# CHƯƠNG 4

## DẠNG HÀM

# DẠNG HÀM

MỤC TIÊU

1. Mở rộng các dạng hàm
2. Hiểu ý nghĩa các hệ số hồi quy

# NỘI DUNG

1 Khái niệm biên tế, hệ số co giãn

2 Giới thiệu các mô hình

# 4.1 BIÊN TẾ

- Giả sử có hàm Y=f(X)
- Giá trị biên tế $M_{XY} = \Delta Y/\Delta X$

$\Rightarrow \Delta Y = M_{XY} * \Delta X$

Ý nghĩa của biên tế: Cho biết lượng thay đổi tuyệt đối của biến phụ thuộc Y khi biến độc lập X thay đổi 1 đơn vị

Khi $\Delta X \to 0$, $M_{XY} \approx f'(X)$

# 4.1 HỆ SỐ CO GIÃN

- Hệ số co giãn của Y theo X là

$$E_{YX} = \frac{\Delta Y / Y}{\Delta X / X}$$

- Lượng thay đổi tương đối của Y

$$100\frac{\Delta Y}{Y} = E_{YX}\left(100\frac{\Delta X}{X}\right)$$

# 4.1 HỆ SỐ CO GIÃN

- Ý nghĩa của hệ số co giãn: cho biết sự thay đổi tương đối (%) của Y khi X thay đổi 1%
- Khi ΔX->0

$$E_{YX} \approx \frac{dY/Y}{dX/X} = f'(X)\frac{X}{Y}$$

- Hệ số co giãn không phụ thuộc đơn vị đo

## 4.2 Mô hình hồi quy qua gốc tọa độ

Mô hình hồi quy tổng thể

$$E(Y/X) = \beta_2 X_i$$

$$Y_i = \beta_2 X_i + u_i$$

Mô hình hồi quy mẫu ngẫu nhiên:

$$Y_i = \hat{\beta}_2 X_i + e_i$$

$$\hat{\beta}_2 = \frac{\sum X_i Y_i}{\sum X_i^2} \qquad Var(\hat{\beta}_2) = \frac{\hat{\sigma}^2}{\sum X_i^2}, \hat{\sigma}^2 = \frac{\sum e_i^2}{n-1}$$

❖Mô hình hồi quy mũ $Y_i = \beta_1 X_i^{\beta_2} e^{u_i}$

Hay

$$\ln Y_i = \ln \beta_1 + \beta_2 \ln X_1 + u_i$$

$$\frac{d \ln Y}{dX} = \frac{\beta_2}{X} \Leftrightarrow \frac{dY/Y}{dX} = \frac{\beta_2}{X}$$

$$\beta_2 = \frac{dY/Y}{dX/X} = E_{Y/X} = \frac{dY}{dX}\frac{X}{Y}$$

# 4.3 Mô hình tuyến tính logarit (log-log)

Ví dụ: $\ln Y_i = 0,7774 - 0,253 \ln X_i + u_i$

Khi giá tăng 1% thì lượng cầu của loại hàng hoá này sẽ giảm 0,25%.

## 4.4.1. Mô hình log-lin

Công thức tính lãi gộp

$$Y_t = Y_0(1+r)^t$$

Với r: tốc độ tăng trưởng gộp theo thời gian của Y

t: thời gian (tháng, quý, năm)

$$t = \overline{1, n}$$

# 4.4.1. Mô hình log-lin

Lấy logarit hai vế

$\ln Y_t = \ln Y_0 + t*\ln(1+r)$

Hay $\ln Y_t = \beta_1 + \beta_2 .t$

với $\ln Y_0 = \beta_1$ và $\ln(1+r) = \beta_2$

Mô hình bán logarit có yếu tố ngẫu nhiên

$$\ln Y_t = \beta_1 + \beta_2 .t + U_t$$

## 4.4.1. Mô hình log-lin

$$\beta_2 = \frac{d(\ln Y)}{dt} = \frac{(1/Y)dY}{dt} = \frac{dY/Y}{dt}$$

$$\beta_2 = \frac{\text{Thay đổi tương đối của biến phụ thuộc (Y)}}{\text{Thay đổi tuyệt đối của biến độc lập (t)}}$$

Nhân thay đổi tương đối của Y lên 100.

- Nếu $\beta_2 > 0$: tốc độ tăng trưởng (%) của Y đối với thay đổi tuyệt đối của t
- Nếu $\beta_2 < 0$: tốc độ giảm sút

## 4.4.1. Mô hình log-lin

- Ứng dụng: Nghiên cứu khảo sát tốc độ tăng trưởng (giảm sút) của các biến kinh tế vĩ mô như GDP, dân số, lao động, năng suất.
- Mô hình tuyến tính $Y_t = \beta_1 + \beta_2.t + U_t$ thích hợp với ước lượng thay đổi tuyệt đối của Y theo thời gian
- Mô hình log-lin thích hợp với ước lượng thay đổi tương đối của Y theo thời gian

# 4.4.1. Mô hình log-lin

**Ví dụ**: Cho kết quả hồi quy tổng SP nội địa (RGDP) tính theo giá năm 1987 của Mỹ trong khoảng thời gian 1972-1991

Nếu Y = ln(RGDP) $\hat{Y}_i = 8{,}0139 + 0{,}0247t$

GDP thực tăng với tốc độ 2,47%/năm từ 1972-1991.

Nếu Y = RGDP $\hat{Y}_i = 2933{,}054 + 97{,}6806t$

GDP thực tăng với tốc độ tuyệt đối 97,68 tỷ USD/năm từ 1972-1991.

# 4.4.2. Mô hình lin-log

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 \ln X_i + u_i$$

$$\frac{dY}{dX} = \beta_2\left(\frac{1}{X}\right) \quad \text{hay} \quad \beta_2 = \frac{dY}{dX/X}$$

Nếu X thay đổi 0,01 (hay 1%) thay đổi tuyệt đối của Y là 0,01$\beta_2$.

# 4.4.2. Mô hình lin-log

**Ví dụ**

Y: GNP (tỷ USD)

X: lượng cung tiền (tỷ USD)

Với số liệu trong khoảng thời gian 1970-83

$$\hat{Y}_i = -16329{,}21 + 2584{,}785 * \ln X_i$$

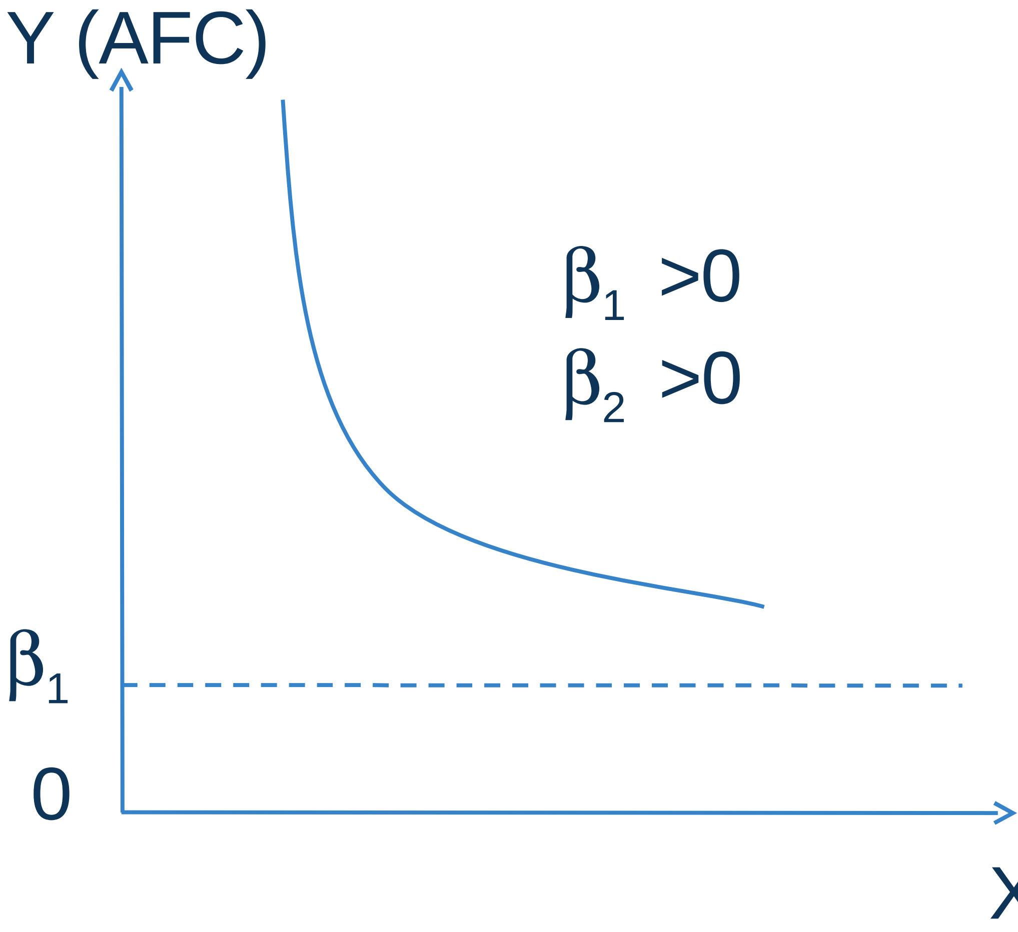
Ý nghĩa $\beta_2$=2584,785: trong khoảng thời gian 1970-83, lượng cung tiền tăng lên 1%, kéo theo sự gia tăng bình quân của GNP 25,84 tỷ USD.

# 4.5 Mô hình nghịch đảo

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 \frac{1}{X} + u_i$$

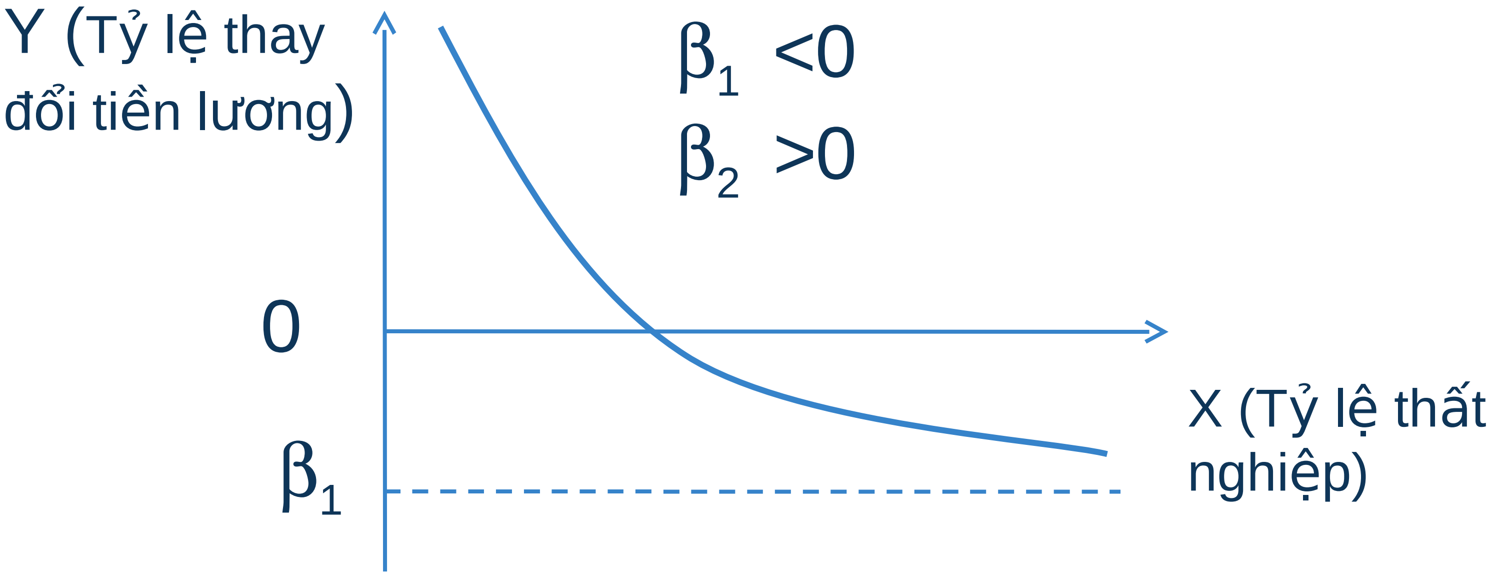
- ❑Đặc điểm: Khi X tiến tới ∞, số hạn $\beta_2$(1/X) tiến dần tới 0 và Y tiến tới giá trị tới hạn $\beta_1$.
- ❑Ứng dụng: đường chi phí đơn vị, đường tiêu dùng theo thu nhập Engel hoặc đường cong Philip.

# Đường chi phí đơn vị



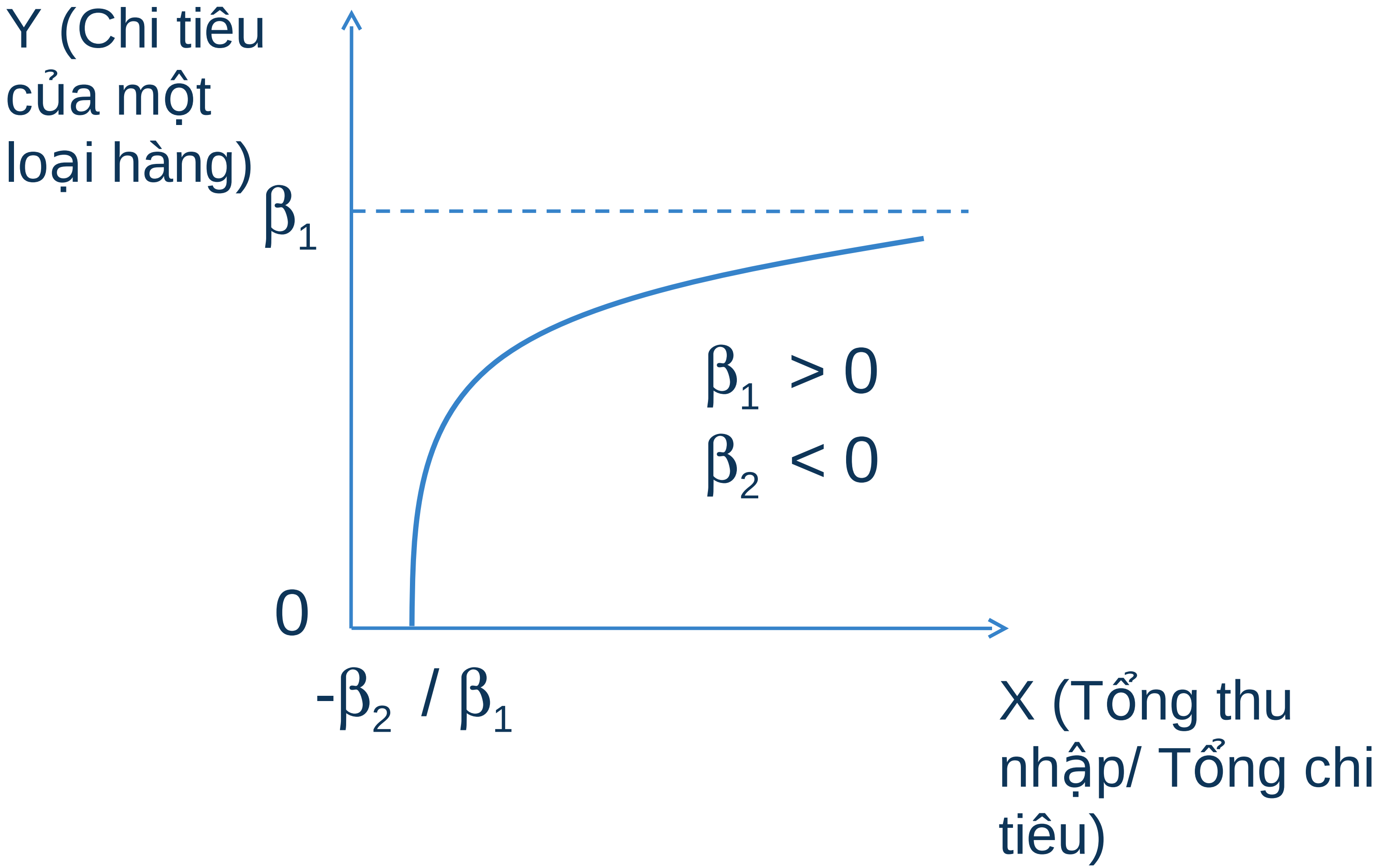

Chi phí sản xuất cố định trung bình (AFC) giảm liên tục khi sản lượng tăng và cuối cùng tiệm cận với trục sản lượng ở $\beta_1$

# Đường cong Phillips




Khi tỷ lệ thất nghiệp tăng vô hạn, tỷ lệ giảm sút của tiền lương sẽ không vượt quá $\beta_1$

# Đường cong Engel



# Đường cong Engel

- Chi tiêu hàng hóa tăng khi tổng thu nhập (hoặc tổng chi tiêu) tăng nhưng đối với một số loại hàng hóa thì thu nhập của người tiêu dùng phải đạt ở mức tối thiểu $-\beta_2 / \beta_1$ (hay còn gọi là ngưỡng thu nhập) thì người tiêu dùng mới sử dụng loại hàng này.

- Mặt khác, nhu cầu của loại hàng này là hữu hạn, nghĩa là dù thu nhập có tăng vô hạn thì người tiêu dùng cũng không tiêu thụ thêm mặt hàng này nữa. Mức tiêu dùng bão hòa của loại hàng này là $\beta_1$

# 4.6 Mô hình đa thức

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X + \beta_3 X^2 + \beta_4 X^3 + u_i$$

- Với:

Y Tổng chi phí

X Số lượng sản phẩm

- Ứng dụng: từ hàm này, suy ra được chi phí trung bình (AC) và chi phí biên (MC)

# 4.7 Mô hình có độ trễ phân phối

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + \beta_3 X_{t-1} + \ldots + \beta_4 X_{t-k} + u_t$$

- Với:

| | |
|---|---|
| $Y_t$ | Tiêu dùng năm t |
| $X_t$ | Thu nhập năm t |
| $X_{t-1}$ | Thu nhập năm t-1 |
| $X_{t-k}$ | Thu nhập năm t-k |
| k | Chiều dài độ trễ |

# So sánh $R^2$ giữa các mô hình

- Cùng cỡ mẫu n
- Cùng số biến độc lập. Nếu các hàm hồi quy không cùng số biến độc lập thì dùng hệ số xác định hiệu chỉnh $\overline{R}^2$
- Biến phụ thuộc xuất hiện trong hàm hồi quy có cùng dạng. Biến độc lập có thể ở các dạng khác nhau.

VD: Các hàm hồi quy có thể so sánh $R^2$ với nhau

$$Y=\beta_1 + \beta.X + U$$

$$Y= \beta_1 + \beta.\ln X + U$$

Các hàm hồi quy không thể so sánh $R^2$ với nhau

$$Y=\beta_1 + \beta.X + U$$

$$\ln Y= \beta_1 + \beta.X + U$$