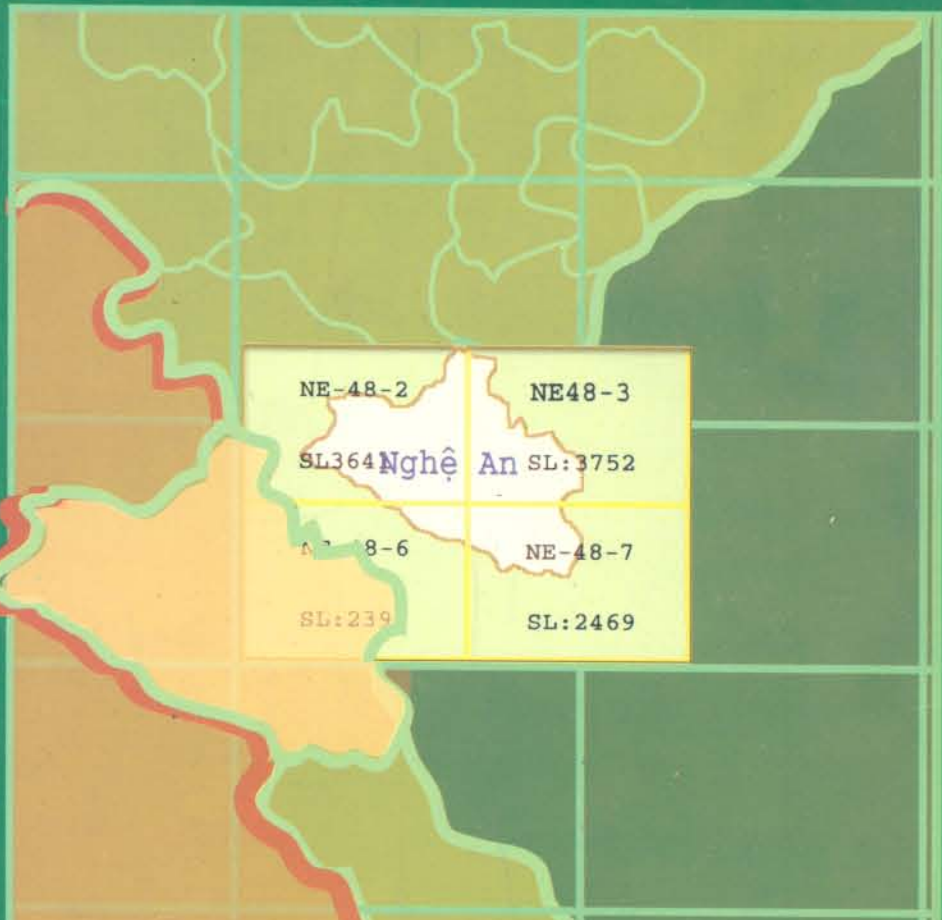
GS. HOÀNG NGỌC HÀ

TÍNH TOÁN TRẮC ĐỊA VÀ CƠ SỞ DỮ LIỆU



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

GS. HOÀNG NGỌC HÀ

TÍNH TOÁN TRẮC ĐỊA VÀ CƠ SỞ DỮ LIỆU

(Tái bản lần thứ hai)

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

LỜI NÓI ĐẦU

Trong các chuyên ngành khoa học về Trái Đất, đặc biệt khoa học Trắc địa-Bản đồ, Địa chính lượng thông tin cần phải xử lý ngày càng tăng. Tính đa dạng của các nguồn thông tin cùng với sự kết nối mạng máy tính, nhất là truy cập Internet đòi hỏi hình thành các hướng nghiên cứu mới. Môn "Tính toán trắc địa và cơ sở dữ liệu" đã được hình thành trong bối cảnh trên và trở thành môn học trong chương trình đào tạo cao học của trường Đại học Mỏ - Địa chất Hà Nội từ khóa đầu tiên năm 1996. Cơ sở để hình thành cuốn sách là tài liệu bài giảng "Tính toán trắc địa" được in nội bộ tại trường Đại học Mỏ- Địa chất năm 1996.

Sau một số năm giảng dạy môn học "Tính toán trắc địa và cơ sở dữ liệu" cho các học viên cao học đào tạo hệ Thạc sĩ và Tiến sĩ trong trường Đại học Mỏ-Địa chất Hà Nội, chúng tôi đã đúc rút được một số kinh nghiệm để hoàn chỉnh tài liệu. Từ năm 2001 môn học này được lựa chọn làm môn thi tuyển nghiên cứu sinh làm luận án Tiến sĩ chuyên ngành "Trắc địa đại cương", do đó xuất hiện nhu cầu xuất bản cuốn sách để làm tài liệu giảng dạy và tra cứu. Trong cuốn sách phản ánh nội dung kế tiếp những phần đã được trình bày trong các môn học ở hệ đào tạo Đại học như: Xử lý số liệu trắc địa, tin học ứng dụng và thông tin đất đai. Trong những năm vừa qua các tiến bộ của công nghệ, nhất là công nghệ thông tin, công nghệ đo GPS (Global Positioning System) và GIS (Geographic Information system) đã làm thay đổi bộ mặt của trắc địa, làm cho các bộ môn khoa học chuyên sâu gắn kết hơn. Do đó việc cung cấp những kiến thức về tính toán cũng như lưu trữ các dữ liệu đã góp phần trang bị cho các nhà nghiên cứu và giảng viên những cơ sở để phát triển kiến thức của mình.

Trong thời gian qua, Trắc địa - Bản đồ ở nước ta đã hướng tới hội nhập, định hướng theo sự phát triển của thế giới và khu vực. Một số phần mềm tiên tiến đã được ứng dụng ở Việt Nam làm cho những người làm công tác nghiên cứu phải vươn lên *để phát triển các phần mềm có khả năng cạnh tranh. Do đó, cần cung cấp một số kiến thức sâu và cơ bản cho các đối tượng để đáp ứng nhu cầu đó.*

Nội dung của cuốn sách bao gồm:

- Cơ sở tính toán bình sai trắc địa.

- Một số vấn đề của phương pháp tính và tối ưu hóa tính toán.

- Cơ sở dữ liệu trên nền tảng ứng dụng các hệ thống thông tin địa lý (GIS)

Một số vấn đề trình bày trong cuốn sách đã được lựa chọn từ các vấn đề nghiên cứu lý thuyết cũng như kết quả nghiên cứu trong quá trình tham gia của tác giả trong việc xử lý mạng lưới Thiên văn - Trắc địa - Vệ tinh Quốc gia trong những năm 1992-2000 (thành lập hệ toạ độ Quốc gia VN 2000). Chúng tôi cũng mong muốn định hướng một số vấn đề cần giải quyết trong tương lai.

Tác giả hy vọng cuốn sách sẽ bổ ích cho sinh viên các năm cuối, học viên cao học và nghiên cứu sinh. Cuốn sách cũng có thể là tài liệu tham khảo cho các nhà nghiên cứu.

Tác giả chân thành cảm ơn học viên cao học các khoá học đã thẳng thắn, cởi mở trong tranh luận khoa học và phát hiện những sai sót in ấn. Chúng tôi đánh giá cao công sức biên tập của bộ phận biên tập Nhà xuất bản Giáo dục. Nhờ sự giúp đỡ này bản thảo đã được hoàn chỉnh thêm. Chúng tôi hy vọng tài liệu này sẽ bổ ích cho những ai làm công tác trắc địa và rất mong sự đóng góp của đồng nghiệp./.

Giáo sư, TSKH. Hoàng Ngọc Hà

Trưởng bộ môn

TRẮC ĐỊA PHỔ THÔNG VÀ SAI SỐ

TRƯỜNG ĐẠI HỌC MỎ - ĐỊA CHẤT HÀ NỘI

PHẦN I

TÍNH TOÁN TRẮC ĐỊA

CHƯƠNG I

TỔNG QUAN VỀ CÁC PHƯƠNG PHÁP BÌNH SAI TRẮC ĐỊA

1.1 KHÁI NIỆM VỀ BÌNH SAI VỚI CÁC TRỊ ĐO PHỤ THUỘC

Trong các giáo trình giảng dạy cũng như tài liệu nghiên cứu ở nước ta, thông thường khi xem xét việc bình sai theo phương pháp số bình phương nhỏ nhất đã coi các trị đo là độc lập. Trong những trường hợp đó ma trận hệ số R trong hệ phương trình chuẩn trong phương pháp bình sai gián tiếp :

$$R\Delta x + b = 0;$$

sẽ có dạng:

$$\begin{pmatrix} [paa] & [pab]\ldots & [pag] \\ & [pbb]\ldots & [pbg] \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ & & [pgg] \end{pmatrix}$$

Còn trong phương pháp bình sai điều kiện hệ phương trình chuẩn các số liên hệ :

$$NK + W = 0$$

ma trận N được xác định như sau:

$$N = \begin{pmatrix} [\frac{1}{p}aa] & [\frac{1}{p}ab]\ldots & [\frac{1}{p}ar] \\ & [\frac{1}{p}bb]\ldots & [\frac{1}{p}br] \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ & & [\frac{1}{p}rr] \end{pmatrix}$$

Để xem xét về vấn đề các trị đo phụ thuộc, chúng ta xem xét ví dụ đơn giản đo góc theo phương pháp đo toàn vòng (h 1.1).

Ví dụ 1.1. Chúng ta bình sai theo phương pháp điều kiện với các góc $y_1 = \alpha_2 - \alpha_1$, $y_2 = \alpha_3 - \alpha_2$, $y_3 = \alpha_3 - \alpha_1$; Nếu các hướng đo với cùng độ chính xác $P_1 = P_2 = P_3 = 2$; $P_{y_1} = P_{y_2} = P_{y_3} = 1$; chúng ta có phương trình liên hệ các số hiệu chỉnh:

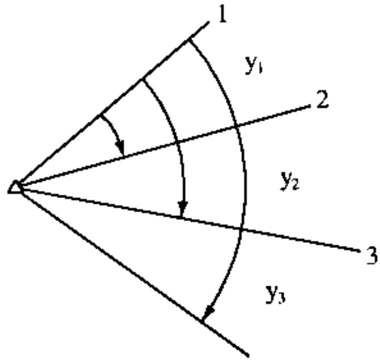
$$v_1 + v_2 + v_3 + W = 0.$$

Hay có thể viết lại dưới dạng:

$$BV + W = 0$$

$$B = (1\ 1\ 1)$$

$$V = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}$$



Hình 1.1

Hệ phương trình chuẩn:

$$NK + W = 0$$

$N = BP^{-1} . B^T = 3$. Nếu coi các trị đo là độc lập, ma trận

$$P = \begin{pmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & 1 \end{pmatrix}$$

số liên hệ:

$$K = -\frac{1}{3}W$$

$$V = P^{-1}B^TK = -\frac{1}{3}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}W.$$

Giả sử chúng ta cần đánh giá độ chính xác hàm số là các hướng 1 và 2 sau bình sai :

$$f = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Nếu chúng ta lưu ý các góc y_1, y_2, y_3 được tính theo các hướng, có các hệ số tương quan:

$$r_{y_1y_2} = -0,5\,; \quad r_{y_1y_3} = 0\,; \qquad r_{y_2y_3} = -0,5$$

ma trận trọng số đảo các trị y_1; y_2; y_3 sẽ là

$$Q = \begin{pmatrix} m^2_{y_1} & r_{y_{12}} & r_{y_{13}} \\ & m^2_{y_2} & r_{y_{23}} \\ & & m^2_{y_3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -0,5 & 0 \\ & 1 & -0,5 \\ & & 1 \end{pmatrix}$$

Ma trận N trong hệ phương trình NK + W = 0 sẽ là:

$$N = 1.$$

Từ đó $\quad K = -W$

$$V = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} = -\begin{pmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \end{pmatrix}$$

Để tính ma trận trọng số đảo α_1, α_2 theo công thức $Q_F = fp^{-1}f^T - N_fN^{-1}N_f$ với ($N_f = Bp^{-1}f^T$, $N = Bp^{-1}B^T$) chúng ta xác định được:

$$Q_f = \begin{pmatrix} 0.75 & 0.25 \\ 0.25 & 0.75 \end{pmatrix}$$

Như vậy, đặc điểm cơ bản của bình sai các trị đo phụ thuộc là phải tính tới các thành phần ngoài đường chéo của ma trận trọng số đảo Q của các trị đo theo phương pháp bình sai điều kiện hay ma trận trọng số $P = Q^{-1}$ trong bình sai gián tiếp.

1.2. MÔ HÌNH TỔNG QUÁT BÌNH SAI THEO PHƯƠNG PHÁP SỐ BÌNH PHƯƠNG NHỎ NHẤT

Trong một số tài liệu [1], [2], [3] đã tổng quát hoá các phương pháp điển hình: bình sai gián tiếp và bình sai điều kiện dưới mô hình sau:

Viết dưới dạng ma trận hệ phương trình số hiệu chỉnh:

$$\overline{V} = \overline{A} \,.\, \overline{\Delta x} + \overline{L} \tag{1.1}$$

với các vector dưới dạng khối sau:

$$\overline{V} = \begin{pmatrix} V \\ \\ \hat{V} \end{pmatrix};\quad \overline{\Delta x} = \begin{pmatrix} \Delta x \\ \\ \widehat{\Delta x} \end{pmatrix};\quad \overline{L} = \begin{pmatrix} L \\ \\ \hat{L} \end{pmatrix} \tag{1.2}$$

Các ma trận hệ số $\overline{A}$ và trọng số $\overline{P}$ được biểu diễn:

$$\overline{A} = \begin{pmatrix} A & \alpha \\ B & \beta \end{pmatrix} \quad ; \quad \overline{P} = \begin{pmatrix} P & \\ & \hat{P} \end{pmatrix} \tag{1.3}$$

Điều kiện của phương pháp số bình phương nhỏ nhất $\overline{V}^T \overline{P}\, \overline{V} = \min$.

Chúng ta thành lập hệ phương trình chuẩn.

$$\overline{R}\overline{\Delta x} + \overline{b} = 0 \tag{1.4}$$

ở đây $\qquad \overline{R} = \overline{A}^T \overline{P}\overline{A};\quad \overline{b} = \overline{A}^T \overline{P}\overline{L}$.

Dựa vào ký hiệu (1.2), (1.3) chúng ta viết lại (1.4) dưới dạng:

$$(R + B^T\hat{P}B)\,\Delta x + (A^TP\alpha + B^T\hat{P}\beta)\,\widehat{\Delta x} + A^TPL + B^T\hat{P}\,\hat{L} = 0$$

$$(\alpha PA + \beta\hat{p}\beta)\,\Delta x + (\alpha^TP\alpha + \beta^T\hat{P}\beta)\,\widehat{\Delta x} + \alpha^TPL + \beta\hat{P}\,\hat{L} = 0 \tag{1.5}$$

ở đây, $R = A^TPA$.

Chúng ta đưa ra vector phụ:

$$K = \hat{P}\beta\Delta x + \hat{P}\beta\widehat{\Delta x} + \hat{P}\,\hat{L}$$

hay là: $\qquad \beta\Delta x + \beta\widehat{\Delta x} - \hat{P}^{-1}K + \hat{L} = 0. \qquad (1.6)$

Hệ phương trình (1.5) được viết lại dưới dạng:

$$\begin{pmatrix} R & R_\alpha & B^T \\ R_\alpha & R_{\alpha\alpha} & \beta^T \\ B & \beta & -\hat{P}^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta x \\ \widehat{\Delta x} \\ K \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b \\ b_\alpha \\ L \end{pmatrix} = 0 \tag{1.7}$$

ở đây, $R_\alpha = A^T P\alpha$; $R_{\alpha\alpha} = \alpha^T P\alpha$; $b_\alpha = \alpha^T PL$.

$$\Phi = \overline{V}^T \overline{P}\, \overline{V} = L^T PL + b^T \Delta x + b^T_\alpha \widehat{\Delta x} + L^T K \quad (1.8)$$

Hệ phương trình (1.7) và biểu thức (1.8) được gọi là mô hình tổng quát đại số của bài toán bình sai. Chúng ta sẽ xem xét các trường hợp đặc biệt:

1.2.1. Nếu $\alpha = 0$, $B = 0$, $\beta = 0$, $\hat{L} = 0$, Ta có:

$$R \,.\, \Delta x + B = 0. \quad (1.9)$$

Đây chính là phương pháp bình sai gián tiếp thông thường.

1.2.2. Nếu $\alpha = 0$ và $\beta = 0$. Hệ phương trình (1.7) có dạng:

$$R\Delta x + B^T K = 0 \quad (1.10)$$

$$B\Delta x - \hat{P}^{-1} K + \hat{L} = 0$$

1.2.3. $\alpha = 0$; $\beta = 0$; $\hat{P}^{-1} = 0$, hệ phương trình (1.10) được rút gọn như sau:

$$R\Delta x + B^T K = 0$$

$$B\Delta x + \hat{L} = 0$$

Đây chính là mô hình của phương pháp bình sai gián tiếp kèm theo điều kiện.

1.2.4. $A = E$; $\alpha = 0$; $\beta = 0$; $L = 0$.

Ở đây E là ma trận đơn vị, ta có:

$$\begin{pmatrix} P & B^T \\ B & -\hat{P}^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V \\ K \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \hat{L} \end{pmatrix} = 0 \quad (1.11)$$

Hay là:

$$(N - \hat{P}^{-1})\, K + \hat{L} = 0$$

ở đây $N = BP^{-1}B^T$; $\hat{P} = 0$. Như vậy, chúng ta thu được

$$NK + W = 0 \quad (1.12)$$

đây chính là phương pháp bình sai điều kiện.

1.2.5. $A = E$; $\alpha = 0$; $L = 0$; $P = 0$

Chúng ta có hệ phương trình rút gọn sau:

$$\begin{aligned} NK + \beta\widehat{\Delta}x + \widehat{L} &= 0 \\ \beta^T K \quad &= 0 \end{aligned} \qquad (1.13)$$

1.2.6. $B = 0$; $\beta = E$. Hệ phương trình (1.7) có dạng:

$$\begin{pmatrix} R & R_\alpha & 0 \\ R_\alpha^T & R_{\alpha\alpha} & E \\ 0 & E & -\widehat{P}^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta x \\ \widehat{\Delta}x \\ K \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b \\ b_\alpha \\ \widehat{L} \end{pmatrix} = 0 \qquad (1.14)$$

Sau khi khử tham số K, chúng ta có:

$$\begin{pmatrix} R & R_\alpha \\ R_\alpha^T & R_{\hat{x}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta x \\ \widehat{\Delta}x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b \\ b_\alpha \end{pmatrix} = 0 \qquad (1.15)$$

Đây chính là mô hình bình sai với sai số số liệu gốc.

1.3. BÌNH SAI CÓ TÍNH TỚI SAI SỐ SỐ LIỆU GỐC

Bài toán bình sai có tính tới sai số số liệu gốc có trong thực tế khi chúng ta nối mạng lưới vào các điểm được xác định với độ chính xác cao hơn hoặc chúng ta có thông tin về các tham số cần xác định.

Trước hết, chúng ta xem xét bài toán trong mô hình bình sai gián tiếp. Chúng ta có thể xem xét từ khía cạnh trường hợp đặc biệt của mô hình (1.7) $B = 0$; $\beta = E$.

$$\begin{aligned} V &= A\Delta x + \alpha\widehat{\Delta}x + L \\ V &= \widehat{\Delta}x + \widehat{L} \end{aligned} \qquad (1.16)$$

ở đây $\widehat{\Delta}x$ là vector của các ẩn số liên quan tới số liệu gốc hoặc các điểm mà chúng ta có thông tin ban đầu.

Δx - vector của các tham số hiệu chỉnh với vector các giá trị gần đúng $X^{(0)}$. Nếu $X^{(0)}$ của vectơ số liệu gốc lấy bằng số liệu gốc $\widehat{L} = 0$, thì khi đó chúng ta có hệ phương trình

$$\left.\begin{array}{l} R\Delta x + R_\alpha \hat{\Delta} x + b = 0 \\ R_\alpha^T \Delta x + R_x \hat{\Delta} x + b\alpha = 0 \end{array}\right\} \qquad (1.17)$$

ở đây $\qquad R_\alpha = A^T P\alpha;\ R_x = R\alpha\alpha + P\ ;\ R_{\alpha\alpha} = \alpha^T P\alpha$

$$b_\alpha = \alpha^T PL$$

Hệ phương trình (1.17) có thể viết dưới dạng:

$$\begin{pmatrix} R & R_\alpha \\ R_\alpha^T & R_x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta x \\ \hat{\Delta} x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b \\ b_\alpha \end{pmatrix} = 0 \qquad (1.18)$$

Chúng ta có thể xem xét vấn đề như sau. Thành lập hệ phương trình các số hiệu chỉnh của ẩn số cần xác định và số liệu gốc.

$$\begin{pmatrix} V \\ \hat{V} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & \alpha \\ 0 & E \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta x \\ \hat{\Delta} x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} L \\ \hat{L} \end{pmatrix} \qquad (1.18a)$$

Chúng ta giải với điều kiện:

$$V^T PV + \hat{V}^T Q_g^{-1} \hat{V} = \min.$$

Như vậy, tương ứng với phương trình số hiệu chỉnh (1.18a) chúng ta có ma trận trọng số:

$$\bar{P} = \begin{pmatrix} P & \\ & Q_g^{-1} \end{pmatrix}$$

Ma trận hệ số của hệ phương trình chuẩn sẽ là:

$$\left(\begin{array}{c|c} A^T & O \\ \hline \alpha^T & E \end{array}\right) \left(\begin{array}{c|c} P & \\ \hline & Q_g^{-1} \end{array}\right) \left(\begin{array}{c|c} A & \alpha \\ \hline O & E \end{array}\right) =$$

$$\left(\begin{array}{c|c} A^T P & O \\ \hline \alpha P & Q_g^{-1} \end{array}\right) \left(\begin{array}{c|c} A & \alpha \\ \hline O & E \end{array}\right) = \left(\begin{array}{c|c} A^T PA & A^T P\alpha \\ \hline \alpha^T PA & \alpha^T P\alpha + Q^{-1}{}_g \end{array}\right)$$

vector số hạng tự do

$$\begin{bmatrix} A^T PL \\ \alpha^T PL \end{bmatrix}.$$

1.4. CÁC CÔNG THỨC CƠ BẢN CỦA BÌNH SAI GIÁN TIẾP

1.4.1 Cơ sở lý thuyết

Giả sử ta có n phép đo: $y_1, y_2..., y_n$ được biểu diễn như các hàm số của các ẩn số $x_1, x_2..., x_k$.

$$\left.\begin{aligned} y_1 &= \varphi_1(x_1, x_2..., x_k) \\ y_2 &= \varphi_2(x_1, x_2..., x_k) \\ y_3 &= \varphi_3(x_1, x_2..., x_k) \end{aligned}\right\} \qquad (1.18b)$$

Chúng ta không thể biết được giá trị thực của trị đo, mà ta chỉ biết được giá trị gần đúng: $y_i^{(0)}$; $x_1^{(0)}$; $x_2^{(0)}$;...; $x_k^{(0)}$;... Trị sau bình sai sẽ được xác định là:

$$y_i = y_i^{(0)} + v_i^{(0)} \text{; còn ẩn số } x_i = x_i^{(0)} + \Delta x_i.$$

Chúng ta sẽ có phương trình liên hệ như sau:

$$y_i^{(0)} + v_i = \varphi_i\,(x_1^{(0)} + \delta x_1;\ x_2^{(0)} + \delta x_2;...\ x_k^{(0)} + \delta x_k)$$

Thường trị gần đúng của các giá trị đo $y_i^{(0)}$ được lấy bằng giá trị đo được. Trên cơ sở khai triển Taylo:

$$v_i = \left[\frac{\partial\varphi_i}{\partial x_1}\right]_{(0)} \partial x_1 + \left[\frac{\partial\varphi_i}{\partial x_2}\right]_{(0)} \partial x_2 + ... + \left[\frac{\partial\varphi_i}{\partial x_k}\right]_{(0)} \partial x_k + \varphi_i(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, ...x_k^{(0)}) - y_i \quad (1.18c)$$

Các chỉ số (0) được hiểu là các đạo hàm riêng được tính theo các giá trị gần đúng. Đối với các hàm tuyến tính các giá trị của đạo hàm riêng không phụ thuộc vào các trị gần đúng. Trị gần đúng càng chính xác bao nhiêu thì việc đưa hàm số về dạng tuyến tính càng chính xác bấy nhiêu. Phương trình (1.18c) có thể được viết lại:

$$v_i = a_i\delta x_1 + b_i\delta x_2 + ... + g_i\delta x_k + l_i \qquad (1.19)$$

$$a_i = \left(\frac{\partial\varphi_i}{\partial x_1}\right)_{(0)} \ ...\ g_i = \left(\frac{\partial\varphi_i}{\partial x_k}\right)_{(0)};\quad l_i = \varphi_1(x_1^{(0)};\ x_2^{(0)};...\ x_k^{(0)}) - y_i\,.$$

Phương trình (1.19) được gọi là phương trình các số hiệu chỉnh. Số các phương trình này bằng số các trị đo n.

Như vậy, ta có một hệ phương trình gồm n phương trình k ẩn; n > k.

Việc giải hệ phương trình này có vô số lời giải. Tuy nhiên phải tìm lời giải thoả mãn điều kiện [pVV] = min. Hệ phương trình các số hiệu chỉnh có dạng như sau.

$$\left.\begin{aligned} v_1 &= a_1\delta x_1 + b_1\delta x_2 + \dots + g_1\delta x_k + l_1 \\ v_2 &= a_2\delta x_2 + b_2\delta x_2 + \dots + g_2\delta x_k + l_2 \\ &\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ v_n &= a_n\delta x_1 + b_n\delta x_2 + \dots + g_n\delta x_k + l_n \end{aligned}\right\} \qquad (1.20)$$

Biểu diễn dưới dạng ma trận:

$$A\Delta x + L = V.$$

Ở đây ma trận : $\underset{nxk}{A} = \begin{pmatrix} a_1 & b_1\dots & g_1 \\ a_2 & b_2\dots & g_2 \\ \dots & & \\ a_n & b_n\dots & g_n \end{pmatrix}$

$$\underset{kx1}{\Delta x} = \begin{pmatrix} \delta x_1 \\ \delta x_2 \\ \dots \\ \delta x_k \end{pmatrix}; \qquad \underset{nx1}{L} = \begin{pmatrix} l_1 \\ l_2 \\ \dots \\ l_n \end{pmatrix}; \qquad V = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \dots \\ v_n \end{pmatrix}$$

Như chúng ta đã biết [pvv] = V^TPV. Để [pvv] = min sẽ phải thực hiện biểu thức sau:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x} = \frac{\partial\varphi}{\partial v}\frac{\partial v}{\partial x} = 2V^TP\,.\,A = 0 \qquad (1.21)$$

Từ tính chất $(ABC)T = C^TB^T.\ A^T.$

Suy ra:

$$A^TPV = 0. \qquad (1.21a)$$

Biểu thức (1.21a) là bổ đề Gauss.

Thế (1.21a) vào (1.20) ta có phương trình sau:

$$A^TP\,(A.\ \Delta x + L) = 0$$

$$A^TPA\Delta x + A^TPL = 0$$

$$R\ .\ \Delta x + b = 0 \qquad (1.22)$$

Ở đây $R = A^TPA$

$$b = A^TPL$$

Hệ phương trình (1.22) được gọi là hệ phương trình chuẩn.

(1.22) được viết như sau: $R\Delta x + b = 0$

$$R = \begin{pmatrix} [paa] & [pab] \ldots [pag] \\ [pba] & [pbb] \ldots [pbg] \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots \\ [pga] & [pgb] \ldots [pgg] \end{pmatrix}; \qquad b = \begin{pmatrix} [pal] \\ [pbl] \\ \ldots\ldots \\ [pgl] \end{pmatrix}$$

Việc giải (1.22) có thể được giải theo công thức sau:

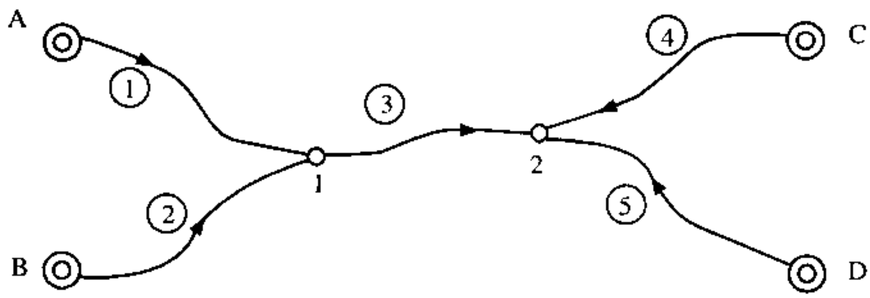
$$\Delta x = -R^{-1}b$$

1.4.2. Các công thức cơ bản của bình sai gián tiếp

1.4.2.1. Thành lập hệ phương trình số hiệu chỉnh

$$V = A\Delta x + L \qquad (1.23)$$

1. Lưới độ cao: Số các ẩn số cần xác định chính bằng số các điểm mà độ cao chưa biết. Hệ số của các phương trình số hiệu chỉnh chỉ có thể là: -1; 1 hoặc 0.



Hình 1.2

Ví dụ 1.2. Thành lập hệ phương trình các số hiệu chỉnh đối với lưới độ cao (h.1.2). Ma trận

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad ; \quad \Delta x = \begin{pmatrix} \delta x_1 \\ \delta x_2 \end{pmatrix}$$

Giá trị gần đúng của các ẩn số được tính theo giá trị đo cần thiết:

$$x_1^0 = H_A + h_1$$

$$x_2^0 = H_C + h_4.$$

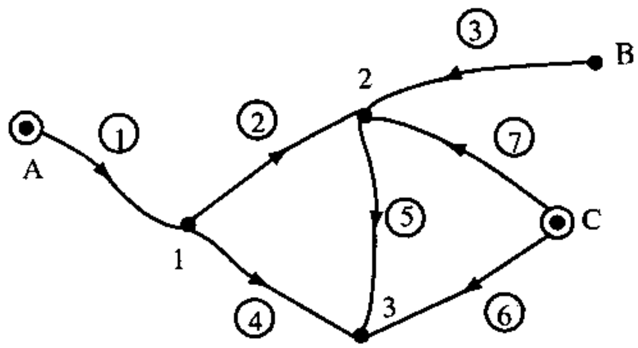
Kết quả bình sai không phụ thuộc vào cách chọn trị gần đúng $x_t^{(0)}$ của ẩn số.

Ta thấy với lưới độ cao các hệ số của phương trình số hiệu chỉnh không phụ thuộc vào giá trị gần đúng của các ẩn số.

Số hạng tự do được tính:

$$l_i = \varphi_i\,(x_1^{(0)}, x_2^{(0)} ..., x_k^{(0)}) - y_i$$

Bài tập 1.1. Thành lập hệ phương trình số hiệu chỉnh đối với lưới độ cao (h.1.3).



Hình 1.3

$$n = 7;\ r = 7 - 3 = 4;$$

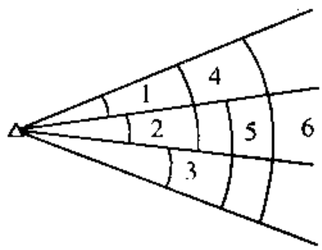
Chọn giá trị gần đúng của trị đo:

$$\begin{aligned}
x_1^{(0)} &= H_A + h_1\\
x_2^{(0)} &= x_1^{(0)} + h_2 = h_B + h_3\\
x_3^{(0)} &= H_C + h_6\\
l_5 &= x_3^{(0)} - x_2^{(0)} - h_5\\
l_1 &= x_1^{(0)} - H_A - h_1 = 0\\
l_2 &= x_2^{(0)} - x_1^{(0)} - h_2\\
l_3 &= x_2^{(0)} - H_B - h_3 = 0\\
l_4 &= x_3^{(0)} - x_1^{(0)} - h_4\\
l_6 &= x_3^{(0)} - H_C - h_6 = 0\\
l_7 &= x_2^{(0)} - H_C - h_7 = 0
\end{aligned}$$

$$A = \left(\begin{array}{ccc} a & b & c \\ \hline 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{array}\right)$$

2. Lưới đo góc

Ví dụ 1.3. Chúng ta xem xét việc lập hệ phương trình số hiệu chỉnh trên ví dụ cụ thể bình sai các góc đo theo hình (1.4).



Hình 1.4

Số ẩn $k = 3$, $n = 6$, $r = n - k = 3$

Chọn ẩn số $x_1 = y_1$; $x_2 = y_2$; $x_3 = y_3$.

Các phép đo còn lại là phép đo dư.

Trước hết ta phải lập phương trình:

$$v_i = a_1\delta x_1 + b_1\delta x_2 + c_1\delta x_3 + l_i.$$

Chọn giá trị gần đúng của 3 góc chính là trị đo của 3 góc đó. Việc thành lập hệ phương trình sẽ được tiến hành như sau:

$$A = \begin{pmatrix} a & b & c \\ \hline 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$y_1 = x_1$; $y_4 = x_1 + x_2$

$y_2 = x_2$; $y_5 = x_2 + x_3$

$y_3 = x_3$; $y_6 = x_1 + x_2 + x_3$

$l_1 = l_2 = l_3 = 0$

$l_4 = (y_1 + y_2) - y_4 = 0,5$

$l_5 = (y_2 + y_3) - y_5 = 0$

$l_6 = (y + y_2 + y_3) - y_6 = -1$

$$a = \left(\frac{\partial\varphi}{\partial x_1}\right) \quad ; \quad b = \left(\frac{\partial\varphi}{\partial x_2}\right); \quad c = \left(\frac{\partial\varphi}{\partial x_2}\right)$$

1.4.2.2. Thành lập hệ phương trình chuẩn

$$\left.\begin{array}{l} [paa]\delta x_1 + [pab]\delta x_2 + \ldots + [pag]\delta x_k + [pal] = 0 \\ [pba]\delta x_1 + [pbb]\delta x_2 + \ldots + [pbg]\delta x_k + [pbl] = 0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ [pga]\delta x_1 + [pgb]\delta x_2 + \ldots + [pgg]\delta x_k + [pgl] = 0 \end{array}\right\} \qquad (1.23a)$$

Các hệ số a_i, b_i..., g_i là các hệ số của phương trình số hiệu chỉnh thứ i. Hệ (1.23a) có thể viết dưới dạng:

$$R\Delta x + b = 0. \qquad (1.24)$$

1.4.2.3. Giải hệ phương trình chuẩn (1.24)

Có thể tính theo công thức $x = -R^{-1}b$ hoặc giải trên sơ đồ Gauss - Dulit.

Để tính toán theo sơ đồ Gauss ta tiến hành khử các ẩn số. Kết quả nhận được hệ phương trình tương đương dạng:

$$\left.\begin{array}{r} [paa]\,\delta x_1 + [pab]\delta x_2 + \ldots + [pag]\delta x_k + [pal] \quad = 0 \\ [pbb.1]\delta x_2 + \ldots + [pbg.1]\delta x_k + [pbl.1] \quad = 0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ [pgg\,(k-1)]\,\delta x_k + [pgl.\,(k-1)] = 0 \end{array}\right\}$$

Kết quả ta thu được các ẩn số: δx_k, δx_{k-1}... δx_1.

1.4.2.4. Đánh giá độ chính xác của các ẩn số: $m_{xi} = \mu\sqrt{Q_{ii}}$, $Q = R^{-1}$.

1.4.2.5. Đánh giá sai số trung phương của hàm số: m_f.

Bài tập 1.2. Thành lập hệ phương trình chuẩn đối với lưới đo góc (h.1.4).

$$R = A^T . P . A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad ; \quad b = (A^T . P . L) = \begin{pmatrix} 1,5 \\ 1,5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$R\Delta x + b = 0; \text{ vector } x = -R^{-1}b = -\frac{1}{16}\begin{pmatrix} 8 & -4 & 0 \\ -4 & 8 & -4 \\ 0 & 4 & 8 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} 3/2 \\ 3/2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -3/8 \\ -3/8 \\ -1/8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \delta x_1 \\ \delta x_2 \\ \delta x_3 \end{pmatrix}$$

1.4.3. Các dạng phương trình số hiệu chỉnh đối với lưới mặt bằng

1.4.3.1. Phương trình số hiệu chỉnh đối với đo khoảng cách giữa điểm i và j.

Khoảng cách S_{ij} được tính theo công thức:

$$S_{ij} = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2}$$

Phương trình số hiệu chỉnh có dạng:

$$v_{ij} = \left(\frac{\partial s}{\partial x_i}\right)\delta x_i + \left(\frac{\partial s}{\partial y_i}\right)\delta y_i + \left(\frac{\partial s}{\partial x_j}\right)\delta x_j + \left(\frac{\partial s}{\partial y_j}\right)\delta y_j + l_{ij}$$

Các hệ số:

$$a_i = \left(\frac{\partial s}{\partial x_i}\right)_{(0)} = \cos\alpha; \quad b_i = \left(\frac{\partial s}{\partial y_i}\right)_{(0)} = \sin\alpha$$

α - góc phương vị cạnh ij

$$\left(\frac{\partial s}{\partial x_j}\right)_{(0)} = -a_i = -\cos\alpha; \quad \left(\frac{\partial s}{\partial y_j}\right)_{(0)} = -b_i = -\sin\alpha$$

Như vậy chúng ta có:

$$v_{ij} = a_i\delta x_i + b_i\delta y_i - a_i\delta x_j - b_i\delta y_j + l_i$$

Số hạng tự do l_i sẽ được tính theo công thức:

$$l_i = \sqrt{(x_j^{(0)} - x_i^{(0)})^2 + (y_j^{(0)} - y_i^{(0)})^2} - S_{ij}$$

Cần lưu ý các góc phượng vị α sẽ được tính theo giá trị gần đúng $x^{(0)}$, $y^{(0)}$ của điểm i, j.

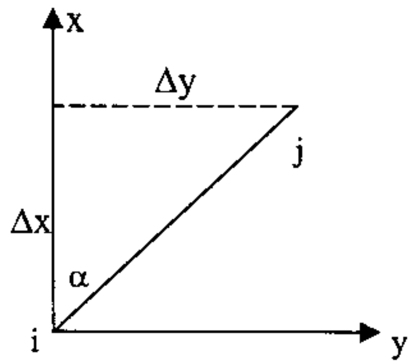
1.4.3.2. Phương trình số hiệu chỉnh của góc phương vị giữa hai điểm i, j.(h.1.5)

Góc phương vị giữa hai điểm i, j được liên hệ theo tọa độ của hai điểm:

$$\alpha = \text{actg}\,\frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$\Delta y = y_j - y_i$$

$$\Delta x = x_j - x_i$$



Hình 1.5

Ứng dụng công thức chung của việc tính hệ số của các phương trình số hiệu chỉnh:

$$v_i = a_i\delta x_i + b_i\delta y_i + c_i\delta x_j + d_i\delta y_j + l_i$$

$$a_i = \left(\frac{\partial(\text{arctg}(\Delta y/\Delta x)}{\partial x_i}\right)_{(0)} = \frac{\rho''}{s}\sin\alpha$$

$$b_i = \left(\frac{\partial(\text{arctg}(\Delta y/\Delta x)}{\partial y_i}\right)_{(0)} = \frac{-\rho''}{s}\cos\alpha$$

$$c_i = -a_i \quad ; \quad d_i = -b_i.$$

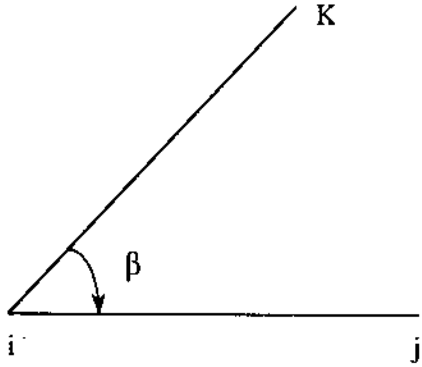
$$l_i = \text{arctg}\,\frac{y_j^{(0)} - y_i^{(0)}}{x_j^{(0)} - x_i^{(0)}} - \alpha_i \quad ; \quad \rho'' = 206265$$

1.4.3.3. Phương trình số hiệu chỉnh của các góc đo (h.1.6)

Tại i đo các hướng j, k được góc β có thể được tính như hiệu:

$$\beta = \alpha_{ij} - \alpha_{ik},$$

và phương trình số hiệu chỉnh có dạng sau:



Hình 1.6

$$v_\beta = v_{x_{ij}} - v_{x_{ik}}$$

$$v_i = a_i\delta x_i + b_i\delta y_i - a_i\delta x_j - b_i\delta y_j - a_k\delta x_i - b_k\delta y_i + a_k\delta x_k + b_k\delta y_k + (l_i - l_k)$$

Hoặc:

$$v_i = (a_i - a_k)\,\delta x_i + (b_i - b_k)\,\delta y_i - a_i\delta x_j - b_i\delta y_j + a_k\delta x_k + b_k\delta y_k + (l_i - l_k)$$

$$a_i = \frac{\rho''}{s_{i,j}}\sin\alpha_{i,j} \qquad a_k = \frac{\rho''}{s_{i,k}}\sin\alpha_{i,k}$$

$$b_i = \frac{-\rho''}{s_{i,j}}\cos\alpha_{i,j} \qquad b_k = \frac{-\rho''}{s_{i,k}}\cos\alpha_{i,k}$$

Cần lưu ý rằng các hệ số của phương trình số hiệu chỉnh a, b đối với góc phương vị nào thì chúng ta phải tính theo giá trị gần đúng của góc phương vị đó.

1.4.4. Các công thức kinh điển giải hệ phương trình chuẩn trên sơ đồ Gauss - Dulit

Thực chất của việc giải phương trình chuẩn trên sơ đồ khử dần các ẩn số theo thuật toán Gauss và từ đó ta sẽ tìm được các nghiệm, $x_k, x_{k-1}, ..., x_1$. Ta sẽ xem xét cụ thể với việc giải hệ phương trình, với k = 3; $P_i = 1$

$$\left.\begin{aligned}
[aa]\, x_1 + [ab]\, x_2 + [ac]\, x_3 + [al] &= 0\\
[ba]\, x_1 + [bb]\, x_2 + [bc]\, x_3 + [bl] &= 0\\
[ca]\, x_1 + [cb]\, x_2 + [cc]\, x_3 + [cl] &= 0
\end{aligned}\right\}$$

$$x_1 = \frac{-1}{[aa]}\left([ab]\, x_2 + [ac]\, x_3 + [al]\right)$$

Thay vào hai phương trình cuối cùng sẽ nhận được:

$$[bb.1]\, x_2 + [bc.1]\, x_3 + [bl.1] = 0$$

$$[cb.1]\, x_2 + [cc.1]\, x_3 + [cl.1] = 0$$

Thay thế $x_2 = -\dfrac{1}{[bb.1]}\left([bc.1]\, x_3 + [bl.1]\right)$ vào phương trình cuối nhận được

$$\left.\begin{aligned}
[aa]\, x_1 + [ab]\, x_2 + [ac]\, x_3 + [al] &= 0\\
[bb.1]\, x_2 + [bc.1]\, x_3 + [bl.1] &= 0\\
[cc.2]\, x_3 + [cl.2] &= 0
\end{aligned}\right\}$$

Ở đây công thức tổng quát

$$[gh.1] = [gh] - \frac{[ga][ah]}{[aa]}$$

$$[gh.2] = [gh.1] - \frac{[gb.1][bh.1]}{[bb.1]}$$

Ký hiệu: $a_i + b_i + c_i + \ldots + g_i + l_i = s_i$ (1.24a)

Sau khi thành lập hệ phương trình chuẩn sẽ thoả mãn điều kiện:

$$[a] + [b] + [c] + \ldots + [g] + [l] = [s]$$

$$[aa] + [ab] + \ldots + [ag] + [al] = [as]$$

$$[bb_1] + \ldots + \ldots + [bg_1] + [bl_1] = [bs.1]$$

$$[cc_2] + \ldots + \ldots + [cg_2] + [cl_2] = [cs.2]$$

Tương tự ta có các công thức kiểm tra sau:

$$\left.\begin{array}{l}[ba] + [bb] + ... + [bg] + [bl] = [b_s] \\ [al] + [bl] + ... + [bl] + [ll] = [l_s] \\ [a_s] + [b_s] + ... + [g_s] + [l_s] = [s_s]\end{array}\right\}$$

Các công thức tính tổng [pvv] trong bình sai gián tiếp:

Phương pháp thứ nhất để tính [pvv] trong bình sai gián tiếp là tính trực tiếp v_i bằng cách thay các ẩn số $x_1, x_2, ... x_k$ vào các phương trình số hiệu chỉnh.

$$v_i = a_i x_1 + b_i x_2 + ... + g_i x_k + l_i$$

Sau đó tính tổng:

$$[pvv] = p_1 v_1^2 + p_2 v_2^2 + p_3 v_3^2 + ... + p_n v_n^2.$$

Phương pháp thứ hai:

$$[pvv] = [plv] \tag{1.25}$$

Để chứng minh công thức này, từ hệ phương trình:

$$V = A\Delta x + L.$$

Ta nhân cả hai vế với $V^T P$

$$V^T PV = V^T P (Ax + L) = V^T PA\Delta x + V^T PL$$

Theo bổ đề Gauss:

$$V^T PA = A^T PV = 0 \text{ hay là: } V^T PV = PVV = V^T PL = PLV$$

Phương pháp thứ ba: để tính [pvv] sẽ dựa vào ký hiệu

s ở hệ phương trình chuẩn (1.24a)

$$[pvv] = [psv] \tag{1.26}$$

Phương pháp thứ tư: Tính [pvv] trên sơ đồ Gauss - Dulit.

Từ phương pháp hai chúng ta có:

$$[pvv] = [pvl] = [pal]\, x_1 + [pbl]\, x_2 + ... + [pgl] x_k + [pll]$$

$$[pvv] = [pll\,.\,k] = [pll] + N_1\, x_1 + [N_2\,.\,1]\, x_2 + [N_k\,.(k-1)] x_k$$

Hoặc dưới dạng:

$$[pvv] = [pll] - \frac{[pal]^2}{[paa]} - \frac{[pbl]^2}{[pbb.1]} - \dots - \frac{[pgl\ .\ (k-1)]}{[pgg\ .\ (k-1)]}$$

Hoặc:

$$[pvv] = [pls\ .\ k]$$

$$= [pls] - \frac{[pal][pas]}{[paa]} - \frac{[pba][pbst]}{[pbb.1]} - \dots - \frac{[pgg.(k-1)][pgs(k-1)]}{[pgg.(k-1)]}$$

	a]	b]	g]	l]	s]
[a	[paa]	[pab]	[pag]	[pal]	[pas]
[b	[pba]	[pbb]	[pbg]	[pbl]	[pbs]
[g	[pga]	[pgb]	[pgg]	[pgl]	[pgs]

1.4.5. Các công thức đánh giá độ chính xác của ẩn số sau bình sai

1.4.5.1. Tính sai số trung phương trọng số đơn vị

Sai số trung phương trọng số đơn vị sẽ được tính:

$$\mu = \sqrt{\frac{[pvv]}{r}} = \sqrt{\frac{[pvv]}{n-k}}$$

k - số ẩn số; n - số trị đo, [pvv] được tính theo các phương pháp đã trình bày.

1.4.5.2. Tính sai số trung phương của ẩn số sau bình sai

Trước hết ta hãy xem xét khái niệm về ma trận tương quan. Ma trận tương quan K là khái niệm tổng quát của sai số trung phương đối với một loại trị đo. Ma trận tương quan sẽ được định nghĩa:

$$K = \begin{pmatrix} m_1^2 & r_{12} & \dots\dots & r_{1k} \\ & m_2^2 & \dots\dots & r_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & & & m_k^2 \end{pmatrix}$$

$m_1, m_2 ... m_k$ - sai số trung phương của các trị đo của ma trận:

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ ... \\ x_k \end{pmatrix}$$

Ma trận tương quan xác định dưới dạng:

$$K = \mu^2 . Q = \mu^2 \begin{pmatrix} Q_{11} & Q_{12} & .... & Q_{1k} \\ Q_{21} & Q_{22} & .... & Q_{2k} \\ \multicolumn{4}{c}{...} \\ Q_{k1} & Q_{k2} & .... & Q_{kk} \end{pmatrix}$$

Ma trận Q gọi là ma trận trọng số đảo.

Ma trận tương quan có tính chất sau:

Giả sử ta có hàm số $Y = Ax + B$, ma trận tương quan của Y là:

$$Ky = A . Kx . A^T \tag{1.27}$$

Ta đã biết rằng $\Delta x = -R^{-1}b$, $\quad b = A^TP . l$

$$b - A^TP (\varphi (X_1^{(0)}, X_2^{(0)} ..., X_k^{(0)}) - y)$$

$$\Delta x = -R^{-1} A^T . P (\varphi(X_1^{(0)}, X_2^{(0)} ..., X_k^{(0)}) - y)$$

hoặc $\quad \Delta x = -R^{-1} A^T . P . y + c$

ở đây: $\quad C = -R^{-1} A^T . P . \varphi (X_1^{(0)}, X_2^{(0)} ..., X_k^{(0)})$.

Theo tính chất của ma trận tương quan:

$$K = -R^{-1} A^T . P . Ky . P . A . R^{-1}.$$

Vì R là ma trận đối xứng nên $(R^{-1})^T = R^{-1}$.

Mà ma trận tương quan $Ky = \mu^2 . P^{-1}$

$$Kx = R^{-1} . A^I . P . A . R^{-1} . \mu^2 = R^{-1} . R . R^{-1} . \mu^2.$$

$$K = \mu^2 . R^{-1} \tag{1.28}$$

$$K = \mu^2 . Q = \mu^2 \begin{pmatrix} Q_{11} & Q_{12} & \dots & Q_{1r} \\ Q_{21} & Q_{22} & \dots & Q_{2r} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Q_{r1} & Q_{r2} & \dots & Q_{rk} \end{pmatrix} \tag{1.29}$$

Từ (1.29) sai số trung phương của các ẩn sau bình sai được tính:

$$m_{x_1} = \mu\sqrt{Q_{11}}$$

$$m_{x_2} = \mu\sqrt{Q_{12}}$$

$$m_{x_k} = \mu\sqrt{Q_{kk}}$$

1.4.5.3. Phương pháp cột phụ để tính các thành phần ma trận trọng số đảo

Như đã xét ở trên, sai số trung phương của ẩn số sau bình sai được tính theo công thức: $m_{x_i} = \mu\sqrt{Q_{ii}}$.

Q_{ii} - Thành phần đường chéo của ma trận trọng số đảo. Ta đã chứng minh:

$$Q = R^{-1} \tag{1.30}$$

$$R\Delta x + b = 0 \tag{1.31}$$

Ở đây R là ma trận hệ số của hệ phương trình chuẩn.

Như vậy, việc tính các thành phần của ma trận Q thực chất là việc đảo ma trận R (tính ma trận nghịch đảo của R). Như vậy, bài toán của chúng ta sẽ là tìm Q:

$$R . Q = E \tag{1.32}$$

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

Thực chất của phương pháp cột phụ là việc tính tất cả các thành phần Q_{ij} của Q trên cơ sở giải phương trình (1.32).

Để đơn giản ta sẽ xem xét trường hợp tính các thành phần của ma trận Q khi k = 3.

$$R = \begin{pmatrix} [paa] & [pab] & [pac] \\ [pba] & [pbb] & [pbc] \\ [pca] & [pcb] & [pcc] \end{pmatrix} ; \left(\begin{array}{c|c|c} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} \\ Q_{21} & Q_{22} & Q_{23} \\ Q_{31} & Q_{32} & Q_{33} \end{array}\right) = Q$$

Do đó, nếu trong sơ đồ Gauss thay vào vị trí các số hạng tự do và coi các giá trị Q_{11}, Q_{21} và Q_{31}. Việc giải cũng hoàn toàn tương tự như ta tìm các ẩn x_1, x_2 và x_3.

$$\left.\begin{array}{rrr} [paa]Q_{11} + & [pab]Q_{21} + & [pac]Q_{31} + 1 = 0 \\ & [pbb]Q_{21} + & [pbc.1]Q_{31} + ? \\ & & [pcc.2]Q_{31} + ? = 0 \end{array}\right\} = 0$$

Những số hạng tự do đánh dấu ? được tính hoàn toàn tương tự như trong trường hợp giải hệ phương trình đầu là $[pbl.1]$ và $[pcl.2]$. Tương tự với với $Q_{1.2}$, $Q_{2.2}$ và $Q_{3.2}$ ta có cột phụ là:

$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$, và cuối cùng là thêm cột $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ ta sẽ xác định được Q_{13}, Q_{23}, Q_{33}.

Lưu ý rằng trên sơ đồ Gauss - Dulit các hệ số [paa]... [pcc.2] không thay đổi đối với tất cả các việc giải hệ phương trình để tìm x_1, x_2, x_3 cũng như để xác định các thành phần Q_{ij} của ma trận Q. Ta chỉ việc biến đổi các thành phần của các số hạng tự do đối với các trường hợp khác nhau. Ví dụ, đối với trường hợp tính ẩn các số hạng tự do là số $[pal]$, $[pbl.1]$ và $[pbl.2]$, còn đối với việc tính các số hạng của ma trận Q ta tiến hành biến đổi các cột tương ứng hoàn toàn tương tự với:

$$\left(\begin{array}{c|c|c} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{array}\right)$$

Bài tập 1.3. Bằng phương pháp cột phụ Gauss tính các hệ số của ma trận trọng số đảo đối với bài toán bình sai (h.1.6) các góc đo. Ta có hệ phương trình:

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_{11} \\ Q_{21} \\ Q_{31} \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} Q_{11} \\ Q_{21} \\ Q_{31} \end{pmatrix} = -\frac{1}{16}\begin{pmatrix} 8 & -4 & 0 \\ -4 & 8 & -4 \\ 0 & -4 & 8 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = -\frac{1}{16}\begin{pmatrix} -8 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} Q_{12} \\ Q_{23} \\ Q_{32} \end{pmatrix} = -\frac{1}{16}\begin{pmatrix} 1 \\ -8 \\ 4 \end{pmatrix}; \qquad \begin{pmatrix} Q_{13} \\ Q_{23} \\ Q_{33} \end{pmatrix} = -\frac{1}{16}\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -8 \end{pmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} 1/2 & -1/4 & 0 \\ -1/4 & 1/2 & -1/4 \\ 0 & -1/4 & 1/2 \end{bmatrix}$$

1.4.5.4. Phương pháp Gan-zen tính trọng số đảo

Khác với phương pháp Gauss với việc tính toán các hệ số đã biến đổi của hệ phương trình chuẩn, phương pháp Gan-zen cho phép tính ngay trọng số đảo Q_{ij}. Nội dung chủ yếu của phương pháp Gan-zen là dựa vào tính chất đối xứng của ma trận trọng số đảo, do đó việc tính toán sẽ ít hơn. Ta xem xét phương pháp Gan-zen đối với trường hợp khi số ẩn số k = 3.

$$\left.\begin{aligned} [paa]\,Q_{11} + [pab]Q_{12} + [pac]\,Q_{13} - 1 = 0 \\ [pba]Q_{11} + [pbb]Q_{12} + [pbc]\,Q_{13} - 0 = 0 \\ [pca]\,Q_{11} + [pcb]Q_{12} + [pcc]\,Q_{13} - 0 = 0 \end{aligned}\right\} \qquad (1.33)$$

$$Q = \begin{pmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} \\ Q_{21} & Q_{22} & Q_{23} \\ Q_{31} & Q_{32} & Q_{33} \end{pmatrix}$$

Từ hệ phương trình (1.33) nếu chúng ta tiến hành khử các ẩn số theo phương pháp Gauss; $Q_{ij} = Q_{ji}$:

$$\left.\begin{aligned} [paa]Q_{11} + [pba]Q_{12} + [pac]Q_{13} - 1 &= 0 \\ [pbb_1]Q_{12} + [pcb_1]Q_{13} - ? &= 0 \\ [pcc_2]Q_{13} - ? &= 0 \end{aligned}\right\}$$

Các dấu ? trong hệ phương trình là ký hiệu các số hạng tự do nhận được trong quá trình khử các ẩn số, nhưng ta không cần tính. Từ hệ phương trình ta có hệ phương trình sau:

$$\left.\begin{aligned} [paa]Q_{21} + [pab]Q_{22} + [pac]Q_{23} - 0 &= 0 \\ [pba]Q_{21} + [pbb]Q_{22} + [pbc]Q_{23} - 1 &= 0 \\ [pca]Q_{21} + [pcb]Q_{22} + [pcc]Q_{23} - ? &= 0 \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} [paa]Q_{21} + [pab]Q_{22} + [pac]Q_{23} - 0 &= 0 \\ [pbb.1]Q_{22} + [pbc.1]Q_{23} - 1 &= 0 \\ [pcc.2]Q_{23} - ? &= 0 \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} [paa]Q_{13} + [pab]Q_{23} + [pac]Q_{33} - 0 &= 0 \\ [pba]Q_{13} + [pbb]Q_{23} + [pbc]Q_{33} - 0 &= 0 \\ [pca]Q_{13} + [pcb]Q_{23} + [pcc]Q_{33} - 1 &= 0 \end{aligned}\right\} \qquad (1.34)$$

$$\left.\begin{aligned} [Paa]Q_{13} + [pab]Q_{23} + [pac]Q_{33} - 0 &= 0 \\ [pbb.1]Q_{23} + [pba.1]Q_{33} - 0 &= 0 \\ [pcc.2]Q_{33} - 1 &= 0 \end{aligned}\right\} \qquad (1.35)$$

Từ (1.35) ta có:

$$Q_{33} = \frac{1}{[pcc.2]}$$

$$Q_{23} = \frac{[pbc.1]}{[pcc.2][pbb.1]} = -\frac{[pbc.1]}{[pcc.2][pbb.1]}$$

$$Q_{13} = \frac{[pab][pbc.1] - [pac][pbb]}{[pcc.2][pbb.1][pab]}$$

Do tính chất đối xứng của ma trận Q:

$Q_{ij} = Q_{ji}$; $Q_{23} = Q_{32}$ ta thay vào phương trình hệ (1.34)

$$Q_{22} = Q_{22} = \frac{1}{[pbb.1]} - \frac{[pbc.1]}{[pbb.1]}Q_{32}$$

Và:

$$Q_{22} = \frac{[pab]}{[paa]}Q_{22} - \frac{[pac]}{[paa]}Q_{32}$$

Do đó, trong hệ phương trình đầu tiên các thành phần Q_{12}, Q_{13} không phải tính mà viết lại từ kết quả tính. Và từ phương trình 1 của hệ (1.33).

$$Q_{11} = \frac{1}{[paa]} - \frac{[pab]}{[paa]}Q_{12} - \frac{[pac]}{[paa]} - Q_{13}$$

Cách tính cũng tương tự đối với các trường hợp K = 3. Sơ đồ tính toán trong phương pháp Gan-zen sẽ như sau: Đầu tiên ta tính cột cuối cùng từ dưới lên. Sau đó $Q_{1k} = Q_{k1}$; $Q_{2k} = Q_{k2}$... và tìm các thành phần của cột (k-1), (k-2)... cột 1.

$$Q = \begin{pmatrix} Q_{11} & Q_{12} & \cdots & Q_{1k} \\ Q_{21} & Q_{22} & \cdots & Q_{2k} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ Q_{k1} & Q_{k2} & \cdots & Q_{kk} \end{pmatrix}$$

1.4.4.5. Phương pháp Enke

Phương pháp Enke dùng để tính trọng số của ẩn số trước hệ số cuối cùng Px_{k-1}.

Ta đã biết trong phương pháp Gan-zen:

$$Q_{kk} = \frac{1}{[pg.(k-1)]} \text{ đối với } K = 3 \text{ thì } Q_{33} = \frac{1}{[pcc.2]}$$

Phương pháp Enke dùng để tính $Px_2 = \dfrac{1}{Q_{22}}$

Ta có : $[pbb.1]Q_{22} + [pbc.1]Q_{23} - 1 = 0$

$$[pbb.1]Q_{22} = 1 - [pbc.1]Q_{23}$$

Suy ra : $$Q_{22} = \frac{1}{[pbb.1]} - \frac{[pbc.1]}{[pbb.1]}Q_{23}$$

Mà: $$Q_{23} = -\frac{[pbc.1]}{[pbb.1][pcc.2]} = -\frac{[pbc.1]}{[pbb.1]}Q_{33}$$

Nên $$Q_{22} = \frac{1}{[pbb.1]} + \frac{[pbc.1]^2}{[pbb.1]^2[pcc.2]}$$

$$= \frac{1}{[pbb.1]^2[pcc.2]} \cdot \frac{[pcc.2][pbb.1] + [pbc.1]}{1}$$

$$= \frac{1}{[pcc.2][pbb.2]^2}[pcc.1][pbb.1] + [pbc.1]^2$$

Mà $$[pcc.2] = [pcc.1] - \frac{[pbc.1][pbc.1]}{[pbb.1]}$$

Nên $$Q_{22} = \frac{1}{[pcc.2][pbb]^2}[pcc.1][pbb.1] - [pbc]^2 + [pbc.1]^2$$

$$= \frac{[pcc.1]}{[pcc.2][pbb.1]} = \frac{[pcc.1]}{[pbb.1]}Q_{33}$$

Theo định nghĩa: $Q_{ij} = \dfrac{1}{P_{x_j}}$ do đó:

$$Px_2 = \frac{[prr.(k-2)]}{[pgg.(k-2)]}P_{x_k} \qquad (1.36)$$

r - Hệ số tương ứng với ẩn số trước cuối cùng.

Bài tập 1.4. Hãy tính trọng số Px_2 theo phương pháp Enke:

$Px_2 = \dfrac{[pbb.1]}{[pcc.1]}Px_3$; $\qquad Px_3 = \dfrac{1}{Q_{21}} = [pcc.2] = 2$

$[pbb.1] = \dfrac{8}{3}$; $[pcc.1] = \dfrac{8}{3}$; $\qquad Px_2 = \dfrac{8/3}{8/3} \cdot 2 = 2$

Trong phương pháp Enke [pcc.1] sẽ tính từ [pcc,2] hoặc là tính theo [pcc].

1.4.5.6. Các công thức đánh giá độ chính xác của hàm số của các ẩn số sau bình sai

Giả sử ta có hàm số: $F = F(x_1, x_2,..., x_k)$; trong trường hợp chung hàm số này là hàm không tuyến tính. Ứng dụng công thức Taylo, ta có:

$$F = F(x_1^{(0)}, x_2^{(0)},...,x_k^{(0)}) + \sum_{i=1}^{k}\left(\frac{\partial F}{\partial x_i}\right)_0 (x_i - x_i^{(0)})$$

Hay là ta có thể viết lại:

$$F(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}...,x_k^{(0)}) = f_0; \qquad \left(\frac{\partial F}{\partial x_1}\right) = f_i \;;\; x_i - x_i^{(0)} = \delta x_i$$

$$f = (f_1, f_2...,f_k)^T$$

$$\Delta x = \begin{pmatrix} \delta x_1 \\ \delta x_2 \\ ... \\ \delta x_k \end{pmatrix} ; \qquad F = f\Delta x + f_0 \tag{1.37}$$

f_0 - Giá trị gần đúng

Ma trận tương quan được định nghĩa:

$$K = \mu_2 . Q$$

Theo tính chất của ma trận tương quan:

$$K_f = fK_x . f^T; \qquad m_F^2 = \mu^2 fQ_x f^T \tag{1.38}$$

Q_x là ma trận nghịch đảo của ma trận R.

$Q = Q_x$ được tính theo phương pháp Gan-zen, cột phụ từ (1.38).

$$\frac{m^2}{m_f^2} = \frac{m_F^2}{\mu^2} = f.Q.f^T = \frac{1}{P_f} \tag{1.39}$$

Tính trọng số đảo của hàm số trên sơ đồ Gauss:

Từ công thức $\frac{1}{P_f} = f . Q . f^T$; $\qquad f = (f_1, f_2, ...,f_k)$

$$f_i = \left(\frac{\partial F}{\partial x_i}\right)_{(0)}$$

Ký hiệu $C = \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ \dots \\ C_k \end{pmatrix}$. Như vậy ta có $Q \, . \, f^T = - C$ (1.40)

Ma trận: $\frac{1}{P_f} = -f \, . \, C = -\sum^{k} f_i C_i \;=\; -[fC]$

$Q = R^{-1}$, do đó ta sẽ có hệ phương trình:

$$RC = - RQf^T = -f^T; \tag{1.41}$$

Do đó chúng ta sẽ có:

$$RC + f = 0$$

Ngoài ra ta còn có $fC = -\frac{1}{P_f}$

$$RC + f^T = 0$$

$$FC + f_{K+1} + \left(\frac{1}{P_f}\right) = 0; \; fC + f_{k+1} = -\frac{1}{P_f}$$

$$F = N_0 + N_1 x_1 + N_2 x_2 + \dots + N_k x_k$$

$$F = N_0 + N_1 \frac{[pal]}{[paa]} + [N_2.1]\frac{[pbl.1]}{[pbb.1]} + \dots + [N_k.(k-1)\frac{[pgl.(k-1)]}{[pgg.(k-1)]}$$

$$f_1C_1 + f_2C_2 + \dots + f_kC_k + Fk{+}l = -\frac{1}{P_f}$$

$$+\frac{1}{P_f} = \frac{f_1^2}{[paa]} + \frac{[f_2.1]^2}{[pbb.1]} + \dots + \frac{[f_k.(k-1)]^2}{[pgg.(k-1)]} \tag{1.42}$$

Công thức này dùng để tính trực tiếp trọng số đảo của hàm số trên sơ đồ Gauss. Ngoài cột các số hạng tự do của hệ phương trình chuẩn tương ứng có thêm một cột là cột f:

	a]	b]	...	g]	l]	[f]
[a	[paa]	[pab]	...	[pag]	[pa$l$]	f_1
[b	[pba]	[pbb]	...	[pbg]	[pb$l$]	f_2
...	...	...	...	...	...	...
[g	[pga]	[pgb]	...	[pgg]	[pg$l$]	f_n

Các thành phần $[f_2.1]$,..., $[f_k . (k-1)]$ cũng tính như [pb$l$.1], [pc$l$.2].

1.5. CÁC CÔNG THỨC CƠ BẢN CỦA PHƯƠNG PHÁP BÌNH SAI ĐIỀU KIỆN

1.5.1. Cơ sở lý thuyết

Phương trình liên hệ của các trị đo có dạng hàm số:

$$\left.\begin{array}{l} \varphi_1 (y_1, y_2, \dots, y_n) = 0 \\ \varphi_2 (y_1, y_2, \dots, y_n) = 0 \\ \dots \\ \varphi_r (y_1, y_2, \dots, y_n) = 0 \end{array}\right\} \qquad (1.43)$$

ở đây r là số trị đo dư.

Ví dụ 1.4. trong một tam giác ta đo ba góc thì phương trình liên hệ có dạng:

$$\varphi(y_1, y_2, y_3) = y_1 + y_2 + y_3 - 180^0 = 0$$

y_1, y_2, y_3 là các trị thực của các góc đo.

Trong trường hợp các phép đo có sai số, điều kiện này không thỏa mãn và để thay thế các giá trị $y_1, y_2, \dots, y_n$ ta sẽ có:

$$y_1 = y_1^{(0)} + v_1 \quad ; \quad y_2 = y_2^{(0)} + v_2 \quad ; \quad \dots \quad ; \quad y_n = y_n^{(0)} + v_n$$

Hệ phương trình (1.43) có thể biểu diễn dưới dạng tuyến tính như sau:

$$\varphi_i (y_1, y_2, \dots, y_n) = \varphi_i(y_1^{(0)}, y_2^{(0)} \dots, y_n^{(0)}) + \sum\left(\frac{\partial\varphi_i}{\partial y_i}\right) (y_i - y_i^{(0)})$$

Chúng ta sẽ có hệ phương trình gồm n phương trình và n ẩn số. Nếu ký hiệu:

$y_1^{(0)}, y_2^{(0)} \dots, y_n^{(0)}$ trị gần đúng.

$\varphi_i(y_1^{(0)}, y_2^{(0)} \dots, y_n^{(0)})_{(0)} = w_i$

Từ hệ phương trình (1.43) ta có hệ phương trình sau:

$$\left.\begin{array}{l} a_1v_1 + a_2v_2 + ... + a_nv_n + w_1 = 0 \\ b_1v_1 + b_2v_2 + ... + b_nv_n + w_2 = 0 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ r_1v_1 + r_2v_2 + ... + r_nv_n + w_r = 0 \end{array}\right\} \quad (1.44)$$

Ở đây $a_i = \left(\frac{\partial\varphi_1}{\partial y_i}\right)_{(0)}$; $b_i = \left(\frac{\partial\varphi_2}{\partial y_i}\right)_{(0)}$; ... ; $r_i = \left(\frac{\partial\varphi_r}{\partial y_i}\right)_{(0)}$

Ví dụ 1.5. Trong tam giác đo 3 góc ta có:

$$\varphi(y_1, y_2, y_3) = y_1 + y_2 + y_3 - 180^0 = 0$$

Biến đổi hàm số về dạng tuyến tính, giá trị gần đúng là các trị đo $y_1^{(0)}, y_2^{(0)}, y_3^{(0)}$.

$$a_1v_1 + a_2v_2 + a_3v_3 + w_1 = 0$$

$$a_i = \left(\frac{\partial\varphi}{\partial y_i}\right)_{(0)} = 1$$

Ký hiệu (0) trong các công thức có nghĩa đạo hàm riêng tính theo các giá trị gần đúng: $a_2 = 1$. Dưới dạng ma trận hệ phương trình (1.44) có dạng:

$$\begin{pmatrix} a_1 & a_2 & ... & a_n \\ b_1 & b_2 & ... & b_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_1 & r_2 & ... & r_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ ... \\ v_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ ... \\ w_n \end{pmatrix} = 0 \quad (1.45)$$

Ký hiệu:

$$B = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & ... & a_n \\ b_1 & b_2 & ... & b_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_1 & r_2 & ... & r_n \end{pmatrix} ;\; V = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ ... \\ v_n \end{pmatrix} ;\; W = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ ... \\ w_n \end{pmatrix}$$

Ta có hệ phương trình điều kiện có dạng:

$$B \,.\, V + W = 0 \quad (1.46)$$

Để thoả mãn phương trình (1.46) thì sẽ có vô số giá trị của bài toán. Với điều kiện [pvv] = min sẽ có 1 nghiệm duy nhất. Dễ dàng nhận thấy:

$$[pvv] = (v_1, v_2, ..., v_n) \begin{pmatrix} P_1 & & & \\ & P_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & P_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ ... \\ v_n \end{pmatrix} = V^T PV$$

Để [pvv] = min ta có thể ứng dụng nguyên tắc Lagrăng. Trước hết thành lập biểu thức:

$$\varphi = [pvv] = [pvv] + \lambda_1 ([av] + w_i) + ... + \lambda_2 ([rv] + W) \quad (1.47)$$

Thành lập ẩn số phụ:

$$\lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ ... \\ \lambda_r \end{pmatrix} = -2K \quad ; \quad K = \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \\ ... \\ k_r \end{pmatrix}$$

Dưới dạng ma trận (1.47) được viết như sau:

$$\varphi = V^T PV - 2K (BV + W) \quad (1.48)$$

Để φ = min ta lấy đạo hàm riêng theo V:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial V} = 2V^T P - 2K^T B = 0 \quad (1.49)$$

Từ công thức (1.49) ta sẽ có:

$$V^T P = K^T B \quad (1.50)$$

$$V^T = K^T BP^{-1}; \qquad V = P^{-1} B^T K$$

$$\left.\begin{aligned}
\left[\frac{aa}{p}\right]k_1 + \left[\frac{ab}{p}\right]k_2 + \ldots + \left[\frac{ar}{p}\right]k_r + w_1 &= 0 \\
\left[\frac{ab}{p}\right]k_1 + \left[\frac{bb}{p}\right]k_2 + \ldots + \left[\frac{br}{p}\right]k_r + w_2 &= 0 \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
\left[\frac{ar}{p}\right]k_1 + \left[\frac{br}{p}\right]k_2 + \ldots + \left[\frac{rr}{p}\right]k_r + w_1 &= 0
\end{aligned}\right\}$$

Dưới dạng ma trận ta có: $V = P^{-1}B^TK$

$$BV + W = 0$$

$$B(P^{-1}B^TK) + W = 0$$

hay là

$$NK + W = 0 \tag{1.51}$$

với ma trận $$N = BP^{-1}B^T \tag{1.52}$$

Hệ phương trình (1.51) là hệ phương trình chuẩn các số liên hệ.

1.5.2. Các bước tính toán của phương pháp bình sai điều kiện

1. Thành lập các hệ phương trình liên hệ $\varphi(y) = 0$.

2. Thành lập hệ phương trình điều kiện số hiệu chỉnh:

$$BV + W = 0.$$

3. Thành lập hệ phương trình chuẩn:

$$NK + W = 0, (N = B \,.\, P^{-1} \,.\, B^T).$$

4. Giải hệ phương trình chuẩn:

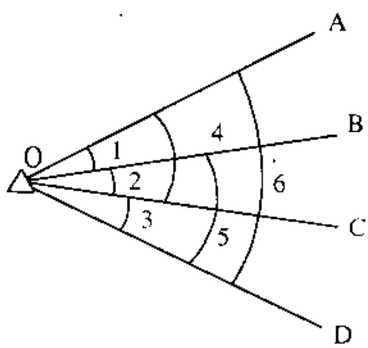
$K = -N^{-1}W$; hoặc giải theo sơ đồ Gauss.

5. Đánh giá độ chính xác của các ẩn số: sai số trung phương trọng số đơn vị; sai số trung phương các ẩn số sau bình sai.

6. Đánh giá độ chính xác của hàm số.

Bài tập 1.5. Tại O đo các hướng (h.1.7)

1	AOB	38°	31	15.5
2	BOC	46°	07	30.0
3	COD	17°	43	46.5
4	AOC	44°	38	45.0
5	BOD	63°	51	16.5
6	AOD	102°	22	33.0



Hình 1.7

Hãy bình sai điều kiện các góc đo.

1.5.3. Các công thức thành lập phương trình điều kiện các số hiệu chỉnh đối với lưới trắc địa

Chúng ta đã xem xét việc thành lập phương trình điều kiện trong trường hợp tổng quát. Trong các bài toán trắc địa thường gặp một số dạng lưới cụ thể. Như vậy không phải thành lập phương trình điều kiện từ dạng tổng quát mà từ cấu trúc đồ hình.

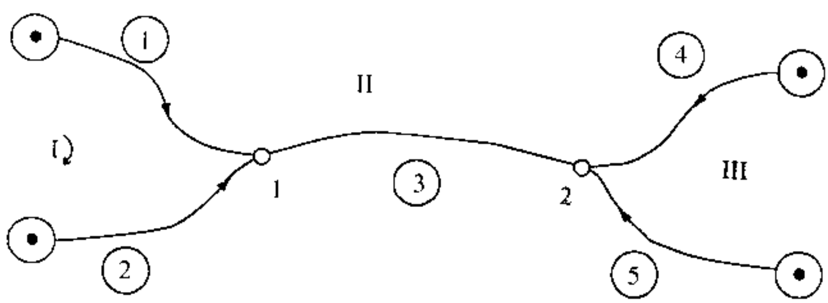
1.5.3.1. Trong các mạng lưới độ cao các hệ số của phương trình điều kiện các số hiệu chỉnh luôn bằng 1 hoặc −1. Số phép đo dư sẽ là :

$$r = n - k$$

n - số phép đo;

k - số ẩn số cần xác định.

Ví dụ 1.4. Trong hình 1.8 ta có : n = 5; k = 2; r = 3.



Hình 1.8

$$v_1 - v_2 + w_1 \quad = 0$$

$$v_1 + v_3 - v_4 + w_2 = 0$$

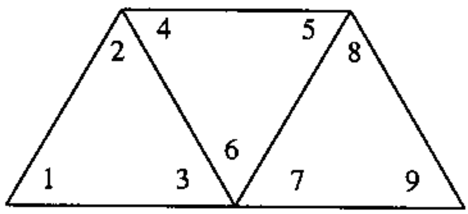
$$v_5 - v_4 + w_3 \quad = 0$$

Đối với các bài toán lưới đo góc bài toán trở nên phức tạp hơn.

1.5.32. Các mạng lưới tam giác đo góc

1. Điều kiện hình: Dựa trên điều kiện tổng các góc bằng 180^o:

$$v_1 + v_2 + v_3 + w_1 = 0$$



Hình 1.9

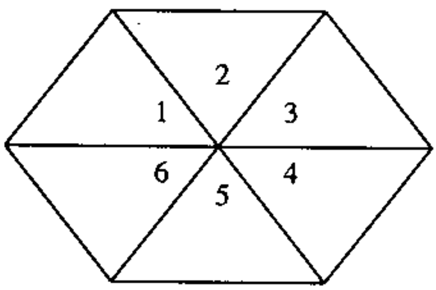
Số điều kiện hình bằng số các tam giác không phụ thuộc.

2. Điều kiện các góc cố định được thành lập nếu như ta có các góc cho trước và vẫn thực hiện đo góc.

3. Điều kiện vòng

Dựa trên điều kiện tổng các góc tại một điểm có cạnh chung bằng 360^o.

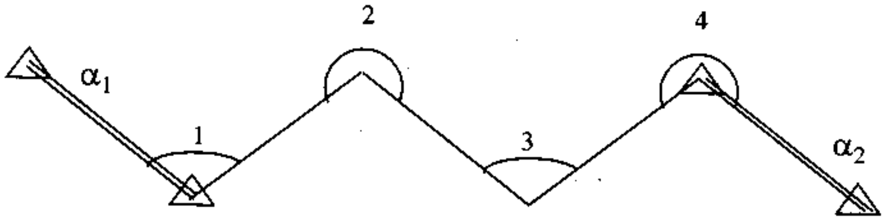
$$v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + v_5 + v_6 + W = 0$$



Hình 1.10

4. Phương trình điều kiện các số hiệu chỉnh của các góc phương vị

$$v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + W = 0$$



Hình 1.11

Những dạng phương trình viết ở trên đều là tuyến tính do đó chúng ta có thể viết ngay các phương trình đó trong dạng ban đầu. Ngoài ra ta còn gặp dạng phương trình không tuyến tính.

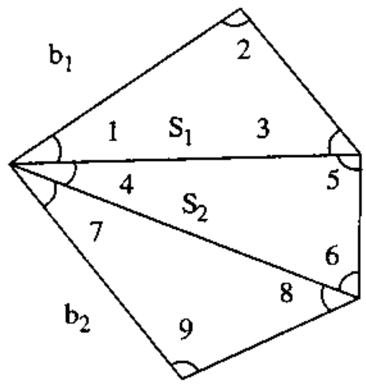
5. Điều kiện của các cạnh cứng (phương trình điều kiện chiều dài).

Điều kiện này xuất phát từ điều kiện sin của các góc trong tam giác (h.1.12)

$$S_1 = b_1 \frac{\sin y_2}{\sin y_3}$$

$$S_2 = b_1 \frac{\sin y_2}{\sin y_3} \frac{\sin y_5}{\sin y_6}$$

$$b_2 = S_2 \frac{\sin y_8}{\sin y_9}$$

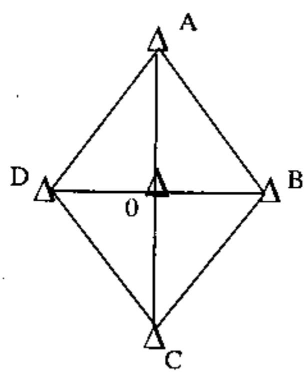


Hình 1.12

Từ đó : $\dfrac{b_1}{b_2} \dfrac{\sin y_2}{\sin y_3} \dfrac{\sin y_5}{\sin y_6} \dfrac{\sin y_8}{\sin y_9} = 1$ (1.52*)

6. Phương trình điều kiện cực xuất phát trong những trường hợp đa giác có các cạnh giao nhau.

Dấu hiệu để nhận biết sự tồn tại của phương trình điều kiện cực là xuất phát từ cạnh nào đó thông qua góc đo, có thể tính chuyền về chính nó. Từ cạnh OD sau 4 lần tính chuyền qua các tam giác chúng ta quay lại cạnh đó (h.1.13).



Hình 1.13

7. Phương trình điều kiện tọa độ

Từ một tọa độ đã biết thông qua các cạnh và các góc đo, chúng ta chuyền tọa độ sang một điểm thứ hai cũng đã biết. Trường hợp này phổ biến trong lưới đường chuyền. Qua chiều dài cạnh và sin, cos các góc phương vị chúng ta tính chuyền được tọa độ sang điểm 2.

Tuyến tính hoá các phương trình điều kiện trong các lưới đo góc. Đối với các phương trình điều kiện cực, cạnh dài luôn là các phương trình không tuyến tính.

Ví dụ như : phương trình (1.52*) logarit hoá hai vế ta có :

$$\lg\frac{b_1}{b_2} + \sum_{2,3,8} \lg(\sin y_1) - \sum_{3,6,9} \lg(\sin y_1) = 0 \qquad (1.52a)$$

Coi (1.52a) là phương trình liên hệ chúng ta tính các hệ số của phương trình điều kiện các số hiệu chỉnh.

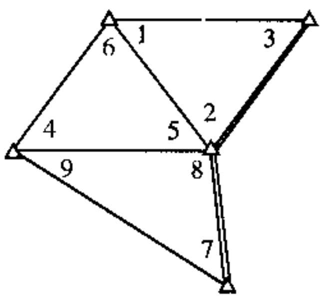
Hệ số δ_i của phương trình điều kiện các số hiệu chỉnh:

$$\delta_i = \frac{\partial(\lg\sin y_i)}{\partial_y} = \frac{M}{\rho''}\operatorname{cotg} y_1$$

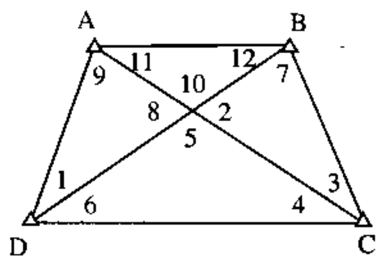
$$M = 0.4343$$

$$\rho'' = 206265.$$

Bài tập 1.6.



Hình 1.14



Hình 1.15

Cho lưới tam giác đo góc như hình vẽ 1.15 hãy bình sai theo phương pháp điều kiện. Đối với bài tập 1.6. r được xác định theo công thức :

r = n - k   n - số phép đo

k - số ẩn số cần xác định.

Phương trình điều kiện hình :

$$v_1 + v_2 + v_3 + w_1 = 0$$

$$v_4 + v_5 + v_6 + w_2 = 0$$

$$v_7 + v_8 + v_9 + w_3 = 0$$

Phương trình điều kiện góc cố định :

$$v_2 + v_5 + v_8 + w_4 = 0$$

Phương trình điều kiện chiều dài:

$$\delta_3 v_3 - \delta_1 v_1 + \delta_6 v_6 - \delta_4 v_4 + \delta_9 v_9 - \delta_7 v_7 + w_5 = 0$$

Cần lưu ý rằng có thể tại các điểm giao nhau không tiến hành đo góc nhưng vẫn tồn tại phương trình điều kiện cực.

1.5.4. Đánh giá độ chính xác trong bình sai điều kiện

Trong phần trước chúng ta đã xem xét việc thành lập hệ phương trình chuẩn

$$NK + W = 0.$$

Bằng phương pháp khử Gauss có thể tìm ra các số liên hệ K, các số hiệu chỉnh V liên hệ với K theo công thức.

$$V = P^{-1}B^TK \tag{1.53}$$

$$v_i = \frac{1}{P_i}(a_i k_1 + b_i k_2 + ... + r_i k_2)$$

Sai số trung phương trọng số đơn vị được xác định theo công thức :

$$M = \sqrt{\frac{[pvv]}{n-k}} \tag{1.54}$$

Chúng ta đã biết :

$$\varphi = [pvv] = V^TPV \tag{1.55}$$

Thay (1.53) vào (1.56) ta có :

$$\varphi = K^TBP^{-1} PP^{-1} B^TK = K^TBP^{-1} B^TK$$

Theo định nghĩa : $N = BP^{-1}B^T$

N - hệ số của phương trình chuẩn

$$\varphi = K^T N K$$

$$\varphi = - KNN^{-1}\, W = -K^T W$$

Vector các số liên hệ được xác định :

$$K = - N\, W$$

Như vậy : $\varphi = [pvv] = - [KW]$ (1.56)

Giải hệ phương trình chuẩn chúng ta tìm ra các số liên hệ K. Dựa vào (1.56) ta tính ngay được [pvv].

Trên sơ đồ Gauss, việc tính [pvv] có thể tính theo cách khác. Ta bỏ qua phần chứng minh, ghi ngay công thức cuối cùng để tính [pvv].

$$-[pvv] = \frac{-w_1^2}{[taa]} - \frac{[w_2.1]^2}{[tbb.1]} - \ldots - \frac{[w_r.(r-1)]^2}{[trr.(r-2)]}$$

$$[pvv] = [w] = \frac{w_1}{[taa]} - \ldots - \frac{[w_r.(r-1)]\Sigma_r.(r-1)}{[trr.(r-1)]}$$

$$\Sigma_1 = [taa] + \ldots + [tar] + w_1$$

$$\Sigma_2 = [tba] + \ldots + [tbr] + w_2$$

....

$$\Sigma_r = [tra] + \ldots + [trr] + w_r$$

$$t_i = \frac{1}{P_i}.$$

1.5.5. Đánh giá độ chính xác của hàm số trong bình sai điều kiện

Giả sử có hàm số : F $(y_1, y_2, \ldots, y_n)$; y_i $(i = 1,\ldots,n)$: các giá trị thực của các trị đo. Chúng ta có thể viết hàm F dưới dạng sau :

$$F = f_o + \sum^{n} f_1 v_1 \quad ; \quad f_o = F(y_1^{(o)}, y_2^{(o)}, \ldots, y_n^{(o)})$$

với $y_i = y_i^{(O)} + v_i$; $y_i^{(O)}$ - trị gần đúng. (1.57)

Các giá trị $y_i^{(O)}$ là các giá trị thu được từ các kết quả đo. Bài toán đánh giá độ chính xác của hàm số sẽ được đưa về việc tính sai số trung phương trọng số đảo của hàm dựa vào các hệ số $f_1, f_2 \ldots, f_n$. Công thức chung của việc tính trọng số đảo của hàm số là:

$$\frac{1}{P_f} = fP^{-1}f^T - N_f^T N^{-1} N_f \tag{1.58}$$

$$f = (f_1, f_2 \ldots f_n) \tag{1.59}$$

$$P = \begin{pmatrix} p_1 & & & & \\ & p_2 & & & \\ & & p_3 & & \\ & & & \ldots & \\ & & & & p_n \end{pmatrix} \tag{1.60}$$

$$N_f = B.P^{-1}f^T$$

$$N = B.P^{-1}B^T$$

Ứng dụng công thức tính trọng số đảo của hàm trên ví dụ cụ thể :

Ví dụ 1.6. Trong tam giác đo ba góc tam giác : y_1, y_2, y_3.

Sau khi bình sai cần phải đánh giá độ chính xác của hàm $F = y_1 + y_2$.

Dễ dàng thấy đối với hàm F ta có : $f_1 = f_2 = 1$; $f_3 = 0$.

Do đó : $f = (1 \quad 1 \quad 0)$; $P = E$; $N_f = (1 \quad 1 \quad 1)\,E - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$; $N = 3$.

Vì vậy: $\frac{1}{P_f} = 2 - 2.\frac{1}{3}.2 = 2 - \frac{4}{3} = \frac{2}{3}$; $P_f = \frac{3}{2}$

Công thức (1.58) là công thức chung để đánh giá độ chính xác của hàm số trong bình sai điều kiện. Để giải bài toán này trên sơ đồ Gauss-Dulit việc ứng dụng công thức (1.58) không thuận tiện. Chúng ta sẽ ứng dụng công thức sau để đánh giá độ chính xác của hàm số.

$$\frac{1}{P_f} = [tff.r] = [tff] - \frac{[taf]^2}{[taa]} - \frac{[tbf.1]^2}{[tbb.1]} - \ldots - \frac{trf.(r-1)]^2}{[trr(r-1)]} \tag{1.61}$$

Trên cơ sở Gauss - Dulit ngoài các cột chúng ta đã biết, người ta còn thêm một cột khác dùng để đánh giá độ chính xác hàm số theo mẫu sau:

i	a_i	b_i		f_i
1	a_1	b_1	r_1	f_1
2	a_2	b_2	r_2	f_2
...	...	...	...	...
n	a_n	b_n	r_n	f_n

	a]	b]	r]	f]
[ta	[taa]	[tab]	[tar]	[taf]
[tb				
...	...	...	...	...
[tr	[tra]	[trb]	[trr]	[trf]
[tf				[tff]

Việc tính các hệ số af ; br.1 ; rf.(r-1) hoàn toàn tương tự như việc tính w_1, w_{21}, w_{32}... $w_{r,(r-1)}$.

Ngoài ra còn có công thức kiểm tra tính $\frac{1}{P_f}$ như sau:

$$\frac{1}{P_f} = [tfr] = [trfs] - \frac{[taf][tbs]}{[taa]} - \frac{[tbf.1][tbs.1]}{[[tbb.1]} - \frac{[trf.(r-1)][trs.(r-1)]}{[trr.(r-1)]}$$

$$S_i = a_i + b_i + ... + r_i .... + f_i$$

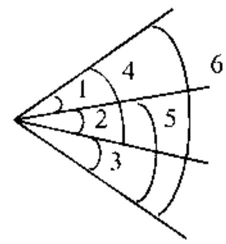
$$[t\,as] = [t\,aa] + [t\,ab] + ... + [t\,ar] + [t\,af]$$

$$[t\,rs] = [t\,ra] + [t\,rb] + ... + [t\,rr] + [t\,rf] \tag{1.62}$$

Ví dụ 1.7. Đánh giá độ chính xác của hàm : $F = y_1 + y_2$ (h.1.16)

Bảng hệ số :

i	a_i	b_i	c_i	f_i
1	1	0	1	1
2	1	1	1	1
3	0	1	1	0
4	-1	0	0	0
5	0	-1	0	0
6	0	0	-1	0



Hình 1.16

$$Nr = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$N = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$N^{-1} = \frac{1}{16} \begin{pmatrix} 8 & 0 & -4 \\ 0 & 8 & -4 \\ -4 & -4 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 & -1/4 \\ 0 & 1/2 & -1/4 \\ -1/4 & -1/4 & 1/2 \end{pmatrix}$$

$$ff^T = 2$$

$$\frac{1}{P_f} = 2 - (2\ 1 2)N^{-1} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = 2 - \frac{2}{3} = \frac{4}{3}\ ;\ P_f = \frac{3}{4}.$$

Sai số trung phương của hàm số được tính theo công thức:

$$m_F = \mu \sqrt{\frac{1}{P_F}}$$

ở đây μ - sai số trung phương trọng số đơn vị.

1.6. CÁC CÔNG THỨC CƠ BẢN CỦA BÌNH SAI CHIA NHÓM KRIUGER

1.6.1. Lý thuyết bình sai chia nhóm Kriuger

Để giảm bậc phương trình cần phải giải người ta thường ứng dụng bình sai chia nhóm. Nguyên lý cơ bản của phương pháp Kriuger như sau:

Để tiến hành bình sai điều kiện cần phải thành lập hệ phương trình điều kiện các số hiệu chỉnh có dạng:

$$\left.\begin{array}{r} a_1v_1 + a_2v_2 + ... + a_nv_n + w_1 = 0 \\ b_1v_1 + b_2v_2 + ... + b_nv_n + w_2 = 0 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ r_1v_1 + r_2v_2 + ... + r_nv_n + w_r = 0 \end{array}\right\}$$

hay dưới dạng ma trận hệ phương trình các số liên hệ :

$$BV + W = 0 \qquad (1.63)$$

Ở đây :

$$B = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_n \\ b_1 & b_2 & b_n \\ ... & ... & ... \\ r_1 & r_2 & r_n \end{pmatrix} \quad ; \quad V = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ ... \\ v_n \end{pmatrix} \quad ; \quad W = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ ... \\ w_n \end{pmatrix}$$

Trong lý thuyết bình sai chia nhóm, người ta sẽ chia thành 2 khối gồm r_1 và r_2 phương trình sao cho $r_1 + r_2 = r$. Ma trận B gồm 2 ma trận B_1, B_2. Dưới dạng sơ đồ ta có thể biểu diễn như sau:

$$\begin{array}{cc} & n \\ r_1 & \boxed{\quad B_1 \quad} \\ r_2 & \boxed{\quad B_2 \quad} \end{array} \quad \boxed{V} \quad \boxed{\begin{matrix} w_1 \\ w_2 \end{matrix}} = 0 \qquad (1.64)$$

Để đơn giản chúng ta chỉ xét trường hợp các trị đo cùng độ chính xác. Hệ phương trình các số liên hệ có dạng :

$$NK + W = O \qquad (1.65)$$

$$N = B.B^T.$$

Ma trận N có dạng :

$$N = B.B^T = \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \end{pmatrix} (B_1^T \; B_2^T) = \left(\begin{array}{c|c} B_1B_1^T & B_1B_2^T \\ \hline B_2B_1^T & B_2B_2^T \end{array}\right) = \left(\begin{array}{c|c} N_{11} & N_{12} \\ \hline N_{21} & N_{22} \end{array}\right)$$

Giả sử các ma trận N_{12}, N_{21} đều bằng 0 thì hệ phương trình chuẩn sẽ tách thành hai hệ phương trình độc lập :

$$N_{11}K_1 + w_1 = 0 \tag{1.66}$$

$$N_{22}K_2 + w_2 = 0 \tag{1.67}$$

Các ma trận khối N_{21} và N_{12} thường không bằng 0 do đó từ hệ phương trình điều kiện các số hiệu chỉnh (1.64) cần thành lập hệ phương trình tương đương

$$\left.\begin{aligned} B_1V + w_1 &= 0 \\ \overline{B}_2V + \overline{w}_2 &= 0 \end{aligned}\right\} \tag{1.68}$$

Với điều kiện

$$\overline{N}_{12} = \overline{N}_{21} = 0; \begin{pmatrix} N_{11} & \overline{N}_{12} \\ \overline{N}_{21} & \overline{N}_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N_{11} & 0 \\ 0 & \overline{N}_{22} \end{pmatrix}$$

Chúng ta sẽ xem xét cách biến đổi hệ phương trình nhóm hai:

$$B_2V + w_2 = 0$$

Từ hệ phương trình thứ hai của (1.64) chúng ta có thể cộng vào một đại lượng bằng 0:

$$B_2V + w_2 + \rho^T (B_1V + w_1) = 0 \tag{1.69}$$

Hay nhóm lại ta có :

$$(B_2 + \rho^T B_1)V + ((w_2 + \rho^T w_1) = 0 \; ; \tag{1.70}$$

$$\overline{B}_2V + \overline{w}_2 = 0$$

Ma trận $\overline{N}_{12} = B_1\overline{B}_2^T = B_1(B_2^T + B_1^T\rho) = B_1B_2^T + B_1B_1^T\rho =$

$$= N_{11}\rho + N_{12} = 0 \tag{1.71}$$

Bài toán biến đổi hệ phương trình nhóm 2 sẽ trở thành bài toán tìm ma trận ρ.

Từ (1.71) ta có : $\rho = - N_{11}^{-1} . N_{12}$ (1.72)

Thay vào biểu thức $B_2 + \rho^T B_1$ trong (1.70).

$$\bar{B}_2 = B_2 + \rho^T B_1 = B_2 + (-N_{21} \; N_{11}^{-1} B_1) = B_2 - B_2 \; B_1^T N_{11}^{-1} . B_1$$

$$= B_2 (E - B_1^T N_{11}^{-1} . B_1)$$

Vector $$\bar{w}_2 = w_2 - B_2 B_1^T N_{11}^{-1} w_1 \quad (1.73)$$

Bài toán bình sai mà phải giải hệ phương trình gồm r phương trình sẽ được đưa về việc giải hai hệ phương trình:

$$N_{11} K_1 + w_1 = 0 \quad (1.74)$$

$$\bar{N}_{22} K_2 + \bar{w}_2 = 0 \quad (1.75)$$

Do đó ta tìm được:

$$K = \begin{pmatrix} K_1 \\ K_2 \end{pmatrix}$$

Từ hệ phương trình (1.74), (1.75) chúng ta tìm được K_1, K_2.

Ở đây các ma trận

$$N_{11} = B_1 B_1^T$$

$$\bar{N}_{22} = \bar{B}_2 \bar{B}_2^T$$

Ưu điểm của phương pháp Kriuger là (1.74) (1.75) có thể giải độc lập với nhau.

Đánh giá độ chính xác của các ẩn số sau bình sai :

Tính sai số trung phương trong số đơn vị.

$$\mu = \sqrt{\frac{[pvv]}{r}} \quad (1.76)$$

Chúng ta xem xét cách tính [pvv]

Chúng ta biểu diễn (1.68) dưới dạng :

$$\begin{pmatrix} B_1 \\ \overline{B}_2 \end{pmatrix} V + \begin{pmatrix} w_1 \\ \overline{w}_2 \end{pmatrix} = 0 \qquad (1.77)$$

Vector các số hiệu chỉnh $V = \overline{B}^T.K$.

$$V = \overline{B}^T K = (B_1^T \quad \overline{B}_2^T) \begin{pmatrix} K_1 \\ K_2 \end{pmatrix} = B_1^T K_1 + \overline{B}_2^T K_2 = V' + V''$$

Do đó số hiệu chỉnh v_i trong bình sai chia nhóm chính là tổng của v'_i, v''_i.

$$v_i = v'_i + v''_i \qquad (1.78)$$

Ngoài ra có thể chứng minh được một tính chất quan trọng của phương pháp Kriuger sau đây:

$$[VV] = [V'V'] + [V''V'']$$

$$[VV] = [V^T V] = [(V^T)' + (V^T)''](V' + V'') = (V^T)'V' + (V^T)''V'' + (V^T)''V' + (V^T)'V''$$

$$V^T V = V^T V' + V^T V'' + 2V^T V''$$

$$VV'' = (B_1^T K_1)(\overline{B}_2^{-T} K_2) = K_1 B_1 . \overline{B}_2^{-T} K_2$$

$$= K_1^T \overline{N}_{12} . K_2 = 0 \text{ (Vì } \overline{N}_{12} = 0)$$

$$[VV] = (V^T)'V' + (V^T)''V''$$

Từ đó sai số trung phương trọng số đơn vị được tính :

$$\mu = \sqrt{\frac{[V'V'] + [V''V'']}{r_1 + r_2}} \qquad (1.79)$$

Các bước tính toán của phương pháp bình sai chia nhóm Kriuger.

Trình tự tính toán cụ thể của phương pháp Kriuger như sau:

Từ hệ phương trình điều kiện các số hiệu chỉnh :

$$BV + W = 0,$$

gồm r phương trình chúng ta chia thành hai nhóm:

$$B_1 V + w_1 = 0$$

$$B_2 V + w_2 = 0$$

Để tính toán bình sai trong nhóm 1 ta sử dụng kiến thức bình sai điều kiện với việc thành lập các hệ phương trình sau:

$$B_1V + w_1 = 0; \qquad N_1K + w_1 = 0$$

$$N_{11} = B_1B_1^T; \quad K = -N_{11}^{-1}\ w_1; \quad V' = B_1^TK; \quad [V'V'] = V'^T V$$

Biến đổi hệ phương trình nhóm 2:

$$\bar{B}_2V + \bar{w}_2 = 0$$

$$\bar{B}_2 = B_2(E - B_1^T.N_{11}^{-1}.B_1)$$

Có thể chứng minh được rằng $\bar{w}_2$ có thể xác định như w_2 với điều kiện các trị đo đã được hiệu chỉnh từ nhóm 1.

$$\bar{w}_2 = \begin{pmatrix} \varphi_{r_1+1}(y_1 + v'_1\ , y_2 + v'_2\ ,..., y_n + v'_n) \\ \varphi_{r_1+2}(y_1 + v'_1\ , y_2 + v'_2\ ,..., y_n + v'_n) \\ \varphi_{r_1+r_2}(y_1 + v'_1\ , y_2 + v'_2\ ,..., y_n + v'_n) \end{pmatrix}$$

Ở đây y_i- các trị đo

Thật vậy có thể khai triển các hàm φ_i ($i = r_1 + 1, ..., r_1 + r_2$) theo chuỗi Taylor chúng ta có:

$$\bar{w}_2 = \begin{pmatrix} \varphi_{r_1+1}(y_1, y_e ....., y_n) \\ \varphi_{r_1+2}(y_1, y_e ....., y_n) \\ .... \\ \varphi_{r_1+r_2}(y_1, y_e ....., y_n) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dfrac{\partial\varphi_{r_1+1}}{\partial y_1} .... \dfrac{\partial\varphi_{r_2+1}}{\partial y_n} \\ \dfrac{\partial\varphi_{r_1+2}}{\partial y_1} .... \dfrac{\partial\varphi_{r_1+2}}{\partial y_n} \\ .... \\ \dfrac{\partial\varphi_{r_1+r_2}}{\partial y_1} .... \dfrac{\partial\varphi_{r_1+r_2}}{\partial y_n} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} v_1' \\ v_2' \\ ... \\ v_n' \end{pmatrix}$$

$$= w_2 + B_2\ V'$$

Mặt khác $V' = B_1^T K = - B_1^T N_{11}^{-1} W_1$

Như vậy chúng ta có $\bar{w}_2 = w_2 - B_2B_1^TN_{11}^{-1}w_1$ từ biểu thức (1.73), chúng ta có điều phải chứng minh.

Các trị đo sau bình sai: $y_i = y_i^{(O)} + v_i' + v_i''$

$$\mu = \sqrt{\frac{[v'v'] + [v''v'']}{r_1 + r_2}} \qquad (1.80)$$

Việc đánh giá độ chính xác của hàm số trong bình sai chia nhóm được thực hiện trong nhóm 2 với điều kiện các trị đo là phụ thuộc (từ kết quả bình sai nhóm 1 với ma trận trong số đảo $Q_{\bar{y}}$)

Trong lý thuyết bình sai điều kiện đã chứng minh ma trận $(E - B_1^T N_{11}^{-1} B_1)$ là ma trận trọng số đảo $Q_{\hat{y}}$ của các trị bình sai. Tương tự vector F có dạng tuyến tính.

$$F = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \ldots \\ f_n \end{pmatrix} \text{ được tính bằng công thức}$$

$$F = f.Q_{\hat{y}}$$

$$F(y_1, y_2, \ldots, y_n) = f_1 v_1 + f_2 v_2 + \ldots + f_n v_n + f_o$$

Tính trọng số đảo của hàm số theo các công thức đã biết:

$$\frac{1}{P_f} = [FF.r_2] = [tff] - \frac{[taf]^2}{[taa]} - \frac{[tbf.1]^2}{[tbb.1]} - \ldots - \frac{[trf(r-1)]^2}{[trr(r-1)]} \qquad (1.81)$$

Ở đây a, b, ...r là các hệ số của phương trình điều kiện các số hiệu chỉnh. Đối với trường hợp bình sai chia nhóm, việc ứng dụng công thức (1.81) được tiến hành như sau:

Từ hệ phương trình

$\bar{B}_2 V + \bar{w}_2 = 0$ ta viết lại như sau:

$$\left.\begin{array}{l} A_1 v_1 + A_2 v_2 + \ldots + A_n v_n + w_1 = 0 \\ B_1 v_1 + B_2 v_2 + \ldots + B_n v_n + w_2 = 0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ G_1 v_1 + G_2 v_2 + \ldots + G_n v_n + w_1 = 0 \end{array}\right\} ; \text{ hay } \bar{B}_2 = \begin{pmatrix} A_1 & A_2 & \ldots & A_n \\ B_1 & B_2 & \ldots & B_n \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ G_1 & G_2 & \ldots & G_n \end{pmatrix}$$

Như vậy trọng số đảo của hàm số trong bình sai chia nhóm được tính bằng công thức :

$$\frac{1}{P_f} = [FF.r_2] = \frac{[AF]^2}{[AA]} - \frac{[BF.1]^2}{[BB.1]} - \ldots - \frac{[GF.(r_2 - 1)]^2}{[GG.(r_2 - 1)]} \qquad (1.82)$$

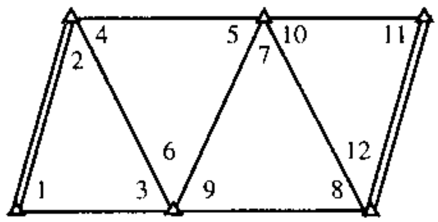
$f_1, f_2, \ldots, f_n$ được tính theo công thức biến đổi : Sai số trung phương của hàm số:

$$\mu_f = \mu\sqrt{\frac{1}{P_f}}\ .$$

1.6.2. Phương pháp Kriuger - Urmaep

Phương pháp này là trường hợp đặc biệt của phương pháp Kriuger: trong nhóm 1 gồm các phương trình điều kiện hình của các tam giác độc lập. Đối với lưới tam giác trên hình vẽ 1.17 có 4 điều kiện hình : 1 điều kiện dài cạnh, 1 điều kiện phương vị và 2 điều kiện tọa độ, số góc đo là 12, số điểm chưa biết là 2.

$$r = 12 - 2.2 = 8$$



Hình 1.17

Đối với các tam giác có số hiệu chỉnh chung phương trình điều kiện hình có dạng : $v_i + v_{(i+1)} + v_{(i+2)} + W = 0$. Đối với mỗi tam giác ta sẽ lập được một hệ phương trình chuẩn $BV + W = 0$. Bởi vì các tam giác không có số hiệu chỉnh chung nên ta lập được hệ phương trình chuẩn với :

$$N_1 = B_1 B_1^T = (1\ 1\ 1)\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix} = 3$$

$$3K_j + w_j = 0 \qquad ; \qquad \text{Số liên hệ } K_j = -\frac{w_j}{3}$$

Các sai số khép ở trong các tam giác sẽ được chia đều và việc giải này hoàn toàn đơn giản. Như ta đã biết trong nhóm 2 cần lập hệ phương trình biến đổi : $\overline{B}_2 V + \overline{W}_2 = 0$. Ma trận : $\overline{B}_2 = B_2 (E - B_1^T . N_{11}^{-1} B_1)$ trong một tam giác thứ j:

$$E - B_1.N_{11}B_1 = \begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 1 & 0\\0 & 0 & 1\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}\frac{1}{3}(1\ \ 1\ \ 1) =$$

$$= \frac{1}{3}\begin{pmatrix}3 & 0 & 0\\0 & 3 & 0\\0 & 0 & 3\end{pmatrix} - \frac{1}{3}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}(1\ \ 1\ \ 1)$$

$$= \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} - \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Trong trường hợp chung, ma trận $E - B^T_1\ N_{11}^{-1}\ B_1$ sẽ là một khối các ma trận đường chéo, phần còn lại bằng 0. Các hệ số của phương trình biến đổi trong nhóm 2 sẽ được tính như sau:

$$(B_2)j = (B_2)j.\frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$B_2 \left(\begin{array}{c|c|c} \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix} & 0 & 0 \\ \hline 0 & \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix} & 0 \\ \hline 0 & 0 & \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \end{array} \right) = \overline{B}_2$$

Giả sử các hệ số trong hệ phương trình nhóm 2 khi chưa biến đổi có dạng $(\alpha\ \alpha_{i+1}\alpha_{i+2})$. Sau khi biến đổi sẽ có dạng.

$$(\alpha_i \quad \alpha_{i+1} \quad \alpha_{i+2} \ \ldots)\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix} = (A_i \quad A_{i+1} \quad A_{i+2}).$$

Như vậy $A_i = \frac{1}{3}(2\,\alpha_i - \alpha_{i+1} - \alpha_{i+2})$

$$= \frac{1}{3}\ (3\alpha_i - \alpha_i - \alpha_i + 1 - \alpha_i + 2) =$$

$$= \alpha_i - \frac{\Sigma\alpha}{3}$$

$$A_{i+1} = \alpha_{i+1} - \frac{\Sigma\alpha}{3}.$$

Trong đó α_i, α_{i+1}, α_{i+2} là các hệ số tương ứng với các góc trong nhóm 2, còn A_i, A_{i+1}, A_{i+2} là các hàm số đã biến đổi $A_{i+2} = \alpha_{i+2} - \frac{\Sigma\alpha}{3}$. Như vậy các phương trình biến đổi trong nhóm 2 trở thành :

$$(A_1 \quad A_2 \quad ... \quad A_n)\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ ... \\ v_n \end{pmatrix} + w_2 = 0$$

Bài tập1.7. Bình sai lưới tam giác (h 1.15) ta có :

$$\left.\begin{aligned} v_1 + v_2 + v_3 + w_1 = 0 \\ v_4 + v_5 + v_6 + w_2 = 0 \\ v_7 + v_8 + v_9 + w_3 = 0 \end{aligned}\right\} \quad \text{Nhóm 1}$$

$$\left.\begin{aligned} v_2 + v_5 + v_8 + w_4 \quad = 0 \\ \sum_{3,6,9}\delta_i v_i - \sum_{1,4,7}\delta_i v_i + w_5 = 0 \end{aligned}\right\} \quad \text{Nhóm 2}$$

Từ phương trình (1) của nhóm 2 ta có các hệ số : α_i và A_i trong bảng sau :

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
α_i	0	1	0	0	1	0	0	1	0
A_i	1/3	2/3	-1/3	-1/3	2/3	-1/3	-1/3	2/3	-1/3

Việc tính $\overline{w}_j$ sẽ hoàn toàn tương tự như trong phương pháp Kriuger, j là số thứ tự tam giác.

$$\overline{w}_4 = y_5 + y_2 + y_8 - \widehat{AOB}.$$

Để kiểm tra tính toán trong phương trình biến đổi ta thấy $A_i + A_{i+1} + A_{i+2} = 0$. Tương tự trong trường hợp đánh giá độ chính xác của hàm $F = f.Q_y = F(E - B_1^T N_{11} B_1)$ ta tính như các thành phần của $\overline{B}_2$ trong hệ phương trình $\overline{B}_2 V + v_2 = 0$. Giả sử trong tam giác thứ j có các thành phần f_i, f_{i+1}, f_{i+2} thì hàm số biến đổi sẽ là:

$$F_i = f_i - \frac{\Sigma f_i}{3}.$$

Giả sử cần phải đánh giá độ chính xác hàm số $F = F(y_1, y_2, ..., y_n)$ sau khi xác định f_1, f_2, ..., f_n ta phải tìm $F_1, F_2, ..., F_n$:

Tính trọng số đảo của hàm số cũng tương tự như trong trường hợp bình sai theo phương pháp Kriuger.

$$\frac{1}{P_f} = [FF] - \frac{[AF]^2}{[AA]} - \frac{[BF.1]^2}{[BB.1]} - ... - \frac{[GF.(r2-1)]^2}{[GG.(r2-1)]}; \qquad (1.83)$$

A, B..., G là các hệ số của phương trình biến đổi nhóm 2.

$$\left.\begin{aligned} [AV] + w_1 &= 0 \\ [BV] + w_2 &= 0 \\ \dots\dots&\dots\dots \\ [GV] + w_x &= 0 \end{aligned}\right\}$$

Sai số trung phương trọng số đơn vị cũng được tính tương tự như trong phương pháp Kriuger :

$$\mu = \sqrt{\frac{[V'V] + [V"V"]}{r_1 + r_2}}$$

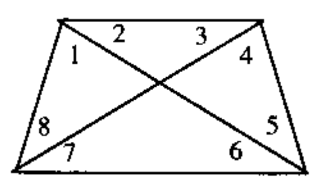
$$m_f = \mu\sqrt{\frac{1}{P_f}} \qquad (1.84)$$

Bình sai lưới tứ giác trắc địa sẽ có một số khác biệt so với việc bình sai lưới tam giác. Trong nhóm 1 không thể thuần tuý là các điều kiện hình mà dựa trên cơ sở hình học tổng các góc trong một tam giác là 180^o.

Ví dụ 1.8. (h1.18) $\quad r = 8 - 2.2 = 4$

$$v_1 + v_2 + v_3 + v_8 + w_1 = 0$$

$$v_4 + v_5 + v_6 + v_7 + w_2 = 0$$



Hình 1.18

Điều kiện để bình sai theo phương pháp Kriuger - Urmaep là trong nhóm 1 các tam giác độc lập với nhau.

Phương trình $v_2 + v_3 + v_4 + v_5 + w_3 = 0$ được đưa vào nhóm 2

$$\sum_{i=2,4,6,8} v_i - \sum_{i=1,3,5,7} v_i + w_4 = 0$$

Trong nhóm 1 các số hiệu chỉnh v_1, v_2, v_3,... ,v_8 sẽ được tính theo công thức:

$$v_1 = v_2 = v_3 = v_8 = -\frac{w_1}{4}$$

$$v_4 = v_5 = v_6 = v_7 = -\frac{w_2}{4}$$

Trong nhóm 2 hệ phương trình biến đổi sẽ được tính theo công thức:

$$A_i = \alpha_i - \frac{\Sigma\alpha}{4} \quad ; \quad F_i = f_i - \frac{\Sigma f}{4}$$

Ví dụ 1.9. Đối với phương trình1 nhóm 2 sẽ là :

$$(0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0)\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \dots \\ v_8 \end{pmatrix} + w_3 = 0$$

Các hệ số biến đổi nhóm 2:

$$\overline{B_2} = \begin{pmatrix} \frac{-1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{-1}{2} & \frac{-1}{2} & \frac{-1}{2} \end{pmatrix}$$

Dễ dàng thấy tổng các hệ số của phương trình biến đổi tương ứng với các góc trong một tam giác là bằng 0.

Trong trường hợp bình sai tứ giác trắc địa, khác với trường hợp bình sai các tam giác theo phương pháp Kriuger - Urmaep ở trong nhóm 1 các sai số khép không phải chia đều thành 3 mà thành 4, còn trong nhóm 2 các hệ số sẽ được tính theo công thức:

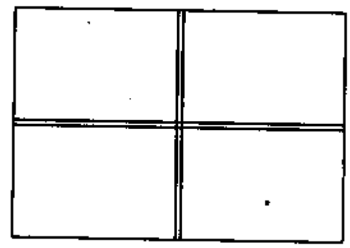
$$A_i = \alpha_i - \frac{\Sigma\alpha}{4}$$

$$F_i = f_i - \frac{\Sigma f_i}{4}$$

1.7. PHƯƠNG PHÁP HELMERT MỞ RỘNG ĐỂ BÌNH SAI MẠNG LƯỚI LỚN

1.7.1 Cơ sở lý thuyết chung

Như chúng ta đã biết, giả sử lưới trắc địa được chia ra làm k phần (trong ví dụ ở hình 1.19 thì k = 4) có các vùng chung mà được đánh số cuối cùng chúng ta sẽ có hệ phương trình chuẩn.



Hình 1.19

$$\left.\begin{array}{l} R_1X_1 + \quad \ldots \quad + R_{1k+1}X_{k+1} + b_1 = 0 \\ \quad R_2X_2 + \quad \ldots \quad + R_{2k+1}X_{k+1} + b_2 = 0 \\ \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \qquad\qquad R_kX_k + \ldots + R_{k,k+1}X_{k+1} + b_k = 0 \end{array}\right\} \tag{1.85}$$

$$R^T_{1k+1}X_1 + R^T_{2k+1}X_2 + \ldots R_{k+1,k+1}X_{k+1} + b_{k+1} = 0 \tag{1.86}$$

ở đây X_i (i = 1, 2 ...k), các ẩn số của các khối i (không gồm các điểm chung của các khối) X_{k+1} - ẩn số của các điểm chung. Từ k phương trình đầu chúng ta có :

$$X_i = -R^{-1}_i R_{i.k+1}X_{k+1} - R^{-1}_i b_i \tag{1.87}$$

Và thay thế vào phương trình cuối cùng chúng ta có :

$$\overline{R}_{k+1}X_{k+1} + \overline{b}_{k+1} = 0 \tag{1.88}$$

ở đây ma trận R_{k+1} được thành lập theo công thức

$$\overline{R}_{k+1} = R_{k+1} - \sum_{i=1}^{k} R^T_{i.k+1}R_i^{-1}R_{ik+1} \tag{1.89}$$

Vector số hạng tự do

$$\overline{b}_{k+1} = b_k - \sum_{i=1}^{k} R^T_{i.k+1}R^{-1}_i b_i \tag{1.90}$$

Nếu ma trận R_{k+1} được thành lập như tổng $R^{(i)}_{k+1}$ hình thành trong khối i thì sẽ có công thức :

$$R_{k+1} = \sum_{i=1}^{k} R_{k+1}(i) \tag{1.91}$$

ở đây $$R_{k+1}{}^{(i)} = R^{(i)}_{k+1} - R^T_{i.k+1}R^{-1}_i R_{ik+1} \tag{1.92}$$

Kết quả giải hệ phương trình (1.88) chúng ta có

$$Q_{k+1} = \overline{R}^{-1}_{k+1}$$

chính là ma trận trọng số đảo của các điểm chung. Khối ma trận trọng số đảo của các điểm trong các khối được xác định như sau :

$$Q_1 = R^{-1}_i + R^{-1}_i R_{ik+1} Q_{k+1} R^T_{ik+1} R^{-1}_i \qquad (1.93)$$

$$Q_{k+1} = - R^{-1}_i R_{ik+1} Q_{k+2} \qquad (1.94)$$

$$Q_{ii} = - R^{-1}_i R_{ik+1} Q_{k+1} R^T_{ik+1} R^{-1}_j \qquad (1.95)$$

$$(i = k.j = k)$$

Các nghiệm sau khi bình sai sẽ tính theo công thức (1.87). Để giải bài toán bình sai mạng lưới lớn trên máy tính điện tử cần phải đưa ra bộ nhớ ngoài (các đĩa từ) các ma trận R^{-1}_i. R_{ik+1} $(i = 1,2...k)$ và là công việc cồng kềnh. Tuy nhiên trong sản xuất đầu ra của kết quả bình sai chỉ đòi hỏi Q_{ii} để đánh giá độ chính xác các ẩn số; $1/P_f$ của một số hàm cần thiết để đánh giá độ chính xác; x - các ẩn số của tất cả các điểm của lưới và μ - sai số trung phương trọng số đơn vị. Ngoài ra để bình sai hỗn hợp lưới mặt đất và vệ tinh cần có khối Q đối với các điểm chung.

Trên cơ sở những đòi hỏi thực tế như vậy chúng tôi thành lập phương pháp mới mà các bước sẽ được tiến hành như sau:

1. Trong các khối sau khi đã có các vector trị gần đúng các ẩn số $x_i^{(O)}$ chúng ta thành lập hệ phương trình :

$$R_i \Delta x_i + b_i = 0 \qquad (1.96)$$

$$\Delta x_i = - R^{-1}_i b_i \qquad (1.97)$$

Tuy nhiên để giải hệ (1.96) chúng ta không giải theo (1.97) mà dùng phương pháp Choleski phân tích $R_i = T^T_i T_i$ trong đó các ma trận T_i sẽ thành lập theo phương pháp mặt cắt có lưu ý tới tính chất ma trận thưa.

Sau đó chúng ta tính :

$$X_i = x_i^{(O)} + \Delta x_i \qquad (1.98)$$

Thay thế vào hệ phương trình chuẩn (1.96) chúng ta có :

$$b_i = 0 \ (i = 1,2...,k)$$

Khi đó trong công thức trên

$$b_k = b_{k+1} \qquad (1.99)$$

Cần lưu ý rằng ở đây b_{k+1} được tính theo các số hạng l_s của phương trình.

$$V_s = a_s x_s + l_s \qquad (1.100)$$

trong đó l_s tính theo các giá trị gần đúng trong các khối sau khi giải xong hệ (1.87) chúng ta có kết quả cuối cùng.

$$\overline{\Delta} x_i = - \overline{R}_{ik+1} \ \Delta x_{k+1} \quad (1.101)$$

$$= x_i + \overline{\Delta} x_i \quad (1.102)$$

Ma trận $\overline{R}_{ik+1}$ (i = 1,2...) được xác định như sau :

$$\overline{R}_{ik+1} = R^{-1}_{i} R_{ik+1} \quad (1.103)$$

Và dễ dàng nhận thấy là $\overline{R}_{i\,k+1}$ và $R_{i,\,k+1}$ có kích thước như nhau và để tiện tính toán chúng ta áp dụng công thức

$$R_{i,\,k+1} = T^{-1} (T^{T-1}) \ \ R_{i,\,k+1} \quad (1.104)$$

(Lưu trong bộ nhớ máy tính T có cấu trúc băng hoặc mặt cắt).

2. Đánh giá độ chính xác của ẩn số và các hàm số.

Trước hết để tính μ cần tính tổng

$$\varphi = V^{T}PV \quad (1.105)$$

φ sẽ tính theo công thức

$$\varphi = LPL^{T} + B^{T} \Delta x \quad (1.106)$$

Nếu trong các khối i = 1,2..., k đã tiến hành chỉnh lý theo công thức (1.96) thì sẽ có :

$$\varphi = \sum_{i=1}^{k} L^{T}_{i}P_{i}L^{T}_{i} \ + \ (000...b_{k+1}) \begin{pmatrix} \Delta x_i \\ \Delta x_k \\ \Delta x_{k+1} \end{pmatrix} \quad (1.107)$$

$$= \sum_{i=1}^{k} L^{T}_{i}P_{i}L^{T}_{i} + b^{T}_{k+1} \Delta x_{k+1}$$

$$= \sum_{i=k}^{k} \varphi_i + b_{k+1} \Delta x_{k+1}$$

Và như vậy trong mỗi khối chúng ta tính $\varphi_i = L_iP_iL_i^{T}$ theo các giá trị $\tilde{x}$. Cuối cùng tính thêm $b_{k+1} \Delta x_{k+1}$

Tính các thành phần Q_{ii} đối với các ẩn số. Từ công thức (1.103) nếu ký hiệu

$$\underset{sxd}{Z_i} = \overline{R}_{i,\,k+1} T^{-1}_{k+1} \quad (1.108)$$

ở đây T_{k+1} là ma trận tam giác. Chúng ta có

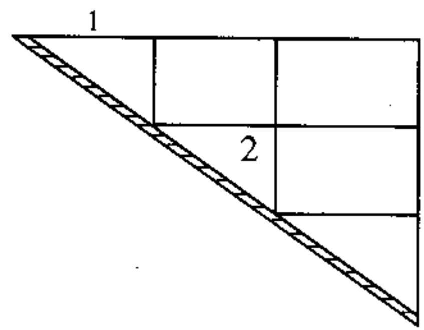
$$R_i(Q_i)_{jj} = (R^{-1}_i)_{jj} + (Z_j)(Z_j)^T \qquad (1.109)$$

Như vậy để tính Q_{jj} chỉ cần giữ trong bộ nhớ thành phần $(R_i)_{jj}$ trong các khối và vector Z_j có kích thước như $R_{i\,k+1}$ và vector $(Q_{jj})^{n \times 1}$ (n số ẩn số).

Để tính $1/p_f$ của các hàm số (giữa các điểm trong các khối i)

$$\frac{1}{P_f} = fQ_i f^T = fR^{-1} f^T + fR^{-1}_i\ R_{i,k+1}\, Q_{k+1}\, R^T_{i,k+1}\, R^{-1}_j\, f^T$$

$$= \left(\frac{1}{P_F}\right)_i + (f \underset{1 \times n_{k+1}}{Z_i})(f Z_i)^T \qquad (1.110)$$



Hình 1.20

Như vậy trong các khối i chúng ta tính ngay các trọng số đảo của hàm số

$$\frac{1}{\tilde{P}_F} = f R^{-1}_i f^T$$

Sau đó ở giai đoạn cuối tính vector

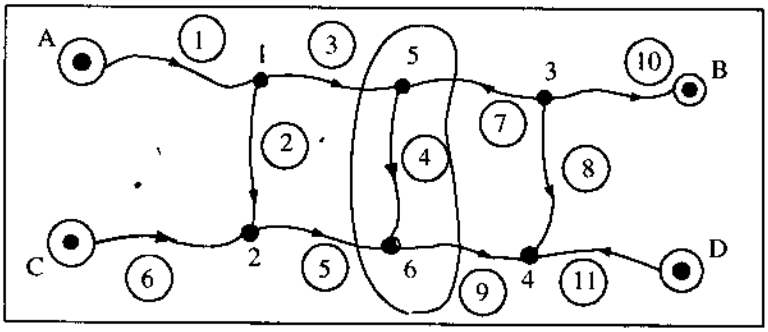
$$\underset{1 \times n_{k+1}}{\bar{f}} = f\, Z_i \qquad (1.111)$$

ở đây n_{k+1} là số ẩn số của các điểm chung

Như vậy để đánh giá hàm số ta không cần phải giữ trong bộ nhớ máy tính tất cả các thành phần của ma trận nghịch đảo mà chỉ cần để bộ nhớ vector có kích thước dài bằng số ẩn số của điểm chung.

1.7.2. Ví dụ 1.10

Để kiểm tra và khẳng định tính đúng đắn của lý thuyết chúng ta xem xét một ví dụ bình sai lưới thủy chuẩn (h.1.25).



Hình 1.21

Các số đo và số liệu gốc được cho ở bảng sau:

Điểm gốc	Độ cao, m	N	h_i	N	h_i
A (H_1)	101,528	1	1,234	5	2,504
B (H_2)	105,830	2	2,482	6	0,915
C (H_3)	108,553	3	4,822	7	3,883
D (H_4)	104,342	4	0,180	8	6.049
				9	1,995
				10	2,118
				11	1,219

Trình tự tính toán

1. Tính các giá trị gần đúng

$$x_1^{(0)} = H_1 + h_1 = 102,762$$
$$x_2^{(0)} = H_3 + h_6 = 105,257$$
$$x_5^{(0)} = x_1^{(0)} + h_3 = 107,584$$
$$x_3^{(0)} = H_2 - h_{10} = 103,712$$
$$x_4^{(0)} = H_4 + h_{11} = 109,772$$
$$x_5^{(0)} = x_1^{(0)} + h_3 = 107,584$$
$$x_6^{(0)} = x_2^{(0)} + h_5 = 107,761$$

2. Bình sai trong các khối ($p_1 = 1$)

- Khối 1

$$R_1 = \begin{pmatrix} -13 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} ; \ R_{13} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$b_1 = \begin{pmatrix} -13 \\ +13 \end{pmatrix}$$

$$\Delta x_1 = -R_1^{-1} b_1 = -\begin{pmatrix} 0{,}375 & 0{,}125 \\ 0{,}125 & 0{,}375 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -13 \\ 13 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} +3{,}25 \\ -3{,}25 \end{pmatrix}$$

Vector:

$$\widetilde{X}_1 = \begin{pmatrix} x_1^{(o)} \\ x_2^{(o)} \end{pmatrix} + \Delta x_1 = \begin{pmatrix} 106.012 \\ 102.007 \end{pmatrix}$$

$$\overline{R}_{1,k+1} = R_1^{-1} \ R_{1,k+1} = -\begin{pmatrix} 0{,}375 & 0{,}125 \\ 0{,}125 & 0{,}375 \end{pmatrix}$$

Dễ dàng kiểm tra lại b_1 tính theo các trị gần đúng mới $b_1 = 0$.

Tương tự đối với khối 2

$$X_2 = X_2^{(O)} + \Delta x_2 = \begin{pmatrix} 103.712 \\ 109.772 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3.375 \\ -10.125 \end{pmatrix}$$

3. Tính đối với khối chung:

Theo công thức (1.89) ta có thể tính được:

$$\overline{R}_{k+1} = \begin{pmatrix} 2{,}250 & -1{,}250 \\ -1{,}250 & 2{,}250 \end{pmatrix}$$

Vector b_{k+1} tính theo các giá trị gần đúng được chỉnh trong các khối.

$$\overline{b}_{k+1} = \begin{pmatrix} -7{,}875 \\ -5{,}625 \end{pmatrix}$$

$$\Delta x_{k+1} = \begin{pmatrix} 7{,}072 \\ 6{,}428 \end{pmatrix}$$

$$Q_{k+1} = \begin{pmatrix} 0{,}643 & 0{,}375 \\ 0{,}357 & 0{,}643 \end{pmatrix}$$

Áp dụng công thức (1.109) sẽ tính được vector

$$[Q_{11} Q_{22} Q_{23} Q_{44}] = [0{,}509 \quad 0{,}509 \quad 0{,}509 \quad 0{,}509]$$

1.7.3. Bình sai có tính tới ảnh hưởng của sai số số liệu gốc

Nếu ký hiệu Δx và $\hat{\Delta} x$ là số hiệu chỉnh vào các ẩn số cần xác định và các điểm gốc, hệ phương trình các số hiệu chỉnh sẽ có dạng :

$$V = A\Delta x + B\hat{\Delta} x + L \ ; P$$

$$\hat{V} = \hat{\Delta} x \ ; \ Q_{\Delta x}^{-1} \qquad (1.112)$$

Ở đây A, B - các ma trận hệ số.

Hệ phương trình (1.112) có thể viết lại dưới dạng sau:

$$\bar{V} = \bar{A} \ \Delta + \bar{L} \ ; \ \bar{P} \qquad (1.113)$$

Ở đây:

$$\bar{V} = \begin{pmatrix} V \\ \hat{V} \end{pmatrix} ; \ \bar{A} = \begin{pmatrix} A & B \\ 0 & E \end{pmatrix} ; \ \bar{L} = \begin{pmatrix} L \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\bar{P} = \begin{pmatrix} P & \\ & Q_{\Delta z}^{-1} \end{pmatrix} ; \qquad \text{0 - ma trận không.}$$

$\Delta^T = (\Delta x^T \ \hat{\Delta} x^T{-}_m)$ điều kiện $\bar{V}^T.\hat{P}.\bar{V} =$ min có thể thành lập hệ phương trình chuẩn sẽ có dạng như sau:

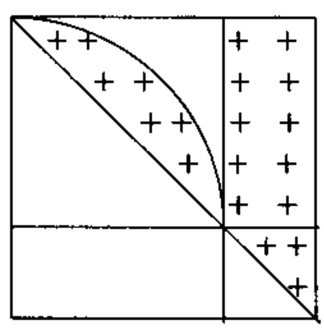
$$\bar{R}\Delta + \bar{b} = 0 \qquad (1.114)$$

Ở đây

$$R = \left(\begin{array}{c|c} A^T PA & A^T PB \\ \hline B^T PA & B^T PB + Q_{\Delta x}^{-1} \end{array}\right) \qquad (1.115)$$

$$b = \begin{pmatrix} A^T PL \\ B^T PL \end{pmatrix} \qquad (1.116)$$

Cấu trúc của ma trận $\bar{R}$ được biểu diễn trên hình vẽ. Như vậy việc bình sai có tính tới sai số số hiệu gốc đã phức tạp hơn vì tính thưa của ma trận $\bar{R}$ đã không thể tính đến.



Hình vẽ 1.22

Áp dụng phương pháp khối điều khiển

Chúng ta ký hiệu:

$$\bar{R} = \left(\begin{array}{c|c} A^T PA & A^T PB \\ \hline B^T PA & B^T PB + Q_{\Delta x}^{-1} \end{array}\right) = \left(\begin{array}{c|c} R_1 & R_{12} \\ \hline R_{21} & R_2 \end{array}\right)$$

$$\bar{b} = \begin{pmatrix} A^T PL \\ B^T PL \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} \qquad (1.117)$$

Từ các công thức (1.114) - (1.116) chúng ta có biểu thức.

$$\Delta x = -R_1^{-1}(R_{12}\hat{\Delta}x + b_1) \qquad (1.118)$$

$$\bar{R}_2 \hat{\Delta}x + \dot{\bar{b}}_2 = 0 \qquad (1.119)$$

Ở đây: $\bar{R}_2 = (R_2 - R_{12}^T \quad R_1^{-1} \quad R_{12})$

$$\bar{b}_2 = (b_2 - R_{12}^T \quad R_1^{-1} \quad b_1)$$

Như vậy hệ phương trình (1.119) đóng vai trò hệ phương trình chuẩn của khối điều khiển. Nếu ký hiệu $\bar{R}_{12} = R_1^{-1}R_{12}$ thì từ biểu thức (1.118) chúng ta có.

$$\Delta x = -R_1^{-1} b_1 - \bar{R}_{12} \hat{\Delta}x = \tilde{\Delta}x - \bar{R}_{12} \hat{\Delta}x$$

Ở đây $\tilde{\Delta}x$ - vector các số hiệu chính đối với bước bình sai không có số liệu gốc.

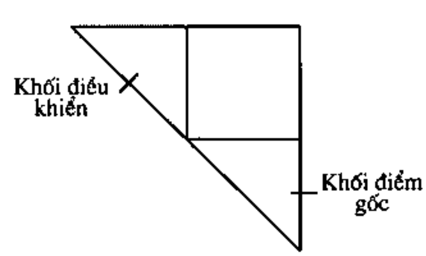
Các thành phần đường chéo Q_{ii} đối với các ẩn số Δx được tính tương tự như trong 1.7.1

$$Q_1 = \bar{R}_1 + \bar{R}_{12} \quad \dot{Q}_2 \bar{R}_{12}^T$$

và cũng như trong phương pháp khối điều khiển chúng ta chỉ tính các thành phần đường chéo $(Q)_{ii}$.

Như vậy chúng ta có thể tính tới ma trận thưa R_1 trong việc giải nghiệm $\Delta x = - R_1 b_1$.

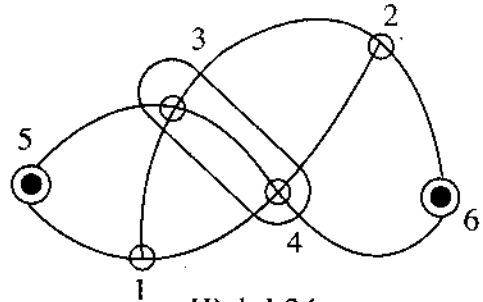
Chúng ta lưu ý rằng mạng lưới có thể chia ra thành khối. Khi đó cấu trúc của ma trận R_2 sẽ như hình vẽ 1.23 (nếu các điểm gốc không có liên hệ với các điểm trong khối điều khiển).



Hình 1.23

Ví dụ 1.11

Cho lưới thủy chuẩn như hình 1.24



Hình 1.24

Ma trận R có dạng :

3	0	-1	-1	-1	0
	3	-1	-1	0	-1
		4	-1	-1	0
			4	0	-1
				2	0
					0

$+ \boxed{\begin{matrix} Q^{-1} \\ 2x2 \end{matrix}}$

Như vậy ma trận

$$\overline{R}_{13} = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\overline{R}_{23} = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Nếu ma trận trọng số của ẩn số của các điểm gốc.

$$P = Q^{-1} = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$$

thì ma trận

$$\overline{R}_3 = \frac{1}{3}\left(\begin{array}{cc|cc} 10 & -5 & -4 & -1 \\ -5 & 10 & -1 & -4 \\ \hline -4 & -1 & 20 & 0 \\ -1 & -4 & 0 & 20 \end{array}\right)$$

các phần tính toán còn lại hoàn toàn tương tự như ở phần trình bày trong mục 1.7.1.

Một trong những ứng dụng của phương pháp trình bày ở trên là bình sai hỗn hợp lưới mặt đất - vệ tinh.

Trong trường hợp này lưới trắc địa vệ tinh được bình sai riêng về tính chuyển có mặt phẳng và chúng ta có toạ độ $\hat{x}$ và $Q_{\hat{x}}$ của các điểm vệ tinh.

Trong khối điều khiển ngoài các thành phần liên quan tới ẩn số các điểm trên x_o còn có thành phần liên quan tới các điểm vệ tinh $\hat{x}$. Cấu trúc ma trận R_k của khối điều khiển sẽ là.

$$R_k = \left(\begin{array}{c|c} R_{xo} & R_{xox} \\ \hline R_{xxo} & R_{\hat{x}} \quad +Q_{\hat{x}}^{1} \end{array}\right)$$

$$\overline{R}_k = R_k - \sum_{i=1,\ k-1} R_{ik}^T \quad R_i^{-1} \quad R_i^k$$

Một điểm cần lưu ý là ma trận $Q_{\hat{x}}$ nhận được từ biến đổi ma trận K của các điểm vệ tinh trong hệ toạ độ không gian X,Y,Z.

Các thuật toán vừa trình bày cho phép mở rộng phương pháp khối điều khiển với bài toán bình sai với việc tính tới số liệu gốc. Chương trình tính toán chỉ thay đổi phần liên quan tới số liệu gốc với việc lưu trữ file chứa các thành phần của ma trận $P_x = Q_x^{-1}$ liên quan tới các điểm gốc.

CHƯƠNG II

BÌNH SAI LƯỚI TRẮC ĐỊA TỰ DO

2.1. THUẬT TOÁN CHUNG

Trong bài toán bình sai kinh điển bằng phương pháp gián tiếp hệ phương trình chuẩn $R\Delta x + b = 0$, ma trận $R = A^TPA$ không suy biến.

$$\underset{nxk}{\text{rank}\,(A)} = s \tag{2.1}$$

s - là cột không phụ thuộc tuyến tính. Hiệu số d = k - s được gọi là số khuyết của ma trận R.

Các khái niệm cơ bản:

Các mạng lưới trắc địa mà số khuyết của R là d > 0 thì là mạng lưới tự do.

Đối với lưới độ cao $d_{max} = 1$

Đối với lưới mặt bằng (đo góc đo cạnh) $d_{max} = 4$

Đối với lưới không gian $d_{max} = 7$

Định nghĩa ma trận đảo tổng quát :

Giả sử ma trận A có rank $r \leq \min(n, k)$ theo Moore–Penzoze ma trận đảo tổng quát G thỏa mãn.

$$
\begin{aligned}
&1) \quad AGA = A \\
&2) \quad GAG = G \\
&3) \quad (GA)^T = GA \\
&4) \quad (AG)^T = AG
\end{aligned} \tag{2.2}
$$

Ma trận G thỏa mãn các tính chất (2.2) gọi là ma trận đảo giả định chính và ký hiệu A^+. Đây là ma trận duy nhất với A.

Chúng ta xem xét các định nghĩa với ma trận chỉ thỏa mãn một số trong 4 tính chất của (2.2).

- Chỉ thỏa mãn (1) : A^- (A^R) - ma trận chuẩn
- thỏa mãn (1) , (2) : A^-_2
- A đối xứng : A^-_{rs}

Để trình bày lý thuyết bình sai lưới tự do có các cách đặt vấn đề khác nhau. Chúng tôi giới thiệu một trong những cách đơn giản và chặt chẽ nhất sau đây của GS Markuze IU [1].

Để bình sai lưới trắc địa tự do với phương trình số hiệu chỉnh $v = A\Delta x + L$.

Với số khuyết rank $d > 0$. Chúng ta bổ xung hệ d phương trình.

$$C^T\Delta x + L_C = 0 \tag{2.3}$$

L_C là vector không ngẫu nhiên bất kỳ (thông thường $L_C = 0$)

Từ hệ phương trình (2.2) với điều kiện (2.3) chúng ta có hệ phương trình chuẩn sau:

$$\begin{pmatrix} R & C \\ C^T & O \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ K \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b \\ L_C \end{pmatrix} = 0 \tag{2.4}$$

Ma trận hệ số $R_C = \begin{pmatrix} R & C \\ C^T & O \end{pmatrix}$ không suy biến, K là vector của các số liên hệ.

Như vậy sẽ tồn tại ma trận đảo.

$$R^{-1}{}_C = \begin{pmatrix} R & C \\ C^T & O \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} R^{\sim} & T \\ T^T & 0 \end{pmatrix} \tag{2.5}$$

$R^{\sim}$ ma trận đảo tổng quát.

Như vậy chúng ta có:

$$\begin{pmatrix} \Delta x \\ k \end{pmatrix} = -R_C^{-1} \begin{pmatrix} b \\ L_C \end{pmatrix} = -\begin{pmatrix} R^{\sim} & T \\ T^T & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b \\ L_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -R^{\sim}b & -TL_C \\ -T^Tb & \end{pmatrix} \tag{2.6}$$

Từ (2.5) chúng ta có $R_CR_C^{-1} = E$ hay là:

$$C^TR^{\sim} = 0 \tag{2.7}$$

$$C^TT = E \tag{2.8}$$

$$RT = 0 \tag{2.9}$$

$$E - RR^{\sim} = CT^T \tag{2.10}$$

Giả sử tồn tại ma trận B:

$$B^{rxd} = \begin{pmatrix} B_1^{dxd} \\ B_2^{\bar{k}xd} \end{pmatrix} \qquad (2.11)$$

ở đây, $\bar{k}$ = k - d sao cho thỏa mãn điều kiện RB = 0 hay là :

$$R_{11}\, B_1 + R_{12}\, B_2 = 0 \qquad (2.12)$$

$$R_{21}\, B_1 + R_{22}\, B_2 = 0 \qquad (2.13)$$

L_C là vector không ngẫu nhiên bất kỳ (thông thường $L_C = 0$).

Từ hệ phương trình (2.2) với điều kiện (2.3) chúng ta có hệ phương trình chuẩn sau:

$$\begin{pmatrix} R & C \\ C^T & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ K \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b \\ L_c \end{pmatrix} = 0 \qquad (2.14)$$

với các ký hiệu:

$$M = (C^T B)^{-1} \qquad (2.15)$$

$$\overline{H} = \begin{pmatrix} B_1 M & C_2^T \\ B_2 M & C_2^T - E \end{pmatrix} \qquad (2.16)$$

$$C = \begin{pmatrix} C_1^{dxd} \\ C_2^{\bar{k}xd} \end{pmatrix} \qquad (2.17)$$

Ma trận B trong (2.12), (2.13) được xác định từ bài toán tính chuyển Helmert.

Đối với lưới thủy chuẩn:

$$B^{kx1} = (1 \quad 1 \quad \ldots\ldots \quad 1)^T \qquad (2.18)$$

Đối với lưới mặt bằng

$$B = (B_1 \ldots B_k)^T \qquad (2.19)$$

Ở đây:

$$B_i = \begin{vmatrix} 1 & 0 & Y_i & X_i \\ 0 & 1 & -X_i & Y_i \end{vmatrix} \qquad (2.20)$$

Đối với lưới không gian ma trận B có dạng:

$$B_i = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -Z_i & Y_i & X_i \\ 0 & 1 & 0 & Z_i & 0 & -X_i & Y_i \\ 0 & 0 & 1 & -Y_i & X_i & 0 & Z_i \end{pmatrix} \tag{2.21}$$

Các công thức tính ma trận đảo tổng quát $R^{\sim}$

$$R^{\sim} = (R + C\,\overline{P}\,C^T)^{-1} - T\,\overline{P}\,T^T \tag{2.22}$$

Ở đây, $T = B\,.\,(C^TB)^{-1}$

Khi $\overline{P} = E$

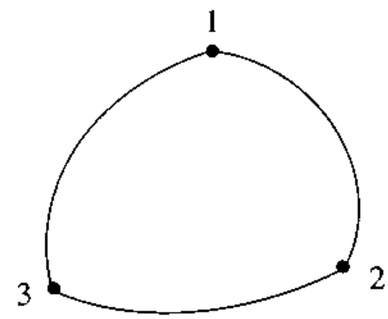
$$R^{\sim} = (R + CC^T)^{-1} - TT^T \tag{2.23}$$

$$\begin{pmatrix} R & C \\ C^T & O \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} R^{\sim} & T \\ T^T & O \end{pmatrix} \tag{2.24}$$

Ví dụ 2.1.

Đối với lưới độ cao tự do $p_i = 1$ chúng ta có:

$$R = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ & 2 & -1 \\ & & 2 \end{pmatrix}$$



Hình 2.1.a

Trong trường hợp đặc biệt $C^T = B^T = (1\ \ 1\ \ 1)$ thì :

$$R_C = \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & -1 & 1 \\ & 2 & -1 & 1 \\ & & 2 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right) \quad \text{hay là} \quad R_C = \left(\begin{array}{c|c} R & C \\ \hline C^T & O \end{array}\right)$$

Chúng ta nghịch đảo ma trận R_C và nhận được kết quả:

$$R_C^{-1} = \begin{pmatrix} R^{\sim} & T \\ T^T & O \end{pmatrix} = \left(\begin{array}{ccc|c} 0{,}222 & -0{,}111 & -0{,}111 & 0{,}333 \\ -0{,}111 & 0{,}222 & -0{,}111 & 0{,}333 \\ -0{,}111 & -0{,}111 & 0{,}222 & 0{,}333 \\ \hline 0{,}333 & 0{,}333 & 0{,}333 & 0 \end{array}\right)$$

- Đánh giá độ chính xác kết quả bình sai:

$$\mu = \sqrt{\frac{[pvv]}{n-r+d}} \tag{2.25}$$

2.2. PHÉP BIẾN ĐỔI TỌA ĐỘ HELMERT

Chúng ta xem xét phép biến đổi dạng Helmert

Hệ tọa độ (X'O'Y') liên hệ với tọa độ (XOY) với các tham số :

- Độ lệch gốc tọa độ theo các trục (OX, OY) tương ứng là x_0, y_0.

α - là góc xoay của hệ (X'O'Y') so với hệ (XOY)

- Hệ số thay đổi tỷ lệ (X'O'Y') so với hệ (XOY) là m

Chúng ta có :

$$x'_i = x_0 + x_i m \cdot \cos(\alpha) + y_i m.\sin(\alpha) \tag{2.26}$$

$$y'_i = y_0 - x_i m \cdot \sin(\alpha) + y_i m. \cos(\alpha)$$

(2.26) Đưa về dạng tuyến tính theo các biến x_0, y_0, α, m và sẽ nhận được: $\alpha \approx 0, m \approx 1$

$$x'_i = 1.\ x_0 + 0.\delta y_0 + y_i\delta(\alpha) + x_i\delta m + x_i \tag{2.27}$$

$$y'_i = 0.\ x_0 + 1.y_0 - x_i\delta\alpha + y_i\delta m + y_i$$

$$X_i = (x_i \quad y_i)^T \ ;\ X_i' = (x'_i \quad y'_i)^T \ ;\ Z = (x_0 \quad y_0 \quad \delta\alpha \quad \delta m)^T \tag{2.28}$$

$$B_i = \begin{pmatrix} 1 & 0 & Y_i & X_i \\ 0 & 1 & -X & Y_1 \end{pmatrix} \tag{2.29}$$

Công thức (2.29) viết dưới dạng ma trận.

$$X'_i = B_i Z + X_i \tag{2.30}$$

Giả sử có n điểm có tọa độ được xác định trong hệ tọa độ (XOY) là (x_i, y_i, i = 1,..., n) trong hệ tọa độ (X'O'Y') là (x_i', y_i', i = 1,..., n). Cần xác định vector tham số chuyển đổi tọa độ x_0, y_0, α, m từ hệ toạ độ (X0Y) sang hệ tọa độ (X'O'Y').

Giá trị tọa độ x'_i, y'_i là các trị đo và vector $Z^T = (x_0\ y_0\ \delta\alpha\ \ \delta m)^T$ là ẩn số, hệ gồm 2 phương trình.

$$X'_i + v_i = B_i Z + X_i \tag{2.31}$$

$$V = BZ + L \tag{2.32}$$

Với : $V = (v_1 v_2 ... v_N)^T$

$B = (B_1 B_2 ... B_N)^T$

$L = (l_1 l_2 ... l_N)^T$

$l_i = X_i - X'_i$

Vector tham số Z được xác định theo nguyên tắc:

$$V^T V = \min \quad (2.33)$$

Vector số hiệu chỉnh V là hiệu giữa vector tọa độ tính chuyển và tọa độ cho trước trong hệ (X'O'Y').

- Lập hệ phương trình chuẩn:

$$B^T B Z + B^T L = 0 \quad (2.34)$$

- Từ (2.34) chúng ta có:

$$Z = -(B^T B)\text{-}1\ B^T L \quad (2.35)$$

Trong mạng lưới độ cao, ma trận B được xác định theo công thức:

$$B = (1 \quad 1 \quad 1 \ .... \ 1)^T \quad (2.36)$$

Ma trận B thỏa mãn các tính chất sau:

$$RB = 0 \quad (2.37)$$

Nếu ma trận trọng số P của vector trị đo là xác định dương thì:

$$AB = 0 \quad (2.38)$$

Ở đây A - ma trận hệ số của hệ phương trình các số hiệu chỉnh.

2.3. LIÊN HỆ CỦA VECTOR CÁC SỐ HIỆU CHỈNH δX VÀ C_1, C_2

Chúng ta đã biết : $C\delta x = 0$ (2.39)

Nếu ký hiệu:

- T_1, $R_1^{\sim}$, Δx_1 là các ma trận ứng với lựa chọn C_1.

- T_2, $R_2^{\sim}$, Δx_2 là các ma trận ứng với lựa chọn C_2.

Như đã biết ở phần trước.

$$RR^{\sim}_1 + C_1 T_1^T = E$$

$$RR^{\sim}_2 + C_2 T_2^T = E.$$

Với : $V = (v_1 v_2 \dots v_N)^T$

$B = (B_1 B_2 \dots B_N)^T$

$L = (l_1 l_2 \dots l_N)^T$

$l_i = X_i - X'_i$

Vector tham số Z được xác định theo nguyên tắc:

$$V^T V = \min \tag{2.33}$$

Vector số hiệu chỉnh V là hiệu giữa vector tọa độ tính chuyển và tọa độ cho trước trong hệ (X'O'Y').

- Lập hệ phương trình chuẩn:

$$B^T B Z + B^T L = 0 \tag{2.34}$$

- Từ (2.34) chúng ta có:

$$Z = -(B^T B)-1\ B^T L \tag{2.35}$$

Trong mạng lưới độ cao, ma trận B được xác định theo công thức:

$$B = (1 \quad 1 \quad 1 \dots\dots 1)^T \tag{2.36}$$

Ma trận B thỏa mãn các tính chất sau:

$$RB = 0 \tag{2.37}$$

Nếu ma trận trọng số P của vector trị đo là xác định dương thì:

$$AB = 0 \tag{2.38}$$

Ở đây A - ma trận hệ số của hệ phương trình các số hiệu chỉnh.

2.3. LIÊN HỆ CỦA VECTOR CÁC SỐ HIỆU CHỈNH δX VÀ C_1, C_2

Chúng ta đã biết : $$C\delta x = 0 \tag{2.39}$$

Nếu ký hiệu:

- T_1, $R_1^{\sim}$, Δx_1 là các ma trận ứng với lựa chọn C_1.

- T_2, $R_2^{\sim}$, Δx_2 là các ma trận ứng với lựa chọn C_2.

Như đã biết ở phần trước.

$$RR^{\sim}_1 + C_1 T_1^T = E$$

$$RR^{\sim}_2 + C_2 T_2^T = E.$$

Do đó:

$$R\,(R^{\sim}_2 - R^{\sim}_1) = C_1T_1^T - C_2T_2^T$$

ma trận R biểu diễn dưới dạng:

$$R = R + C_2C_2^T - C_2C_2^T = R_2 - C_2C_2^T .$$

Hay là :

$$R_2R^{\sim}_2 - R_2R^{\sim}_1 - C_2C_2^T R_2^{\sim} + C_2C_2^T R_1^{\sim} = C_1T_1^T - C_2T_2^T .$$

Do: $C_2^T R_2^{\sim} = 0$ và : $R^{-1}_2\, C_2 = (R + C_2C_2^T)^{-1}\, C_2 = (R_2^{\sim} + T_2T_2^T)C_2 = T_2$.

có thể thay được :

$$R_2^{\sim} = R_1^{\sim} - T_2T_2^T - T_2C_2^TR_1^{\sim} + R_2^{-1}C_1T_1^T .$$

Nhân hai vế của biểu thức trên với : $RR^{\sim}_2 = E - C_2T_2^T$ sẽ có biểu thức :

$$R_2^{\sim} = R_1^{\sim} - C_2T_2^T - T_2C_2^TR_1^{\sim} + T_2C_2^TR_1^{\sim}C_2T_2^T \qquad (2.40)$$

và thấy được

$$R_2^{\sim} = (E - T_2C_2^T)\; R_1^{\sim}\,(E - C_2T_2^T).$$

Từ công thức (2.40) suy ra hai trường hợp tính chuyển ma trận đảo tổng quát như sau:

1) $R^{\sim} = (E - TC^T)\, R^+\, (E - CT^T)$ (2.41)

2) $R^+ = (E - TB^+)\, R^{\sim}\, (E - BT^T)$ (2.42)

Ma trận T được xác định $T = B\,(C^TB)^{-1}$

Trong trường hợp đặc biệt C = B

$$T = B\,(B^TB)^{-1} .$$

Vector nghiệm δX_1 và δX_2 ứng với các lựa chọn C_1, C_2 là:

$$\Delta X_2 = -\,R_2^{\sim}\,b$$

$$b = -\,R\delta X_1 .$$

Do đó suy ra:

$$\Delta X_2 = R_2^{\sim}\, R\delta X_1 .$$

Biểu thức liên hệ giữa hai vector nghiệm:

$$\Delta X_2 = (E - T_2C_2^T)\,\Delta X_1 \tag{2.43}$$

Liên hệ giữa hai vector tọa độ bình sai:

$$X_2 = X_1 - T_2C_2^T\,\delta X_1 \tag{2.44}$$

2.4. LIÊN HỆ GIỮA VECTOR TỌA ĐỘ GẦN ĐÚNG $X^{(0)}$ VÀ VECTOR ẨN SỐ SAU BÌNH SAI

Đối với lưới không tự do, kết quả tọa độ bình sai không phụ thuộc vào vector toạ độ gần đúng.

Với bình sai lưới tự do kết luận hoàn toàn khác. Giả sử vector tọa độ gần đúng được lấy tương ứng là $X_1^{(0)}$ và $X_2^{(0)}$ chúng ta có các vector X_1, X_2 sau bình sai

$$X_1 = X_1^{(0)} + \Delta x_1 = X_1^{(0)} - R^{\sim} A^T PL_1$$

$$X_2 = X_2^{(0)} + \Delta x_2 = X_2^{(0)} - R^{\sim} A^T PL_2\,.$$

Do đó:

$$X_2 - X_1 = X_2^{(0)} - X_1^{(0)} - R^{\sim}A^TP\,(L_2 - L_1).$$

Bởi vì các vector số hạng tự do được xác định

$$L_1 = \varphi\,(X_1^{(0)}) - y$$

$$L_2 = \varphi\,(X_2^{(0)}) - y$$

y - vector trị đo.

Hiệu vector : $\quad L_2 - L_1 = A\,(X_2^{(0)} - X_1^{(0)}).$

Do đó:

$$X_2 - X_1 = X_2^{(0)} - X_1^{(0)} - R^{\sim} R(X_2^{(0)} - X_1^{(0)})$$

$$X_2 - X_1 = (E - R^{\sim}R)\,(X_2^{(0)} - X_1^{(0)})$$

Từ đó suy ra :

$$X_2 = X_1 + TC^T\,(X_2^{(0)} - X_1^{(0)})$$

Chúng ta ký hiệu:

$$\eta = X_2^{(0)} - X_1^{(0)}$$

sẽ có công thức liên hệ giữa X_1 và X_2

$$X_2 = X_1 + TC^T \eta \tag{2.45}$$

Do đó, vector toạ độ bình sai trong lưới tự do phụ thuộc vào sự lựa chọn vector tọa độ gần đúng và ma trận C.

Từ công thức (2.45) thấy rằng:

Nếu chúng ta biểu diễn ma trận C:

$$C^T = (B_1^T \mid O)$$

$$\eta^T = (\eta_1 \mid \eta_2)$$

Thì :

$$X_2 - X_1 = T(B^T \mid O) \begin{pmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{pmatrix} \tag{2.46}$$

$$X_2 - X_1 = T(B_1^T \eta_1 + O^T \eta_2)$$

Với $B_1 = 0$ sẽ có mối quan hệ :

$$X_2 - X_1 = TC_1^T \eta_1 \tag{2.47}$$

Ta thấy vector tọa độ bình sai không phụ thuộc vào tọa độ gần đúng của các điểm $B_i = 0$

Trong (2.47) nếu $\eta_1 = 0$ thì :

$$X_1 = X_2 \tag{2.48}$$

Vậy kết quả bình sai chỉ phụ thuộc vào tọa độ gần đúng của các điểm có $C_i > 0$.

2.5. TÍNH CHẤT CỦA BÌNH SAI LƯỚI TỰ DO

2.5.1. Tính chất của vector tọa độ bình sai

Giả sử : có một vector tọa độ gần đúng $X^{(0)}$ với chọn C_1 và C_2 khác nhau.

2.5.1.1. Trường hợp 1

Từ (2.44) chúng ta có vector nghiệm tương ứng X_1, X_2 liên hệ bằng biểu thức:

$$X_2 = X_1 + B(C_2^T B)^{-1} C_2^T R_1^{\sim} b.$$

Hay là :

$$X_2 = X_1 + BZ_1 \tag{2.49}$$

$$Z_1 = (C_2^T B)^{-1} C_2^T R_1^{\sim} b \tag{2.50}$$

2.5.1.2. Trường hợp 2

Cùng ma trận C và với các vector tọa độ gần đúng khác nhau $X_1^{(0)}$, $X_2^{(0)}$

Từ công thức (2.47) ta có: $X_2 = X_1 + B(C^TB)^{-1}C^T\eta$.

Có thể viết lại:`

$$X_2 = X_1 + BZ_2. \qquad (2.51)$$

Vector tham số chuyển đổi tọa độ:

$$Z_2 = (C^TB)^{-1} C^T\eta. \qquad (2.52)$$

2.5.1.3. Trường hợp 3

Vector tọa độ X_1 ứng với lựa chọn C_1, $X_1^{(0)}$

Vector tọa độ X_2 ứng với lựa chọn C_2, $X_2^{(0)}$

Từ công thức (2.49), (2.50) với vector toạ độ bình sai X'_2, ứng với lựa chọn C_2, $X_1^{(0)}$:

$$X'_2 = X_1 + BZ_1.$$

Với : $Z_1 = (C_2^T B)^{-1} C_2^T R_1^{\sim} b_1$

$$X_2 = X''_2 + BZ_2$$

$$Z_2 = (C_2^TB)^{-1} C_2^T\eta$$

Từ các đẳng thức trên suy ra:

$$X_2 = X_1 + BZ_3 \qquad (2.53)$$

với vector tham số tính chuyển

$$Z_3 = (C_2^TB)^{-1} C_2^T (R_1^{\sim} b_1 + \eta). \qquad (2.54)$$

2.5.2. Tính chất của vector trị bình sai của đại lượng đo

Vector trị bình sai $\tilde{y}$ của các đại lượng đo không phụ thuộc vào C cũng như lựa chọn vector $X^{(0)}$.

Ma trận C khác nhau, cùng một vector X_0

2.5.2.1. Trường hợp 1

Nếu ký hiệu:

- v_1, $\tilde{y}_1$ là vector số hiệu chỉnh và vector trị bình sai của đại lượng đo khi bình sai với ma trận điều kiện C_1.

- v_2, $\tilde{y}_2$ là vector số hiệu chỉnh và vector trị bình sai của các đại lượng đo khi bình sai với ma trận điều kiện C_2.

$$v_2 - v_1 = (A\delta x_2 + L_2) - (A\delta x_1 + L_1) \quad (2.55)$$

với cùng vector tọa độ gần đúng cho nên:

$$L_j = \varphi(X^{10}) - y_i \qquad (j = 1,2)$$

$$L_1 = L_2 .$$

Và do đó : $v_2 - v_1 = A\,(\delta x_2 - \delta x_1).$

Kết hợp với công thức (2.42) chúng ta xác định được:

$$v_2 - v_1 = -\,AB\,(C_2^T B)\,C_2^T\,\delta X_1 . \quad (2.56)$$

Ma trận A xác định dương $AB = 0$ nên $v_1 = v_2$.

Do đó : $\tilde{y}_1 = y + v_1 = \tilde{y}_2 = y + v_2$.

2.5.2.2. Trường hợp 2

Vector tọa độ gần đúng $X^{(0)}$ khác nhau (với cùng ma trận C)

Các vector : $y_1 = \varphi(X_1^{(0)} + A\delta X_1)$

$y_2 = \varphi(X_2^{(0)} + A\delta X_2)$.

Từ đây suy ra :

$$y_2 - y_1 = A\,(\delta X_2 - \delta X_1) + \varphi\,(X_2^{(0)}) - \varphi\,(X_1^{(0)})$$

$$y_2 - y_1 = A\,(x_2 - x_1) - A(X_2^{(0)} - (X_1^{(0)} + \varphi\,(X_2^{(0)}) - \varphi\,(X_1^{(0)}).$$

Do $\varphi(X_i^{(0)}) = y = L_1$.

Nên : $\varphi(X_2^{(0)}) - \varphi\,(X_1^{(0)}) = L_2 - L_1 = A\,(X_2^{(0)} - X_1^{(0)})$.

Kết hợp với biểu thức (2.4.1) sẽ thu được:

$$y_2 - y_1 = A\,(x_2 - x_1)\,ATC^T\eta = AB\,(C^TB)^{-1}\,C^T\eta \quad (2.57)$$

$AB = 0$ nên $y_2 - y_1 = 0$; $y_2 = y_1$.

2.5.3. Tính chất của ma trận tương quan

Ma trận tương quan $K = \mu^2 R^2$ trong bình sai lưới tự do không thay đổi với các lựa chọn vector tọa độ gần đúng $X^{(0)}$.

Từ công thức (2.46) suy ra: $K_{x_1} = K_{x_2}$ (2.58)

Khi C khác nhau thì ma trận tương quan K sẽ khác nhau.

- Giả sử ma trận C được biểu diễn dưới dạng khối $C^T = (B_l^T \; 0)$ khi đó khối (R_{11}) của ma trận R ứng với khối $C_l = B$ sẽ có tính chất:

$$Sp(R_{11}) = \min \tag{2.59}$$

Ma trận tương quan đối với vector $y = A\delta x + L$ sẽ là :

$$K_y = \sigma_0^2 A R^{\sim} A^T$$

2.6. CÁC VÍ DỤ BÌNH SAI LƯỚI TỰ DO

2.6.1. Bình sai lưới thủy chuẩn

Ví dụ 2.2. (h 2.1)

Kết quả đo:

$h_1 = 6.040$ m $\qquad P_i = 1$

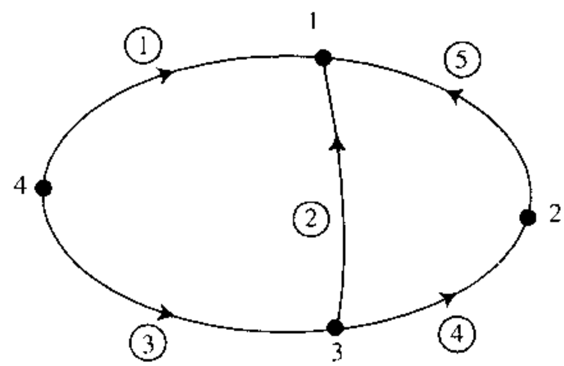
$h_2 = 4.007$ m

$h_3 = 2.021$ m

$h_4 = 3.417$ m

$h_5 = 0.587$ m

$$\overline{B} = \frac{1}{4} \; (1 \;\; 1 \;\; 1 \;\; 1)^T$$



Hình 2.1

Ma trận hệ số hệ phương trình chuẩn.

$$A^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$R = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 & -1 \\ & 2 & -1 & 0 \\ & & 3 & -1 \\ & & & 2 \end{pmatrix}$$

Dựa vào (2.42) chúng ta có:

$$R^+ = \frac{1}{16}\begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 & -1 \\ & 5 & -1 & -3 \\ & & 3 & -1 \\ & & & 5 \end{pmatrix}$$

Nhận $X^{(0)} = 0$ chúng ta có:

$$-L = Y = \begin{pmatrix} 6{,}040 \\ 1{,}007 \\ 2{,}021 \\ 3{,}417 \\ 0{,}587 \end{pmatrix}$$

$$-b = A^TL = \begin{pmatrix} 10{,}634 \\ 2{,}8300 \\ -5{,}4030 \\ -8{,}0610 \end{pmatrix}$$

$$X = \Delta x = -R^+ b = \begin{pmatrix} 2{,}6585 \\ 2{,}0689 \\ -1{,}3508 \\ -3{,}3766 \end{pmatrix}$$

2.6.2. Bình sai lưới tam giác đo cạnh

Lưới tam giác đo cạnh là lưới (x, y, α) tự do với số khuyết rank $d = 3$. Nếu một góc phương vị được đo thì lưới sẽ là (x, y) tự do $(d = 2)$. Ma trận B sẽ là:

$$B_i = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Chúng ta xem xét ví dụ bình sai lưới tam giác đo cạnh

Ví dụ 2.3.

Kết quả đo:

S	Kết quả		
1	5.000.026m	1-2	30°0000,0
2	4.999.981		
3	8.660.256		
4	4.999.968		
5	5.000.018		
6	5.000.0		

$$V_{Si} = -A_i\Delta x + A_i\Delta x_C + l_i$$

$$A_1 = (\cos\alpha_i \quad \sin\alpha_i)$$

Đối với góc phương vị đã biết có thể thành lập phương trình số hiệu chỉnh.

$$V = \overline{A}_j\ \Delta x_d - \overline{A}_j\ \Delta x_c + l_j$$

$$\overline{A}_j = \left(\frac{\sin\alpha_j}{S}\rho'' \quad - \frac{\cos\alpha_j}{S_i}\rho'' \right)$$

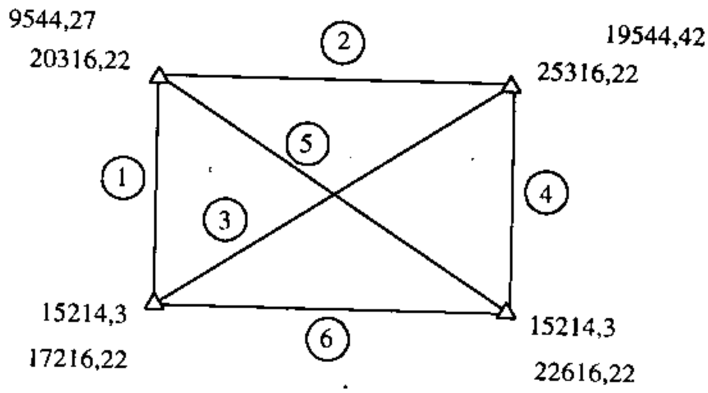
Theo công thức (2.42) chúng ta thu được:

$$R^{+} = \begin{pmatrix} 0,4978 & 0,0314 & 0,2945 & -0,0857 & -0,5812 & 0,2574 & -0,2112 & -0,2033 \\ & 0,1173 & -0,1038 & 0,0391 & 0,1130 & -0,1173 & -0,0406 & -0,0389 \\ & & 0,7477 & 0,1578 & -0,8780 & -0,3926 & -0,1642 & -0,4467 \\ & & & 0,1798 & -0,0587 & -0,0390 & -0,0135 & -0,1796 \\ & & & & 1,4981 & -0,6905 & -0,0391 & 0,6364 \\ & & & & & 0,6174 & 0,0406 & -0,4511 \\ & & & & & & 0,4144 & 0,0136 \\ & & & & & & & 0,6800 \end{pmatrix}$$

Vector $\Delta x = R^{+}A^{T}PL =$

$= (-0,023 \quad -0,016 \quad -0,012 \quad -0,017 \quad -0,032 \quad -0,039 \quad -0,013 \quad -0,072)^{T}$

Vector X = (15214272   17816,204   19544,115   20316,203
- 13544,453   25316181   15211,313   22216292)



Hình 2.2

2.6.3. Bình sai lưới tam giác đo góc tự do

2.6.3.1.Bình sai sơ bộ đo hướng

Chúng ta thành lập hệ phương trình chuẩn có dạng :

$$P_\alpha \Delta_\alpha + b_\alpha = 0$$

với ma trận P suy biến (d =1)

Kết quả đo

	$\tilde{y}$	$y^{(0)}$	Δ_α
1	27°04'35,33"	27°04'35,12"	0,21"
2	149°40'35,02"	149°40'37,2"	- 2,8"
3	73°10'57,80"	73°10'55,83"	1,97"

2.6.3.2. Bình sai cuối cùng

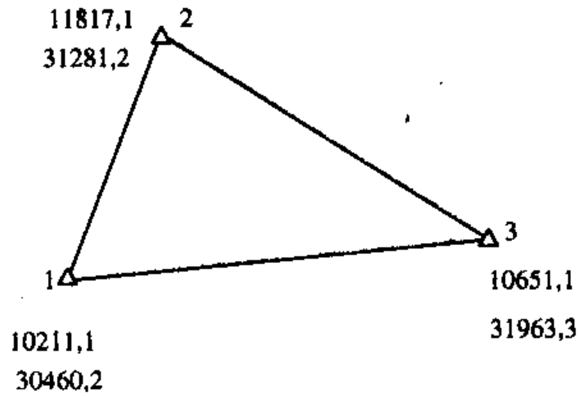
Dựa vào lý thuyết bình sai lưới phụ thuộc chúng ta sẽ có hệ phương trình chuẩn :

$$R\Delta x + b = 0$$

với các ma trận :

$$R = A_\alpha^T P_\alpha A_\alpha \quad ; \qquad b = A_\alpha^T P_\alpha L$$

Ví dụ 2.4. Bình sai lưới tự do (h.2.3)



Hình. 2.3

$$A\alpha = \begin{pmatrix} 52,0 & -101,8 & -52,0 & 101,8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 77,1 & 131,9 & -77,1 & -131,9 \\ 126,4 & -37,0 & 0 & 0 & -126,4 & 37,0 \end{pmatrix}$$

$$\underset{6x4}{B=} \begin{pmatrix} 0,577 & 0 & -0,489 & -0,430 \\ 0 & 0,577 & 0,430 & -0,489 \\ 0,577 & 0 & 0,029 & 0,583 \\ 0 & 0,577 & -0,583 & 0,029 \\ 0,577 & 0 & 0,459 & -0,153 \\ 0 & 0,577 & 0,153 & 0,459 \end{pmatrix}$$

$$b = (389,292 \quad -141,402 \quad -268,497 \quad -399,246 \quad -121,395 \quad -50,648)$$

Ma trận trọng số:

$$p\alpha = \begin{pmatrix} 1 & -0,5 & -0,5 \\ -0,5 & 1 & -0,5 \\ -0,5 & -0,5 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B = \frac{1}{\sqrt{3}}(1 \quad 1 \quad 1)$$

$$p^{+} = \frac{2}{9}\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ & 2 & -1 \\ & & 2 \end{pmatrix}$$

$$\Delta\alpha = -p + b\alpha$$

$$R^{+} = \begin{pmatrix} 0,051 & 0,016 & 0,004 & -0,065 & -0,030 & 0,047 \\ & 0,078 & 0,085 & -0,042 & -0,102 & -0,037 \\ & & 0,094 & -0,029 & -0,098 & -0,042 \\ & & & 0,083 & 0,093 & -0,042 \\ & & & & 0,154 & 0,009 \\ & & & & & 0,079 \end{pmatrix} 10^{-4}$$

$$\Delta x = (7 \quad -2 \quad -4 \quad -8 \quad -3 \quad 10)^{T}\, 10^{-3}$$

$$CP_2 = LP\,L + T\,x = 26,06$$

$$CP = CP_1 + CP_2 = 21,72.$$

Ở đây, B_1 liên quan tới các điểm cần xác định với vệt ma trận nhỏ nhất.

2.7. PHÉP BIẾN ĐỔI S (S – TRANFORMATIONS)

Phép biến đổi ma trận tương quan (Convariance Matric) từ một mặt quy chiếu sang mặt khác được gọi là phép biến đổi S.

Như đã xem xét ở phần trước ma trận tương quan trong bình sai lưới tự do

$$Q_x = R_x^{-} = (A^{T} Q_L^{-1} A)^{-} \tag{2.60}$$

Theo Stran Von Hees $\quad R_2^{-} = (E - T_2C_2^{T})\, R_1^{-}(E - C_2T_2^{T}) \quad (2.61)$

Chúng ta có

$$S = (E - TC^{T}) \tag{2.62}$$

$$T^{T} = (B^{T}C)^{-1}B^{T} \tag{2.63}$$

Và phép biến đổi như vậy gọi là phép biến đổi S. Chúng ta xem xét một số trường hợp đặc biệt

1) Phép biến đổi S để xác định ma trận với (R^{+})

Theo công thức (2.62) và (2.63) chúng ta có :

$$C = B$$

$$S = E - B(B^{T}B)^{-1}B^{T} \tag{2.64}$$

2) Phép biến đổi S với

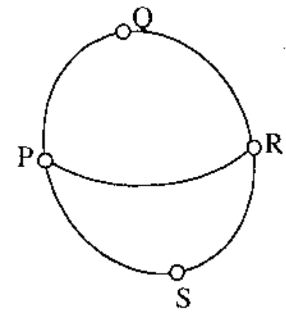
$$C = (B_l O) \tag{2.65}$$

Ví dụ 2.5. Bình sai lưới tự do (với $R^{\sim}$)

Giả sử cho lưới độ cao như (h.2.4) $p_i = 1$. Với độ cao điểm P đã biết. Như vậy đối với điểm Q, R, S chúng ta có:

$$R = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$R^{-1} = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$



Hình 2.4

Ma trận tương quan của các điểm P, Q , R, S là:

$$K_x = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$C = B = (1 \quad 1 \quad 1 \quad 1)^T$$

$$S = E - B\,(B^T B)^{-1}\, B^T = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 3 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

Theo công thức phép biến đổi S (2.61) chúng ta có:

$$R^+ = S\,K_x S^T = \frac{1}{16}\begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 & -1 \\ & 5 & -1 & -3 \\ & & 3 & -1 \\ & & & 5 \end{pmatrix}$$

Chúng ta kiểm tra kết quả tính chuyển trên như sau:

$$R_c = \begin{pmatrix} R & B \\ B^T & O \end{pmatrix}$$

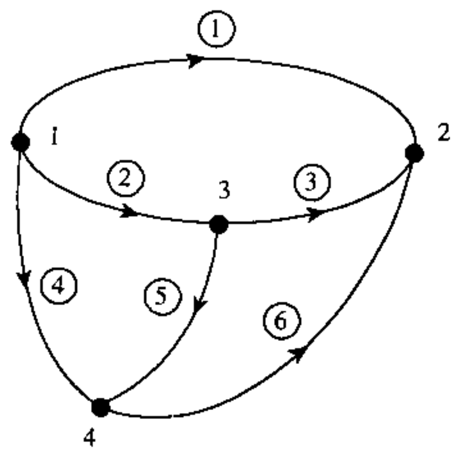
$$R_c = \left(\begin{array}{cccc|c} 3 & -1 & -1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 3 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 & 2 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right)$$

$$R^{-1}{}_c = \begin{pmatrix} R^+ & T \\ & \\ T^T & O \end{pmatrix} = \frac{1}{16}\left(\begin{array}{cccc|c} 3 & -1 & -1 & -1 & 4 \\ & 3 & -1 & -3 & 4 \\ & & 3 & -1 & 4 \\ & & & 5 & 4 \\ \hline 4 & 4 & 4 & 4 & 0 \end{array}\right)$$

Ví dụ 2.6. Cho lưới trị đo (h2.5) với vector:

$$b = \begin{pmatrix} 0,5 \\ 0,5 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad ; \quad x^{(0)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{Ma trận } C = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$



Hình 2.5

Hãy bình sai (tính Δx, $R^{\sim}$)

Ta có ma trận hệ phương trình chuẩn:

$$R = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 3 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 3 \end{pmatrix} \quad ; \quad R\Delta x + b = 0 \quad ; \quad \Delta x = -R^{+}b$$

Thành lập ma trận R_c bằng cách thêm hàng và cột với ma trận C tương ứng như sau:

$$R_c = \begin{pmatrix} R & C \\ C^T & 0 \end{pmatrix} \quad ; \quad R^{-1}{}_c = \begin{pmatrix} R & C \\ C^T & O \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} R^{\sim} & T \\ T^T & O \end{pmatrix}$$

Trong đó: $R^{\sim} = (R + CC^T)^{-1} - TT^T$

$$CC^T = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} (1 \ \ 1 \ \ 0 \ \ 0) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$T = B\,(C^T.B)^{-1} = \begin{pmatrix} 0,5 \\ 0,5 \\ 0,5 \\ 0,5 \end{pmatrix} \quad ; \quad T.\,T^T = \begin{bmatrix} 0,25 & 0,25 & 0,25 & 0,25 \\ 0,25 & 0,25 & 0,25 & 0,25 \\ 0,25 & 0,25 & 0,25 & 0,25 \\ 0,25 & 0,25 & 0,25 & 0,25 \end{bmatrix}$$

Đặt $M = (R + CC^T)$

Ta có :

$$M^{+} = (R + CC^T)^{-1} = \begin{bmatrix} 4 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 4 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 3 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 3 \end{bmatrix}^{-1}$$

$$M^{-1} = \frac{1}{64} \begin{bmatrix} 24 & 8 & 16 & 16 \\ 8 & 24 & 16 & 16 \\ 16 & 16 & 40 & 24 \\ 16 & -16 & 24 & 40 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 5 & 3 \\ 2 & 2 & 3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$TT^T = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

1. $R^{\sim}$ được tính theo công thức:

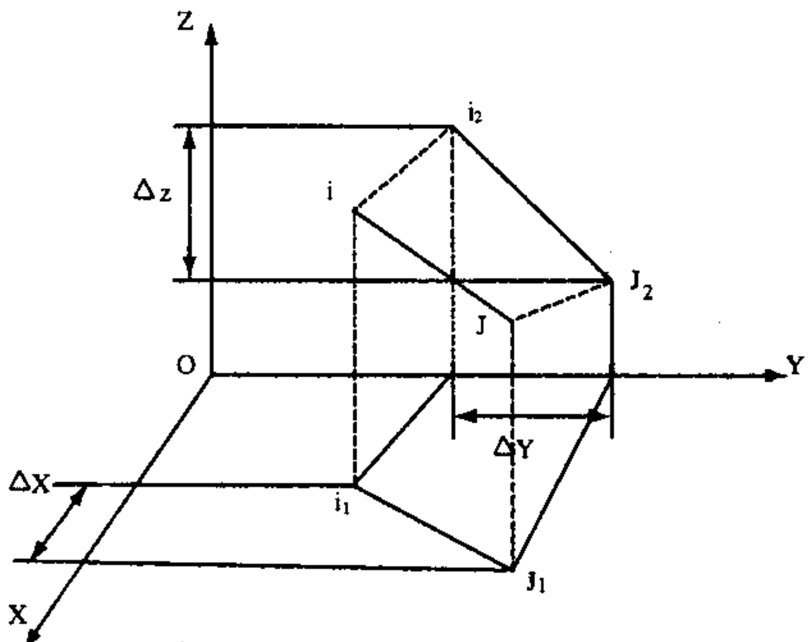
$$R^{\sim} = (R + CC^T)^{-1} - TT^T$$

$$= \frac{1}{8}\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

2. Tính Δx theo công thức sau :

$$\Delta x = - R^{\sim} . b = \frac{1}{8}\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad ; \quad \text{vector } \Delta x = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -0,5 \\ -0,5 \end{pmatrix}$$

2.8. BÌNH SAI LƯỚI TỰ DO GPS ĐO "BASELINE" ΔX, ΔY, ΔZ



Hệ tọa độ không gian địa tâm (X,Y, Z)

Hình 2.6

Thuật toán bình sai lưới tự do GPS trong hệ toạ độ không gian địa tâm (X,Y, Z)

Chúng ta có các ký hiệu sau:

X_i , Y_i , Z_i	: toạ độ bình sai của điểm i
X_j , Y_j , Z_j	: toạ độ bình sai của điểm j
X^0_i , Y^0_i , Z^0_i	: toạ độ gần đúng của điểm i
X^0_j , Y^0_j , Z^0_j	: toạ độ gần đúng của điểm j
dX_i , dY_i , dZ_i	: số hiệu chỉnh vào toạ độ gần đúng của điểm i;
dX_j , dY_j , dZ_j	: số hiệu chỉnh vào toạ độ gần đúng của điểm j;
$\Delta X'_{ij}$, $\Delta Y'_{ij}$, $\Delta Z'_{ij}$	: trị đo;
ΔX , ΔY , ΔZ	: trị đo sau bình sai;
ΔX_{ij} , ΔY_{ij} , ΔZ_{ij}	: số hiệu chỉnh vào trị đo.

Gia số toạ độ bình sai của hai điểm i, j được viết:

$$\Delta X_{ij} = X_j - X_i$$

$$\Delta Y_{ij} = Y_j - Y_i$$

$$\Delta Z_{ij} = Z_j - Z_i$$

Trong đó:

$$\Delta X_{ij} = \Delta X'_{ij} + V\Delta X_{ij}$$
$$\Delta Y_{ij} = \Delta Y'_{ij} + V\Delta Y_{ij}$$
$$\Delta Z_{ij} = \Delta Z'_{ij} + V\Delta Z_{ij}$$

$$X_i = X_i^0 + dX_i \quad ; \quad Y_i = Y_i^0 + dY_i$$
$$X_j = X_j^0 + dX_j \quad ; \quad Y_j = Y_j^0 + dY_j$$
$$Z_i = Z_i^0 + dZ_i$$
$$Z_j = Z_j^0 + dZ_j$$

Viết lại dưới dạng:

$$\Delta X'_{ij} + V\Delta X_{ij} = (X_j^0 + dX_j) - (X_i^0 + dX_i).$$

Suy ra:

$$V_{\Delta X_{ij}} = -dX_i + dX_j + (-X_i^0 + X_i^0 - \Delta X'_{ij}).$$

Nếu ký hiệu:

$$l_{X_{ij}} = X_j^0 - X_i^0 - \Delta X'_{ij}$$

sẽ nhận được: $V_{\Delta X'_{ij}} = dX_j - dX_i + lX_{ij}$

Tương tự cho các thành phần trị đo ΔY, ΔZ:

$$V_{\Delta Y_{ij}} = dY_j - dY_i + lY_{ij}$$

$$V_{\Delta Z_{ij}} = dZ_j - dZ_i + lZ_{ij}$$

Nếu trong mạng lưới GPS có cặp điểm đo, ta sẽ có hệ phương trình số hiệu chỉnh sau:

$$\left.\begin{array}{l} V_{\Delta X_1} = -dX_i + dX_j + lX_1 \\ V_{\Delta Y_1} = -dY_i + dY_j + lY_1 \\ V_{\Delta Z_1} = -dZ_i + dZ_j + lZ_1 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ V_{\Delta X_n} = -dX_k + dX_t + lX_n \\ V_{\Delta Y_n} = -dY_k + dY_t + lY_n \\ V_{\Delta Z_n} = -dZ_k + dZ_t + lZ_n \end{array}\right\} \qquad (2.66)$$

Trong đó: i, j - cặp điểm đo thứ nhất

k, t - cặp điểm đo thứ n

Ký hiệu: Số điểm cần xác định là m, số ẩn số sẽ là $m_3 = 3.m$

Số cặp điểm cần đo là n, số trị đo sẽ là $n_3 = 3.n$; ma trận hệ số của hệ phương trình các số hiệu chỉnh sẽ là:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m3} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m3} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n31} & a_{n32} & \dots & a_{n3m3} \end{pmatrix}$$

Ký hiệu:

$$V^T = (v_1 \quad v_2 \dots v_{n3})$$

$$X^T = (dX_1 \quad dY_1 \quad dZ_1 \dots dX_{m3}, dY_{m3}, d_{m3});$$

$$L^T = (l_1 \quad l_2 \dots l_{n3}).$$

Hệ phương trình số hiệu chỉnh được xác định:

$$A\Delta x + L = V \tag{2.67}$$

Trong đó: A- ma trận hệ số;

Δx - vector ẩn số;

V, L- vector số hiệu chỉnh và vector số hạng tự do.

Trong lưới tự do, thiếu các yếu tố số liệu gốc tối thiểu, nên ma trận hệ số phương trình số hiệu chỉnh có các cột phụ thuộc bằng số khuyết trong lưới hệ phương trình chuẩn:

$$R\Delta x + b = 0 \tag{2.68}$$

Với: $$R = A^T PA \quad ; \quad b = A^T PL \tag{2.69}$$

$$\text{Det}(R) = 0; \tag{2.70}$$

P là ma trận trọng số của trị đo.

Nếu coi các trị số đo là độc lập và cùng độ chính xác thì ma trận P có dạng:

P = E (E - ma trận đơn vị).

Nếu xét tới mối tương quan (phụ thuộc) giữa các trị đo ΔX, ΔY, ΔZ thì ma trận P có dạng khối:

$$P = \begin{pmatrix} P_1 & & \\ & P_2 & \\ \dots & \dots & \dots \\ & & P_n \end{pmatrix} \tag{2.71}$$

Với: n - các cặp điểm đo từ $i \div j$;

P_i - Các khối dạng:

$$P_i = \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} \end{pmatrix} = Q^{-1}_i; \tag{2.72}$$

Trong đó Q_i là ma trận phương sai - hiệp phương sai của các trị đo ΔX, ΔY, ΔZ, Q_i có dạng:

$$\begin{pmatrix} V(X_i X_j) & cov(X_i Y_j) & cov(X_i Z_j) \\ cov(X_i X_j) & V(Y_i Y_j) & cov(Y_i Z_j) \\ cov(Z_i X_j) & cov(Z_i Y_j) & V(Z_i Z_j) \end{pmatrix} \tag{2.73}$$

Hệ phương trình chuẩn (2.68) có vô số nghiệm vì vậy không thể giải hệ trên theo phương pháp thông thường, có thể xác định được vector nghiệm riêng bằng cách đưa vào một hệ điều kiện ràng buộc đối với vector số hiệu chỉnh của ẩn số, dạng:

$$C\,\Delta x = 0 \tag{2.74}$$

Tính ma trận nghịch đảo tổng quát:

$$R^{\sim} = (R + CC^T)^{-1}; \tag{2.75}$$

Với: $$T^T = B\,(C^T B)^{-1} \tag{2.76}$$

$$B^T = (B_1 \quad B_2 \ldots B_n) \tag{2.77}$$

B_i là ma trận Hermet, khi các trị đo là ΔX, ΔY, ΔZ thì nó có dạng:

$$B_i = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{2.78}$$

$$C^T = (B_1 \ldots B_k \quad 0 \ldots 0) \tag{2.79}$$

Trường hợp n=k (tức là C = B), ta được ma trận giả nghịch đảo tổng quát chính R^+ và có:

$$R^+ = (R + BB^+)^{-1} - TT^T \tag{2.80}$$

$$T^T = B\,(B^T B)^{-1} \tag{2.81}$$

- Tính số hiệu chỉnh của ẩn số:

$$X = -R^{\sim}.\,b \tag{2.82}$$

- Đánh giá độ chính xác:

+ *Sai số trung phương trọng số đơn vị:*

$$m_0=\sqrt{\frac{V^TPV}{N-1+d}} \tag{2.83}$$

+ *Sai số đơn vị tính điểm:*

$$M_{Pt} = m_0 \sqrt{Q_{XnXi} + Q_{YiYi} + Q_{ZiZi}} \tag{2.84}$$

Với: $Q_{XiXi} + Q_{YiYi} + Q_{ZiZi}$ lần lượt là các phần tử trên đường chéo chính của ma trận nghịch đảo tổng quát.

+ *Sai số trung phương của hàm số:*

$$M_t = m_0 \sqrt{\frac{1}{P_f}} \tag{2.85}$$

trong đó: $\frac{1}{P_f} = Q_f = FR^{\sim}F^T.$ (2.86)

Trong các công thức trên:

N - Tổng trị đo của lưới

t - Tổng số ẩn số;

d - Số khuyết của lưới;

(Trường hợp chúng ta đang xét số khuyết d = 3)

N - t + d là số lượng trị đo thừa trong lưới.

2.9. KHÁI NIỆM VỀ THIẾT KẾ TỐI ƯU LƯỚI TRẮC ĐỊA

Lý thuyết thiết kế lưới trắc địa được F.R. Helmert đề cập từ một trăm năm trước trên cơ sở tối ưu hoá lưới trắc địa sử dụng hàm của các trị đo. Tư tưởng này được Grafarend phát triển (1974) và xác định 4 bước thiết kế:

Thiết kế bước 0 (vấn đề dữ liệu) - Đây là sự lựa chọn hệ quy chiếu để xác định toạ độ và ma trận tương quan.

Thiết kế bước 1 (vấn đề cấu hình) - Sự lựa chọn những yếu tố cần đo.

Thiết kế bước 2 (vấn đề trọng số) - Sự lựa chọn các trọng số.

Thiết kế bước 3 - Lựa chọn các yếu tố, trị đo và trọng số để hoàn thiện lưới.

2.9.1. Thiết kế bước 0

Mạng lưới trắc địa bao gồm các điểm mới và các yếu tố được đo trong không gian ba chiều. Nếu bình sai theo phương pháp số bình phương nhỏ nhất có sử dụng điều kiện thì không cần phải xác định hệ toạ độ quy chiếu trước khi xử lý.

Những phương trình điều kiện phản ánh mối quan hệ hình học của các yếu tố đo. Các số hiệu chỉnh và trị đo có mối quan hệ hàm số. Tuy nhiên điều khó khăn của phương trình xử lý là điều kiện làm tăng số ẩn số.

Sự lựa chọn mặt quy chiếu tọa độ chỉ là một phần của thiết kế bước 0. Cũng cần thiết lưu ý tới dữ liệu để xác định đánh giá độ chính xác toạ độ. Kết quả đánh giá độ chính xác toạ độ phụ thuộc vào chọn hai hệ thống số liệu gốc. Có thể ứng dụng phép chuyển đổi để tính ma trận tương quan.

2.9.2. Thiết kế bước 1: Nếu các trọng số của các phép đo đã được biết vấn đề là xác định các cấu hình thích hợp của các điểm. Việc này dẫn tới việc xác định các hệ số của ma trận A trong hệ phương trình số hiệu chỉnh V = AΔX+L trong trắc địa thiết kế bước 1 bao gồm chọn điểm và các yếu tố cần đo.

2.9.3. Thiết kế bước 2: Nếu các hình đã được xác định vấn đề là cần xác định trọng số của các trị đo theo các chỉ tiêu thiết kế. Trong thực tế việc này đồng nghĩa với chọn dụng cụ đo và quy định đo như số vòng đo góc và quy trình đo, số vòng đo góc và số lần đo lặp các trị đo. Điều này có nghĩa là một số yếu tố được đo với độ chính xác cao hơn yếu tố khác.

2.9.4. Thiết kế bước 3: Vấn đề này bao gồm cách lựa chọn điểm, các thành phần đo và đo đạc nhằm hoàn chỉnh lưới.

2.9.5. Chỉ tiêu đánh giá thiết kế tối ưu của lưới trắc địa

Một trong những mục đích của thiết kế lưới trắc địa là đánh giá độ chính xác toạ độ và hàm số. Để thực hiện việc này cần phải xác định ma trận trọng số đảo

$$Q_X = (A^T Q_L^{-1} A)^{-1} \text{ hoặc } Q_x = R^{-}$$

và ma trận tương quan

$$K_x = \sigma_0^2 Q_x \text{ hoặc } K_x = \sigma_0^2 R^{-}$$

Để đánh giá sự tối ưu của bước thiết kế có thể sử dụng các tiêu chí sau

1) A^{-} tối ưu : $\min(S_p K_x)$.

Ở đây $S_p K_x$ - vệt của ma trận K_x

2) D - tối ưu : $\min \det(K_x)$

3) E - tối ưu : $\min \max \lambda[K_x]$.

Ở đây λ là số riêng của ma trận K_x

4) I - tối ưu : $\min \frac{\max \lambda[K_x]}{\min \lambda[K_x]}$

5) G - tối ưu : $\min \max[(K_x)_{ii}]$

Ví dụ 2.7. Chúng ta xem xét ví dụ thiết kế tối ưu lưới GPS đo ΔX, ΔY, ΔZ trên cơ sở G - tối ưu

1. Phương án 1:

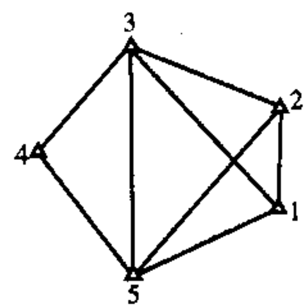
Lưới được đo theo sơ đồ cho trên hình vẽ 2.7.

Tổng số các cạnh đo bằng 8, cụ thể là các cạnh:

3-2, 2-1, 3-1, 3-5, 3-4, 4-5, 5-1 và 5-2.

Theo tiêu chuẩn A tối ưu ta có: $Sp(R^{+})= 3450$

Theo tiêu chuẩn G tối ưu ta có: Max $R^{+}_{ii}= 360$



Hình 2.7

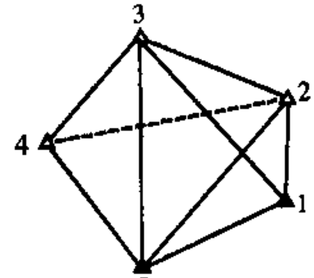
2. Phương án 2:

Lưới vẫn gồm 5 điểm đo, nhưng ở đây tổng số cạnh đo là 9. So với phương án trước có thêm cạnh 4-2 (h 2.8). Cụ thể đo:

3-2, 2-1, 3-1, 3-5, 3-4, 4-5, 5-1, 5-2 và 4-2

Theo tiêu chuẩn A tối ưu ta có: $Sp(R^{+})= 2802$

Theo tiêu chuẩn G tối ưu ta có: Max $R^{+}_{ii}= 227$



Hình 2.8

So với phương án 1 thì phương án này có A tối ưu và G tối ưu bé hơn, nhưng lại phải đo thêm cạnh 4-2.

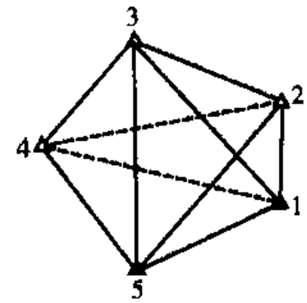
3. Phương án 3:

Tổng số cạnh đo là 10, trong đó so với phương án 1 thì có thêm hai cạnh là 4-2 và 4-1 (h 2.9)

Theo tiêu chuẩn A tối ưu ta có: $Sp(R^{+})= 2400$

Theo tiêu chuẩn G tối ưu ta có: Max $R^{+}_{ii}= 160$

So với phương án 1 và 2 thì phương án này có A tối ưu và G tối ưu bé hơn, nhưng lại phải đo thêm 2 cạnh là 4-2 và 4-1.



Hình 2.9

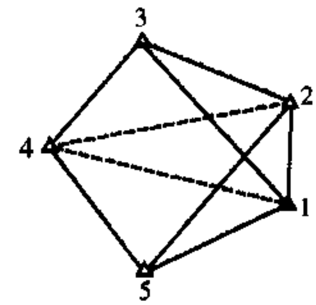
4. Phương án 4:

So với phương án 3 trong phương án này chỉ có 9 cạnh đo, vì bỏ đi cạnh 3-5 (h. 2.10)

Theo tiêu chuẩn A tối ưu ta có: $Sp(R^{+})= 2802$

Theo tiêu chuẩn G tối ưu ta có: Max $R^{+}_{ii}= 227$

So với phương án 1 thì phương án này có A tối ưu và G tối ưu bé hơn.



Hình 2.10

So với phương án 2 thì phương án này có A tối ưu và G tối ưu như nhau.

So với phương án 3 thì phương án này có A tối ưu và G tối ưu lớn hơn.

Trên cơ sở so sánh 4 phương án đã nêu ta có thể thấy là số lượng vị trí của vector đo giữa các điểm cho trước trong lưới đo GPS có ảnh hưởng rõ rệt đến mức độ tối ưu của lưới. Do vậy, theo chúng tôi, đối với mỗi lưới cho trước cụ thể cần tiến hành tính toán so sánh đồ hình đo khác nhau để rút ra đồ hình đo tối ưu, trên cơ sở đó mới tổ chức các session đo tương ứng ngoài thực địa.

CHƯƠNG III

MỘT SỐ VẤN ĐỀ XỬ LÝ TOÁN HỌC LƯỚI TRẮC ĐỊA MẶT ĐẤT VÀ GPS VỚI SỐ LƯỢNG ẨN SỐ LỚN

3.1. THUẬT TOÁN BÌNH SAI LƯỚI GPS ĐO "BASELINE" ΔX, ΔY, ΔZ TRONG HỆ TOẠ ĐỘ KHÔNG GIAN

Với các trị đo GPS giữa hai điểm i,j "base line" ΔX, ΔY, ΔZ chúng ta sẽ lập được 3 phương trình số hiệu chỉnh:

Ký hiệu:

X_i, Y_i, Z_i	- toạ độ bình sai của điểm i.
X_j, Y_j, Z_j	- toạ độ bình sai của điểm j.
X_i^0, Y_i^0, Z_i^0	- toạ độ gần đúng của điểm i.
X_j^0, Y_j^0, Z_j^0	- toạ độ gần đúng của điểm j.
Dx_i, Dy_i, Dz_i	- số hiệu chỉnh vào toạ độ gần đúng của điểm i.
Dx_j, Dy_j, Dz_j	- số hiệu chỉnh vào toạ độ gần đúng của điểm j.
$\Delta' X_{ij}, \Delta' Y_{ij}, \Delta' Z_{ij}$	- các trị đo
$\Delta X_{ij}, \Delta Y_{ij}, \Delta Z_{ij}$	- trị đo sau bình sai.
$V_{\Delta X_{ij}}, V_{\Delta Y_{ij}}, V_{\Delta Z_{ij}}$	- số hiệu chỉnh vào trị đo

Số gia toạ độ bình sai của hai điểm i, j được viết:

$$\left.\begin{aligned} \Delta X_{ij} &= -X_i + X_j \\ \Delta Y_{ij} &= -Y_i + Y_j \\ \Delta Z_{ij} &= -Z_i + Z_j \end{aligned}\right\} \tag{3.1}$$

Trong đó:

$$\left.\begin{aligned} \Delta X_{ij} &= \Delta X'_{ij} + V\Delta x_{ij} \\ \Delta Y_{ij} &= \Delta Y'_{ij} + V\Delta y_{ij} \\ \Delta Z_{ij} &= \Delta Z'_{ij} + V\Delta z_{ij} \end{aligned}\right\} \tag{3.2}$$

Với:

$$\left.\begin{aligned} X_i &= X^0_i + Dx_i \\ Y_i &= Y^0_i + Dy_i \\ Z_i &= Z^0_i + Dz_i \end{aligned}\right\} \qquad (3.3)$$

$$\left.\begin{aligned} X_j &= X^0_j + Dx_j \\ Y_j &= Y^0_j + Dy_j \\ Z_j &= Z^0_j + Dz_j \end{aligned}\right\} \qquad (3.4)$$

Như vậy ta có:

$$\Delta' X_{ij} = V\Delta x_{ij} + \Delta X_{ij} = -(X^0_i + Dx_i) + (X^0_j + Dx_j) \qquad (3.5)$$

$$V\Delta x_{ij} = -Dx_i + Dx_j + (X^0_j - X^0_i - \Delta' X_{ij}) \qquad (3.6)$$

Ký hiệu: $l x_i = X^0_j - X^0_i - \Delta' X_{ij}$ (3.7)

Phương trình số hiệu chỉnh các trị đo ΔX, ΔY, ΔZ là

$$\begin{aligned} V_{\Delta X_{ij}} &= -Dx_i + Dx_j + l\, x_{ij} \\ V_{\Delta Y_{ij}} &= -Dy_i + Dy_j + l\, y_{ij} \\ V_{\Delta Z_{ij}} &= -Dz_i + Dz_j + l\, z_{ij} \end{aligned} \qquad (3.8)$$

Trong mạng lưới GPS có k điểm cần xác định và có n cặp điểm đo ta sẽ có hệ phương trình số hiệu chỉnh sau:

$$\left.\begin{aligned} V_{\Delta X_1} &= -Dx_i + Dx_j + l\, x_1 \\ V_{\Delta Y_1} &= -Dy_i + Dy_j + l\, y_1 \\ V_{\Delta Z_1} &= -Dz_i + Dz_j + l\, z_1 \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ V_{\Delta X_n} &= -Dx_k + Dx_t + l\, x_n \\ V_{\Delta Y_n} &= -Dy_k + Dy_t + l\, y_n \\ V_{\Delta Z_n} &= -Dz_k + Dz_t + l\, z_n \end{aligned}\right\} \qquad (3.9)$$

Với: i, j là cặp điểm đo thứ nhất.

k, t là cặp điểm đo thứ n.

Hệ phương trình số hiệu chỉnh trong lưới có thể viết dưới dạng

$$V = A.\,\Delta X + L \tag{3.10}$$

Trong đó: $\Delta X = (Dx_1, Dy_1, Dz_1, \ldots Dx_{k3}, Dy_{k3}, Dz_{k3})^T$ (3.11)

Ma trận A có dạng:

$$A = \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \\ A_n \end{pmatrix} \quad (3.12) \quad ; \quad A_i = \begin{array}{c} \begin{matrix} \quad & i & \quad & j & \quad \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} \ldots & -\underset{3x3}{E} & \ldots & \underset{3x3}{E} & 0 \end{pmatrix} \end{array} \tag{3.13}$$

Vector số hiệu chỉnh: $V^T = (v_1, v_2, \ldots, v_n)$

L là vector số hạng tự do: $L = (l_1, l_2, \ldots l_n)$

Thành lập hệ phương trình chuẩn:

$$R.\Delta X + b = 0 \tag{3.14}$$

với $R = A^T P A; \quad b = A^T P L$ (3.15)

với P là ma trận trọng số của trị đo.

Nếu coi các trị số đo là độc lập và cùng độ chính xác thì mà trận P có dạng:

$$P = E \quad \text{(E là ma trận đơn vị)} \tag{3.16}$$

Nếu xét đến mối tương quan phụ thuộc giữa các trị đo (ΔX, ΔY, ΔZ) thì ma trận P có dạng khối:

$$P = \begin{pmatrix} P_1 & & & & \\ & P_2 & & & \\ & & \cdot & & \\ & & & \cdot & \\ & & & & P_n \end{pmatrix} \tag{3.17}$$

Với P_i là các ma trận được tính theo:

$$P_i = Q_i^{-1} \tag{3.18}$$

M_i là ma trận hiệp phương sai có dạng sau:

$$Qxyz = \begin{pmatrix} \sigma_x^2 & cov\,(xy) & cov\,(xz) \\ cov\,(xy) & \sigma_y^2 & cov\,(yz) \\ cov\,(xz) & cov\,(yz) & \sigma_z^2 \end{pmatrix} \qquad (3.19)$$

Ta tính được nghiệm của hệ phương trình là:

$$\Delta X = (A^T PA)^{-1} \,.\, (A^T PL) \qquad (3.19a)$$

Hay $$\Delta X = R^{-1}.B \qquad (3.19b)$$

Sai số trung phương trọng số đơn vị được tính theo công thức:

$$\mu = \sqrt{\frac{V^T PV}{N - t}}$$

trong đó: $N = 3n$; $t = 3\,p$

Sai số vị trí điểm trong hệ toạ độ (X, Y, Z) được xác định nhờ ma trận hiệp phương sai toạ độ: $Mp_i = \mu\sqrt{Qx_i + Qy_i + Qz_i}$

Hay: $\mu\, p_i^2 = \mu^2 Q$

với: $Q = R^1 = (A^T PA)^{-1}$

với Qx_i, Qy_i , Qz_i là các phần tử trên đường chéo chính của ma trận nghịch đảo tổng quát

Sai số trung phương của hàm số:

$$m_F = \mu\sqrt{\frac{1}{P_F}}$$

trong đó: $$\frac{1}{P_F} = Q_f = fQf^T$$

Để tính sai số vị trí điểm trong hệ toạ độ địa diện (x, y, z) ta xuất phát từ quan hệ vi phân giữa hệ toạ độ không gian địa tâm (X, Y, Z) và hệ toạ độ không gian địa diện (x, y,z):

$$\begin{pmatrix} Dx \\ Dy \\ Dz \end{pmatrix} = H \begin{pmatrix} DX \\ DY \\ DZ \end{pmatrix}$$

trong đó: H là ma trận chuyển đổi:

$$H = \begin{pmatrix} -\sin B.\cos L & -\sin L & \cos B.\cos L \\ -\sin B.\sin L & \cos L & \cos B.\cos L \\ \cos B & 0 & \sin B \end{pmatrix}$$

Với ma trận hiệp phương sai của các thành phần toạ độ trong hệ địa diện được tính: $Mx = H^T.Q_x.H$.

Mặt khác ta lại có quan hệ vi phân giữa hệ tọa độ địa diện (x,y,z) và hệ toạ độ trắc địa (B, L, H) như sau:

$$\begin{pmatrix} (M + H)\,dB \\ (N + H)\cos B dL \\ dH \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{pmatrix}$$

Do đó sẽ tính được sai số trung phương toạ độ trắc địa theo công thức sau:

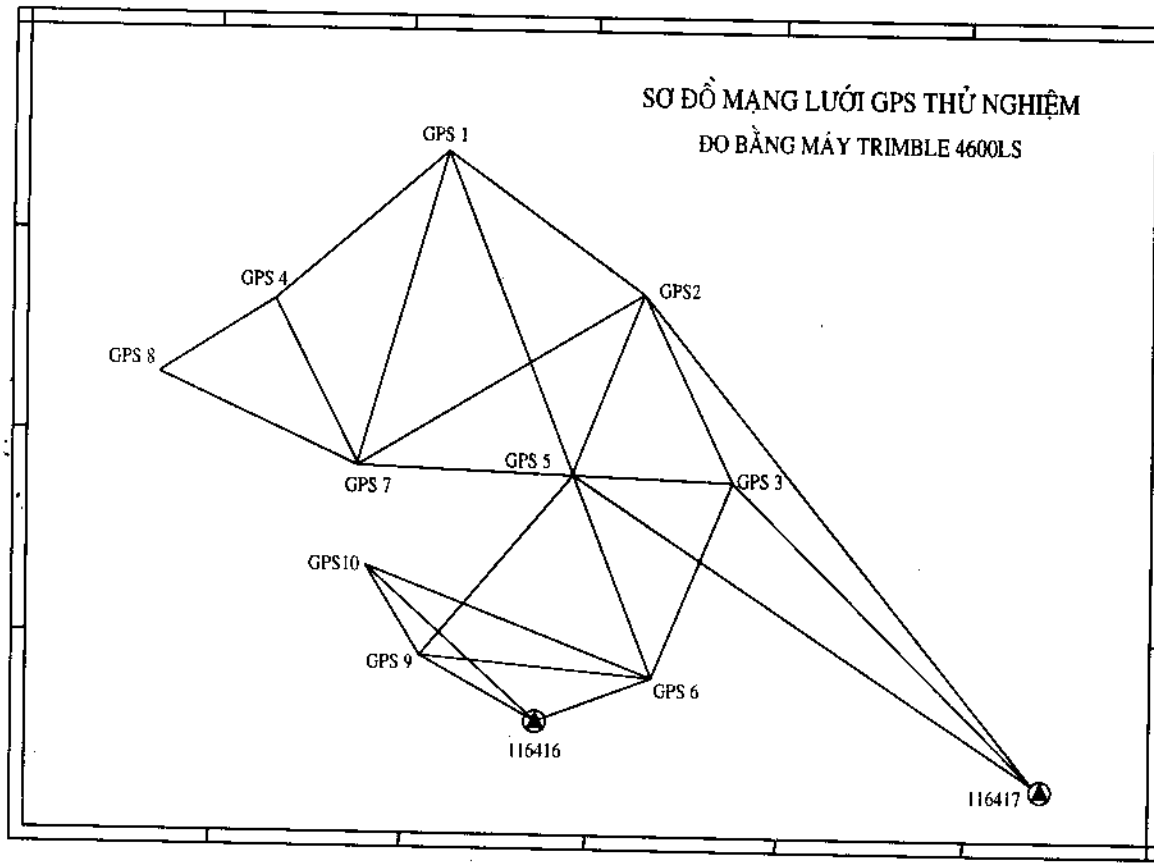
$$m_B = \frac{m_x}{M + H}$$

$$m_L = \frac{m_y}{(N + H)\cos B}$$

$$m_H = m_z.$$

3.2. VÍ DỤ TÍNH TOÁN BÌNH SAI MẠNG LƯỚI GPS THEO PHƯƠNG PHÁP KHỐI ĐIỀU KHIỂN

3.2.1. Lập hệ phương trình chuẩn



Hình 3.1

Theo sơ đồ (h. 3.1) ta chia lưới ra làm 3 phần (K = 3) ta có hệ phương trình chuẩn là:

$$\begin{cases} R_1X_1 + \dots + R_{1,3}X_3 + b_1 = 0 \\ R_2X_2 + \dots + R_{2,3}X_3 + b_2 = 0 \\ R^T_{1,3}X_1 + \dots + R^T_{2,3}X_2 + R_3X_3 + b_3 = 0 \end{cases}$$

Ở đây X_1, X_2 là các ẩn số của các khối 1 và 2 (không gồm các điểm chung của các khối). X_3 là ẩn số của các điểm chung.

Từ hai phương trình đầu chúng ta có:

$$X_i = -R^{-1}_i . R_{i,3}.X_3 - R^{-1}_i.b_i \,, \qquad (\text{với } i = 1,2)$$

thay vào phương trình cuối cùng chúng ta có:

$$\overline{R}_3.X_3 + \overline{b}_3 = 0$$

ở đây ma trận $\overline{R}_3$ được thành lập theo công thức:

$$\overline{R_3} = R_3 - \sum_{i=1}^{2} R_{1,3}.R_1^{-1}.R_{1,3}^T$$

Vector số hạng tự do: $$\overline{b_3} = b_3 - \sum_{i=1}^{2}.R_{1,3}^T.R_i^{-1}.b_i$$

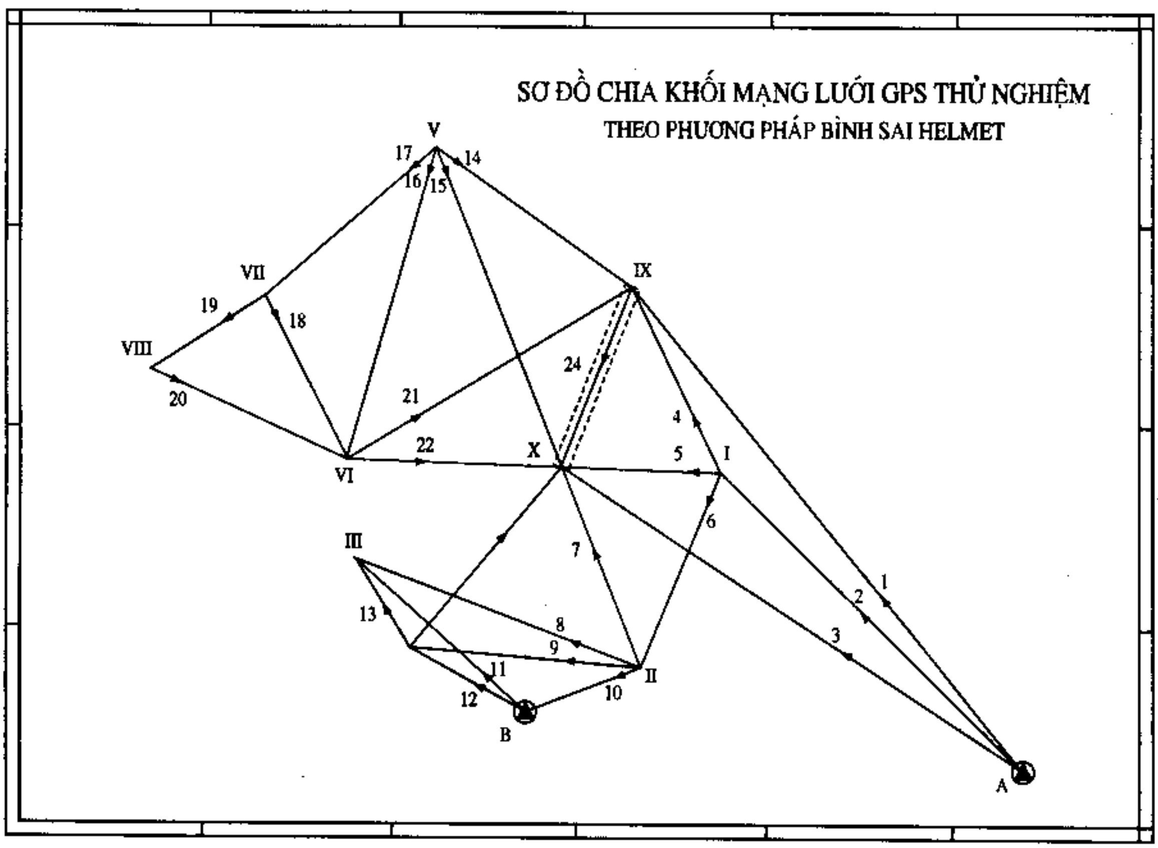
Kết quả giải hệ phương trình trên ta được: $Q_3 = \overline{R}_3^{-1}$, chính là ma trận trọng số đảo của các điểm chung. Còn các khối của ma trận trọng số đảo của tất cả các điểm là:

$$Q_i = R^{-1}{}_i + R^{-1}{}_i . R_{i,3} . Q_3 . R^T{}_{i,3} . R^{-1}{}_i$$

$$Q_{i,3} = R^{-1}{}_i . R_{i,3} .Q_3$$

3.2.2. Sơ đồ khối của ma trận: R = A^{T}PA (P = Q^{-1}) (h.3.2)

Q - là ma trận hiệp phương sai của các cạnh trong lưới.



Hình 3.2

3.2.2.1. Sơ đồ dạng tổng quát:

<table>
<tr><td>I</td><td>II</td><td>III</td><td>IV</td><td>V</td><td>VI</td><td>VII</td><td>VIII</td><td>IX</td><td>X</td></tr>
<tr><td colspan="4">R_1</td><td colspan="4">R_{12}</td><td colspan="2">R_{13}</td></tr>
<tr><td colspan="4"></td><td colspan="4">R_2</td><td colspan="2">R_{23}</td></tr>
<tr><td colspan="8"></td><td colspan="2">R_3</td></tr>
</table>

3.2.2.2. Sơ đồ dạng đầy đủ: Theo sơ đồ chia khối trong lưới ta được:

<table>
<tr><td>I</td><td>II</td><td>III</td><td>IV</td><td>V</td><td>VI</td><td>VII</td><td>VIII</td><td>IX</td><td>X</td></tr>
<tr><td>ΣP (2,4,5,6)</td><td>-P6</td><td>0</td><td>0</td><td colspan="4" rowspan="4">0</td><td>-P4</td><td>-P5</td></tr>
<tr><td></td><td>ΣP (6,7,8,9,10)</td><td>-P9</td><td>-P8</td><td>0</td><td>-P7</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>ΣP (9,12,13,23)</td><td></td><td>0</td><td>-P23</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td>ΣP (8,11,13)</td><td>0</td><td>0</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td>ΣP (14,15,16,17)</td><td>-P17</td><td>-P16</td><td>0</td><td>-P14</td><td>-P15</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>ΣP (17,18,19)</td><td>-P18</td><td>-P19</td><td>0</td><td>0</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>ΣP (16,18,20,21,22)</td><td>-P20</td><td>-P21</td><td>-P22</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>ΣP (19,20)</td><td>0</td><td>0</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>ΣP (1,4,14,21,24)</td><td>-P24</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>ΣP (3,5,7,15,22,23,24)</td></tr>
</table>

1. Xét trường hợp khi không có trọng số: (P = E)

Ta có:

$$R_1 = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 & 0 \\ & 5 & -1 & -1 \\ & & 4 & -1 \\ & & & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow R^{-1}{}_1 = \begin{pmatrix} 0.26589 & 0.06358 & 0.02312 & 0.0289 \\ & 0.25434 & 0.09248 & 0.11561 \\ & & 0.30636 & 0.13295 \\ & & & 0.41619 \end{pmatrix}$$

$$R_2 = \begin{pmatrix} 4 & -1 & -1 & 0 \\ & 3 & -1 & -1 \\ & & 5 & -1 \\ & & & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow R^{-1}{}_2 = \begin{pmatrix} 0.34615 & 0.23077 & 0.15385 & 0.19231 \\ & 0.653846 & 0.26923 & 0.46154 \\ & & 0.34615 & 0.30769 \\ & & & 0.88462 \end{pmatrix}$$

$$R_{2,3} = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 0 & -1 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \overline{R}_{2,3} = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 0 & 0 \\ -1 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad R_3 = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ -1 & 7 \end{pmatrix}$$

Ta tính được:

$$\overline{R}_3 = \begin{pmatrix} 3.7341 & -2.3526 \\ -2.3526 & 4.81503 \end{pmatrix} \qquad \Rightarrow Q_3 = R_3^{-1} = \begin{pmatrix} 0.386902 & 0.189039 \\ 0.189039 & 0.300046 \end{pmatrix}$$

$$Q_1 = \begin{pmatrix} 0.365996 & 0.138414 & 0.092891 & 0.077102 \\ & 0.316305 & 0.151886 & 0.156057 \\ & & 0.363678 & 0.171858 \\ & & & 0.442635 \end{pmatrix}$$

$$Q_2 = \begin{pmatrix} 0.612414 & 0.497029 & 0.420106 & 0.458568 \\ & 0.920106 & 0.535491 & 0.727798 \\ & & 0.612414 & 0.573952 \\ & & & 1.150875 \end{pmatrix}$$

$$Q_{1,3} = \begin{pmatrix} 0.16953 & 0.15606 \\ 0.10218 & 0.13516 \\ 0.08871 & 0.13098 \\ 0.06363 & 0.08871 \end{pmatrix} \quad ; \quad Q_{2,3} = \begin{pmatrix} 0.28797 & 0.24454 \\ 0.28797 & 0.24454 \\ 0.28797 & 0.28797 \\ 0.28797 & 0.28797 \end{pmatrix}$$

2. *Trường hợp có trọng số*: $P = \underset{3x3}{Q^{-1}}$ của các trị đo ΔX, ΔY, ΔZ

Ma trận: R_1

4.899157	.557581	-.045066	-1.242117	-.285636	-.347918	.000000	.000000	.000000	.000000	.000000	.000000
-557581	8.509527	-5.753577	-.285636	-1.387780	.572558	.000000	.000000	.000000	.000000	.000000	.000000
-.045066	-5.753577	8.964560	-.347918	.572558	-1.419548	.000000	.000000	.000000	.000000	.000000	.000000
-1.242117	-.285636	-.347918	8.117706	2.505787	2.854336	-1.881654	-.666168	-.698071	-1.934797	-.693843	-.725678
-.285636	-1.387780	.5725558	2.505787	11.586280	-6.880827	-.666168	2.816427	1.772469	-.693843	-2.966859	1.900709
-.347918	-.572558	-1.419548	2.854336	-6.880827	11.794160	-.698071	1.772469	-2.839557	-.725678	1.900709	-2.990215
.000000	.000000	.000000	-1.881654	-.666168	-.698071	7.044917	2.263751	2.665875	-1.998266	-.659515	-.836780
.000000	.000000	.000000	-.666168	-2.816427	1.772469	2.263751	9.860150	-5.917254	-.659515	-2.759611	1.703606
.000000	.000000	.000000	-.698071	1.772469	-2.839557	2.665875	-5.917254	10.150560	-.836780	1.703606	-2.892346
.000000	.000000	.000000	-1.934797	-.693843	-.725678	-1.998266	-.6659515	-.836780	5.839171	1.929554	2.370764
.000000	.000000	.000000	-.639843	-2.966859	1.900709	-.659515	-2.759611	1.703606	1.929554	8.634051	-5.536689
.000000	.000000	.000000	-.725678	1.900709	-2.990215	-.836780	1.703606	-2.982346	2.370764	-5.536689	8.958737

Ma trận: R_1^{-1}

.217026	-.021978	-.012079	.046948	-.011348	-.010173	.017603	-.002992	-.002706	.021534	-.004584	-.004377
-.021978	.221952	.144847	-.015140	.050634	.039952	-003822	.018296	.013663	-.006174	.023058	.017826
-.012079	0144847	.209043	-.012528	.038919	.047749	-.003036	0.13512	.017146	-.005217	.017566	.021585
.046948	-.015140	-.012528	.244139	-.125849	-.129837	.088544	-.039451	-.041947	.110969	-.054332	-.057575
-.011348	.050634	.038919	-.125849	.240008	.168562	-.039231	.086040	.055593	-.054216	.108762	.074634
-.010173	.039952	.047749	-.129837	.168562	.239738	-.041766	.055642	.085691	-.057663	.074806	.108414
.017603	-.003822	-.003036	.088544	-.039231	-.041766	.300206	-.169642	-.174571	.129707	-.068728	-.071306
-.002992	.018296	.013512	-.039456	.086040	.055642	-.169642	.295817	.213690	-.068920	.127272	.090909
-.002706	.013663	.017146	-.041947	.055593	.085691	-.174571	.213690	.295328	-.071536	.090965	.126964
.021534	-.006175	-.005217	.110969	-.054216	-.057663	.129707	-.068920	-.071536	.413552	-.257523	-.265223
-.004584	.023058	.017566	-.054332	.108762	.074806	-.068728	.127272	.090965	-.257522	.411936	.318973
-.004377	0.17826	.021585	-.057575	.074634	.108414	-.071306	.090909	.12664	-.265223	.318973	.411672

Ma trận: R_2

4.419980	1.046831	-.189966	-1.025716	-.141934	.222016	-1.029512	-.181590	.235049	.000000	.000000	.000000
1.046831	7.354858	-4.652743	-1411934	-1.895079	1.312062	-181590	-1.880738	1.294062	.000000	.000000	.000000
-.189966	-4.652743	7.205561	.222016	1.312062	-1.923494	.235049	1.294062	-1.902372	.000000	.000000	.000000
-1.025716	-.141934	.222016	3.114180	.538638	-.798277	-1.040685	-.195023	.275860	-1.047779	-.201681	.3000402
-.141934	-1.895079	1.312062	.538638	5.575523	-3.827078	-.195023	-1.838957	1.254306	-.201681	-1.841487	1.260711
.222016	1.312062	-1.923494	-.798277	-3.827078	5.687820	.275860	1.254306	-1.875533	.300402	1.260711	-1.888793
-1.029512	-.181590	.235049	-1.040685	-.195023	.275860	5.474083	1.239290	-.458096	-1.037350	-.164308	.264888
-.181590	-1.880738	1.294062	-.195023	-1.838957	1.254306	1.239290	8.956224	-5.658889	-.164308	-1.845487	1.263013
.235046	1.294062	-1.902372	.275860	1.254306	-1.875533	-.458096	-5.658889	8.891536	.264888	1.263013	-1.887101
.000000	.000000	.000000	-1.047779	-.2011681	.300402	-1.037350	-.164308	.264888	2.085129	.365989	-.565290
.000000	.000000	.000000	-.201681	-1.841487	1.260711	-.164308	-1.845487	1.263013	.36598	.3683974	-2.523724
.000000	.000000	.000000	.300402	1.260711	-1.888793	.264888	1.263013	-1.887101	-.564290	-2.523724	3.775894

Ma trận: R_2^{-1}

.340482	-.109794	-.082464	.230837	-091336	-.074944	.157872	-.078099	-.071715	.194353	-.084464	-.073508
-.109794	.342222	.217046	-.091723	.231066	.143749	-.078578	.156774	.096321	-.084885	.193872	.120137
-.082464	.217046	.341706	-.075153	.143813	.231665	-.072115	.095985	.158566	-.073831	.119921	.195146
.230837	-.091723	-.075153	.652813	-.094207	-.024287	.267713	.096657	-.080276	.460293	-.094072	-.053166
-.091336	.231066	.142813	-.094207	.653119	.427237	-.097021	.267984	.166489	-.094277	.460556	.297229
-.074944	.143749	.231665	-.024287	.427237	.653400	-.080343	.166631	.267978	-.053181	.297291	.460699
.157872	-.078578	-.072115	.267713	-.097021	-.088343	.340776	-.110237	-.084050	.304241	-.103883	-.082018
-.078099	.156774	.095985	-.096657	.267984	.166631	-.110237	.342363	.212259	-.103728	.305225	.189341
-.071715	.096321	.158566	-.080276	.166489	.267978	-.084050	.212259	.340687	-.081949	.189354	.304303
.194353	-.084885	-.073831	.460293	-.094277	-.053181	.304241	-.103728	-.081949	-.882198	-.095493	.008901
-.084464	.193872	.119921	-.094072	.460556	.297291	-.103883	.306225	.189354	-.095493	.882898	.578064
-.073508	.120137	.195146	-.053166	.297229	.460700	-.082018	.189341	.304303	.008901	.578064	.882482

Ma trận R_3

$$\begin{pmatrix}
5.816751 & 1.318646 & -.007650 & -1.203871 & -.374748 & -.163325 \\
1.318646 & 9.789866 & -6.218822 & -.374748 & -1.809821 & 1.032510 \\
-.007650 & -6.218822 & 9.521201 & -.163325 & 1.032510 & -1.715325 \\
-1.203871 & -.374748 & -.163325 & 8.817887 & 2.354257 & 1.059610 \\
-.374748 & -1.809821 & 1.032510 & 2.351257 & 12.300680 & -6.866768 \\
-.163325 & 1.032510 & -1.715325 & 1.059610 & -6.899768 & 12.447370
\end{pmatrix}$$

Ma trận R_3^{-1}

$$\begin{pmatrix}
.186025 & -.041441 & -.026434 & .024478 & -.004053 & -.002084 \\
-.041441 & .189017 & .123327 & -.003923 & .025379 & .015107 \\
-.026434 & .123327 & .188184 & -.001822 & .015247 & .023922 \\
.024478 & -.003923 & -.001822 & .132852 & -.045035 & -.035758 \\
-.004053 & .025379 & .015247 & -.045035 & .136327 & .078983 \\
-.002084 & .015107 & .023922 & -.035758 & .078983 & .128971
\end{pmatrix}$$

Ma trận $\underset{12x6}{R_{1,3}}$

$$\begin{pmatrix}
-1.13513201 & 0.13126164 & 0.27881157 & -1.32340936 & -0.28502815 & -0.46484069 \\
0.13126164 & 2.77147950 & 2.16796267 & -0.28502815 & -1.38278429 & 0.55156960 \\
0.27881157 & 2.1676267 & -2.82478280 & -0.46484069 & 0.55156960 & -1.48466949 \\
0 & 0 & 0 & -1.34284578 & -0.28188772 & -0.49380235 \\
0 & 0 & 0 & -0.28188772 & -1.37927208 & 0.54638956 \\
0 & 0 & 0 & -0.49380235 & 0.54638956 & -1.50168381 \\
0 & 0 & 0 & -1.32063017 & -0.36459865 & -0.38716753 \\
0 & 0 & 0 & -0.36459865 & -1.43049542 & 0.55540248 \\
0 & 0 & 0 & -0.38716753 & 0.55540248 & -1.44334271 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{pmatrix}$$

Ma trận $\underset{12x6}{R_{123}}$

$$
\begin{pmatrix}
-1.14582181 & -0.25397534 & -0.19592695 & -1.21893048 & -0.46933211 & -0.07117198 \\
-0.25397534 & -1.76884034 & 1.06122926 & -0.46933211 & -1.81020087 & 0.98538948 \\
-0.19592695 & 1.06122926 & -1.74604787 & -0.07117198 & 0.98538948 & -1.63364677 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-1.17170983 & -0.29250993 & -0.20423025 & -1.19482452 & -0.40586011 & -0.11347015 \\
-0.29250993 & -1.69323115 & 0.95144513 & -0.40586011 & -1.69781199 & 0.89606380 \\
-0.20423025 & 0.95144513 & -1.65580545 & -0.11347015 & 0.89606380 & -1.57072475 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{pmatrix}
$$

Ma trận: $\overline{R} = R_3 - \sum_{i=1}^{2} R_{i,3}^{T}.R_i^{-1}.R_{i,3}$

$$
\begin{pmatrix}
4.353300 & .700560 & -.140150 & -2.724010 & -.711240 & -.342740 \\
.700560 & 3.655190 & -4.757380 & -.024280 & -2.511650 & 2.954490 \\
-.140150 & -4.757380 & 6.820330 & -.363010 & 2.301950 & -3.886540 \\
-2.724000 & -.024280 & -.363010 & 6.042730 & 1.430780 & -.389520 \\
-.711230 & -2.511660 & 2.301960 & 1.430780 & 9.399260 & -5.903570 \\
-.342740 & 2.954470 & -3.886530 & .389520 & -5.903600 & 9.633560
\end{pmatrix}
$$

Ma trận đảo: $\overline{Q}_3 = \overline{R}_3^{-1}$

$$
\begin{pmatrix}
.467026 & -.950267 & -.614245 & .195668 & -.105793 & -.012502 \\
-.950273 & 6.294224 & 4.220421 & -.346358 & .770104 & .224444 \\
-.614251 & 4.220431 & 3.022170 & -.215795 & .517932 & .229172 \\
-.195668 & -.346359 & -.215794 & .263146 & -089787 & -.039537 \\
-.105796 & .770121 & .517941 & -.089788 & .282573 & .145801 \\
-.012506 & .224470 & .229187 & -.039539 & .145805 & .217929
\end{pmatrix}
$$

Ma trận: $\underset{12x12}{Q_1}$ $\qquad$ $(Q_1 = R^{-1}{}_1 + R^{-1}{}_1 \text{-} R_{1,3}.Q_3.\ R^T{}_{1,3}\ .\ R^{-1}{}_1)$

$$
\begin{pmatrix}
0.29656 & 0.10449 & 0.08633 & 0.09440 & 0.01204 & 0.01495 & 0.06530 & 0.00165 & 0.00532 & 0.05340 & 0.00527 & 0.00671 \\
0.10450 & 5.62292 & 3.86296 & -0.12957 & 1.08074 & 0.93386 & 0.10030 & 0.23078 & 0.23246 & -0.00724 & 0.44044 & 0.38656 \\
0.08634 & 3.86294 & 2.80624 & -0.08628 & 0.75518 & 0.68555 & 0.07199 & 0.16722 & 0.18839 & -0.00321 & 0.30995 & 0.28975 \\
0.09440 & -0.12957 & -0.08628 & 0.28774 & -0.15778 & -0.15581 & 0.12642 & -0.05598 & -0.05648 & 0.13812 & -0.07027 & -0.07099 \\
0.01205 & 1.08075 & 0.75519 & -0.15777 & 0.45815 & 0.35919 & -0.03243 & 0.15257 & 0.12081 & -0.06206 & 0.20432 & 0.15956 \\
0.01495 & 0.93386 & 0.68555 & -0.15581 & 0.35919 & 0.41628 & -0.03508 & 0.11466 & 0.15284 & -0.06366 & 0.15870 & 0.18930 \\
0.060530 & 0.10033 & 0.07200 & 0.12642 & -0.03242 & -0.03508 & 0.34212 & -0.18121 & -0.18429 & 0.15638 & -0.07001 & -0.07232 \\
0.00165 & 0.23078 & 0.16722 & -0.05597 & 0.15257 & 0.11466 & -0.18121 & 0.33546 & 0.25031 & -0.07809 & 0.16286 & 0.12278 \\
0.00532 & 0.23140 & 0.18835 & -0.05648 & 0.12080 & 0.15283 & -0.18429 & 0.25031 & 0.33835 & -0.07948 & 0.12519 & 0.16363 \\
0.05339 & -0.00727 & -0.00322 & 0.13812 & -0.06206 & -0.06367 & 0.15637 & -0.07809 & -0.07948 & 0.43151 & -0.26301 & -0.26984 \\
0.00527 & 0.44045 & 0.30996 & -0.07026 & 0.20432 & 0.15871 & -0.070001 & 0.16285 & 0.12519 & -0.26301 & 0.45595 & 0.35822 \\
0.00670 & 0.38653 & 0.28973 & -0.07098 & 0.15955 & 0.18930 & -0.07232 & 0.12278 & 0.16363 & -0.26984 & 0.35822 & 0.45073
\end{pmatrix}
$$

Ma trận: $\underset{12x12}{Q_2}$ $\qquad$ $(Q_2 = R^{-1}{}_2 + R^{-1}{}_2 \text{-} R_{2,3}.Q_3.\ R^T{}_{2,3}\ .\ R^{-1}{}_2)$

$$
\begin{pmatrix}
0.64215 & -0.53225 & -0.33258 & 0.53027 & -0.51476 & -0.32596 & 0.45582 & -0.50214 & -0.32337 & 0.49304 & -0.50818 & -0.32485 \\
-0.53224 & 2.32378 & 1.46476 & -0.50357 & 2.21787 & 1.39596 & -0.48342 & 2.14697 & 1.35165 & -0.49324 & 2.18235 & 1.37392 \\
-0.33257 & 1.46478 & 1.24938 & -0.31862 & 1.39488 & 1.14217 & -0.31120 & 1.34923 & 1.07105 & -0.31512 & 1.37206 & 1.10665 \\
0.53027 & -0.50358 & -0.31864 & 0.95007 & -0.50699 & -0.26865 & 0.56353 & -0.51004 & -0.32527 & 0.75683 & -0.50715 & -0.29784 \\
-0.51475 & 2.21789 & 1.39489 & -0.50698 & 2.64520 & 1.68284 & -0.50277 & 2.26347 & 1.42521 & -0.50355 & 2.45432 & 1.55440 \\
-0.32596 & 1.39596 & 1.14219 & -0.26864 & 1.68282 & 1.56677 & -0.32029 & 1.42440 & 1.18332 & -0.29534 & 1.55395 & 1.37506 \\
0.45582 & -0.48340 & -0.31120 & 0.56353 & -0.50275 & -0.32028 & 0.63519 & -0.51655 & -0.32459 & 0.59936 & -0.50990 & -0.32226 \\
-0.50213 & 2.14699 & 1.34924 & -0.51004 & 2.26347 & 1.42442 & -0.51658 & 2.34127 & 1.47318 & -0.51360 & 2.30241 & 1.44871 \\
-0.32337 & 1.35167 & 1.07106 & -0.32525 & 1.42523 & 1.18333 & -0.32460 & 1.47319 & 1.25802 & -0.32472 & 1.44917 & 1.22065 \\
0.49304 & -0.49326 & -0.31514 & 0.75683 & -0.50357 & -0.29535 & 0.59936 & -0.51361 & -0.32473 & 1.17803 & -0.50507 & -0.23358 \\
-0.50817 & 2.18236 & 1.37207 & -0.50714 & 2.45431 & 1.55397 & -0.50992 & 2.30239 & 1.44916 & -0.50506 & 2.87833 & 1.83631 \\
-0.32485 & 1.37395 & 1.10667 & -0.29784 & 1.55442 & 1.37508 & -0.32228 & 1.44872 & 1.22065 & -0.23357 & 1.83633 & 1.79786
\end{pmatrix}
$$

Ma trận: $Q_{1,3} = -R_1^{-1}. R_{1,3}.Q_3$

12 x 6

$$\begin{pmatrix}
0.15370 & -0.13069 & -0.07626 & 0.12317 & -0.00818 & 0.01668 \\
0.86921 & -5.81797 & -3.90440 & 0.31883 & -0.65201 & -0.16044 \\
0.60948 & -4.00085 & -2.60589 & 0.23460 & -0.44175 & -0.05322 \\
0.05268 & 0.12054 & 0.08526 & 0.09264 & -0.00851 & -0.00949 \\
0.16015 & -1.08784 & -0.72096 & 0.03743 & -0.05987 & 0.02081 \\
0.14337 & -0.94350 & -0.59764 & 0.03695 & -0.05746 & 0.05033 \\
0.07719 & -0.11776 & -0.07599 & 0.10385 & -0.04367 & -0.02621 \\
0.02934 & -0.20265 & -0.12796 & -0.01566 & 0.05214 & 0.05496 \\
0.03363 & -0.21280 & -0.11315 & -0.01032 & 0.03451 & 0.07707 \\
0.04378 & -0.00148 & 0.00137 & 0.06573 & -0.01735 & -0.01190 \\
0.06422 & -0.43348 & -0.28493 & 0.00814 & -0.00280 & 0.02564 \\
0.05873 & -0.38299 & -0.23533 & 0.00887 & -0.00715 & 0.04259
\end{pmatrix}$$

Ma trận: $Q_{2,3} = -R_2^{-1}. R_{2,3}.Q_3$

12 x 6

$$\begin{pmatrix}
-0.34547 & -0.74658 & -0.47782 & 0.23484 & -0.10618 & -0.02888 \\
0.52563 & 3.48891 & 2.33873 & -0.21398 & 0.52144 & 0.18421 \\
0.30873 & 2.19662 & 1.60915 & -0.12674 & 0.32985 & 0.22300 \\
-0.34278 & -0.72686 & -0.46482 & 0.23372 & -0.10440 & -0.02844 \\
0.52642 & 3.49860 & 2.34528 & -0.21479 & 0.52245 & 0.18447 \\
0.30969 & 2.20497 & 1.61469 & -0.12731 & 0.33064 & 0.22322 \\
-0.34098 & -0.71377 & -0.45619 & 0.23299 & -0.10323 & -0.02815 \\
0.52692 & 3.50486 & 2.34952 & -0.21533 & 0.52310 & 0.18464 \\
0.31037 & 2.21079 & 1.61854 & -0.12770 & 0.33119 & 0.22336 \\
-0.34188 & -0.72038 & -0.46055 & 0.23336 & -0.10382 & -0.02830 \\
0.52666 & 3.50166 & 2.34736 & -0.21506 & 0.52277 & 0.18456 \\
0.31004 & 2.2.793 & 1.61665 & -0.12751 & 0.33092 & 0.22329
\end{pmatrix}$$

Trong các khối sau khi đã có các vector trị gần đúng các ẩn số $x_i^{(0)}$ lập hệ phương trình chuẩn :

$$R_i.\Delta x_i + b_i = 0 ;$$

$$\Delta x_i = - R^{-1}{}_i.b_i$$

Chúng ta tính vector:

$$X_i = x_i^{(0)} + \Delta x_i$$

- Với vector số hạng tự do của từng khối là:

$$b_i = A^T.Q^{-1}.L$$

Với: $L\ (x_{1,2}) = X_2 - X_1 - \Delta X_{1,2}$

- Tổng vector số hạng tự do của mỗi khối là:

$$b = \sum_{i=1}^{n} b_i$$

Vector $b_1 = \sum_{i=1}^{14} b_i$

12 x 1

$$\begin{pmatrix} 0.015951 \\ -0.004945 \\ 0.011083 \\ 0.007005 \\ -0.031588 \\ 0.020689 \\ 0.013349 \\ 0.057764 \\ -0.037085 \\ -0.003788 \\ -0.008375 \\ 0.004067 \end{pmatrix}$$

Vector $b_2 = \sum_{i=1}^{9} b_i$

12 x 1

$$\begin{pmatrix} 0.003897 \\ 0.002506 \\ -0.001574 \\ -0.005393 \\ -0.004599 \\ 0.002486 \\ 0.000045 \\ -0.000154 \\ 0.000120 \\ 0.000225 \\ 0.001682 \\ -0.001164 \end{pmatrix}$$

Vector $b_3 = A^T.Q^{-1}.L$ (khối chung) ; Vector $\overline{b_3} = b_3 - \sum_{i=1}^{2} R_{i,3}^T.\ R_i^{-1}\ .b_i$

$$\underset{6 \times 1}{\begin{pmatrix} -0.001190 \\ 0.005398 \\ 0.007028 \\ 0.000000 \\ 0.000000 \\ 0.000000 \end{pmatrix}} \qquad \underset{6 \times 1}{\begin{pmatrix} 0.00237864 \\ 0.00292307 \\ 0.00959800 \\ 0.01224377 \\ 0.00538333 \\ 0.00124219 \end{pmatrix}}$$

Trong khối I: $\Delta x_1 = -R^{-1}{}_1.b_1$ Đối với khối II: $\Delta x_2 = -R^{-1}{}_{25}.b_2$

$$\underset{12 \times 1}{\begin{pmatrix} -0.004015 \\ 0.000320 \\ -0.001143 \\ -0.003943 \\ 0.002993 \\ 0.001593 \\ -0.001738 \\ -0.004632 \\ 0.001111 \\ -0.001528 \\ 0.000377 \\ 0.000838 \end{pmatrix}} \qquad \underset{12 \times 1}{\begin{pmatrix} -0.000168 \\ -0.000028 \\ 0.000037 \\ 0.002335 \\ 0.001055 \\ 0.000551 \\ 0.000654 \\ 0.000122 \\ 0.000004 \\ 0.001473 \\ 0.000142 \\ 0.000277 \end{pmatrix}}$$

Trong khối III: $\Delta x_3 = -\ \overline{R}^{-1}{}_3.\ \overline{b}_3$

$$\underset{6 \times 1}{\begin{pmatrix} 0.00575167 \\ -0.05682950 \\ -0.04031305 \\ -0.00007123 \\ -0.00757362 \\ -0.00339765 \end{pmatrix}}$$

Số hiệu chỉnh lần II : Đối với khối I:

$$\Delta\ \bar{X}_1 = -\ \bar{R}_{1,3}.\ \Delta X_3$$

$$(\ \bar{R}_{1,3} = \ \bar{R}^{-1}{}_{1}.R_{1,3}\ )$$

$$\underset{12 \times 1}{\begin{pmatrix} -0.001426 \\ -0.059880 \\ -0.040636 \\ 0.001187 \\ -0.011129 \\ -0.009464 \\ -0.001261 \\ -0.002028 \\ -0.001984 \\ -0.000051 \\ -0.004419 \\ -0.003792 \end{pmatrix}}$$

Số hiệu chỉnh lần II: Đối với khối II:

$$\Delta\ \bar{X}_2 = -\ \bar{R}_{2,3}.\ \Delta X_3$$

$$(\ \bar{R}_{2,3} = \ \bar{R}^{-1}{}_{2}.R_{2,3})$$

$$\underset{12 \times 1}{\begin{pmatrix} -0.00369112 \\ -0.03296629 \\ -0.02312593 \\ -0.00422821 \\ -0.03308525 \\ -0.02308399 \\ -0.00386180 \\ -0.03307210 \\ -0.02308529 \\ -0.00443122 \\ -0.03312865 \\ -0.02317087 \end{pmatrix}}$$

Bảng toạ độ các điểm sau khi hiệu chỉnh lần I

$$(\ \bar{X}_i = X^0_{(i)} + \Delta X_i)$$

Tên điểm	X	Y	Z
416	-163915.8860	5733167.1566	2256452.4755
417	-1642578.9069	5732430.9388	2255953.1028
6	-1640044.1729	5732898.9518	2256603.3533
9	-1638550.7687	5733247.1466	2256808.1280
10	-1637528.0455	5733303.0500	2257421.3769
5	-1639506.5223	5732593.1695	2257764.2670
3	-1640505.5943	5732278.0917	2257837.2725
2	-1639602.6412	5732174.3962	2258751.0824
7	-1638129.3228	5732942.0674	2257880.4358
8	-1636878.1428	5733076.1919	2258453.1626
4	-1637543.3509	5732720.9445	2258863.2074
1	-1638542.1630	5732111.1232	2259676.2578

Bảng toạ độ các điểm sau bình sai (hiệu chỉnh lần II)

$(X_{SBS} = \bar{X}_i + \Delta\ \bar{X}_i)$

Tên điểm	X	Y	Z
416	-1639315.8860	5733167.1566	2256452.4755
417	-1642578.9069	5732430.9388	2255953.1028
5	-1639506.5223	5732593.1695	2257764.2670
2	-163902.6412	5732174.3962	2258751.0824
6	-1640044.1753	5732898.9614	2256603.3612
9	-1638550.7695	5733247.1503	2256808.1311
10	-1637528.0456	5733303.0516	2257421.3784
3	-1640505.5950	5732278.1439	2257837.3073
7	-1638129.3270	5732942.0343	2257880.4127
8	-1636878.1472	5733076.1588	2258453.1394
4	-1637543.3548	5732720.9114	2258863.1843
1	-1638542.1667	5732111.0902	2259676.2347

3.2.3. Đánh giá độ chính xác các ẩn số, sai số trung phương trọng số đơn vị

$$\mu = \sqrt{\frac{\phi}{n-k}}$$

ở đây: $\phi = V^T PV$

n: Là số trị đo

k: Là số ẩn số

ϕ sẽ tính theo công thức:

$$\phi = \sum_{i=1}^{k} \phi_i + b_{k+1}.\Delta x_{k+1}$$

$$\phi_i = L_i.P_i.L_i^T$$

Trong đó giá trị L_i được tính theo giá trị của toạ độ các điểm sau khi hiệu chỉnh lần I. ($\bar{X}_i = X^0_{(i)} + \Delta X_i$)

Bảng các giá trị của: ϕ_i

STT	ϕ_i	STT	ϕ_i
1	0.003173	13	0.000053
2	0.002144	14	0.004024
3	0.001931	15	0.000103
4	0.00323	16	0.000065
5	0.000045	17	0.000015
6	0.0004	18	0.000011
7	0.000261	19	0.000003
8	0.00051	20	0.00000
9	0.000364	21	0.003493
10	0.000688	22	0.000038
11	0.000049	23	0.000197
12	0.000168		

$$\sum_{i=1}^{k} \phi_i = 0.020965$$

$$b_3.\Delta x_3 = -0.000676$$

$$\phi = \sum_{i=1}^{k} \phi_i + b_3.\Delta x_3 = 0.020289$$

Vậy giá trị của sai số trung phương trọng số đơn vị là:

$$\mu = \sqrt{\frac{\phi}{n-k}} = 0.021979$$

$$(n - k = 42)$$

3.3. BÌNH SAI LƯỚI MẶT BẰNG TRÊN BỀ MẶT ELLIPSOID

3.3.1. Bình sai lưới mặt đất trên Ellipsoid

Trước khi tiến hành tính toán bình sai các đại lượng đo trên bề mặt vật lý trái đất phải đưa về mặt Ellipsoid được quy định đối với mỗi một quốc gia, các công thức cụ thể sẽ như sau:

Đối với cạnh đo S < 100km đo bằng máy điện quang, sau khi chuyển lên Ellipsoid sẽ có:

$$S_o = \sqrt{S^2 - H\left(1 - \frac{H_1 + H_2}{2R}\right) + \frac{S^3}{24R^2}}$$

Ở đây:

H_1 và H_2: Độ cao trắc địa điểm đầu và cuối của cạnh đo.

$H = H_2 - H_1$

$R = a\ (1 - 1/2e^2 \cos 2Bm)$

$a = 6378245$

$e^2 = 0{,}006693422$

(Ellipsoid Krasovski)

Khi đo bằng thước invar

$$S_0 = S - \frac{H_m}{R_m} S + \frac{H^2_m}{R^2_m} S + \frac{U_{12} + U_{21}}{2S} \Sigma\Delta h \qquad (3.20)$$

$$H_m = \frac{H_1 + H_2}{2}$$

R_m tính theo B_m U_{12} và U_{21} thành phần độ lệch dây dọi. Đối với các hướng ngang cần có các số cải chính.

$$\delta_1 = (\xi \sin A_{St} - \eta \cos A_{St}) \operatorname{cotg} Z_{St} \qquad (3.21)$$

ở đây:

ξ, η - các thành phần độ lệch dây dọi

A_{St} - phương vị trắc địa

Z_{St} - góc thiên đỉnh.

$$\delta_2 = \rho'' \frac{H_2}{Mm} - \frac{e^2}{2} \cos^2 B_2 \sin 2A_{St} \qquad (3.22)$$

$$\delta_3 = \rho'' \frac{e^2 S^2}{12N^2_m} \cos^2 B_n \sin 2A_{St} \qquad (3.23)$$

trong đó: S- độ dài đường trắc địa.

Sau khi đưa các giá trị đo được quy chiếu trên bề mặt Ellipsoid quy định (Ellipsoid thực dụng) bằng cách cộng vào trị đo các số cải chính, chúng ta sẽ thành lập hệ phương trình các số hiệu chỉnh như sau:

$$V_i = -\delta z_S + a^N_i\delta B_S + b^N_i\,\delta L_S + c^N_i\,\delta B_i + d^N_i\,\delta L_i + L_i \qquad (3.24)$$

ở đây: s - điểm đặt máy

t - điểm hướng tới

z - góc định hướng tại mỗi điểm.

Các hệ số a^N_i, b^N_i, c^N_i, d^N_i trong phương trình được xác định như sau:

$$a^N_i = \frac{M_1}{T}\sin A^{(0)}_{st}$$

$$b^N_i = \frac{N_2}{T}\cos B^{(0)}\cos A^{(0)}_{st}$$

$$c^N_i = \frac{N_2}{T}\sin A^{(0)}_{st}$$

$$d^N_i = \frac{N_2}{T}\cos B^{(0)}\cos A^{(0)}_{st}$$

$$L_i = -Z_0 - (A^{(0)}_{st} - Nst)\rho''$$

Z_0 trị gần đúng của góc định hướng.

$$T = S^{(0)}_{st}\left[1 - C^2_1\left(\frac{D^2_2}{6} - C_2\left(C_3 + \frac{C_6}{5}\right)C_3\right)\right]$$

$$F = 1 - C^2_1\frac{D^2_2}{2} - C_1(4C_3 + C_1C_2)$$

$$C_1 = \frac{S_{St}}{N_2};\; C_2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{12} + 2\left(\frac{1}{6}\cos^2 A^2_{ts} - tgB^{(0)}_t\right)$$

$$C_3 = \frac{D_2^2}{3}\iota^2 \operatorname{tg}B_2^{(0)} \cos A_{Ts}^{(0)}; \qquad N_1 = \frac{a}{D_1\sqrt{1-e^2}}$$

$$N_2 = \frac{a}{D_2\sqrt{1-e^2}} \quad ; \quad M_1 = \frac{N_1}{D_1^2} \quad ; \quad M_2 = \frac{N_2}{D_2^2}$$

$$D_1 = 1 + \iota_1^2 \ ; \ D_2 = 1 + \iota_2^2 \quad ; \quad \iota_1^2 = \frac{e^2 \cos B_1^{(0)}}{1-e^2}$$

$$\iota_2^2 = \frac{e^2 \cos B_2^{(0)}}{1-e^2}$$

Các giá trị $A_{st}^{(0)}$ và $S_{st}^{(0)}$ tìm được lời giải bài toán nghịch betxen.

Đối với góc phương vị thiên văn A_{st} trong phương trình (3.24) sẽ không có δz còn số hạng tự do.

$$\rho^A = (A_{st} - A^{(0)}{}_{st})\,\rho''.$$

Hệ số: $b^A{}_i = b^N{}_i - \sin B_s^{(0)}$

Phương trình số hiệu chỉnh đối với cạnh đo

$$v_i = a^S{}_i\delta B_S + b^S{}_i\delta L_S + c^S{}_i\,\delta B_t + d^S{}_i\delta L_t + l^S{}_i \tag{3.25}$$

ở đây: M_1 N_1 - các bán kính của Elipsoid

$$a^S{}_i = -\frac{M_1}{\rho''}\sin A_{st}^{(0)}$$

$$b^S{}_i = -\frac{N_1}{\rho''}\cos B_s^{(0)} \sin A_s^{(0)}$$

$$c^S{}_i = \frac{M_2}{\rho''}\cos A_{ts}^{(0)}$$

$$d^S{}_i = \frac{N_2}{\rho''}\cdot\cos B_i^{(0)}\ \sin A_t^{(0)}$$

$$l^S_i = S_i - S^{(0)}$$

Nếu ký hiệu vector ẩn số

$$\Delta_x = (\delta Đ_1 \ \ \delta L_1 \ \ \delta B_2 \ \ \delta L_2 \ldots \delta B_n \ \ \delta L_n).$$

Chúng ta sẽ thành lập hệ phương trình dưới dạng ma trận:

$$V = A\Delta + L. \tag{3.26}$$

Hệ phương trình chuẩn

$$R\Delta x + b = 0 \tag{3.27}$$

ở đây: $R = A^TPA; \qquad b = A^TPL.$

Nếu chúng ta bình sai trong hệ toạ độ điểm đo

$$X_i = B_i\, M_i/\rho''$$

$$Y_i = L_iN_i\cos b/\rho'' \tag{3.28}$$

thì hệ phương trình chuẩn sẽ là:

$$K.R.K^t \quad x + b = 0$$

ở đây ma trận

$$K = \begin{pmatrix} \dfrac{\rho''}{M_1} & & & \\ & \dfrac{\rho''}{N_1} & & \\ & & \dfrac{\rho''}{M_n} & \\ & & & \dfrac{\rho''}{N_n} \end{pmatrix}$$

Ma trận tương quan:

$$K_{xy} = KR^{-1}K^T. \tag{3.29}$$

3.3.2. Bình sai hỗn hợp lưới mặt đất vệ tinh

Bình sai có sử dụng số liệu quan trắc vệ tinh ΔX, ΔY, ΔZ xác định trong hệ toạ độ WGS-84.

Nếu ký hiệu m thành phần lệch tỉ lệ giữa hệ toạ độ vệ tinh và mặt đất,

$(\varepsilon_X, \varepsilon_Y, \varepsilon_Z)$ - các góc Euler, $R_0 = (X_0 \quad Y_0 \quad Z_0)$ - thành phần lệch gốc toạ độ.

$$\Delta r^S = (\ldots \Delta X_i^S \quad \Delta Y_i^S \quad \Delta Z_i^S \ldots)^T.$$

Vector của gia số toạ độ các điểm GPS là:

$$\Delta r^S\ (1+\Delta m) + A\delta r_0 - V = \Delta r^{(0)} + \delta r \tag{3.30}$$

$$\delta r = \Delta r - \Delta r^{(0)}$$

$\Delta r^{(0)}$ - tính theo toạ độ gần đúng.

Ma trận:

$$A^T = \begin{pmatrix} A_1^T & A_2^T & \ldots A_n^t \end{pmatrix} \quad ; \quad A_i = \begin{pmatrix} 0 & -\Delta Z_i & \Delta Y_i \\ \Delta Z_i & 0 & -\Delta X_i \\ -\Delta Y_i & \Delta X_i & 0 \end{pmatrix}$$

$$B = (\underset{3x3}{0} \quad \underset{3x3}{0} \quad \ldots\ldots \quad \underset{3x3}{0}) ; \quad \underset{3x3}{0} \text{ - Ma trận không} \tag{3.31}$$

$$V = \delta r - \Delta r^S \Delta m - A\delta\varepsilon + W^S \tag{3.32}$$

$$W^S = (\Delta r^{(0)} - \Delta r)$$

Vector Δr được xác định từ hệ phương trình

$$N\ (\Delta r - \Delta r^{(0)}) + b = 0$$

Vậy giải hệ (3.32) với điều kiện

$$V^T.Q^{-1}{}_{\Delta r}V + V^T N V^{*} = \min$$

Chúng ta thành lập được hệ phương trình

$$\begin{pmatrix} N & N.r^S & N.A \\ & \Delta r^t N \Delta r & \Delta r^S N.A \\ & & A^t N A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta r \\ \Delta m \\ \delta\varepsilon \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b \\ \Delta R^t b \\ A^t b \end{pmatrix} = 0 \tag{3.33}$$

Trường hợp đang xét đúng với các hệ toạ độ địa tâm. Nếu lưới mặt đất được bình sai trên Ellipsoit như phần 1 chúng ta có hệ phương trình.

$$\begin{pmatrix} K^{-1}C^TNCK^{-1} & K^{-1}CN\,r^S & K^{-1}CNA \\ & r^TN & r^TN.A \\ & & A^tNA \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \delta r_{B,L,H} \\ \Delta m \\ \delta\varepsilon \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K^{-1}Bb \\ \Delta r^tb \\ A^Tb \end{pmatrix}$$

Sau khi khử ẩn số δH_i theo phương pháp Gauss (trong vector $\delta r_{B,\,I,\,H}$ có B_i, L_i, H_i) chúng ta có hệ phương trình.

$$\begin{pmatrix} T_q & T_{q\Delta} & T_{q\varepsilon} \\ & T_{\Delta\Delta} & T_{\Delta\varepsilon} \\ & & T_{\varepsilon\varepsilon} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} q \\ \Delta \\ \delta\varepsilon \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} bq \\ b\Delta \\ b_\varepsilon \end{pmatrix} = 0 \qquad (3.34)$$

$$q = (\delta B''_1 \quad \delta I''_1 \;\ldots\; \delta B''_K \quad \delta L''_K)^T$$

k- số điểm chung của lưới mặt đất theo phương pháp Helmert mở rộng chúng ta có ma trận trong số đảo Qq đối với các điểm chung. Dễ dàng nhận thấy rằng nếu lấy số liệu gần đúng từ kết quả lưới mặt đất chúng ta có:

$$N_q.q + b = 0 \qquad (3.35)$$

ở đây vector $b = 0$

Chúng ta có hệ phương trình

$$\begin{pmatrix} T_q + N_q & T_{q\Delta} & T_{q\varepsilon} \\ & T_{\Delta\Delta} & T_{\Delta\varepsilon} \\ & & T_{\varepsilon\varepsilon} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} q \\ \Delta \\ \delta\varepsilon \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} bq \\ b\Delta \\ b\varepsilon \end{pmatrix} = 0$$

Mà vector

$$\delta\varepsilon = \begin{pmatrix} \cos\varphi_0 & \cos\lambda_0 \\ \cos\varphi_0 & \sin\lambda_0 \\ \sin\varphi_0 & \end{pmatrix}\delta A_0$$

3.4. BÌNH SAI LƯỚI TOẠ ĐỘ QUỐC GIA VIỆT NAM THEO PHƯƠNG PHÁP KHỐI ĐIỀU KHIỂN

3.4.1. Đặt vấn đề

Từ năm 1959 hệ thống toạ độ quốc gia phủ trùm miền Bắc đã bắt đầu được xây dựng. Lưới toạ độ có dạng lưới tam giác đo góc hạng I, II. Sau năm 1975 lưới tọa độ tiếp tục được phát triển ở phía Nam (1978 - 1983). Từ 1991 - 1994 đã xây dựng mạng lưới toạ độ hạng II bằng công nghệ GPS tại các khu vực Minh Hải, Sông Bé và Tây Nguyên. Ngoài ra, lưới toạ độ GPS cạnh dài cũng phủ trùm cả nước. Do vậy đã đặt ra bài toán bình sai hỗn hợp mạng lưới thiên văn - trắc địa - vệ tinh. Trong mục này sẽ trình bày cơ sở lý thuyết và các kết quả tính toán theo thuật toán bình sai khối điều khiển do tác giả đề xuất. Các thuật toán và phần mềm tương ứng đã được ứng dụng trong giai đoạn 1992 - 1994 để xử lý mạng lưới tọa độ Nhà nước với 1737 điểm tam giác hạng 1.2 và các kết quả đo cạnh Doppler, GPS. Phương pháp này cũng được áp dụng tính toán để hoàn chỉnh mạng lưới năm 1999 với Elipsoid Krasovski và WGS-84 được định vị tại Việt Nam với điểm gốc mới Noo và hệ VN 2000.

3.4.2. Thuật toán bình sai theo phương pháp khối điều khiển

Mạng lưới được chia thành k khối có các vùng chung mã số hiệu điểm được đánh số cuối cùng. Chúng ta có hệ phương trình chuẩn:

$$\left.\begin{array}{r} R_1x_1 + \ldots \qquad\qquad + R_{1,k+1}\,x_{k+1} + b_1 = 0 \\ R_2x_2 + \ldots \quad + R_{2,k+1}x_{k+1} + b_2 = 0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ R_kx_k + R_{k,k+1}x_{k+1} + b_k = 0 \\ R_{1,k+1}\,x_1 + R_{2,k+1}\,x_2 + \ldots + R_{k+1}x_{k+1} + b_{k+1} = 0 \end{array}\right\} \tag{3.36}$$

Ở đây vector x_i (i= 1,2 ... k) vector của các ẩn số của các khối i, x_{k+1} ẩn số của các điểm chung. Từ k phương trình đầu chúng ta có:

$$x_i = - R_i^{-1} R_{i,k+1}\, x_{k+1} - R_i^{-1} b_i \tag{3.37}$$

Thay thế biểu thức (3.37) vào phương trình cuối cùng của hệ (3.36) chúng ta có:

$$\bar{R}_{k+1}\, x_{k+1} + \bar{b}_{k+1} = 0 \tag{3.38}$$

Ma trận $\bar{R}_{k+1}$ được tính theo công thức:

$$\bar{R}_{k+1} = R_{k+1} - \sum_{i=1}^{k} R^t_{i,k+1}\, R_i^{-1}\, R_{i,k+1} \tag{3.39}$$

Vector số hạng tự do b_{k+1} được xác định như sau:

$$\overline{b}_{k+1} = b_{k+1} - \sum_{i=1}^{k} R^{t}_{i,k+1} \cdot 1.R_i^{-1} b_i \qquad (3.40)$$

Ma trận R_{k+1} chính là tổng R_{k+1} (i = 1,2...k). Do đó ma trận R_{k+1} trong biểu thức (3.39) có thể xác định như sau:

$$\overline{R}_{k+1} = \sum_{i=1}^{k} \overline{R}^{(i)}_{k+1} \qquad (3.41)$$

Ở đây các ma trận R_{k+1} được xác định bằng biểu thức:

$$\overline{R}_{k+1} = R^{(i)}_{k+1} - R^{T}_{i,k+1} R_i^{-1} R_{i,k+1} \qquad (3.42)$$

Kết quả giải hệ phương trình (3.38) chúng ta được vector ẩn số x_{k+1} đối với các điểm ẩn số chung cũng như ma trận trọng số đảo.

$$\overline{Q}_{k+1} = \overline{R}^{-1}_{k+1} \qquad (3.43)$$

Các khối của ma trận trọng số đảo của các vector ẩn số x_i sẽ là:

$$Q_i = R_i^{-1} + R_i^{-1} R_{i,k+1} Q_{k+1} R^{t}_{i,k+1} R_i^{-1} \qquad (3.44)$$

$$Q_{i,k+1} = - R_i^{-1} R_{i,k+1} Q_{k+1} \qquad (3.45)$$

$$Q_{i,j} = -R_i^{-1} R_{i,k+1} Q_{k+1} R_{i,k+1} R_j^{-1} \qquad (3.46)$$

Vector ẩn số x_i sau bình sai được tính theo công thức (3.37)

Trong các công thức (3.44) ; (3.45) ; (3.46) đòi hỏi phải xác định ma trận R_i^{-1} và các khối $\overline{R}_{i,k+1} = R_i^{-1} R_{i,k+1}$

Để đánh giá độ chính xác các ẩn số, hàm số phải xác định các thành phần đường chéo Q_{ij} trọng số đảo của các hàm $1/P_{fi}$.

Các bước tính toán trong phương pháp khối điều khiển như sau:

a) Trong từng khối bình sai i dựa vào vector trị gần đúng của các ẩn số $x_i^{(0)}$ chúng ta thành lập hệ phương trình.

$$R_i \Delta x_i + b_i = 0 \qquad (3.47)$$

$$\Delta x_i = - R_i^{-1} b_i \qquad (3.48)$$

Bởi vì cấu trúc của ma trận R là thưa nên chúng ta không tính Δx_i theo (3.47) mà giải theo phương pháp Choleski phân tích $R_i = T_i^{\,t} T_i$ trong đó T_i có cấu trúc như R_i.

Hệ phương trình (3.47) mà giải theo phương pháp khử ẩn Gauss có chú ý đến mặt cắt của ma trận R_i.

Sau đó xác định:

$$\tilde{x}_i = x_i^{(0)} + \Delta x_i \tag{3.49}$$

Chúng ta có vector giá trị bình sai x_i được tính như sau:

$$\begin{aligned} x_i &= x_i^{(0)} + \Delta x_i + \Delta \overline{x}_i \\ &= \tilde{x}_i + \Delta \overline{x}_i \end{aligned} \tag{3.50}$$

Ở đây vector Δx_i nhận được từ công thức.

$$\overline{\Delta x_i} = - \overline{R}_{i,k+1} \, \Delta x_{k+1} \tag{3.51}$$

Ma trận $$\overline{R}_{i,k+1} = R_i^{-1} R_{i,k+1} \tag{3.52}$$

Vector Δx_{k+1} xác định được từ giải hệ phương trình (3.38)

Việc xác định ma trận $\overline{R}_{i,k+1}$ không tính trực tiếp theo công thức (3.52) mà tính các cột $(R_{i,k+1})j$ của ma trận $R_{i,k+1}$ từ việc giải hệ phương trình

$$R_i(\overline{R}_{i,k+1})\, j - (R_{i,k+1})\, j = 0 \tag{3.53}$$

ma trận $R_{i,k+1}$ được lưu ở ổ cứng của máy tính.

b) Đánh giá độ chính xác của ẩn số và hàm số sai số trung phương trọng số đơn vị μ được tính theo công thức:

$$\mu = \sqrt{\frac{\Phi}{n-k}} \tag{3.54}$$

ở đây $\Phi = V^t P V$

n - số trị đo;

k- số ẩn số

Φ sẽ tính theo công thức

$$\Phi = L\, P\, L^t + b^t \Delta \tag{3.55}$$

Ở đây vector

$$\Delta = \begin{pmatrix} \Delta x_1 + \Delta x_1 \\ \Delta x_2 + \Delta x_2 \\ .... \\ \Delta x_k + \Delta x_k \\ \Delta x_{k+1} \end{pmatrix} ; \qquad b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ .... \\ b_k \\ b_{k+1} \end{pmatrix}$$

Có thể viết lại công thức (3.55)

$$\Phi = L_i P_i L^t_i + b^t \Delta \tag{3.56}$$

Nếu trong các khối bình sai đã tiến hành hiệu chỉnh vector các số hạng trị đo $\widetilde{L}_i$ tính theo các $\bar{x}_i$. Như vậy chúng ta có:

$$\Phi = \widetilde{L}_i P_i \widetilde{L}_i + \widetilde{b}_i^t \Delta \bar{x}_i \tag{3.57}$$

ở đây vector

$$\widetilde{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ ... \\ b_{k+1} \end{pmatrix} ; \qquad \Delta \bar{x} = \begin{pmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \\ ... \\ \bar{x}_k \\ \bar{x}_{k+1} \end{pmatrix}$$

Dễ dàng nhận thấy $L_i P_i L^t_i$ chính là Φ_i trong các khối. Vậy chúng ta có

$$\Phi = \sum_{i=1}^{k} \Phi_i + b_{k+1} \Delta_{k+1} \tag{3.58}$$

Chúng ta có công thức tính ma trận

$$Q_i = R_i^{-1} + \overline{R}_{i,k+1} Q_{k+1} \overline{R}^t_{i,k+1} \tag{3.59}$$

Bởi vì chúng ta chỉ tính các thành phần đường chéo của ma trận Q_i từ biểu thức (3.59), do đó cần phải tính $(R_i^{-1})_{ij}$. Để làm việc này chúng ta phải giải hệ phương trình.

$$R_i(R_i^{-1})_j - E_j = 0 \tag{3.60}$$

Phép giải sẽ dừng lại ở bước tính $R_i(R_i^{-1})_{jj}$.

Thành phần thứ hai trong biểu thức (3.59) được tính như sau:

$$(\overline{R}_{i,k+1})_j Q_{k+1} (\overline{R}^t_{i,k+1})^t_j$$

Để tính trọng số đảo của hàm số chúng ta áp dụng công thức:

$$\frac{1}{P_f} = fQ_if^t = fR_i^{-1}f^t + fR_i^{-1}\,R_{i,k+1}\,Q_{k+1}\,R_{i,k+1}\,.\,1R^{-1}f^t \qquad (3.61)$$

$$= (1/\overline{P}_f) + f\,\overline{R}_{i,k+1}\,Q_{k+1}\,\overline{R}^t_{i,k+1}f^t$$

ở đây $\frac{1}{\overline{P}_f} = f\,R_i^{-1}f^t$ được tính như sau:

$$\frac{1}{\overline{P}_f} = \overline{f}\,\overline{f}^T \qquad (3.62)$$

$$\overline{f} = f\,R_i^{-1}$$

được tính từ việc giải hệ phương trình

$$R_i\overline{f} - f = 0. \qquad (3.63)$$

Đối với bình sai lưới tam giác đo góc phương trình các số hiệu chỉnh của các góc đo từ điểm j đến điểm k sẽ là

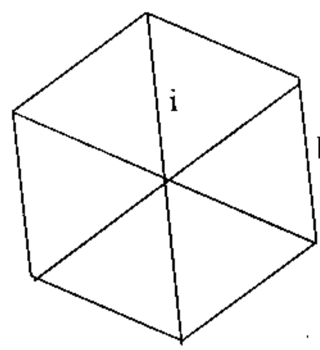
$$V_{vk} = -\,\delta\,\alpha_0 + A_j\Delta_j - A_j\Delta_k + l$$

ở đây $\delta\,\alpha_0$ - số hiệu chỉnh vào góc định hướng

$$A_j = \frac{\varphi''}{S_{ik}}(\sin\alpha_i + \cos\alpha_i)$$

$$l = \alpha^{(0)}_{jk} - \alpha_0^{(0)} - \beta_{jk}$$

- $\alpha_0^{(0)}$ - giá trị góc định hướng gần đúng
- $\alpha^{(0)}_{jk}$ - góc phương vị jk gần đúng
- S_{jk} - khoảng cách giữa điểm j và điểm k



Hình 3.3

Để áp dụng phương pháp khối điều khiển với mục đích giảm số ẩn số trong các khối bình sai chúng ta có thể khử các góc định hướng theo nguyên tắc Sreiber bằng cách đưa phương trình tổng:

$$V_j = A_\Sigma\Delta + l_\Sigma \qquad (3.64)$$

ở đây Δ - vector số hiệu chỉnh của tọa độ tất cả các điểm mà từ điểm j ngắm tới, kể cả điểm j

$$l_\Sigma = \sum_{i\in j} l_i\,.$$

Tuy nhiên đối với các điểm thuộc khối điều khiển (các điểm chung và điểm vệ tinh) các điểm ngắm tới thuộc các khối khác nhau nên không thể áp dụng nguyên tắc Sreiber.

Như vậy, trong các khối, ma trận R_i có kích thước $2n_i$ x $2n_i$ (n_i số lượng điểm cần xác định). Đối với khối điều khiển ma trận R_{k+1} có kích thước $3n_{k+1}$ x $3n_{k+1}$.

Đối với các cạnh đo phương vị thiên văn Laplac.

$$V_{kh} = A_i\Delta_k - A_i\Delta_k + l_i \tag{3.65}$$

$$A_i = \frac{\varphi''}{S_{ik}}(\sin\alpha + \cos\alpha).$$

Đối với các trị đo cạnh phương trình các số hiệu chỉnh có dạng:

$$V_i = - B_i\Delta_k + B_i\Delta_k + l_i \tag{3.66}$$

$$B_j = (\cos\alpha + \sin\alpha)$$

3.4.3. Giới thiệu hệ thống chương trình tính toán bình sai

Để thực hiện tính toán sai chúng tôi đã thành lập hệ thống chương trình tính toán trên ngôn ngữ FORTRAN - 77. Hệ thống bao gồm các mô đun khác nhau.

HA_1

MODUL 1: Chương trình kiểm tra điều kiện hình, điều kiện cực trong lưới thiên văn trắc địa.

HA_2

MODUL2: Chương trình phục vụ chia khối bình sai.

Do trong từng khối việc xử lý theo phương pháp mặt cắt của lý thuyết ma trận thưa nên phải tính được số lượng phần tử khác không để chứa trong bộ nhớ trong. Các thành phần này bao gồm các phần từ khác không của ma trận R_i đối với các ẩn số khối i và một phần R đối với các ẩn số khối điều khiển (bao gồm các điểm chung và điểm vệ tinh).

Thuật toán chia khối được dựa vào lý thuyết đồ thị. Đầu tiên chúng ta chia khối theo số lượng điểm thực nghiệm. Sau đó sẽ thực hiện các cách đánh số khác nhau.

Đối với mỗi một cách đánh số sẽ tính tổng Σ_k; nhưng chúng ta chọn cách đánh số để sao cho Σ_R là nhỏ nhất. Việc tính Σ_R sẽ theo tổng mặt cắt của phương trình chuẩn.

Như vậy chúng ta trên mỗi điểm đo sẽ thành lập mặt cắt dựa vào sự quan hệ với các điểm xung quanh. Do đó việc tính tổng các thành phần khác không chỉ dựa vào độ hình của lưới, các giá trị đo không cần sử dụng để xác định mặt cắt. Các thuật toán này cho phép chúng ta tối ưu hoá việc sử dụng bộ nhớ trong máy tính.

MODUL 3 (HA_3) : Chuyển thông tin vào từng khối theo sơ đồ vào hệ thống chung mạng lưới.

MODUL 4 (HA_4): Thành lập mặt cắt; là bước trung gian tính toán.

MODUL 5 (HA_5): Thành lập khối $R_{i,k+1}$.

MODUL 6 (HA_6): Xác định ẩn số tọa độ của lưới trắc địa.

MODUL 7 (HA_7): Đánh giá độ chính xác ẩn số.

MODUL 8 (HA_8): Đánh giá độ chính xác hàm số.

MODUL 9 (HA_9): Bình sai không gian mặt đất vệ tinh.

MODUL 10 (HA_{10}): Tính thành phần ma trận K_{xyz} phục vụ bình sai không gian.

MODUL 11 (HA_{11}): Bình sai tổng thể trong không gian. Hệ thống chương trình chia lại khối MODUL 12.

3.4.4. Bình sai tổng thể lưới thiên văn trắc địa vị vệ tinh

3.4.4.1. Các dạng trị đo trong lưới hỗn hợp:

Mạng lưới hỗn hợp thiên văn trắc địa - vệ tinh Việt Nam được xây dựng với các dạng trị đo:

- Các trị đo GPS với các "Base line" ΔX, ΔY, ΔZ trong hệ toạ độ gắn với ellipsoid WGS - 84 với các ma trận tương quan (correlation matrix) $\underset{3x3}{Q}$
- Các trị đo hướng hạng I, II
- Các trị đo cạnh (GPS cạnh ngắn, máy điện quang, thước thép)
- Các trị đo phương vị Laplac.

3.4.4.2. Tính toán chuẩn bị số liệu đưa vào bình sai tổng thể:

Số liệu đưa vào bình sai bao gồm:

Các giá trị đo hướng đã được quy chiếu lên mặt phẳng Gauss Kruger trên bề mặt Elipsoid Krasovski hoặc WGS 84 đã được định vị tại Việt Nam.

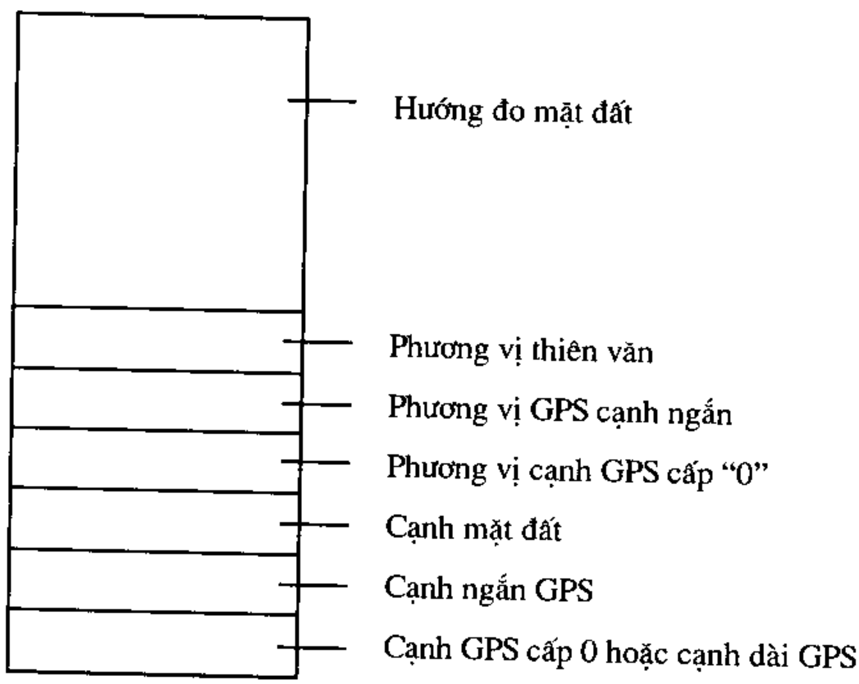
Các cạnh đáy, cạnh thuộc lưới đường chuyền Đông, Tây Nam bộ được quy chiếu lên mặt phẳng theo đúng tọa độ, độ cao sau khi định vị elipsoid.

Các góc phương vị thiên văn

Các cạnh dài và phương vị của lưới GPS cấp "0" và các lưới GPS cạnh ngắn. Để làm việc này cần.

- Bình sai lưới không gian GPS với thể bình sai cố định *l* điểm gốc hoặc bình sai tự do kết quả xác định tọa độ không gian x, y, z hoặc B, L, H của tất cả các điểm lưới cấp "0" sau đó chiếu tất cả các tọa độ bình sai x, y, z thành B, L, H và x, y theo phép chiếu Gauss, Tiến hành bình sai lại lưới mặt phẳng với S và α. Sau đó xác định ms/s và mα của tất cả các cạnh lưới cấp 0.

Cấu trúc dữ liệu của từng khối được biểu diễn trên hình 3.4



Hình 3.4

3.4.4.3. Kiểm tra và đánh giá số liệu

Các trị đo sau khi được đưa vào cơ sở dữ liệu dạng file của các khối được kiểm tra bằng Modul chương trình kiểm tra các điều kiện hình, điều kiện cực.

- Dùng chương trình đồ họa để lên sơ đồ từng khối của lưới qua đó kiểm tra sai số thô của toạ độ gần đúng.

3.4.5. Kết quả bình sai

3.4.5.1. Tính toán bình sai thử nghiệm

• *Phương án 1:* Kiểm tra kết quả bình sai năm 1994 với các số liệu đầu vào như sau:

- Elipsoid Krasovski định vị tại Việt Nam.
- Mặt phẳng chiếu: Gauss
- Điểm gốc Hà Nội
- Số khối: 9

Kết quả :

- Sai số trung phương trọng số đơn vị : M = 0,045"
- Sai số trung phương đo hướng hạng I : 0,630"
- Sai số trung phương đo hướng hạng II : 0,900"
- Sai số trung phương phương vị : 0,452"
- Sai số vị trí điểm nhỏ nhất : 0,039"
- Sai số vị trí điểm lớn nhất : 0,592"

Bảng 1:

Khối	Số lượng điểm	Số lượng hướng	Số lượng cạnh	Số lượng phương vị
1	209	1363	2 đáy	2
2	241	1325	3 đáy	4
3	193	1295	2 đáy	2
4	173	1086	1 đáy	1
5	246	1392	9 đáy	3
6	314	1736	20 đáy	3
7	194	367	300	116
8	59	0	161	161
9	107	768	38	39

Khối 9 là khối điều khiển bao gồm các điểm nằm trên đường biên giữa các khối liên quan với nhau, các điểm Doppler, GPS cạnh dài và các điểm thiên văn trùng với các điểm trên.

Điểm gốc tọa độ bình sai là điểm Đài khí tượng Láng có số hiệu 10405. Tổng số điểm tham gia bình sai là 1737 điểm, được đánh số thứ tự bình sai như sau:

Khối 1:	từ 1 đến 209
Khối 2:	từ 210 đến 450
Khối 3:	từ 451 đến 643
Khối 4:	từ 644 đến 816
Khối 5:	từ 817 đến 1062
Khối 6:	từ 1063 đến 1376
Khối 7:	từ 1377 đến 1570
Khối 8:	từ 1571 đến 1629
Khối 9:	từ 1630 đến 1737

Trọng số:

Trọng số đối với hướng hạng I
Trọng số đối với hướng hạng II (m = 1"00)

Đối với những hướng trùng giữa hạng I và hạng II (m = 0"61)

Đối với cạnh đường chuyền hạng II sử dụng m_s = 0,05 tương ứng Ms/s = 1/200000.

Những cạnh đáy thuộc lưới Thiên văn Trắc địa chọn trọng số tương ứng với Ms/s = 1/400000

Phương vị thiên văn đưa vào bình sai chọn trọng số M = 0'5 tương ứng với Quy phạm đo tam giác Nhà nước.

Các kết quả tính toán hoàn toàn trùng khớp với kết quả đã tính năm 1994.

• *Phương án 2:* Tính theo số liệu đo bổ sung năm 1998 (Sông Bé, Minh Hải, Tây Nguyên)

- Elipsoid: Krasovski
- Điểm gốc Hà Nội (10405)
- Số khối: 9

Sai số trung phương trọng số đơn vị M = 0,035"

• ***Phương án 3:***

- Elipsoid Krasovski
- Điểm gốc: N_{oo}, Hà Nội (10405)
- Số khối: 9

Sai số trung phương trọng số đơn vị M = 0,038"

3.4.5.2. Kết quả tính toán bình sai lưới thiên văn trắc địa - vệ tinh trong hệ toạ độ WGS84 được định vị tại Việt Nam

Tiến hành chia lại khối thành 8 khối (h.3.4)

Khối	Số lượng điểm	Số lượng hướng đo	Số lượng cạnh	Số lượng phương vị
1	210	1353	22	21
2	241	1625	8	13
3	193	1295	9	12
4	173	1086	7	8
5	312	1694	37	21
6	194	367	347	165
7	307	1402	211	212
8	107	766	32	41

Kết quả bình sai.

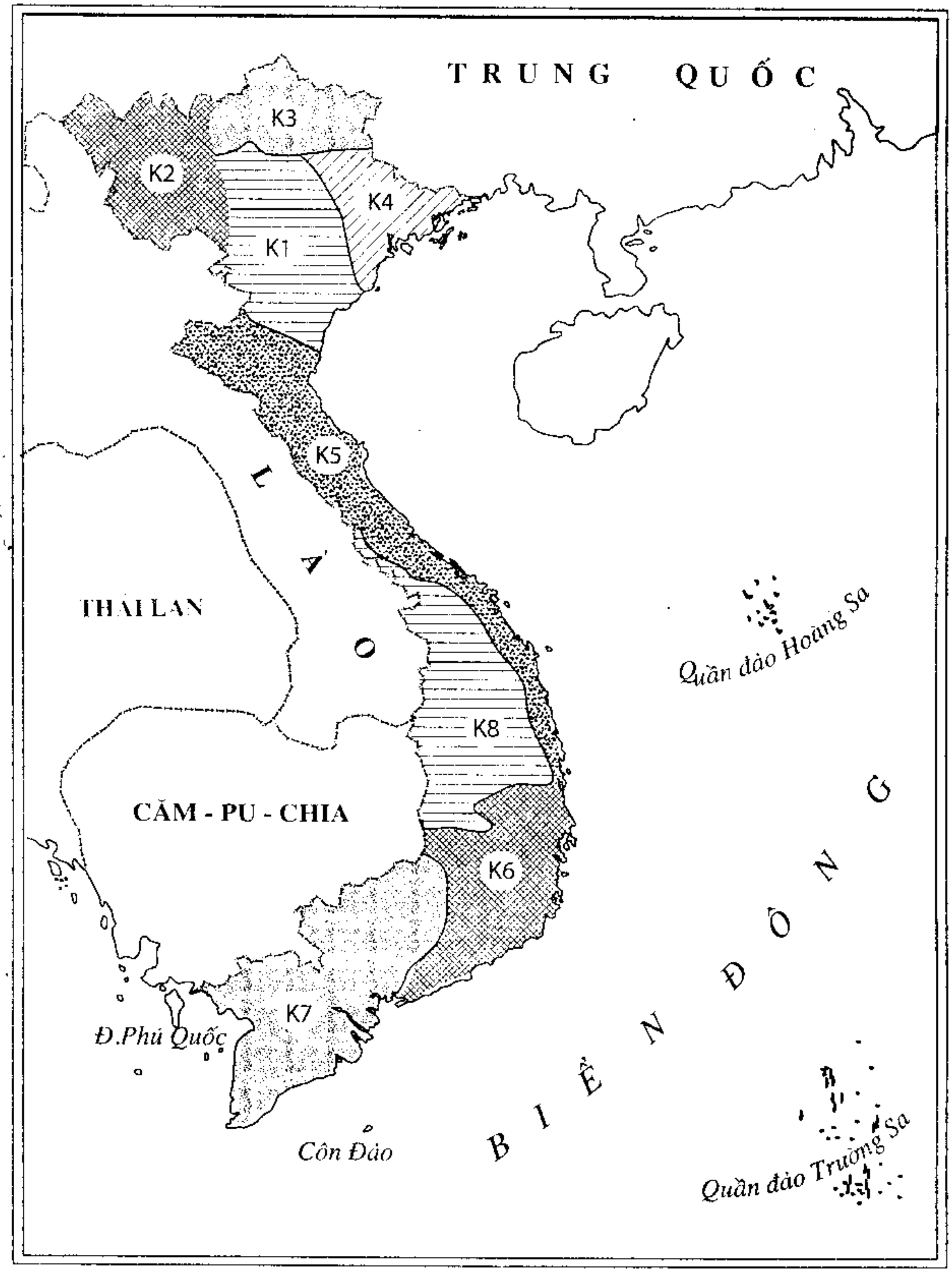
- Elipsoid: WGS - 84 định vị tại Việt Nam.

- Điểm gốc: Noo,
- Số khối: 8
- Sai số trung phương trọng số đơn vị : m = 0,035"
- Sai số trung phương đo hướng hạng I : 0,526"
- Sai số trung phương đo hướng hạng II : 0,752"
- Sai số trung phương phương vị : 0,376"

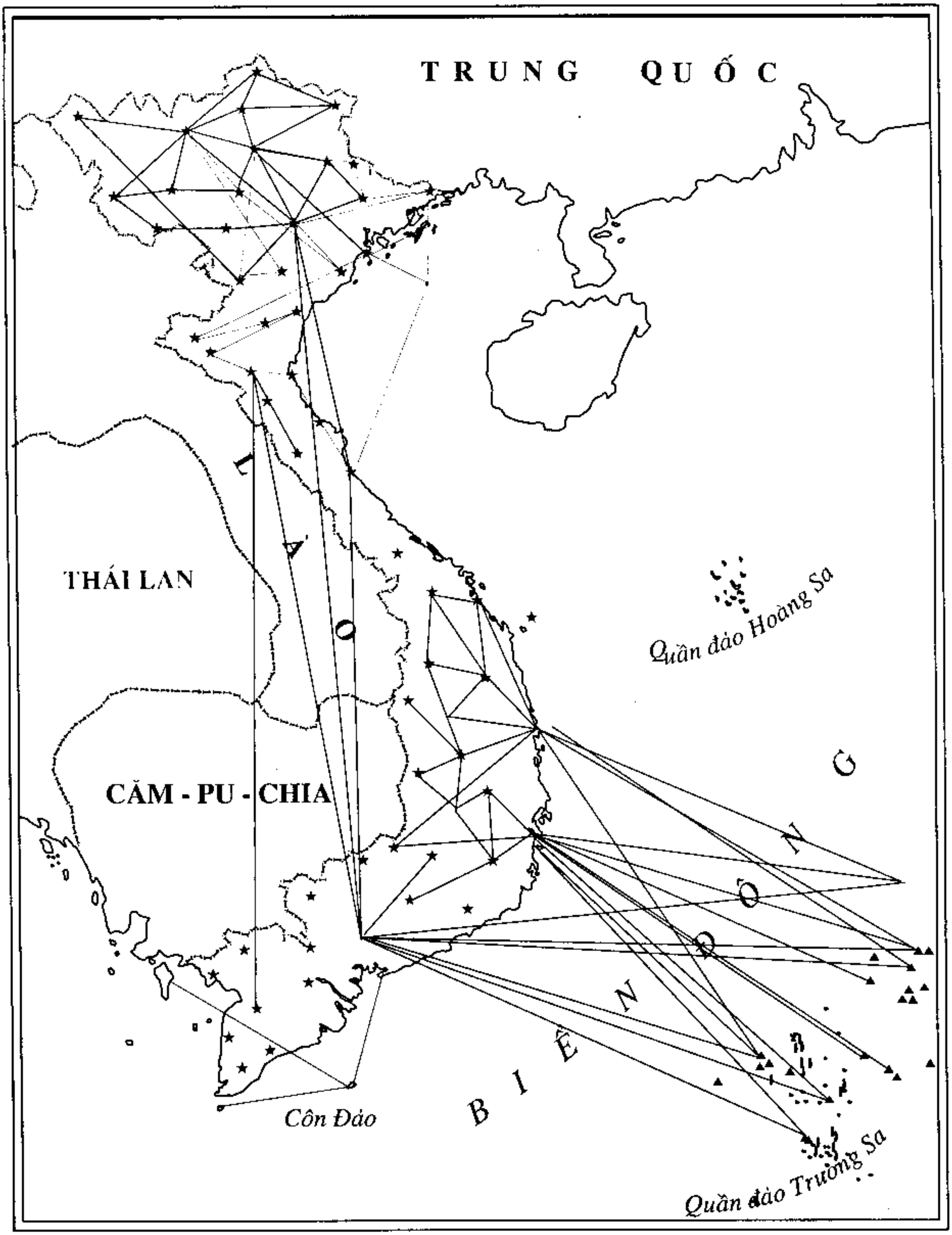
Tài liệu thành quả bình sai bao gồm:

1. Kết quả các trị đo sau bình sai
2. Kết quả tọa độ đánh giá độ chính xác vị trí điểm
3. Kết quả đánh giá độ chính xác các hàm số của lưới.

Kết quả bình sai theo phương pháp khối điều khiển là kết quả bình sai chặt chẽ với đánh giá độ chính xác vị trí điểm tất cả các điểm trong lưới cũng như các hàm số.


TRUNG QUỐC
K3
K2
K4
K1
K5
LÀO
THÁI LAN
Quần đảo Hoàng Sa
K8
CĂM - PU - CHIA
K6
BIỂN ĐÔNG
K7
Đ.Phú Quốc
Côn Đảo
Quần đảo Trường Sa

Hình 3.5


T R U N G   Q U Ố C
THÁI LAN
CĂM - PU - CHIA
L À O
Quần đảo Hoàng Sa
B I Ê N   Đ Ô N G
Côn Đảo
Quần đảo Trường Sa

Hình 3.6

3.4.6 Thuật toán biến đổi tọa độ Gauss – UTM

3.4.6.1. Thuật toán chung

Biểu diễn quan hệ của hai hệ lưới chiếu tọa độ bằng biểu thức sau :

$$x_1 = \frac{a_1x_2 + b_1y_2 + c_1}{a_3x_2 + b_3y_2 + 1} \tag{3.67}$$

$$y_1 = \frac{a_2x_2 + b_2y_2 + c_2}{a_3x_2 + b_3y_2 + 1}.$$

Trong đó : a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3, c_1, c_2 là các tham số tính chuyển.

x_1, y_1 là tọa độ tương ứng hệ tọa độ thứ 1.

x_2, y_2 là tọa độ tương ứng hệ tọa độ thứ 2.

Trong trường hợp đặc biệt $a_3 = b_3 = 0$ ta có phép tính chuyển Affin với 6 tham số tính chuyển.

Từ hàm dạng (3.67) ta thành lập phương trình số hiệu chỉnh dạng :

$$\left.\begin{aligned} Vx &= p_{1x}da_1 + p_{2x}db_1 + p_{3x}dc_1 + p_{4x}da_2 + p_{5x}db_2 + p_{6x}dc_2 + p_{7x}da_3 + p_{8x}db_3 + lx \\ Vy &= p_{1y}da_1 + p_{2y}db_1 + p_{3y}dc_1 + p_{4y}da_2 + p_{5y}db_2 + p_{6y}dc_2 + p_{7y}da_3 + p_{8y}db_3 + ly \end{aligned}\right\}$$

Với trị số : p_{4x}, p_{5x}, p_{6x}, p_{1y}, p_{2y}, p_{3y} bằng nhau và bằng không.

$$P_{1x} = P_{4y} = \frac{x_2}{a_3x_2 + b_3y_2 + 1} \; ; \; P_{2x} = P_{5y} = \frac{y_2}{a_3x_2 + b_3y_2 + 1}$$

$$P_{3x} = P_{6y} = \frac{1}{a_3x_2 + b_3y_2 + 1}$$

Với : $P_{1x} = \dfrac{\partial x_1}{\partial a_1}$; $P_{2x} = \dfrac{\partial x_1}{\partial b_1}$; $P_{3x} = \dfrac{\partial x_1}{\partial c_1}$; $P_{4x} = \dfrac{\partial x_1}{\partial a_2}$; $P_{5x} = \dfrac{\partial x_1}{\partial b_2}$; $P_{6x} = \dfrac{\partial x_1}{\partial c_2}$

$$P_{7x} = \frac{\partial x_1}{\partial a_3} = -\frac{(a_1x_2 + b_1y_2 + c_1)}{(a_3x_2 + b_3y_2 + 1)^2}x_2$$

$$P_{8x} = \frac{\partial x_1}{\partial b_3} = -\frac{(a_1x_2 + b_1y_2 + c_1)}{(a_3x_2 + b_3y_2 + 1)^2}y_2$$

$$P_{1y} = \frac{\partial y_1}{\partial a_1} \; ; \; P_{2y} = \frac{\partial y_1}{\partial b_1} \; ; \; P_{3y} = \frac{\partial y_1}{\partial c_1} \; ; \; P_{4y} = \frac{\partial y_1}{\partial a_2} \; ; \; P_{5y} = \frac{\partial y_1}{\partial b_2} \; ; \; P_{6y} = \frac{\partial y_1}{\partial c_2}$$

$$P_{7y} = \frac{\partial y_1}{\partial a_3} = -\frac{(a_1x_2 + b_1y_2 + c_1)}{(a_3x_2 + b_3y_2 + 1)^2}x_2$$

$$P_{8x} = \frac{\partial y_1}{\partial b_3} = -\frac{(a_1x_2 + b_1y_2 + c_1)}{(a_3x_2 + b_3y_2 + 1)^2}y_2$$

$$l_x = \frac{(a_1^o x_2 + b_1^o y_2 + c_1^o)}{(a_3^o x_2 + b_3^o y_2 + 1)} - x_1 \ ; \ l_y = \frac{(a_2^o x_2 + b_2^o y_2 + c_2^o)}{(a_3^o x_2 + b_3^o y_2 + 1)} - y_1$$

Trong đó : $a_1^o, b_1^o, c_1^o, a_2^o, b_2^o, b_3^o, a_3^o, c_2^o$ là trị gần đúng.

Ở dạng ma trận như sau :

$$V = A.\Delta + L$$

Trong đó : $A^T = (A_1, A_2, ..., A_n)$

$$\Delta^T = (da_1, db_1, dc_1, da_2, db_2, dc_2, da_3, db_3)$$

$$L^T = (l_1 l_2 .. l_n)$$

Với :

$$A_{i\,2\times 8} = \begin{pmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial a_1} & \frac{\partial x_1}{\partial b_1} & \frac{\partial x_1}{\partial c_1} & \frac{\partial x_1}{\partial a_2} & \frac{\partial x_1}{\partial b_2} & \frac{\partial x_1}{\partial c_2} & \frac{\partial x_1}{\partial a_3} & \frac{\partial x_1}{\partial b_3} \\ \frac{\partial y_1}{\partial a_1} & \frac{\partial y_1}{\partial b_1} & \frac{\partial y_1}{\partial c_1} & \frac{\partial y_1}{\partial a_2} & \frac{\partial y_1}{\partial b_2} & \frac{\partial y_1}{\partial c_2} & \frac{\partial y_1}{\partial a_3} & \frac{\partial y_1}{\partial b_3} \end{pmatrix}$$

Với n là số điểm chung. Hệ phương trình chuẩn lập được dưới dạng :

$$R.\Delta + b = 0 \tag{3.68}$$

với : $R_{8\times 8} = A^T A$

$$b_{8\times 1} = A^T L$$

Giải hệ phương trình (3.68) ta được $da_1, db_1, dc_1, da_2, db_2, dc_2, da_3, db_3$.

Vậy giá trị tìm được là các tham số của công thức (3.67).

$$a_1 = a^o + da_1 \qquad b_1 = b_1^o + db_1$$

$$a_2 = a_2^o + da_2 \qquad b_2 = b_2^o + db_2$$

$$a_3 = a_3^o + da_3 \qquad b_3 = b_3^o + db_3$$

$$c_1 = c_1^o + dc_1 \qquad c_2 = c_2^o + dc_2$$

Đánh giá độ chính xác của các hệ số : $m_i = M\sqrt{Q_{ii}}$; sai số trung phương của tọa độ :

$$m_{xi} = f_x Q_x f_x^T \; ; \; m_{yi} = f_y Q_x f_y^T .$$

Cần lưu ý rằng công thức này chỉ phản ánh độ chính xác trong của mô hình. Đối với độ chính xác ngoài chúng ta phải dùng các điểm kiểm tra và tính dx, dy. Để có thể xem xét bức tranh thực sự và kết luận về kết quả tính các hệ số.

3.4.6.2. Tính toán thực ngiệm

Để tính toán thực nghiệm chúng tôi đã tiến hành tính các hệ số theo 9 điểm chung của 2 hệ lưới chiếu tọa độ Gauss và UTM trong khối 1 lưới tọa độ Quốc gia (xem hình 13.4.4). Trên cơ sở các hệ số tính được theo công thức 31 tính tọa độ UTM cho các điểm kiểm tra trong 7 khối bình sai. Kết quả tính toán được trình bày ở các bảng sau :

Kết quả thử nghiệm tính các hệ số tính chuyền (theo 9 điểm chung trong khối 1)

a_1 = 1.0000155921262680000000000000000000

b_1 = .0000026862802492130110000000000000000

c_1 = 20.457283164828990000000000000000000

a_2 = .0000005976233411045949000000000000000

b_2 = 1.0000152993580150000000000000000000

c_2 = 12.265118678086070000000000000000000

a_3 = .00000000000047006091864308370000000000

b_3 = .00000000000103954448251694300000000000

Đối với các điểm chung tham gia tính hệ số

N	dx	dy
1	.00023395	−.00047128
2	−0.00042248	−.00082508
3	−.00067151	.00023844
4	−.00035115	.00019826
5	.00027452	−.00063893
6	−.00093820	.00021842
7	.00044372	−.00068631
8	.00056161	−.00018666
9	.00037180	−.00009481

Kết quả tính dx, dy đối với các điểm kiểm tra trong 7 khối

No khối	Dx Dy
1	−.03880376 .10030093
2	.01447129 −.04179915
3	.02274047 −.02533066
4	−.04020329 .02726485
5	.00691275 .19420457
6	−.03953590 .19324160
7	.45994507 .25047661

Các tính toán này cho phép đánh giá sự tin cậy của thuật toán.

3.5. XÁC ĐỊNH CÁC THAM SỐ TÍNH CHUYỂN TỌA ĐỘ TRONG BÌNH SAI HỖN HỢP LƯỚI KHÔNG GIAN MẶT ĐẤT VỆ TINH

Giả sử chúng ta có r_t và r_s là vector tọa độ của các điểm chúng lưới mặt đất và vệ tinh. Chúng ta có hệ phương trình số hiệu chỉnh và phương trình liên hệ sau :

$$\left.\begin{aligned} V_t &= r_t \text{ ; ma trận trọng số } P_t \\ V_s &= r_s \text{ ; ma trận trọng số } P_s \end{aligned}\right\} \tag{3.69}$$

$$r_s + G_s U_{st} - R_t = 0 \tag{3.70}$$

Ở đây :

P_t, P_s - ma trận trọng số của các tọa độ ε mặt đất và vệ tinh

U – vector của các tham số tính chuyển

$U^t = (X_o \quad Y_o \quad Z_o \quad \varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \varepsilon_z \quad m)^t$

G_s – ma trận được xác định theo công thức sau :

$$G_s = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -Zs & Ys & Xs \\ 0 & 1 & 0 & Zs & 0 & Xs & Ys \\ 0 & 0 & 1 & -Ys & Xs & 0 & Zs \end{pmatrix} \tag{3.71}$$

Từ hệ phương trình (3.70) chúng ta có :

$$V = -\delta r_t + G_s \delta U_{st} + L$$

Vector L được xác định như sau :

$$L = r_s + G_s U^{(o)} st - r_t \tag{3.72}$$

Hệ phương trình (3.72) có thể viết lại như sau :

$$(-EG_s)\begin{pmatrix} \delta r_t \\ \delta U_{st} \end{pmatrix} + L = V \, .$$

(3.73)

Ở đây E ma trận đơn vị. Các ma trận trọng số P_t và P_s có thể xác định như sau :

$$P_t = Q_t^{-1} = R_t \tag{3.74}$$

$$P_s = Q_s^{-1} = R_s$$

Từ (3.69), (3.70), (3.74) chúng ta được công thức :

$$\left(\begin{array}{c|c} R_s + R_t & -R_sG_s \\ \hline -G_s^tR_s & G_s^tR_sG_s \end{array}\right)\begin{pmatrix}\delta rt \\ \delta Ust\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}-R_sL \\ G_s^tT_sL\end{pmatrix} = 0 \qquad (3.75)$$

Ma trận R_t có thể xác định từ biểu thức :

$$R_t = R^{-1}xyz.$$

Ở đây ma trận tương quan :

$$K_{xyz} = C.K.T.K^t.C \qquad (3.76)$$

$$C = \begin{pmatrix} C_1 & & \\ & C_2 & \\ \dots & \dots & \dots \\ & & C_n \end{pmatrix}$$

$$C_i = \begin{pmatrix} -\sin B_i \cos L_i & -\sin L_i & \cos B_i \cos L_i \\ -\sin L_i & \cos L_i & 0 \\ \cos B_i \cos L_i & \cos B_i \cos L_i & \sin B_i \end{pmatrix}$$

$$K = \begin{pmatrix} K_1 & & \\ & K_2 & \\ \dots & \dots & \dots \\ & & K_n \end{pmatrix} \quad K_i = \begin{pmatrix} \frac{M_t + H_i}{M_i} & & \\ \dots & \dots & \dots \\ & \frac{N_i + H_i}{N_i} & \\ & & 1 \end{pmatrix}$$

B_i , L_i tọa độ trắc địa

$$T = \begin{pmatrix} T_1 & & \\ & T_2 & \\ \dots & \dots & \dots \\ & & T_n \end{pmatrix} \quad ; \quad T = \begin{pmatrix} m_{x_2}^2 & m_{xy} & 0 \\ & m_{y_i}^2 & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ & & m_{H_i}^2 \end{pmatrix}$$

m_{xi} , m_{yi} - được lấy từ kết quả bình sai lưới mặt bằng

$m^2H = m^2h + m^2$ - được lấy từ kết quả độ cao lượng giác, hình học và tính dị thường độ cao.

Sau khi thực hiện tính toán theo (3.75) chúng ta có các tham số tính chuyển được chính xác hóa.

$$(X_o \quad Y_o \quad Z_o \quad \varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \varepsilon_z \quad m)$$

giữa hệ tọa độ Nhà nước và hệ WGS-84.

3.6. BÌNH SAI LƯỚI TRẮC ĐỊA TỰ DO VỚI SỐ LƯỢNG ẨN SỐ LỚN THEO PHƯƠNG PHÁP KHỐI ĐIỀU KHIỂN

3.6.1. Cơ sở lý thuyết của thuật toán

Để tính toán bình sai lưới tự do một nhiệm vụ quan trọng là xác định ma trận giả nghịch đảo tổng quát thoả mãn các tính chất Moore - Penzora.

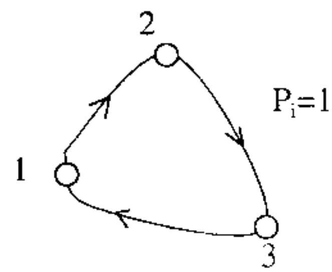
$$R^{-} = (R + CC^{T})^{-1} - TT^{T} \tag{3.77}$$

Ở đây R là ma trận hệ số của hệ phương trình chuẩn $R\Delta x + b = 0$

C là ma trận được xác định từ các khối B_i - ma trận Helmert

Đối với các ví dụ lưới thuỷ chuẩn tự do (Hình 3.7) với bài toán xác định R^{+}- ma trận giả nghịch đảo tổng quát chính, ma trận

$$C = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$



Hình 3.7

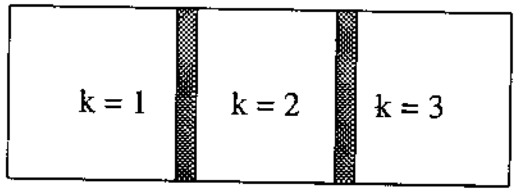
$$R = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ & 2 & -1 \\ & & 2 \end{pmatrix} \quad ; \quad T = B(C^{T}B)^{-1}$$

Từ công thức (3.77) ta dễ dàng nhận thấy rằng dù lưới trắc địa có đồ hình lưới bất kỳ cấu trúc ma trận $(R + CC^{T})$ sẽ là ma trận đầy.

Do đó việc tính toán bình sai đối với mạng lưới lớn thì sẽ gặp khó khăn, và trong nhiều trường hợp không thể giải quyết được. Ma trận R^{-} có thể xác định từ biểu thức sau [1].

$$R_c^{-1} = \begin{pmatrix} R & C \\ C^{T} & 0 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} R^{-} & T \\ T^{T} & 0 \end{pmatrix} \tag{3.78}$$

Dễ dàng nhận thấy rằng ma trận R_c trong biểu thức (3.78) cũng là ma trận đầy. Do đó cũng không sử dụng tính thưa của ma trận.R.



Hình 3.8

Chúng ta xem xét cơ sở của thuật toán như sau

Giả sử lưới trắc địa được chia thành s khối với khối điều khiển (s + 1). Từ hệ phương trình chuẩn

$$\begin{pmatrix} R & C \\ C^T & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \Delta x \\ k \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} b \\ 0 \end{pmatrix}=0 \qquad (3.79)$$

Chúng ta có thể viết lại như sau

$$\left(\begin{array}{cc|cc} R_1 & & R_{1S+1} & C_1 \\ & R_2 & R_{2S+1} & C_2 \\ \hline & & R_{S+1} & C_{S+1} \\ & & & 0 \end{array}\right)\begin{pmatrix} \delta x_1 \\ \hline \delta x_{S+1} \\ k \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} b_1 \\ \hline b_{S+1} \\ 0 \end{pmatrix}=0 \qquad (3.80)$$

Ký hiệu

$$R_0=\begin{pmatrix} R_{S+1} & C_{S+1} \\ C^T_{S+1} & 0 \end{pmatrix};\quad R_{i0}=(R_{i,S+1}\ \ C_i)\quad;\quad i=1,2,3.....S \qquad (3.80a)$$

$$\delta x_0=\begin{pmatrix} \delta x_{S+1} \\ k \end{pmatrix}\quad;\qquad b_0=\begin{pmatrix} b_{S+1} \\ 0 \end{pmatrix}$$

Chúng ta có hệ phương trình

$$\left.\begin{array}{l} R_1\delta x_1 \ + \ R_{10}\delta_{X0}+b_1=0 \\ t_{1x}\ t_1 \\ \\ R_2\delta x_2 \ + R_{20}\delta_{X0}+b_2=0 \\ t_{2x}\ t_2 \\ .... \\ R^T_{10}\delta x_0 .....+R_0\delta_{X0}+b_0=0 \end{array}\right\} \qquad (3.81)$$

Hệ phương trình (3.81) tương tự như hệ phương trình chuẩn trong phương pháp Helmert và khi thế vector $\delta_{x_i} = - R_i^{-1}(R_{i,0}\delta x_0 + b_0)$ vào phương trình cuối của (5) chúng ta có hệ phương trình tổng:

$$\overline{R}_0\,\delta x_0 + \overline{b}_0 = 0 \tag{3.82}$$

ở đây

$$\overline{R}_0 = R_0 - \sum_{i=1}^{S} R^T_{i,o}\, R^{-1}_i R_{i,o} \tag{3.83}$$

$$\overline{b}_0 = b_0 - \sum_{i=1}^{S} R^T_{i,o}\, R^{-1}_i b_i \tag{3.84}$$

Trên cơ sở ký hiệu (3.80a) và (3.83),(3.84) chúng ta có

$$\overline{R}_0 = \left(\begin{array}{c|c} \overline{R}_{S+1} & \overline{R}_{0c} \\ \hline \overline{R}^T_{cc} & \overline{R}_{cc} \end{array}\right) \tag{3.85}$$

$$\overline{b}_0 = \begin{pmatrix} b^{+1}_{S+1} - \sum\limits_{i=1}^{S} R^T_{i,S+1} R_i^{-1} bi \\ -\sum\limits_{i=1}^{S} C_i^T R_i^{-1} bi \end{pmatrix} \tag{3.86}$$

ở đây:

$$\overline{R}_{s+1} = R_{s+1} - \sum_{i=1}^{s} R^t{}_{i,s+1} R^{-1}{}_i \,.\, R_{i,s+1} \tag{3.87}$$

$$\overline{R}_{OC} = C_{s+1} - \sum_{i=1}^{s} R^t{}_{i,s+1} R^{-1}{}_i \,.\, C_i \tag{3.88}$$

$$\overline{R}_{CC} = - \sum_{i=1}^{s} C^t{}_i \; R^{-1}{}_i \,.\, C_i \tag{3.89}$$

Nếu chúng ta biểu diễn ma trận R^{-} dưới dạng khối

$$R^{-} = \begin{pmatrix} R^{-}_{11} & R^{-}_{12} & R^{-}_{13} \\ & R^{-}_{22} & R^{-}_{2S} \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots \\ & & R^{-}_{SS} \end{pmatrix} \tag{3.90}$$

Để đánh giá độ chính xác sau bình sai chúng ta chỉ cần tính

$$R^{-}_{ii} \quad (i = 1,2,\ldots,s)$$

Theo công thức của phương pháp khối điều khiển

$$R^{-}_{ii} = R^{-1}_{i} + R^{-1}_{i} R_{i0} R^{-1}_{0} R^{-T}_{i0} R^{-1}_{i} \tag{3.91}$$

Hay ký hiệu

$$\overline{R}_{i0} = R^{-1}_{i} R_{i0} \tag{3.92}$$

Chúng ta có công thức sau

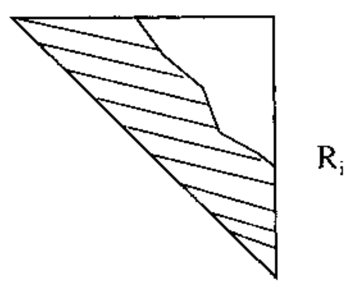
$$R^{-}_{ii} = R^{-1}_{i} + \overline{R}_{i0} R^{-1}_{0} \overline{R}^{T}_{i0} \tag{3.93}$$

Các ẩn số được xác định như sau

$$\delta_{Xi} = - R^{-1}_{i} bi - \overline{R}_{i,o} \delta X_{o} \tag{3.94}$$

$$(i = 1,2,\ldots,S)$$

Cần lưu ý rằng trong công thức (3.91) và (3.94) đều sử dụng tính chất ma trận thưa của R_i. Để tính ma trận nghịch đảo R^{-1}_{i} chúng ta áp dụng phương pháp GanZen với cấu trúc ma trận R_i như hình 3.9.

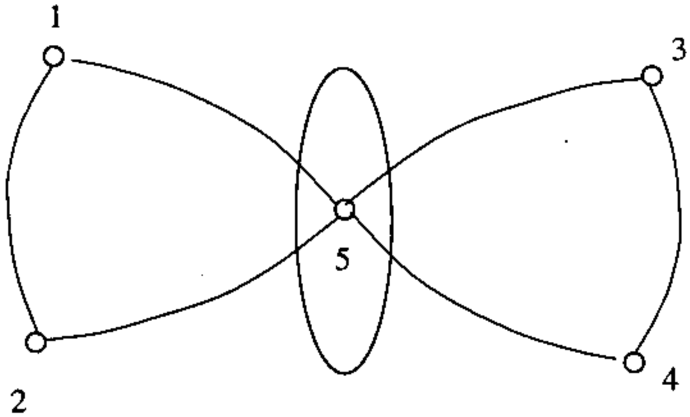


Hình 3.9

3.6.2. Ví dụ tính toán

Để minh hoạ cho lý thuyết đã trình bầy ở phần (3.6.1) chúng ta xem xét ví dụ bình sai lưới thuỷ chuẩn được biểu diễn ở phần hình vẽ 3.10. Giả sử chúng ta cần phải tính ma trận giả nghịch đảo chính R^{+}. Ma trận .

$$C = B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$



Hình 3.10

Ma trận R_c

$$\left(\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|}
\hline
2 & -1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\
\hline
 & 2 & 0 & 0 & -1 & 1 \\
\hline
 & & 2 & -1 & -1 & 1 \\
\hline
 & & & 2 & -1 & 1 \\
\hline
 & & & & 4 & 1 \\
\hline
 & & & & 1 & 0 \\
\hline
\end{array}\right) R_0$$

Ma trận $R_1 = R_2 = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ & 2 \end{pmatrix}$; ma trận $R_0 = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

$$R_1^{-} = R_2^{-} = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ & 2 \end{pmatrix}$$

Theo các công thức (3.85) - (3.87) chúng ta có

$$\overline{R}_0 = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}$$

$$\overline{R}_0^{-1} = \frac{1}{25}\begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\overline{R}_{i,0} = R_I^{-1} R_{i,0} = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} -3 & 3 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\overline{R}_{i,0}\overline{Q}_0\overline{R}_{i,0}^T = \frac{1}{25}\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{25}\begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 1 & -5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{25}\begin{pmatrix} -6 & -6 \\ -6 & -6 \end{pmatrix}$$

$$= -\frac{6}{25}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Theo công thức (3.94) chúng ta có

$$R_{11}^{-} = R_{22}^{-} = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + \frac{1}{25}\begin{pmatrix} -6 & -6 \\ -6 & -6 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{75}\begin{pmatrix} 32 & 7 \\ 7 & 32 \end{pmatrix}$$

Các kết quả tính toán đã kiểm chứng lý thuyết và trùng hợp với kết quả tính theo các phương pháp khác [1], với đặc điểm là chỉ phải giải các hệ phương trình tuyến tính. $R_i\Delta + B_i = 0$ với k_i phương trình và ma trận thưa R_i với các vectơ các số hạng tự do B_i khác nhau (tuỳ thuộc việc tính R^{-} theo (3.91) hoặc giải nghiệm theo (3.94)

Chúng ta đã xem xét một phương pháp mới bình sai lưới tự do trên cơ sở chia khối và sử lý tính được tính thưa của các ma trận hệ số R_i trong các khối. Ưu việt của phương pháp này so với tất cả các phương pháp đã biết là khả năng bình sai được mạng lưới lớn do chúng ta chỉ làm việc với các ma trận khối R_i. ẩn số được xác định trong các khối và hiệu chỉnh cuối cùng theo công thức (3.94). Với các máy tính PC Penltium chúng ta có thể bình sai lưới mặt bằng với khoảng 2000 điểm và xác định Δx, Qx, và Q_f của các hàm số .

CHƯƠNG IV

MỘT SỐ VẤN ĐỀ CỦA PHƯƠNG PHÁP TÍNH VÀ TỐI ƯU HOÁ TÍNH TOÁN

4.1. THUẬT TOÁN GAUSS GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH CHUẨN VÀ ĐẢO MA TRẬN

Để bình sai các mạng lưới trắc địa theo phương pháp gián tiếp chúng ta phải giải hệ phương trình:

$$Rx + b = 0 \tag{4.1}$$

ở đây $R = A^TPA$ và $b = A^TPb$

Trong các tài liệu kinh điển ma trận R và vector b được biểu diễn dưới dạng:

$$R = \begin{Bmatrix} [paa] & [pab] \ldots & [pag] \\ [pba] & [pbb] & [pbg] \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ [pag] & [pbg] & [pgg] \end{Bmatrix} \tag{4.2}$$

$$b = \begin{Bmatrix} [pal] \\ [pbl] \\ \ldots \\ [pbl] \end{Bmatrix} \tag{4.3}$$

Ma trận trọng số P trong trường hợp các trị đo phụ thuộc sẽ có dạng đầy đủ. Khi đó ma trận R không thể biểu diễn ở dạng (4.2).

Trong trường hợp chung R và b có dạng:

$$R = \begin{Bmatrix} R_{11} & R_{12} \ldots R_{1K} \\ R_{21} & R_{22} \ldots R_{2K} \\ \ldots & \ldots \\ R_{K1} & R_{K2} \ldots R_{KK} \end{Bmatrix} \quad ; \quad b = \begin{Bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \ldots \\ b_k \end{Bmatrix} \tag{4.4}$$

Phương pháp Gauss là một trong những phương pháp thông dụng nhất để giải hệ phương trình $Rx + b = 0$ với ma trận đối xứng R; ma trận R được phân tích thành tích của 2 ma trận tam giác:

$$R = T_1\,T_2 \tag{4.5}$$

ở đây:

$$T_1 = \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \dfrac{R_{12}}{R_{11}} & 1 & 0 \\ \dfrac{R_{1k}}{R_{11}} & \dfrac{R_{2k}}{[R_{22}.1]} & 1 \end{Bmatrix} \tag{4.6}$$

$$T_2 = \begin{Bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{1k} & \\ 0 & [R_{22}.1] & & [R_{2k}.1] \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & & & [R_{kk}.\,(k-1)] \end{Bmatrix} \tag{4.7}$$

Như vậy, để giải hệ phương trình $Rx + b = 0$ chúng ta có thể thực hiện:

$$T_1 y = -b \qquad ; \qquad T_2 x = y \tag{4.8}$$

Các thành phần ma trận T_2 được gọi là thuật toán Gauss. Thuật toán Gauss được biểu diễn dưới dạng tổng quát sau:

$$[R_{22}\,.\,1] = R_{22} - \frac{R_{12}.R_{12}}{R_{11}}$$

$$[R_{23}\,.\,1] = R_{23} - \frac{R_{12}.R_{13}}{R_{11}}$$

$$[R_{gs}\,.\,(g-1)] = Rgs - \frac{R_1g\;R_1s}{R_{11}} - \frac{[R_2g.1]\;[R_2s.\,1]}{[R_{22}.1]} \tag{4.9}$$

Vector y trong (4.8) được tính:

$$Y = -\begin{Bmatrix} b_1 \\ [b_2.1] \\ [b_k.\,(k-1)] \end{Bmatrix} \tag{4.10}$$

Ở đây:

$$[b_2 . 1] = b_2 = \frac{R_{12}\ b_1}{R_{11}}$$

$$[b_3 . 1] = b_3 = \frac{R_{13}\ b_1}{R_{11}} - \frac{[R_{23} . 1]\,[b_2 . 1]}{[R_{22} . 1]}$$

Để tính ma trận đảo $Q = R^{-1}$ chúng ta phải giải các hệ phương trình:

$$RQ_j = E_j \tag{4.11}$$

Ở đây:

$$E_j = \begin{pmatrix} 0 \\ : \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{4.12}$$

4.2. PHƯƠNG PHÁP CĂN BẬC 2 (CHOLESKI)

Ở đây:

$$T = \begin{pmatrix} \sqrt{R_{11}} & \dfrac{R_{12}}{\sqrt{R_{11}}} & \dfrac{R_{1k}}{\sqrt{R_{11}}} \\ & \sqrt{[R_{22}.1]} & \dfrac{R_{2k}}{\sqrt{[R_{22}.1]}} \\ & & \sqrt{R_{kk}.(k+1)} \end{pmatrix} \tag{4.13}$$

và giải các hệ phương trình:

$$Tz = -b \tag{4.14}$$

$$Tx = y. \tag{4.15}$$

4.3. GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH CHUẨN VỚI MA TRẬN THƯA R

Hệ phương trình chuẩn $R_{AX} + b = 0$, với ma trận R được gọi là ma trận có cấu trúc thưa, nếu số lượng các số 0; M (0) lớn hơn, về bậc, số lượng các phần tử khác 0;L (0)

$$M(0) \geq 10\ k.L.(0)$$

trong đó $k > 1$ (4.16)

Các phương pháp lưu và giải hệ phương trình với ma trận thưa R: Phương pháp băng, phương pháp mặt cắt, phương pháp ma trận thưa tổng quát, phương pháp tổ hợp cây, phương pháp mặt cắt song song, phương pháp mặt cắt lồng.

Quá trình tính toán bao gồm:

- Sắp xếp lại ma trận R
- Phân bố bộ nhớ
- Phân tích ma trận
- Giải các hệ phương trình tam giác.

Chúng ta xem xét phương pháp mặt cắt và phương pháp băng.

Bộ nhớ sử dụng để lưu ma trận thưa được chia thành 2 phần: Bộ nhớ cơ bản và bộ nhớ xung. Bộ nhớ cơ bản gồm các hệ số, bộ nhớ bổ xung lưu các chỉ số và các thông tin cần thiết khác.

Sắp xếp lại ma trận R. Thuật toán sắp xếp lại ma trận đánh số điểm do King đề xuất cho phép tối ưu hoá sơ đồ lưu theo phương pháp mặt cắt theo thứ tự:

Bước 1: Xác định (chọn) nút ngoại biên giả r và gán $x_1 = r$.

Bước 2: Với i = 1, ..., N-1 xác định nút y (-Adj $(X_1...X_i)$) đối với nó giá trị:

$$\text{Adj}\,(X_1...X_i, y) = \text{Min}$$

Bước 3: Sắp xếp Kinh được chọn là $x_1, x_2..., x_n$

Sơ đồ lưu trong phương pháp băng. Ma trận cấp N với các phần tử r_{ij} được lưu theo dòng i, trong đó i = 1,2...N nếu đặt:

$$F_i\,(R) = \min\,(j, r_{ij} \neq 0)$$

Và:

$$\beta_i(R) = f_i\,(R)$$

Trong đó $\beta_i(R)$ là chỉ số cột của phần tử khác không đầu tiên của hàng i của R. Ngoài ra:

$$F_i\,(R) \leq i; \quad \beta_i\,(R) \geq 0$$

Độ rộng của băng R được xác định là:

$$\beta(R) = \max\,(\beta_i(R),\ 1 \leq i \leq N) = \max$$

Như vậy độ rộng của băng được xác định như sau:

$$\text{Band }(R) = \{\{i, j\}, 0 \le i - j \le \beta(R)\}$$

Số phép tính cần thực hiện để phân tích

$$\frac{1}{2}\beta\ (\beta + 3)N - \frac{\beta}{3} - \beta^2 - \frac{2}{3}\beta.$$

Số phép tính cần thực hiện để giải hệ phương trình tam giác:

$$2\beta\ (\beta + 1)\ N - \beta\ (\beta + 1).$$

Việc đánh số được thực hiện sao cho băng có độ rộng bé nhất. Các phần tử khác không ngoài đường chéo của R tạo nên băng Band (R), cùng với các phần tử đường chéo chính được lưu ở dạng cột trong một mảng chữ nhật với kích thước N. (β (R) +1). Ưu điểm của phương pháp lưu này là sơ đồ đơn giản và đạt hiệu quả cao trong trường hợp $\beta_i(R)$ thay đổi không lớn theo i.

Sơ đồ lưu trong phương pháp mặt cắt: Sự thay đổi β_i (R) được coi như hàm biến i. Viền R ký hiệu ENV(R), được xác định như sau:

$$\text{ENV }(R) = \{(I, J),\ 0 \le I - J \le = \beta(R)\}$$

Giá trị/ ENV (R) được gọi là mặt cắt hoặc kích thước viền R.

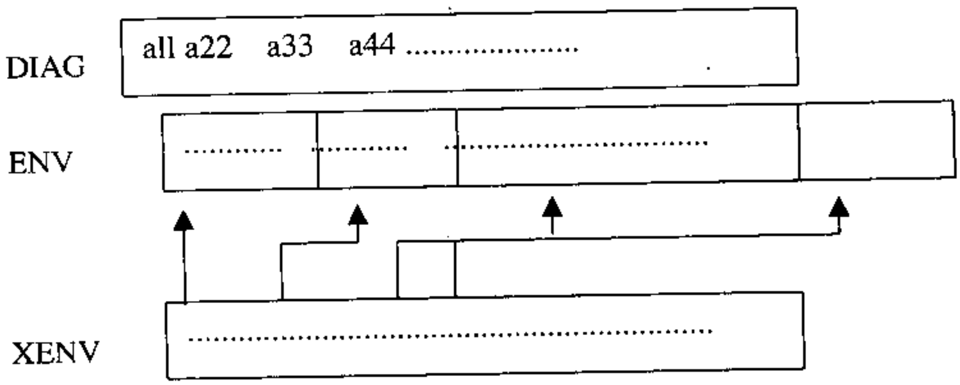
$$/\text{ENV}(R) = \sum_{i=1}^{N} \beta_i(R).$$

Các mặt cắt dòng bố trí theo thứ tự trong mảng một chiều (ENV). Các phần tử trên đường chéo chính được bố trí trong một vector (DIAG). Để nhận biết điểm đầu khối các phần tử khác không của hàng ta sử dụng mảng một chiều kích thước N + 1 (XENV). Vector chỉ số XENV cho phép hướng tới các phần tử khác không bất kỳ của mảng, ánh xạ ENV (R) đến tập hợp (1,2... /ENV (R) !) được xác định như sau:

$$(i, j \rightarrow \text{XENV }(i + 1) - i - j)$$

Liên hệ giữa các khối thông tin được biểu diễn theo sơ đồ:

SƠ ĐỒ



Sơ đồ lưu ma trận thưa theo phương pháp mặt cắt phân tích ma trận.

Biểu diễn ma trận A dưới dạng sau:

$$A = \begin{pmatrix} M & u \\ U^T & s \end{pmatrix} \tag{4.17}$$

Trong đó ma trận khối M cấp N−1 coi như đã được phân tích. Như vậy R được biểu diễn dưới dạng:

$$R = \begin{pmatrix} L & O \\ W^t & t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L^T & M \\ O & t \end{pmatrix} \tag{4.18}$$

Trong đó:

$$W = TM^{-1}\,U, \quad \text{và } t = \left(S - W^T W \right)^{1/2}$$

Ma trận M được phân tích thành tích $I_M L_M{}^T$. Do đó ta có sơ đồ sau đây:

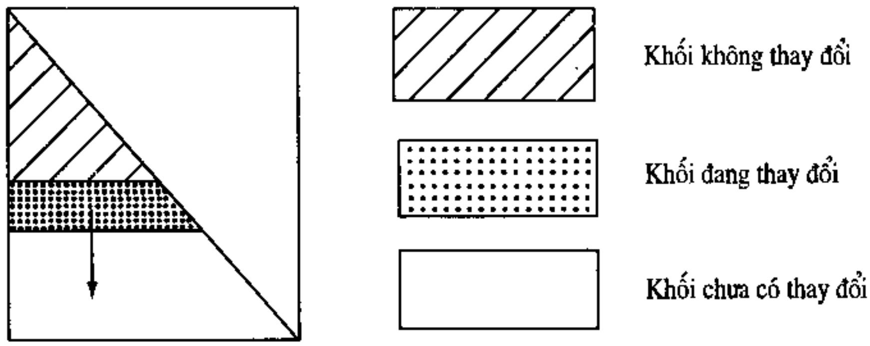
Với i = 1, 2, 3..., N giải hệ:

$$\begin{pmatrix} l_{i,1} & O \\ l_{i-1,1} & l_{i-1,i-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_{i,1} \\ l_{i,\,i-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{i,1} \\ r_{i,\,i-1} \end{pmatrix} \tag{4.19}$$

Tính $l_{i,i}$

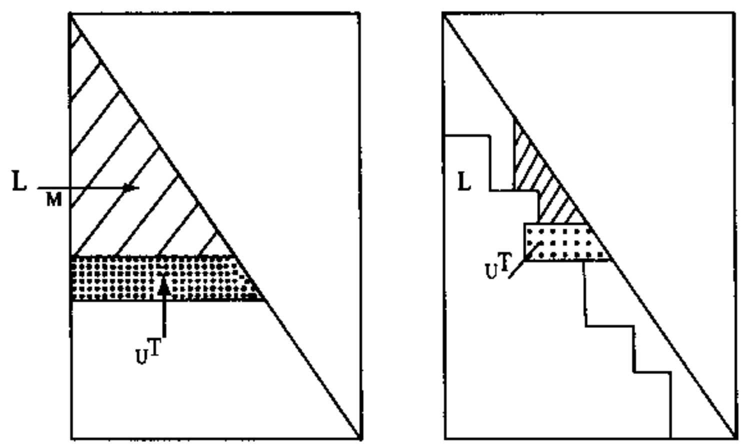
$$l_{i,i} = \left[r_{i,i} - \sum_{k=1}^{i-1} l_{i,k}^2 \right]^2 \tag{4.19a}$$

Các cột của L được tính tuần tự



Sơ đồ phân tích theo phương pháp ghép ma trận

Sử dụng độ thưa của ma trận được thể hiện trên sơ đồ sau

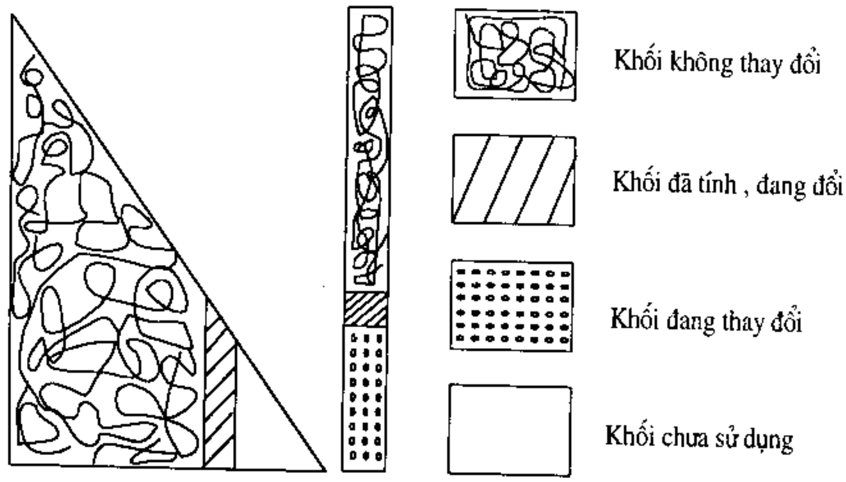


Sơ đồ sử dụng độ thưa khi phân tích ma trận

Giải hệ phương trình tam giác. Tam giác dưới được giải theo sơ đồ tích vô hướng:

i = 1, 2, 3..., N

$$x_i = b_i - \frac{\sum_{k=1}^{i-1} t_{i_k} x_k}{t_{ii}} \tag{4.20}$$



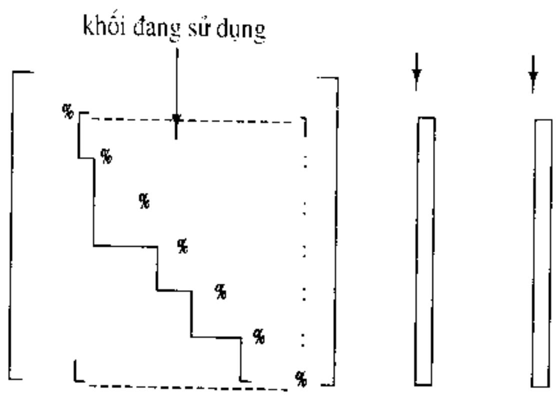
Thứ tự giải hệ phương trình tam giác dưới theo phương pháp tích vô hướng.

Hệ phương trình tam giác trên được giải theo phương pháp sơ đồ các phép tính ngoài.

I = 1, 2, 3,..., N

$$x_i = b_i/t_{ii} \begin{pmatrix} b_{i+1} \\ \cdots\cdots \\ b_N \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} b_{i+1} \\ \cdots\cdots \\ b_N \end{pmatrix} - X_i \begin{pmatrix} t_{i+1,i} \\ \cdots\cdots \\ t_{N,i} \end{pmatrix} \qquad (4.21)$$

Sử dụng đặc tính thưa của ma trận được thể hiện trong sơ đồ dưới đây



Sơ đồ sử dụng độ thưa của ma trận

4.4. THUẬT TOÁN GAUSS ĐỂ GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH CÓ CẤU TRÚC KHỐI

Giả sử chúng ta cần phải giải hệ phương trình chuẩn Rx + b= 0 với ma trận R có cấu trúc:

$$R = \begin{pmatrix} R_{11} & C_1 & & & \\ C_1^T & R_{22} & C_2 & & \\ & C^T_{N-2} & R_{N-1,N-1} & C_{N-1} & \\ & & C^T_{N-1} & R_{NN} & \end{pmatrix} \qquad (4.22)$$

Để giải hệ phương trình trên, chúng ta có thuật toán sau:

(1) $R = R_{11}, \Gamma_1 = R^{-1}{}_1 C_1$ (4.23)

(2) $R_i = R_{ii} - C_{i-1}\Gamma_{i-1}$; $i = 2, n$ (4.24)

$i = 2, n-1$

$\Gamma_i = R_i C_i$

(3) $d_1 = R_i^{-1} b_1$ (4.25)

$d_1 = R_i^{-1} (b_1 - C^T{}_{n-1} \quad d_{i-1})$ $i = 2,n$

(4) $x_n = d_n$

$x_i = d_i - \Gamma_i x_i + 1$ $i = N-1, N-2, \ldots 1$ (4.26)

4.5. CƠ SỞ BÌNH SAI TRUY HỒI

Lý thuyết bình sai truy hồi do GS. Markuze đề ra (1979).

Giả sử đã thực hiện bình sai lưới trắc địa với vector các trị đo y_i-1, chúng ta nhận được vector ẩn số x_i-1 và tổng bình phương $CP_{i-1}= [PVV]_{i-1}$ và ma trận trọng số đảo Q_{xi-1}, trong lưới sẽ thêm các trị đo mới mà chúng ta biểu diễn dưới dạng 2 vector y_i và y_{i+1}.

Ma trận trọng số đảo của các trị đo này sẽ là:

$$P^{-1} = Q = \begin{pmatrix} Q_i & Q_{i,\, i+1} \\ Q_{i+1,\, i} & Q_{i+1} \end{pmatrix} \qquad (4.26a)$$

Đầu tiên chúng ta thực hiện bình sai với lưới có thêm vector y_i, chúng ta có:

$$V_i = A_i \Delta x_i + L_i \qquad (4.27)$$

$$V_{i+1} = V_{y_{i+1}}$$

Vector các số hạng tự do

$$L_i = \zeta_i (x_{i-1}) - y_i. \qquad (4.28)$$

Ma trận trọng số:

$$P = \begin{pmatrix} P_i & P_{i,\, i+1} \\ P_{i+1,\, i} & P_{i+1} \end{pmatrix}$$

Như vậy chúng ta có:

$$P_i = Q^{-1}{}_i + Q^{-1}{}_i \quad Q_{i,\, i+1} P_{i=1} Q_{i+1} Q^{-1}{}_i \qquad (4.29)$$

$$P_{i,\, i+1} = -Q_i^{-1} Q_{i,\, i+1} P_{i+1} \qquad (4.30)$$

$$P_{i+1} = [Q_{i+1} \,.\, 1]^{-1} = Q_{i+1} - Q_{i+1} \quad Q^{-1}{}_i \quad Q_{i,\, i+1})^{-1}$$

Trên cơ sở lý thuyết bình sai với sai số số liệu gốc chúng ta có:

$$\left(\begin{array}{c|c} Q^{-1}{}_{xi-1} + A^T{}_i P_i A_i & A^T{}_i P_{i,}{}^{i+1} \\ \hline P_{i+1},\, A_i & P_{i+1} \end{array}\right) \begin{pmatrix} Xi \\ V_{ui+1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} A^T PL_i \\ P_{i+1,iL} \end{pmatrix} = 0 \qquad (4.31)$$

$$Q \begin{pmatrix} x \\ yx_{i+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Qx_i & Qx_i \quad U^T \\ U_i Qx_i & Q\bar{y}_{i+1} \end{pmatrix} \qquad (4.32)$$

ở đây:

$$Q_{xi} = (Q^{-1}x_{i-1} \qquad + A^T{}_iQ^{-1}{}_i{}^A{}_i)^{-1} \tag{4.33}$$

$$U_i = Q_{i=1} \qquad Q^{-1}{}_i\, A_i \tag{4.34}$$

$$Q\tilde{y}_{i+1} = [Q_{i+1}\ .\ 1] \quad + U_iQx_iU^T{}_i \tag{4.35}$$

Như vậy chúng ta có:

$$Qx_i = Qx_{i-1} - Z_u{}^TN_i{}^{-1}Z_i \tag{4.36}$$

ở đây:

$$Z_i = Qx_{i-1}\, A_1{}^T \tag{4.37}$$

$$N_i = Q_i + A_iZ_i{}^T \tag{4.38}$$

Chúng ta có:

$$\begin{pmatrix} \Delta x_i \\ \\ Vy_{i+1} \end{pmatrix} = -\begin{pmatrix} Qx_i & Qx_i \\ \\ UQx_i & Qy_{i+1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U^T{}_i & A^T{}_i & P_iL_i \\ \\ P_{i+1,\,i} & L_i & \end{pmatrix} \tag{4.39}$$

Từ đó suy ra:

$$x_i = -\,Qx_i\,(A^T{}_i\,P_i + U^Y{}_i\,P_{i+1,\,i})\,L_i \tag{4.40}$$

Từ (3.33) – (3.36) chúng ta có

$$U^T{}_iP_{i+1,\,i} = A^T{}_i\,Q_{i,\,i+1}\,P_{i+1}\quad Q_i^{-1} = -A^T{}_i\,(Q^{-1}{}_i\,P_{i,\,i+1}\quad P_{i+1}\ Q_{i+1}\ Q_i^{-1})$$

Theo công thức (3.29) chúng ta có:

$$\Delta x_i = -\,Qx_{i-1}\,(A^T{}_i\,P_i - A^T{}_i\,(P_i - Q^{-1}{}_i)\,L_i \tag{4.41}$$

Hay là:

$$\Delta x_i = -\,Qx_i\,A^T{}_i\,Q^T{}_i\,L_i \tag{4.42}$$

Đối với trường hợp thêm từng trị đo

$v_i = a_i\,\Delta x_i + L_i$ chúng ta có các công thức sau:

$$Z^Y{}_i = Qx_{i-1}\,a^T{}_i \tag{4.43}$$

$$N_i = g_i = \frac{1}{P_i} + Q_iZ^T{}_i \tag{4.44}$$

$$x_i = x_{i-1} - \frac{1}{g_i} Z^T_i L_i \qquad (4.45)$$

$$CP_i = CP_{i-1} + \frac{L^2_i}{g_i} \qquad (4.46)$$

Ma trận trọng số đảo:

$$Qx_i = Qx_{i-1} - \frac{1}{g_i} Z^T_i Z_i \qquad (4.47)$$

Ma trận $Q_0 = 10^m E$

4.6. PHƯƠNG PHÁP COLLOCATION

4.6.1. Cơ sở lý thuyết

Để xác định một mô hình vật lý chúng ta phải tiến hành đo một số tham số hoặc hàm của các tham số của mô hình. Sau khi xử lý các kết quả đo chúng ta có thể tính được tham số của mô hình toán học nếu biết được độ lệch giữa mô hình vật lý và mô hình toán học có thể viết :

$$L + V = F(X) + T \qquad (4.48)$$

trong đó : L là vector trị đo,

V là vector số hiệu chỉnh

X là vector tham số mô hình vector ẩn số cần xác định.

F(X) là mô hình toán học vector hàm F đã biết),

T là độ lệch giữa mô hình toán học và mô hình vật lý (nhiễu).

Thông thường chúng ta phải xác định được T trước khi xử lý số liệu, giá trị T tính được thường gọi là sai số hệ thống và hiệu chỉnh vào vector trị đo L ở dạng L' = L - T. Lúc đó mô hình (4.48) có dạng :

$$(L - T) + V = L' + V = F(X). \qquad (4.49)$$

Nếu giá trị T không đáng kể thì có thể coi như một thành phần của sai số đo có đặc trưng ngẫu nhiên. Lúc đó có thể ký hiệu V' = V - T và mô hình (4.48) có dạng :

$$L + (V - T) = L + V' = F(X) \qquad (4.50)$$

Trong phương pháp collocation, cần phải nghiên cứu quy luật của nhiễu T. Thông thường T là một vector nhiều chiều mà mỗi phần tử T_i là một vector trong không gian Hilbert (không gian liên tục mô tả môi trường vật lý). T là một đại lượng ngẫu nhiên. Có thể giải (4.48) theo phương pháp bình phương nhỏ nhất mở rộng, tức là tìm vector tham số X thỏa mãn điều kiện

$$\Phi = V^T Q^{-1} . V + \|T\|^2 = \min \tag{4.51}$$

trong đó : Q là ma trận trọng số đảo, Q^{-1} là ma trận trọng số,

$\|T\|$ là chuẩn không gian Hilbert.

Đưa hệ (4.48) về dạng hệ phương trình tuyến tính ta có

$$L + V = F(X_o) + A.x + T \tag{4.52}$$

trong đó X_o là vector nghiệm gần đúng, $X = X_o + x$.

Ký hiệu $I = L - F(X_o)$, ta có mô hình tuyến tính dạng :

$$I + V = A.x + T \tag{4.53}$$

Giải bài toán cực trị (4.51) cho mô hình (4.53) chúng ta có

$$\begin{cases} \hat{x} = [A^T.(Q+K)^{-1}.A]^{-1}.A^T.(Q+K)^{-1}.I \\ \hat{T} = k^T.(Q+K)^{-1}.(I - A.\hat{x}) \end{cases} \tag{4.54}$$

trong đó K là ma trận phương sai của nhiễu T tại các điểm đo T_i, k là vector hiệp phương sai của nhiễu T tại các điểm đang xét đến các điểm đo T_i, ma trận K và vector k được tính theo công thức :

$$K = \begin{pmatrix} k(T_1, T_1) & k(T_1, T_2) & \ldots & k(T_1, T_n) \\ k(T_2, T_1) & k(T_2, T_2) & \ldots & k(T_2, T_n) \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots & \ldots\ldots \\ k(T_n, T_1) & k(T_n, T_2) & \ldots & k(T_n, T_n) \end{pmatrix} \tag{4.55}$$

$$k = \begin{pmatrix} k(T, T_1) \\ k(T, T_2) \\ \ldots\ldots\ldots \\ k(T, T_n) \end{pmatrix} \tag{4.56}$$

- mỗi phần tử k(T, T') được tính theo công thức :

$$k(T, T') = E(T.T') = \frac{1}{\Omega(S)} \int_S T.T' d\sigma \tag{4.57}$$

trong đó : E là hàm kỳ vọng của biến ngẫu nhiên,

$\Omega(S)$ là độ đo của miền tích phân S.

Ma trận phương sai của tham số được tính theo công thức :

$$\begin{cases} \Sigma(\hat{x}) = A^T.[Q+K)^{-1}.A]^{-1} \\ \sigma(T) = k(T,T) - k^T.(Q+K)^{-1}.k \end{cases} \tag{4.58}$$

Dựa trên cơ sở (4.54) và (4.58), nếu trong mô hình chỉ có nhiễu T mà không có mô hình toán học thì suy ra công thức nội suy giá trị T tại một điểm bất kỳ trong không gian Hilbert theo giá trị đã biết T_i, i = 1, 2,..., n tại n điểm cho trước, công thức có dạng :

$$\begin{cases} \hat{T} = k^T.K^{-1}.T \\ \sigma(T) = k(T, T) - k^T.K^{-1}.k \end{cases} \tag{4.59}$$

trong đó : $T = [T_1 \ \ T_2 \ldots T_n]^T$

4.6.2. Các dạng hàm hiệp phương sai thông dụng

Bài toán đặt ra trong phương pháp collocation là xác định hàm hiệp phương sai k(T, T') cho phù hợp với từng loại nhiễu T khác nhau. Có thể bằng phương pháp tính toán thực nghiệm để tìm một hàm xấp xỉ nào đó gần đúng với hàm lý thuyết xác định theo công thức (4.57).

Một số hàm hiệp phương sai thường dùng trong trắc địa :

1) Hàm hiệp phương sai Hirvonen cho dị thường trọng lực :

$$k_{\Delta g(P_i, P_j)} = \frac{D_{\Delta g}}{1 + (s/L)^2} \tag{4.60}$$

trong đó $D_{\Delta g}$ là một hằng số đặc trưng cho độ biến thiên Δg và L là bán kính đặc trưng của vùng đang xét, s là khoảng cách giữa 2 điểm cần tính hiệp phương sai P_i và P_j.

2) Hàm hiệp phương sai Kaula cho dị thường trọng lực :

$$k_{\Delta g}(P_i, P_j) = D_{\Delta g}.r^{-s/L} \tag{4.61}$$

3) Hàm hiệp phương sai Jordan cho dị thường trọng lực và dị thường độ cao :

$$k(P_i, P_j) = D.e^{-s/L}.\left(1+\frac{s}{L}-\frac{s^2}{2.L^2}\right) \tag{4.62}$$

trong đó hàm cho dị thường trọng lực có hệ số D khác với hàm cho dị thường độ cao. Hàm hiệp phương sai (4.62) còn có tên là hàm Markov bậc 3.

4) Hàm hiệp phương sai Mikhail cho gia số dị thường độ cao :

$$k_{\Delta\xi}(P_i, P_j) = D_{\Delta\xi}.\left(1-\frac{s}{L}\right) \tag{4.63}$$

trong đó $D_{\Delta\xi}$ là một hằng số đặc trưng cho độ biến thiên $\Delta\xi$ của vùng đang xét.

Phương pháp collocation được dùng làm cơ sở cho mô hình bình sai thống nhất.

PHẦN II

CƠ SỞ DỮ LIỆU

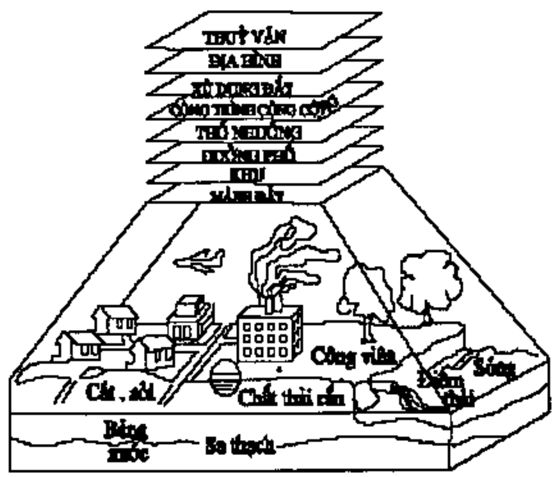
CHƯƠNG V

KHÁI NIỆM CƠ BẢN VỀ HỆ THỐNG THÔNG TIN ĐỊA LÝ (GIS)

5.1 KHÁI NIỆM CƠ SỞ

5.1.1. Lịch sử ra đời GIS

Cùng với sự phát triển của công nghệ, nhất là công nghệ thông tin nhu cầu số hoá và lượng hoá thông tin trên bản đồ ngày càng cao



Hình 5.1

Những bản đồ chuyên đề đã cung cấp những thông tin hữu ích để khai thác và quản lý tài nguyên. Nhưng sự mô tả định lượng bị ngăn trở rất lớn chẳng những do khối lượng của số liệu mà còn do thiếu những quan trắc định lượng. Ngoài ra, cũng còn thiếu các công cụ quan trọng để mô tả sự biến thiên không gian mang tính định lượng. Chỉ từ những năm 1960, với sự có mặt của máy vi tính thì việc phân tích không gian và làm bản đồ chuyên đề mang tính định lượng mới có thể nảy nở và việc phân tích không gian đã không còn bị hạn chế đối với các nhà khoa học về trái đất. Các nhà quy hoạch đô thị và các cơ quan địa chính cần những thông tin chi tiết về sự phân bố đất đai và các tài nguyên ở các tuyến đường thành phố, các nhà xây dựng cần thiết kế các tuyến đường với dự đoán giá thành xây dựng. Tất cả cần được ghi lại và điều khiển dưới hình thức bản đồ. Trước khi các máy tính được ứng dụng vào bản đồ, các thể loại bản đồ có một đặc điểm chung. Cơ sở dữ liệu không gian trên giấy hoặc phim-thông tin được mã hoá dưới các hình thức điểm, đường hoặc diện tích. Bản đồ vẽ bằng tay hoặc thống kê tài nguyên là sự phản ánh tức thời tại một thời điểm. ảnh hàng không vệ tinh cho thấy được cảnh quan thay đổi do đó có thể theo dõi các quá trình. Nhưng các sản phẩm của ảnh hàng không vũ trụ không phải là các bản đồ mà là các hình ảnh hay số liệu trên các băng từ. Số liệu này không phải là các điểm, đường hoặc diện tích mà chúng là các phần tử đã được mã hoá (các pixel). Những nhà khoa học thường tăng khả năng của viễn thám để làm bản đồ. Dần dần họ đã nhận thức rằng các hình ảnh đặc trưng nhất định được sản sinh từ các số liệu viễn thám chỉ có một giá trị thực tế nếu như nó có thể liên kết với các yếu tố trên mặt đất. Vì vậy, cần có một số lượng nhất định về đo dạc trên mặt đất để định vị các hình ảnh đó vào một mạng lưới trắc địa thích hợp. Nếu không các thông tin này sẽ không thể liên kết với một vị trí xác định. Do đó, nhu cầu kết hợp giữa viễn thám, vẽ bản đồ tăng lên, có thể thực hiện được công việc này bằng một công cụ làm bản đồ được đặt tên là hệ thống thông tin địa lý - tên tiếng Anh là Geographical Information System hay viết tắt là GIS.

5.1.2. Định nghĩa hệ thống thông tin địa lý (GIS)

Việc thu thập số liệu một cách tự động, phân tích số liệu và sử dụng số liệu trong một số lĩnh vực như lập bản đồ địa hình, địa chính, bản đồ chuyên đề, đo vẽ ảnh, viễn thám. Các lĩnh vực này riêng biệt nhau nhưng liên quan chặt chẽ với nhau đã liên kết quá trình xử lý số liệu không gian thành những hệ thống thông tin phục vụ đúng các mục đích chung về địa lý. Đó là phát triển công cụ để thu thập, lưu trữ, tìm kiếm theo ý muốn. Biến đổi và biểu thị các số liệu không gian từ thế giới thực tại phục vụ cho một tập hợp các mục đích đó tạo thành một hệ thống các thông tin địa lý (HTTTĐL)

Hệ thống thông tin địa lý là một hệ thống có sự giúp đỡ của máy tính bao gồm các nhóm phần mềm với các chức năng lưu trữ, thể hiện, trao đổi và xử lý dữ liệu không gian (tính địa lý) và những dữ liệu thuộc tính (không mang tính địa lý).

Như chúng ta đã biết, hiện nay hầu hết các lĩnh vực chuyên ngành đều quan tâm tới GIS và khai thác chúng theo mục đích riêng biệt. Trắc địa và địa chính cũng là một lĩnh vực đang chú trọng vào việc khai thác và phát triển GIS.

Ứng dụng GIS trong trắc địa bản đồ giải quyết những vấn đề sau

GIS là một hệ thống tự động quản lý, lưu trữ, tìm kiếm dữ liệu trắc địa bản đồ với sự phát triển của máy tính. Đặc biệt là chúng có khả năng biến đổi dữ liệu mà không thể thực hiện được bằng phương pháp thô sơ.

GIS có khả năng chuẩn hoá ngân hàng dữ liệu để có thể đưa vào các hệ thống xử lý khác nhau do đó phát triển khả năng khai thác dữ liệu

GIS có khả năng biến đổi dữ liệu để đáp ứng được những bài toán cụ thể cần được giải quyết

GIS có thể cung cấp những thông tin mới nhất và chính xác nhất. Những thông tin này là những thông tin đã được thu thập tất cả các dạng thông tin mới nhất để cung cấp cho người sử dụng cùng với khả năng biến hoá theo thời gian GIS cũng cung cấp những thông tin ban đầu cho công tác trắc địa trên thực địa.

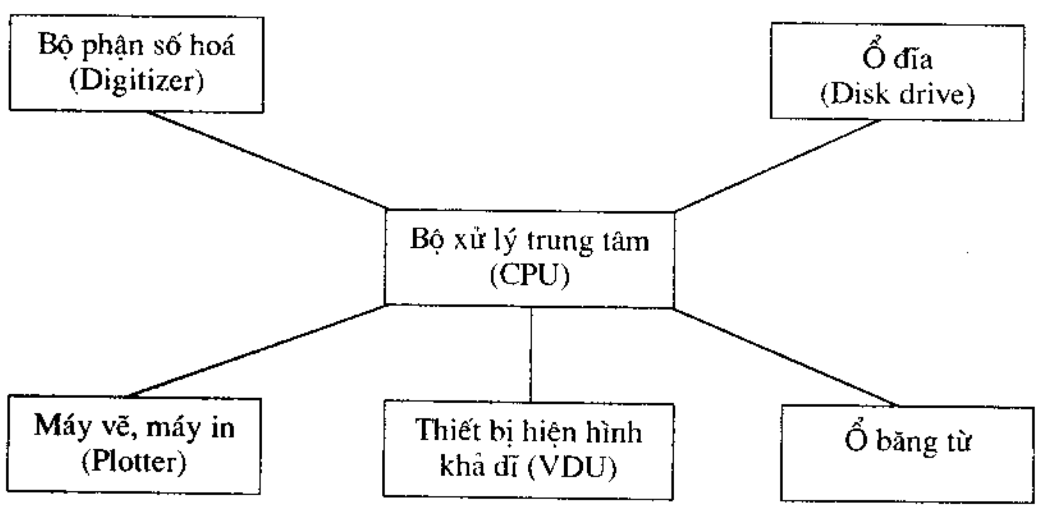
GIS cho sự biến dạng của thông tin là ít nhất.

5.2. CÁC THÀNH PHẦN CƠ BẢN CỦA HỆ THỐNG THÔNG TIN ĐỊA LÝ

5.2.1. Hệ thống thông tin địa lý gồm 3 thành phần quan trọng

- Phần cứng của máy vi tính
- Các bộ phần mềm ứng dụng
- Một cơ sở dữ liệu

Phần cứng của hệ thống thông tin địa lý



Hình 5.2: Các phần cứng cơ bản của hệ thống GIS

1) Máy tính hoặc bộ phận xử lý trung tâm CPU với một thiết bị chứa ổ đĩa đảm bảo để lưu trữ các số liệu và chương trình

2) Bàn số hoá hoặc thiết bị dùng để chuyển hoá các dữ liệu từ bản đồ và các tư liệu thành dạng số và lưu trữ chúng vào trong máy tính

3) Một máy vẽ (Plotter) hoặc kiểu thiết bị hiển thị khác được sử dụng để biểu thị các kết quả sử dụng và hiển thị các kết quả xử lý số liệu

4) Một ổ băng để lưu trữ các số liệu và chương trình lên băng từ hoặc để liên hệ với các hệ thống khác

5) Những người điều khiển máy tính và các thiết bị ngoại vi thông qua một thiết bị hiện hình (VDU) để cho phép các hình ảnh hay bản đồ được hiện hình nhanh chóng

5.2.2. Các chức năng cơ bản của phần mềm hệ thống thông tin địa lý

Như chúng ta đã biết những chức năng cơ bản của phần mềm (hệ thống thông tin địa lý) là quản lý, lưu trữ, tìm kiếm, thể hiện, trao đổi và xử lý các dữ liệu không gian cũng như dữ liệu thuộc tính. Quá trình thực hiện chúng như sau:

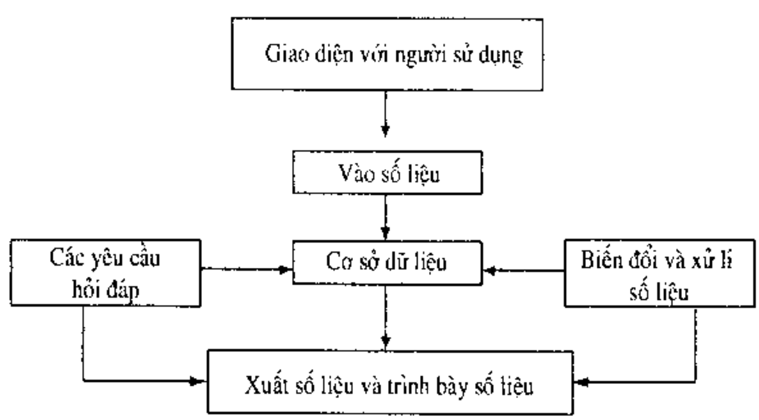
Nhập số liệu và kiểm tra số liệu

Lưu trữ dữ liệu và quản lý cơ sở dữ liệu

Xuất dữ liệu và trình bày dữ liệu

Biến đổi dữ liệu

Giao diện với người sử dụng.



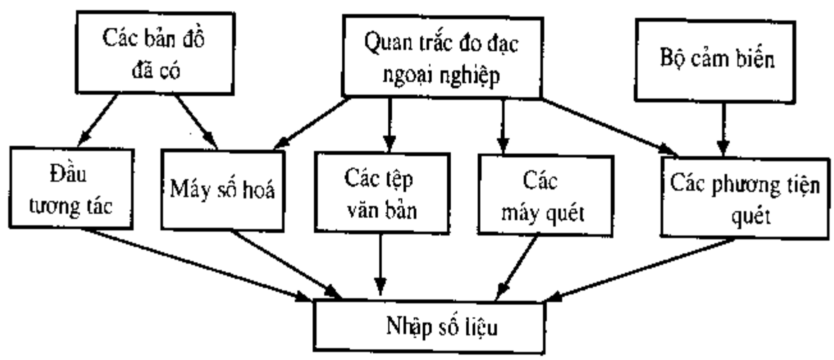
Sơ đồ mô tả phần mềm của hệ thống GIS

Hình 5.3

5.2.2.1. Nhập số liệu và kiểm tra dữ liệu

Nhập dữ liệu tức là biến đổi các dữ liệu thu thập được dưới hình thức bản đồ, các quản trị đo đạc ngoại nghiệp và các máy cảm nhận (bao gồm các máy chụp ảnh hàng không, vệ tinh và các thiết bị) thành một dạng số.

Hiện nay đã có một loạt các công cụ máy tính dùng cho mục đích này, bao gồm đầu tương tác hoặc thiết bị hiện hình (VDU), bàn số hoá (digitalzer), danh mục các số liệu trong tệp văn bản, các máy quét (scanner) và các thiết bị cần thiết cho việc ghi các số liệu đã ghi trên băng nhạc hoặc đĩa từ. Nhập dữ liệu và kiểm tra dữ liệu là rất cần thiết cho việc xây dựng cơ sở dữ liệu địa lý.

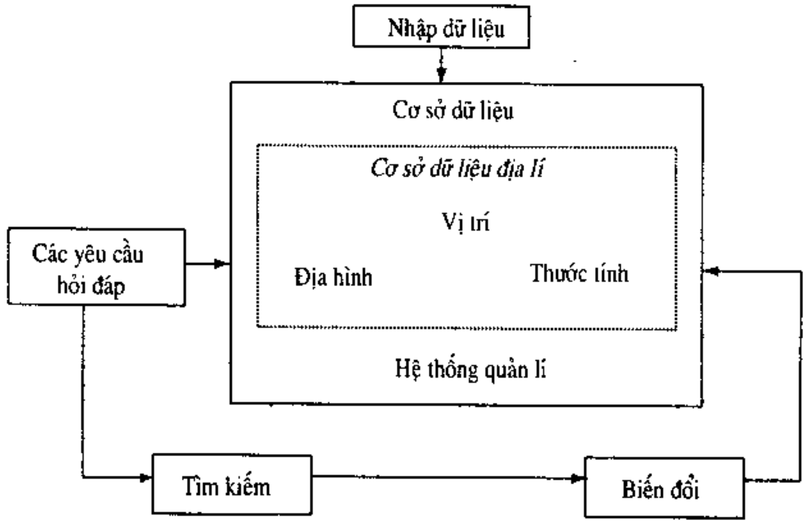


Thu nhập số liệu

Hình 5.4

5.2.2.2. Lưu trữ dữ liệu và quản lý cơ sở dữ liệu

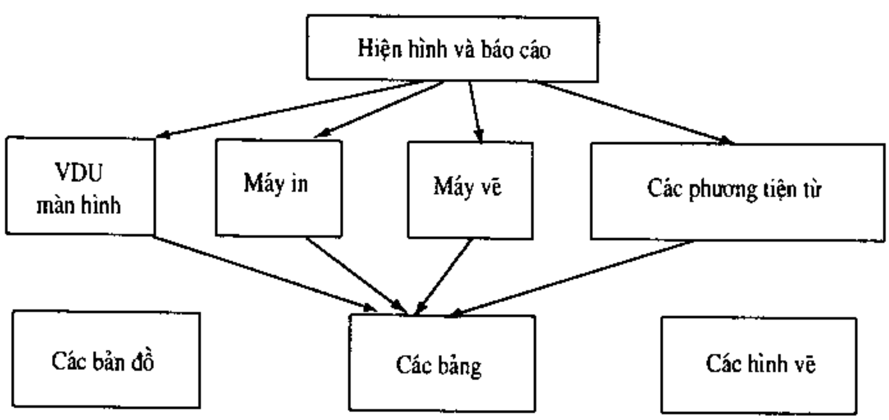
Việc lưu trữ dữ liệu và quản lý cơ sở dữ liệu đề cập đến việc tổ chức các dữ liệu và vị trí, các nối liên kết topo, các tính chất của các yếu tố địa lý (điểm, đường, diện tích biểu thị các đối tượng trên mặt đất (polygon) chúng được tổ chức và quản lý theo cấu trúc, khuôn dạng riêng tuỳ thuộc vào chức năng phần mềm nào đó của hệ TTTĐL (h.5.5)



Hình 5.5: Thành phần của cơ sở dữ liệu địa lý

5.2.2.3. Xuất dữ liệu và trình bày dữ liệu

Xuất dữ liệu và trình bày dữ liệu đề cập đến những phương thức thể hiện kết quả, các dữ liệu cho người sử dụng. Các dữ liệu có thể biểu thị dưới dạng bản đồ, các bảng biểu hình vẽ. Việc trình bày và xuất dữ liệu được thông qua các loại đầu ra như thiết bị hiện hình (VDV) máy in, máy vẽ hay các thông tin được ghi lại trên phương tiện từ dưới dạng số hoá (h.5.6).



Hình 5.6

5.2.2.4. Biến đổi dữ liệu

Biến đổi dữ liệu bao gồm hai nhiệm vụ

Khử các sai số của dữ liệu và so sánh chúng với các tập hợp dữ liệu khác

Thực hiện việc phân tích dữ liệu phục vụ cho việc trả lời các câu hỏi cần đưa ra đối với hệ TTTĐL. Phép biến đổi này có thể được thực hiện đối với các dữ liệu không gian và dữ liệu phi không gian.

Những phép biến đổi trên có thể là thay đổi tỷ lệ, kích thước nhằm đưa chúng vào hệ quy chiếu mới, với tính toán diện tích, chu vi, mật độ.

Phương pháp biến đổi được ứng dụng rộng rãi nhất là việc phân tích mô hình không gian hay mô hình hoá địa lý.

Những biến đổi để khử sai số. Những sai số này xảy ra trong khi sử dụng một hệ thống thông tin địa lý và chúng được tồn tại trong những giai đoạn sau:

* Trong khi thu thập dữ liệu:

- Các sai sót trong việc thu thập dữ liệu
- Các sai sót trong các bản đồ hiện nay được dùng như các nguồn dữ liệu.
- Các sai sót trong việc phân tích các dữ liệu được phán đoán từ xa.

* Cung cấp dữ liệu.

- Các sai sót trong việc tính toán do máy khởi động và thiết bị gây nên
- Các sai sót trong đặc tính của từng chuyên ngành.

* Kho dữ liệu:

- Dự kiến với số lượng dữ liệu còn chưa đủ
- dữ liệu không gian cũng chưa đủ

* Thao tác các dữ liệu

* Hiệu suất dữ liệu

- Các sai sót trong phạm vi cần phân tích
- Các sai sót do dụng cụ sản xuất sai
- Sai sót do tính không ổn định của môi trường.

* Sử dụng các kết quả.

- Thông tin có thể bị hiểu sai.
- Thông tin có thể được sử dụng không hợp lý.

5.2.2.5. Giao diện với người sử dụng

Hệ thống GIS luôn cho phép người sử dụng có thể hỏi một số lượng lớn các câu hỏi. Các dạng câu hỏi chủ yếu.

Vị trí đối tượng

• Toạ độ X, Y, Z của một vị trí ?

• Diện tích, chu vi, số lượng các vật thể trong khu vực ?

• Tìm con đường ngắn nhất, có chi phí nhỏ nhất từ vị trí này đến vị trí khác.

• Mô tả đối tượng, vị trí ?

• Sử dụng cơ sở dữ liệu như là mô hình của thế giới thực hay mô tả lại tác động của một quá trình nào đó trong một thời gian ?

Trong số những câu hỏi chung này nếu sử dụng những phương pháp truyền thống để trả lời thì sẽ rất khó khăn. Nếu muốn thêm bớt thông tin cho một tờ bản đồ thì lại phải làm lại từ đầu các quy trình công nghệ bản đồ. Chính vì vậy hệ TTTĐL là một công cụ rất hữu ích để trả lời các câu hỏi này một cách dễ dàng nhanh chóng.

Như vậy, việc tương tác giữa GIS với người sử dụng là cần thiết đối với bất cứ hệ TTTĐL nào. Hiện nay, việc sử dụng máy tính cá nhân là các chương trình đang được thực hiện một cách rộng rãi.

Như chúng ta đã biết thoả mãn mục đích riêng biệt cho từng ngành khác nhau thì các phần mềm ứng dụng cũng được ra đời. Mỗi một phần mềm thông tin địa lý hoạt động với cấu hình riêng biệt cũng như khuôn dạng đặc thù của mình đã giúp cho mục đích chuyên ngành như lâm nghiệp, quản lý ruộng đất, dự án công trình, đo đạc bản đồ... Hiện nay đã có rất nhiều hệ phần mềm của hệ thống thông tin địa lý như TTWIB, IDRISI, PMAP, ARC/INFO... Để có thể sử dụng chúng một cách có kết quả thì hệ TTTĐL, phải được tổ chức chặt chẽ.

5.3. BẢN CHẤT CỦA HỆ THỐNG THÔNG TIN ĐỊA LÝ

Các dữ liệu không gian mô tả các đối tượng của thế giới thực theo những yếu tố sau:

Vị trí của chúng đối với một hệ thống toạ độ đã biết.

Các mối quan hệ qua lại trong không gian với nhau (các quan hệ topo).

Các quan hệ này mô tả chúng liên kết với nhau như thế nào hoặc là vì sao mà chúng lại có thể liên kết với nhau.

Các thuộc tính của chúng mà không liên quan đến vị trí.

Các hệ thống thông tin địa lý khác với các bản đồ hoạ bởi vì bản đồ hoạ liên quan đến cách thể hiện và xử lý đối tượng nhìn thấy được. Còn các hệ thống đồ hoạ bằng máy vi tính lại không chú ý nhiều đến tính chất phi đồ hoạ mà các thực thể nhìn thấy được có hoặc không có. Các tính chất phi đồ hoạ này lại có thể là số liệu có ích cho việc phân tích. Chính vì vậy mà các bản đồ hoạ tốt bằng máy vi tính là rất cần thiết đối với một hệ TTTĐL.

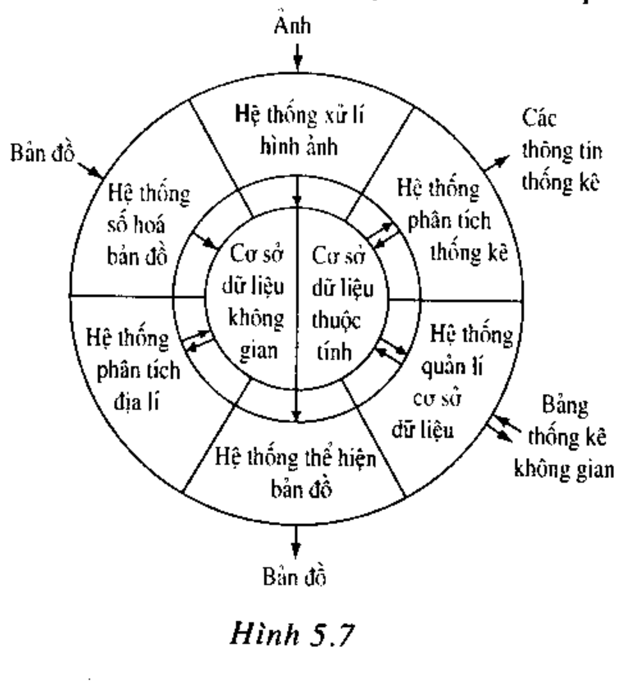
Chúng ta có thể hiểu các hệ thống thông tin địa lý như là các phương tiện để mã hoá, lưu trữ, tìm kiếm, biến đổi dữ liệu về khía cạnh của bề mặt quả đất.

Các dữ liệu trong một hệ TTTĐL dù được mã hoá trên bề mặt của một băng từ thì chúng ta cần phải tưởng tượng rằng chúng như là biểu hiện của một mô hình không gian thực. Bởi vì chúng ta thấy rằng các dữ liệu đó có thể tiếp cận được, biến đổi được và chúng được xử lý hay phân tích trong một hệ thống thông tin địa lý. Chúng cũng có thể được dùng để nghiên cứu các quá trình môi trường, phân tích kết quả của các xu hướng, dự kiến kết quả xảy ra của một trường hợp nào đó...

5.3.1. Khái quát chung các thành phần của HTTTĐL

Mặc dù chúng ta có thể coi GIS như là một phần mềm nhưng nó có được từ nhiều thành phần khác nhau. Sơ đồ dưới đây cho biết khái quát chung về thành phần phần mềm chủ yếu có trong GIS.

Chúng ta thấy rằng không phải mọi hệ thống thông tin khác đều có những yếu tố này, nhưng thật sự là một hệ thống thông tin địa lý thì chắc chắn phải chứa đựng chúng.



Hình 5.7

1. Cơ sở dữ liệu không gian và cơ sở dữ liệu thuộc tính

Phần trung tâm của GIS là cơ sở dữ liệu. Cơ sở dữ liệu là bộ phận các thông tin lưu trữ dưới dạng số. Và cơ sở dữ liệu có mối liên quan với các điểm đặc trưng trên bề mặt của trái đất nên nó bao gồm hai yếu tố:

- Cơ sở dữ liệu không gian mang tính địa lý (thể hiện hình dạng, vị trí các nét đặc trưng của bề mặt trái đất).

- Cơ sở dữ liệu thuộc tính không mang tính địa lý (thể hiện đặc tính hay chất lượng các nét đặc trưng của bề mặt trái đất).

Trong một số dạng GIS, cơ sở dữ liệu không gian và thuộc tính khác nhau rõ rệt, còn một số dạng khác thì chúng lại được sự hợp nhất trong một tổng thể đơn lẻ.

2. Hệ thống thể hiện bản đồ

Chúng ta có hàng loạt thành phẩm của phần mềm. Hệ thống thể hiện bản đồ là cơ bản nhất. Hệ thống này cho phép chúng ta chọn những yếu tố của cơ sở dữ liệu để vẽ trên màn hình, bằng máy vẽ hay bằng máy in, ở đây, hầu hết các hệ thống phần mềm của GIS chỉ cung cấp phần vẽ bản đồ hết sức cơ bản.

3. Hệ thống quản lý cơ sở dữ liệu

Thành phần logic tiếp theo của GIS là hệ thống quản lý cơ sở dữ liệu. Trước đây, hệ thống quản lý được dùng để cung cấp tài liệu, quản lý và phân tích dữ liệu thuộc tính. Nhưng đối với một hệ thống thông tin địa lý thì phải hợp nhất quản lý dữ liệu thuộc tính mà còn phải quản lý dữ liệu không gian. Với cơ sở dữ liệu có khả năng tiếp cận với các dữ liệu thuộc tính như các bảng thống kê không gian. Đặc biệt chúng còn cung cấp cho chúng ta khả năng phân tích dữ liệu thuộc tính. Nhiều bản đồ không có yếu tố không gian thì việc sử dụng cơ sở dữ liệu này rất tốt.

4. Hệ thống phân tích địa lý

Để có thể thoả mãn đầy đủ yêu cầu của GIS ngoài hệ thống quản lý dữ liệu thuộc tính, hệ thống phân tích địa lý cũng cung cấp cho chúng ta khả năng lưu trữ, phân tích các dữ liệu không gian kết hợp với thuộc tính và thể hiện chúng dưới dạng bản đồ. Với hệ thống này chúng ta mở rộng khả năng tìm kiếm cơ sở dữ liệu dựa vào vị trí của chúng.

Hệ thống phân tích địa lý có sự tác động hai chiều với cơ sở dữ liệu. Do vậy một mặt có thể vừa thu thập dữ liệu từ cơ sở dữ liệu để bổ xung cho cơ sở dữ liệu. Do đó hệ thống phân tích địa lý và mô hình số DEMS đóng vai trò rất quan trọng trong phát triển cơ sở dữ liệu.

5. Hệ thống xử lý hình ảnh

Hệ thống phần mềm này bao gồm khả năng phân tích hình ảnh được phán đoán từ xa. Phần mềm xử lý hình ảnh cho phép chúng ta nắm giữ được hình ảnh phán đoán từ xa như các ảnh hàng không, vũ trụ, vệ tinh... và biến chúng thành các dữ liệu bản đồ. Hệ thống này có một tầm quan trọng rất lớn. Chúng ta có thể coi nó như là một kỹ xảo để thu thập dữ liệu chủ yếu trong thế giới phát triển.

6. Hệ thống phân tích thống kê

Đây là hệ thống phân tích dữ liệu không gian có tích chất thống kê.

7. Hệ thống số hoá bản đồ

Sau cách thể hiện thuật vẽ bản đồ, một yếu tố hết sức quan trọng nữa là hệ thống số hoá bản đồ. Với hệ thống này người ta có thể chuyển các bản đồ bằng giấy hiện nay thành dạng số. Việc chuyển hoá các thông tin này thành số là một việc hết sức quan trọng vì chỉ ở dưới dạng này máy tính mới hiểu được.

5.3.2. So sánh GIS với một số công cụ vẽ bản đồ tự động

Các hệ vẽ bản đồ tự động và các hệ phần mền GIS quản trị cơ sở dữ liệu có mối quan hệ nhưng độc lập tương đối. Tồn tại các hệ vẽ bản đồ tự động và các hệ GIS quản trị cơ sở dữ liệu là một phần của các hệ vẽ bản đồ tự động (HVBĐTĐ) tên tiếng Anh là Automated Manning AMvà một phần nào đó của hệ quản trị cơ sở dữ liệu (HQTCSDL) tên tiếng Anh là Data Base Management System DEMC Sự không rõ ràng về khái niệm có thể dẫn đến các sai lầm về đầu tư nghiên cứu, ứng dụng các công nghệ tin học trong công tác điều tra, sử dụng và quản lý lãnh thổ và các sai lầm về quan điểm học thuật.

1. So sánh GIS với hệ vẽ bản đồ tự động (Automated Mapping AM)

* Những điểm tương tự: Có một số điểm giống nhau giữa các hệ vẽ bản đồ tự động (Automated Mapping AM) và GIS.

- Trước hết, cả hai hệ đều dùng dữ liệu số (Digital data) với phương pháp nhập dữ liệu tương tự. Các dữ liệu không gian khi nhập vào cũng được tổ chức thành nhiều lớp khác nhau dưới dạng các tệp raster hoặc vector với dữ liệu thuộc tính (non spatia) cũng được tổ chức thành các lớp.

- Các HSBĐTĐ (hệ sửa bản đồ tự động) cũng có khả năng liên kết với CSDL với hệ thống hiển thị đồ hoạ ở mức tối thiểu.

- Trong những năm gần đây người ta cũng phát triển một số hệ bản đồ thống kê (Statistic Mapping System) thí dụ SYMAP, MAPINFO... có một số các chức năng tính toán thống kê các lớp thông tin. Các hệ như vậy cũng có khả năng giải đáp thông tin tại bất kỳ toạ độ nào trên bản đồ được hiển thị. Ba chức năng nói trên của HVBĐTĐ làm nó rất giống với HTTTĐL về hình thức.

* Những điểm khác biệt:

- Các HVBĐTĐ bị phụ thuộc rất nhiều vào quá trình tạo ra CSDL bằng phương pháp thủ công trong khi các GIS lại có thể tạo ra CSDL trên cơ sở các thông tin nhập vào lúc ban đầu bằng phương pháp thủ công.

- Các HVBĐTĐ không có khả năng tổng hợp tự động các lớp thông tin sẵn có và bổ sung tự động CSDL như các GIS.

- Các HVBĐTĐ không có khả năng chồng ghép thông tin và mô phỏng các mối quan hệ của các lớp dữ liệu như các HTTTĐL.

- Các chức năng chủ đạo của GIS là tổ hợp các lớp thông tin (Layer integration) chứ không phải tạo ra thông tin thuần tuý.

- HTTTĐL không phụ thuộc vào tỷ lệ và chuyên đề như HVBĐTĐ.

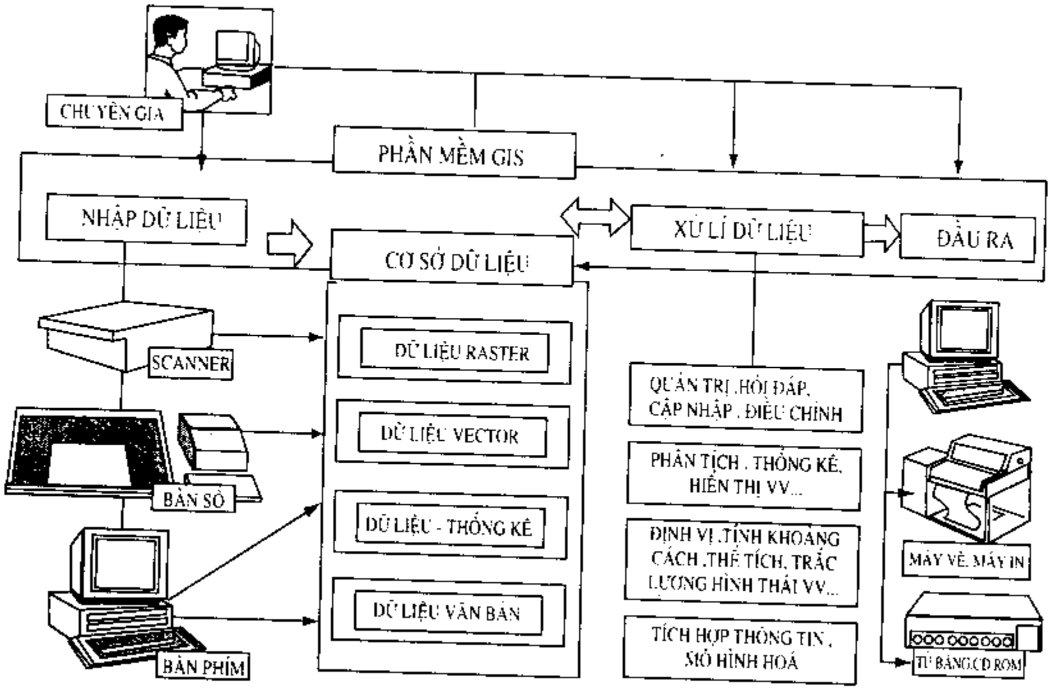
2. So sánh GIS và hệ quản trị cơ sở dữ liệu

** giống nhau:*

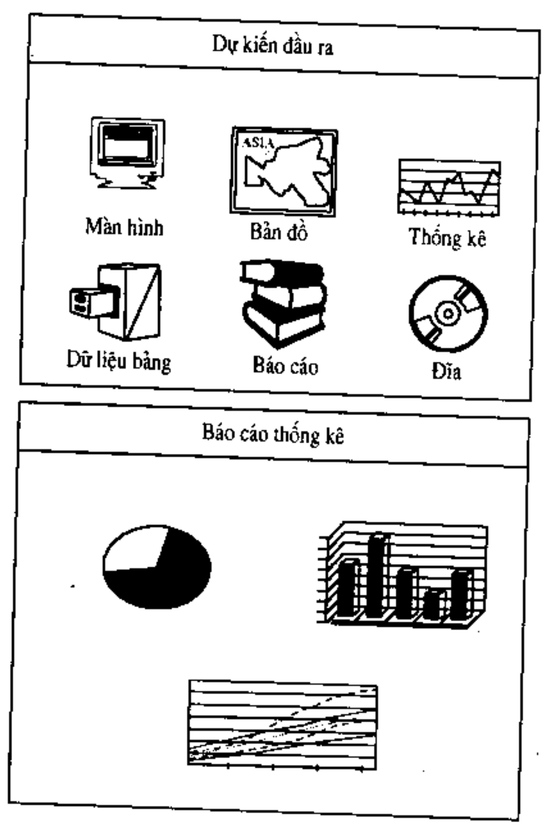
- Các GIS và HQTCSDL đều dùng một số khuôn dạng dữ liệu như nhau.
- Các GIS và HQTCSDL đều có các chức năng truy nhập, tra cứu dữ liệu tương tự.
- Nhiều GIS và HQTCSDL có mô hình cơ sở dữ liệu (CSDL) tương tự, phổ biến là CSDL quan hệ.
- Cả hai hệ thường dùng các phương tiện vật lý như nhau để nhập, lưu trữ, tra cứu, hiển thị và in dữ liệu ra (bàn số, máy quét, tủ băng từ, đĩa CD-ROM, màn hình, máy in, máy vẽ...)
- CSDL trên cả hai hệ đều là CSDL được xây dựng theo một nhu cầu sử dụng có định hướng và đều có chức năng trợ giúp quyết định.

**khác nhau:*

- Các HTTTĐL bắt buộc phải sử dụng các thông tin không gian địa lý, trong khi các HQTCSDL lại sử dụng các chủng loại thông tin rộng hơn, nhiều khi hoàn toàn không có thông tin không gian địa lý.



Cấu trúc và chức năng của hệ thống thông tin địa lý



Hình 5.8

- Chức năng của hai hệ hoàn toàn khác nhau: HTTTĐL là một công cụ quản lý bằng từ và trợ giúp quyết định nhiều hơn là một cơ sở dữ liệu thuần tuý. Trong khi chức năng chính của HQTCSDL chỉ là giúp truy nhập, lưu trữ quản lý và tra cứu.

- Trên HQTCSDL không có các công cụ phân tích, biến đổi dữ liệu và đặc biệt là không có khả năng chồng ghép thông tin như các HTTTĐL.

5.3.3. Các lĩnh vực ứng dụng GIS

- Công nghệ GIS ứng dụng cho quản lý và thực hiện các quyết định
- Quản lý thông tin tổng hợp trắc địa, bản đồ, địa chính, quy hoạch đô thị.
- Cần thiết phải hiểu sự ứng dụng GIS và phần cứng/phần mềm của nó để biết cách mua GIS và sử dụng.

5.4. PHÂN LOẠI GIS

5.4.1. Hệ thống thông tin địa lí có thể chia thành các nhóm bao gồm

5.4.1.1. Theo tính chất của dữ liệu

- Đo đạc
- Bản đồ
- Ảnh không gian
- Viễn thám

5.4.1.2. Theo tính chất phục vụ quản lý và đưa ra quyết định

- Nghiên cứu quản lý
- Thiết kết đô thị
- Dễ dàng quản lý
- Marketing
- Giao thông

5.4.1.3. Theo tính chất phục vụ các hoạt động nghiên cứu

- Các trường đại học
- Các phòng thí nghiệm của Chính phủ

5.4.2. Các nhóm theo hoạt động bao gồm

5.4.2.1. Theo tính chất phục vụ đo đạc địa hình

- X, Y, Z – toạ độ

Liên quan tới hệ thống trắc địa cơ sở ứng dụng GIS

Các đặc tính bao gồm :

- Độ chính xác cao (mm)
- Dữ liệu vector
- Dữ liệu quan trọng cho quyết định

5.4.2.2. Bản đồ

- Tự động hoá bản đồ
- Sản phẩm bản đồ mới từ tổng hợp dữ liệu
- Dữ liệu cho GIS thu được từ bản đồ
- Số hóa bằng tay
- Phương pháp quét

5.4.2.3. Ảnh hàng không

- Dữ liệu sản phẩm
- Nguồn của vector dữ liệu có sử dụng những phương pháp số
- Đưa thông tin mới

5.4.2.4. Viễn thám

- Dữ liệu sản phẩm
- Dữ liệu thu được từ khuôn raster (không thuận lợi là độ chính xác thấp của dữ liệu)

Đây là lĩnh vực quan trọng của nghiên cứu

5.4.3. Các hướng phát triển LIS/GIS

- Kiểm tra dữ liệu và quản lý dữ liệu
- Biến đổi dữ liệu
- Cung cấp dữ liệu
- Phần mềm GIS 3 chiều
- Các hệ thống đưa ra quyết định
- Phần mềm GIS
- Sách, hội thảo-nghiên cứu

5.4.4. Các thế hệ GIS và LIS

5.4.4.1. 1960-1975: Thế hệ đầu tiên LIS/GIS

5.4.4.2. 1975-1985: Thế hệ thứ 2 LIS/GIS

- Cài đặt trên Main frame mini computer
- Những người sử dụng là chuyên gia bản đồ và tính toán
- Các hệ thống ở cơ quan chính phủ và các trường đại học

5.4.4.3. 1985 đến những năm đầu 90: Thế hệ thứ 3

- Giảm giá cài trên phần cứng và Workstation
- GIS sử dụng độc lập cho cá nhân chuyên gia có nhu cầu bản đồ và tính toán
- Mở rộng mô hình (maket) không gian

5.4.4.4. 1990- Thế hệ thứ 4

- GIS có thể sử dụng cho những người không phải là chuyên gia bản đồ và máy tính
- Những người sử dụng yêu cầu cho những ứng dụng đặc biệt
- Các lĩnh vực ứng dụng của GIS được các cơ quan chính phủ và kinh tế quan tâm hơn
- GIS được tổ chức mạng
- Cơ sở dữ liệu thuận tiện hơn

5.4.4.5. Thế hệ thứ năm của GIS

- Các mặt tiến bộ
- Tổ chức thành các trạm (Workstation)
- Nằm trong môi trường tính toán
- Các quá trình giao lưu thuận tiện về cơ sở dữ liệu
- 70% giá thành GIS từ cơ sở dữ liệu
- Mua dữ liệu rẻ hơn xây dựng cơ sở dữ liệu

Đòi hỏi phát triển cơ sở dữ liệu :

- Đo đạc
- Đo đạc: Các trạm GIS
- Bản đồ: Quét bản đồ,video...
- Ảnh hàng không: Bản đồ ảnh, mô hình lập thể
- Viễn thám: ảnh Spot và Landsat tỷ lệ dữ liệu

5.5. KHÁI NIỆM GIS BA CHIỀU

Rất nhiều ứng dụng không thể phát triển được bởi không phù hợp với hệ thống thông tin địa lý 2 chiều. Do đó phải sử dụng hệ 3 chiều

Hệ không gian 3 chiều đặc biệt thích hợp:

Những lĩnh vực nghiên cứu :

- Địa chất
- Nước ngầm
- Môi trường.

Các ví dụ

- Nghiên cứu khí quyển
- Nước ngầm

Các ưu điểm

- Có thể xem được mô hình lập thể
- Biến đổi không gian 3 chiều
- Nêu bật thông tin 3 chiều

5.5.1. Các phần mềm thông dụng

- ARD/INFO
- INTERGRAPH
- GS-MAP
- MAPINFO
- ARC
- SYNERCOM
- ERDAS
- MAP
- IDRISI
- ENTEC

5.5.2. Phần mềm GIS

5.5.2.1. Môi trường hệ thống mở nảy sinh hỗ trợ cho ứng dụng

Như vậy cần phải

- Phần mềm có thể mang theo
- Phần mềm GIS phải tính mạng
- Dữ liệu mang theo

- Dữ liệu GIS phải tổng hợp ở một môi trường phải được sử dụng dễ dàng cho môi trường khác
- Đồ hoạ
- Ứng dụng linh hoạt

5.5.2.2. Các xuất bản định kỳ về hệ thống GIS

- Tạp chí VRISA
- Thế giới GIS (GIS World)
- Thế giới GIS thương mại (GIS Business World)
- GIS ở châu á (GIS in Asean)

5.6. TÌNH HÌNH SỬ DỤNG GIS Ở VIỆT NAM VÀ CÁC NƯỚC TRONG KHU VỰC

Hiện nay, hệ thống thông tin địa lý đã thâm nhập một cách đáng kể vào đa số các nước trên thế giới. Cho đến cuối những năm 1970 đã có những đầu tư đáng kể trong việc phát triển áp dụng cách làm bản đồ hay quản lý dữ liệu có sự hỗ trợ của máy tính. Đặc biệt ở Bắc Mỹ, thực ra dự tính có đến gần 4000 hệ thống thông tin địa lý, ở châu Âu tình hình phát triển có quy mô nhỏ hơn so với Bắc Mỹ nhưng đã có những bước dài trong việc phát triển hệ thống thông tin này ở nhiều nước như Thụy Điển, Na Uy, Đan Mạch, Hà Lan, Pháp, vương quốc Anh và Tây Đức

Việt Nam và các nước trong khu vực cũng đã bắt đầu tiếp cận với lĩnh vực này. Nhiều hệ phần mềm Thông tin địa lý đang được chúng ta khai thác và phát triển như LLWIS, IFRISI, DMAP, PAC/INFO...

Hệ thống thông tin địa lý sông Mêkong (GIS MEKONG) đang được Việt Nam và các nước trong khu vực quan tâm đáng kể

Campuchia là một nước hiện giờ chưa đủ nhân lực và các tài nguyên có thể tự tiến hành các hoạt động, các vấn đề đặt ra đều đòi hỏi phải bắt đầu cung cấp các thiết bị. Nhưng vì không có cơ sở hạ tầng nên đây là một địa điểm rất thuận lợi để bắt đầu khả năng vẽ bản đồ về các tài nguyên hợp nhất mà thật sự khó phát triển ở các nước có kinh nghiệm. Đối với Campuchia đề án về đất đai có thể dùng cho việc vẽ bản đồ là một đồ án điển hình mà có thể dùng GIS để phân tích. Việc áp dụng GIS để vẽ bản đồ về các tài nguyên của đất nước là vai trò vô cùng quan trọng cho kế hoạch phát triển trong tương lai của Campuchia

Cộng hoà dân chủ nhân dân Lào cũng là một nước chưa có nhiều tư liệu. GIS là một hệ thống hợp nhất quan trọng, cần thiết cho việc đặt kế hoạch và phát triển. Những người quyết định cần phải có hiểu biết nhất định. Trung tâm thông tin về các tài nguyên đã sử dụng GIS và hiện giờ chính thức được thành lập coi như một chi nhánh mới

Hầu hết các dữ liệu thu thập được ở Thái Lan đều thực hiện một cách độc lập. Một cố gắng trong mấy năm trước để phát triển một hệ TTTĐL về tài nguyên quốc gia cho Thái Lan đã bị trì hoãn. Vài Viện nghiên cứu ở Thái Lan hiện nay đã có các hệ thống ARC/INFO và vài số SPANS... Những đơn vị khác có thể có những phần cứng

Tình hình sử dụng ở Việt Nam

Một trong việc sử dụng GIS ở Việt Nam là dự án sông Mêkong. Đối với sông Mêkong GIS Việt Nam chưa có nhiều dữ liệu trong khu vực sông Mêkông. Từ hoạt động tiêu thụ dữ liệu thực tế từ Việt Nam, Viện điều tra quy hoạch lâm nghiệp (FIPI) đã phát triển hệ xử lý ảnh. GIS được thâm nhập vào nước ta nhưng hệ thống phần cứng và phần mềm còn chưa đồng bộ. Những năm gần đây đã có hàng loạt dự án GIS phục vụ công tác địa giới hành chính, điều tra tài nguyên thiên nhiên, đánh giá tác động môi trường.

Việc nghiên cứu ứng dụng GIS được thực hiện ở các cơ quan

- Tổng cục địa chính
- Cục bản đồ quân sự
- Viện điều tra quy hoạch (Bộ nông nghiệp)
- Viện tư liệu địa chất
- Trường Đại học Mỏ-Địa chất
- Học viện Thuỷ Lợi
- Trung tâm viễn thám và GEOMATIC

5.7. ĐỊNH NGHĨA CƠ SỞ DỮ LIỆU

Cơ sở dữ liệu không gian và cơ sở dữ liệu thuộc tính là cốt lõi của một hệ thống TTĐL

5.7.1. Cơ sở dữ liệu không gian

Cơ sở dữ liệu không gian là cơ sở dữ liệu có chứa trong nó những thông tin về định vị của đối tượng. Nó là những dữ liệu phản ánh, thể hiện những đối tượng có kích thước vật lý nhất định hay có một không gian nhất định

Nếu là những cơ sở dữ liệu không gian địa lý thì đó là những dữ liệu phản ánh những đối tượng có mặt ở trên hoặc ở bên trong bề mặt vỏ quả đất

Từ góc độ công nghệ TTĐL, đó là những yếu tố địa lý, địa chất được phản ánh trên bản đồ bằng những kiểu cấu trúc dữ liệu nhất định. Tuy nhiên cơ sở dữ liệu không gian đơn thuần là sự mô tả giống như địa chỉ của một khu dân cư mà chúng ta nên hiểu rằng địa chỉ đó chỉ mô tả một khu dân cư còn bản thân khu dân cư đó mới chính là một cơ sở dữ liệu không gian

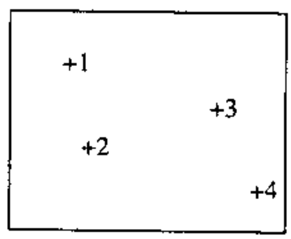
Dữ liệu không gian có 3 dạng cơ bản: Điểm, đường và polygon (h.5.9)

Các đối tượng như các kiểu đất, cảnh quan là cơ sở dữ liệu không gian polygon

Sông, đường giao thông là những cơ sở dạng đường

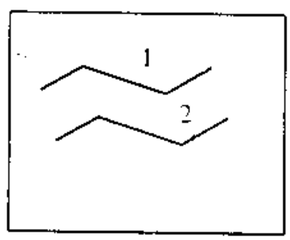
Điểm mốc trắc địa, điểm của các giếng khoan là những cơ sở dạng điểm

Điểm



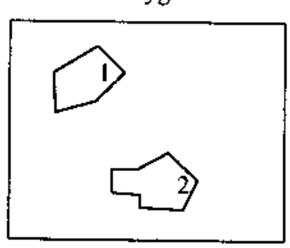
N điểm	x,y
1	2,4
2	3,2
3	5,3
4	6,2

Đường



N đường	x,y
1	1,5 3,6 6,5 7,6
2	1,1 3,3 6,2 7,3

Polygon



N^0 Polygon	x,y
1	2,4 2,5 3,6 4,5 3,4 2,4
2	3,2 3,3 4,3 5,4 6,2 5,1 4,1 4,2 3,2

Hình 5.9

Tất cả những đối tượng trên bề mặt quả đất đều có thể gộp vào ba loại trên bởi vì công nghệ hệ TTTĐL là một công nghệ tin học và máy tính không hiểu các khái niệm sông, giếng khoan là gì, nhưng nó có thể hiểu điểm, đường hay polygon. Để quy dữ liệu không gian về ba loại trên cho máy tính cần thiết phải xây dựng :

1. Vị trí của đối tượng

Trong khi đo vẽ chúng ta luôn luôn phải trả lời câu hỏi cái này ở đâu, vị trí của nó ở chỗ nào trên bản đồ ? Thật vậy, việc xây dựng vị trí các đối tượng là hết sức cần thiết. Chẳng hạn như đo vẽ bản đồ chuyên ngành ở nước ta từ trước đến nay luôn phải triển khai dựa trên một bản đồ topo nào đó. Song thực tế cho thấy độ chính xác của bản đồ đó không đáp ứng đủ cho việc vẽ bản đồ chuyên ngành nhất là tỷ lệ trung bình và lớn

2. Đặc trưng của đối tượng

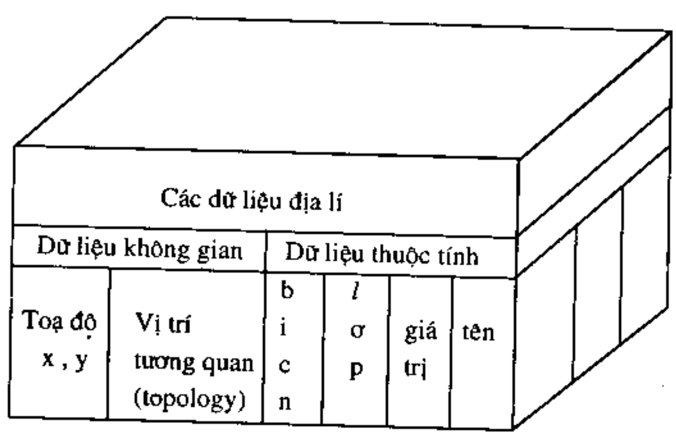
Đây chính là mô tả thuộc tính của đối tượng và máy tính có thể hiểu được nhờ việc mã hoá chúng theo các mức dữ liệu và bằng các giá trị số khác nhau

3. Mối quan hệ giữa các đối tượng

Các đối tượng trong nghiên cứu chuyên ngành luôn luôn được so sánh với nhau để tìm ra mối liên quan, ảnh hưởng giữa chúng. Đó là mối tương quan hình học topology. Đây là một yếu tố rất quan trọng và có thể nói là một yếu tố then chốt trong công nghệ TTĐL. Đây là sự khác biệt cơ bản giữa hệ thông tin địa lý hiện đại và các hệ xử lý đồ thị khác

5.7.2. Cơ sở dữ liệu thuộc tính

Cơ sở dữ liệu thuộc tính là cơ sở dữ liệu phản ánh tính chất của các đối tượng khác nhau và không nhất thiết phải mang nặng tính địa lý. Ví dụ, các thông tin về chủ đất, chất lượng, thể loại đất... là những dữ liệu thuộc tính (h.5.10).



Hình 5.10

5.8 CẤU TRÚC DỮ LIỆU

Không giống như các dữ liệu thao tác bằng tay các dữ liệu về địa lý rất phức tạp, nó phải bao gồm các thông tin về vị trí, khả năng liên kết địa hình và thuộc tính của các đối tượng. Trong số những hệ thống quản lý dữ liệu thì tư liệu địa lý dựa trên sự xác định vị trí các đối tượng trên bề mặt trái đất được thông qua các hệ toạ độ địa phương, quốc gia hay lưới chiếu quốc tế UTM.

Trong một cơ sở dữ liệu có thể chứa dữ liệu trong rất nhiều file. Để có thể truy nhập đến các dữ liệu trong một hay nhiều file chúng ta phải tổ chức dữ liệu theo một cấu trúc nào đó.

Có 3 dạng cấu trúc cơ sở dữ liệu

- Cấu trúc phân cấp
- Cấu trúc mảng
- Cấu trúc quan hệ

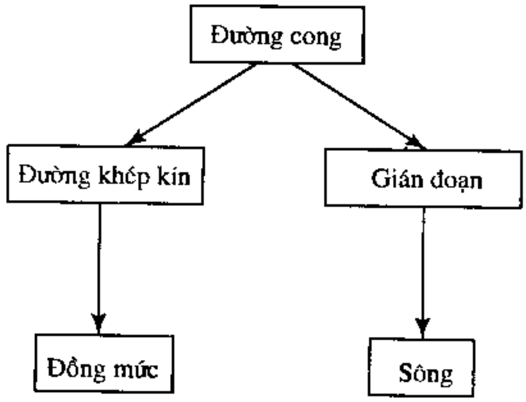
5.8.1. Cấu trúc phân cấp

Cấu trúc dữ liệu dạng phân cấp được tổ chức khi các dữ liệu có quan hệ cha con hay quan hệ một chiều (ví dụ các Pixel trong một vùng). Hệ thống phân cấp rất có ích đối với việc tổ chức dữ liệu và đối với môi trường, nó được dùng để phân loại động thực vật, đất...

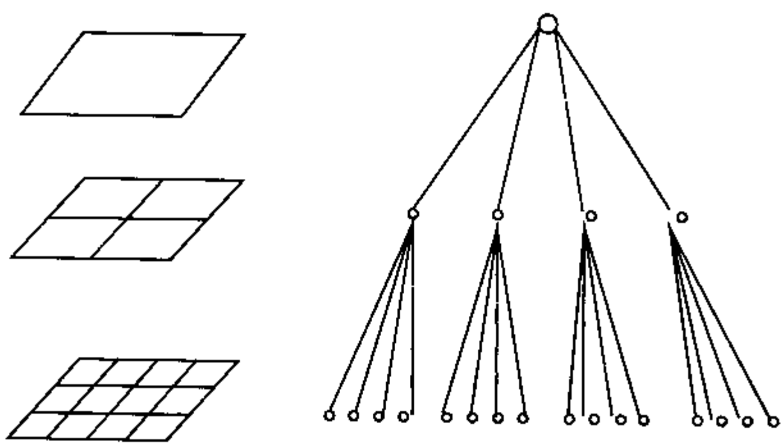
Các hệ thống phân cấp được truy nhập thông qua một tập các yếu tố để phân biệt. Các hệ thống phân cấp có sự tương quan chặt chẽ giữa thuộc tính phân biệt với thuộc tính liên kết.

Trong cấu trúc phân cấp các thông tin được tổ chức thành nhiều lớp với kích thước pixel tăng dần tới kích thước được chọn làm tối đa (samet, 1984). Trong các văn liệu cấu trúc dạng này thường có tên là cấu trúc tháp hoặc dạng cây 4 nhánh và có thể được minh hoạ trong hình dưới đây (hình 5.11).

Việc áp dụng hệ thống phân cấp rất thuận tiện trong thư viện, nhà băng, sân bay... vì mục đích tìm kiếm đã được xác định trước. Tuy nhiên, đối với dữ liệu môi trường thì việc khôi phục dữ liệu bị hạn chế rất nhiều vì nó không thể gò bó vào một cấu trúc phân cấp cứng nhắc. Nhược điểm cơ bản của hệ cơ sở dữ liệu phân cấp là file chỉ số rất lớn và những thuộc tính lọc có rất nhiều do vậy làm tăng dung tích lưu trữ, chi phí và truy nhập.



Cấu trúc phân cấp (a) hình tháp(b)
cây 4 nhánh(theo II Samel , 1984)



Các lớp Raster có
kích thước pixel khác nhau
(a)

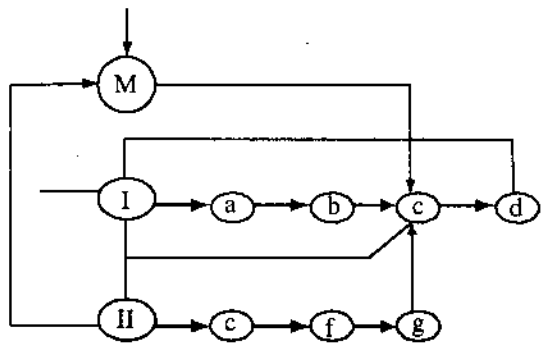
Các nhánh theo
kích thước pixel
(b)

Hình 5.11

5.8.2. Cấu trúc dữ liệu dạng mạng

Trong hệ thống phân cấp việc chuyển dịch bên trong cơ sở dữ liệu sẽ bị hạn chế rất nhiều theo các đường lên xuống của cây cấu trúc. Trong khi đó nhiều trường hợp phải liên kết nhanh giữa các dữ liệu với nhau ví dụ như liên kết giữa bản đồ và ảnh thì hệ thống mạng đủ khả năng để đáp ứng điều này

Cấu trúc này là cấu trúc con trỏ vòng tròn nên rất thuận tiện cho việc tránh sử dụng một cấu trúc topo phức tạp hay liên kết nhiều file với nhau. Việc làm này có thể tránh dư thừa dữ liệu, khai thác nhanh, nhưng nó cũng có một hạn chế đó là hệ thống bị phình ra bởi có quá nhiều con trỏ (h.5.12)



Hình 5.12

5.8.3. Cấu trúc cơ sở dữ liệu dạng quan hệ

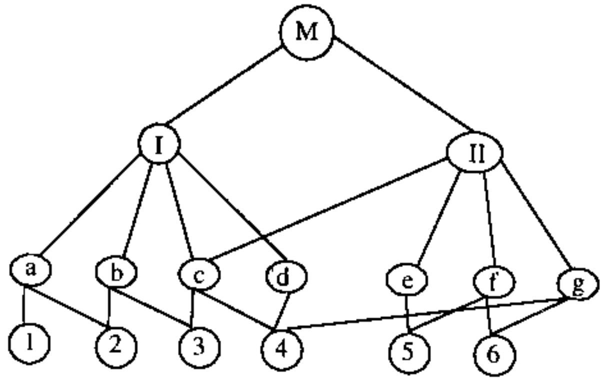
Đây là dạng lưu trữ dữ liệu đơn giản nhất, nó không có con trỏ cũng không phân cấp. Dữ liệu ở đây được chứa trong các bản ghi đơn được gọi là các bộ. Các bộ này bao gồm những dữ liệu có cùng chung thuộc tính.

Các bộ này được nhóm với nhau thành một bảng 2 chiều được gọi là quan hệ

Mỗi bảng 2 chiều này được gọi là một file biệt lập

Có một mã nhận dạng để nhận dạng từng bản ghi trong file

Cơ sở dữ liệu quan hệ có ưu điểm rất lớn là có thể tìm kiếm, tổ chức các file mới bằng cách gộp các file riêng biệt lại với nhau, so sánh bổ xung hay loại bỏ các dữ liệu một cách nhanh chóng vì đơn thuần chỉ là thêm bớt các bản ghi trong file. Tuy nhiên, cấu trúc quan hệ có một nhược điểm là phải có rất nhiều thao tác liên quan đến việc tìm kiếm tuần tự trên các file. Việc này đòi hỏi một số lượng thời gian cho dù trên máy tính loại nhanh nhất. Nhưng trên thị trường thế giới việc cạnh tranh đã đòi hỏi phải xây dựng một kỹ năng và trình độ kỹ thuật cao để cơ sở dữ liệu dạng quan hệ tìm kiếm với tốc độ có thể chấp nhận được. Chính vì vậy mà nó rất đắt, chúng chỉ được áp dụng trong GIS.



Hình 5.13

5.9. KHUÔN DẠNG DỮ LIỆU

Tất cả các phần mềm (HTTTĐL) thực hiện các xử lý với dạng số liệu vector hoặc với dạng raster. Sự khác nhau đặc biệt rõ khi ta cần đưa dữ liệu polygon vào lưu trữ. Nếu chúng ta lưu trữ chúng ở dạng vector thì ta lưu trữ ranh giới polygon và diện tích hao mòn bên trong ranh giới đó, còn nếu ta lưu trữ chúng ở dạng raster thì ta lưu trữ các pixel và ranh giới bao hàm các pixel của polygon.

5.9.1. Raster

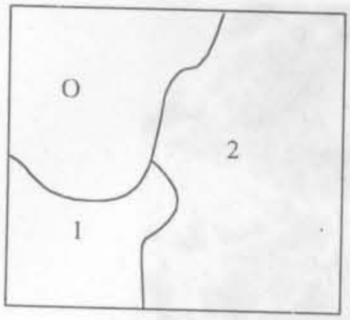
Raster là dãy những điểm sắp xếp theo hàng ngang và theo dãy cột đứng giống như những ô bàn cờ. Mỗi ô này được gọi là một điểm ảnh hay pixel và đánh dấu bằng ba giá trị: Thứ tự dòng, thứ tự cột, và một giá trị số (hay còn gọi là xám độ).

Trong GIS, mỗi pixel biểu thị một diện tích nào đó trên bề mặt vỏ trái đất. Chính vì thế nên nó có một toạ độ địa lý nhất định. Do đó, một trong những đặc trưng của pixel chính là kích thước của nó.

Cấu trúc raster có những ưu nhược điểm sau

** Nhược điểm*

Vì mỗi pixel có một diện tích nào đó cho nên khi thể hiện, phản ánh một đối tượng (polygon) thì hình dạng, kích thước và vị trí của nó sẽ có một sai số nào đó (hình 5.14)



0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	2	2
0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	2	2	2
0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	2	2	2	2
0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	2	2	2	2
0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	2	2	2	2
1	1	0	0	0	0	0	1	1	2	2	2	2	2	2
1	1	2	0	0	0	1	1	1	1	2	2	2	2	2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2
1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2
1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2

Hình 5.14

* *Ưu điểm*

Ưu điểm trước tiên là tính đơn giản của nó và dễ thực hiện các chức năng xử lý. Ví dụ để thêm một lớp dữ liệu (layer), chỉ cần thêm giá trị cho pixel tương ứng đó ở một layer khác và các phép xử lý chỉ cần tiến hành theo những pixel có cùng số thứ tự dòng và cột

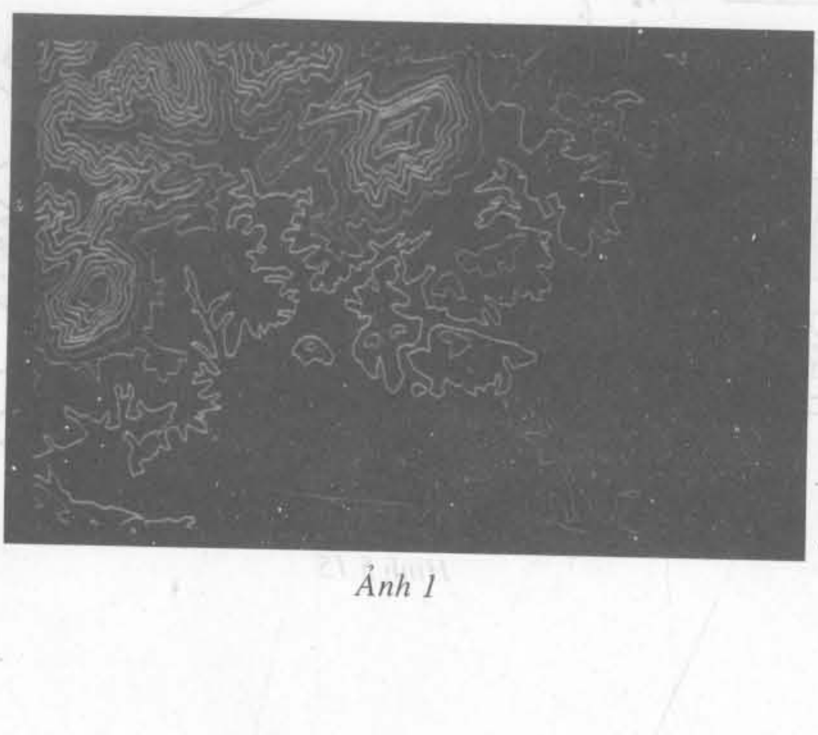
5.9.2. Vector

Cấu trúc của vector không có điểm ảnh. Toàn bộ các polygon và các dữ liệu đường cấu tạo bởi các vector nối nhau và chúng là những đại lượng có hướng.

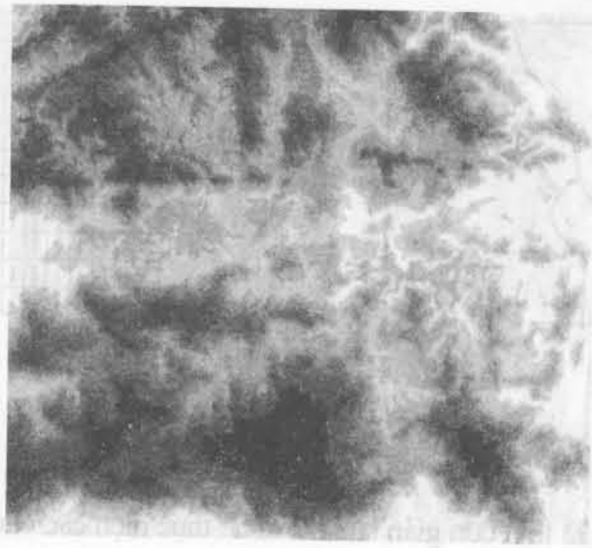
Cấu trúc vector có những ưu nhược điểm sau

* *Ưu điểm:* Mỗi điểm của vector có một toạ độ nhất định. Do vậy việc xác định vị trí có độ chính xác cao. Đối tượng được thể hiện đúng với hình dạng, kích thước và vị trí của mình.

* *Nhược điểm:* Phép xử lý không đơn giản như trong cấu trúc raster mà phải nhờ đến toạ độ hình học (topology). Vì vậy thời gian để thực hiện các phép xử lý khá lâu.



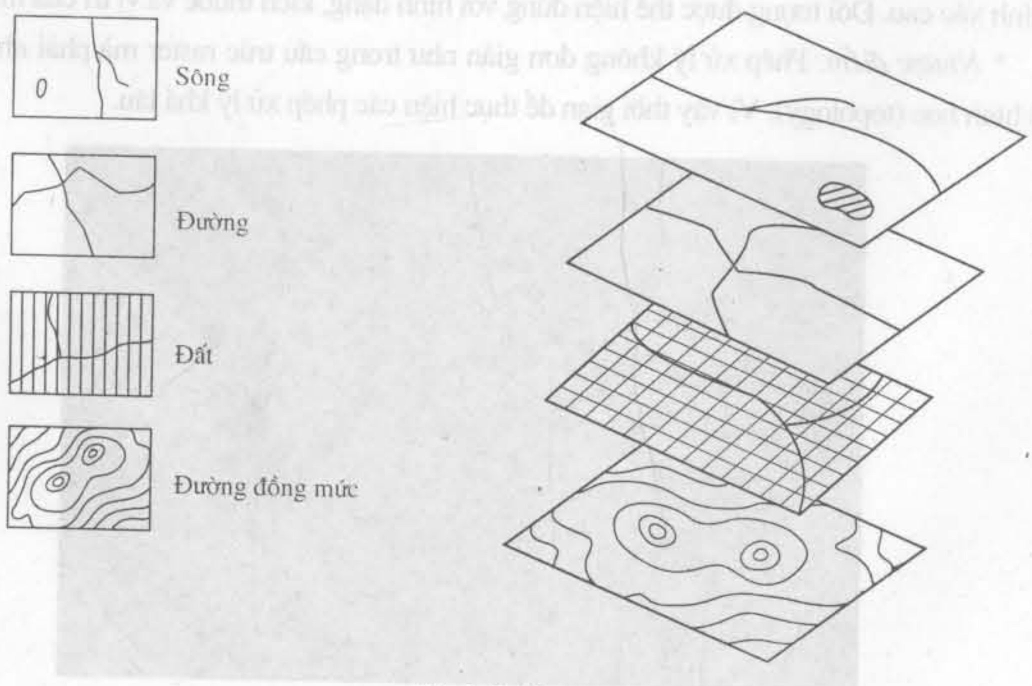
Ảnh 1



Ảnh 2

5.10 QUẢN LÝ DỮ LIỆU

Chúng ta thấy rằng một cơ sở dữ liệu không gian là một cơ sở dữ liệu hoàn thiện thể hiện đầy đủ các yếu tố địa hình và các yếu tố liên quan đến địa hình của vùng đã được phân bố. Chúng được tổ chức theo nhiều lớp mà mỗi lớp tương ứng như một tờ bản đồ.



Hình 5.15

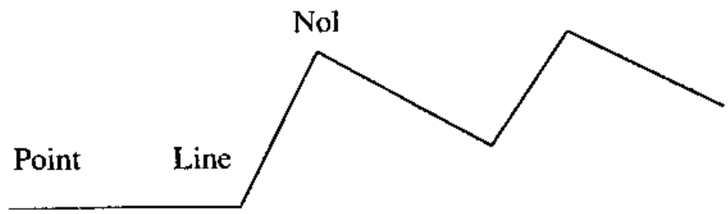
5.10.1. Quản lý dữ liệu vector

Chúng ta có thể thấy đối với các hệ thống vector chúng cũng được thu thập và thể hiện giống như bản đồ. Tuy nhiên chúng khác bản đồ ở hai đặc điểm sau

- Chúng chỉ bao gồm các thông tin đơn lẻ của một đặc điểm nào đó

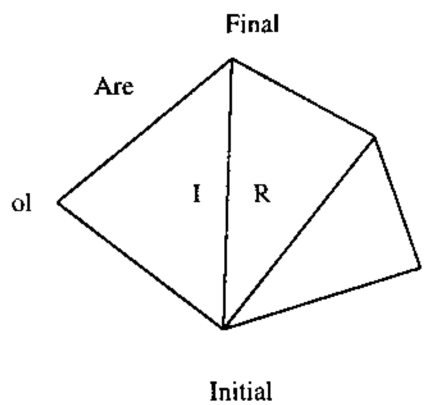
- Chúng có thể bao gồm một dãy các đặc trưng của các đặc điểm trên

Chúng ta thấy rằng máy tính quản lý dữ liệu vector theo toạ độ điểm X,Y,Z và chúng được phân biệt như sau:



Hình 5.16

- Đối với một vector không khép kín thì đường thẳng nối giữa hai điểm (hai point) gọi là đường (line) Nol



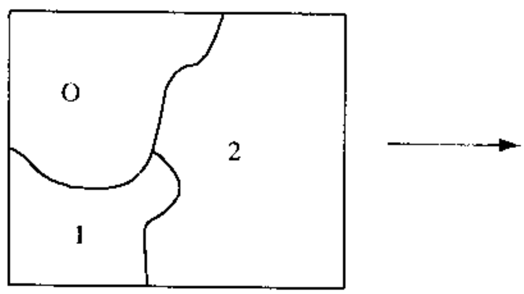
Hình 5.17

- Đối với một vector khép kín thì đoạn thẳng nối giữa hai Nol gọi là Area
- Hai đa giác liền nhau được xác định bởi điểm đầu Initial và cuối Final. Tương ứng với điểm đầu và cuối ta sẽ xác định được mặt trái (L) và phải (R) của giao hai vector khép kín.

Tóm lại việc quản lý dữ liệu vector chỉ là việc quản lý các điểm với các toạ độ tương ứng của chúng.

5.10.2. Quản lý dữ liệu Raster

Các hệ thống Raster cũng tổ chức giống như bản đồ này nhưng mỗi lớp dữ liệu của chúng gồm tất cả các thông tin biểu hiện tính đặc trưng riêng lẻ. Ví dụ ta có một lớp các loại đất, một lớp đường xá... các ví dụ này chính là sự kết hợp các đặc tính đồng nhất mà vị trí của chúng được xác định tại mỗi điểm ảnh.



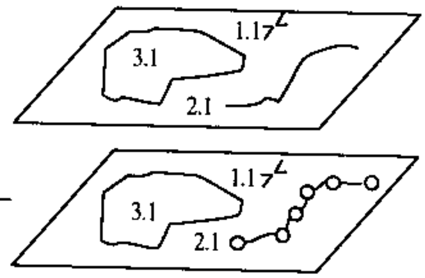
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	2	2
0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	2	2	2
0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	2	2	2	2
0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	2	2	2	2
0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	2	2	2	2
1	1	0	0	0	0	0	1	1	2	2	2	2	2	2
1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	2	2	2	2	2
1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2
1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2
1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2

Hình 5.18

Đối với các hình ảnh raster việc quản lý cũng phải dựa vào các vị trí kết hợp của phía trái, phải, đỉnh trên và đỉnh dưới của hình ảnh. Điều này cũng giống như việc quản lý dữ liệu vector mặc dù phía trái, phải, đỉnh trên, đỉnh dưới của ảnh raster ở đây là giới hạn của một hình chữ nhật. Việc quản lý như vậy đặc biệt quan trọng trong GIS vì nó cho phép các dữ liệu vector và raster quan hệ với nhau. Đây cũng là vấn đề hết sức quan trọng đối với việc xác định vị trí hiện thời trên mặt đất dựa vào giá trị các dữ liệu đã biết.

Nguyên lý chuyển dữ liệu không gian từ bản đồ vào HTTTĐL.

Như đã trình bày có ba khái niệm dùng để biểu diễn vị trí không gian của một đối tượng địa lý: Điểm, đường và vùng (polygon). Chúng được xác định trên các bản đồ sử dụng hệ tọa độ phẳng. Hệ toạ độ này thường được sử dụng như một công cụ đo và phân tích các tính chất của vị trí không gian. Hình dưới đây minh hoạ sự thể hiện các điểm, đường và vùng trong hệ tọa độ cartsian và được chuyển vào một tệp (file) trong HTTTĐL,như thế nào ?



	Thuộc tính	Toạ độ
Điểm	1.1	x , y
Đường	2.1	$x_1y_1 . x_2y_2 .... x_ny_n$ (chuỗi)
Vùng	3.1	$x_1y_1 . x_2y_2 .... x_1y_1$ (khép kín)

Hình 5. 19: Tệp tin chứa toạ độ x, y chuyển từ bản đồ vào.

CHƯƠNG VI

ỨNG DỤNG CÁC PHẦN MỀM GIS

6.1 MỘT SỐ THAO TÁC, SỬ DỤNG GIS

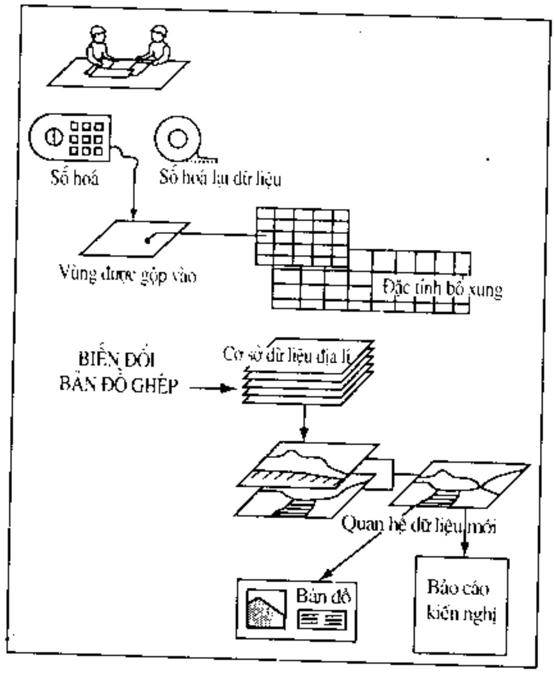
6.1.I. Nhập dữ liệu và kiểm tra dữ liệu

Hệ thống TTĐL vừa thu nhận vừa tạo ra cơ sở dữ liệu không gian cũng như dữ liệu thuộc tính. Sau khi các dữ liệu này đã được mã hóa chúng phải được chuyển đổi sang dạng số để máy tính có thể hiểu được. Hiện nay việc số hoá được tiến hành trên những bàn số với các kích cỡ khác nhau, nhưng mới đây người ta cũng đã chế ra những công cụ để số hoá không phụ thuộc vào bàn số và có tốc độ nhanh hơn nhiều so với số hoá bằng bàn số.

Số hoá bản đồ địa hình (topo) là chuyển đổi bản đồ topo ở dạng số nhằm mục tiêu tạo nên một cơ sở dữ liệu bản đồ địa hình có thể xử lý bằng công cụ tin học kết hợp với các dữ liệu địa chất, viễn thám và các dữ liệu khác

Việc số hoá có thể thực hiện bằng nhiều công cụ với những phần mềm khác nhau như LLWIS, ACAD, IDISI...

Autocad là một chương trình vẽ và thiết kế chuyên dụng với sự hỗ trợ của máy tính. Tên tiếng Anh là Computer Aided Design (CAD) do hãng Autodesk sản xuất Autocad dùng các lệnh để giúp người thiết kế vẽ được các bản đồ một cách nhanh và chính xác, thiết kế bằng máy tính ra đời năm 1964, tuy nhiên nó mới chỉ phát triển mạnh từ 1982 khi mà các hệ thống CAD có thể được sử dụng trên máy tính. Từ năm 1982 Autodisk đã cho ra đời được 11 vesion Autocad và càng ngày Autocad xuất hiện với càng nhiều ưu điểm: Dễ sử dụng, chính xác, thông minh và có khả năng chuyên dụng hoá.



Hình 6.1

ACAD được sử dụng để vẽ một dải rộng (đối tượng chụp từ máy bay) cho đến mảnh vụn cực nhỏ. Cả hệ thống thông tin địa lý lẫn CAD đều cần phải có khả năng liên kết các vật thể vào một hệ quy chiếu nào đó và cả hai bên đều cần phải có khả năng mô tả các quan hệ địa hình. Các khác biệt chủ yếu giữa GIS và CAD là GIS chứa khối lượng thông tin lớn hơn rất nhiều và số liệu đưa vào GIS rất đa dạng. Sự khác biệt đó lớn đến mức mà một hệ thống hữu hiệu đối với CAD có thể hoàn toàn không thích hợp đối với GIS và ngược lại.

Một hệ thống để nhập gồm có :

- Một hệ phần mềm ACAD (hay phần mềm TTĐL)
- Một màn hình đồ hoạ (máy vi tính)
- Máy in hay máy vẽ
- Các thiết bị đầu vào: Chuột, bàn số hoá, bàn phím
  + *Chuột*: Khi chúng ta di chuyển con chuột, vị trí hai sợi tóc cắt nhau trên màn hình cũng di chuyển theo. Con chuột dùng để định vị điểm trên màn hình và để chọn các phần trong danh mục .
  + *Bàn số*: Là một bảng hình chữ nhật với kích thước tuỳ cỡ, nó là một bộ phận quan trọng để số hoá dữ liệu bản đồ. Khi số hoá bản đồ phải đặt tờ

bản đồ đó lên bàn số và việc số hoá chỉ tiến hành với những tài liệu nằm trong khung của bàn số.

+ *Bàn phím*: Là bàn phím máy vi tính. Nó dùng để đưa các lệnh lên màn hình và ACAD sẽ thực hiện theo các lệnh đó.

Công việc nhập dữ liệu sẽ được tiến hành như sau :

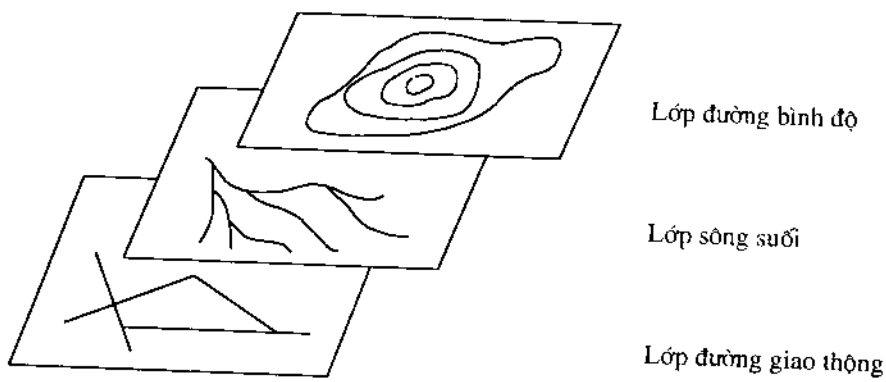
- Đầu vào chúng ta cần xem xét trên tờ bản đồ này có những yếu tố nào. Đó là các yếu tố: Địa hình, thuỷ văn, giao thông, dân cư, thổ nhưỡng thực vật. Chúng ta sẽ phân mỗi yếu tố này thành từng lớp tương ứng. Để phục vụ cho việc thực nghiệm quản lý dữ liệu địa hình chúng ta sẽ phân tờ bản đồ địa hình thành 3 lớp sau đây :

+ Lớp đường bình độ

+ Lớp thuỷ văn

+ Lớp giao thông.

- Sau khi phân tờ bản đồ này thành 3 lớp dữ liệu, chúng ta sẽ số hoá từng lớp dữ liệu riêng biệt. Công việc này chính là chuyển các dữ liệu từ dạng đường sang dạng số để từ đó chúng ta có thể chồng ghép chúng lên nhau hoặc biến đổi chúng.



Hình 6.2

- Phân lớp xong chúng ta sẽ xác định toạ độ của khung bản đồ và đặt tờ bản đồ đó lên bàn số hóa để thực hiện việc số hoá từng lớp dữ liệu. Sau đó chúng ta sẽ sử dụng một số lệnh cơ bản của ACAD để số hoá các lớp dữ liệu này.

- Khi quá trình số hoá 3 lớp dữ liệu được thực hiện xong chúng ta sẽ có 3 file vector. Đó là:

+ File đường bình độ

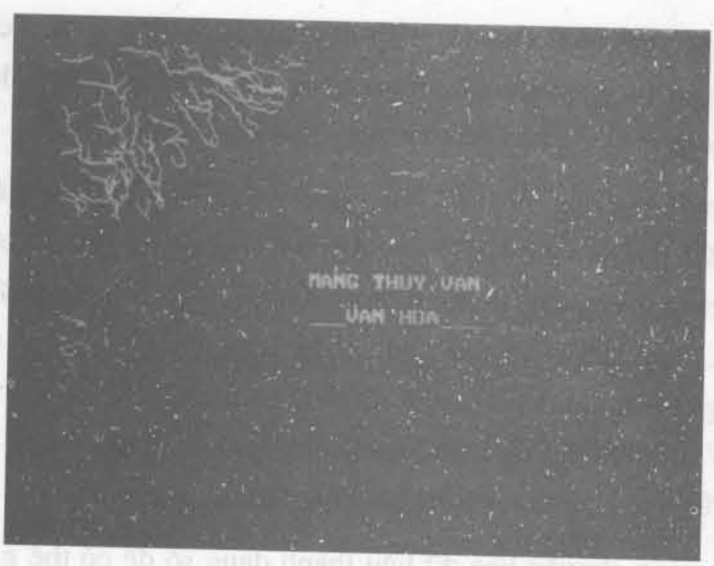
+ File đường sông

+ File đường giao thông

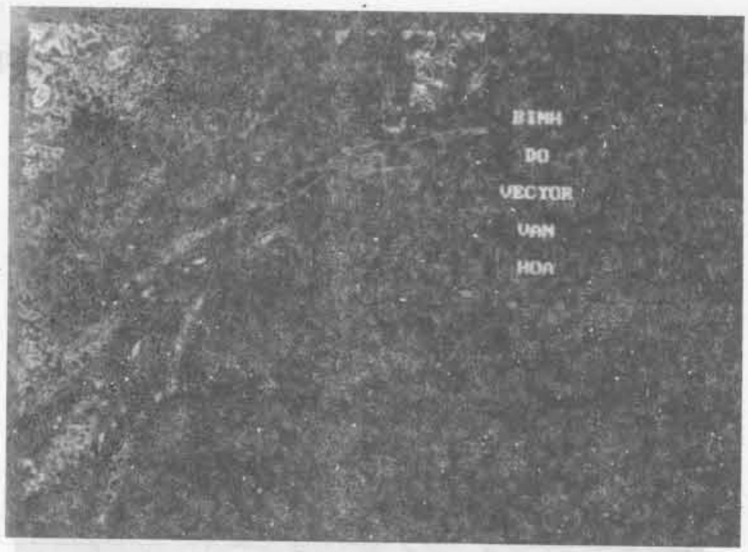
- Các file dữ liệu

- Sau khi thực hiện các file vector này chúng ta có thể chồng ghép chúng lên nhau để tạo thành một bản vẽ mới tương ứng với tờ bản đồ đã số hóa

Ảnh 3: Lớp đường giao thông sau khi số hoá



Ảnh 4: Lớp thuỷ văn sau khi số hoá



Ảnh 5: Lớp đường nhiệt độ sau khi số hoá

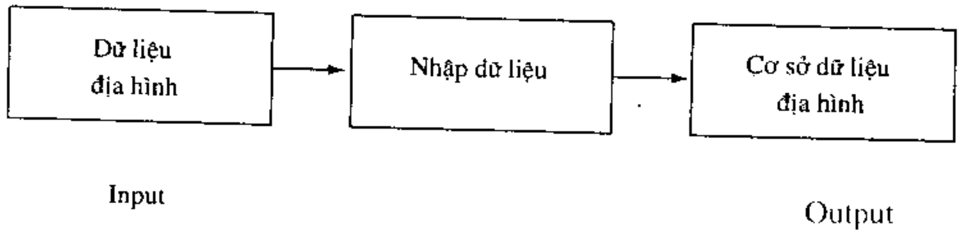
- Cần lưu ý trong việc nhập dữ liệu phải cẩn thận và chính xác. Bởi vì chỉ cần một lỗi rất nhỏ mà người nhập dữ liệu không phát hiện ra thì kết quả thu được khi biến đổi sẽ có sai sót và có khi hình ảnh của chúng ta bị biến dạng.

- Như vậy sau khi nhập dữ liệu tờ bản đồ địa hình này chúng ta sẽ có một cơ sở dữ liệu địa hình. Việc nhập dữ liệu đối với ảnh hàng không hay vũ trụ có thể dùng máy quét scanner hay đối với băng từ sẽ dùng máy đọc băng từ. Dữ liệu thu được sẽ chính là 1 tờ bản đồ.

- Tóm lại, thực chất của phương pháp này chính là việc tách các lớp thông tin và biến đổi chúng sang dạng số sau đó chồng ghép lên nhau hay biến đổi chúng để phục vụ cho mục đích của trắc địa bản đồ hay mục đích khác.

Do thiết kế, mỗi hệ phần mềm (TTĐL) hoạt động với cấu hình riêng biệt cũng như với khuôn dạng đặc thù của mình. Do vậy để có thể sử dụng nguồn cơ sở dữ liệu của hệ thống thông tin khác thì mỗi hệ thống thông tin địa lý đều phải có nhóm chức năng trao đôi cơ sở dữ liệu. Nói cách khác phải chấp nhận được những Input và tạo ra được những file Output tương thích. Chức năng này rất thuận lợi cho việc sử dụng các thông tin ở dạng tổng hợp. Ví dụ như địa chất sử dụng thông tin trắc địa, quản lý ruộng đất cũng sử dụng thông tin trắc địa. Xây dựng cũng sử dụng thông tin trắc địa...

Như vậy khả năng chuyển hoá dữ liệu thành dạng số để có thể giao diện với tất cả các phần mềm hệ thống thông tin địa lý là cực kỳ quan trọng. Chính vì vậy nhập dữ liệu là quan trọng nhất trong các chức năng của hệ thống thông tin địa lý.



Hình 6.3

6.1.2. Xuất dữ liệu và trình bày dữ liệu

Việc biểu thị các dữ liệu để xử lý như trình bày các kết quả, thực hiện ở cả ba dạng. Trên màn hình, bằng máy vẽ, bằng máy in.

Trên màn hình có thể biểu thị dữ liệu đồng thời cả ở dạng raster cũng như ở dạng vector. Chính nhờ đó mà chúng ta có thể tham khảo đồng thời nhiều loại tham số khác nhau trong quá trình xử lý.

6.1.3. Lưu trữ và quản lý dữ liệu trong GIS

6.1.3.1. Các file dữ liệu trong GIS

1. Các file dữ liệu trong GIS

Các file dữ liệu trong GIS chia làm 3 loại cơ bản

- File ảnh (Image)
- File vector
- File giá trị thuộc tính (Attribute Value)

2. Tạo tên của các file GIS

Tên các file dữ liệu trong GIS không dài hơn 8 ký tự và không có khoảng trống giữa các ký tự. Ví dụ các dạng

- File ảnh
- File vector
- File giá trị

3. Các file tư liệu GIS

Khi ta gọi ra một file ảnh, file vector hay file giá trị trong GIS, chúng ta tác động đến 2 file. Mỗi file dữ liệu được kèm đi với một file tư liệu.

- File tư liệu ảnh
- File tư liệu vector
- File tư liệu giá trị

4. Hệ thống toạ độ

- Hệ thống toạ độ địa lý (hệ toạ độ trắc địa)
- Hệ tọa độ phẳng Đêcac bất kỳ.

6.1.3.2. Lưu trữ và quản lý file dữ liệu vector

Trong hệ thống thông tin địa lý một cấu trúc file đồng nhất, riêng biệt đối với điểm, đường polygon. Sau khi mã hoá các đường nét của đối tượng chúng ta sẽ được file vector. Đối với tất cả các đường nét (điểm, đường, polygon) file bao gồm các số biểu thị như sau :

- Giá trị đồng nhất của đối tượng
- Số điểm mà nó dùng để xác định đối tượng
- Toạ độ X, Y, Z của mỗi điểm.

Ví dụ:

1. Nội dung của file đường (file này chứa 1 đường)

300	2
21,5	18,1
22,3	21,5
0	0

Đường này có giá trị đồng nhất là 300 và chứa 2 điểm

- Điểm thứ nhất có toạ độ X = 21.5
  Y = 18.1
- Điểm thứ hai có toạ độ X = 22.3
  Y = 21.4

Giá trị 0 cuối cùng đánh dấu kết thúc file.

2. Nội dung của file polygon (chứa 1 polygon)

110	4
22,2	14,6
56,5	15,3
62,4	85,9
22,2	14,6
0	0

Polygon này có giá trị đồng nhất là 110 và chứa 4 điểm. Nhưng thực chất ta thấy nó chỉ có 3 điểm và điểm thứ 4 trùng với điểm thứ nhất.

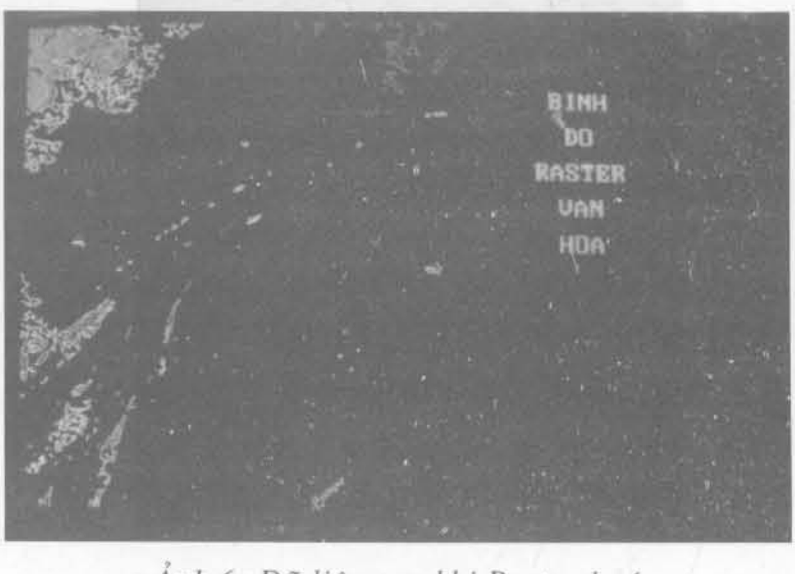
Sự khác nhau giữa đường và polygon là: Polygon có điểm đầu và điểm cuối trùng nhau

6.1.3.3. Lưu trữ và quản lý dữ liệu ảnh

File ảnh là phương tiện cơ bản nhất để mô tả và phân tích các hiện tượng không gian. Chúng là mạng lưới dữ liệu raster, trong đó các giá trị số được sử dụng để ghi lại trạng thái hay đặc tính của đất. Quá trình phân tích được thực hiện trên file ảnh. Thật vậy, phần lớn các Module được dùng để hiển thị, quản lý và phân tích file ảnh. Chính vì vậy chúng ta sẽ chuyển đổi các dữ liệu vector thành các dữ liệu ảnh raster.

Để thực hiện việc chuyển đổi này đối với hệ thống phần mềm (TTĐL), đầu tiên chúng ta phải tạo ra một tấm ảnh với kích thước tuỳ chọn.

Sau khi tạo ra được tấm ảnh chúng ta sẽ chuyển đổi dữ liệu vector ở dạng đường sang dữ liệu ảnh raster (ảnh 6)

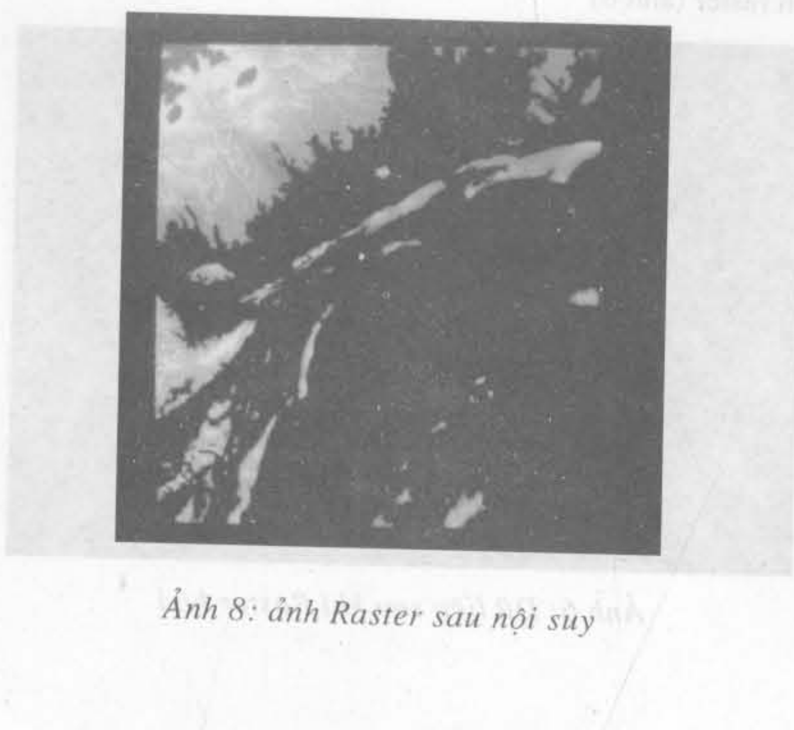


Ảnh 6: Dữ liệu sau khi Raster hoá

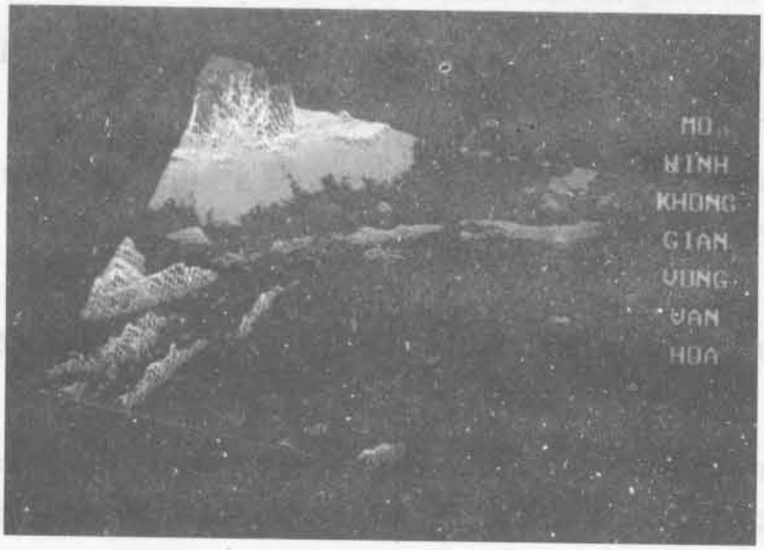
Chúng ta biết rằng chức năng nội suy trong một hệ thống thông tin địa lý nhằm mục tiêu tạo ra ảnh raster từ các đường bình độ đã số hoá. Như vậy từ tấm ảnh raster mới được tạo ra này chúng ta có thể xử lý và làm việc với các thông tin trên nó một cách dễ dàng, (ảnh 9). Và chúng ta có các file của tư liệu ảnh

Ảnh 7: Mô hình không gian lưu trữ dạng nguyên

Ảnh raster này có kiểu dữ liệu là byte việc thể hiện địa hình ở đây sẽ được thể hiện bằng mô hình (ảnh 9)



Ảnh 8: ảnh Raster sau nội suy



Ảnh 9: Mô hình không gian

6.1.3.4. Biến đổi và hỏi đáp dữ liệu

Có thể thực hiện biến đổi và hỏi đáp dữ liệu đối với dữ liệu không gian và phi không gian. Sau khi đã tạo các file vector và file ảnh hay file giá trị. Chúng ta sẽ có thể tìm kiếm, biến đổi chúng. Khi tổ chức và quản lý cơ sở dữ liệu địa hình thì chúng ta có thể đặt ra một hay nhiều câu hỏi về địa hình. Để trả lời những câu hỏi này chúng ta sẽ sử dụng hầu hết các chức năng tìm kiếm và biến đổi dữ liệu. Chúng ta thấy rằng việc quản lý dữ liệu địa hình bằng phương pháp truyền thống như chứa bản đồ, số liệu địa hình, ảnh hàng không, vũ trụ trong các ngăn tủ kho mất rất nhiều thời gian. Thay vào đó GIS quản lý dữ liệu dưới dạng đĩa từ hay băng từ. Ví dụ chúng ta tổ chức cơ sở dữ liệu địa hình ở đây rất thuận lợi và có hiệu quả. Mặc dù việc đặt ra các câu hỏi là không hạn chế nhưng chúng ta sẽ chú ý vào những câu hỏi về quản lý dữ liệu địa hình địa chính.

Có thể thêm bớt các thông tin trên bản đồ địa hình một cách dễ dàng mà không phải làm lại các quy trình công nghệ sản xuất bản đồ ví dụ như thêm đường giao thông, hay đường đồng mức, khu dân cư...

Có thể chuyển đổi hệ thống toạ độ lưới chiếu UTM sang Gauss và ngược lại. Hoặc có thể thực hiện việc chuyển đổi giữa các hệ lưới chiếu khác nhau.

Tìm kiếm một cách nhanh chóng các file dữ liệu tuỳ theo yêu cầu của người sử dụng và có thể biểu thị chúng lên màn hình, ra máy in, máy vẽ.

Dựa trên các bản đồ nền sẵn có được số hoá, chúng ta có thể tổng hợp các lớp thông tin để phục vụ làm các bản đồ chuyên đề.

Có thể biết được toạ độ X, Y, Z hay tọa độ hàng, cột giá trị xám độ của bất cứ m... điểm nào trên khu vực đã số hoá.

- Sau khi quét các ảnh hàng không, vũ trụ chúng ta có thể lưu trữ những hình ảnh đó bằng đĩa từ với những tên khoá phân biệt khác nhau để thực hiện việc tìm kiếm dễ dàng.

- Để xây dựng một mô hình không gian 3 chiều phục vụ cho việc giám sát địa hình khu vực, chúng ta có thể thay đổi cách nhìn. Chẳng hạn như xoay mô hình đó đi một góc 90^0 hay theo các hướng tuỳ ý. Chúng ta cũng thay đổi tỷ lệ, độ phóng đại màu sắc sao cho mô hình mà chúng ta nhận được là rõ nhất.

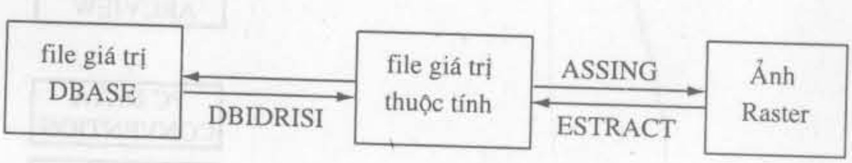
Ảnh 10: Dữ liệu sau khi chồng ghép lớp sông và đường đồng mức

Ảnh 11: Tìm kiếm những đường đồng mức có cùng giá trị

- Có thể tìm kiếm những đường bình độ có cùng độ cao hay những thông tin có cùng chung thuộc tính một cách dễ dàng.

- Việc nới rộng một phần của hình ảnh hay ghép nối các file ảnh hay file vector là rất dễ dàng. Công việc này rất thuận lợi cho việc ghép biên các bản đồ tỷ lệ lớn. Và chồng ghép các mảnh bản đồ một cách chính xác nhất. Chính vì vậy sai số biên là rất nhỏ và hầu như không đáng kể.

- Từ những file giá trị thuộc tính chúng ta cũng có thể chuyển đổi sang ảnh raster và ngược lại chuyển từ ảnh raster sang file giá trị thuộc tính.



Hình 6.4

Sơ đồ kết quả của việc xử lý trong các phần mềm GIS

6.2. PHẦN MỀM ARC/INFO PC CỦA GIS

6.2.1. Các modul phần mềm

PC ARC/INFO STATER KIT dùng để số hoá, tạo bản đồ tạo dữ liệu thuộc tính và truyền thông tin trong mạng và trong hệ thống.

+ PC ARCDIT: Sửa chữa làm đồ hoạ và cập nhật các bản đồ và hoàn thiện các bản đồ

+ PC OVERLAY: Chồng xếp polygon (polygon overlay), chồng xếp line và point trên polygonvà tạo các polygon đệm.

+ PCNETWORK: Tính toán tối ưu, định vùng, khoanh vùng, tạo các đối tượng tương ứng theo các dữ liệu thuộc tính (optinal routing, allocation, disticting and address matching).

+ PCARCPLOT: Thành lập và trình bày bản đồ vẽ đồ thị. Tạo legend tô màu các đối tượng đồ hoạ.

+ PCDATA CONVENTION: Chuyển dữ liệu bản đồ sang dữ liệu khác và trao đổi với các phần mềm khác.

+ Các phần mềm khác :

- ARCVIEW: Hiển thị, hỏi đáp, in các bản đồ cấu trúc .
- SML (SimՒple Macro Languege): Ngôn ngữ thao tác đơn giản cho PC.
- ALM (Ara/info Macro Languege): Là ngôn ngữ phát triển của SML.

Các sản phẩm phần mềm của PC ARC/INFO được thực hiện theo trình tự.

Xây dựng cơ sở dữ liệu địa lý

Phân tích dữ liệu địa lý

Trình bày dữ liệu địa lý

Trợ giúp

PC ARC/INFO STATER KIT

PC ARCEDIT

PC OVERLAY

PC NETWORK

PC ARCPLOT

ARCVIEW

PC DATA CONVENTION

SML

ALM

Các phầm mềm PC ARC/INFO

Cơ sở dữ liệu

Các chuẩn trong PC ARC/INFO

+ Chuẩn về hệ thống toạ độ

PC ARC/INFO cho phép sử dụng các hệ thống toạ độ phép chiếu, và chuyển đổi hệ thống toạ độ giữa các phép chiếu với lệnh PROJECT. Lệnh TRNSFORM, PC ARC/INFO cho phép biến đổi tọa độ. Projective và Affine có thể đưa các dữ liệu địa lý về hệ thống toạ độ thống nhất.

+ Chuẩn về mô hình dữ liệu không gian

PC ARC/INFO mô hình hoá các dữ liệu không gian của đối tượng địa lý bằng point, line, polygon, text

PC ARC/INFO có thể mô hình hóa các dữ liệu không gian bằng các đường (line) và điểm (label point. Topology cho phép phân tích dữ liệu của PC ARC/INFO

Trong PC ARC/INFO có mô hình topology

a) Polygon topology

b) Arc topology

c) Arc-node topology

+ Chuẩn về dữ liệu thuộc tính

Mô hình dữ liệu thuộc tính của PC ARC/INFO được xây dựng trên cơ sở mô hình quan hệ. Dữ liệu thuộc tính được mô tả dưới dạng các bảng (tables) gồm các cột mô tả cấu trúc thông tin cho các đối tượng và các dòng chứa các dữ liệu thuộc tính của đối tượng địa lý PC ARC/INFO dùng các bảng chứa các dữ liệu và quan hệ của mô hình dữ liệu PC ARC/INFO có cấu trúc DBF

+ Chuẩn về bản đồ

PC ARC/INFO cho phép xây dựng bản đồ như: Font, color, patterm, linetype... tạo Font, patterm, limtype kết quả là các file DBF chứa các dữ liệu về Font, patterm linetye

6.2.2. Thiết kế hệ quản trị cơ sở dữ liệu địa lý

PC ARC/INFO cung cấp khả năng xây dựng hệ quản trị cơ sở dữ liệu địa lý theo mô hình ba chiều: ngang, xiên, thời gian thể hiện bằng :

a) Phân mảnh bản đồ

b) Phân lớp bản đồ

c) Mô hình hoá quá trình theo thời gian.

+ Phân mảnh bản đồ

PC ARC/INFO cho phép ghép các mảnh bản đồ kề nhau, cắt các bản đồ thành nhiều mảnh khác nhau.

+ Phân lớp bản đồ

Có hai kiểu phân lớp: Phân lớp theo kiểu các đối tượng (mô hình dữ liệu không gian của các đối tượng) và lớp theo nội dung mô tả các đối tượng. PC ARC/INFO cho phép thao tác nhiều coverage tương ứng với từng lớp dữ liệu địa lý.

+ Mô hình hoá quá trình theo thời gian

+ Nhập cơ sở dữ liệu địa lý

+ Số hoá bản đồ

PC ARC/INFO cho phép số hoá các loại giấy từ A4 đến A0. Phần mềm ADS của PC ARC/INFO STATER KIT hoặc PC EDIT cho phép dễ dàng số hoá các đối tượng dạng

+ Arc: Trình bày các đối tượng kiểu đường và để xây dựng mô hình topology

+ Label point có thể dùng với ba mục đích như

Trình bày các đối tượng dạng ký hiệu điểm

Gắn cho các topolgoy

Trình bày các chữ để mô tả địa danh

+ Nod: Trình bày điểm đầu, điểm cuối (endpoint) hoặc giao điểm (intercrosstion) của các đối tượng kiểu đường

- Tìm và sửa lỗi số hoá

PC ARC/INFO cung cấp công cụ tự động để tìm và sửa các lỗi số hoá

+ Các Arc có các điểm giao nhau mà không phải các node (lỗi intercrostion)

+ Các Arc trùng nhau (Duplicate arcs)

+ Các vùng không khép kín...

Có thể tự động tìm và sửa chữa trong PC ARC/INFO STATER KIT và PC EDIT với các lệnh Clean, Mnode, Generalize, Add, Delete, Split...

+ Tạo topology và xây dựng cấu trúc dữ liệu thuộc tính

với PC ARC/INFO các cấu trúc topology được tạo tự động với mô hình hoá các đối tượng điểm, đường, vùng

PC ARC/INFO cho phép tự động tìm lỗi topology

* Lỗi nhiều hơn 1 label spoint trong một tology

* Lỗi không có label spoint trong một topolog

- Line-in-polygon overlay: Chồng xếp các đối tượng kiểu line lên vùng

+ Các phép toán phân tích Network để phân tích đồ thị cho các bài toán quy hoạch tối ưu. PC NETWORK cung cấp

* Rout: xác định các đường đi tốt nhất cho các dịch chuyển tài nguyên qua mạng

* Allocation cho phép

Tìm các yếu tố quan tâm (trường học, trạm cứu hoả...) thuận lợi, tính toán chi phí tốt nhất, xây dựng mô hình phân bố, quy hoạch tốt nhất. Tìm kiếm khu vực có tiềm năng.

* Address matching: Tìm kiếm, định vùng các đối tượng dựa vào các mối liên hệ giữa chúng.

Hỏi đáp dữ liệu (data query). Dùng để chọn các đối tượng từ cơ sở dữ liệu trong GIS, hỏi đáp dữ liệu chứa các phép hỏi đáp truyền thống (Select, aselect, reselect...). Hỏi đáp theo thuộc tính và hỏi đáp theo dữ liệu không gian dựa vào các phép toán không gian.

PC EDIT, PCARC/INFO STATER KIT, PC OVERLAY, PC NETWORK cho phép hỏi đáp dữ liệu

Tạo các bản đồ

Các phép toán không gian overlay và Network. Trong PC ARC/INFO các phép toán này được kiểm nghiệm với tốc độ và độ chính xác cao trên máy PC thông dụng để tạo ra các loại bản đồ

Mô hình hoá quá trình

PC ARC/INFO cho phép cập nhật dữ liệu để cập nhật dữ liệu dựa vào khả năng tự động hoá trong thu nhập dữ liệu và các phép toán không gian

Trình bày dữ liệu địa lý

PC ARCPLOT cung cấp khả năng trình bày các bản đồ với cách thể hiện color, patterm, linetype, font theo yêu cầu quy phạm

Thể hiện dữ liệu thuộc tính trên bản đồ bằng cách shade (tô màu, patterm) các polygon

Trình bày text (approtation)

Trình bày ký hiệu (Symbol)

Tạo legend, khung...

6.3. GIỚI THIỆU PHẦN MỀM MAPINFO

MAPINFO cho phép :

- Nhập, xuất dữ liệu
- Cập nhật, sửa đổi dữ liệu
- Hiển thị dữ liệu
- Tra cứu, quản lý thông tin
- Tạo các nội dung chuyên đề
- In ấn

MAPINFO quan hệ với người sử dụng trong WINDOWS MAPINFO là công cụ cho phép thực hiện vẽ đối tượng, lựa chọn, tra cứu thông tin...

Chức năng của MAPINFO là :

* Xây dựng cơ sở dữ liệu

* Quản lý và phân tích dữ liệu

* Trình bày dữ liệu

6.3.1. Xây dựng cơ sở dữ liệu địa lý trong MAPINFO

Cơ sở dữ liệu của MAPINFO gồm: Cơ sở dữ liệu không gian và cơ sở dữ liệu thuộc tính

Dữ liệu không gian có thể:

Vào trực tiếp qua MAPINFO

+ Số hoá trực tiếp từ dạng raster trong MAPINFO hoặc số hoá vào môi trường WINDOWS dùng các lệnh tạo mới MAPINFO để vào bản đồ. Tuy nhiên độ chính xác chưa cao và tốc độ số hóa chậm.

+ Vào dữ liệu qua Autocad, Disigncad. Dữ liệu sau khi số hoá xong được chuyển sang dạng format trực tiếp của MAPINFO hoặc chuyển sang dạng DXF của Autocad sau đó dùng lệnh Import của MAPINFO để chuyển sang dữ liệu của MAPINFO.

Vào các dữ liệu thuộc tính (attribute data) vào trực tiếp trong MAPINFO bằng cách vào dữ liệu qua bảng dữ liệu. Có thể thay đổi cấu trúc của bảng bằng (Table Maintenance) Table Struction.

Sửa chữa cơ sở dữ liệu

Sửa chữa cơ sở dữ liệu không gian cũng như phi không gian theo hệ toạ độ chung và khả năng cắt dán trong môi trường windows.

6.3.2. Quản lý và phân tích cơ sở dữ liệu bằng các chức năng

Hợp (combine command)- Cho phép hợp các đối tượng riêng biệt thành một đối tượng chung

Cắt: Cắt một đối tượng bởi một đối tượng khác, bằng cách này có thể tạo ra phần giao nhau giữa hai đối tượng

Xoá: Xoá một phần đối tượng bị bao phủ bởi một đối tượng khác dùng để xoá (erase command)

Tạo điểm (overlay node command): Tạo điểm ở chỗ hai đối tượng cắt nhau

Lấy vùng lân cận tạo một vùng mở rộng từ một đối tượng hoặc một nhóm đối tượng được chọn làm gốc

Làm trơn

Tra cứu thông tin

Tra cứu thông tin theo vị trí địa lý

Hệ quản trị cơ sở dữ liệu Foxpro, Dbase, Exel, Lotus... file dữ liệu có dạng DBF, khi đưa vào MAPINFO phải đúng file format

1. Liên hệ dữ liệu thuộc tính và dữ liệu không gian

Có 3 cơ chế liên kết nhau

+ Liên kết theo trường khoá: Dùng phép toán kết nối quan hệ để liên kết nhiều tables tạo ra table kết quả, ở đây có thể dùng SQL

+ Tạo các dữ liệu không gian (kiểu Point) dựa vào dữ liệu thuộc tính: Tạo các point object có toạ độ lấy từ các dữ liệu thuộc tính

+ Geocode: Tạo dữ liệu không gian cho các dữ liệu thuộc tính mà dữ liệu không gian được lấy từ một bản đồ khác thoả mãn điều kiện nào đó, bản đồ đó gọi là PinMap

BẢNG DỮ LIỆU THUỘC TÍNH

STT	SO_TH	DIEN_TICH	*Chu_vi*	CHU_HO
1	G1	95.916	42.470	LE THI HONG
2	G1	43.571	30.116	VU THI NGOC
3	G1	52.986	29.734	HOA TUAN HOA
4	G1	4.298	13.659	NGUYEN VAN AN
5	G2	381.481	182.271	DANG HAI NAM
6	B1	714.721	902.321	BUI QUANG VINH
7	SAN	761.562	343.162	DAO THI TUYET
8	SAN	491.042	231.701	LE THI AN
9	G2	463.195	107.078	DAO VAN HAI
10	B1	250.225	113.329	DAO VAN HAI
11	B1	420.442	699.119	DAO VIET DUNG
12	KH-SO	21.442	25.190	DANG THI LOAN
13	G1	15.151	30,608	BUI XUAN NAM
14	G1	40.120	15.731	TRAN XUAN HA
15	SAN	901.841	114.694	LE THI TUYET
16	G1	437.579	112.648	PHAM VAN XUAN
17	G2	456.779	91.276	PHAM CAO TO
18	G1	254.344	78.433	NGUYEN THI HUE

2. *Bảng dữ liệu thuộc tính*

Thông tin không gian nhận được sau khi lựa chọn

* Đối tượng dạng điểm: Toạ độ

* Đối tượng dạng vùng: Vùng khống chế, chiều dài, điểm trung tâm, số đoạn, số vùng...

* Đối tượng dạng chữ: Nội dung chữ, toạ độ, kiểu chữ, góc quay màu...

+ Tra cứu thông tin theo thuộc tính

Có hai cách hỏi đáp cho tra cứu thông tin thuộc tính

a) Hỏi theo biểu thức thông thường

b) Hỏi theo dạng ngôn ngữ hỏi đáp. Cấu trúc là mô hình dữ liệu quan hệ SQL select (Structure Query Languege).

3. Tìm kiếm và xử lý theo câu hỏi dài phải xây dựng logic câu hỏi

Các toán tử không gian MAPINFO sử dụng trong SQL Seclect

a) Chứa đối tượng A chứa đối tượng B điểm trọng tâm của B ở bất cứ nơi nào trong A

b) Chứa toàn bộ: Đối tượng A toàn bộ đối tượng B nếu toàn bộ đường bao của đối tượng B nằm trọn trong đối tượng A

SQL Select là một trong những câu lệnh của MAPINFO, có khả năng quản lý thông tin

c) Các chức năng quản lý thông tin trong MAPINFO

+ Tạo các thông tin truyền dẫn

Thông tin truyền dẫn các thông tin được tạo ra từ giá trị của các thông tin đã có sẵn trong bảng cơ sở dữ liệu, SQL Seclect cho phép người sử dụng lấy thông tin từ một hay nhiều bảng dữ liệu tạo ra bảng mới chứa các thông tin truyền dẫn.

+ Kết nối dữ liệu

SQL Select cho phép người sử dụng thao tác tạo ra các quan hệ kết nối để có thể đưa các thông tin từ nhiều bảng dữ liệu khác nhau vào cùng một bản đồ người sử dụng

+ Tập hợp thông tin để tạo ra một bảng dữ liệu mới thông qua tập hợp dữ liệu có sẵn

+ Tạo nhóm sắp xếp

MAPINFO có thể sắp xếp các đối tượng trong Query hoặc trong bảng cơ sở dữ liệu theo trình tự của các cột thuộc tính. MAPINFO sắp xếp các đối tượng theo giá trị tăng dần (đối với các thuộc tính giá trị) và theo thứ tự Alphabe (đối với các thuộc tính dạng ký tự).

+ Tìm kiếm biểu thị, sửa đổi thông tin

Kết quả có thể biểu thị trên bản đồ hoặc bảng dữ liệu

6.3.3. Trình bầy dữ liệu bao gồm

Bảng cơ sở dữ liệu, các bản đồ có trong môi trường Windows có thể quan sát nhiều cửa sổ khác nhau trên màn hình. Để lưu trữ môi trường làm việc này cho lần sau phải lưu bằng lệnh Save Workspace.

1. Các loại cửa sổ trình bày

Có ba loại cửa sổ

a) Cửa sổ bản đồ: Đưa ra những thông tin được sắp xếp như bản đồ

b) Cửa sổ bảng dữ liệu: Trình bầy dữ liệu dưới dạng bảng

c) Cửa sổ biểu đồ: Được thể hiện dưới dạng quan hệ thống kê các dữ liệu

2. Ấn loát được thực hiện với lệnh

Windows Layout, sau đó tạo một Layout mới

6.4. GIỚI THIỆU PHẦN MỀM CỦA HỆ THỐNG MGE INTERGRAPH

MGD cung cấp công cụ thu thập các dữ liệu địa lý thông qua việc số hoá các đặc trưng của bản đồ có sẵn trong hệ thống, nhập các thông tin mô tả về đặc tính của đối tượng trong cơ sở dữ liệu, đặt các câu hỏi trong cơ sở dữ liệu có liên quan đến các đặc trưng của không gian đối tượng, biểu thị các đặc trưng đảm bảo quan sát được trên màn hình và tìm kiếm lại thông tin để thực hiện các báo cáo các đối tượng đồ hoạ. MGE cho phép xây dựng một cơ sở dữ liệu để quản lý các thông tin về đặc điểm của đối tượng phục vụ cho công tác phân tích và xử lý dữ liệu cũng như sản phẩm đầu ra của hệ thống GIS. MGE bao gồm:

+ Hệ thống quản trị cơ sở dữ liệu quan hệ (Relatinonla Database Manager System hay RDBMS):

Dùng để lưu trữ và mô tả các thông tin về thuộc tính RDBMS liên kết các dữ liệu đồ hoạ của Micros tation để phục vụ quá trình phân tích, xử lý dữ liệu cũng như thiết kế các dữ liệu đầu ra.

+ Hệ thống quan hệ giao diện (Relatinonal Interface System hay RIS):

+ Sử dụng để tạo mối liên kết trực tiếp giữa người sử dụng với hệ thống quản trị dữ liệu.

+ Hệ điều hành: Có thể là Windown NT hoặc VNIT

+ Microstation 32.

6.4.1. Modul MGE Basic Nucleus

MGNUC dùng để xác lập hệ thống toạ độ, cho phép sử dụng dữ liệu với các dạng hệ toạ độ khác nhau. MGNUC có cho phép truy nhập dữ liệu từ bản đồ.

Các Modul phần mềm cho hệ MGE hoạt động

MGE Admini strator (MGAD)

Ứng dụng quản lý hệ thống và cơ sở dữ liệu liên kết MGAD chuẩn bị cho việc xây dựng cơ sở dữ liệu, tư liệu bản đồ, bảng dữ liệu đặc trưng và thuộc tính.

MGAD chuẩn bị cho quá trình phân tích và xử lý dữ liệu của phần mềm MGE Basic Mapper.

MGE Basic Mapper (MGMAP)

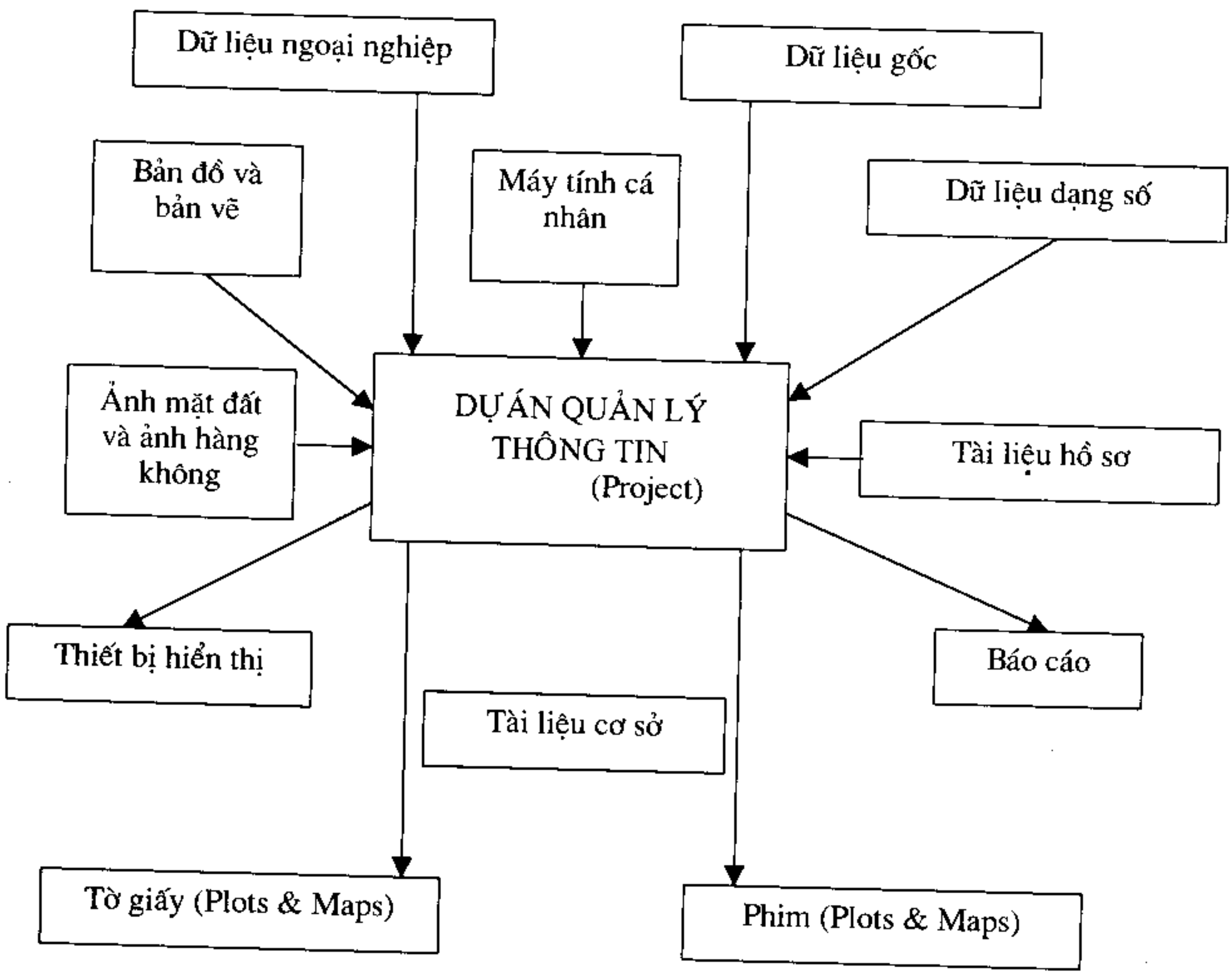
MGMAP cho phép xây dựng các cơ sở dữ liệu của dự án trên hệ GIS, MGMAP có khả năng trợ giúp người sử dụng có hiệu quả trong việc đưa dữ liệu vào, thao tác với dữ liệu

MGMAP cho phép thực hiện tính toán: Diện tích, chu vi, độ dài và xác định toạ độ (x, y), dựa trên thông tin đồ hoạ.

MGE Analyst (MGA) có chức năng thực hiện phân tích hệ thống MGA có thể xây dựng (topo) cho tất cả các dữ liệu không gian.

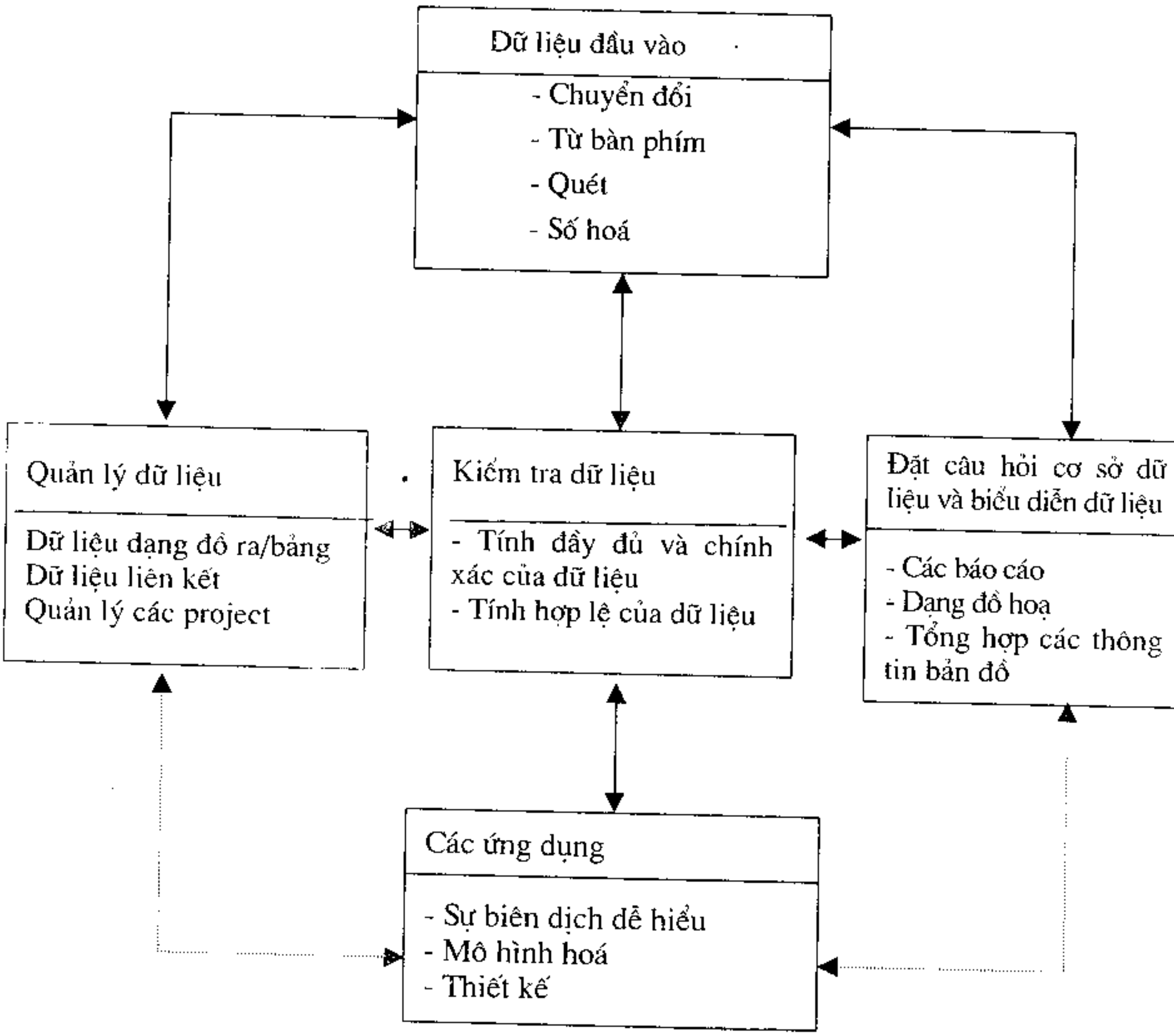
Phần mềm I GEOVEC với chức năng chuyển đổi các dữ liệu từ dạng rasterr sang dạng vector.

Chúng ta xem xét một số khả năng của MGE.



Biểu diễn 1 kiểu Projeeet của hệ MGD về tổ chức dữ liệu địa lý

Hệ quản lý và phân bố (DMANDS) có chức năng quản lý dữ liệu đã quét, duy trì và phân bổ các bản vẽ Raster.



Quản lý dữ liệu trong môi trường MGE

6.4.2. Nhập dữ liệu vào MGE

+ Dữ liệu dạng TEXT

Dữ liệu vào dạng TEXT bao gồm các hình thức sau:

* Dữ liệu dạng bảng biểu

* Các văn bản đã quét

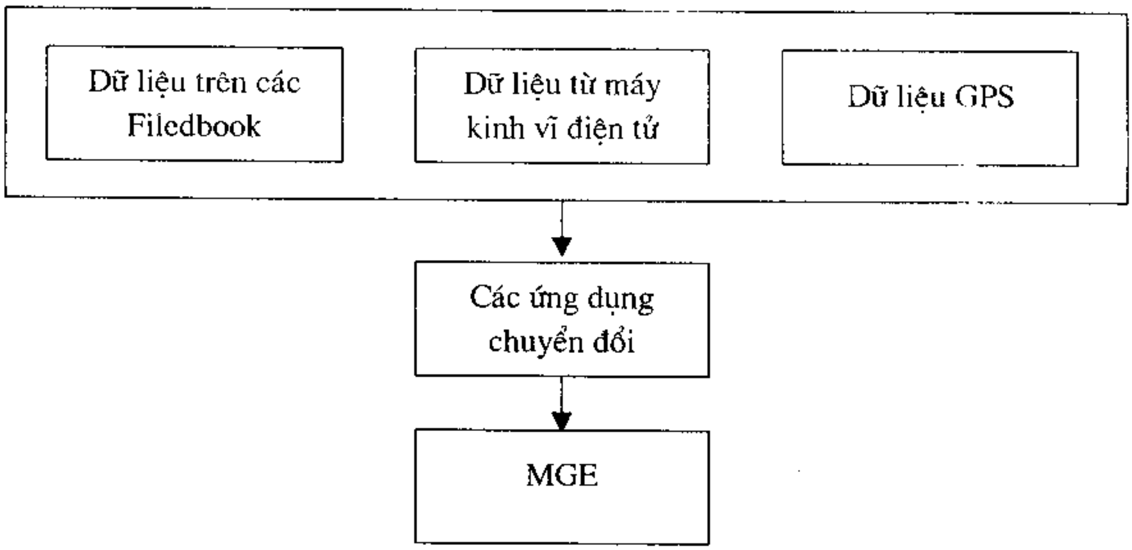
* Cơ sở dữ liệu lớn khác

* Biến đổi dữ liệu dạng số.

Dữ liệu dạng này có thể vào trực tiếp trong MGE bằng bàn phím hoặc sử dụng phần mềm Foxpro, Dbase, Oracle...

+ dữ liệu vào bằng số hoá, có ưu điểm là tiện lợi trong các mô hình địa hình ba chiều.

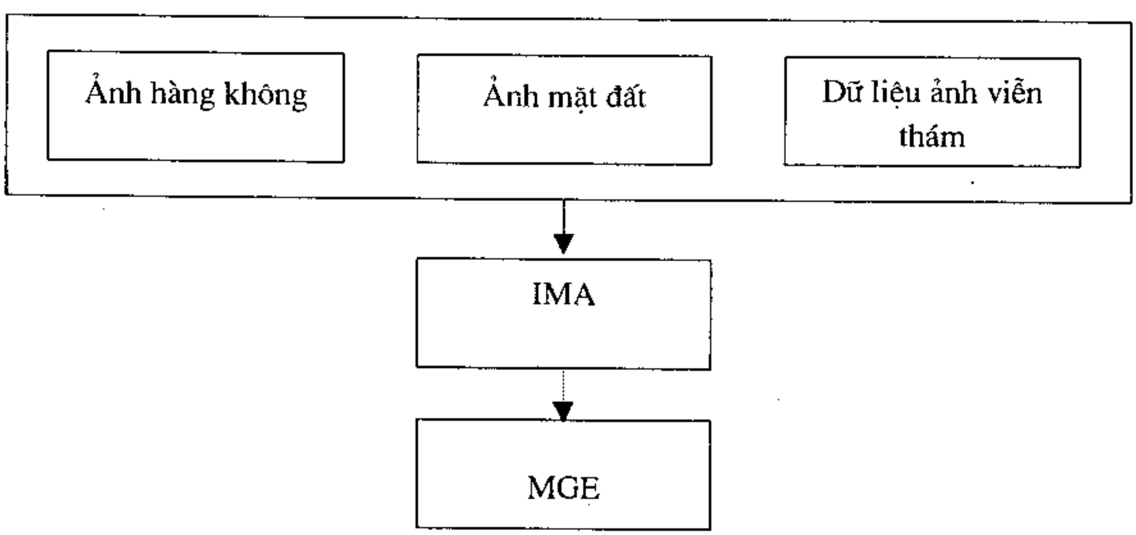
+ Dữ liệu vào từ các số liệu ngoại nghiệp.



Dữ liệu vào từ các số liệu ngoại nghiệp

+ Dữ liệu ảnh gồm:

Ảnh máy bay, ảnh mặt đất, ảnh vệ tinh, đưa vào hệ MGE thông qua các trạm làm việc IMA (Các máy đo vẽ phân tích)



Dữ liệu ảnh đo

+ Dữ liệu đầu vào là các dữ liệu ảnh quét.

Phần mềm MGMAP với các lệnh: Line Weeder, Duplicate, Intersection, Short segment... chữa các lỗi.

Phân tích dữ liệu trong MGE

MGE cho phép đưa ra các câu hỏi với việc sử dụng các loại toán tử không gian, các công cụ phân tích không gian, phân tích lưới, phân tích mô hình hoá địa hình.

(Query Builder): Các phép toán chồng xếp (Overlay) và các phép toán phân tích ta có thể thực hiện.

+ Phân tích, so sánh các bản đồ có đề tài khác nhau

+ Lập bản đồ biểu thị mối quan hệ.

1) Area Pattern cho phép lưu giữ lại kết quả của quá trình xây dựng file topo hoặc quá trình xây dựng các câu hỏi (Query)

2) Design Builder: Là chức năng file thiết kế mới từ topo file hoặc tập hợp các câu hỏi (Queries).

3) Feature Zoner: Đây là chức năng tạo vùng đệm bao quanh một đối tượng địa lý thoả mãn một số điều kiện nào đó.

Phân tích mô hình địa hình.

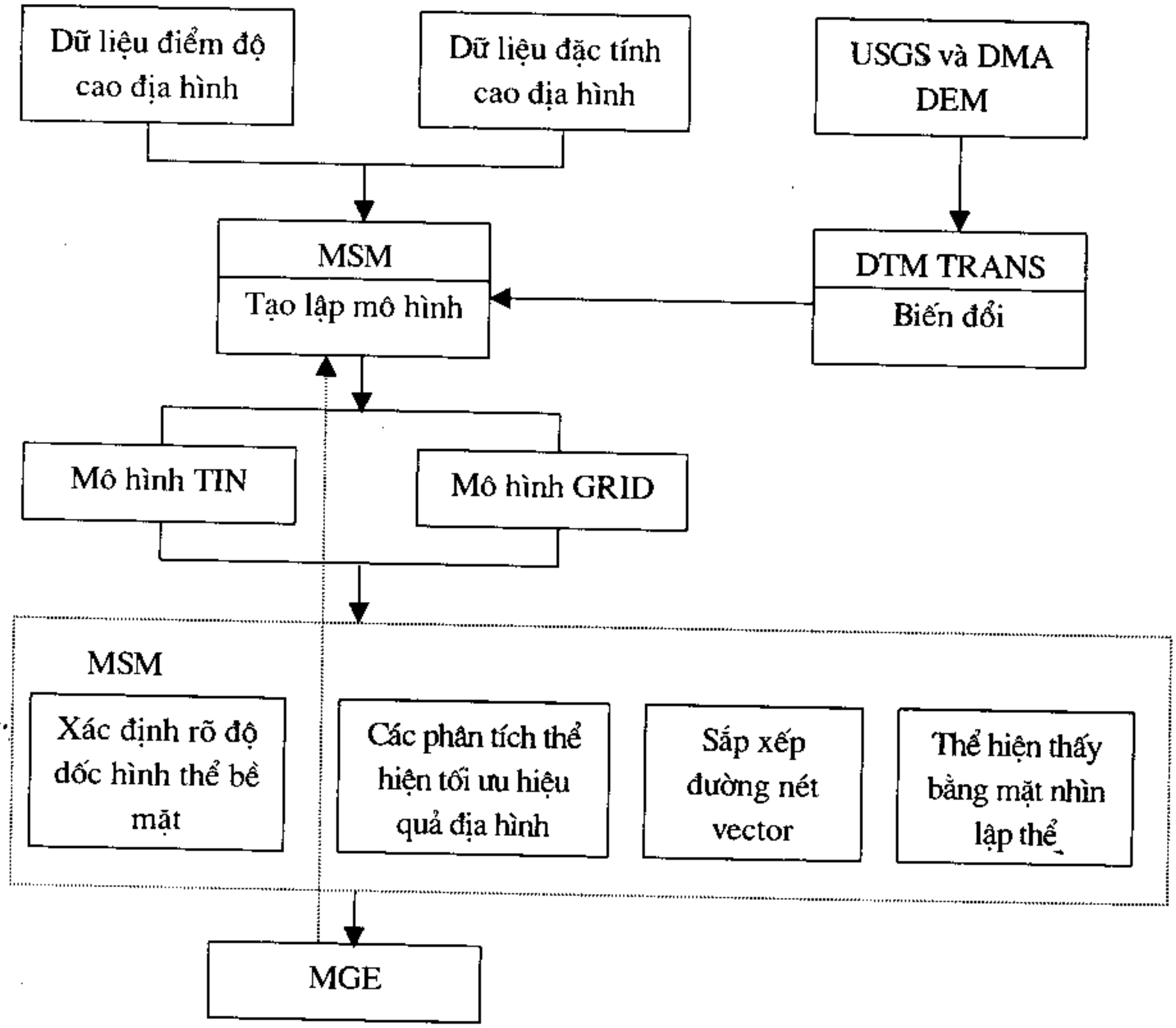
MGE Terrain Analyst: Bề mặt địa hình được môt tả bằng một trong hai dạng mô hình sau:

- Mô hình TIN (Triangulated Irregular Network): Là mạng lưới các hình tam giác với các dữ liệu của file đồ hoạ ba chiều.

- Mô hình GRID (Gridded hoặc Regularly Space Data): Là mô hình mà trên đó các điểm được phân bổ đồng đều theo dạng lưới ô vuông.

Các phân tích mô hình hoá địa hình.

Mô hình hoá địa hình là một môi trường cho phép thực hiện các ghép phân tích mô hình hoá địa hình bao gồm: Sự mô hình hoá, kiểm tra và phân tích các thông tin địa hình.



Phân tích mô hình hoá địa hình.

MGE Terrain Analyst: Bề mặt địa hình được mô tả bằng một trong hai dạng mô hình sau:

- Mô hình TIN (Triangulated Irregular Network): Là mạng lưới các hình tam giác với các dữ liệu của file đồ hoạ ba chiều.

- Mô hình GRID (Gridded hoặc Rrgularly Space Data): Là mô hình mà trên đó các điểm được phân bổ đồng đều theo dạng lưới ô vuông.

.Hai dạng mô hình TIN và GRID có thể chuyển đổi cho nhau. Ta có thể biến đổi mô hình TIN thành mô hình GRID và ngược lại nhờ chức năng Convert.

Trình bày dữ liệu trong MGE:

+ Các loại bản đồ

+ Các loại đồ thị

+ Các loại bảng biểu thống kê

MGE tạo các Partten để tô màu bản đồ tự động với Font màu đa dạng, phong phú.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Markuze. I.V Cơ sở bình sai tính toán bình sai

   Nhedia 1990 Moscow

2. Markuze I.V Hoàng Ngọc Hà. Bình sai các mạng lưới không gian mặt đất và vệ tinh. Nhedra Moscow.Sách chuyên khảo 1991.
3. Hoàng Ngọc Hà. Bài giảng lý thuyết sai số. ĐH Mỏ-Địa chất 1995.
4. Hoàng Ngọc Hà. 1995 Bài giảng và cơ sở hệ thống thông tin địa lý (GIS) và thông tin đất đai. ĐH Mỏ - Địa chất.
5. Hoàng Ngọc Hà. Tin học ứng dụng. Bài giảng cho cao học 1993 ĐH Mỏ - Địa chất.
6. Alfred Leick. GPS Satellite Surveying/ 2nd ed. A Wiley interrscience publication John Wiley & Sons. Inc 1995.
7. Bruce E. Davis. GIS. A Visual Approach. On Word Press. 1996.
8. Báo cáo khoa học "Xây dựng hệ quy chiếu và hệ toạ độ quốc gia" Tổng cục Địa chính. 2000.
9. Hoàng Ngọc Hà. Tính toán trắc địa. Bài giảng cho học viên cao học.
   ĐH - Mỏ -Địa chất 1996.

MỤC LỤC

Chịu trách nhiệm xuất bản :
Chủ tịch HĐQT kiêm Tổng Giám đốc NGÔ TRẦN ÁI
Phó Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập VŨ DƯƠNG THỤY

Biên tập và sửa bản in :
NGUYỄN KIM THƯ

Trình bày bìa:
NGUYỄN MẠNH HÙNG

Chế bản :

PHÒNG CHẾ BẢN (NXB GIÁO DỤC)

TÍNH TOÁN TRẮC ĐỊA VÀ CƠ SỞ DỮ LIỆU

In 1.000 cuốn, khổ 19 x 27 cm tại Công ty in Thái Nguyên.
Giấy phép xuất bản số 1041/1 - 05.
In xong và nộp lưu chiểu quý III/2005

CÔNG TY CỔ PHẦN SÁCH ĐẠI HỌC - DẠY NGHỀ
HEVOBCO
Địa chỉ : 25 Hàn Thuyên, Hà Nội

8 934980 523025

Giá: 29.000đ