# A. TOÁN RÚT GỌN BIỂU THỨC

**I. VÍ DỤ :** Rút gọn biểu thức $P=\left(\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}+\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}-\frac{3x-3}{x-9}\right):\left(\frac{2\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-3}-1\right)$ ( với $x \geq 0, x\neq 1, x\neq 9$)

Giải : Với $x \geq 0, x\neq 1, x\neq 9$ ta có $P=\frac{2\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-3\right)+\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+3\right)-\left(3x-3\right)}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}:\frac{\left(2\sqrt{x}-4\right)-\left(\sqrt{x}-3\right)}{\sqrt{x}-3}$

$$=\frac{2x-6\sqrt{x}+x+3\sqrt{x}-3x+3}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}:\frac{2\sqrt{x}-4-\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-3}=\frac{-3\sqrt{x}+3}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}:\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}$$

$$=\frac{-3\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}=\frac{-3}{\sqrt{x}+3}$$

**II. CHÚ Ý :**

- ***Khi rút gọn các biểu thức là các phép tính giữa các phân thức ta thường tìm cách đưa biểu thức thành một phân thức sau đó phân tích tử và mẫu thành nhân tử rồi giản ước những thừa số chung của cả tử và mẫu.***
- ***Trường hợp đề bài không cho điều kiện thì khi rút gọn xong ta nên tìm điều kiện cho biểu thức. Khi đó quan sát biểu thức cuối cùng và các thừa số đã được giản ước để tìm điều kiện.***
- ***Ví dụ với bài này : + Biểu thức cuối cùng cần*** $x\geq 0$

  ***+ Các thừa số được giản ước là :*** $\sqrt{x}-1$ và $\sqrt{x}-3 \Rightarrow$ cần $x\neq 1$ và $x\neq 9$

  ***Vậy điều kiện để biểu thức có nghĩa là*** $x\geq 0, x\neq 1, x\neq 9$

# B. PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI VÀ ĐỊNH LÍ VIÉT

**I. VÍ DỤ**

**<u>Đề bài 1:</u>** Cho phương trình $x^2 - (2m-1)x + m - 1 = 0$

a. Giải phương trình với $m=\frac{5}{3}$
b. Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt
c. Tìm m để phương trình có hai nghiệm trái dấu
d. Tìm m để phương trình có hai nghiệm cùng dấu
e. Tìm m để phương trình có hai nghiệm cùng dương
f. Tìm m để phương trình có hai nghiệm cùng âm
g. Tìm m để phương trình có nghiệm dương
h. Tìm m để phương trình có hai nghiệm là hai số nghịch đảo của nhau
i. Tìm m để phương trình có hai nghiệm thỏa mãn $2x_1 + 5x_2 = -1$
j. Tìm m để phương trình có hai nghiệm thỏa mãn $x_1^2+x_2^2=1$
k. Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm $x_1$ và $x_2$ của phương trình
l. Tìm GTNN của $|x_1-x_2|$
m. Tìm GTLN của $x_1^2\left(1-x_2^2\right)+x_2^2\left(1-4x_1^2\right)$

n. Khi phương trình có hai nghiệm $x_1$ và $x_2$ , chứng minh biểu thức sau không phụ thuộc vào m



$$\mathbf{B} = \frac{x_1 - 1}{x_1 x_2^2} + \frac{x_2 - 1}{x_2 x_1^2}$$

**<u>Giải :</u>**

**a. Giải phương trình với** $m = \frac{5}{3}$

Với $m = \frac{5}{3}$ ta có phương trình : $x^2 - \frac{7}{3}x + \frac{2}{3} = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 7x + 2 = 0$

$\Delta = (-7)^2 - 4.3.2 = 49 - 24 = 25 > 0; \sqrt{\Delta} = 5$ phương trình có hai nghiệm phân biệt :

$x_1 = \frac{7-5}{6} = \frac{1}{3}; \; x_2 = \frac{7+5}{6} = 2$

Vậy với $m = \frac{5}{3}$ phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt là $\frac{1}{3}$ và 2

**b. Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt**

Phương trình đã cho là phương trình bậc hai có a = 1 ; b = 2m - 1 ; c = m - 1

$\Delta = (2m-1)^2 - 4.1.(m-1) = 4m^2 - 4m + 1 - 4m + 4 = 4m^2 - 8m + 4 + 1 = (2m-2)^2 + 1$

Vì $(2m-1)^2 \geq 0 \text{ với mọi } m \Rightarrow \Delta = (2m-1)^2 + 1 \geq 1 > 0 \text{ với mọi } m$ nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m

**c. Tìm m để phương trình có hai nghiệm trái dấu**

Phương trình đã cho là phương trình bậc hai có a = 1 ; b = 2m - 1 ; c = m - 1

Phương trình có hai nghiệm trái dấu khi $ac < 0 \Leftrightarrow 1.(m-1) < 0 \Leftrightarrow m - 1 < 0 \Leftrightarrow m < 1$

Vậy với m<1 thì phương trình đã cho có hai nghiệm trái dấu.

**d. Tìm m để phương trình có hai nghiệm cùng dấu**

Phương trình đã cho là phương trình bậc hai có a = 1 ; b = 2m - 1 ; c = m - 1

Phương trình có hai nghiệm cùng dấu khi

$$\begin{cases} \Delta \geq 0 \\ ac > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2m-2)^2 + 1 \geq 0 \text{ (luôn dúng)} \\ m - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > 1$$

Vậy với m > 1 thì phương trình đã cho có hai nghiệm cùng dấu.

**e. Tìm m để phương trình có hai nghiệm cùng dương**

Phương trình đã cho là phương trình bậc hai có a = 1 ; b = 2m - 1 ; c = m - 1

Phương trình có hai nghiệm cùng dương khi

$$\begin{cases} \Delta \geq 0 \\ ac > 0 \\ \frac{-b}{a} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2m-2)^2 + 1 \geq 0 \\ m - 1 > 0 \\ 2m - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ 2m > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m > \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m > 1$$

Vậy với m > 1 thì phương trình đã cho có hai nghiệm cùng dương.

**f. Tìm m để phương trình có hai nghiệm cùng âm**

Phương trình đã cho là phương trình bậc hai có a = 1 ; b = 2m - 1 ; c = m - 1

Phương trình có hai nghiệm cùng âm khi

$$\begin{cases}\Delta \ge 0\\ ac > 0\\ \dfrac{-b}{a} < 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}(2m-2)^2+1 \ge 0\\ m-1>0\\ 2m-1<0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m>1\\ 2m<1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m>1\\ m<\dfrac{1}{2}\end{cases} \text{ (vô nghiệm)}$$



Vậy không có giá trị nào của m để phương trình đã cho có hai nghiệm cùng âm.

**g. Tìm m để phương trình có nghiệm dương**

Phương trình đã cho là phương trình bậc hai có a = 1 ; b = 2m - 1 ; c = m - 1

Để phương trình có nghiệm dương ta có các trường hợp sau :

- Phương trình có một nghiệm dương và một nghiệm bằng 0

  Thay x = 0 vào phương trình ta có m - 1 = 0 hay m = 1. Thay m = 1 vào phương trình ta được

  $x^2 - x = 0 \Leftrightarrow x(x-1)=0 \Leftrightarrow x=0$ hoặc $x=1$ ( thỏa mãn )

- Phương trình có hai nghiệm cùng dương, điều kiện là :

$$\begin{cases}\Delta \ge 0\\ ac > 0\\ \dfrac{-b}{a} > 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}(2m-2)^2+1 \ge 0\\ m-1>0\\ 2m-1>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m>1\\ 2m>1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m>1\\ m>\dfrac{1}{2}\end{cases} \Leftrightarrow m>1$$

- Phương trình có hai nghiệm trái dấu, điều kiện là :

  $ac<0 \Leftrightarrow 1.(m-1)<0 \Leftrightarrow m-1<0 \Leftrightarrow m<1$

Kết hợp cả ba trường hợp ta có với mọi m thì phương trình đã cho có nghiệm dương

**h. Tìm m để phương trình có hai nghiệm là hai số nghịch đảo của nhau**

Phương trình đã cho là phương trình bậc hai có a = 1 ; b = 2m - 1 ; c = m - 1

$\Delta = (2m-1)^2 - 4.1.(m-1) = 4m^2 - 4m + 1 - 4m + 4 = 4m^2 - 8m + 4 + 1 = (2m-2)^2 + 1$

Vì $(2m-1)^2 \ge 0$ với mọi $m \Rightarrow \Delta = (2m-1)^2 + 1 \ge 1 > 0$ với mọi m nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1$ và $x_2$ với mọi m

Theo định lí Viet ta có $x_1.x_2 = \dfrac{c}{a} = m-1$

Phương trình có hai nghiệm là hai số nghịch đảo của nhau khi $x_1.x_2 = 1$ $\Leftrightarrow m-1=1 \Leftrightarrow m=2$

Vậy với m = 2 thì phương trình đã cho có hai nghiệm là hai số nghịch đảo của nhau.

**i. Tìm m để phương trình có hai nghiệm thỏa mãn $2x_1 + 5x_2 = -1$**

Phương trình đã cho là phương trình bậc hai có a = 1 ; b = 2m - 1 ; c = m - 1

$\Delta = (2m-1)^2 - 4.1.(m-1) = 4m^2 - 4m + 1 - 4m + 4 = 4m^2 - 8m + 4 + 1 = (2m-2)^2 + 1$

Vì $(2m-1)^2 \ge 0$ với mọi $m \Rightarrow \Delta = (2m-1)^2 + 1 \ge 1 > 0$ với mọi m nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1$ và $x_2$ với mọi m

Theo định lí Viet và đề bài ta có : $\begin{cases}x_1 + x_2 = 2m-1 & (1)\\ x_1.x_2 = m-1 & (2)\\ 2x_1 + 5x_2 = -1 & (3)\end{cases}$

Nhân hai vế của (1) với 5 sau đó trừ các vế tương ứng cho (3) ta được :

$5x_1 + 5x_2 - 2x_1 - 5x_2 = 10m - 5 + 1 \Leftrightarrow 3x_1 = 10m - 4 \Leftrightarrow x_1 = \dfrac{10m-4}{3}$ (4)

Thay (4) vào (1) ta có : $\dfrac{10m-4}{3} + x_2 = 2m-1 \Leftrightarrow x_2 = 2m-1-\dfrac{10m-4}{3} = \dfrac{6m-3-10m+4}{3} = \dfrac{1-4m}{3}$

(5)

Thay (4) và (5) vào (2) ta được phương trình :

$\frac{10m-4}{3}.\frac{1-4m}{3} = m-1 \Leftrightarrow (10m-4).(1-4m) = 9(m-1) \Leftrightarrow 10m - 40m^2 - 4 + 16m = 9m - 9$



$\Leftrightarrow 40m^2 - 17m - 5 = 0$

$\Delta = (-17)^2 - 4.40.(-5) = 1089 > 0;\ \sqrt{\Delta} = 33$

$\Rightarrow m_1 = \frac{17-33}{80} = \frac{1}{5};\ m_2 = \frac{17+33}{80} = \frac{5}{8}$

Vậy với $m = \frac{1}{5}$ hoặc $m = \frac{5}{8}$ thì phương trình đã cho có hai nghiệm thỏa mãn điều kiện đề bài.

**j. Tìm m để phương trình có hai nghiệm thỏa mãn** $x_1^2 + x_2^2 = 1$

Phương trình đã cho là phương trình bậc hai có a = 1 ;  b = 2m - 1 ; c = m - 1

$\Delta = (2m-1)^2 - 4.1.(m-1) = 4m^2 - 4m + 1 - 4m + 4 = 4m^2 - 8m + 4 + 1 = (2m-2)^2 + 1$

Vì $(2m-1)^2 \ge 0$ với mọi $m \Rightarrow \Delta = (2m-1)^2 + 1 \ge 1 > 0$ với mọi m nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1$ và $x_2$ với mọi m

Theo định lí Viet ta có : $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m-1 & (1) \\ x_1.x_2 = m-1 & (2) \end{cases}$

Theo đề bài : $x_1^2 + x_2^2 = 1 \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 + 2x_1x_2 - 2x_1x_2 = 1 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 1$ (3)

Thay (1) và (2) vào (3) ta có $(2m — 1)^2 — 2(m — 1) = 1$

$(2m - 1)^2 - 2(m - 1) = 1 \Leftrightarrow 4m^2 - 4m + 1 - 2m + 2 = 1 \Leftrightarrow 4m^2 - 6m + 2 = 0 \Leftrightarrow 2m^2 - 3m + 1 = 0$

Phương trình có dạng a + b + c = 0 nên có hai nghiệm là $m_1 = 1$ ; $m_2 = \frac{c}{a} = \frac{1}{2}$

Vậy với $m = 1$ hoặc $m = \frac{1}{2}$ thì phương trình đã cho có hai nghiệm thỏa mãn điều kiện đề bài.

**k. Tìm hệ thức liên hệ giữa hai nghiệm $x_1$ và $x_2$ của phương trình**

Phương trình đã cho là phương trình bậc hai có a = 1 ;  b = 2m - 1 ; c = m - 1

$\Delta = (2m-1)^2 - 4.1.(m-1) = 4m^2 - 4m + 1 - 4m + 4 = 4m^2 - 8m + 4 + 1 = (2m-2)^2 + 1$

Vì $(2m-1)^2 \ge 0$ với mọi $m \Rightarrow \Delta = (2m-1)^2 + 1 \ge 1 > 0$ với mọi m nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1$ và $x_2$ với mọi m. Theo định lí Viet ta có :

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m-1 \\ x_1.x_2 = m-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{x_1 + x_2 + 1}{2} \\ m = x_1.x_2 + 1 \end{cases} \Rightarrow \frac{x_1 + x_2 + 1}{2} = x_1.x_2 + 1 \Leftrightarrow x_1 + x_2 - 2x_1.x_2 = 1$$

Vậy hệ thức cần tìm là $x_1 + x_2 - 2x_1.x_2 = 1$

**l. Tìm GTNN của** $|x_1 - x_2|$

Phương trình đã cho là phương trình bậc hai có a = 1 ;  b = 2m - 1 ; c = m - 1

$\Delta = (2m-1)^2 - 4.1.(m-1) = 4m^2 - 4m + 1 - 4m + 4 = 4m^2 - 8m + 4 + 1 = (2m-2)^2 + 1$

Vì $(2m-1)^2 \ge 0$ với mọi $m \Rightarrow \Delta = (2m-1)^2 + 1 \ge 1 > 0$ với mọi m nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1$ và $x_2$ với mọi m

Theo định lí Viet ta có : $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m-1 & (1) \\ x_1.x_2 = m-1 & (2) \end{cases}$

Đặt A = $|x_1 - x_2| \ge 0 \Rightarrow A^2 = |x_1 - x_2|^2 = (x_1 - x_2)^2 = x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2$

Thay (1) và (2) vào ta có

$A^2 = (2m-1)^2 - 4(m-1) = 4m^2 - 4m + 1 - 4m + 4 = 4m^2 - 8m + 4 + 1 = (2m-2)^2 + 1 \ge 1$ với mọi m (3)

Mà $A \ge 0$ nên từ (3) $\Rightarrow A \ge 1$ với mọi m

Dấu bằng xảy ra khi $(2m - 2)^2 = 0 \Leftrightarrow m = 1$

Vậy GTNN của $A = |x_1 - x_2|$ là 1 xảy ra khi m = 1

**m. Tìm GTLN của $A = x_1^2(1-x_2^2) + x_2^2(1-4x_1^2)$**



Phương trình đã cho là phương trình bậc hai có a = 1 ; b = 2m - 1 ; c = m - 1

$\Delta = (2m-1)^2 - 4.1.(m-1) = 4m^2 - 4m + 1 - 4m + 4 = 4m^2 - 8m + 4 + 1 = (2m-2)^2 + 1$

Vì $(2m-1)^2 \geq 0$ với mọi m $\Rightarrow \Delta = (2m-1)^2 + 1 \geq 1 > 0$ với mọi m nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1$ và $x_2$ với mọi m

Theo định lí Viet ta có : $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 1 & (1) \\ x_1.x_2 = m - 1 & (2) \end{cases}$

Ta có $A = x_1^2(1-x_2^2) + x_2^2(1-4x_1^2) = x_1^2 + x_2^2 - 5x_1^2x_2^2 = (x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2 - 5(x_1x_2)^2$ (3)

Thay (1) và (2) vào (3) ta được :

$$A = (2m-1)^2 - 5(m-1)^2 - 2(m-1) = 4m^2 - 4m + 1 - 5m^2 + 10m - 5 - 2m + 2 = -m^2 + 4m - 2$$
$$= 2 - (m^2 - 4m + 4) = 2 - (m-2)^2$$

Vì $(m-2)^2 \geq 0$ với mọi m $\Rightarrow A = 2 - (m-2)^2 \leq 2$ với mọi m

Dấu bằng xảy ra khi $(m - 2)^2 = 0$ hay m = 2

Vậy GTLN của $A = x_1^2(1-x_2^2) + x_2^2(1-4x_1^2)$ là 2 khi m = 2

**n. Khi phương trình có hai nghiệm $x_1$ và $x_2$ ,**

**chứng minh biểu thức sau không phụ thuộc vào m :** $\mathbf{B} = \frac{x_1 - 1}{x_1x_2^2} + \frac{x_2 - 1}{x_2x_1^2}$

Phương trình đã cho là phương trình bậc hai có a = 1 ; b = 2m - 1 ; c = m - 1

$\Delta = (2m-1)^2 - 4.1.(m-1) = 4m^2 - 4m + 1 - 4m + 4 = 4m^2 - 8m + 4 + 1 = (2m-2)^2 + 1$

Vì $(2m-1)^2 \geq 0$ với mọi m $\Rightarrow \Delta = (2m-1)^2 + 1 \geq 1 > 0$ với mọi m nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1$ và $x_2$ với mọi m. Theo định lí Viet ta có : $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 1 & (1) \\ x_1.x_2 = m - 1 & (2) \end{cases}$

$$\text{Ta có: } \mathbf{B} = \frac{x_1 - 1}{x_1x_2^2} + \frac{x_2 - 1}{x_2x_1^2} = \frac{(x_1-1).x_1 + (x_2-1).x_2}{x_1^2x_2^2} = \frac{(x_1^2 + x_2^2) - (x_1 + x_2)}{x_1^2x_2^2}$$
$$= \frac{(x_1+x_2)^2 - (x_1+x_2) - 2x_1x_2}{x_1^2x_2^2} = \frac{(2m-1)^2 - (2m-1) - 2(m-1)}{(m-1)^2}$$
$$= \frac{4m^2 - 4m + 1 - 2m + 1 - 2m + 2}{(m-1)^2} = \frac{4m^2 - 8m + 4}{(m-1)^2} = \frac{4(m-1)^2}{(m-1)^2} = 4$$

Vậy biểu thức B không phụ thuộc vào giá trị của m.

**<u>Đề bài 2.</u>** Cho phương trình $(m+1)x^2 - 2(m+2)x + m + 5 = 0$

a. Giải phương trình với m = -5
b. Tìm m để phương trình có nghiệm
c. Tìm m để phương trình có nghiệm duy nhất
d. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt
e. Tìm m để phương trình có hai nghiệm trái dấu
f. *Tìm m để phương trình có hai nghiệm cùng dương
g. Tìm m để phương trình có hai nghiệm $x_1$ , $x_2$ thỏa mãn $x_1 + 3x_2 = 4$
h. Tìm m để phương trình có hai nghiệm mà tích của chúng bằng -1
i. Khi phương trình có hai nghiệm $x_1$ , $x_2$ .Tính theo m giá trị của $A = x_1^2 + x_2^2$
j. Tìm m để A = 6

k. Tìm m để phương trình có hai nghiệm $x_1$ , $x_2$ trong đó có một nghiệm là $\frac{1}{2}$. Khi đó



hãy lập phương trình có hai nghiệm là $\frac{6x_1+1}{3x_2}$ và $\frac{6x_2+1}{3x_1}$

**<u>Giải :</u>**

**a. Giải phương trình với m = -5**

Thay m = -5 vào phương trình ta có : $-4x^2 + 6x = 0$
$\Leftrightarrow -2x(2x-3)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -2x=0 \\ 2x-3=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\frac{3}{2} \end{array}\right.$

Vậy với m = -5 , phương trình có hai nghiệm là 0 và $\frac{3}{2}$

**b. Tìm m để phương trình có nghiệm**

- Với m = -1 phương trình trở thành -2x + 4 = 0 $\Leftrightarrow x=2$. Phương trình có một nghiệm x = 2
- Với m $\neq$-1 phương trình là phương trình bậc hai có a = m+1 , b = -2(m+2) , c = m+5

$\Delta' = (m+2)^2 - (m+1)(m+5) = m^2+4m+4-m^2-6m-5 = -2m-1$

Phương trình có nghiệm khi $-2m-1 \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{-1}{2}$

Tóm lại phương trình có nghiệm khi $m \leq \frac{-1}{2}$

**c. Tìm m để phương trình có nghiệm duy nhất**

- Với m = -1 phương trình trở thành -2x + 4 = 0 $\Leftrightarrow x=2$. P.trình có một nghiệm duy nhất x = 2
- Với m $\neq$-1 phương trình là phương trình bậc hai có a = m+1 , b = -2(m+2) , c = m+5

$\Delta' = (m+2)^2 - (m+1)(m+5) = m^2+4m+4-m^2-6m-5 = -2m-1$

Phương trình có nghiệm duy nhất khi $-2m-1 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{-1}{2}$ ( thỏa mãn )

Tóm lại phương trình có nghiệm duy nhất khi $m=-1$ hoặc $m=\frac{-1}{2}$

***<u>Chú ý</u> : Trường hợp phương trình bậc hai có $\Delta = 0$ cũng được coi là có nghiệm duy nhất***

**d. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt**

- Với m = -1 phương trình trở thành -2x + 4 = 0 $\Leftrightarrow x=2$. P.trình có một nghiệm duy nhất x = 2
- Với m $\neq$-1 phương trình là phương trình bậc hai có a = m+1 , b = -2(m+2) , c = m+5

$\Delta' = (m+2)^2 - (m+1)(m+5) = m^2+4m+4-m^2-6m-5 = -2m-1$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi $-2m-1 > 0 \Leftrightarrow m < \frac{-1}{2}$

Tóm lại phương trình có hai nghiệm phân biệt khi $m < \frac{-1}{2}$ và $m \neq -1$

**e. Tìm m để phương trình có hai nghiệm trái dấu**

- Với m = -1 phương trình trở thành -2x + 4 = 0 $\Leftrightarrow x=2$. P.trình có một nghiệm duy nhất x = 2

- Với m $\neq$ -1 phương trình là phương trình bậc hai có a = m+1 , b = -2(m+2) , c = m+5



Phương trình có hai nghiệm trái dấu khi ac < 0

$$\Leftrightarrow (m+1)(m+5)<0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} m+1>0 \\ m+5<0 \end{cases} \\ \begin{cases} m+1<0 \\ m+5>0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} m>-1 \\ m<-5 \end{cases} \text{(vô nghiệm)} \\ \begin{cases} m<-1 \\ m>-5 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow -5<m<-1$$

Vậy với -5 < m < -1 thì phương trình có hai nghiệm trái dấu

**Chú ý :**

***Giải BPT ( m + 1 )( m + 5 ) < 0 (1) có cách nhanh hơn như sau :***

***Để (1) xảy ra thì m + 1 và m + 5 là hai số trái dấu. Ta luôn có m + 1 < m + 5 nên (1) xảy ra khi*** $\begin{cases} m+1<0 \\ m+5>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<-1 \\ m>-5 \end{cases} \Leftrightarrow -5<m<-1$

***Trường hợp chỉ cần biết kết quả của các BPT dạng như (1), hãy học thuộc từ "<u>ngoài cùng</u> <u>trong khác</u>" và dịch như sau : <u>ngoài khoảng hai nghiệm</u> thì vế trái <u>cùng dấu với hệ số a</u>, <u>trong khoảng hai nghiệm</u> thì vế trái <u>khác dấu với hệ số a</u> ( hệ số a là hệ số lũy thừa bậc hai của vế trái khi khai triển, nghiệm ở đây là nghiệm của đa thức vế trái )***

***Ví dụ với BPT (1) thì vế trái có hai nghiệm là -1 và -5 , dạng khai triển là $m^2$ + 6m + 5 nên hệ số a là 1 >0. BPT cần vế trái < 0 tức là khác dấu với hệ số a nên m phải trong khoảng hai nghiệm, tức là -5 < m < -1. Còn BPT ( m + 1 )( m + 5 ) > 0 (2) sẽ cần m ngoài khoảng hai nghiệm (cùng dấu với hệ số a), tức là m < -5 hoặc m > -1***

***Một số ví dụ minh họa :***

$(m-3)(m+7)>0 \Leftrightarrow m<-7 \text{ hoặc } m>3;$ $\qquad (2m-4)(3m+9)<0 \Leftrightarrow -3<m<2$

$(2m-6)(1-m)\geq 0 \Leftrightarrow 1\leq m\leq 3;$ $\qquad (5-m)(2m-8)\leq 0 \Leftrightarrow m\leq 4 \text{ hoặc } m\geq 5$

**f. *Tìm m để phương trình có hai nghiệm cùng dương**

- Với m = -1 phương trình trở thành -2x + 4 = 0 $\Leftrightarrow x=2$. P.trình có một nghiệm duy nhất x = 2
- Với m $\neq$ -1 phương trình là phương trình bậc hai có a = m+1 , b = -2(m+2) , c = m+5

$$\Delta' = (m+2)^2 - (m+1)(m+5) = m^2+4m+4-m^2-6m-5 = -2m-1$$

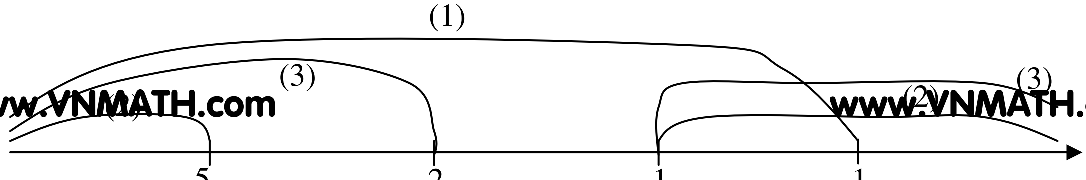
Phương trình có hai nghiệm cùng dương khi

$$\begin{cases} \Delta \geq 0 \\ ac>0 \\ \dfrac{-b}{a}>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2m-1\geq 0 \\ (m+1)(m+5)>0 \\ \dfrac{2(m+2)}{m+1}>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\leq \dfrac{-1}{2} \\ (m+1)(m+5)>0 \\ (m+2)(m+1)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\leq \dfrac{-1}{2} & (1) \\ m<-5 \text{ hoặc } m>-1 & (2) \\ m<-2 \text{ hoặc } m>-1 & (3) \end{cases} \quad (I)$$

$$\Leftrightarrow m<-5 \text{ hoặc } -1<m<-\frac{1}{2}$$

**Chú ý :**

***Để tìm nghiệm của hệ bất phương trình (I) ta lấy nháp vẽ một trục số, điền các số mốc lên đó và lấy các vùng nghiệm. Sau đó quan sát để tìm ra vùng nghiệm chung và kết luận. Việc làm đó diễn tả như sau :***



***ở hình trên các đường (1) ; (2) ; (3) lần lượt là các đường lấy nghiệm của các bất phương trình (1) ; (2) ; (3) trên trục số. Qua đó ta thấy m<-5 hoặc -1 < m < $-\frac{1}{2}$ là các giá trị chung thỏa mãn cả ba bất phương trình (1) ; (2) ; (3) nên đó là tập nghiệm của hệ bất phương trình (I)***

**g. Tìm m để phương trình có hai nghiệm $x_1$ , $x_2$ thỏa mãn $x_1 + 3x_2 = 4$**

- Với m = -1 phương trình trở thành -2x + 4 = 0 $\Leftrightarrow x = 2$. P.trình có một nghiệm duy nhất x = 2
- Với m $\neq$-1 phương trình là phương trình bậc hai có a = m+1 , b = -2(m+2) , c = m+5

$$\Delta' = (m+2)^2 - (m+1)(m+5) = m^2 + 4m + 4 - m^2 - 6m - 5 = -2m - 1$$

Phương trình có hai nghiệm $x_1$ , $x_2$ khi nó là phương trình bậc hai có $\Delta \geq 0$

Tức là $\begin{cases} m \neq 1 \\ -2m - 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m \leq -\frac{1}{2} \end{cases}$

Khi đó theo đề bài và định lí Viet ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{2(m+2)}{m+1} & (1) \\ x_1 . x_2 = \frac{c}{a} = \frac{m+5}{m+1} & (2) \\ x_1 + 3x_2 = 4 & (3) \end{cases}$

Từ (1) và (3) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{2m+4}{m+1} \\ x_1 + 3x_2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{2m+4}{m+1} \\ 2x_2 = 4 - \frac{2m+4}{m+1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{2m+4}{m+1} - x_2 \\ x_2 = \frac{m}{m+1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{2m+4}{m+1} - \frac{m}{m+1} = \frac{m+4}{m+1} \\ x_2 = \frac{m}{m+1} \end{cases}$$

Thay vào (2) ta có phương trình :

$$\frac{m+4}{m+1} . \frac{m}{m+1} = \frac{m+5}{m+1} \Leftrightarrow (m+4).m = (m+5)(m+1) \; (\text{do } m \neq -1)$$
$$\Leftrightarrow m^2 + 4m = m^2 + 5m + m + 5 \Leftrightarrow 2m + 5 = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{5}{2} \; (\text{thỏa mãn})$$

Vậy $m = -\frac{5}{2}$ là giá trị cần tìm.

**h. Tìm m để phương trình có hai nghiệm mà tích của chúng bằng -1**

- Với m = -1 phương trình trở thành -2x + 4 = 0 $\Leftrightarrow x = 2$. P.trình có một nghiệm duy nhất x = 2
- Với m $\neq$-1 phương trình là phương trình bậc hai có a = m+1 , b = -2(m+2) , c = m+5

$$\Delta' = (m+2)^2 - (m+1)(m+5) = m^2 + 4m + 4 - m^2 - 6m - 5 = -2m - 1$$

Phương trình có hai nghiệm $x_1$ , $x_2$ khi nó là phương trình bậc hai có $\Delta \ge 0$



Tức là $\begin{cases} m \ne 1 \\ -2m-1 \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \ne 1 \\ m \le -\dfrac{1}{2} \end{cases}$ (1)

Khi đó theo định lí Viet ta có $x_1.x_2 = \dfrac{m+5}{m+1}$

Vậy để phương trình đã cho có hai nghiệm thỏa mãn tích hai nghiệm bằng -1 thì m phải thỏa mãn điều kiện (1) và $\dfrac{m+5}{m+1} = -1 \Rightarrow m+5 = -m-1 \Leftrightarrow m = -3(\text{thỏa mãn})$

Vậy m = -3 là giá trị cần tìm.

**i. Khi phương trình có hai nghiệm $x_1$ , $x_2$ .Tính theo m giá trị của** $A = x_1^2 + x_2^2$

- Với m = -1 phương trình trở thành -2x + 4 = 0 $\Leftrightarrow x = 2$. P.trình có một nghiệm duy nhất x = 2
- Với m $\ne$-1 phương trình là phương trình bậc hai có a = m+1 , b = -2(m+2) , c = m+5

$\Delta' = (m+2)^2 - (m+1)(m+5) = m^2 + 4m + 4 - m^2 - 6m - 5 = -2m - 1$

Phương trình có hai nghiệm $x_1$ , $x_2$ khi nó là phương trình bậc hai có $\Delta \ge 0$

Tức là $\begin{cases} m \ne 1 \\ -2m-1 \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \ne 1 \\ m \le -\dfrac{1}{2} \end{cases}$ (1) Khi đó theo định lí Viet :

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a} = \dfrac{2(m+2)}{m+1} & (1) \\ x_1.x_2 = \dfrac{c}{a} = \dfrac{m+5}{m+1} & (2) \end{cases}$$

Ta có $A = x_1^2 + x_2^2 = x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 - 2x_1x_2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = \left(\dfrac{2m+4}{m+1}\right)^2 - \dfrac{2(m+5)}{m+1}$

$= \dfrac{(2m+4)^2 - 2(m+5)(m+1)}{(m+1)^2} = \dfrac{4m^2 + 16m + 16 - 2m^2 - 12m - 10}{(m+1)^2} = \dfrac{2m^2 + 4m + 6}{(m+1)^2}$

Vậy $A = \dfrac{2m^2 + 4m + 6}{(m+1)^2}\left(\text{với } m \ne -1 \text{ và } m \le -\dfrac{1}{2}\right)$

**j. Tìm m để A = 6**

Ta có $A = \dfrac{2m^2 + 4m + 6}{(m+1)^2}\left(\text{với } m \ne -1 \text{ và } m \le -\dfrac{1}{2}\right)$

Với $m \ne -1$ và $m \le -\dfrac{1}{2}$ ta có $A = 6 \Leftrightarrow \dfrac{2m^2 + 4m + 6}{(m+1)^2} = 6 \Leftrightarrow 2m^2 + 4m + 6 = 6(m+1)^2$

$\Leftrightarrow 2m^2 + 4m + 6 = 6m^2 + 12m + 6 \Leftrightarrow 4m^2 + 8m = 0 \Leftrightarrow 4m(m+2) = 0 \Leftrightarrow m = 0$ hoặc $m = -2$

Kết hợp với điều kiện ta có m = -2 là giá trị cần tìm.

**k. Tìm m để phương trình có hai nghiệm $x_1$ , $x_2$ trong đó có một nghiệm là $\dfrac{1}{2}$.**

**Khi đó hãy lập phương trình có hai nghiệm là** $\dfrac{6x_1 + 1}{3x_2}$ và $\dfrac{6x_2 + 1}{3x_1}$

- Với m = -1 phương trình trở thành -2x + 4 = 0 $\Leftrightarrow x = 2$. P.trình có một nghiệm duy nhất x = 2
- Với m $\ne$-1 phương trình là phương trình bậc hai có a = m+1 , b = -2(m+2) , c = m+5

$\Delta' = (m+2)^2 - (m+1)(m+5) = m^2 + 4m + 4 - m^2 - 6m - 5 = -2m - 1$



Phương trình có hai nghiệm $x_1$, $x_2$ khi nó là phương trình bậc hai có $\Delta' \geq 0$

Tức là $\begin{cases} m \neq 1 \\ -2m - 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m \leq -\dfrac{1}{2} \end{cases}$ (1)

Thay x = $\frac{1}{2}$ vào phương trình đã cho ta có

$(m+1).(\frac{1}{2})^2 - 2(m+2).\frac{1}{2} + m + 5 = 0 \Leftrightarrow m+1 - 4m - 8 + 4m + 20 = 0 \Leftrightarrow m = -13$ ( thỏa mãn (1))

Vậy với m = -13 thì phương trình có hai nghiệm $x_1$ , $x_2$ trong đó có một nghiệm là $\frac{1}{2}$.

Thay m = -13 phương trình trở thành $-12x^2 + 22x - 8 = 0 \Leftrightarrow 6x^2 - 11x + 4 = 0$

Theo định lí Viet : $x_1 + x_2 = \frac{11}{6}$ : $x_1x_2 = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ . Khi đó :

$$\frac{6x_1+1}{3x_2} + \frac{6x_2+1}{3x_1} = \frac{6x_1^2 + x_1 + 6x_2^2 + x_2}{3x_1x_2} = \frac{6(x_1+x_2)^2 - 12x_1x_2 + (x_1+x_2)}{3x_1x_2} = \frac{6.\left(\frac{11}{6}\right)^2 - 12.\frac{2}{3} + \frac{11}{6}}{3.\frac{2}{3}} = \frac{14}{2} = 7$$

$$\frac{6x_1+1}{3x_2} . \frac{6x_2+1}{3x_1} = \frac{36x_1x_2 + 6(x_1+x_2) + 1}{9x_1x_2} = \frac{36.\frac{2}{3} + 6.\frac{11}{6} + 1}{9.\frac{2}{3}} = \frac{36}{6} = 6$$

Do đó phương trình cần tìm có dạng $y^2 - 7y + 6 = 0$ (2)

**Chú ý :**

***Phương trình (2) không nên lấy ẩn là x vì dễ gây nhầm lẫn với phương trình của đề bài***

**II. CHÚ Ý :**

***Khi gặp phương trình có tham số ( thường là m) ở hệ số a (hệ số của lũy thừa bậc hai)ta cần xét riêng trường hợp hệ số a = 0 để kết luận trường hợp này có thỏa mãn yêu cầu của đề bài hay không. Sau đó xét trường hợp a khác 0, khẳng định đó là phương trình bậc hai rồi mới được tính $\Delta$.***

## C. HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ

### I. VÍ DỤ

**Đề bài 1:** Cho hàm số bậc nhất : y = ( 2m — 5 )x + 3 với m $\neq \frac{5}{2}$ có đồ thị là đường thẳng d

Tìm giá trị của m để

a. Góc tạo bởi (d) và và trục Ox là góc nhọn, góc tù ( hoặc hàm số đồng biến, nghịch biến)
b. (d ) đi qua điểm ( 2 ; -1)
c. (d) song song với đường thẳng y = 3x — 4
d. (d) song song với đường thẳng 3x + 2y = 1
e. (d) luôn cắt đường thẳng 2x — 4y — 3 = 0
f. (d) cắt đường thẳng 2x + y = -3 tại điểm có hoành độ là -2
g. (d) cắt trục hoành tại điểm ở bên trái trục tung ( có hoành độ âm)
h. (d) cắt đường thẳng y = 3x + 1 tại điểm có hoành độ âm (hoặc ở bên trái trục tung)

i. (d) cắt đường thẳng y = 5x — 3 tại điểm có tung độ dương ( hoặc ở trên trục hoành)



j. Chứng tỏ (d ) luôn đi qua một điểm cố định trên trục tung

**Giải :**

Hàm số có a = 2m — 5 ; b = 3

**a. Góc tạo bởi đường thẳng d và và trục Ox là góc nhọn, góc tù**

Góc tạo bởi đường thẳng d và và trục Ox là góc nhọn khi đường thẳng d có hệ số a > 0

$\Leftrightarrow 2m - 5 > 0 \Leftrightarrow m > \frac{5}{2}$ ( thỏa mãn)

Góc tạo bởi đường thẳng d và và trục Ox là góc tù khi đường thẳng d có hệ số a < 0

$\Leftrightarrow 2m - 5 < 0 \Leftrightarrow m < \frac{5}{2}$ ( thỏa mãn )

Vậy góc tạo bởi đường thẳng d và và trục Ox là góc nhọn khi $m > \frac{5}{2}$

góc tạo bởi đường thẳng d và và trục Ox là góc tù khi $m < \frac{5}{2}$

**b. (d ) đi qua điểm ( 2 ; -1)**

Thay x = 2 ; y = -1 vào phương trình đường thẳng d ta có

$-1 = 2.(2m - 5) + 3 \Leftrightarrow 4m - 10 + 3 = -1 \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}$ ( thỏa mãn)

Vậy với $m = \frac{3}{2}$ thì (d ) đi qua điểm ( 2 ; -1)

**Chú ý :** *Phải viết là "Thay x = 2 ; y = -1 vào phương trình đường thẳng d ", không được viết là "Thay x = 2 ; y = -1 vào đường thẳng d "*

**c. (d) song song với đường thẳng y = 3x - 4**

(d) song song với đường thẳng y = 3x - 4 $\Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 5 = 3 \\ 3 \neq -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ 3 \neq -4 \end{cases} \Leftrightarrow m = 4$ ( thỏa mãn)

Vậy m = 4 là giá trị cần tìm

**d. (d) song song với đường thẳng 3x + 2y = 1**

Ta có 3x + 2y = 1 $\Leftrightarrow y = -\frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$

(d) song song với đường thẳng 3x + 2y = 1 $\Leftrightarrow$ (d) song song với đường thẳng $y = -\frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 5 = -\frac{3}{2} \\ 3 \neq \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{7}{4} \\ 3 \neq \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{7}{4}$ ( thỏa mãn) . Vậy $m = \frac{7}{4}$ là giá trị cần tìm

**e. (d) luôn cắt đường thẳng 2x - 4y - 3 = 0**

Ta có 2x - 4y - 3 = 0 $\Leftrightarrow y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$

(d) luôn cắt đường thẳng 2x - 4y - 3 = 0 $\Leftrightarrow$ (d) luôn cắt đường thẳng $y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$

$\Leftrightarrow 2m - 5 \neq \frac{1}{2} \Leftrightarrow m \neq \frac{11}{4}$. Kết hợp với điều kiên ta có $m \neq \frac{5}{2}$ và $m \neq \frac{11}{4}$ là giá trị cần tìm.

**f. (d) cắt đường thẳng 2x + y = -3 tại điểm có hoành độ là -2**

Thay x = -2 vào phương trình đường thẳng 2x + y = -3 ta được 2. (-2) + y = -3 $\Leftrightarrow$ y = 1

⇨ (d) cắt đường thẳng $2x + y = -3$ tại điểm (-2 ; 1 ). Thay x = -2 ; y = 1 vào phương trình đường thẳng d ta có $1 = (2m - 5).(-2) + 3 \Leftrightarrow -4m + 10 + 3 = 1 \Leftrightarrow m = 3$ ( thỏa mãn).

Vậy m = 3 là giá trị cần tìm.

**g. (d) cắt trục hoành tại điểm ở bên trái trục tung ( có hoành độ âm)**

Thay y = 0 vào phương trình đường thẳng d ta có $0 = (2m - 5)x + 3 \Leftrightarrow x = \frac{-3}{2m-5}$

(d) cắt trục hoành tại điểm ở bên trái trục tung $\Leftrightarrow \frac{-3}{2m-5} < 0 \Leftrightarrow 2m-5 > 0 \Leftrightarrow m > \frac{5}{2}$ ( thỏa mãn).

Vậy $m > \frac{5}{2}$ là giá trị cần tìm.

**h. (d) cắt đường thẳng y = 3x + 1 tại điểm có hoành độ âm (hoặc ở bên trái trục tung)**

(d) cắt đường thẳng $y = 3x + 1 \Leftrightarrow 2m - 5 \neq 3 \Leftrightarrow m \neq 4$

Hoành độ giao điểm của (d) và đường thẳng y = 3x + 1 là nghiệm của phương trình ẩn x sau :

$(2m - 5)x + 3 = 3x + 1 \Leftrightarrow (2m - 8)x = -2 \Leftrightarrow x = \frac{-2}{2m-8}$ ( vì $m \neq 4$ )

(d) cắt đường thẳng y = 3x + 1 tại điểm có hoành độ âm

$\Leftrightarrow \frac{-2}{2m-8} < 0 \Leftrightarrow 2m-8 > 0 \Leftrightarrow m > 4$ ( thỏa mãn các điều kiện $m \neq \frac{5}{2}$ và $m \neq 4$ )

Vậy m > 4 là giá trị cần tìm.

**i. (d) cắt đường thẳng y = 5x - 3 tại điểm có tung độ dương ( hoặc ở trên trục hoành)**

* (d) cắt đường thẳng $y = 5x - 3 \Leftrightarrow 2m - 5 \neq 5 \Leftrightarrow m \neq 5$

* Hoành độ giao điểm của (d) và đường thẳng y = 5x - 3 là nghiệm của phương trình ẩn x sau :

$(2m - 5)x + 3 = 5x - 3 \Leftrightarrow (2m - 10)x = -6 \Leftrightarrow x = \frac{-6}{2m-10} = \frac{-3}{m-5}$ ( vì $m \neq 5$ )

Thay $x = \frac{-3}{m-5}$ vào phương trình đường thẳng y = 5x - 3 ta có $y = 5.\frac{-3}{m-5} - 3 = \frac{-15-3m+15}{m-5} = \frac{-3m}{m-5}$

(d) cắt đường thẳng y = 5x - 3 tại điểm có tung độ dương

$\Leftrightarrow \frac{-3m}{m-5} > 0 \Leftrightarrow -3m(m-5) > 0 \Leftrightarrow m(m-5) < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 5$

Kết hợp với các điều kiện ta có 0 < m < 5 và $m \neq \frac{5}{2}$ là giá trị cần tìm

**j. Chứng tỏ (d ) luôn đi qua một điểm cố định trên trục tung**

Giả sử (d) luôn đi qua điểm cố định có tọa độ ( $x_0$ ; $y_0$). Khi đó :

$y_0 = (2m - 5)x_0 + 3$ với mọi m $\Leftrightarrow 2x_0m - 5x_0 - y_0 + 3 = 0$ với mọi m

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x_0 = 0 \\ -5x_0 - y_0 + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 3 \end{cases}$

Vậy (d ) luôn đi qua một điểm cố định trên trục tung có tọa độ là ( 0 ; 3 )

## Chú ý đề bài 1:

*** Ta luôn so sánh m tìm được với điều kiện của đề bài là $m \neq \frac{5}{2}$ ( điều này rất rất hay quên)**



*** Nếu đề bài chỉ "Cho phương trình bậc nhất" mà không cho điều kiện ta vẫn phải đặt điều kiện để phương trình là phương trình bậc nhất ( tức là phải có a ≠ 0 và lấy điều kiện đó để so sánh trước khi kết luận)**

**Đề bài 2:**

Cho đường thẳng d có phương trình $y = (m + 1)x - 3n + 6$ . Tìm m và n để :

a. (d) song song với đường thẳng y = -2x + 5 và đi qua điểm ( 2 ; -1)
b. (d) song song với đường thẳng y = 3x + 1 và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là -1
c. (d) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là $\frac{3}{2}$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ là 1
d. (d) song song với đường thẳng y = 2x + 3 và cắt đường thẳng y= 3x + 2 tại điểm có hoành độ là 1
e. (d) đi qua diểm ( -3 ; -3 ) và cắt trục tung tại điểm có tung độ là 3
f. (d) đi qua ( 2 ; -5 ) và có tung độ gốc là -3
g. (d) đi qua hai điểm ( -1 ; 3 ) và ( -3 ; 1 )

**Giải :**

**a. (d) song song với đường thẳng y = -2x + 5 và đi qua điểm ( 2 ; -1)**

- (d) song song với đường thẳng y = -2x + 5 $\Leftrightarrow \begin{cases} m+1=-2 \\ -3n+6\neq 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=-3 \\ n\neq \frac{1}{3} \end{cases}$
- (d) đi qua điểm ( 2 ; -1) $\Leftrightarrow$ -1 = ( m + 1).2 — 3n +6 $\Leftrightarrow$ 2m - 3n = -9

Thay m = -3 vào ta có 2. (-3) — 3n = -9 $\Leftrightarrow$ n = 1 ( thỏa mãn )

Vậy m = -3 , n = 1

**b. (d) song song với đường thẳng y = 3x + 1 và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là -1**

- (d) song song với đường thẳng y = 3x + 1 $\Leftrightarrow \begin{cases} m+1=3 \\ -3n+6\neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=2 \\ n\neq \frac{5}{3} \end{cases}$
- (d) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là -1 $\Leftrightarrow$ 0 = ( m + 1 ). (-1) — 3n + 6 $\Leftrightarrow$ m + 3n = 5

Thay m = 2 vào ta được 2 + 3n = 5 $\Leftrightarrow$ n = 1 ( thỏa mãn ) .Vậy m = 2 , n = 1

**c. (d) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là $\frac{3}{2}$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ là 1**

- (d) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là $\frac{3}{2}$ $\Leftrightarrow$ 0 = ( m + 1 ). $\frac{3}{2}$ — 3n + 6 $\Leftrightarrow$ m - 2n = -5
- (d) cắt trục tung tại điểm có tung độ là 1 $\Leftrightarrow$ 1 = -3n + 6 $\Leftrightarrow$ n = $\frac{5}{3}$ .

Thay vào phương trình m - 2n = -5 ta có m - 2. $\frac{5}{3}$ = -5 $\Leftrightarrow$ m = -$\frac{5}{3}$

Vậy n = $\frac{5}{3}$ , m = -$\frac{5}{3}$

**d. (d) song song với đường thẳng y = 2x + 3 và cắt đường thẳng y= 3x + 2 tại điểm có hoành độ là 1**



- (d) song song với đường thẳng y = 2x + 3 $\Leftrightarrow \begin{cases} m+1=2 \\ -3n+6\neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ n\neq 1 \end{cases}$
- (d) cắt đường thẳng y= 3x + 2 tại điểm có hoành độ là 1 $\Leftrightarrow (m+1).1-3n+6=3.1+2 \Leftrightarrow m-3n=-2$.

Thay m = 1 vào ta có 1 — 3n = - 2 $\Leftrightarrow$ n = 1( không thỏa mãn )

Vậy không có giá trị nào của m và n thỏa mãn điều kiện đề bài.

**Chú ý :** ***Ta thường quên so sánh với điều kiện*** $n\neq 1$ ***nên dẫn đến kết luận sai***

**e. (d) đi qua diểm ( -3 ; -3 ) và cắt trục tung tại điểm có tung độ là 3**

- (d) đi qua diểm ( -3 ; -3 ) $\Leftrightarrow -3=(m+1).(-3)-3n+6 \Leftrightarrow m+n=2$
- (d) cắt trục tung tại điểm có tung độ là 3 $\Leftrightarrow 3=-3n+6 \Leftrightarrow n=1$

Thay vào phương trình m + n = 2 ta được m + 1 = 2 $\Leftrightarrow$ m = 1

Vậy m = 1 , n = 1

**f. (d) đi qua ( 2 ; -5 ) và có tung độ gốc là -3**

- (d) đi qua diểm ( 2 ; -5 ) $\Leftrightarrow -5=(m+1).2-3n+6 \Leftrightarrow 2m-3n=-13$
- (d) có tung độ gốc là -3 $\Leftrightarrow -3=-3n+6 \Leftrightarrow n=3$

Thay vào phương trình 2m - 3n = -13 ta được 2m — 3.3 = -13 $\Leftrightarrow$ m = -2

Vậy m = -2 , n = 3

**g. (d) đi qua hai điểm ( -1 ; 3 ) và ( -3 ; 1 )**

(d) đi qua hai điểm ( -1 ; 3 ) và ( -3 ; 1 )

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3=(m+1).(-1)-3n+6 \\ 1=(m+1).(-3)-3n+6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+3n=2 \\ 3m+3n=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m=0 \\ 3m+3n=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=0 \\ n=\dfrac{2}{3} \end{cases}$$

Vậy m = 0 , m = $\dfrac{2}{3}$

**Đề bài 3:**

Cho hai hàm số bậc nhất y = ( m + 3 )x + 2m + 1 và y = 2mx - 3m - 4 có đồ thị tương ứng là $(d_1)$ và $(d_2)$

Tìm m để :

a. $(d_1)$ và $(d_2)$ song song với nhau , cắt nhau , trùng nhau
b. $(d_1)$ và $(d_2)$ cắt nhau tại một điểm nằm trên trục tung
c. $(d_1)$ cắt $(d_2)$ tại một điểm trên trục hoành
d. $(d_1)$ cắt $(d_2)$ tại một điểm nằm bên phải trục tung
e. $(d_1)$ cắt $(d_2)$ tại một điểm nằm bên dưới trục hoành
f. $(d_1)$ cắt $(d_2)$ tại điểm ( 1 ; -2 )
g. Chứng tỏ khi m thay đổi thì đường thẳng $(d_1)$ luôn đi qua một điểm cố định , đường thẳng $(d_2)$ luôn đi qua một điểm cố định.

**Giải :**

Để các hàm số đã cho là các hàm số bậc nhất ta phải có : $\begin{cases} m+3\neq 0 \\ 2m\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq -3 \\ m\neq 0 \end{cases}$

**Chú ý :** ***Điều kiện trên luôn được dùng so sánh trước khi đưa ra một kết luận về m***

**a. $(d_1)$ và $(d_2)$ song song với nhau , cắt nhau , trùng nhau**



$(d_1)$ và $(d_2)$ song song với nhau $\Leftrightarrow \begin{cases} m+3=2m \\ 2m+1\neq -3m-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=3 \\ m\neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow m=3$

$(d_1)$ và $(d_2)$ cắt nhau $\Leftrightarrow m+3\neq 2m \Leftrightarrow m\neq 3$

$(d_1)$ và $(d_2)$ trùng nhau $\Leftrightarrow \begin{cases} m+3=2m \\ 2m+1=-3m-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=3 \\ m=-1 \end{cases}$ ( vô nghiệm )

Kết hợp với các điều kiện ta có:

Với m = 3 thì $(d_1)$ và $(d_2)$ song song với nhau

$m\neq -3$ , $m\neq 0$, $m\neq 3$ thì $(d_1)$ và $(d_2)$ cắt nhau

Không có giá trị nào của m để $(d_1)$ và $(d_2)$ trùng nhau

**b. $(d_1)$ và $(d_2)$ cắt nhau tại một điểm nằm trên trục tung**

- $(d_1)$ và $(d_2)$ cắt nhau $\Leftrightarrow m+3\neq 2m \Leftrightarrow m\neq 3$
- $(d_1)$ và $(d_2)$ cắt nhau tại một điểm nằm trên trục tung khi 2m + 1 = - 3m - 4 $\Leftrightarrow m=-1$

Kết hợp với các điều kiện ta có với m = -1 thì $(d_1)$ và $(d_2)$ cắt nhau tại một điểm nằm trên trục tung.

<u>**Chú ý :**</u> ***Giao điểm của ( $d_1$) và ( $d_2$) với trục tung lần lượt là ( 0 ; 2m + 1) và ( 0 ; -3m -4 ) nên chúng cắt nhau tại 1 điểm trên trục tung khi hai điểm đó trùng nhau, tức là 2m+1 = -3m – 4. Do đó lời giải trên nhanh mà không phải làm tắt.***

**c. $(d_1)$ cắt $(d_2)$ tại một điểm trên trục hoành**

- $(d_1)$ và $(d_2)$ cắt nhau $\Leftrightarrow m+3\neq 2m \Leftrightarrow m\neq 3$
- Thay y = 0 vào phương trình đường thẳng $(d_1)$ và $(d_2)$ ta có

$\begin{cases} (m+3)x+2m+1=0 \\ 2mx-3m-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{2m+1}{m+3} \\ x=\dfrac{3m+4}{2m} \end{cases}$ ( Vì $m\neq -3$ , $m\neq 0$)

→ Giao điểm của $(d_1)$ và $(d_2)$ với trục hoành lần lượt là $\left(\dfrac{2m+1}{m+3};0\right)$ và $\left(\dfrac{3m+4}{2m};0\right)$

- $(d_1)$ cắt $(d_2)$ tại một điểm trên trục hoành khi

$\dfrac{2m+1}{m+3}=\dfrac{3m+4}{2m} \Rightarrow 2m(2m+1)=(m+3)(3m+4) \Leftrightarrow 4m^2+2m=3m^2+13m+12 \Leftrightarrow m^2-11m-12=0$

Phương trình trên là phương trình bậc hai có a - b + c = 0 nên có hai nghiệm $m_1$ = -1 ; $m_2$ = 12

Kết hợp với các điều kiện ta có m = -1 hoặc m = 12 thì $d_1$) cắt $(d_2)$ tại một điểm trên trục hoành

<u>**Chú ý :**</u> ***Phải kết hợp với cả ba điều kiện là*** $m\neq -3$ , $m\neq 0$, $m\neq 3$ ***rồi mới kết luận.***

**d. $(d_1)$ cắt $(d_2)$ tại một điểm nằm bên phải trục tung**

- $(d_1)$ và $(d_2)$ cắt nhau $\Leftrightarrow m+3\neq 2m \Leftrightarrow m\neq 3$
- Hoành độ giao điểm của $(d_1)$ và $(d_2)$ là nghiệm của phương trình ẩn x sau :

$(m+3)x+2m+1=2mx-3m-4 \Leftrightarrow (m-3)x=5m+5 \Leftrightarrow x=\dfrac{5m+5}{m-3}$ ( vì m $\neq 3$ )

- $(d_1)$ cắt $(d_2)$ tại một điểm nằm bên phải trục tung khi hoành độ giao điểm dương

$\Leftrightarrow \dfrac{5m+5}{m-3} > 0 \Leftrightarrow (5m+5)(m-3) > 0 \Leftrightarrow m < -1$ hoặc $m > 3$



Kết hợp với các điều kiện ta có $m \neq -3, m < -1$ hoặc $m > 3$

**e. $(d_1)$ cắt $(d_2)$ tại một điểm nằm bên dưới trục hoành**

- $(d_1)$ và $(d_2)$ cắt nhau $\Leftrightarrow m+3 \neq 2m \Leftrightarrow m \neq 3$
- Hoành độ giao điểm của $(d_1)$ và $(d_2)$ là nghiệm của phương trình ẩn x sau :

$(m+3)x + 2m + 1 = 2mx - 3m - 4 \Leftrightarrow (m-3)x = 5m+5 \Leftrightarrow x = \dfrac{5m+5}{m-3}$ ( vì $m \neq 3$ )

Thay $x = \dfrac{5m+5}{m-3}$ vào phương trình đường thẳng ( $d_1$) ta có

$$y = (m+3).\frac{5m+5}{m-3} + 2m + 1 = \frac{5m^2 + 20m + 15 + 2m^2 - 5m - 3}{m-3} = \frac{7m^2 + 15m + 12}{m-3}$$

* $(d_1)$ cắt $(d_2)$ tại điểm nằm bên dưới trục hoành khi tung độ giao điểm âm $\Leftrightarrow \dfrac{7m^2+15m+12}{m-3} < 0$ (*)

Ta có $7m^2 + 15m + 12 = 6m^2 + 12m + 6 + m^2 + 3m + \dfrac{9}{4} + \dfrac{15}{4} = 6(m+1)^2 + \left(m + \dfrac{3}{2}\right)^2 + \dfrac{15}{4} > 0$

Nên (*) tương đương với m-3<0 $\Leftrightarrow m < 3$

Kết hợp với các điều kiện ta có : $m < 3, m \neq -3, m \neq 0$ là giá trị cần tìm

**f. $(d_1)$ cắt $(d_2)$ tại điểm ( 1 ; -2 )**

- $(d_1)$ và $(d_2)$ cắt nhau $\Leftrightarrow m+3 \neq 2m \Leftrightarrow m \neq 3$
- $(d_1)$ cắt $(d_2)$ tại điểm ( 1 ; -2 ) $\Leftrightarrow \begin{cases} -2 = (m+3) + 2m + 1 \\ -2 = 2m - 3m - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m = -2 \end{cases} \Leftrightarrow m = -2$

Kết hợp với các điều kiện ta có m = -2 là giá trị cần tìm.

**g. Chứng tỏ khi m thay đổi thì đường thẳng $(d_1)$ luôn đi qua một điểm cố định , đường thẳng $(d_2)$ luôn đi qua một điểm cố định.**

Giả sử khi m thay đổi các đường thẳng $(d_1)$ luôn đi qua điểm ( $x_0$ ; $y_0$ ) , tức là :

$y_0 = (m+3)x_0 + 2m + 1$ với mọi $m \Leftrightarrow (x_0+2)m + 3x_0 - y_0 + 1 = 0$ với mọi m

$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 + 2 = 0 \\ 3x_0 - y_0 + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -2 \\ y_0 = -5 \end{cases}$

Vậy khi ma thay đổi thì các đường thẳng $(d_1)$ luôn đi qua điểm ( -2 ; -5 ) cố định

**<u>Chú ý :</u>** ***Với đường thẳng ( $d_2$) ta làm tương tự , điểm cố định là*** $\left(\dfrac{3}{2}; -4\right)$

**<u>Đề bài 4:</u>**

Cho hai đường thẳng $d_1$ và $d_2$ lần lượt có phương trình y = -2x + 4 và y = 2x - 2

a. Tìm tọa độ giao điểm A của hai đường thẳng trên.
b. Vẽ trên cùng một hệ trục tọa độ các đường thẳng $d_1$ và $d_2$
c. Gọi B và C lần lượt là giao điểm của $d_1$ và $d_2$ với trục hoành; D và E lần lượt là giao điểm của $d_1$ và $d_2$ với trục tung.Tính diện tích các tam giác ABC , ADE , ABE.
d. Tính các góc tạo bởi đường thẳng $d_1$ và $d_2$ với trục hoành.

**<u>Giải :</u>**

**e. Tìm tọa độ giao điểm A của hai đường thẳng trên.**

Giao điểm của hai đường thẳng là nghiệm của hệ phương trình sau :



$$\begin{cases} y = -2x + 4 \\ y = 2x - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{4-y}{2} \\ 2y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{4-1}{2} = \dfrac{3}{2} \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy giao điểm A của hai đường thẳng là $A\left(\frac{3}{2};1\right)$

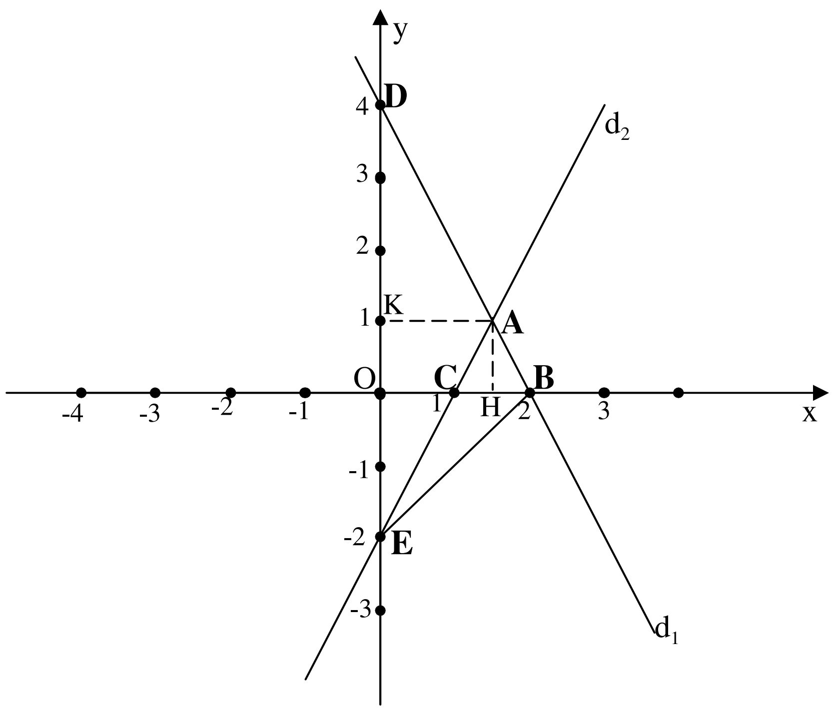
**f. Vẽ trên cùng một hệ trục tọa độ các đường thẳng $d_1$ và $d_2$**

- Xét đường thẳng $(d_1)$ : $y = -2x + 4$

Với $x = 0 \Rightarrow y = 4$ ; $y = 0 \Rightarrow x = 2$. Đường thẳng $(d_1)$ đi qua hai điểm ( 0 ; 4 ) và ( 2 ; 0 )

- Xét đường thẳng $(d_2)$ : $y = 2x - 2$

Với $x = 0 \Rightarrow y = -2$ ; $y = 0 \Rightarrow x = 1$. Đường thẳng $(d_1)$ đi qua hai điểm ( 0 ; -2 ) và ( 1 ; 0 )




**g. Gọi B và C lần lượt là giao điểm của $d_1$ và $d_2$ với trục hoành; D và E lần lượt là giao điểm của $d_1$ và $d_2$ với trục tung.Tính diện tích các tam giác ABC , ADE , ABE.**

Ta có : $A\left(\frac{3}{2};1\right)$ , B( 2 ; 0 ) , C ( 1 ; 0 ) , D( 0 ; 4 ) và E( 0 ; -2 )

Do đó : BC = | 2 – 1| = 1 , DE = | 4 - (-2)| = 6 , BO = | 2 – 0 | = 2

Gọi AH là đường cao của $\Delta ABC$ , AK là đường cao của $\Delta ADE \Rightarrow AH = 1$ , $AK = \frac{3}{2}$

Gọi $S_{ABC}$ , $S_{ADE}$ , $S_{BDE}$ , $S_{ABE}$ lần lượt là diện tích của các tam giác ABC , ADE , BDE , ABE.

Ta có :

$S_{ABC} = \frac{1}{2}AH.BC = \frac{1}{2}.1.1 = \frac{1}{2}$ ( đơn vị diện tích )

$S_{ADE} = \frac{1}{2}AK.DE = \frac{1}{2}.\frac{3}{2}.6 = \frac{9}{2}$ ( đơn vị diện tích )

$S_{BDE} = \frac{1}{2}BO.DE = \frac{1}{2}.2.6 = 6$ ( đơn vị diện tích )

$$S_{ABE} = S_{BDE} - S_{ADE} = 6 - \frac{9}{2} = \frac{3}{2}$$ ( đơn vị diện tích )



**h. Tính các góc tạo bởi đường thẳng $d_1$ và $d_2$ với trục hoành.**

Góc tạo bởi đường thẳng $d_1$ và $d_2$ với trục hoành lần lượt là $\widehat{DBx}$ và $\widehat{ACx}$

Tam giác OBD vuông tại O có : $Tg\widehat{OBD} = \frac{OD}{OB} = \frac{4}{2} = 2 \Rightarrow \widehat{OBD} \approx 63,4^0$

$\Rightarrow \widehat{BDx} = 180^0 - 63,4^0 = 116,6^0$

Tam giác OCE vuông tại O có : $Tg\widehat{OCE} = \frac{OE}{OC} = \frac{2}{1} = 2 \Rightarrow \widehat{OCE} = 63,4^0$

$\Rightarrow \widehat{ACx} = 63,4^0$

Vậy góc tạo bởi đường thẳng $d_1$ và $d_2$ với trục hoành cùng là $63,4^0$.

**II. CHÚ Ý :** ***Khi đề bài không cho điều kiện của tham số m mà nói là cho hàm số bậc nhất thì khi làm bài ta vẫn phải tìm điều kiện để có phương trình bậc nhất và dùng điều kiện này để so sánh trước khi kết luận***

## D. HỆ PHƯƠNG TRÌNH

**<u>Đề bài 1:</u>** Giải các hệ phương trình sau :

a) $\begin{cases} 5x - 2y = -9 \\ 4x + 3y = 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ x^2 + 2y^2 - 2xy = 5 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x^3 + 7x = y^3 + 7y \\ x^2 + y^2 = x + y + 2 \end{cases}$

d) $\begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{3}{2-y} = 2 \\ \frac{2}{x} - \frac{1}{2-y} = 1 \end{cases}$ ( Đặt ẩn phụ ) e) $\begin{cases} x + y + xy = -7 \\ x^2 + y^2 - 3x - 3y = 16 \end{cases}$ ( đối xứng loại 1 )

f) $\begin{cases} 2x^2 + y = 3y^2 - 2 \\ 2y^2 + x = 3x^2 - 2 \end{cases}$ ( đối xứng loại 2 ) g) $\begin{cases} 3x^2 + 2xy + y^2 = 11 \\ x^2 + 2xy + 5y^2 = 25 \end{cases}$ ( đẳng cấp bậc hai )

**<u>Giải :</u>**

a) $\begin{cases} 5x - 2y = -9 \\ 4x + 3y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 15x - 6y = -27 \\ 8x + 6y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 23x = -23 \\ 4x + 3y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ 4(-1) + 3y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = \frac{2+4}{3} = 2 \end{cases}$

Vậy hệ có một nghiệm là : ( x ; y ) = ( -1 ; 2 )

b) $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ x^2 + 2y^2 - 2xy = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 - 2y \\ (5-2y)^2 + 2y^2 - 2(5-2y)y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 - 2y \\ 25 - 20y + 4y^2 + 2y^2 - 10y + 4y^2 = 5 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 - 2y \\ 10y^2 - 30y + 20 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 - 2y & (1) \\ y^2 - 3y + 2 = 0 & (2) \end{cases}$

Phương trình (2) là phương trình bậc hai có a + b + c = 0 nên có hai nghiệm là $y_1 = 1; y_2 = \frac{c}{a} = 2$

Với y = $y_1$ = 1 thay vào (1) ta có x = 5 — 2.1 = 3

Với y = $y_2$ = 2 thay vào (1) ta có x = 5 — 2.2 = 1

Vậy hệ phương trình có hai nghiệm ( x ; y ) là ( 3 ; 1 ) và ( 1 ; 2 )

c) $\begin{cases} x^3+7x=y^3+7y \\ x^2+y^2=x+y+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3-y^3+7x-7y=0 \\ x^2+y^2=x+y+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-y)(x^2+xy+y^2)+7(x-y)=0 \\ x^2+y^2=x+y+2 \end{cases}$



$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-y)(x^2+xy+y^2+7)=0 & (1) \\ x^2+y^2=x+y+2 & (2) \end{cases}$

Từ (1) => $x - y = 0$ hoặc $x^2 + xy + y^2 + 7 = 0$

- Nếu $x - y = 0 \Leftrightarrow x = y$ thay vào (2) ta có : $x^2+x^2=x+x+2 \Leftrightarrow x^2-x-1=0$

$\Delta=(-1)^2-4.1.(-1)=5>0$. Phương trình có hai nghiệm phân biệt : $x_1=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$ ; $x_2=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$

⇨ Hệ có nghiệm $x=y=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$ và $x=y=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$

- Nếu $x^2 + xy + y^2 + 7 = 0$ kết hợp với (2 ta có hệ :

$\begin{cases} x^2+y^2+xy+7=0 \\ x^2+y^2=x+y+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y+2+xy+7=0 \\ x^2+y^2=x+y+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y+xy+9=0 \\ (x+y)^2-2xy=x+y+2 \end{cases}$

Đặt x+y = S , xy = P ta có hệ $\begin{cases} S+P+9=0 \\ S^2-2P=S+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} P=-S-9 \\ S^2-2(-S-9)=S+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} P=-S-9 \\ S^2+S+16=0\ (*) \end{cases}$

Phương trình (*) là phương trình bậc hai có $\Delta=1^2-4.1.16=-63<0$ nên (*) vô nghiệm. Hệ vô nghiệm

Vậy hệ phương trình đã cho có hai nghiệm là $x=y=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$ và $x=y=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$

d) $\begin{cases} \dfrac{1}{x}-\dfrac{3}{2-y}=2 \\ \dfrac{2}{x}-\dfrac{1}{2-y}=1 \end{cases}$ . Điều kiện $x \neq 0, y \neq 2$

Đặt $\dfrac{1}{x}=a, \dfrac{1}{2-y}=b$ ta có hệ phương trình :

$\begin{cases} a-3b=2 \\ 2a-b=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-3b=2 \\ 6a-3b=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5a=1 \\ 2a-b=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{1}{5} \\ b=2a-1=2.\dfrac{1}{5}-1=-\dfrac{3}{5} \end{cases}$

Do đó $\begin{cases} \dfrac{1}{x}=\dfrac{1}{5} \\ \dfrac{1}{2-y}=-\dfrac{3}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=2+\dfrac{5}{3}=\dfrac{11}{3} \end{cases}$ ( thỏa mãn các điều kiện )

Vậy hệ phương trình có nghiệm là $(x;y)=\left(5;\dfrac{11}{3}\right)$

e) $\begin{cases} x+y+xy=-7 \\ x^2+y^2-3x-3y=16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y+xy=-7 \\ (x+y)^2-2xy-3(x+y)=16 \end{cases}$

Đặt x+y = S , xy = P ta có hệ $\begin{cases} S+P=-7 \\ S^2-2P-3S=16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} P=-7-S \\ S^2-2(-7-S)-3S=16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} P=-7-S \\ S^2-S-2=0 \end{cases}$

Phương trình $S^2 - S - 2 = 0$ có dạng a - b + c = 0 nên có hai nghiệm là $S_1 = -1$ , $S_2 = 2$

- ❖ Với $S = S_1 = -1$ ta có $P = -7 + 1 = -6$ $\Rightarrow \begin{cases} x+y=-1 \\ xy=-6 \end{cases}$ .

x và y là nghiệm của phương trình bậc hai sau : $A^2 + A - 6 = 0$

$\Delta=1^2-4.1.(-6)=25>0 \Rightarrow \sqrt{\Delta}=5$. Phương trình có hai nghiệm :

$A_1 = \dfrac{-1+5}{2} = 2$ ; $A_2 = \dfrac{-1-5}{2} = -3$ => Hệ phương trình có nghiệm ( 2 ; -3 ) và ( -3 ; 2 )



❖ Với $S = S_2 = 2$ ta có $P = -7 - 2 = -9$ . => Tự làm tiếp.

Kết luận : Hệ phương trình đã cho có 4 nghiệm là :

( 2 ; -3 ) , ( -3 ; 2 ) , $\left(1-\sqrt{10};1+\sqrt{10}\right)$ ,$\left(1+\sqrt{10};1-\sqrt{10}\right)$

f) $\begin{cases} 2x^2 + y = 3y^2 - 2 & (1) \\ 2y^2 + x = 3x^2 - 2 & (2) \end{cases}$

Trừ từng vế hai phương trình của hệ ta có :

$2(x^2 - y^2)-(x-y) = 3(y^2-x^2) \Leftrightarrow 2(x-y)(x+y)-(x-y)+3(x-y)(x+y)=0$

$\Leftrightarrow (x-y)(2x+2y-1+3x+3y)=0 \Leftrightarrow (x-y)(5x+5y-1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-y=0 \\ 5x+5y-1=0 \end{array}\right.$

❖ Nếu x - y = 0 ⇔ x = y thay vào (1) ta có $2x^2 + x = 3x^2 - 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$

Phương trình có dạng a — b + c = 0 nên có hai nghiệm là $x_1 = -1$ , $x_2 = 2$

⇨ Hệ phương trình có hai nghiệm x = y = -1 và x = y = 2

❖ Nếu 5x + 5y — 1 = 0 $\Rightarrow y = \dfrac{1-5x}{5}$ thay vào (1) ta có :

$$2x^2 + \frac{1-5x}{5} = 3.\left(\frac{1-5x}{5}\right)^2 - 2 \Leftrightarrow 50x^2 + 5 - 25x = 3\left(1-10x+25x^2\right) - 50 \Leftrightarrow 25x^2 - 5x - 52 = 0$$

$\Delta = 5^2 - 4.25.(-52) = 5225 > 0$

Phương trình có hai nghiệm $x_1 = \dfrac{5-\sqrt{5225}}{50} = \dfrac{1-\sqrt{209}}{10}$ ; $x_2 = \dfrac{5+\sqrt{5225}}{50} = \dfrac{1+\sqrt{209}}{10}$

Với $x = x_1 = \dfrac{1-\sqrt{209}}{10}$ ta có y = (1 — 5.$\dfrac{1-\sqrt{209}}{10}$) : 5 = $\dfrac{1+\sqrt{209}}{10}$

Với $x = x_2 = \dfrac{1+\sqrt{209}}{10}$ ta có y = (1 — 5.$\dfrac{1+\sqrt{209}}{10}$) : 5 = $\dfrac{1-\sqrt{209}}{10}$

Kết luận : Hệ phương trình đã cho có 4 nghiệm ( x ; y ) là :

$(-1;-1)$ , $(2;2)$ , $\left(\dfrac{1-\sqrt{209}}{10};\dfrac{1+\sqrt{209}}{10}\right)$, $\left(\dfrac{1+\sqrt{209}}{10};\dfrac{1-\sqrt{209}}{10}\right)$

**Chú ý :** ***Nếu hệ đối xứng bậc 3 thì cách làm vẫn thế nhưng lời giải dài và khó hơn rất nhiều cần quan sát kĩ xem ở bước thứ hai có cách nào đơn giản không***

$$g)\ \begin{cases} 3x^2 + 2xy + y^2 = 11 & (1) \\ x^2 + 2xy + 5y^2 = 25 & (2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 25.\left(3x^2 + 2xy + y^2\right) = 25.11 \\ 11.\left(x^2 + 2xy + 5y^2\right) = 11.25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 75x^2 + 50xy + 25y^2 = 275 \\ 11x^2 + 22xy + 55y^2 = 275 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 75x^2 + 50xy + 25y^2 = 11x^2 + 22xy + 55y^2 \Leftrightarrow 64x^2 + 28xy - 30y^2 = 0 \Leftrightarrow 32x^2 + 14xy - 15y^2 = 0\ (*)$$

Với y = 0 thay vào hệ phương trình ta có : $\begin{cases} 3x^2 = 11 \\ x^2 = 25 \end{cases}$ ( hệ vô nghiệm)

Với $y \neq 0$ chia hai vế của (*) cho $y^2$ ta được phương trình :

$$\frac{32x^2}{y^2} + \frac{14x}{y} - 15 = 0 \Leftrightarrow 32.\left(\frac{x}{y}\right)^2 + 14.\frac{x}{y} - 15 = 0$$

Đặt t = $\dfrac{x}{y}$ ta có phương trình : $32t^2 + 14t$ — 15 = 0

Phương trình trên có $\Delta' = 7^2 - 32.(-15) = 529 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = 23$

Phương trình có hai nghiệm : $t_1 = \dfrac{-7-23}{32} = -\dfrac{15}{16}$ ; $t_2 = \dfrac{-7+23}{32} = \dfrac{1}{2}$

❖ Với $t = t_1 = -\frac{15}{16} \Rightarrow \frac{x}{y} = -\frac{15}{16} \Rightarrow x = -\frac{15}{16}y$ . Thay vào phương trình (2) ta có :



$$\left(-\frac{15}{16}y\right)^2 + 2.\left(-\frac{15}{16}y\right)y + 5y^2 = 25 \Leftrightarrow 225y^2 - 480y^2 + 1280y^2 = 6400$$

$$\Leftrightarrow 1025y^2 = 6400 \Leftrightarrow y^2 = \frac{256}{41} \Leftrightarrow y = \frac{16}{\sqrt{41}} \text{ hoặc } y = -\frac{16}{\sqrt{41}}$$

Với $y = \frac{16}{\sqrt{41}} \Rightarrow x = -\frac{15}{16}.\frac{16}{\sqrt{41}} = -\frac{15}{\sqrt{41}}$

Với $y = -\frac{16}{\sqrt{41}} \Rightarrow x = -\frac{15}{16}.\left(-\frac{16}{\sqrt{41}}\right) = \frac{15}{\sqrt{41}}$

❖ Với $t = t_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{2}y$ . Thay vào phương trình (2) ta có :

$$\left(\frac{1}{2}y\right)^2 + 2.\left(\frac{1}{2}y\right)y + 5y^2 = 25 \Leftrightarrow y^2 + 4y^2 + 20y^2 = 100 \Leftrightarrow 25y^2 = 100 \Leftrightarrow y^2 = 4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y = 2 \\ y = -2 \end{array}\right.$$

Với $y = 2 \Rightarrow x = \frac{1}{2}.2 = 1$

Với $y = -2 \Rightarrow x = \frac{1}{2}.(-2) = -1$

Tóm lai hệ phương trình đã cho có 4 nghiệm ( x ; y ) là :

$$\left(-\frac{15}{\sqrt{41}};\frac{16}{\sqrt{41}}\right), \left(\frac{15}{\sqrt{41}};-\frac{16}{\sqrt{41}}\right), (1;2), (-1;-2)$$

<u>**Chú ý :**</u> ***Nếu trong hệ có các biểu thức cần điều kiện thì trước khi giải ta phải tìm điều kiện của biến trước, sau đó dùng điều kiện này để so sánh trước khi kết luận về nghiệm của hệ***

<u>**Đề bài 2:**</u> Cho hệ phương trình: $\begin{cases} 3x + (m-1)y = 12 \\ (m-1)x + 12y = 24 \end{cases}$

a. Giải hệ phương trình với m = 2
b. Giải và biện luân hệ phương trình.
c. Tìm m để hệ phương trình có một nghiệm duy nhất ( x ; y ) sao cho x < y.
d. Tìm m để hệ có nghiệm duy nhất âm.
e. Tìm m để hệ có nghiệm duy nhất thoả mãn x + y > 1
f. Tìm m để hệ có nghiệm duy nhất thỏa mãn x + y = -1.
g. Tìm m nguyên để hệ có nghiệm duy nhất là nghiệm nguyên
h. Với ( x ; y ) là nghiệm duy nhất của hệ .Tìm đẳng thức liên hệ giữa x và y không phụ thuộc vào m.

<u>**Giải :**</u>

**a. Giải hệ phương trình với m = 2** **( tự làm )**

**b. Giải và biện luân hệ phương trình.**

$$\begin{cases} 3x + (m-1)y = 12 & (1) \\ (m-1)x + 12y = 24 & (2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 36x + 12(m-1)y = 144 \\ (m-1)^2 x + 12(m-1)y = 24(m-1) \end{cases}$$

Trừ từng vế của hai phương trình trên ta có :

$$(m-1)^2x-36x=24(m-1)-144 \Leftrightarrow \left[(m-1)^2-36\right]x=24m-24-144$$

$$\Leftrightarrow (m-7)(m+5)x=24m-168\ (3)$$



❖ Nếu m = 7 thay vào hệ phương trình ban đầu ta có :

$$\begin{cases}3x+6y=12\\6x+12y=24\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x+2y=4\\x+2y=4\end{cases} \Leftrightarrow x+2y=4 \Leftrightarrow x=4-2y$$

Hệ vô số nghiệm dạng ( 4 — 2t ; t ) với $t \in R$

❖ Nếu m = -5 thay vào hệ phương trình ban đầu ta có :

$$\begin{cases}3x-6y=12\\-6x+12y=24\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x-2y=4\\x-2y=-4\end{cases}$$ Hệ vô nghiệm

❖ Nếu $m \neq -5$ và $m \neq 7$ từ (3) ta có : $x=\dfrac{24m-168}{(m-7)(m+5)}=\dfrac{24(m-7)}{(m-7)(m+5)}=\dfrac{24}{m+5}$

Thay vào (2) ta có:

$$(m-1).\left(\frac{24}{m+5}\right)+12y=24 \Leftrightarrow 12y=24-\frac{24(m-1)}{m+5} \Leftrightarrow y=2-\frac{2(m-1)}{m+5} \Leftrightarrow y=\frac{12}{m+5}$$

Tóm lại :

- ✓ Nếu m = -5 hệ phương trình đã cho vô nghiệm
- ✓ Nếu m = -7 hệ phương trình đã cho có vô số nghiệm x = 4 — 2t , y = t với $t \in R$
- ✓ Nếu $m \neq -5$ và $m \neq 7$ hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất:

$$x=\frac{24}{m+5},\ y=\frac{12}{m+5}$$

**<u>Chú ý :</u>** ***Khi tìm được $x=\dfrac{24}{m+5}$ ta không nên thay vào (1) để tìm y vì khi đó hệ số của y vẫn còn m và ta lại phải xét các trường hợp hệ só đó bằng và khác 0 để tìm y***

**c. Tìm m để hệ phương trình có một nghiệm duy nhất ( x ; y ) sao cho x < y.**

❖ Theo câu trên, phương trình có một nghiệm duy nhất khi $m \neq -5$ và $m \neq 7$.

❖ Khi đó nghiệm của hệ là : $x=\dfrac{24}{m+5},\ y=\dfrac{12}{m+5}$

$$x<y \Leftrightarrow \frac{24}{m+5}<\frac{12}{m+5} \qquad (1)$$

Với $m \neq -5$ và $m \neq 7$ ta có $(x+5)^2>0$ . Nhân hai vế của (1) với $(x+5)^2>0$ ta được bất phương trình

$$24(m+5)<12(m+5) \Leftrightarrow 24m+120<12m+60 \Leftrightarrow 12m<-60 \Leftrightarrow m<-5$$

Kết hợp với các điều kiện ta có m < -5 là giá trị cần tìm

**<u>Chú ý :</u>**

- ***Khi nhân cả hai vế của một bất phương trình với cùng một biểu thức ta phải chú ý xem biểu thức đó dương hay âm để đổi chiều hay không đổi chiều bất đẳng thức***



- ***Nếu đề bài cho làm câu c ( hoặc d, e, f, g ) mà không cho câu b thì khi làm, bước 1 ta phải tìm điều kiện để hệ có nghiệm duy nhất, khi đó ta trình bày như câu b tới (3) và lập luận hệ có nghiệm duy nhất khi (3) có nghiệm duy nhất*** $\Leftrightarrow m \neq -5$ và $m \neq 7$

**d. Tìm m để hệ có nghiệm duy nhất âm.**

❖ Theo câu trên, phương trình có một nghiệm duy nhất khi $m \neq -5$ và $m \neq 7$.

❖ Khi đó nghiệm của hệ là : $x = \dfrac{24}{m+5}$ , $y = \dfrac{12}{m+5}$

Hệ có một nghiệm duy nhất âm khi $\begin{cases} \dfrac{24}{m+5} < 0 \\ \dfrac{12}{m+5} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+5<0 \\ m+5<0 \end{cases} \Leftrightarrow m+5<0 \Leftrightarrow m < -5$

Kết hợp với các điều kiện ta có m < -5 là giá trị cần tìm

**<u>Chú ý :</u>** ***Nghiệm ( x ; y ) của hệ được gọi là âm nếu x < 0 và y < 0. Nghiệm dương, không âm, không dương của hệ cũng tương tự.***

**e. Tìm m để hệ có nghiệm duy nhất thoả mãn x + y > 1**

❖ Theo câu trên, phương trình có một nghiệm duy nhất khi $m \neq -5$ và $m \neq 7$.

❖ Khi đó nghiệm của hệ là : $x = \dfrac{24}{m+5}$ , $y = \dfrac{12}{m+5}$

Hệ có nghiệm duy nhất thoả mãn x + y > 1

$$\Leftrightarrow \frac{24}{m+5} + \frac{12}{m+5} > 1 \Leftrightarrow \frac{36-m-5}{m+5} > 0 \Leftrightarrow \frac{31-m}{m+5} > 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 31-m>0 \\ m+5>0 \end{cases} \\ \begin{cases} 31-m<0 \\ m+5<0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} m<31 \\ m>-5 \end{cases} \\ \begin{cases} m>31 \\ m<-5 \end{cases} (\text{vô nghiệm}) \end{array}\right. \Leftrightarrow \begin{cases} m<31 \\ m>-5 \end{cases} \Leftrightarrow -5<m<31$$

Kết hợp với các điều kiện ta có $-5 < m < 31$ và $m \neq 7$ là giá trị cần tìm

**f. Tìm m để hệ có nghiệm duy nhất thỏa mãn x + y = -1.**

❖ Theo câu trên, phương trình có một nghiệm duy nhất khi $m \neq -5$ và $m \neq 7$.

❖ Khi đó nghiệm của hệ là : $x = \dfrac{24}{m+5}$ , $y = \dfrac{12}{m+5}$

Hệ có nghiệm duy nhất thoả mãn x + y = -1

$$\Leftrightarrow \frac{24}{m+5} + \frac{12}{m+5} = -2 \Leftrightarrow \frac{36+2m+10}{m+5} = 0 \Leftrightarrow \frac{46+2m}{m+5} = 0 \Leftrightarrow 46+2m=0\ (\text{do}\ m \neq -5) \Leftrightarrow m=-23$$

Kết hợp các điều kiện ta có m = - 23 là giá trị cần tìm

**g. Tìm m nguyên để hệ có nghiệm duy nhất là nghiệm nguyên**

❖ Theo câu trên, phương trình có một nghiệm duy nhất khi $m \neq -5$ và $m \neq 7$.

❖ Khi đó nghiệm của hệ là : $x = \dfrac{24}{m+5}$ , $y = \dfrac{12}{m+5}$



Hệ có nghiêm duy nhất là nghiệm nguyên khi $\dfrac{24}{m+5}$ và $\dfrac{12}{m+5}$ là các số nguyên

Vì m nguyên nên m + 5 là ước của 24 và 12

$\Leftrightarrow m+5 \in \{-12;-6;-4;-3;-2;-1;1;2;3;4;6;12\}$

$\Leftrightarrow m \in \{-17;-11;-9;-8;-7;-6;-4;-3;-2;-1;1;7\}$

Kết hợp điều kiện ta có $m \in \{-17;-11;-9;-8;-7;-6;-4;-3;-2;-1;1\}$ là các giá trị cần tìm

**h. Với ( x ; y ) là nghiệm duy nhất của hệ. Tìm đẳng thức liên hệ giữa x và y không phụ thuộc vào m.**

Ta có $\begin{cases} 3x+(m-1)y=12 \\ (m-1)x+12y=24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+my-y=12 \\ mx-x+12y=24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} my=y-3x+12 \\ mx-x+12y=24 \end{cases}$ (I)

Thay y = 0 vào hệ ta có : $\begin{cases} 3x=12 \\ (m-1)x=24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ m=7 \end{cases}$

Thay m = 7 vào hệ ta được $\begin{cases} 3x+6y=12 \\ 6x+12y=24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2y=4 \\ x+2y=4 \end{cases} \Leftrightarrow x+2y=4$ ( hệ vô số nghiệm )

Do đó nếu hệ có nghiệm duy nhất ( x ; y ) thì $y \neq 0$

$(I) \Leftrightarrow \begin{cases} m=\dfrac{y-3x+12}{y} \\ mx-x+12=24 \end{cases} \Rightarrow \dfrac{y-3x+12}{y}.x-x+12=24$

$\Leftrightarrow xy-3x^2+12x-xy+12y=24y \Leftrightarrow -3x^2+12x-12y=0 \Leftrightarrow x^2-4x+4y=0$

Vậy biểu thức cần tìm là $x^2 - 4x + 4y = 0$

## BÀI TẬP TỰ LÀM

**Bài 1** Giải các hệ phương trình sau :

1) $\begin{cases} x^2+xy+y^2=4 \\ xy+x+y=2 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x+y+xy=-7 \\ x^2+y^2-3x-3y=16 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} xy+x+y=11 \\ x^2y+xy^2=30 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x^2+y^2=13 \\ 3(x+y)+2xy+9=0 \end{cases}$

5) $\begin{cases} x^2y+xy^2=30 \\ x^3+y^3=35 \end{cases}$ 6) $\begin{cases} x\sqrt{y}+y\sqrt{x}=6 \\ x^2y+xy^2=20 \end{cases}$ 7) $\begin{cases} \sqrt{x}+\sqrt{y}=4 \\ x+y-\sqrt{xy}=4 \end{cases}$ 8) $\begin{cases} x^4+y^4=34 \\ x+y=2 \end{cases}$

**Đáp án**

1) (0;2); (2;0) 2) $(2;-3),(-3;2),(1+\sqrt{10};1-\sqrt{10}),(1-\sqrt{10};1+\sqrt{10})$ 3) $(1;5),(5;1),(2;3),(3;2)$

4) $(3;-2),(-2;3),(-2+\dfrac{\sqrt{10}}{2};-2-\dfrac{\sqrt{10}}{2}),(-2-\dfrac{\sqrt{10}}{2};-2+\dfrac{\sqrt{10}}{2})$ 5) $(2;3);(3;2)$ 6) $(1;4),(4;1)$

**Bài 2** Giải các hệ phương trình sau ( đẳng cấp bậc hai ):

1) $\begin{cases} 3x^2 + 2xy + y^2 = 11 \\ x^2 + 2xy + 5y^2 = 25 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 6x^2 - xy - 2y^2 = 56 \\ 5x^2 - xy - y^2 = 49 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 2x^3 + 3x^2y = 5 \\ y^3 + 6xy^2 = 7 \end{cases}$



**<u>Bài 3.</u>** Cho hệ phương trình:

$$\begin{cases} x - 2y = 3 - m \\ 2x + y = 3(m+2) \end{cases}$$

a) Giải hệ phương trình khi thay m = -1.

b) Gọi nghiệm của hệ phương trình là (x, y). Tìm m để $x^2 + y^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

**<u>Bài 4.</u>** Cho hệ phương trình $\begin{cases} (a+1)x + y = 4 \\ ax + y = 2a \end{cases}$ (a là tham số).

a) Giải hệ khi a = 1.

b) Chứng minh rằng với mọi a hệ luôn có nghiệm duy nhất (x ; y) thoả mãn x + y $\geq$ 2.

**<u>Bài 5</u>** Tìm các giá trị của m và n để các hệ phương trình

a) $\begin{cases} 2(m+1)x - 7(n-2)y = 6 \\ \dfrac{m+1}{6}x + \dfrac{n-2}{6}y = 2 \end{cases}$ có nghiệm (x ; y) = (1 ; 2)

b) $\begin{cases} (4m+1)x + 8(n+2)y = 11 \\ (3m+2)x + 5(n+1)y = 4 \end{cases}$ có nghiệm (x ; y) = $(-1; 3)$

**<u>Bài 6</u>** Giải các hệ phương trình sau :

a) $\begin{cases} \dfrac{2}{x-2} + \dfrac{2}{y-1} = 2 \\ \dfrac{2}{x-2} - \dfrac{3}{y-1} = 1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x^2 + y^2 = 5 \\ x^2 - 3y^2 = 1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} \dfrac{3}{y-1} - \dfrac{1}{x+2} = \dfrac{3}{4} \\ \dfrac{5}{y-1} + \dfrac{3}{x+2} = \dfrac{29}{12} \end{cases}$ d) $\begin{cases} \dfrac{1}{x+y} + \dfrac{1}{x-y} = \dfrac{2}{3} \\ \dfrac{1}{x-y} - \dfrac{1}{x+y} = \dfrac{1}{3} \end{cases}$

e) $\begin{cases} x - y = -1 \\ y - z = -1 \\ z + x = 8 \end{cases}$ f) $\begin{cases} x + y = 3 \\ y + z = 6 \\ z + x = 1 \end{cases}$ g) $\begin{cases} (x-1)^2 - (x+2)^2 = 9y \\ (y-3)^2 - (y+2)^2 = 5x \end{cases}$ h) $\begin{cases} (7+u)^2 - (5+u)^2 = 6v \\ (2-v)^2 - (6-v)^2 = 4u \end{cases}$