THẢO LUẬN MÔN

KINH TẾ LƯỢNG

NHÓM 1 (TỔII)

Thành viên tổ 1 nhóm II

1. Lê Thị Oanh (NT) (20%)
2. Nguyễn Thúy Ngân (16%)
3. Nguyễn Thị Phong (15%)
4. Hoàng Hoài Thương (16%)
5. Nguyễn Thị Tuyết (18%)
6. Hồ Thị Thủy (15%)
7. Nguyễn Văn Thiệu (0%)

I. Phương pháp ước lượng các hệ số hồi quy bằng phương pháp ma trận

3.5 MÔ HÌNH HỒI QUY TUYẾN TÍNH K BIẾN – PHƯƠNG PHÁP MA TRẬN

Phần này giới thiệu với bạn đọc mô hình hồi quy bội k biến bằng ngôn ngữ ma trận.Với ngôn ngữ ma trận kết hợp với kỹ thuật tính toán cho phép chúng ta giải quyết các vấn đề của phân tích hồi quy một cách nhanh chóng .chính xác.

Hàm hồi quy tổng thể có dạng:

$$\text{Yi} = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_{k1} + U_i$$

Trong đó β_1 là hệ số tự do (hệ số chặn)

$\beta_j : j = \overline{2,k}$ là các hệ số hồi quy riêng.

Giả sử chúng ta có n quan sát,mỗi quan sát gồm k giá trị (Yi, X2i,…,Xki)

$$Y_1 = \beta_1 + \beta_2 X_{21} + \ldots + \beta_k X_{k1} + U_1$$

$$Y_2 = \beta_1 + \beta_2 X_{22} + \ldots + \beta_k X_{k2} + U_2$$

$$Y_n = \beta_1 + \beta_2 X_{2n} + \ldots + \beta_k X_{kn} + U_n$$

Kí hiệu :Y= $\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \ldots \\ Y_n \end{bmatrix}$ $\beta = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \ldots \\ \beta_k \end{bmatrix}$ U = $\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \ldots \\ U_n \end{bmatrix}$

X= $\begin{bmatrix} 1 \ldots X_{21} \ldots . X_{31} \ldots . X_{k1} \\ 1 \ldots . X_{22} \ldots . X_{32} \ldots . X_{k2} \\ 1 \ldots \ldots X_{2n} \ldots \ldots X_{3n} \ldots . X_{kn} \end{bmatrix}$

Khi đó ta có: Y = X β + U

Giả thiết 4 nói rằng giữa các biến độc lập không có quan hệ tuyến tính với nhau, khi đó các cột của ma trận X là độc lập tuyến tính. Do đó hạng của ma trận X bằng số cột của ma trận này tức là R(X) = k , ma trận X không suy biến w.

Thí dụ 3.2. Với thí dụ 3.1 ta có ma trận X như sau:

$$X = \begin{matrix} 1{,}0000 & 18{,}0000 & 10{,}0000 \\ 1{,}0000 & 25{,}0000 & 11{,}0000 \\ 1{,}0000 & 19{,}0000 & 6{,}0000 \\ 1{,}0000 & 24{,}0000 & 16{,}0000 \\ 1{,}0000 & 15{,}0000 & 7{,}0000 \\ 1{,}0000 & 26{,}0000 & 17{,}0000 \\ 1{,}0000 & 25{,}0000 & 14{,}0000 \\ 1{,}0000 & 16{,}0000 & 12{,}0000 \\ 1{,}0000 & 17{,}0000 & 12{,}0000 \\ 1{,}0000 & 23{,}0000 & 12{,}0000 \\ 1{,}0000 & 22{,}0000 & 14{,}0000 \\ 1{,}0000 & 15{,}0000 & 15{,}0000 \end{matrix}$$

3.6 ƯỚC LƯỢNG CÁC THAM SỐ - OLS

Hàm hồi quy SRF có dạng:

$$\hat{Y}_1 = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 X_{2i} + \ldots + \hat{\beta}_k X_{ki}$$

$$Y_i = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 X_{2i} + \ldots + \hat{\beta}_k X_{ki} + e_i$$

Hay Y = $X\hat{\beta} + e$ Trong đó e = $\begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \ldots \\ e_n \end{bmatrix}$ =Y - $X\hat{\beta}$

Các ước lượng OLS được tìm bằn cách:

$$\sum_{i=1}^{n} e_i^2 = \sum_{i=1}^{n} (Y_i - \hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_2 - \ldots - \hat{\beta}_2 X_{ki})^2 => \min$$

$\sum_{i=1}^{n} e_i^2$ là tổng bình phương của các phần dư (RSS).

e'e = $\sum_{i=1}^{n} e_i^2 = (Y - X\hat{\beta})'(Y - X\hat{\beta}) = Y'Y - \hat{\beta}'X'Y - Y'X\hat{\beta} + \hat{\beta}'X'X'\hat{\beta}$

=Y'Y-2 $\hat{\beta}'X'Y + \hat{\beta}'X'Y + \hat{\beta}'X'X\hat{\beta}$

$$\frac{\partial(e'e)}{\partial\hat{\beta}} = -2X'Y + 2X'X'\hat{\beta} => X'Y = X'X\hat{\beta}$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} n\ldots\ldots\ldots\ldots\sum X_{2i}\ldots\ldots\sum X_{3i}\ldots\ldots\ldots\ldots\sum X_{ki} \\ \sum X_{2i}\ldots\ldots\sum X_{2i}^2\ldots\ldots\sum X_{2i}X_{3i}\ldots\ldots\sum X_{2i}X_{ki} \\ \ldots\ldots \\ \sum X_{ki}\ldots\sum X_{ki}X_{2i}\ldots\sum X_{ki}X_{3i}\ldots\ldots\sum X_{ki}^2 \end{bmatrix}}_{X'X} \underbrace{\begin{bmatrix} \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \\ \ldots \\ \hat{\beta}_k \end{bmatrix}}_{\hat{\beta}} =$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1\ldots1\ldots1 \\ X_{2i}\ldots X_{22}\ldots X_{2n} \\ \ldots \\ X_{k1}\ldots X_{k2}\ldots X_{kn} \end{bmatrix}}_{X'} \underbrace{\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \ldots \\ Y_n \end{bmatrix}}_{Y}$$

Với giả thiết 4, X không suy biến , nên X'X cũng không suy biến ,do đó tồn tại $(X'X)^{1}$.

Từ đó: $\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'Y$

$$X' = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 18 & 25 & 19 & 24 & 15 & 26 & 25 & 16 & 17 & 23 & 22 & 15 \\ 10 & 11 & 6 & 16 & 7 & 17 & 14 & 12 & 12 & 12 & 14 & 15 \end{bmatrix}$$

$$Y = \begin{bmatrix} 127 \\ 149 \\ 106 \\ 163 \\ 102 \\ 180 \\ 161 \\ 128 \\ 139 \\ 144 \\ 159 \\ 138 \end{bmatrix}$$

Thí dụ : Với ma trận X ở thí dụ 3.2 ,khi đó:

$$X'X = \begin{bmatrix} 12 & 245 & 146 \\ 245 & 5195 & 3055 \\ 146 & 3055 & 1900 \end{bmatrix}; \quad (X'X)\text{-}1 = \begin{bmatrix} 2,440 & -0,0884 & -0,0454 \\ -0,0884 & 0,0067 & -0,0040 \\ -0,0454 & -0,0040 & 0,0105 \end{bmatrix}$$

$$X'Y = \begin{bmatrix} 1696 \\ 35463,048 \\ 21409,652 \end{bmatrix}; \quad \hat{\beta} = \begin{bmatrix} 32,2773 \\ 2,5057 \\ 4,7587 \end{bmatrix}$$

3.7. MA TRẬN PHƯƠNG SAI CỦA β

Để kiểm định giả thiết, tìm khoảng tin cậy, cũng như thực hiện các suy luật thống kê khác nhau cần phải tìm Var $(\beta_i) i = \overline{1,k}$ và $Cov(\hat{\beta}_j, \hat{\beta}_i).$ Phương pháp ma trận cho phép chúng ta tìm chúng một cách dễ dàng.

Ma trận phương sai của:

$$Cov(\beta) = \begin{bmatrix} Var(\hat{\beta}_1).....Cov(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2)....Cov(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_k) \\ Cov(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2).....Var(\hat{\beta}_2).....Cor(\hat{\beta}_2, \hat{\beta}_k) \\ .... \\ Cor(\hat{\beta}_k, \hat{\beta}_1).....Cor(\hat{\beta}_k, \hat{\beta}_2)......Var(\hat{\beta}_k) \end{bmatrix}$$

$Cov(\beta) =$ được xác định như thế nào?

$$\beta = (X'X)^{-1}X'Y; \qquad \beta = (X'X)^{-1}X'(X\beta + U) = \beta + (X'X)^{-1}X'U$$

$$Y = X\beta + U; \qquad \beta - \beta = (X'X)^{-1}X'U$$

$$\mathrm{Cov}(\hat{\beta}) = E\left[(\hat{\beta}-\beta)(\hat{\beta}-\beta)'\right] = \mathrm{E}\left\{\left[(X'X)^{-1}X'U\right]\left[(X'X)^{-1}X'U\right]'\right\}$$

$$=\mathrm{E}\left[(X'X)^{-1}X'UU'X(XX')^{-1}\right] = (X'X)^{-1}XE(UU')X(X'X)^{-1}$$

$$= (\mathrm{X}'X)^{-1}X\sigma^2 IX(XX')^{-1}$$

$$\mathrm{Cov}(\hat{\beta}) = \sigma^2(XX')^{-1}$$

Trong công thức trên $(X'X)^{-1}$ là ma trận nghịch đảo của ma trận $(X'X)$, σ^2 là $\mathrm{Var}(U_i)$, nhưng chưa biết chúng ta phải dùng ước lượng không chênh lệch của σ^2 là:

$$\hat{\sigma}^2 = \sum_{i=1}^{n} e_i^2/(n-k)$$

$$e'e = \sum_{i=1}^{n} e_i^2 = \sum_{i=1}^{n}(Y_i-\hat{Y}_i)^2 = Y'Y - 2\hat{Y}'Y + \hat{Y}'\hat{Y}$$

$$= Y'Y - 2\hat{\beta}'X'Y + \hat{\beta}'X'X\hat{\beta}$$

$$= Y'Y - \hat{\beta}'X'Y.$$

Với thí dụ 3.2 thì: $Cov(\hat{\beta}) = \begin{bmatrix} 39{,}1009....-1{,}4164....-0{,}72713 \\ -1{,}41464....0{,}10796....-0{,}064747 \\ -0{,}72713...-0{,}064747...0{,}16841 \end{bmatrix}$

3.11. MA TRẬN TƯƠNG QUAN

Giả sử chúng ta có mô hình hôi quy bội:

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + ... + \beta_k X_{ki} + U_i$$

Kí hiện r_{ti} là hệ số tương quan giữa biến thứ t và thứ j. Nếu t = 1 thì r_{ti} là hệ số tương quan giữa các biến Y và X_j.

$$r_{1j}^2 = \frac{(\sum_{i=1}^{n} y_i x_{ij})^2}{\sum_{i=1}^{n} y_i^2 \sum_{i=1}^{n} x_{ji}^2} \quad ; r_{1j}^2 = \frac{(\sum_{i=1}^{n} x_{ti} x_{ji})^2}{\sum_{i=1}^{n} x_{ti}^2 \sum_{i=1}^{n} x_{ji}^2}$$

Trong đó

$$x_{ji} = x_{ji} - \overline{x}_j$$

Dễ dàng thấy rằng: $r_{tj} = r_{jt}; r_{jj} = 1$

$$R = \begin{bmatrix} r_{11}..r_{12}\dots r_{13}\dots r_{1k} \\ r_{21}\dots r_{22}\dots r_{23}\dots r_{2k} \\ \dots\dots\dots\dots\dots \\ r_{k1}\dots r_{k2}\dots r_{k3}\dots r_{kk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1\dots r_{12}\dots r_{13}\dots r_{1k} \\ r_{21}\dots 1\dots r_{23}\dots r_{2k} \\ \dots\dots\dots\dots\dots \\ r_{k1}\dots r_{k2}\dots r_{k3}\dots 1 \end{bmatrix}$$

3.12.HỆ SỐ TƯƠNG QUA RIÊNG PHẦN

Chúng ta đã biết hệ số tương quan r đo mức độ phụ thuộc tuyến tính giữa hai biến. Đối với mô hình hồi quy 3 biến:

$$Y = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + U_i$$

Chúng ta định nghĩa $r_{12,3}$ là hệ số tương quan giữa biến Y và X_2 trong khi X_3 không đổi.

$r_{13,2}$ là hệ số tương quan riêng giữa biến Y và X_3 trong khi X_2 không đổi.

$r_{23,1}$ là hệ số tương quan riêng giữa biến X_2 và X_3 trong khi Y không đổi.

Ta có thể dễ dàng chỉ ra rằng:

$$r_{12,3} = \frac{r_{12} - r_{13} r_{23}}{\sqrt{(1 - r_{13}^2)(1 - r_{23}^2)}}$$

$$r_{13,2} = \frac{r_{13} - r_{12}r_{23}}{\sqrt{(1-r_{12}^2)(1-r_{23}^2)}}; \quad r_{23,1} = \frac{r_{23} - r_{12}r_{13}}{\sqrt{(1-r_{12}^2)(1-r_{13}^2)}}$$

Hệ số tương quan riêng đã được định nghĩa như trên được gọi là hệ số tương quan bậc nhất. từ “bậc” ở đây ngụ ý chỉ số hạng sau dấu phẩy vì thế $r_{12,34}$ là hệ số tương quan riêng bậc 2; còn r_{12}, r_{13} là các hệ số tương quan bậc không.

Giữa hệ số xác định bội và các hệ số tương quan bậc không và hệ số tương quan bậc nhất có các mối quan hệ sau:

$$R^2 = \frac{r_{12}^2 + r_{13}^2 - 2r_{12}r_{13}r_{23}}{1-r_{23}^2}$$

$$R^2 = r_{12}^2 + (1-r_{12}^2)r_{13.2}^2; \text{và} \quad R^2 = r_{13}^2 + (1-r_{13}^3)r_{12,3}^2$$

Ma trận R nói trên được gọi là ma trận hệ số tương quan riêng cấp 0:

Với thí dụ 3.2, ta có: $R = \begin{bmatrix} 1 & 0{,}78228 & 0{,}90463 \\ 0{,}78228 & 1 & 0{,}48017 \\ 0{,}90463 & 0{,}48017 & 1 \end{bmatrix}$

Bài 3.2: giải trên phần mềm eviews 4, ta được kết quả như sau:

EViews

File Edit Objects View Procs Quick Options Window Help

Equation: EQ01 Workfile: UNTITLED32

View | Procs | Objects | Print | Name | Freeze | Estimate | Forecast | Stats | Resids

Dependent Variable: Y
Method: Least Squares
Date: 02/29/12 Time: 20:51
Sample: 1 15
Included observations: 15

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	6.202980	1.862253	3.330900	0.0060
X1	-0.376164	0.132724	-2.834186	0.0151
X2	0.452514	0.119511	3.786374	0.0026

R-squared	0.693203	Mean dependent var	9.000000
Adjusted R-squared	0.642070	S.D. dependent var	1.690309
S.E. of regression	1.011265	Akaike info criterion	3.037137
Sum squared resid	12.27188	Schwarz criterion	3.178747
Log likelihood	-19.77853	F-statistic	13.55690
Durbin-Watson stat	0.946397	Prob(F-statistic)	0.000834

a,PT hồi quy mẫu

$Y = 6.202979516 - 0.3761638734X1 + 0.4525139665X2$

Trong đó:

β_1 = 6,20298: khi tỷ lệ lao động của nông nghiệp và số năm TB đào tạo với những người lớn hơn 25 tuổi =0 thì thu nhập bình quân đầu người là 6.202979316USD.

β_2 = -0,37616: khi số năm trung bình đào tạo với những người lớn hơn 25 tuổi, tỉ lệ lao động nông nghiệp tăng 1% thì thu nhập/người tăng 0.37616838734%

β_3 = 0,452514: khi tỉ lệ % lao động nông nghiệp và số năm trung bình đào tạo đối với người >25 tuổi tăng 1% thì thu nhập /người tăng 0,4525139665%

b,ƯỚC LƯỢNG PHƯƠNG SAI CỦA YẾU TỐ NGẪU NHIÊN

$$\sigma^2 = \hat{\sigma}^2 = (1,011625)^2 = 1,023385$$

c,ƯỚC LƯỢNG PHƯƠNG SAI CỦA CÁC HỆ SỐ HỒI QUY MẪU

$$Var(\hat{\beta}_1) = [Se(\hat{\beta}_1)]^2 = (1{,}862253)^2 = 3{,}467986$$

$$Var(\hat{\beta}_2) = [Se(\hat{\beta}_2)]^2 = (0{,}132724)^2 = 0{,}017616$$

$$Var(\hat{\beta}_3) = [Se(\hat{\beta}_3)]^2 = (0{,}119511)^2 = 0{,}014283$$

d,KIỂM ĐỊNH GIẢ THUYẾT

$$H_0 : \beta_2 = 0$$

$$H_1 : \beta_2 \neq 0$$

$$T_{QS2} = -2,83418$$

$$T_{\alpha/2}(n-k) = T_{0,025}(12) = 2,179$$

$$\left|T_{QS2}\right| \rangle T_{0,025}(12)$$

Bác bỏ Ho, chấp nhận H1

Suy ra β_2 có ý nghĩa thống kê

GIẢ THUYẾT 2

$$Ho: \beta_3 = 0$$

$$H_1: \beta_3 \neq 0$$

$$T_{qs3} = 3{,}78638$$

$$T_{\alpha/2}(n-k) = 2{,}1790$$

$$\left|T_{qs3}\right| > T_{0{,}025}(12)$$

Bác bỏ Ho, chấp nhận H1

Suy ra, β_3 có ý nghĩa kinh tế.

Ta có công thức tổng quát:

$$\hat{\beta}_j - T_{\alpha/2}(n-k)Se(\hat{\beta}_j) \langle \beta_j \langle \hat{\beta}_j + T_{\alpha/2}(n-k)Se(\hat{\beta}_j)$$

Khoảng tin cậy của β_2

$$\hat{\beta}_2 - t_{0,025}(12)Se(\hat{\beta}_2) \langle \beta_2 \langle \hat{\beta}_2 + t_{0,025}(12)Se(\hat{\beta}_2)$$

$$\Leftrightarrow -0,37616 - 2,179.0,132724 \langle \beta_2 \langle -0,37616 + 2,179.0,132724$$

$$\Leftrightarrow -0,66536 \langle \beta_2 \langle -0,08695$$

Khoảng tin cậy của

$$\beta_2 : (-0,66536; -0,08695)$$

Khoảng tin cậy của

$$\hat{\beta}_3 - t_{\alpha/2}(n-k)Se(\hat{\beta}_3) \langle \beta_3 \langle \hat{\beta}_3 + t_{\alpha/2}(n-k)Se(\hat{\beta}_3)$$

$$\Leftrightarrow 0{,}452514 - 2{,}179.0{,}119511 \langle \beta_3 \langle 0{,}4542514 + 2{,}197.0{,}119511$$

$$\Leftrightarrow 0{,}1921 \langle \beta_3 \langle 0{,}7129$$

β_3

Khoảng tin cậy của $\beta_3 : (0{,}1921; 0{,}7129)$

$$R^2 = 0,693203$$

$$\bar{R}^2 = 0,642070$$

$$Ho: \beta_2 - \beta_3 = 0$$

$$H_1: \beta_2 - \beta_3 \neq 0$$

$$f_{qs} = \frac{R^2}{1-R^2} \times \frac{n-k}{k-1} = \frac{0,693203}{1-0,693203} \times \frac{15-3}{3-1} = 13,5569$$

$$f_\alpha(k-1; n-k) = f_{0,05}(2;12) = 3,89$$

$$f_{qs} \rangle f_{0,05}(2;12)$$

Bác bỏ Ho, chấp nhận
Vậy cả 2 yếu tố tỉ lệ lao động nông nghiệp và số năm đào tạo đều không cùng ảnh hưởng tới lao động đầu người.