M .

Đáp số. $M = (\pi; 0; 0)$.

b) *Hướng dẫn.* $\overrightarrow{AB} = (2; \sqrt{3}; 1), \overrightarrow{OC} = (\sin 5t; \cos 3t; \sin 3t)$.

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{OC} = 0 \Leftrightarrow 2\sin 5t + \sqrt{3}\cos 3t + \sin 3t = 0$

Đáp số. $t = -\frac{\pi}{24} + k\frac{\pi}{4}$, với $k \in \mathbb{Z}$; hoặc $t = \frac{2\pi}{3} + l\pi$ với $l \in \mathbb{Z}$.

Bài 9.

a) *Hướng dẫn.* Sử dụng tích vectơ.

Đáp số. $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ đồng phẳng.

b) *Hướng dẫn.* Tương tự câu a)

Đáp số. $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ không đồng phẳng.

c) *Hướng dẫn.* Tương tự câu a)

Đáp số. $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ đồng phẳng.

Bài 10.

a) *Hướng dẫn.* Ba điểm A, B và C không thẳng hàng khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB} \neq k\overrightarrow{BC}$ với $k \in \mathbb{R}$.

b) *Hướng dẫn.* Sử dụng trực tiếp công thức tính diện tích hình bình hành :

$S = AB \cdot AD \sin A = |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AD}| \cdot \sin(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) = \left| [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}] \right|$. Từ đó ta có diện tích của tam giác.

c) *Hướng dẫn.* $h = \frac{3V}{S}$.

Đáp số. $h_A = \frac{2S_{ABC}}{BC} = \frac{\sqrt{30}}{5}$.

d) *Hướng dẫn.* HS tự tính.

Bài 11.

a) *Hướng dẫn.* Chứng minh 4 điểm không đồng phẳng. Lấy một điểm bất kì làm gốc, các điểm còn lại làm ngọn của các vectơ. Sử dụng tích có hướng để chứng minh.

b) *Hướng dẫn.* HS tự tính.

Bài 12.

a) *Hướng dẫn.* HS tự vẽ hình và tính.

b) *Hướng dẫn.* $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{SB} = 0$

Bài 13. *Hướng dẫn.* HS tự giải

a) Mặt cầu có tâm $I(4; 1; 0)$ và có bán kính $R = 4$.

b) Mặt cầu có tâm $I\left(-1; \frac{1}{2}; -\frac{5}{2}\right)$ và có bán kính $R = \frac{7\sqrt{6}}{6}$.

c) Mặt cầu có tâm $I\left(\frac{1}{3}; -1; 0\right)$ và có bán kính $R = 1$.

Bài 14. *Hướng dẫn.* HS tự giải

a) $x^2 + (y - 7)^2 + (z - 5)^2 = 26$.

b) $x^2 + (y - 7)^2 + (z - 5)^2 = 26$.

c) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 1$.

Đ2. Phương trình mặt phẳng

(tiết 6, 7, 8, 9, 10)

I. Mục tiêu

1. Kiến thức

HS nắm được:

1. Vectơ pháp tuyến của một mặt phẳng, cặp vectơ chỉ phương của mặt phẳng.
2. Sự xác định một mặt phẳng.
3. Biết được phương trình tổng quát và phương trình tham số của mặt phẳng.
4. Xác định được điều kiện để hai mặt phẳng song song và hai mặt phẳng vuông góc.

2. Kỹ năng

- Lập được phương trình mặt phẳng khi biết một điểm và vectơ pháp tuyến, khi biết một điểm và cặp vectơ chỉ phương.
- Xác định được vị trí tương đối của hai mặt phẳng, hai mặt phẳng song song, hai mặt phẳng vuông góc.
- Tìm được khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng.

3. Thái độ

- Liên hệ được với nhiều vấn đề có trong thực tế về mặt phẳng trong không gian.
- Có nhiều sáng tạo trong hình học.
- Hứng thú trong học tập, tích cực phát huy tính độc lập trong học tập.

II. Chuẩn bị của GV và HS

1. chuẩn bị của GV:

- Hình vẽ 63 đến 65 trong SGK.
- Thước kẻ, phấn màu,...
- Chuẩn bị sẵn một vài hình ảnh thực tế trong trường về hai mặt phẳng vuông góc , hai mặt phẳng song song.

2. Chuẩn bị của HS :

- Đọc bài trước ở nhà, ôn tập lại một số kiến thức đã học.
- Chuẩn bị thước kẻ, bút chì, bút màu để vẽ hình.

III. Phân phối thời lượng

Bài này chia thành 5 tiết:

Tiết 1: từ đầu đến hết mục 1

Tiết 2 : tiếp theo đến hết mục 2

Tiết 3: tiếp theo đến hết mục 3

Tiết 4 : tiếp theo đến hết ví dụ 4

Tiết 5: tiếp theo đến hết mục 4.

IV. Tiến trình dạy - học

A. Đặt vấn đề

Câu hỏi 1.

Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' có A trùng với gốc toạ độ, AB trùng với Ox, AD trùng với Oy, AA' trùng với Oz

- Tìm toạ độ tất cả các đỉnh của hình vuông.
- Tìm toạ độ vectơ \overrightarrow{AM} với M là trung điểm CC'

Câu hỏi 2.

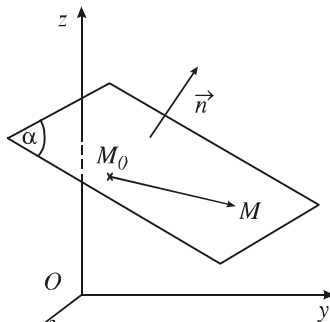
Nêu một số tính chất cơ bản của phép toán về vectơ.

B. Bài mới

Hoạt động 1

1. Phương trình mặt phẳng

GV nêu một số câu hỏi sau đây:



H1. Có bao nhiêu đường thẳng vuông góc với mặt phẳng ?

H2. Một mặt phẳng xác định khi nào ?

- GV nêu định nghĩa :

Vectơ $\vec{n} \neq \vec{0}$ gọi là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) nếu giá của vectơ \vec{n} vuông góc với mặt phẳng (α) .

H3. Cho \vec{n} là vectơ pháp tuyến của (α) , hỏi $k\vec{n}$ có là vectơ pháp tuyến của (α) không?

- H4. Cho $M_0(x_0, y_0, z_0)$ thuộc (α) và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}(A; B; C)$. Hãy tìm điều kiện để $M(x; y; z)$ thuộc (α) .

- GV nêu công thức (1):

Điều kiện cần và đủ để điểm $M(x; y; z)$ thuộc (α) là

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0.$$

- GV nêu định nghĩa :

Phương trình của mặt phẳng (α) được viết dưới dạng :

$Ax + By + Cz + D = 0$ trong đó $A^2 + B^2 + C^2 > 0$ (2). Phương trình (2) gọi là phương trình tổng quát của mặt phẳng (α) hay nói gọn là phương trình mp(α).

- GV nêu và cho HS thực hiện ví dụ 1 trong 4'

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Xác định \overrightarrow{MN} .	Gợi ý trả lời câu hỏi 1 $\overrightarrow{MN} = (1; -3; -1)$
Câu hỏi 2 Xác định \overrightarrow{MP} .	Gợi ý trả lời câu hỏi 2 $\overrightarrow{MP} = (1; -1; 1)$
Câu hỏi 3 Xác định VTPT của (MNP)	Gợi ý trả lời câu hỏi 3 $\vec{n} = [\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MP}] = (-4; -2; 2)$
Câu hỏi 4 Lập PTTQ của mặt phẳng.	Gợi ý trả lời câu hỏi 4 $2x + y - z = 0.$

- Thực hiện  1 trong 5'

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Nêu khái niệm mặt phẳng trung trực.	Gợi ý trả lời câu hỏi 1 Mặt phẳng trung trực của AB là mặt phẳng đi qua trung điểm của AB và vuông góc với AB.
Câu hỏi 2 Xác định trung điểm I của AB.	Gợi ý trả lời câu hỏi 2 $I = (2; 1; 2)$
Câu hỏi 3 Xác định VTPT của (P)	Gợi ý trả lời câu hỏi 3 $\overrightarrow{AB} = (-6; 2; -2)$
Câu hỏi 4 Lập PTTQ của mặt phẳng.	Gợi ý trả lời câu hỏi 4 $3x - y + z + 3 = 0.$

-
- GV nêu định lí :

Trong không gian tọa độ Oxyz, mỗi phương trình $Ax + By + Cz + D = 0$ với $A^2 + B^2 + C^2 > 0$ đều là phương trình của một mặt phẳng xác định.

- Thực hiện  2 trong 5'

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Gọi $(x_0; y_0; z_0)$ là một nghiệm của phương trình : $Ax + By + Cz + D = 0$ Hãy tìm D	Gợi ý trả lời câu hỏi 1 Từ $Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D = 0$ ta có $D = -(Ax_0 + By_0 + Cz_0).$ Gợi ý trả lời câu hỏi 2

<p>Câu hỏi 2 Gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm $M_0(x_0 ; y_0 ; z_0)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}(A ; B ; C)$. Hãy tìm (P).</p> <p>Câu hỏi 3 Chứng minh định lí trên.</p>	<p>(P) có phương trình : $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$, hay $Ax + By + Cz - (Ax_0 + By_0 + Cz_0) = 0$</p> <p>Gợi ý trả lời câu hỏi 3 HS tự kết luận.</p>
---	--

- H5. Lập phương trình mặt phẳng đi qua $M_0(1 ; 2 ; 3)$ và nhận $\vec{n} = (0;0;1)$ là vectơ pháp tuyến. Em có nhận xét gì về mặt phẳng này?

- • GV gọi ba HS lên bảng điền vectơ pháp tuyến vào ô trống sau:
- HS1:

• (α)	• $4x - 2y - 6z + 7 = 0$	$4x + 2y - 6z + 7 = 0$
• VTPT : \vec{n}	•	•

- HS2:

• (α)	• $4x + 2y - 6z + 7 = 0$	$4x + 2y - 6z - 7 = 0$
• VTPT : \vec{n}	•	•

- HS3 :

• (α)	• $4x - 2y - 6z - 7 = 0$	$4x + 2y + 6z + 7 = 0$
• VTPT : \vec{n}	•	•

Hoạt động 2

2. Các trường hợp riêng

H6. Cho mặt phẳng (α) có phương trình : $Ax + By + Cz + D = 0$

Điểm O (0 ; 0 ; 0) thuộc mặt phẳng (α). Tìm D.

- GV kết luận :

Mặt phẳng (α) đi qua gốc tọa độ O khi và chỉ khi $D = 0$.

H7. Cho mặt phẳng (α) có phương trình : $Ax + By + Cz + D = 0$; $A = 0$, mặt phẳng (α) và Ox có quan hệ như thế nào ?

- GV kết luận :

Mặt phẳng (α) song song (hoặc chứa) trục tọa độ Ox khi và chỉ khi

$$A = 0.$$

H8. Phát biểu trong trường hợp : $B = 0$ hoặc $C = 0$.

GV nêu tổng quát:

Mặt phẳng (α) song song với trục toạ độ nào đó khi và chỉ khi hệ số tương ứng của biến số bằng 0.

H9. Cho mặt phẳng (α) có phương trình : $Ax + By + Cz + D = 0$; $A = 0, B = 0$
mặt phẳng (α) và mp(Oxy) có quan hệ như thế nào ?


• GV kết luận :

Mặt phẳng (α) song song hoặc trùng với mặt phẳng (Oxy) khi và chỉ khi $A = B = 0$.

H10. Phát biểu trong trường hợp : $B = 0, C = 0$ hoặc $C = 0, A = 0$.

GV nêu tổng quát:

Mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng toạ độ nào đó khi và chỉ khi hệ số tương ứng của các biến số bằng 0.

• Thực hiện  3 trong 5'. Nội dung đã trình bày ở trên. Hãy cụ thể hóa nội dung của hoạt động này.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Nêu ví dụ cho trường hợp a)	Gợi ý trả lời câu hỏi 1 HS tự nêu.
Câu hỏi 2 Nêu ví dụ cho trường hợp b)	Gợi ý trả lời câu hỏi 2 HS tự nêu.
Câu hỏi 3 Nêu ví dụ cho trường hợp c)	Gợi ý trả lời câu hỏi 3 HS tự nêu.

•

• GV nêu các câu hỏi

• H11. Từ phương trình : $Ax + By + Cz + D = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ bằng cách nào?

GV nhận xét : $Ax + By + Cz + D = 0$ với các hệ số A, B, C, D đều khác 0.

Khi đó bằng cách đặt $a = -\frac{D}{A}$; $b = -\frac{D}{B}$; $c = -\frac{D}{C}$, ta đưa phương trình trên về

dạng : $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

• GV nêu nhận xét :

Phương trình $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ gọi là phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn.

• H12. Phương trình đoạn chắn của (α) cắt các trục theo những điểm nào?

• GV nhận xét :

Rõ ràng mặt phẳng có phương trình (2) cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm $M(a ; 0 ; 0)$, $N(0 ; b ; 0)$ và $P(0 ; 0 ; c)$.

- Thực hiện ví dụ 2 trong 6' . GV có thể thay đổi số liệu.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>Câu hỏi 1 Tìm các hình chiếu của M trên các trục.</p> <p>Câu hỏi 2 Viết phương trình đoạn chắn của (α).</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 1 HS tự tìm.</p> <p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2 HS tự viết.</p>

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>Câu hỏi 1 \overline{OH} có quan hệ gì với (α).</p> <p>Câu hỏi 2 Viết phương trình (α)</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 1 HS tự trả lời.</p> <p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2 HS tự viết.</p>

Hoạt động 3

3. Vị trí tương đối giữa hai mặt phẳng

- Hai bộ số tỉ lệ

- GV nêu định nghĩa:

Xét các bộ n số $(x_1 ; x_2 ; \dots ; x_n)$ ($n \geq 2$), trong đó các số x_1, x_2, \dots, x_n không đồng thời bằng 0.

Hai bộ n số $(A_1 ; A_2 ; \dots ; A_n)$ và $(B_1 ; B_2 ; \dots ; B_n)$ như thế được gọi là tỉ lệ với nhau nếu có một số t sao cho : $A_1 = tB_1, A_2 = tB_2, \dots, A_n = tB_n$, hoặc có số t' sao cho $B_1 = t'A_1, B_2 = t'A_2, \dots, B_n = t'A_n$.

H13. Nêu định nghĩa khác về hai bộ số tỉ lệ. Nêu ví dụ.

- GV nêu nhận xét về hai bộ số không tỉ lệ.

Vị trí tương đối giữa hai mặt phẳng

- Thực hiện [?] trong 3 phút.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>Câu hỏi 1 Khi nào hai mặt phẳng trùng nhau?</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 1 (α) và (α') song song hoặc trùng nhau thì hai vectơ $\vec{n}(A;B;C)$ và $\vec{n}'(A';B';C')$ cùng</p>

<p>Câu hỏi 2 Nêu mối quan hệ giữa $\vec{n}(A;B;C)$ và $\vec{n}'(A';B';C')$ không cùng phương và $A : B : C \neq A' : B' : C'$</p> <p>Câu hỏi 3 Hãy trả lời [?1].</p>	<p>phương. Gợi ý trả lời câu hỏi 2 HS tự trả lời</p> <p>Gợi ý trả lời câu hỏi 3 HS tự trả lời.</p>
---	--

- GV đặt vấn đề :

Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (α) và (α') lần lượt có phương trình :

$$(\alpha) : Ax + By + Cz + D = 0$$


$$(\alpha') : A'x + B'y + C'z + D' = 0 ;$$

chúng lần lượt có các vectơ pháp tuyến là $\vec{n}(A;B;C)$ và $\vec{n}'(A';B';C')$.

Khi nào (α) và (α') song song ?

Khi nào (α) và (α') vuông góc ?

- Thực hiện 4 trong 5'.

 Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>Câu hỏi 1 Tìm mối quan hệ giữa hai vectơ chỉ phương.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 1 Hai vectơ chỉ phương cùng phương.</p>
<p>Câu hỏi 2 Nếu hai mặt phẳng có một điểm chung thì sao?</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2 Hai mặt phẳng trùng nhau.</p>
<p>Câu hỏi 3 Nếu hai mặt phẳng không có điểm chung thì sao?</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 3 Hai mặt phẳng song song với nhau.</p>

- GV nêu tóm tắt:

Cho hai mặt phẳng (α) và (α') lần lượt có phương trình :

$$(\alpha) : Ax + By + Cz + D = 0$$

$$(\alpha') : A'x + B'y + C'z + D' = 0$$

a) Hai mặt phẳng đó cắt nhau khi và chỉ khi $A : B : C \neq A' : B' : C'$.

b) Hai mặt phẳng đó song song khi và chỉ khi


$$\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} \neq \frac{D}{D'}$$

c) Hai mặt phẳng đó trùng nhau khi và chỉ khi

$$\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} = \frac{D}{D'}$$

- Thực hiện **[?2]** trong 3 phút.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>Câu hỏi 1</p> <p>Khi nào hai mặt phẳng vuông góc với nhau?</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 1</p> <p>Khi vectơ pháp tuyến của vectơ này vuông góc với vectơ pháp tuyến của vectơ kia.</p>
<p>Câu hỏi 2</p> <p>Viết biểu thức về mối quan hệ đó.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2</p> <p>$AA' + BB' + CC' = 0$.</p>

- Thực hiện  trong 5'.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>Câu hỏi 1</p> <p>Tìm điều kiện để hai mặt phẳng song song.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 1</p> <p>(α) và (β) song song khi</p> $\frac{2}{1} = \frac{m}{2} = \frac{10}{3m+1} \neq \frac{1}{-10}$
<p>Câu hỏi 2</p> <p>Xác định m để hai mặt phẳng song song.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2</p> <p>Không có m.</p>

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>Câu hỏi 1</p> <p>Tìm điều kiện để hai mặt phẳng trùng nhau.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 1</p> <p>(α) và (β) song song khi</p> $\frac{2}{1} = \frac{m}{2} = \frac{10}{3m+1} = \frac{1}{-10}$
<p>Câu hỏi 2</p> <p>Xác định m để hai mặt phẳng song song.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2</p> <p>Không có m.</p>

c)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>Câu hỏi 1</p> <p>Tìm điều kiện để hai mặt phẳng cắt nhau.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 1</p> <p>Hai vectơ chỉ phương không cộng tuyến.</p>
<p>Câu hỏi 2</p> <p>Xác định m để hai mặt phẳng</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2</p> <p>Với mọi m.</p>

song song.	
------------	--

c)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>Câu hỏi 1 Tìm điều kiện để hai mặt phẳng vuông góc với nhau.</p> <p>Câu hỏi 2 Xác định m để hai mặt phẳng song song.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 1 $2 + 2m + 10(3m+1) = 0.$</p> <p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2 $m = -\frac{3}{8}.$</p>

H13. Cho $(\alpha) : x + 2ny + z - m - 1 = 0$

$(\alpha') : x + 2y + z - 2m + 1 = 0.$

Khi nào $(\alpha) // (\alpha')$

H14. Hãy viết biểu thức toán học để hai mặt phẳng (α) và (α') song song.

• GV kết luận :

$$(\alpha) // (\alpha') \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n} = k\vec{n}' \\ D \neq kD' \end{cases} \quad \begin{cases} (A; B; C) = k(A'; B'; C') \\ D \neq kD' \end{cases}$$

$$(\alpha) \equiv (\alpha') \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n} = k\vec{n}' \\ D = kD' \end{cases} \quad \begin{cases} (A; B; C) = k(A'; B'; C') \\ D = kD' \end{cases}$$

H15. Nhận xét về hai vectơ \vec{n}_1 và \vec{n}_2 .

Hoạt động 4

4. Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng

• GV nêu định lí :

Trong không gian Oxyz cho mặt phẳng (α) có phương trình :

$$Ax + By + Cz + D = 0 \text{ và điểm } M_0(x_0; y_0; z_0).$$

Không cách từ M_0 đến (α) kí hiệu $d(M_0, (\alpha))$ và được tính theo công thức:

$$d(M_0, (\alpha)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$

• Để chứng minh định lí trên, GV cần đưa ra các bước sau :

- Gọi $M_1(x_1; y_1; z_1)$ là hình chiếu của M_0 trên (α) .

- Tính độ dài $|\overrightarrow{M_1M_0} \cdot \vec{n}|$.

- Tính độ dài : $|\overrightarrow{M_1M_0}|$.

• Thực hiện 6 trong 5'.



Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>Câu hỏi 1 Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song là gì?</p> <p>Câu hỏi 2 Xác định khoảng cách giữa hai mặt phẳng trên.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 1 Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song là khoảng cách từ một điểm M nào đó của mặt phẳng thứ nhất đến mặt phẳng thứ hai..</p> <p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2 Ta có thể lấy $M = (0 ; 0 ; 3)$, và khoảng cách cần tìm là :</p> $d = \frac{ 4 \cdot 0 + 4 }{\sqrt{6^2 + 4^2}} = \frac{4}{\sqrt{52}} = \frac{4\sqrt{13}}{52} = \frac{\sqrt{13}}{13}$

- Thực hiện ví dụ 4 trong 5'

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>Câu hỏi 1 Chọn mặt phẳng tọa độ và xác định các điểm A, B và C.</p> <p>Câu hỏi 2 Lập phương trình mặt phẳng (ABC) và tính khoảng cách từ O đến mặt phẳng đó.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 1 $O = (0 ; 0 ; 0)$ và có $A = (a ; 0 ; 0)$, $B = (0 ; b ; 0)$, $C = (0 ; 0 ; c)$</p> <p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2 (ABC) : $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} - 1 = 0$.</p> $h = \frac{ 0 + 0 + 0 - 1 }{\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}}$

- Thực hiện ví dụ 5 trong 5'

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>Câu hỏi 1 Chọn mặt phẳng tọa độ và xác định các điểm.</p> <p>Câu hỏi 2 Lập phương trình mặt phẳng (ACD') và tính khoảng cách từ O đến mặt phẳng đó.</p> <p>Câu hỏi 3</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 1 HS tự làm.</p> <p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} - 1 = 0$.</p> <p>Gợi ý trả lời câu hỏi 3 HS tự chứng minh.</p>

Chứng minh hai mặt phẳng $(ACD') // (MNP)$ Câu hỏi 4 Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng đó.	Gợi ý trả lời câu hỏi 4 $d = \frac{ a + \hat{\ } + - a }{\sqrt{1^2 + \cdot^2 + 1^2}} = \frac{t\sqrt{3}}{3}.$
---	--

Tóm tắt bài học

1. Vectơ $\vec{n} \neq \vec{0}$ gọi là *vector pháp tuyến* của mặt phẳng (α) nếu giá của vectơ \vec{n} vuông góc với mặt phẳng (α) .

2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua điểm $M_0(x_0, y_0, z_0)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}(A; B; C)$:

$$(\alpha) : A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0.$$

Đặt $D = -(Ax_0 + By_0 + Cz_0)$ thì phương trình của mặt phẳng (α) được viết dưới dạng : $Ax + By + Cz + D = 0$ trong đó $A^2 + B^2 + C^2 > 0$.

3. Các trường hợp riêng:

Phương trình của (α)	Đặc điểm của (α)
$By + Cz + D = 0$	(α) song song hoặc chứa Ox .
$Ax + By + D = 0$	(α) song song hoặc chứa Oz .
$Ax + Cz + D = 0$	(α) song song hoặc chứa Oy .
$Cz + D = 0$	(α) song song hoặc trùng Oxy .
$By + D = 0$	(α) song song hoặc trùng Oxz .
$Ax + D = 0$	(α) song song hoặc trùng Oyz .

4. Phương trình đoạn chắn : $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

5. Cho hai mặt phẳng (α) và (α') lần lượt có phương trình :

$$(\alpha) : Ax + By + Cz + D = 0$$

$$(\alpha') : A'x + B'y + C'z + D' = 0$$

a) Hai mặt phẳng đó cắt nhau khi và chỉ khi $A : B : C \neq A' : B' : C'$.

b) Hai mặt phẳng đó song song khi và chỉ khi

$$\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} \neq \frac{D}{D'}.$$

c) Hai mặt phẳng đó trùng nhau khi và chỉ khi

$$\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} = \frac{D}{D'}$$

6. Khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng :

$$d(M_0, (\alpha)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

Hoạt động 5

một số câu hỏi trắc nghiệm

Câu 1. Hãy điền đúng, sai vào các ô trống sau đây:

(a) Mặt phẳng $x + 3y - z + 2 = 0$ có vectơ pháp tuyến là $(1 ; 3 ; -1)$

(b) Mặt phẳng $x + 3y - z + 2 = 0$ có vectơ pháp tuyến là $(1 ; 3 ; 2)$

(c) Mặt phẳng $x - 3y - z + 2 = 0$ có vectơ pháp tuyến là $(1 ; -3 ; -1)$

(d) Mặt phẳng $-x + 3y - z + 2 = 0$ có vectơ pháp tuyến là $(-1 ; 3 ; -1)$

Trả lời.

a	b	c	d
Đ	S	Đ	Đ

Câu 2. Hãy điền đúng, sai vào các ô trống sau đây:

(a) Mặt phẳng $3y - z + 2 = 0$ có vectơ pháp tuyến là $(0 ; 3 ; -1)$

(b) Mặt phẳng $x + 3y + 2 = 0$ có vectơ pháp tuyến là $(1 ; 3 ; 2)$

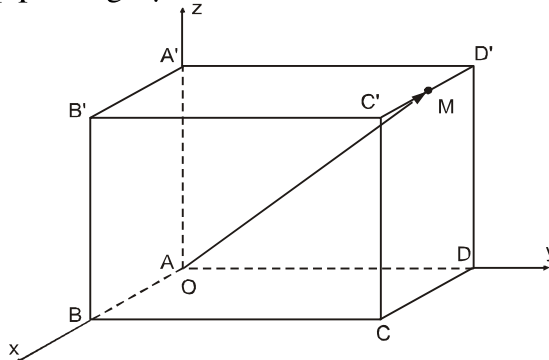
(c) Mặt phẳng $x - z + 2 = 0$ có vectơ pháp tuyến là $(1 ; 0 ; -1)$

(d) Mặt phẳng $-x + 3y - z = 0$ có vectơ pháp tuyến là $(-1 ; 3 ; -1)$

Trả lời.

a	b	c	d
Đ	S	Đ	Đ

Câu 3. Cho hình lập phương cạnh 1 như hình vẽ.



Hãy điền đúng, sai vào các ô trống sau đây:

- (a) Mặt phẳng ABCD có phương trình là $z = 0$
- (b) Mặt phẳng BB'C'C có phương trình là $x = 1$
- (c) Mặt phẳng A'B'C'D' có phương trình là $z = 1$
- (d) Mặt phẳng CC'D'D có phương trình là $y = 1$

Trả lời.

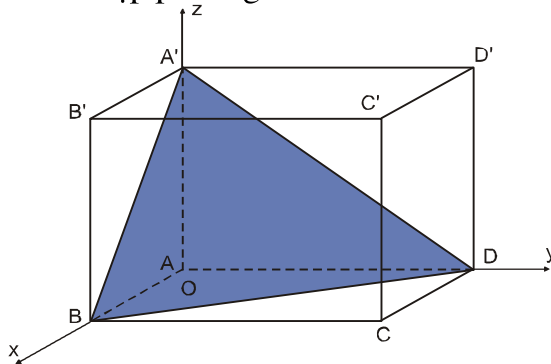
a	b	c	d
Đ	Đ	Đ	Đ

Câu 4. Điền vào ô trống sau :

Phương trình của (α)	Đặc điểm của (α)
	(α) song song hoặc chứa Ox.
	(α) song song hoặc chứa Oz.
	(α) song song hoặc chứa Oy.
	(α) song song hoặc trùng Oxy.
	(α) song song hoặc trùng Oxz.
	(α) song song hoặc trùng Oyz.

Chọn câu trả lời đúng trong các bài tập sau:

Câu 5. Cho hình vẽ. Hình lập phương ABCD.A'B'C'D' có cạnh 1.

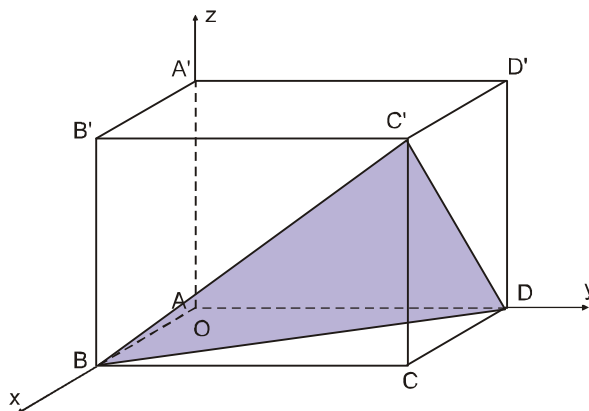


Mặt phẳng (A'BD) có phương trình nào sau:

- (a) $x + y + 1 = 0$; (b) $x + y + z = 1$
(c) $x + z = 1$; (d) $y + z + 1 = 0$

Trả lời . (b).

Câu 6. Cho hình vẽ. Hình lập phương ABCD.A'B'C'D' có cạnh 1.



Mặt phẳng (C'BD) có phương trình nào sau:

- (a) $-x + y + z + 1 = 0$; (b) $-x + y + z = 1$
 (c) $x + z = 1$; (d) $y + z + 1 = 0$

Trả lời . (b).

Câu 7 . Cho mặt phẳng có phương trình (P) : $x + 2y + 3z - 1 = 0$.

Mặt phẳng nào sau đây song song với (P)

- (a) $2x + 4y + 6x - 1 = 0$; (b) $2x + 4y - 6z - 2 = 0$;
 (c) $2x - 4y + 6z - 2 = 0$; (d) $- 2x + 4y + 6z - 2 = 0$.

Trả lời . (a).

Câu 8. Cho mặt phẳng có phương trình (P) : $x + 2y + 3z - 1 = 0$.

Mặt phẳng nào sau đây trùng với (P)

- (a) $2x + 4y + 6z - 2 = 0$; (b) $2x + 4y - 6z - 2 = 0$;
 (c) $2x - 4y + 6z - 2 = 0$; (d) $- 2x + 4y + 6z - 2 = 0$.

Trả lời . (a).

Câu 9. Cho mặt phẳng có phương trình (P) : $x + 2y + 3z - 1 = 0$.

Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với (P)

- (a) $2x + 4y + 6x - 2 = 0$; (b) $2x + 4y - 6x - 2 = 0$;
 (c) $2x - 4y + 6x - 2 = 0$; (d) $-3x + z - 2 = 0$.

Trả lời . (d).

Câu 10. Cho mặt phẳng có phương trình (P) : $x + 2y + 3z - 1 = 0$.

Khoảng cách từ M(1, 2, -1) đến (P) là :

- (a) $\frac{1}{\sqrt{14}}$; (b) $\frac{1}{14}$;
 (c) $\frac{1}{6}$; (d) $\frac{1}{7}$.

Trả lời . (a).

Hoạt động 6

hướng dẫn giải bài tập sách giáo khoa

Bài 15. Sử dụng trực tiếp phương trình của mặt phẳng.

a) *Hướng dẫn.* Sử dụng công thức : $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$.

Bài này có thể giải bằng hai cách:

Cách 1: $\vec{n} = [\vec{MN}, \vec{MP}] = (-10; -5; -5)$. Từ đó suy ra cách viết.

Cách 2: Phương trình mp(MNP) có dạng $Ax + By + Cz + D = 0$.

Vì nó đi qua M, N và P nên ta có hệ :

$$\begin{cases} 2A - C + D = 0 & (1) \\ A - 2C + 2D = 0 & (2) \\ B + 2C + D = 0 & (3) \end{cases}$$

Từ đó suy ra cách viết.

Đáp số. $2x + y + z - 3 = 0$.

b) *Hướng dẫn.* Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng đó là : $[\vec{r}, \vec{r}] = (2; 6; 6)$

Cách 1: $\vec{n} = [AB, k] = \left(\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} \right) = (1; -4; 0)$. (P) đi qua điểm A nên

phương trình của (P) là $1.(x - 1) - 4.(y - 1) + 0 = 0$.

Cách 2: Gọi (P) : $A'x + B'y + D' = 0$. Từ điều kiện bài toán ta có :

$$\begin{cases} A' + B' + D' = 0 \\ 5A' + 2B' + D' = 0 \end{cases} \Leftrightarrow A' + B' = 0.$$

Đáp số. $x - 4y + 3 = 0$.

c) *Hướng dẫn.* HS tự giải

Đáp số. $x - 5y + z + 8 = 0$.

d) *Hướng dẫn.* HS tự giải

Đáp số. $y + z - 2 = 0$.

e) *Hướng dẫn.* HS tự giải

Đáp số. $y - b = 0$.

g) *Hướng dẫn.* HS tự giải

Đáp số. $\frac{x}{3} + \frac{y}{6} + \frac{z}{9} = 1$.

h) *Hướng dẫn.* HS tự giải

Đáp số. $2x + y + z - 6 = 0$.

Bài 16. Sử dụng các vị trí tương đối của hai mặt phẳng.

HS tự giải.

Bài 17. Sử dụng điều kiện để hai mặt phẳng song song.

a) *Hướng dẫn.* $\frac{2}{m} = \frac{n}{2} = -\frac{1}{2} \neq \frac{3}{7}$

Đáp số. $n = -1, m = -4$

b) $\frac{2}{1} = \frac{1}{n} = \frac{m}{2} \neq \frac{-2}{8}$

Đáp số. $m = 4, n = \frac{1}{2}$.

Bài 18. Sử dụng các vị trí tương đối của hai mặt phẳng.

$\vec{n}_1 = (-1; -m; 3), \vec{n}_2 = (1; 1; 5 + 1)$. Suy ra

$$[\vec{m} \vec{n}] = (-5m^2 - m^2 + m^2, -11m^2 + m^2 - 4).$$

Như vậy hai vectơ đó cùng phương khi và chỉ khi $[\vec{m} \vec{n}] = \vec{0}$, tức là :

$$\begin{cases} -5m^2 - m^2 + m^2 = 0 \\ -11m^2 + m^2 - 4 = 0 \\ m^2 + m^2 - 4 = 0. \end{cases}$$

Từ đó ta có cách giải.

Bài 19. Sử dụng khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng.

a) *Hướng dẫn.* Điểm $M(x; y; z)$ cách đều hai mặt phẳng đã cho khi và chỉ khi :

$$\frac{|2x - y + z + 1|}{\sqrt{4 + 1 + 1}} = \frac{|x + y - z - 1|}{\sqrt{1 + 1 + 1}}$$

Từ đó ta có phương trình cần tìm.

Các câu còn lại HS giải tương tự.

Bài 20. Sử dụng khoảng cách giữa hai mặt phẳng và xem hoạt động 6.

$$\text{Đáp số. } d = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} = \frac{|1 \cdot 1 - D|}{\sqrt{1 + 1 + 1}}.$$

Bài 21. $M \in Oz$ nên $M = (0; 0; c)$.

a) *Đáp số.* $M = (0; 0; 3)$.

b) *Đáp số.* $M = (0; 0; \sqrt{2})$.

Bài 22. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với Ox, Oy, Oz lần lượt là OA, OB, OC . Khi đó ta có $A = (a; 0; 0), B = (0; b; 0), C = (0; 0; c)$ với $a > 0, b > 0, c > 0$.

a) $\vec{AB} = (-a; b; 0), \vec{AC} = (-a; 0; c)$ nên $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = a^2 > 0$. Vậy góc A của tam giác ABC là góc nhọn.

$$\text{b) } \cos^2 \alpha = \left(\frac{\vec{n} \cdot \vec{i}}{|\vec{n}| |\vec{i}|} \right)^2 = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = \frac{b^2 c^2}{a^2 b^2 + b^2 c^2 + c^2 a^2}.$$

$$\text{Tương tự, ta có } \cos^2 \beta = \frac{c^2 a^2}{a^2 b^2 + b^2 c^2 + c^2 a^2}, \cos^2 \gamma = \frac{a^2 b^2}{a^2 b^2 + b^2 c^2 + c^2 a^2}.$$

Từ đó suy ra $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$.

Bài 23. *Hướng dẫn.* Khoảng cách từ tâm mặt cầu đến mặt phẳng bằng R .

Mặt cầu đã cho có tâm là $I(1; 2; 3)$ và có bán kính

$$R = \sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2} = 4.$$

(P) : $4x + 3y - 12z + D = 0$ với $D \neq 1$.

$$\text{Khoảng cách } d \text{ từ } I \text{ tới mp(P) là : } d = \frac{|4 + 6 - 36 + D|}{\sqrt{16 + 25 + 144}} = \frac{|-26 + D|}{13}.$$

Từ đó suy ra $D = 78$ hoặc $D = -26$.

Đ3. Phương trình đường thẳng (tiết 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18)

I. Mục tiêu

1. Kiến thức

HS nắm được:

1. Phương trình tham số của đường thẳng: Vectơ chỉ phương, cặp vectơ pháp tuyến của đường thẳng.
2. Điều kiện để hai đường thẳng song song, cắt nhau và chéo nhau.

2. Kỹ năng

- Lập được phương trình đường thẳng.
- Tính được khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng.

3. Thái độ

- Liên hệ được với nhiều vấn đề có trong thực tế về đường thẳng trong không gian.
- Có nhiều sáng tạo trong hình học.
- Hứng thú trong học tập, tích cực phát huy tính độc lập trong học tập.

II. Chuẩn bị của GV và HS

1. Chuẩn bị của GV:

- Hình vẽ từ 66 đến 69 trong SGK.
- Thước kẻ, phấn màu,...
- Chuẩn bị sẵn một vài hình ảnh thực tế về đường thẳng.

2. Chuẩn bị của HS

Đọc bài trước ở nhà, ôn tập lại một số kiến thức đã học về đường thẳng.

III. Phân phối thời lượng

Bài này chia thành 8 tiết:

- Tiết 1 : Từ đầu đến hết mục 1
- Tiết 2 : Tiếp theo đến hết ví dụ 2
- Tiết 3 : Tiếp theo đến hết ví dụ 4
- Tiết 4 : Tiếp theo đến hết ví dụ 5.
- Tiết 5 : Tiếp theo đến hết ví dụ 6.
- Tiết 6 : Tiếp theo đến hết bài toán 1.
- Tiết 7 : Tiếp theo đến hết bài toán 2.
- Tiết 8 : Phần còn lại và bài tập.

IV. Tiến trình dạy - học

A. Đặt vấn đề

Câu hỏi 1.

Nêu khái niệm về vectơ pháp tuyến của mặt phẳng.

Câu hỏi 2.

Nêu điều kiện để hai mặt phẳng song song.

Câu hỏi 3.

Nêu công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng.

Câu hỏi 4.

Nêu cách lập phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm.

B. Bài mới

Hoạt động 1


1. Phương trình tham số và phương trình chính tắc của đường thẳng

- H1. Vectơ chỉ phương của đường thẳng là gì?
- H2. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}(a; b; c)$. Tìm điều kiện để $M(x; y; z)$ thuộc d .

- GV nêu phương trình tham số của đường thẳng:

$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases} \quad \text{trong đó } a^2 + b^2 + c^2 > 0 \quad (1)$$

Hệ phương trình (1) được gọi là phương trình tham số của đường thẳng d với tham số là t .

- Thực hiện  1 trong 5 phút.
- a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Nêu khái niệm vectơ chỉ phương của đường thẳng.	Gợi ý trả lời câu hỏi 1 HS tự nêu.
Câu hỏi 2 Tìm một vectơ chỉ phương của d .	Gợi ý trả lời câu hỏi 2 HS tự tìm.

- b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>Câu hỏi 1 Xác định tọa độ của các điểm thuộc d ứng với giá trị $t = 0$.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 1 Với các giá trị $t = 0$, $M_1(1; 2; 0)$,</p>
<p>Câu hỏi 2 Xác định tọa độ của các điểm thuộc d ứng với giá trị $t = 1$.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2 Với các giá trị $t = 1$, $M_2(-1; 3; 2)$,</p>
<p>Câu hỏi 3 Xác định tọa độ của các điểm thuộc d ứng với giá trị $t = 2$.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 3 Với các giá trị $t = 2$, $M_3(5; 0; -4)$.</p>

• c)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>Câu hỏi 1 Tìm điều kiện để một điểm thuộc một đường thẳng.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 1 Điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ thuộc đường thẳng d khi và chỉ khi có giá trị t thỏa mãn hệ ba phương trình : $x_0 = 1 + 2t, y_0 = 2 + t, z = 2t$.</p>
<p>Câu hỏi 2 Trả lời câu c).</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2 Điểm $A(3; 1; +2)$ thuộc d (ứng với $t = +1$), điểm $B(+3; 4; 2)$ không thuộc d, và điểm $C(0; 2,5; 1)$ thuộc d (ứng với $t = 0,5$).</p>

• GV nêu khái niệm phương trình chính tắc của đường thẳng :

Trong trường hợp $abc \neq 0$, bằng cách khử t từ các phương trình của hệ (1), ta được

$$: \frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c}, \text{ với } abc \neq 0 \text{ (2)}$$

Hệ phương trình (2) được gọi là phương trình chính tắc của đường thẳng d .


H3. Nêu ví dụ về phương trình chính tắc của đường thẳng d .

H4. Viết phương trình tham số của d tại H3.

H5. Viết phương trình tham số đường thẳng Δ đi qua gốc tọa độ và nhận $\vec{a}(1;1;2)$ làm vectơ chỉ phương.

H6. Mọi đường thẳng đều có thể viết dưới dạng tham số. Đúng hay sai ?

• • Thực hiện 2 trong 5 phút.

• a) 

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>Câu hỏi 1</p> <p>Chỉ ra các vectơ pháp tuyến của mỗi mặt phẳng.</p> <p>Câu hỏi 2</p> <p>Chứng minh hai mặt phẳng trên cắt nhau.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 1</p> <p>$\vec{n}_1 = (2; 2; 1)$ là vectơ pháp tuyến của (α)</p> <p>$\vec{n}_2 = (2; -1; -1)$ là vectơ pháp tuyến của (α').</p> <p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2</p> <p>Hai mặt phẳng (α) và (α') đã cho cắt nhau vì bộ ba số $(2; 2; -1)$ không tỉ lệ với bộ ba số $(2; -1; -1)$.</p>

• b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>Câu hỏi 1</p> <p>Hãy chỉ ra một điểm thuộc d.</p> <p>Câu hỏi 2</p> <p>Vectơ chỉ phương của d có quan hệ như thế nào với các vectơ pháp tuyến của mỗi mặt phẳng trên. Tìm vectơ chỉ phương đó.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 1</p> <p>$M(x; y; z)$ vừa thuộc mặt phẳng (α), vừa thuộc mặt phẳng (α') nên tọa độ của M là nghiệm của hệ :</p> $\begin{cases} 2x + 2y + z - 1 = 0 \\ 2x - y - z + 7 = 0. \end{cases}$ <p>Để thấy điểm $M_0(-1; 3; 0)$ thuộc đường thẳng d.</p> <p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2</p> <p>$\vec{u} = [\vec{n}_1, \vec{n}_2] = (-1; 4; -6)$ là một vectơ chỉ phương của d.</p>

• c)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>Câu hỏi 1</p> <p>Viết phương trình tham số của d.</p> <p>Câu hỏi 2</p> <p>Viết phương trình chính tắc của d.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 1</p> $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 3 + 4t \\ z = -6t. \end{cases}$ <p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2</p> $\frac{x + 1}{-1} = \frac{y - 3}{4} = \frac{z}{-6}.$

Hoạt động 2

2. Một số ví dụ

- GV nêu và cho HS thực hiện ví dụ 1 trong 5'. GV có thể lấy ví dụ tương tự.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>Câu hỏi 1 Tìm vectơ chỉ phương của d.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 1 Vectơ chỉ phương của d là $\overrightarrow{AA'} = (2 - 1; 1 - 0; 1 + 2)$</p>
<p>Câu hỏi 2 Viết phương trình tham số của d.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2 HS tự viết.</p>

- GV nêu và cho HS thực hiện ví dụ 2 trong 5'. GV có thể lấy ví dụ tương tự.

a)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>Câu hỏi 1 Đường cao này có quan hệ gì với mặt phẳng (ABC).</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 1 Đường cao này vuông góc với mặt phẳng (ABC)</p>
<p>Câu hỏi 2 Viết phương trình tham số của đường cao.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2 $[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] = (-3; 9; 3)$ hay $\vec{n} = (1; -3; -1)$. $d : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$</p>

b)

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>Câu hỏi 1 Nêu đặc điểm của H.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 1 $H = d \cap (ABC)$</p>
<p>Câu hỏi 2 Tìm H.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2 HS tự tìm.</p>

- GV nêu và cho HS thực hiện ví dụ 3 trong 5'. GV có thể lấy ví dụ tương tự.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>Câu hỏi 1 Chứng minh hai mặt phẳng đó cắt nhau.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 1 Chứng minh hai vectơ pháp tuyến không cộng tuyến.</p>
<p>Câu hỏi 2 Viết phương trình tham số của</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2 HS tự viết dựa vào SGK.</p>

giao tuyến d.	
---------------	--

- GV nêu và cho HS thực hiện ví dụ 4 trong 8'. GV có thể lấy ví dụ tương tự.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>Câu hỏi 1</p> <p>Tìm vector chỉ phương của d_3.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 1</p> <p>$\vec{u}_3 = [\vec{u}_1, \vec{u}_2]$</p>
<p>Câu hỏi 2</p> <p>Viết phương trình chính tắc của giao tuyến d_3.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2</p> <p>HS tự viết dựa vào SGK.</p>

Hoạt động 3

3. Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng

- GV đặt vấn đề :

H7. Trong không gian d và d' có những vị trí tương đối nào ?

H8. Chúng ta có thể tìm được điều kiện của mỗi trường hợp cụ thể hay không ?

1. Điều kiện để hai đường thẳng song song

- GV nêu điều kiện :

d song song với d' khi và chỉ khi chúng không có điểm chung và hai vector chỉ phương \vec{a} và \vec{a}' cùng phương.

H9. Hãy viết biểu thức toán học để $d // d'$.

H10. Khi nào d trùng d' .

- GV kết luận tóm tắt.

2. Điều kiện để hai đường thẳng cắt nhau

Xét các đường thẳng có phương trình :

$$d : \begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases} \quad d' : \begin{cases} x = x'_0 + a'_1 t' \\ y = y'_0 + a'_2 t' \\ z = z'_0 + a'_3 t' \end{cases}$$

- GV nêu các câu hỏi sau :

H11. Hai đường thẳng cắt nhau có mấy điểm chung ?

H12. Khi hai đường thẳng cắt nhau thì hệ phương trình :

$$\begin{cases} x'_0 + a'_1 t' = x_0 + a_1 t \\ y'_0 + a'_2 t' = y_0 + a_2 t \\ z'_0 + a'_3 t' = z_0 + a_3 t \end{cases}$$

có bao nhiêu nghiệm.

- GV nêu điều kiện :

Hai đường thẳng cắt nhau khi và chỉ khi hệ phương trình :

$$\begin{cases} x'_0 + a_1 t = x_0 + a_1 t \\ y'_0 + a_2 t = y_0 + a_2 t \\ z'_0 + a_3 t = z_0 + a_3 t \end{cases}$$

có đúng một nghiệm.

3. Điều kiện để hai đường thẳng chéo nhau

H13. Hai đường thẳng chéo nhau có điểm chung hay không ?

H14. Khi hai đường chéo nhau cắt nhau thì hệ phương trình :

$$\begin{cases} x'_0 + a_1 t = x_0 + a_1 t \\ y'_0 + a_2 t = y_0 + a_2 t \\ z'_0 + a_3 t = z_0 + a_3 t \end{cases}$$

có nghiệm hay không ?

H15. Hai đường thẳng chéo nhau thì hai vectơ chỉ phương có cùng phương hay không ?

• GV nêu điều kiện :

Hai đường thẳng chéo nhau khi và chỉ khi \vec{a} và \vec{a}' không cùng phương và hệ phương trình :

$$\begin{cases} x'_0 + a_1 t = x_0 + a_1 t \\ y'_0 + a_2 t = y_0 + a_2 t \\ z'_0 + a_3 t = z_0 + a_3 t \end{cases}$$

vô nghiệm.

• GV nêu bảng tóm tắt

• d và d' chéo nhau $\Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{a}'] \cdot \overrightarrow{M_0 M'_0} \neq 0$

• d và d' cắt nhau $\Leftrightarrow \begin{cases} [\vec{u}, \vec{u}'] \cdot \overrightarrow{M_0 M'_0} = 0 \\ [\vec{u}, \vec{u}'] \neq \vec{0} \end{cases}$

• $d // d'$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}$ và \vec{u}' cùng phương \\ $M_0 \notin a' \end{cases} \quad \begin{cases} [\vec{u}, \vec{u}'] = \vec{0} \\ [\vec{a}, \overrightarrow{M_0 M'_0}] \neq \vec{0} \end{cases}$

• d và d' trùng nhau $\Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}$ và \vec{u}' cùng phương \\ $M_0 \in d' \end{cases}$

$\Leftrightarrow [\vec{u}, \vec{u}'] = [\vec{a}, \overrightarrow{M_0 M'_0}] = \vec{0}$

• Thực hiện ? trong 2'

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<i>Câu hỏi 1</i>	<i>Gợi ý trả lời câu hỏi 1</i>

<p>d và d' vuông góc khi nào?</p> <p>Câu hỏi 2</p> <p>Khi $d \perp d'$ thì d cắt d'. Đúng hay sai ?</p>	<p>$d \perp d' \Leftrightarrow \vec{u}, \vec{u}'$ vuông góc với nhau, tức là $\vec{u} \cdot \vec{u}' = 0$.</p> <p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2</p> <p>Sai.</p>
---	--

- GV nêu và cho HS thực hiện ví dụ 5 trong 5'. GV có thể lấy ví dụ tương tự.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>Câu hỏi 1</p> <p>Tìm các điểm mà mỗi đường thẳng đi qua</p> <p>Câu hỏi 2</p> <p>Tìm các vectơ chỉ phương của mỗi đường thẳng.</p> <p>Câu hỏi 3</p> <p>Xác định các vị trí tương đối của hai đường thẳng.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 1</p> <p>HS tự tìm.</p> <p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2</p> <p>$\vec{u} = (m ; 2 ; -3)$</p> <p>$\vec{u}' = (-2 ; m ; 1)$.</p> <p>Gợi ý trả lời câu hỏi 3</p> <p>HS tự xác định trong SGK.</p>

- GV nêu chú ý :

Nếu biết phương trình của hai đường thẳng d và d' thì ta cũng có thể xét vị trí tương đối giữa chúng bằng cách giải hệ phương trình để tìm giao điểm.

- *Nếu hệ phương trình có nghiệm duy nhất thì d và d' cắt nhau.*
- *Nếu hệ phương trình có vô số nghiệm thì d và d' trùng nhau.*
- *Nếu hệ phương trình vô nghiệm thì d và d' song song hoặc chéo nhau. d và d' song song nếu hai vectơ chỉ phương của chúng cùng phương, chéo nhau nếu hai vectơ đó khác phương.*

- GV nêu và cho HS thực hiện ví dụ 6 trong 5'. GV có thể lấy ví dụ tương tự. Bài này GV nên để HS thực hành nhiều hơn.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>Câu hỏi 1</p> <p>Tìm giao tuyến d của (α) và (α').</p> <p>Câu hỏi 2</p> <p>Xác định vị trí tương đối của d và d'.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 1</p> <p>HS tự tìm.</p> <p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2</p> <p>HS tự giải.</p>

- GV nêu các vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng

Xét mặt phẳng : $(\alpha) : Ax + By + Cz + D = 0$

$$\text{Đường thẳng } d : \begin{cases} x = x_0 + a_1t \\ y = y_0 + a_2t \\ z = z_0 + a_3t \end{cases}$$

H15. Giao điểm của (α) và d là nghiệm của phương trình nào ?

• GV cho HS trả lời và kết luận :

Giao điểm của (α) và d là nghiệm của phương trình :

$$A(x_0 + a_1t) + B(y_0 + a_2t) + C(z_0 + a_3t) + D = 0. \quad (1)$$

- Hệ (1) vô nghiệm thì $d \parallel (\alpha)$.

- Hệ (1) có vô số nghiệm thì d thuộc (α) .

- Hệ (1) có 1 nghiệm thì d cắt (α) .

H16. Khi nào d vuông góc với (α) ?

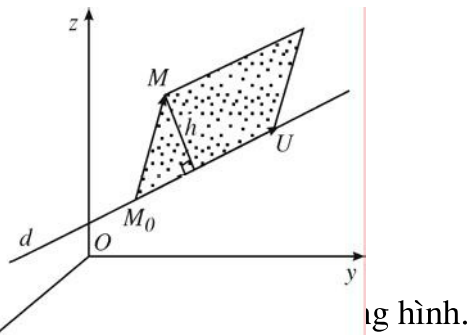
Hoạt động 4

4. Một số bài toán về tính khoảng cách

• GV nêu bài toán 1.

Tính khoảng cách h từ một điểm M đến đường thẳng d đi qua điểm M_0 và có vectơ chỉ phương \vec{u} .

GV sử dụng hình 68 để thực hiện



H17. Nêu cách tính c_x

H18. Hãy nêu cách tính n .

• GV kết luận :

$$h = \frac{|\vec{MM}_0 \cdot \vec{u}|}{|\vec{u}|}$$

• Thời gian 3 trong 5 phút.

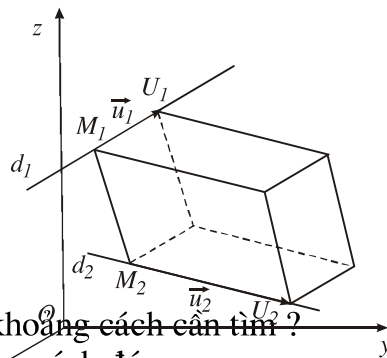
Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
Câu hỏi 1 Xác định một điểm thuộc d .	Gợi ý trả lời câu hỏi 1 Đường thẳng d đi qua điểm $M_0(2; 2; 0)$
Câu hỏi 2	

<p>Xác định vectơ chỉ phương của d.</p> <p>Câu hỏi 3</p> <p>Tính khoảng cách từ M đến d.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2</p> <p>$\vec{u}(3; 2; -1)$.</p> <p>Gợi ý trả lời câu hỏi 3</p> <p>$\overrightarrow{M_0M} = (6; -1; 2)$ và</p> <p>$[\vec{u}, \overrightarrow{M_0M}] = (-3; 12; 15)$.</p> <p>Vậy khoảng cách cần tìm là</p> $\frac{\sqrt{3^2 + 12^2 + 15^2}}{\sqrt{3^2 + 2^2 + 1^2}} = 3\sqrt{3}.$
---	--

- GV nêu và cho HS thực hiện bài toán 2.

Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau d_1 và d_2 , biết d_1 đi qua điểm M_1 và có vectơ chỉ phương \vec{u}_1 ; d_2 đi qua điểm M_2 và có vectơ chỉ phương \vec{u}_2 .

GV sử dụng hình 69



H19. Chỉ ra trên hình vẽ khoảng cách cần tìm?

H20. Nêu cách tính khoảng cách đó.

- GV kết luận :

$$h = \frac{|[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \overrightarrow{M_1M_2}|}{|[\vec{u}_1, \vec{u}_2]|}$$

- Thời gian 4 trong 5 phút.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>Câu hỏi 1</p> <p>Tìm các điểm mà mỗi đường thẳng đi qua.</p> <p>Câu hỏi 2</p> <p>Tìm các vectơ chỉ phương của mỗi đường thẳng.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 1</p> <p>d_1 đi qua điểm $M_1(0; 1; 6)$.</p> <p>d_2 đi qua điểm $M_2(1; 2; 3)$</p> <p>Gợi ý trả lời câu hỏi 2</p> <p>d_1 có vectơ chỉ phương</p> <p>$\vec{u}_1 = (1; 2; 3)$,</p> <p>d_2 có vectơ chỉ phương</p> <p>$\vec{u}_2 = (1; 1; -1)$.</p>

<p>Câu hỏi 3</p> <p>Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng.</p>	<p>Gợi ý trả lời câu hỏi 3</p> <p>$\overrightarrow{M_1M_2} = (1; -3; -3)$,</p> <p>$[\vec{u}; \vec{v}] = (-5; 4; -1)$,</p> <p>$[\vec{u}; \vec{v}] \cdot \overrightarrow{M_1M_2} = -14$. Vậy khoảng cách giữa d_1 và d_2 là :</p> $d = \frac{14}{\sqrt{25 + 16 + 1}} = \frac{\sqrt{42}}{3}$
---	---

Hoạt động 5

Tóm tắt bài học

1. Phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và nhận $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ là vec tơ chỉ phương có dạng :

$$\begin{cases} x = x_0 + ta_1 \\ y = y_0 + ta_2 \\ z = z_0 + ta_3 \end{cases}$$

2. d song song với d' khi và chỉ khi chúng không có điểm chung và hai vectơ chỉ phương \vec{a} và \vec{a}' cùng phương.

3. Hai đường thẳng cắt nhau khi và chỉ khi hệ phương trình :

$$\begin{cases} x'_0 + t'_1 a_1 = x_0 + a_1 t \\ y'_0 + t'_2 a_2 = y_0 + a_2 t \\ z'_0 + t'_3 a_3 = z_0 + a_3 t \end{cases}$$

có đúng một nghiệm.

4. Hai đường thẳng chéo nhau khi và chỉ khi \vec{a} và \vec{a}' không cùng phương và hệ phương trình :

$$\begin{cases} x'_0 + t'_1 a_1 = x_0 + a_1 t \\ y'_0 + t'_2 a_2 = y_0 + a_2 t \\ z'_0 + t'_3 a_3 = z_0 + a_3 t \end{cases}$$

vô nghiệm.

5. Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng : $h = \frac{|\overrightarrow{MM_0} \cdot \vec{u}|}{|\vec{u}|}$.

6. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau : $h = \frac{|[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \overrightarrow{M_1M_2}|}{|[\vec{u}_1, \vec{u}_2]|}$.

Hoạt động 6

một số câu hỏi trắc nghiệm

Câu 1. Hãy điền đúng sai vào các câu sau :

(a) Đường thẳng $\begin{cases} x = t + 2t \\ y = t + 3t \\ z = -1 - t \end{cases}$ có vectơ chỉ phương là $\vec{a}(2;3;-1)$

(b) Đường thẳng $\begin{cases} x = t + 2t \\ y = t + 3t \\ z = -1 - t \end{cases}$ có vectơ chỉ phương là $\vec{a}(1;2;-1)$

(c) Đường thẳng $\begin{cases} x = t + 2t \\ y = t + 3t \\ z = -1 - t \end{cases}$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{a}(\quad)$

(d) Đường thẳng $\begin{cases} x = t + 2t \\ y = t + 3t \\ z = -1 - t \end{cases}$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{a}(1;0;-1)$

Trả lời.

a	b	c	d
Đ	S	Đ	S

Câu 2. Hãy điền đúng sai vào các câu sau :

(a) Đường thẳng $\begin{cases} x = t + 2t \\ y = t + 3t \\ z = -1 - t \end{cases}$ đi qua điểm $M(1;2;-1)$

(b) Đường thẳng $\begin{cases} x = t + 2t \\ y = t + 3t \\ z = -1 - t \end{cases}$ đi qua điểm $M(2;3;-1)$

(c) Đường thẳng $\begin{cases} x = t + 2t \\ y = t + 3t \\ z = -1 - t \end{cases}$ đi qua điểm $M(0;2;1)$

(d) Cả ba câu trên đều sai

Trả lời.

a	b	c	d
Đ	S	S	S

Câu 3. Hãy điền đúng sai vào các câu sau :

(a) Đường thẳng $\begin{cases} x = t + 2t \\ y = t + 3t \\ z = -1 - t \end{cases}$ có phương trình chính tắc là $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-1}$

(b) Đường thẳng $\begin{cases} x = t + 2t \\ y = t + 3t \\ z = -1 - t \end{cases}$ có phương trình chính tắc là $\frac{x-2}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-1}$

(c) Đường thẳng $\begin{cases} x = t + 2t \\ y = t + 3t \\ z = -1 - t \end{cases}$ vuông góc với mặt phẳng $2x + 3y - z + 1 = 0$

(d) Đường thẳng $\begin{cases} x = t + 2t \\ y = t + 3t \\ z = -1 - t \end{cases}$ vuông góc với mặt phẳng $x + 2y - z + 3 = 0$

Trả lời.

a	b	c	d
Đ	S	Đ	S

Chọn câu trả lời đúng trong các câu sau:

Câu 4. Đường thẳng $\Delta : \begin{cases} x = t + t \\ y = t + 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$ song song với đường thẳng:

(a) d : $\frac{x - t}{1} = \frac{y - t}{2} = \frac{z - 1}{-1}$ (b) $\frac{x - 3}{1} = \frac{y - 1}{-2} = \frac{z + 5}{-1}$

(c) $\frac{x - t}{-1} = \frac{y - t}{2} = \frac{z + 5}{-1}$ (d) $\frac{x - 3}{1} = \frac{y - 1}{2} = \frac{z + 5}{1}$

Trả lời . (a).

Câu 5 . Đường thẳng $\Delta : \begin{cases} x = t + t \\ y = t + 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$ đi qua điểm nào sau đây:

(a) (1 ; 2 ; 1) (b) (1 ; 2 ; -1)

(c) (2 ; 3 ; 1) (d) (1 ; 3 ; -1)

Trả lời . (a).

Câu 6 . Đường thẳng $\Delta : \begin{cases} x = t + t \\ y = t + 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$ và đường thẳng nào sau đây cắt nhau

(a) d : $\frac{x - t}{1} = \frac{y - t}{2} = \frac{z + 5}{-1}$ (b) $\frac{x - 1}{3} = \frac{y - 1}{1} = \frac{z - 1}{1}$

(c) $\frac{x - t}{-1} = \frac{y - t}{2} = \frac{z + 5}{-1}$ (d) $\frac{x - 3}{1} = \frac{y - 1}{2} = \frac{z + 5}{1}$

Trả lời . (b).

Câu 7 . Cho A (1 ; 2 ; 3) và B(-1 ; 1 ; 1). Phương trình đường thẳng AB là :

(a) $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = t + 1t \\ z = t + 2t \end{cases}$ (b) $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -2 - t \\ z = 2 - 2t \end{cases}$

(c) $\begin{cases} x = -t + 2t \\ y = t + 1t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$ (d) $\begin{cases} x = t + 2t \\ y = t + 1t \\ z = t + 2t \end{cases}$

Trả lời . (d).

Câu 8. Cho đường thẳng $\Delta : \begin{cases} x = t + 1 \\ y = t + 2 \\ z = 1 - t \end{cases}$, đường thẳng đi qua $M(1; -1; 2)$ và

song song với Δ là

$$(a) \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = t + 1 \\ z = t + 2 \end{cases} \quad (b) \begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 - 2t \\ z = t + 1 \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} x = -t + 2 \\ y = t + 1 \\ z = 1 - 2t \end{cases} \quad (d) \begin{cases} x = t + 2 \\ y = t + 1 \\ z = t + 2 \end{cases}$$

Trả lời . (b).

Câu 9. Cặp đường thẳng nào sau đây song song

$$(a) \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = t + 1 \\ z = t + 2 \end{cases} \quad \text{và} \quad \begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 - 2t \\ z = t + 1 \end{cases} \quad (b) \begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 - 2t \\ z = t + 1 \end{cases} \quad \text{và} \quad \begin{cases} x = t + 2 \\ y = t + 1 \\ z = t + 2 \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} x = -t + 2 \\ y = t + 1 \\ z = 1 - 2t \end{cases} \quad \text{và} \quad \begin{cases} x = t + 2 \\ y = t + 1 \\ z = t + 2 \end{cases} \quad (d) \begin{cases} x = t + 2 \\ y = t + 1 \\ z = t + 2 \end{cases} \quad \text{và} \quad \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 2 - t \\ z = -3 - 2t \end{cases}$$

Trả lời . (d).

Câu 10. Cặp đường thẳng nào sau đây vuông góc với (P) có phương trình :
 $2x + 2y - z + 2 = 0$

$$(a) \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = t + 2 \\ z = 2 - 1t \end{cases} \quad (b) \begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 - 2t \\ z = t + 1 \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} x = -t + 2 \\ y = t + 1 \\ z = 1 - 2t \end{cases} \quad (d) \begin{cases} x = t + 2 \\ y = t + 1 \\ z = t + 2 \end{cases}$$

Trả lời . (a).

Hoạt động 7

hướng dẫn giải bài tập sách giáo khoa

Bài 24. Sử dụng phương trình tham số hoặc phương trình chính tắc của đường thẳng:

a) HS tự giải. *Đáp số.*
$$\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 0. \end{cases} \begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}, \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = t \end{cases}$$

b) HS tự giải. *Đáp số.*
$$\begin{cases} x = x_0 + t \\ y = y_0 \\ z = z_0. \end{cases}, \begin{cases} x = x_0 \\ y = y_0 + t \\ z = z_0, \end{cases}, \begin{cases} x = x_0 \\ y = y_0 \\ z = z_0 + t. \end{cases}$$

c) HS tự giải. *Đáp số.*
$$\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3t \\ z = -1 + 5t. \end{cases}$$

d) HS tự giải. *Đáp số.*
$$\begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \\ z = 2 - 3t. \end{cases}$$

e) HS tự giải. *Đáp số.*
$$\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 - 5t \\ z = 1. \end{cases}$$

g) HS tự giải. *Đáp số.*
$$\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 - t \\ z = -1 + 5t \end{cases}$$

Bài 25. HS tự giải.

a) *Đáp số.*
$$\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 3 - 3t \\ z = 1 + 2t \end{cases} \text{ và } \frac{x-4}{2} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z-1}{2}.$$

b) *Đáp số.*
$$\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{3} \text{ và } \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + 3t. \end{cases}$$

Bài 26. *Hướng dẫn.* Lấy hai điểm bất kì thuộc d và tìm hình chiếu của chúng trên mỗi mặt phẳng tọa độ. Sau đó viết phương trình của mỗi đường thẳng đi qua các điểm tìm được.

Mỗi điểm $M(x; y; z) \in d$ có hình chiếu trên mp(Oxy) là điểm $M'(x; y; 0) \in d'$.

Vậy, d' có phương trình tham số là
$$\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 + 3t \\ z = 0. \end{cases}$$

Tương tự đối với các mặt phẳng còn lại.

Bài 27. *Hướng dẫn.* Sử dụng phương pháp

• Phương trình tổng quát của mặt phẳng

• Phương trình tham số

a) HS tự giải

b) Ta áp dụng : $\vec{n}_\alpha = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{bmatrix}$

Đáp số. $2x + y - 3z + 1 = 0$.

c) Đáp số. $\begin{cases} x = -1 + 4t \\ y = 15 - 5t \\ z = t. \end{cases}$

Bài 28. Hướng dẫn. Vận dụng trực tiếp các trường hợp vị trí tương đối.

a) Sử dụng tích có hướng : $\begin{bmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{bmatrix} \cdot \overrightarrow{MM'} = -108 \neq 0$.

Đáp số. Hai đường thẳng d và d' chéo nhau.

b) $d' \parallel d$.

Bài 29. Hướng dẫn.

Viết phương trình mặt phẳng $(\Pi) = (d; A)$, và $(\Pi) = (d'; A)$.

Giao của hai mặt phẳng là đường thẳng cần tìm.

Đáp số. $\begin{cases} x = 1 + 6t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - 7t. \end{cases}$

Bài 30. Hướng dẫn.

Bài 8. Hướng dẫn. Xác định (P) : Đi qua d_2 và song song với d_1 .

(Q) : Đi qua d_3 và song song với d_1 .

$d = (P) \cap (Q)$.

Đáp số. $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 + 4t \\ z = 2 - t. \end{cases}$

Bài 31. Hướng dẫn.

a) Chứng minh hai đường thẳng không song song và không cắt nhau hoặc sử dụng tích có hướng:

$\begin{bmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{bmatrix} \cdot \overrightarrow{M_2M_1} = \dots \neq 0$.

b) Mặt phẳng cần tìm có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = [\vec{u}_{d_1}, \vec{u}_{d_2}]$

$\vec{n} = \frac{1}{4}[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (2; 1; 4)$.

Đáp số. $2x + y + 4z = 0$.

c) $d = \frac{[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \overrightarrow{M_2M_1}}{[\vec{u}_1, \vec{u}_2]} = 2\sqrt{21}$.

d) Bước 1. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua d_1 và vuông góc với d_2 .

Bước 2. Tìm giao điểm A của (P) và d_2 .

Bước 3. Δ : đi qua A và nhận $\vec{n} = [\vec{u}_{d_1}, \vec{u}_{d_2}]$ là đường thẳng cần tìm.

Đáp số. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \\ z = -1 + 4t. \end{cases}$

Bài 32. Hướng dẫn.

a) Góc giữa d và (Π) là góc giữa d và hình chiếu của d trên (Π) .

Đáp số. $\sin \varphi = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{|4 + 0 + 5|}{\sqrt{4^2 + 0^2 + 5^2} \cdot \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2}} = \frac{6}{\sqrt{57}}$.

b) Đáp số. $I \left(\begin{matrix} \\ \\ \end{matrix} \right)$.

c)
$$\begin{cases} x = \frac{8}{3} + 2t \\ y = -t \\ z = \frac{8}{3} - 3t. \end{cases}$$

Bài 33. Hướng dẫn.

a) HS tự giải.

Đáp số. $A = (1; 2; 3)$.

b) Đáp số. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-4}$

Bài 34. Hướng dẫn.

a) HS tự giải.

Đáp số. $d = \frac{\left[\begin{matrix} \vec{v} \\ \vec{w} \end{matrix} \right]}{|\vec{u}|} = \frac{\sqrt{8^2 + 6^2 + 6^2}}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 2^2}} = \frac{10\sqrt{2}}{3}$.

b) Đáp số. $d = \frac{\left[\begin{matrix} \vec{v} \\ \vec{w} \end{matrix} \right]}{|\vec{u}|} = \frac{\sqrt{\left(\begin{matrix} \\ \end{matrix} \right)^2 + 17^2}}{\sqrt{4^2 + 1^2 + 1^2}} = \frac{\sqrt{2870}}{14}$.

Bài 35. Hướng dẫn.

a) HS tự giải.

Đáp số. $\frac{[\vec{M}_1\vec{M}_2, \vec{u}_2]}{|\vec{u}_2|} = 2$.

b) Đáp số. $MM' = \sqrt{\left(\begin{matrix} \\ \end{matrix} \right)^2 + \left(\begin{matrix} \\ \end{matrix} \right)^2 + \left(\begin{matrix} \\ \end{matrix} \right)^2} = \frac{2\sqrt{110}}{55}$.

Ôn tập chương III

(tiết 19, 20)

I. Mục tiêu**1. Kiến thức**

HS nắm được:

1. Khái niệm :

- + Định nghĩa hệ trục tọa độ trong không gian.
 - + Định nghĩa phương trình mặt cầu.
 - + Định nghĩa phương trình mặt phẳng trong không gian.
 - + Định nghĩa phương trình đường thẳng trong không gian.
2. Một số định lí và mệnh đề quan trọng:
- + Các tính chất của phép toán về tọa độ trong không gian.
 - + Tích vô hướng của hai vectơ.
 - + Tích hỗn hợp của hai vectơ.
 - + Điều kiện để hai mặt phẳng song song, hai mặt phẳng cắt nhau.
 - + Vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng.
 - + Vị trí tương đối của hai đường thẳng.
 - + Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng, đến đường thẳng.

2. Kỹ năng

- Lập được phương trình : mặt phẳng, mặt cầu và đường thẳng.
- Tính được khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng, đến đường thẳng.

3. Thái độ

- Liên hệ được với nhiều vấn đề có trong thực tế với môn học hình học không gian.
- Có nhiều sáng tạo trong hình học.
- Hứng thú trong học tập, tích cực phát huy tính độc lập trong học tập.

II. Chuẩn bị của GV và HS

1. Chuẩn bị của GV:

- Chuẩn bị ôn tập toàn bộ kiến thức trong chương.
- Chuẩn bị một đến hai bài kiểm tra.
- Cho học sinh kiểm tra và chấm, trả bài.

2. Chuẩn bị của HS :

Ôn tập lại toàn bộ kiến thức trong chương, giải và trả lời các câu hỏi bài tập trong chương.

III. Phân phối thời lượng

Bài này chia thành 2 tiết:

Tiết 1 : Ôn tập.

Tiết 2 : Kiểm tra 1 tiết.

IV. Tiến trình dạy - học

A. Đặt vấn đề

Câu hỏi 1.

Em hãy nhắc lại : Các khái niệm tọa độ trong không gian, phương trình mặt cầu và phương trình mặt phẳng.

Câu hỏi 2.

Nêu mối quan hệ giữa đường thẳng và mặt phẳng.

Câu hỏi 3.

Viết các công thức tính khoảng cách.

B. Bài mới

Hoạt động 1

1. Ôn tập kiến thức cơ bản trong chương

a) Tóm tắt lí thuyết cơ bản.

• Tọa độ của điểm và tọa độ của vectơ đối với hệ tọa độ $Oxyz$:

+ Điểm M có tọa độ $(x ; y ; z) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.

+ Vectơ \vec{u} có tọa độ $(x ; y ; z) \Leftrightarrow \vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.

+ $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A ; y_B - y_A ; z_B - z_A)$.

• Tích vô hướng và tích vectơ : Cho $\vec{u} = (x ; y ; z)$ và $\vec{v} = (x' ; y' ; z')$ thì :

+ Tích vô hướng của \vec{u} và \vec{v} là số : $\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy' + zz'$.

+ Một số tính chất : $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$;

+ Tích có hướng $[\vec{u}, \vec{v}] = \begin{pmatrix} u_2v_3 - u_3v_2 \\ u_3v_1 - u_1v_3 \\ u_1v_2 - u_2v_1 \end{pmatrix}$

+ Diện tích hình bình hành : $S_{ABCD} = |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}]|$.

+ Thể tích hình hộp : $V_{ABCD.A'B'C'D'} = |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}] \cdot \overrightarrow{AA'}|$.

• Phương trình mặt cầu : Phương trình có dạng

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0,$$

với điều kiện $a^2 + b^2 + c^2 > d$, là phương trình mặt cầu có tâm $(-a ; -b ; -c)$ và có

$$\text{bán kính } R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}.$$

•

• Phương trình mặt phẳng : Phương trình

$$Ax + By + Cz + D = 0, \text{ với } A^2 + B^2 + C^2 > 0$$

là phương trình của mặt phẳng có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}(A ; B ; C)$.

• Mặt phẳng đi qua điểm $(x_0 ; y_0 ; z_0)$ với vectơ pháp tuyến $(A ; B ; C)$ có phương trình :

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0.$$

- Phương trình đường thẳng :
+ Phương trình tham số :

$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$$

với $a^2 + b^2 + c^2 > 0$.

- + Phương trình chính tắc :

$$\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c} \text{ với } abc \neq 0.$$

Đường thẳng với phương trình đó đi qua điểm $(x_0; y_0; z_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (a; b; c)$.

- Vị trí tương đối giữa hai mặt phẳng (α) và (α') :

Nếu (α) có phương trình : $Ax + By + Cz + D = 0$ và (α') có phương trình : $A'x + B'y + C'z + D' = 0$, thì

+ (α) và (α') cắt nhau khi và chỉ khi $A : B : C \neq A' : B' : C'$

+ (α) và (α') song song khi và chỉ khi $\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} \neq \frac{D}{D'}$

+ (α) và (α') trùng nhau khi và chỉ khi $\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} = \frac{D}{D'}$.

+ (α) và (α') vuông góc với nhau khi và chỉ khi $AA' + BB' + CC' = 0$.

- Khoảng cách :

+ Khoảng cách giữa hai điểm $A(x_A; y_A; z_A)$ và $B(x_B; y_B; z_B)$:

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$$

+ Khoảng cách từ điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ đến mặt phẳng (α) có phương trình $Ax + By + Cz + D = 0$ là :

$$d(M_0, (\alpha)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

b) Câu hỏi trắc nghiệm nhằm ôn tập kiến thức:

GV nên đưa ra một hệ thống câu hỏi trắc nghiệm nhằm ôn tập toàn bộ kiến thức trong chương.

Sau đây xin giới thiệu một số câu hỏi:

I. Hãy khoanh tròn câu đúng, sai trong các câu sau mà em cho là hợp lí.

Câu 1. Hai đường thẳng song song thì hai vectơ chỉ phương cộng tuyến.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 2. Đường thẳng $\Delta \perp (\alpha)$ khi và chỉ khi vectơ chỉ phương của Δ và vectơ pháp tuyến của (α) cộng tuyến.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 3. Cho hai đường thẳng

$$d : \begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases} \text{ và } d' : \begin{cases} x = x'_0 + a'_1 t' \\ y = y'_0 + a'_2 t' \\ z = z'_0 + a'_3 t' \end{cases}$$

$$\text{Hệ phương trình } \begin{cases} x'_0 + a'_1 t' = x_0 + a_1 t \\ y'_0 + a'_2 t' = y_0 + a_2 t \\ z'_0 + a'_3 t' = z_0 + a_3 t \end{cases} \text{ vô nghiệm thì } d // d'$$

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 4. Cho hai đường thẳng

$$d : \begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases} \text{ và } d' : \begin{cases} x = x'_0 + a'_1 t' \\ y = y'_0 + a'_2 t' \\ z = z'_0 + a'_3 t' \end{cases}$$

$$\text{Hệ phương trình } \begin{cases} x'_0 + a'_1 t' = x_0 + a_1 t \\ y'_0 + a'_2 t' = y_0 + a_2 t \\ z'_0 + a'_3 t' = z_0 + a_3 t \end{cases} \text{ vô nghiệm thì } d \text{ và } d' \text{ chéo nhau}$$

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 5. Cho hai đường thẳng

$$d : \begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases} \text{ và } d' : \begin{cases} x = x'_0 + a'_1 t' \\ y = y'_0 + a'_2 t' \\ z = z'_0 + a'_3 t' \end{cases}$$

$$\text{Hệ phương trình } \begin{cases} x'_0 + a'_1 t' = x_0 + a_1 t \\ y'_0 + a'_2 t' = y_0 + a_2 t \\ z'_0 + a'_3 t' = z_0 + a_3 t \end{cases} \text{ có nghiệm thì } d \text{ và } d' \text{ cắt nhau}$$

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 6. Cho hai đường thẳng

$$d : \begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases} \text{ và } d' : \begin{cases} x = x'_0 + a'_1 t' \\ y = y'_0 + a'_2 t' \\ z = z'_0 + a'_3 t' \end{cases}$$

$$\text{Hệ phương trình } \begin{cases} x'_0 + a'_1 t' = x_0 + a_1 t \\ y'_0 + a'_2 t' = y_0 + a_2 t \\ z'_0 + a'_3 t' = z_0 + a_3 t \end{cases} \text{ có nghiệm duy nhất thì } d \text{ và } d' \text{ cắt nhau}$$

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 7. Hai mặt phẳng song song khi và chỉ khi hai vectơ pháp tuyến của chúng cộng tuyến.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 8. Hai mặt phẳng vuông góc với nhau khi và chỉ khi tích vô hướng hai vectơ pháp tuyến bằng 0.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 9. Cho mặt cầu (I, r) và một mặt phẳng (α) .

$d(I, (\alpha)) < r$ thì giao của mặt cầu và (α) là đường tròn.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 10. Cho mặt cầu (I, r) và một mặt phẳng (α) .

$d(I, (\alpha)) = r$ thì (α) tiếp xúc với (I, r) .

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 11. Cho mặt cầu (I, r) và một mặt phẳng (α) .

$d(I, (\alpha)) > r$ thì giao của mặt cầu và (α) là đường tròn.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 12. Phương trình đường thẳng AB nhận \overline{AB} làm vectơ chỉ phương.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 13. Phương trình mặt phẳng vuông góc với AB nhận \overline{AB} làm vectơ pháp tuyến

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 14. Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C nhận $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \right]$ làm vectơ pháp tuyến.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 15. Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C nhận $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \right]$ làm vectơ pháp tuyến.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 16. Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C nhận $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \right]$ làm vectơ pháp tuyến.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 17. Phương trình mặt cầu tổng quát có dạng:

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0.$$

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 18. Phương trình mặt cầu tổng quát có dạng:

$$2x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0.$$

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 19. Mặt cầu tâm $I(a, b, c)$ bán kính r là :

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = r$$

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 20. Mặt cầu tâm $I(a, b, c)$ bán kính r là :

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = r^2$$

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 21. Phương trình mặt cầu : Phương trình có dạng

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0,$$

với điều kiện $a^2 + b^2 + c^2 < d$, là phương trình mặt cầu có tâm $(-a; -b; -c)$ và có

bán kính $r = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 22. Phương trình mặt cầu : Phương trình có dạng

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0,$$

với điều kiện $a^2 + b^2 + c^2 = d$, là phương trình mặt cầu có tâm $(-a; -b; -c)$ và có bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 23. Phương trình mặt cầu : Phương trình có dạng

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0,$$

với điều kiện $a^2 + b^2 + c^2 > d$, là phương trình mặt cầu có tâm $(-a; -b; -c)$ và có bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 24. $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 25. Cho $\vec{u} = (x; y; z)$ và $\vec{v} = (x'; y'; z')$. Tích vô hướng của \vec{u} và \vec{v} là số

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy' + zz'.$$

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 26. Điểm M có tọa độ $(x; y; z) \Leftrightarrow \vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 27. Vectơ \vec{u} có tọa độ $(x; y; z) \Leftrightarrow \vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 28. Nếu điểm $A = (x_A; y_A; z_A)$ và điểm $B = (x_B; y_B; z_B)$ thì

$$\vec{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A).$$

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 29. Phương trình chính tắc :

$$\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c} \text{ với } abc \neq 0.$$

Đường thẳng với phương trình đó đi qua điểm $(x_0; y_0; z_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (a; b; c)$.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 30. Cho (α) có phương trình : $Ax + By + Cz + D = 0$ và (α') có phương trình : $A'x + B'y + C'z + D' = 0$

(α) và (α') cắt nhau khi và chỉ khi $A : B : C \neq A' : B' : C'$

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 31. Cho (α) có phương trình : $Ax + By + Cz + D = 0$ và (α') có phương trình : $A'x + B'y + C'z + D' = 0$

(α) và (α') song song khi và chỉ khi $\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} \neq \frac{D}{D'}$

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 32. Cho (α) có phương trình : $Ax + By + Cz + D = 0$ và (α') có phương trình : $A'x + B'y + C'z + D' = 0$

(α) và (α') trùng nhau khi và chỉ khi $\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} = \frac{D}{D'}$.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 33. Cho (α) có phương trình : $Ax + By + Cz + D = 0$ và (α') có phương trình : $A'x + B'y + C'z + D' = 0$

(α) và (α') vuông góc với nhau khi và chỉ khi $AA' + BB' + CC' = 0$

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 34. Khoảng cách giữa hai điểm $A(x_A; y_A; z_A)$ và $B(x_B; y_B; z_B)$:

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$$

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 35. Khoảng cách từ điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ đến mặt phẳng (α) có phương trình

$Ax + By + Cz + D = 0$ là :

$$d(M_0, (\alpha)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

(a) Đúng (b) Sai.

II. Điền đúng, sai vào ô thích hợp

Hãy điền đúng, sai vào các ô trống sau đây mà em cho là hợp lí nhất.

Câu 36. Cho hai điểm $A(0; 1; 0)$, $B(1, 0, 1)$

(a) $\overline{AB} = (1; -1; 1)$

(b) $AB = 1$

(c) $AB = \sqrt{3}$

(d) Cả ba câu trên đều sai.

Trả lời.

a	b	c	d
Đ	S	Đ	S

Câu 37. Cho hai điểm $A(0; 1; 0)$, $B(1, 0, 1)$

(a) Phương trình đường thẳng AB là $\begin{cases} x = t \\ y = 1 - t \\ z = t \end{cases}$

(b) Phương trình đường thẳng AB là $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -t \\ z = 1 + t \end{cases}$

(c) Phương trình đường thẳng AB là $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{1}$

(d) Cả ba câu trên đều sai.

Trả lời.

a	b	c	d
Đ	Đ	Đ	S

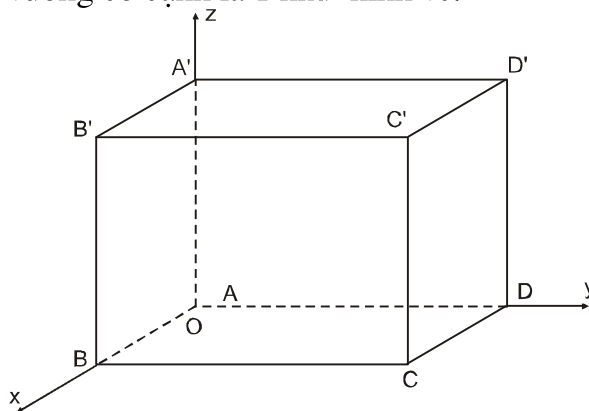
Câu 38. Cho phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2z = 6$

- (a) Đây là một phương trình mặt cầu
- (b) Đây là một phương trình mặt cầu tâm I (1 ; -2 ; 1)
- (c) Đây là một phương trình mặt cầu có bán kính $r = 6$
- (d) Đây là một phương trình mặt cầu bán kính $r = \sqrt{6}$

Trả lời.

a	b	c	d
Đ	Đ	S	Đ

Câu 39. Cho hình vuông có cạnh là 1 như hình vẽ.

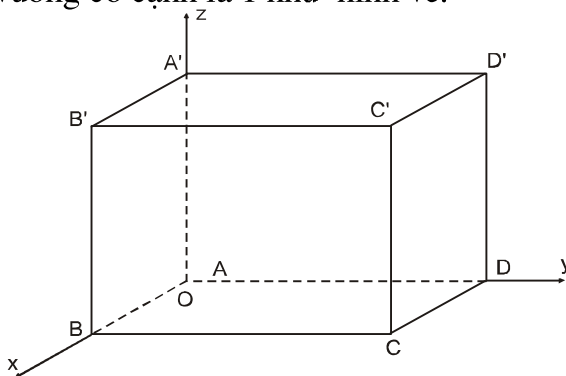


- (a) Điểm A (0 ; 0 ; 0)
- (b) Điểm D' (0 ; 1 ; 1)
- (c) Điểm C' (1 ; 1 ; 1)
- (d) Cả ba câu trên đều sai.

Trả lời.

a	b	c	d
Đ	Đ	Đ	S

Câu 40. Cho hình vuông có cạnh là 1 như hình vẽ.



- (a) Đường thẳng A'D' có phương trình $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 1 \end{cases}$

(b) Đường thẳng CC' có phương trình $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = t \end{cases}$

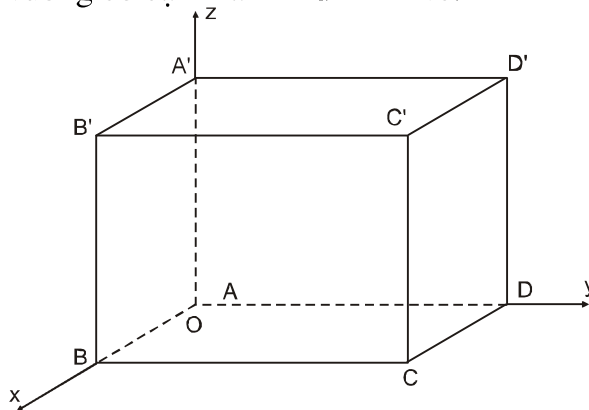
(c) Đường thẳng $A'C'$ có phương trình $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = 1 \end{cases}$

(d) Cả ba câu trên đều sai.

Trả lời.

a	b	c	d
Đ	Đ	Đ	S

Câu 41. Cho hình vuông có cạnh là 1 như hình vẽ.



(a) Mặt phẳng $(CC'D'D)$ có phương trình $y = 1$

(b) Mặt phẳng $(CC'A'A)$ có phương trình $-x + y + 1 = 0$

(c) Mặt phẳng $(BB'D'D)$ có phương trình $x + y = 0$

(d) Cả ba câu trên đều sai.

Trả lời.

a	b	c	d
Đ	Đ	Đ	S

III. Câu hỏi đa lựa chọn

Chọn câu trả lời đúng trong các bài tập sau:

Câu 42. Cho ba điểm $M(1;0;0)$, $N(0;-2;0)$, $P(0;0;1)$. Nếu $MNPQ$ là một hình bình hành thì toạ độ của điểm Q là :

(a) $(-1; 2; 1)$;

(b) $(1; 2; 1)$

(c) $(-2; 1; 2)$;

(d) $(-2; 3; 4)$

Trả lời . (b).

Câu 43. Cho ba điểm $M(1;0;0)$, $N(0;-2;0)$, $P(0;0;1)$. Nếu $MNPQ$ là một hình bình hành thì PQ có phương trình là

$$(a) \begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 1 \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} x = 2t \\ y = t \\ z = 1 \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} x = 1 \\ y = 2t \\ z = t \end{cases}$$

$$(d) \begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = -1 \end{cases}$$

Trả lời . (a).

Câu 44. Cho ba điểm $A(1;2;0)$, $B(1;0;-1)$, $C(0;-1;2)$.

Độ dài AB là :

$$(a) 2;$$

$$(b) 2$$

$$(c) 1 ;$$

$$(d) \sqrt{5}.$$

Trả lời . (d).

Câu 45. Cho tam giác ABC có $A=(1;1;1)$, $B=(0;-2;3)$, $C=(2;1;0)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

$$(a) 3x + y + 3z + 7 = 0$$

$$(b) 3x + y + 3z - 7 = 0$$

$$(c) 3x + y + 3z + 5 = 0;$$

$$(d) 3x + y + 3z - 5 = 0$$

Trả lời . (b).

Câu 46. Cho tam giác ABC có $A=(1;1;1)$, $B=(0;-2;3)$, $C=(2;1;0)$. Phương trình mặt phẳng đi qua M (1 ; 2 ; -7) và song song với mặt phẳng (ABC) là

$$(a) 3x + y + 3z + 12 = 0$$

$$(b) 3x + y + 3z - 32 = 0$$

$$(c) 3x + y + 3z + 16 = 0;$$

$$(d) 3x + y + 3z - 22 = 0$$

Trả lời . (c).

Câu 47. Cho tam giác ABC có $A=(1;1;1)$, $B=(0;-2;3)$, $C=(2;1;0)$. Phương trình đường thẳng đi qua M (1 ; 2 ; -7) và vuông góc với mặt phẳng (ABC) là

$$(a) \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 2 + t \\ z = -7 + 2t \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = -7 + 2t \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + t \\ z = -7 + 2t \end{cases}$$

$$(d) \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + t \\ z = -7 + 2t \end{cases}$$

Trả lời . (d).

Câu 48. Cho tam giác ABC có $A=(1;1;1)$, $B=(0;-2;3)$, $C=(2;1;0)$. Mặt cầu tâm I(1;1;-1) tiếp xúc với mặt phẳng tọa độ (ABC) có phương trình là :

$$(a) (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = \frac{36}{19}$$

$$(b) (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = \frac{36}{19}$$

$$(c) (x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = \frac{36}{19}$$

$$(d) (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = -\frac{36}{19}.$$

Trả lời . (a).

$$(d) \frac{a\sqrt{6}}{4}.$$

Trả lời . (d).

Hoạt động 2

2. Hướng dẫn trả lời câu hỏi và bài tập ôn tập chương III

Bài 1.

a) Hướng dẫn. $[\vec{AB}, \vec{AC}] = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = (12; 10; 6).$

$$[\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AD} = 1 \cdot 12 + 2 \cdot 10 + 1 \cdot 6 = 28 \neq 0.$$

b) Hướng dẫn. $V_{ABCD} = \frac{1}{6} | [\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AD} |.$

c) Hướng dẫn.. $\vec{n} = [\vec{BC}, \vec{BD}].$

Đáp số. $2x + y + z - 1 = 0$

d) Đáp số. $R = \frac{|2 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 - 14|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 1^2}} = \frac{4}{\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$

Bài 2.

a) Hướng dẫn. Điểm $A'(x_0; y_0; z_0)$ là điểm đối xứng với điểm A qua mp(P) khi và chỉ khi \vec{AA}' là vectơ pháp tuyến của (P) và trung điểm I của AA' nằm trên (P).

Đáp số. $A' = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$

b) *Đáp số.* $\sin \varphi = \frac{|2 - \dots + 9|}{\sqrt{17} \cdot \sqrt{14}} = \frac{7}{\sqrt{238}}.$

c) *Đáp số.* $4x - y - 2z - \dots = 0.$

d) *Đáp số.*
$$\begin{cases} x = \frac{23}{7} + 4t \\ y = \frac{9}{7} - t \\ z = \frac{10}{7} - 2t. \end{cases}$$

Bài 3.

a) *Hướng dẫn.* Dựa vào phương pháp tìm hình chiếu của một điểm trên một mặt phẳng hoặc viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua d và vuông góc với (P). Khi đó $d' = (P) \cap (Q).$

Đáp số.
$$\begin{cases} x = \frac{2}{3} + t \\ y = -\frac{1}{9} + \frac{2}{3}t \\ z = t. \end{cases}$$

b) *Hướng dẫn.* Gọi (R) là mặt phẳng chứa d và song song với Oz, khi đó d_1 chính là giao tuyến của mp(R) với mp(P)

Đáp số.
$$\begin{cases} x = \frac{13}{3} + t \\ y = t \\ z = -\frac{10}{3} + 2t. \end{cases}$$

c) *Hướng dẫn.* Gọi (P') là mặt phẳng đi qua gốc tọa độ O và song song với mp(P) thì (P') có phương trình : $x - 3y + z = 0.$ I của đường thẳng d và (P') có tọa độ thỏa mãn hệ :

$$\begin{cases} x = \frac{2}{3} + t \\ y = -\frac{11}{3} + t \\ z = t \\ x - 3y + z = 0 \end{cases}$$

Đáp số. $I = \left(\dots \right).$

Bài 4. *Hướng dẫn.* Dựa trực tiếp vào phương trình đường thẳng:

a) HS tự giải .

Đáp số. $x - \dots + \dots + \dots = 0.$

b) HS tự giải

Đáp số. $x \mp 2y \mp 5z + 9 = 0$.

c) HS tự giải. Đáp số.
$$\begin{cases} x = t \\ y = \frac{29}{11} + \frac{2}{11}t \\ z = \frac{41}{55} + \frac{7}{55}t. \end{cases}$$

d) $h = \frac{|\overrightarrow{AM} \cdot \vec{u}}{|\vec{u}|}$. Đáp số. $\frac{2\sqrt{30}}{\sqrt{11}}$.

Bài 5.

a) Chứng minh bằng tích có hướng.

Đáp số. $d \perp d'$.

b) $h = \frac{|\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{u'} \cdot \overrightarrow{M_0M_0'}|}{|\overrightarrow{u} \times \overrightarrow{u'}|}$. Đáp số. $\frac{\sqrt{42}}{3}$.

c) Vectơ chỉ phương của đường vuông góc chung Δ là $\vec{u}_\Delta = [\vec{u}, \vec{u}']$; viết phương trình của mp(Δ, d) và mp(Δ, d') thì giao của hai mặt phẳng đó chính là Δ .

Đáp số.
$$\begin{cases} x = -1 + 5t \\ y = 11 - 4t \\ z = t. \end{cases}$$

d) Đường thẳng Δ song song với Oz cắt d và d' lần lượt tại A và B . Khi đó ta có $A = (t, 1 + 4t, 1 + t), B = (1 + t, -1 + t, 1 - t)$

Đáp số.
$$\begin{cases} x = -4 \\ y = -7 \\ z = -1 + t. \end{cases}$$

Bài 6. Hướng dẫn.

a) Chứng minh hai đường thẳng trên cắt nhau.

Đáp số. $2x - 1 - 1 - 1 + 1 = 0$.

b) Sử dụng phương pháp tính thể tích. Giao điểm của mặt phẳng (P) với các trục tọa độ là: $A\left(\frac{1}{6}\right), B\left(\frac{1}{2}\right)$ và $C\left(\frac{1}{13}\right)$.

Đáp số. $V = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{13} = \frac{1}{6 \cdot 2 \cdot 16 \cdot 13} = \frac{31^3}{2496}$.

c) HS tự giải.

Đáp số. $x^2 + y^2 + z^2 + \frac{31}{2}x - \frac{31}{16}y - \frac{31}{13}z = 0$.

Bài 7.

a) Chứng minh tích vô hướng của hai vectơ chỉ phương bằng 0.

b) HS tự giải

Đáp số. (P) : $x - y - z + 1 = 0$; (Q) : $x + z - 1 = 0$

c) HS tự giải.

$$\text{Đáp số. } \begin{cases} x = t \\ y = t + 5 \\ z = 1 - t \end{cases} \Leftrightarrow \frac{y-5}{2} = \frac{z-4}{-1}.$$

Bài 8.

a) $\vec{n}_P(2; -1; 1)$ và $\vec{n}_Q(1; 1; 2)$ không cùng phương.

$$\cos \varphi = \frac{|\vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q|}{|\vec{n}_P| \cdot |\vec{n}_Q|}$$

b) HS tự giải

$$\text{Đáp số. } \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+3}{-1}.$$

c) HS tự giải.

Đáp số. $x + y - z + 1 = 0$.

Bài 9.

a) $I(1; 2; 3)$ và có bán kính $R = \sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2} = \sqrt{14}$.

$$\text{b) } d = \frac{|1 + 2 - 3 + k|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 1^2}} = \frac{|k|}{\sqrt{3}}.$$

c) HS tự giải.

$$\text{Đáp số. } \frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{6} = 1.$$

d) Đáp số. $x - y + z + 1 = 0$.

e) HS tự giải

$$\text{Đáp số. } 4x + y - z \pm \sqrt{17} = 0$$

Bài 10.

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.

$A = (0; 0; 0)$, $B = (1; 0; 0)$, $D = (0; 1; 0)$,

$A' = (0; 0; 1)$, $C' = (1; 1; 1)$, $M = (0; 0; m)$, $N = (n; 0; 0)$, $P = (0; p; 0)$.

$$\text{a) } \frac{1}{n} + \frac{1}{p} + \frac{1}{m} = 1$$

$$\text{b) } V = \frac{1}{6} AM \cdot AN \cdot AP = \frac{1}{6} mnp$$

Sử dụng bất đẳng thức cô-si:

Đáp số. giá trị nhỏ nhất của thể tích V là $\frac{27}{6}$ khi $A.MNP$ là hình chóp đều.

Hoạt động 3

Trả lời câu hỏi trắc nghiệm chương III.

GV hướng dẫn từng câu để trả lời cho HS.

Hoạt động 4

Giới thiệu một số đề kiểm tra chương III

Đề số 1

Phần 1. Câu hỏi và bài tập trắc nghiệm (mỗi câu 1 điểm).

Câu 1. Cho hình lập phương $ABCD A'B'C'D'$ cạnh 1, trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, O trùng A , AB thuộc Ox , AD thuộc Oy , AA' thuộc Oz . Khi đó :

- (a) Mặt phẳng $(ABCD)$ có phương trình $x = 0$;
- (b) Mặt phẳng $(A'B'C'D')$ có phương trình $z = 1$;
- (c) Mặt phẳng $(A'B'C'D')$ có phương trình $y = 1$
- (d) Cả ba câu trên đều sai

Hãy chọn câu trả lời **đúng**.

Câu 2. Cho $A (1 ; 2 ; 3)$, $B (0 ; -1 ; 2)$.

- (a) Vectơ $\overrightarrow{AB} = (-1; -2; -1)$;
- (b) Vectơ $\overrightarrow{AB} = (-1; 2; -1)$;
- (c) Vectơ $\overrightarrow{AB} = (-1; -3; 1)$;
- (d) Cả ba câu trên đều sai.

Hãy chọn câu trả lời **đúng**.

Câu 3. Cho $A (1 ; 2 ; 3)$, $B (0 ; -1 ; 2)$..

- (a) Phương trình đường thẳng AB là $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$
- (b) Phương trình đường thẳng AB là $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 3t \\ z = 2 + t \end{cases}$
- (c) Phương trình đường thẳng AB là $\begin{cases} x = -t \\ y = -1 - 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$

(d) Cả ba câu trên đều sai.

Hãy chọn câu trả lời **sai**.

Câu 4. Cho mặt phẳng (α) có phương trình :

$$2x + 3y - z + 1 = 0 \text{ và điểm } M(1; 0; 2)$$

Phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (P) là

(a) $2x + 3y - z + 2 = 0;$

(b) $2x + 3y - z = 0$

(c) $2x + 3y - z - 1 = 0;$

(d) $2x + 3y - z + 1 = 0.$

Phần 2. Bài tập tự luận (6 điểm)

Câu 5. (6 điểm) Cho hai mặt phẳng (α) : $2x + 3y - z + 1 = 0$ và

(β): $x - y + z - 2 = 0.$

a) Lập phương trình tham số của giao tuyến Δ của hai mặt phẳng.

b) Tính khoảng cách từ điểm M (2 ; -3 ; 0) đến đường thẳng $\Delta.$

Đề số 2

Phần 1. Câu hỏi và bài tập trắc nghiệm (mỗi câu 1 điểm).

Câu 1. Khoảng cách từ M(0 ; 1 ; 0) đến mặt phẳng (α) : $x + y - z - 2 = 0$ là

(a) 1 ;

(b) 2

(c) 3 ;

(d) 4

Hãy chọn câu trả lời **đúng**.

Câu 2. Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (α) : $x + y - z - 2 = 0$

(a) M(1 ; 1 ; 1);

(b) N(1 ; -1 ; 1);

(c) P(1 ; 1 ; 0); ;

(d) Q(1 ; 1 ; -1);

Hãy chọn câu trả lời **đúng**.

Câu 3. Cho A (0 ; 1 ; 2), B(1 ; 0 ; 2) và C (0 ; -1 ; -1) .

(a) $\overline{AB} = (1; -1; 0)$;

(b) $\overline{AC} = (0; -2; -3)$

(c) $\overline{BC} = (-1; -1; -3)$

(d) Cả ba câu trên đều sai

Hãy chọn câu trả lời **sai**.

Câu 4. Đường thẳng đi qua M(1 ; -1 ; 0) và vuông góc với mặt phẳng (α) :

$x - y + 2z - 7 = 0$ là

(a) $x - y + 2z - 4 = 0$;

(b) $x - y + 2z - 5 = 0$

(c) $x - y + 2z - 2 = 0$

(d) $x - y + 2z - 3 = 0$

Phần 2. Bài tập tự luận (6 điểm)

Câu 5. (6 điểm). Cho hai đường thẳng $\Delta : \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 3 - t \\ z = -t + t \end{cases}$ và $\Delta' : \begin{cases} x = -t + 2t \\ y = -t + t \\ z = 5 - t \end{cases}$

a) Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng.

b) Xác định đường vuông góc chung của Δ và $\Delta'.$

Đề số 3

Phần 1. Câu hỏi và bài tập trắc nghiệm (mỗi câu 1 điểm).

Hãy điền đúng sai vào các khẳng định sau:

Câu 1. Cho hình cầu có phương trình : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z - 22 = 0$

(a) Tâm của mặt cầu là I(1 ; 1 ; 2) □

(b) Tâm của mặt cầu là I (1 ; -1 ; 2) □

(c) Bán kính mặt cầu là $r = 22$

(d) Bán kính mặt cầu là $r = 4$

Câu 2. Cho hình cầu có phương trình : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z - 22 = 0$

(a) Mặt phẳng $(\alpha) : x + y - z - 1$ tiếp xúc với mặt cầu

(b) Mặt phẳng $(\alpha) : x + y - z - 1$ cắt mặt cầu

(c) Mặt cầu trên luôn luôn không cắt (α)

(d) Cả ba khẳng định đều sai

Câu 3. Cho đường thẳng $\Delta : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = t + 3t \\ z = 3 - t \end{cases}$

(a) Mặt phẳng $x - 3y + z - 3$ vuông góc với Δ

(b) Mặt phẳng $x - 3y + z - 3$ song song với Δ

(c) Phương trình của Δ là : $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-1}$

(d) Cả ba ý trên đều sai

Câu 4. Cho mặt phẳng $(\alpha) : z - 1 = 0$

(a) Mặt phẳng $(\alpha) // (Oxy)$

(b) $(\alpha) \perp Oz$

(c) $(\alpha) // Ox$

(d) Cả ba ý trên đều sai

Phần 2. Bài tập tự luận (6 điểm)

Câu 5. (6 điểm) Cho mặt phẳng (α) có phương trình : $2x + 3y + z - 1 = 0$ và điểm A (1 ; 2 ; -5)

a) Xác định A' đối xứng với A qua (α) .

b) Lập phương trình mặt cầu tâm A và cắt (α) theo đường tròn có bán kính là 2.

Hướng dẫn - Đáp án

Đề số 1

Phần 1. Câu hỏi và bài tập trắc nghiệm, mỗi câu 1 điểm.

Hãy chọn câu trả lời đúng trong các câu sau

Câu	Câu	Câu	Câu
1	2	2	4
b	a	d	b

Phần 2. Bài tập tự luận 6 điểm (HS tự giải)

Đề số 2

Phần 1. Câu hỏi và bài tập trắc nghiệm, mỗi câu 1 điểm.

<i>Câu 1</i>	<i>Câu 2</i>	<i>Câu 2</i>	<i>Câu 4</i>
<i>a</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>d</i>

Phần 2. Bài tập tự luận 6 điểm

Đề số 3

Phần 1. Câu hỏi và bài tập trắc nghiệm, mỗi câu 1 điểm.

Câu 1.

a	b	c	d
S	Đ	S	Đ

Câu 2.

a	b	c	d
S	Đ	S	S

Câu 3.

a	b	c	d
Đ	S	Đ	S

Câu 4.

a	b	c	d
Đ	Đ	Đ	S

Phần 2. Bài tập tự luận 6 điểm

Bạn đọc tự giải.

Ôn tập cuối năm
(2 tiết)

I. Mục tiêu

1. Kiến thức

HS nắm được:

1. Khái niệm :

Chương 1

- + Định nghĩa khối đa diện.
- + Định nghĩa hình chóp, hình lăng trụ.
- + Định nghĩa khối đa diện đều.
- + Thể tích và diện tích của khối đa diện.

Chương 2

- + Định nghĩa hình tròn xoay, hình nón, hình trụ, hình cầu và các khái niệm cơ bản.
- + Khái niệm về thể tích, diện tích của các khối tròn xoay.

Chương 3

- + Định nghĩa hệ trục tọa độ trong không gian.

- + Định nghĩa phương trình mặt cầu.
- + Định nghĩa phương trình mặt phẳng trong không gian.
- + Định nghĩa phương trình đường thẳng trong không gian.

2. Một số định lí và mệnh đề quan trọng:

Chương 1

- + Công thức tính diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình nón và hình trụ.
- + Phân chia và lắp ghép khối đa diện như thế nào?

Chương 2

- + Công thức về diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình nón và hình trụ và hình cầu.
- + Công thức thể tích của hình nón, hình trụ và hình cầu.

Chương 3

- + Các tính chất của phép toán về tọa độ trong không gian.
- + Tích vô hướng của hai vectơ.
- + Tích hỗn hợp của hai vectơ.
- + Điều kiện để hai mặt phẳng song song, hai mặt phẳng cắt nhau.
- + Vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng.
- + Vị trí tương đối của hai đường thẳng.
- + Khoảng cách từ một điểm đến một mặt phẳng, đến đường thẳng.

2. Kỹ năng

Ôn tập toàn bộ các kỹ năng của 3 chương.

3. Thái độ

- Liên hệ được với nhiều vấn đề có trong thực tế với môn học hình học không gian.
- Có nhiều sáng tạo trong hình học.
- Hứng thú trong học tập, tích cực phát huy tính độc lập trong học tập.

II. Chuẩn bị của GV và HS

1. Chuẩn bị của GV:

- Chuẩn bị ôn tập toàn bộ kiến thức.
- Chuẩn bị một đến hai bài kiểm tra.
- Cho học sinh kiểm tra và chấm, trả bài.

2. Chuẩn bị của HS :

Ôn tập lại toàn bộ kiến thức, giải và trả lời các câu hỏi bài tập trong chương trình.

III. Phân phối thời lượng

Bài này chia thành 2 tiết:

Tiết 1 : Ôn tập.

Tiết 2 : Kiểm tra 1 tiết.

IV. Tiến trình dạy - học

A. Đặt vấn đề

Câu hỏi 1.

Hãy thống kê các công thức tính diện tích và thể tích.

Câu hỏi 2.

Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.

Đúng hay sai ?

Câu hỏi 3.

Viết các công thức tính khoảng cách.

B. Bài mới

Hoạt động 1

1. Ôn tập kiến thức cơ bản

a) Tóm tắt lí thuyết cơ bản.

Chương 1

- Hình đa diện chia không gian làm hai phần (phần bên trong và phần bên ngoài), nó gồm một số hữu hạn đa giác phẳng thỏa mãn hai điều kiện :
 - a) Hai đa giác hoặc không có điểm chung, hoặc có một đỉnh chung, hoặc có một cạnh chung.
 - b) Mỗi cạnh của một đa giác là cạnh chung của đúng hai đa giác.
- Hình đa diện cùng với phần bên trong của nó gọi là một khối đa diện. Mỗi khối đa diện có thể phân chia được thành những khối tứ diện.
- Phép dời hình trong không gian là phép biến hình bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kì.
- Hai hình đa diện bằng nhau nếu có một phép dời hình biến hình này thành hình kia.
- Hai hình tứ diện bằng nhau nếu chúng có các cạnh tương ứng bằng nhau.
- Có 5 loại khối đa diện đều : khối tứ diện đều, khối lập phương, khối tám mặt đều, khối mười hai mặt đều, khối hai mươi mặt đều.
Thể tích của khối hộp chữ nhật bằng tích số ba kích thước.
- Thể tích của khối chóp bằng một phần ba tích số của diện tích mặt đáy và chiều cao khối chóp.

- Thể tích của khối lăng trụ bằng tích số của diện tích mặt đáy và chiều cao của khối lăng trụ.

Chương 2

- Mặt cầu $S(O ; R)$ là tập hợp $\{M \mid OM = R\}$. Khối cầu $S(O ; R)$ là tập hợp $\{M \mid OM \leq R\}$.

Mặt cầu là hình tròn xoay sinh bởi một đường tròn khi quay quanh một đường kính của đường tròn đó.

Khối cầu là hình tròn xoay sinh bởi một hình tròn khi quay quanh một đường kính của hình tròn đó.

- Giao của mặt cầu $S(O ; R)$ và mp(P) phụ thuộc vào R và khoảng cách d từ O đến (P). Giả sử H là hình chiếu của O trên mp(P). Khi đó :

– Nếu $d < R$ thì giao là đường tròn nằm trên (P) có tâm H , bán kính

$$r = \sqrt{R^2 - d^2} .$$

– Nếu $d = R$ thì mp(P) tiếp xúc với mặt cầu $S(O ; R)$ tại H .

– Nếu $d > R$ thì mp(P) không cắt mặt cầu $S(O ; R)$.

- Giao của mặt cầu $S(O ; R)$ và đường thẳng Δ phụ thuộc vào R và khoảng cách d từ O tới Δ . Giả sử H là hình chiếu của O trên Δ . Khi đó :

– Nếu $d < R$ thì đường thẳng Δ cắt mặt cầu $S(O ; R)$ tại hai điểm phân biệt.

– Nếu $d = R$ thì Δ tiếp xúc với mặt cầu $S(O ; R)$ tại H . Các đường thẳng tiếp xúc với mặt cầu tại H nằm trên tiếp diện của mặt cầu tại H .

– Nếu $d > R$ thì Δ không cắt mặt cầu $S(O ; R)$.

- Về các tiếp tuyến của mặt cầu đi qua một điểm A nằm ngoài mặt cầu :

– Các đoạn thẳng nối A và các tiếp điểm bằng nhau.

– Tập hợp các tiếp điểm là một đường tròn.

- Hình cầu bán kính R có diện tích bằng $4\pi R^2$, có thể tích bằng $\frac{4}{3}\pi R^3$.

- Mặt trụ là hình tròn xoay sinh bởi đường thẳng l khi quay quanh đường thẳng Δ song song với l .

- Mặt trụ có trục Δ , bán kính R là tập hợp các điểm cách đường thẳng Δ một khoảng R .

- Hình trụ là phần mặt trụ nằm giữa hai mặt phẳng phân biệt (P), (P') vuông góc với trục của mặt trụ, cùng với hai hình tròn giới hạn bởi hai đường tròn (C) và (C') là giao tuyến của mặt trụ với hai mặt phẳng (P) và (P').

Hình trụ là hình tròn xoay sinh bởi bốn cạnh của một hình chữ nhật khi quay quanh một đường trung bình của hình chữ nhật đó.

Diện tích xung quanh của hình trụ bằng tích số chu vi đường tròn đáy và chiều cao.

Diện tích toàn phần của hình trụ bằng tổng diện tích xung quanh và diện tích hai đáy.

- Khối trụ là hình trụ cùng với phần bên trong hình trụ đó.

Khối trụ là hình tròn xoay sinh bởi một hình chữ nhật (kể cả các điểm nằm trong nó) khi quay quanh một đường trung bình của hình chữ nhật đó.

Thể tích khối trụ bằng tích số của diện tích đáy và chiều cao.

- Mặt nón là hình tròn xoay sinh bởi đường thẳng l khi quay quanh đường thẳng Δ cắt l nhưng không vuông góc với l .
- Mặt nón đỉnh O , trục Δ (O thuộc Δ), góc ở đỉnh 2α là hình tạo bởi các đường thẳng đi qua O và tạo với Δ một góc bằng α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$).
- Hình nón là hình tròn xoay sinh bởi ba cạnh của một tam giác cân khi quay quanh trục đối xứng của tam giác đó.
- Diện tích xung quanh của hình nón bằng một nửa tích số chu vi đáy và độ dài đường sinh.
- Diện tích toàn phần của hình nón bằng tổng diện tích xung quanh và diện tích đáy.
- Khối nón là hình nón cùng với phần bên trong của hình nón đó.
- Khối nón là hình tròn xoay sinh bởi một hình tam giác vuông (kể cả phần trong) khi quay quanh đường thẳng chứa một cạnh góc vuông.
- Thể tích của khối nón bằng một phần ba tích số diện tích đáy và chiều cao.

Chương 3

- Toạ độ của điểm và toạ độ của vectơ đối với hệ toạ độ $Oxyz$:

+ Điểm M có toạ độ $(x; y; z) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.

+ Vectơ \vec{u} có toạ độ $(x; y; z) \Leftrightarrow \vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.

+ $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$.

- Tích vô hướng và tích vectơ : Cho $\vec{u} = (x; y; z)$ và $\vec{v} = (x'; y'; z')$ thì :

+ Tích vô hướng của \vec{u} và \vec{v} là số : $\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy' + zz'$.

+ Một số tính chất : $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$;

- Phương trình mặt cầu : Phương trình có dạng

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0,$$

với điều kiện $a^2 + b^2 + c^2 > d$, là phương trình mặt cầu có tâm $(-a; -b; -c)$ và có

$$\text{bán kính } R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}.$$

- Phương trình mặt phẳng : Phương trình

$$Ax + By + Cz + D = 0, \text{ với } A^2 + B^2 + C^2 > 0$$

là phương trình của mặt phẳng có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}(A; B; C)$.

- Mặt phẳng đi qua điểm $(x_0; y_0; z_0)$ với vectơ pháp tuyến $(A; B; C)$ có phương trình :

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0.$$

- Phương trình đường thẳng :

+ Phương trình tham số :

$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$$

với $a^2 + b^2 + c^2 > 0$.

+ Phương trình chính tắc :

$$\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c} \text{ với } abc \neq 0.$$

Đường thẳng với phương trình đó đi qua điểm $(x_0; y_0; z_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (a; b; c)$.

• Vị trí tương đối giữa hai mặt phẳng (α) và (α') :

Nếu (α) có phương trình : $Ax + By + Cz + D = 0$ và (α') có phương trình : $A'x + B'y + C'z + D' = 0$, thì

+ (α) và (α') cắt nhau khi và chỉ khi $A : B : C \neq A' : B' : C'$

+ (α) và (α') song song khi và chỉ khi $\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} \neq \frac{D}{D'}$

+ (α) và (α') trùng nhau khi và chỉ khi $\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} = \frac{D}{D'}$.

+ (α) và (α') vuông góc với nhau khi và chỉ khi $AA' + BB' + CC' = 0$.

• Khoảng cách :

+ Khoảng cách giữa hai điểm $A(x_A; y_A; z_A)$ và $B(x_B; y_B; z_B)$:

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$$

+ Khoảng cách từ điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ đến mặt phẳng (α) có phương trình $Ax + By + Cz + D = 0$ là :

$$d(M_0, (\alpha)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

b) Câu hỏi trắc nghiệm nhằm ôn tập kiến thức:

GV nên đưa ra một hệ thống câu hỏi trắc nghiệm nhằm ôn tập toàn bộ kiến thức trong chương trình.

Sau đây xin giới thiệu một số câu hỏi:

I. Hãy khoanh tròn câu đúng, sai trong các câu sau mà em cho là hợp lí.

Câu 1. Qua hai phép biến hình : Phép tịnh tiến theo vectơ \vec{v} và phép đối xứng qua đường thẳng được hai khối đa diện bằng nhau.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 2. Qua hai phép biến hình : Phép đối xứng tâm O và phép đối xứng qua đường thẳng được hai khối đa diện bằng nhau.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 3. Khối đa diện luôn chứa trọn mọi đoạn thẳng có hai đầu thuộc khối đa diện là khối đa diện lồi.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 4. Khối đa diện luôn chứa trọn mọi đường thẳng là khối đa diện lồi.

(a) Đúng (b) Sai.

- Câu 5.** Khối tứ diện có 4 mặt là tam giác đều là khối đa diện đều
(a) Đúng (b) Sai.
- Câu 6.** Có vô số khối đa diện đều
(a) Đúng (b) Sai.
- Câu 7.** Chỉ có 5 khối đa diện đều
(a) Đúng (b) Sai.
- Câu 8.** Khối đa diện đều có số đỉnh và số mặt bằng nhau
(a) Đúng (b) Sai.
- Câu 9.** Đa diện có các mặt là tam giác thì tổng số các mặt phải là số chẵn.
(a) Đúng (b) Sai.
- Câu 110.** Trung điểm các cạnh của một tứ diện đều là đỉnh của một tứ diện đều.
(a) Đúng (b) Sai.
- Câu 118.** Hình lập phương là một đa diện đều.
(a) Đúng (b) Sai.
- Câu 12.** Hình lập phương là lục diện đều.
(a) Đúng (b) Sai.
- Câu 13.** Hình lập phương là đa diện đều dạng $\{4, 3\}$
(a) Đúng (b) Sai.
- Câu 14.** Hình lập phương là đa diện đều dạng $\{3, 4\}$
(a) Đúng (b) Sai.
- Câu 15.** Hình bát diện đều là đa diện đều dạng $\{4, 3\}$
(a) Đúng (b) Sai.
- Câu 16.** Hình 12 mặt đều là đa diện đều dạng $\{3, 5\}$
(a) Đúng (b) Sai.
- Câu 17.** Mọi mặt phẳng đều cắt mặt nón theo một đường tròn
(a) Đúng (b) Sai.
- Câu 18.** Mọi mặt phẳng vuông góc với trục đều cắt mặt nón theo một đường tròn
(a) Đúng (b) Sai.
- Câu 19.** Mọi mặt phẳng đi qua trục đều cắt mặt nón theo một tam giác cân
(a) Đúng (b) Sai.
- Câu 20.** Mọi mặt phẳng đi qua đỉnh nếu cắt mặt nón thì cắt theo một tam giác cân
(a) Đúng (b) Sai.
- Câu 21.** Mọi mặt phẳng cắt mặt trụ theo một đường tròn
(a) Đúng (b) Sai.
- Câu 22.** Mọi mặt phẳng vuông góc với trục của mặt trụ cắt mặt trụ theo một đường tròn
(a) Đúng (b) Sai.
- Câu 23.** Mọi mặt phẳng đi qua trục của mặt trụ cắt mặt trụ theo một hình chữ nhật
(a) Đúng (b) Sai.

Câu 24. Mọi mặt phẳng song song với trục của mặt trụ nếu cắt mặt trụ thì cắt theo một hình chữ nhật

- (a) Đúng (b) Sai.

Câu 25. Đường thẳng $\Delta \perp (\alpha)$ khi và chỉ khi vectơ chỉ phương của Δ và vectơ pháp tuyến của (α) cộng tuyến.

- (a) Đúng (b) Sai.

Câu 27. Cho hai đường thẳng

$$d : \begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases} \text{ và } d' : \begin{cases} x = x'_0 + a'_1 t' \\ y = y'_0 + a'_2 t' \\ z = z'_0 + a'_3 t' \end{cases}$$

$$\text{Hệ phương trình } \begin{cases} x'_0 + a'_1 t' = x_0 + a_1 t \\ y'_0 + a'_2 t' = y_0 + a_2 t \\ z'_0 + a'_3 t' = z_0 + a_3 t \end{cases} \text{ vô nghiệm thì } d // d'$$

- (a) Đúng (b) Sai.

Câu 27. Cho hai đường thẳng

$$d : \begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases} \text{ và } d' : \begin{cases} x = x'_0 + a'_1 t' \\ y = y'_0 + a'_2 t' \\ z = z'_0 + a'_3 t' \end{cases}$$

$$\text{Hệ phương trình } \begin{cases} x'_0 + a'_1 t' = x_0 + a_1 t \\ y'_0 + a'_2 t' = y_0 + a_2 t \\ z'_0 + a'_3 t' = z_0 + a_3 t \end{cases} \text{ vô nghiệm thì } d \text{ và } d' \text{ chéo nhau}$$

- (a) Đúng (b) Sai.

Câu 28. Cho hai đường thẳng

$$d : \begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases} \text{ và } d' : \begin{cases} x = x'_0 + a'_1 t' \\ y = y'_0 + a'_2 t' \\ z = z'_0 + a'_3 t' \end{cases}$$

$$\text{Hệ phương trình } \begin{cases} x'_0 + a'_1 t' = x_0 + a_1 t \\ y'_0 + a'_2 t' = y_0 + a_2 t \\ z'_0 + a'_3 t' = z_0 + a_3 t \end{cases} \text{ có nghiệm thì } d \text{ và } d' \text{ cắt nhau}$$

- (a) Đúng (b) Sai.

Câu 29. Cho hai đường thẳng

$$d : \begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases} \text{ và } d' : \begin{cases} x = x'_0 + a'_1 t' \\ y = y'_0 + a'_2 t' \\ z = z'_0 + a'_3 t' \end{cases}$$

$$\text{Hệ phương trình } \begin{cases} x'_0 + a'_1 t' = x_0 + a_1 t \\ y'_0 + a'_2 t' = y_0 + a_2 t \\ z'_0 + a'_3 t' = z_0 + a_3 t \end{cases} \text{ có nghiệm duy nhất thì } d \text{ và } d' \text{ cắt nhau}$$

- (a) Đúng (b) Sai.

Câu 30. Hai mặt phẳng song song khi và chỉ khi hai vectơ pháp tuyến của chúng cộng tuyến.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 31. Hai mặt phẳng vuông góc với nhau khi và chỉ khi tích vô hướng hai vectơ pháp tuyến bằng 0.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 32. Cho mặt cầu (I, r) và một mặt phẳng (α) .

$d(I, (\alpha)) < r$ thì giao của mặt cầu và (α) là đường tròn.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 33. Cho mặt cầu (I, r) và một mặt phẳng (α) .

$d(I, (\alpha)) = r$ thì (α) tiếp xúc với (I, r) .

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 34. Cho mặt cầu (I, r) và một mặt phẳng (α) .

$d(I, (\alpha)) > r$ thì giao của mặt cầu và (α) là đường tròn.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 35. Phương trình đường thẳng AB nhận \overline{AB} làm vectơ chỉ phương.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 36. Phương trình mặt phẳng vuông góc với AB nhận \overline{AB} làm vectơ pháp tuyến

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 37. Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C nhận $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \right]$ làm vectơ pháp tuyến.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 38. Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C nhận $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC} \right]$ làm vectơ pháp tuyến.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 39. Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C nhận $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CB} \right]$ làm vectơ pháp tuyến.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 40. Phương trình mặt cầu tổng quát có dạng:

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0.$$

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 41. Phương trình mặt cầu tổng quát có dạng:

$$2x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0.$$

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 42. Mặt cầu tâm $I(a, b, c)$ bán kính r là :

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = r$$

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 43. Mặt cầu tâm $I(a, b, c)$ bán kính r là :

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = r^2$$

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 44. Phương trình mặt cầu : Phương trình có dạng

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0,$$

với điều kiện $a^2 + b^2 + c^2 < d$, là phương trình mặt cầu có tâm $(-a; -b; -c)$ và có bán kính $r = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 45. Phương trình mặt cầu : Phương trình có dạng

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0,$$

với điều kiện $a^2 + b^2 + c^2 = d$, là phương trình mặt cầu có tâm $(-a; -b; -c)$ và có bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 46. $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 47. Cho $\vec{u} = (x; y; z)$ và $\vec{v} = (x'; y'; z')$. Tích vô hướng của \vec{u} và \vec{v} là số

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy' + zz'.$$

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 48. Nếu điểm $A = (x_A; y_A; z_A)$ và điểm $B = (x_B; y_B; z_B)$ thì

$$\vec{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A).$$

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 49. Phương trình chính tắc :

$$\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c} \text{ với } abc \neq 0.$$

Đường thẳng với phương trình đó đi qua điểm $(x_0; y_0; z_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (a; b; c)$.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 50. Cho (α) có phương trình : $Ax + By + Cz + D = 0$ và (α') có phương trình : $A'x + B'y + C'z + D' = 0$

(α) và (α') cắt nhau khi và chỉ khi $A : B : C \neq A' : B' : C'$

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 51. Cho (α) có phương trình : $Ax + By + Cz + D = 0$ và (α') có phương trình : $A'x + B'y + C'z + D' = 0$

(α) và (α') song song khi và chỉ khi $\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} \neq \frac{D}{D'}$

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 52. Cho (α) có phương trình : $Ax + By + Cz + D = 0$ và (α') có phương trình : $A'x + B'y + C'z + D' = 0$

(α) và (α') trùng nhau khi và chỉ khi $\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} = \frac{D}{D'}$.

(a) Đúng (b) Sai.

Câu 53. Cho (α) có phương trình : $Ax + By + Cz + D = 0$ và (α') có phương trình : $A'x + B'y + C'z + D' = 0$

(α) và (α') vuông góc với nhau khi và chỉ khi $AA' + BB' + CC' = 0$

- (a) Đúng (b) Sai.

Câu 54. Khoảng cách từ điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ đến mặt phẳng (α) có phương trình

$Ax + By + Cz + D = 0$ là :

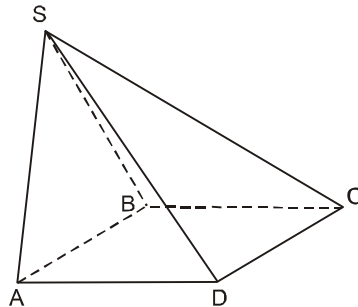
$$d(M_0, (\alpha)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

- (a) Đúng (b) Sai.

II. Điền đúng, sai vào ô thích hợp

Hãy điền đúng, sai vào các ô trống sau đây mà em cho là hợp lý nhất.

Câu 55. Cho hình chóp S.ABCD, đáy ABCD là hình vuông cạnh a, SA = a, SA \perp (ABCD).

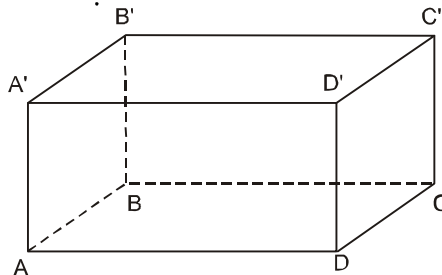


- (a) Thể tích hình chóp là a^3
- (b) Thể tích hình chóp là $\frac{1}{3} a^3$
- (c) Thể tích hình chóp là $\frac{1}{6} a^3$
- (d) Cả ba câu trên đều sai.

Trả lời.

a	b	c	d
S	S	Đ	S

Câu 56. Cho hình hộp chữ nhật ABCDA'B'C'D' có AA' = c, AB = a, AD = b

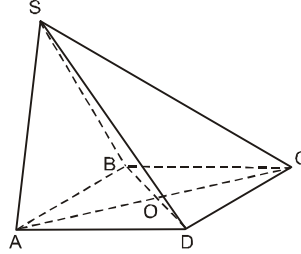


- (a) Thể tích hình hộp là abc
- (b) Thể tích hình chóp A'.ABCD là abc
- (c) Thể tích hình chóp A'.ABCD là $\frac{1}{3} abc$
- (d) $V_{(ABCD.A'B'C'D')} = 3V_{(A'.ABCD)}$

Trả lời.

a	b	c	d
Đ	S	Đ	Đ

Câu 57. Cho hình chóp S.ABCD, đáy ABCD là hình vuông cạnh a, SA = a vuông góc với đáy.



(a) $SB = a\sqrt{2}$

(b) $SD = a\sqrt{2}$

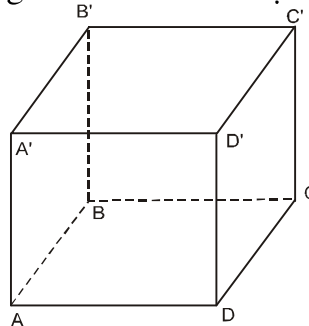
(c) Diện tích tam giác SBD bằng $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

(d) Cả ba câu trên đều sai.

Trả lời.

a	b	c	d
Đ	Đ	Đ	S

Câu 58. Cho hình lập phương ABCDA'B'C'D' cạnh a.



(a) Thể tích khối lập phương là a^3

(b) Thể tích khối chóp A'.DD'C' là $\frac{1}{6}a^3$

(c) Thể tích khối lăng trụ AA'B'.DD'C' là $\frac{1}{6}a^3$

(d) Cả ba câu trên đều sai

Trả lời.

a	b	c	d
Đ	Đ	Đ	S

Câu 59. Cho hai điểm A(0 ; 1 ; 0), B (1, 0, 1)

(a) $\overline{AB} = (1 ; -1 ; 1)$

(b) $AB = 1$

(c) $AB = \sqrt{3}$

(d) Cả ba câu trên đều sai.

Trả lời.

a	b	c	d
Đ	S	Đ	S

Câu 60. Cho hai điểm $A(0 ; 1 ; 0)$, $B(1, 0, 1)$

(a) Phương trình đường thẳng AB là $\begin{cases} x = t \\ y = 1 - t \\ z = t \end{cases}$

(b) Phương trình đường thẳng AB là $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -t \\ z = 1 + t \end{cases}$

(c) Phương trình đường thẳng AB là $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{1}$

(d) Cả ba câu trên đều sai.

Trả lời.

a	b	c	d
Đ	Đ	Đ	S

Câu 61. Cho phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2z = 6$

(a) Đây là một phương trình mặt cầu

(b) Đây là một phương trình mặt cầu tâm $I(1 ; -2 ; 1)$

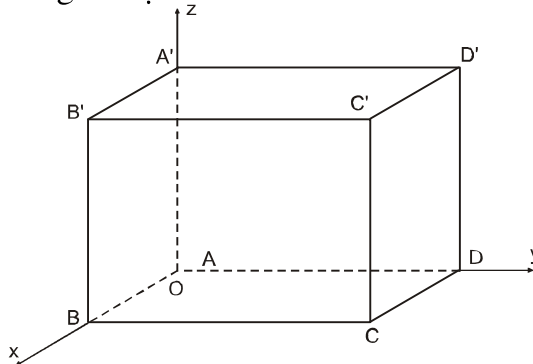
(c) Đây là một phương trình mặt cầu có bán kính $r = 6$

(d) Đây là một phương trình mặt cầu bán kính $r = \sqrt{6}$

Trả lời.

a	b	c	d
Đ	Đ	S	Đ

Câu 62. Cho hình vuông có cạnh là 1 như hình vẽ.



(a) Đường thẳng A'D' có phương trình $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 1 \end{cases}$

(b) Đường thẳng CC' có phương trình $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = t \end{cases}$

(c) Đường thẳng A'C' có phương trình $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = 1 \end{cases}$

(d) Cả ba câu trên đều sai.

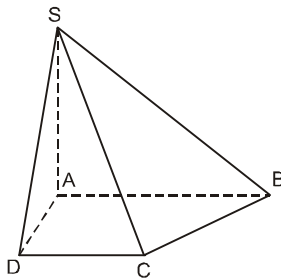
Trả lời.

a	b	c	d
Đ	Đ	Đ	S

III. Câu hỏi đa lựa chọn

Chọn câu trả lời đúng trong các bài tập sau:

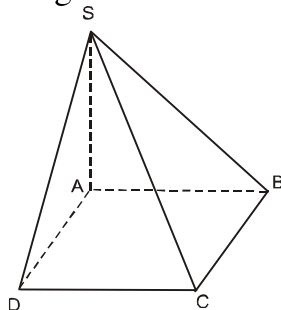
Câu 64. Cho hình chóp SABCD, đáy ABCD là hình thang vuông tại A, $SA \perp (ABCD)$, $SA = a$, $AB = 2a$, $AD = DC = a$. Khoảng cách từ A đến (SBC) là



- (a) a ; (b) $2a$
 (c) $a\sqrt{3}$; (d) $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Trả lời . (d).

Câu 65. Cho hình chóp SABCD, đáy ABCD là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, $SA = a$. Khoảng cách giữa AB và SD là

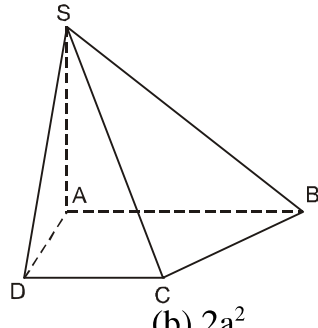


- (a) a ; (b) $2a$

- (c) $a\sqrt{2}$; (d) $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Trả lời . (d).

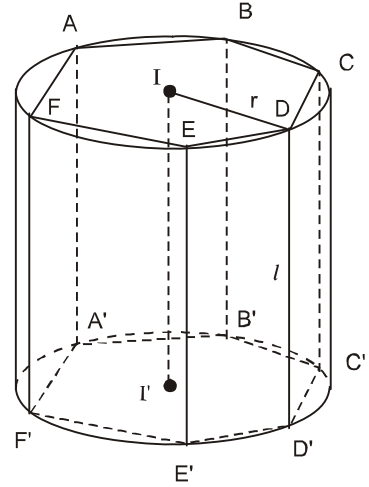
Câu 66. Cho hình chóp SABCD, đáy ABCD là hình thang vuông tại A, $SA \perp (ABCD)$, $SA = a$, $AB = 2a$, $AD = DC = a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) là



- (a) a^2 ; (b) $2a^2$
 (c) $a^2\sqrt{2}$; (d) $\frac{a^2\sqrt{6}}{2}$.

Trả lời . (d).

Câu 67. Cho hình lăng trụ lục giác đều cạnh đáy là $2\sqrt{3}$ nội tiếp một hình trụ có đường cao là 3

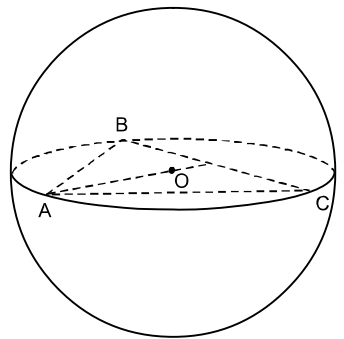


Đường sinh của hình trụ là :

- (a) $2\sqrt{3}$; (b) $3\sqrt{3}$
 (c) 3 ; (d) 6.

Trả lời. (c).

Câu 68. Một hình cầu có đường tròn lớn ngoại tiếp một tam giác đều cạnh 1 có diện tích toàn phần là :



(a) $2\sqrt{3}$;

(b) $3\sqrt{3}$

(c) $\frac{1}{\sqrt{3}}$;

(d) 6π .

Trả lời. (c).

Câu 69. Gọi d là khoảng cách từ O của mặt cầu $S(O ; r)$ đến mặt phẳng (P)

Điền vào chỗ trống sau :

d	6	5	4	8
r	5	4	4	8
Vị trí tương đối của (P) và (S)				

Câu 70. Cho ba điểm $M(1;0;0)$, $N(0;-2;0)$, $P(0;0;1)$. Nếu $MNPQ$ là một hình bình hành thì PQ có phương trình là

(a) $\begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 1 \end{cases}$

(b) $\begin{cases} x = 2t \\ y = t \\ z = 1 \end{cases}$

(c) $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2t \\ z = t \end{cases}$

(d) $\begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = -1 \end{cases}$

Trả lời. (a).

Câu 71. Cho ba điểm $A(1;2;0)$, $B(1;0;-1)$, $C(0;-1;2)$.

Độ dài AB là :

(a) 2;

(b) 2

(c) 1 ;

(d) $\sqrt{5}$.

Trả lời. (d).

Câu 72. Cho ba điểm $A(1;2;0)$, $B(1;0;-1)$, $C(0;-1;2)$.

Độ dài BC là :

(a) 2;

(b) $\sqrt{11}$

(c) 1 ;

(d) $\sqrt{5}$.

Trả lời. (b).

Câu 73. Cho tam giác ABC có $A=(1;1;1)$, $B=(0;-2;3)$, $C=(2;1;0)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

(a) $3x + y + 3z + 7 = 0$

(b) $3x + y + 3z - 7 = 0$

(c) $3x + y + 3z + 5 = 0$;

(d) $3x + y + 3z - 5 = 0$

Trả lời. (b).

Câu 74. Cho tam giác ABC có $A=(1; 1; 1)$, $B=(0; -2; 3)$, $C=(2; 1; 0)$. Phương trình mặt phẳng đi qua $M(1; 2; -7)$ và song song với mặt phẳng (ABC) là

- (a) $3x + y + 3z + 12 = 0$ (b) $3x + y + 3z - 32 = 0$
 (c) $3x + y + 3z + 16 = 0$; (d) $3x + y + 3z - 22 = 0$

Trả lời . (c).

Câu 75. Cho tam giác ABC có $A=(1; 1; 1)$, $B=(0; -2; 3)$, $C=(2; 1; 0)$. Phương trình đường thẳng đi qua $M(1; 2; -7)$ và vuông góc với mặt phẳng (ABC) là

- (a) $\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 2 + t \\ z = -7 + 2t \end{cases}$ (b) $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = -7 + 2t \end{cases}$
 (c) $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + t \\ z = -7 + 2t \end{cases}$ (d) $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + t \\ z = -7 + 2t \end{cases}$

Trả lời . (d).

Câu 76. Cho tam giác ABC có $A=(1; 1; 1)$, $B=(0; -2; 3)$, $C=(2; 1; 0)$. Mặt cầu tâm $I(1; 1; -1)$ tiếp xúc với mặt phẳng tọa độ (ABC) có phương trình là :

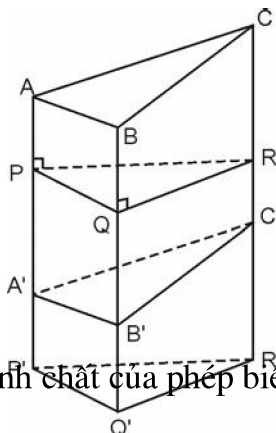
- (a) $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = \frac{36}{19}$
 (b) $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = \frac{36}{19}$
 (c) $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = \frac{36}{19}$
 (d) $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = -\frac{36}{19}$.

Trả lời . (a).

Hoạt động 2

2. Hướng dẫn trả lời câu hỏi và bài tập ôn tập cuối năm

Bài 1.



a) **Hướng dẫn.** Sử dụng tính chất của phép biến hình. HS tự chứng minh.

b) **Hướng dẫn.** $V_{ABC.A'B'C'} = V_{PQR.P'Q'R'} = S.AA'$

HS tự chứng minh.

Bài 2.

Hướng dẫn. phép vị tự

tâm G với tỉ số $k = \frac{1}{3}$ biến

tứ diện $ABCD$ thành tứ diện $A'B'C'D'$. Bởi vậy $V_{A'B'C'D'} = |k|^3 V_{ABCD} = \frac{1}{27} V$.

Bài 3. *Hướng dẫn.*

Đáp số. $V_{ACB'D'} = V - \frac{1}{6} V = \frac{5}{6} V$.

Bài 4.

HS tự chứng minh theo hình vẽ.

Đáp số. $V_{MPRQSN} = V - \frac{1}{8} V = \frac{7}{8} V$

Bài 5. HS tự chứng minh

Đáp số. $V = V_S - V_K = \frac{4}{3} \pi R^3 - \frac{1}{3} \pi R^2 \cdot R = \frac{2}{3} \pi R^3$

Bài 6. *Hướng dẫn.* HS tự vẽ hình.

a) HS tự giải

Đáp số. $V = \pi \left(\frac{a}{2} \right)^2 \cdot a = \pi \left(\frac{a}{2} \right)^2 \cdot a = \frac{\pi a^3}{2}$.

b) $V = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{12}$.

Bài 7.

a) *Hướng dẫn.* HS tự vẽ hình và chứng minh.

b) *Đáp số.* $d = \frac{R\sqrt{2}}{2}$

Bài 8. Hướng dẫn.

a) *Hướng dẫn.* Sử dụng tích vô hướng $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD}$.

b) *Đáp số.* $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 2z - 1 = 0$.

c) $\vec{n} = [1; -2; 1] = (1; -2; 1)$.

Đáp số. $3x - 2y + z + 1 = 0$; $h = \frac{|3 \cdot 1 - 2 \cdot (-2) + 3 \cdot 4|}{\sqrt{3^2 + (-2)^2 + 3^2}} = \frac{5}{\sqrt{43}}$.

d) HS tự giải.

Bài 9. Hướng dẫn.

a) *Hướng dẫn.* Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua Δ và vuông góc với mỗi mặt phẳng. $d = (\alpha)$ giao với các mặt phẳng tọa độ.

b) HS tự chứng minh.

c) $h_1 = \frac{|1|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$; $h_2 = \frac{|3|}{\sqrt{3^2 + 1^2}} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$; $h_3 = \frac{|-3|}{\sqrt{3^2 + 2^2}} = \frac{3\sqrt{13}}{13}$.

d) HS tự giải. *Đáp số.*
$$\begin{cases} x = -\frac{12}{26} + 4t \\ y = -\frac{12}{26} - t \\ z = -\frac{12}{26} - 3t \end{cases}$$

e) HS tự giải. *Đáp số.*
$$\begin{cases} x = -\frac{1}{3} \\ y = -\frac{1}{3} \\ z = t. \end{cases}$$

Bài 10.

a) *Hướng dẫn.*

$MA^2 - MB^2 = 2 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 - (x-2)^2 - (y-2)^2 - (z-2)^2 = 2$

Đáp số. $2x + y - z - 1 = 0$.

b) *Hướng dẫn.* HS tự giải tương tự câu a)

Đáp số. N thuộc mặt cầu có tâm $I\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$, bán kính $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

c) *Hướng dẫn.* HS tự giải tương tự câu a)

Đáp số. $-x + y + (\sqrt{2}-1)z = 0$.

Bài 11. Bài 10.

a) *Hướng dẫn.* HS tự giải

$$\text{Đáp số. } \begin{cases} x = at \\ y = bt \\ z = \tau + ct \end{cases}$$

b) *Hướng dẫn.* HS tự giải tương tự câu a)

Đáp số. Quỹ tích M khi \square thay đổi là đường tròn tâm O bán kính bằng 5 và nằm trong mặt phẳng Oxy .

Bài 12. *Hướng dẫn.*

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.

$$\text{a) } \text{Đáp số. } d = \frac{|-1|}{\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}} = \frac{abc}{\sqrt{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2}}$$

$$\text{b) } \text{Đáp số. } h = \frac{\left| \left[\begin{array}{cc} \vec{BC} & \vec{CD} \end{array} \right] \right|}{|\vec{CD}|} = \frac{\sqrt{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2}}{\sqrt{a^2 + c^2}}$$

$$\text{a) } \text{Hướng dẫn. } h' = \frac{|[\vec{BC}', \vec{CD}'], \vec{BC}|}{|[\vec{BC}', \vec{CD}']|}$$

$$\text{Đáp số. } \frac{abc}{\sqrt{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2}}$$

Các câu hỏi trắc nghiệm HS tự giải và trả lời