BÀI GIẢNG ĐỒ HỌA MÁY TÍNH

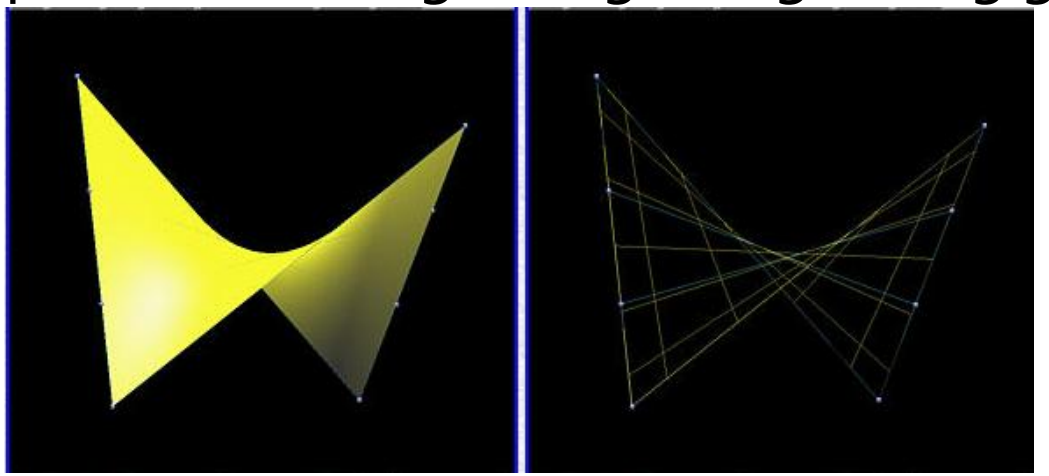
MẶT CÓ QUY LUẬT

NGÔ QUỐC VIỆT
2010

Giới thiệu

- Một phương thức mô hình đối tượng 3D.
- Dựa trên việc quét một đường thẳng trong không gian 3 chiều.

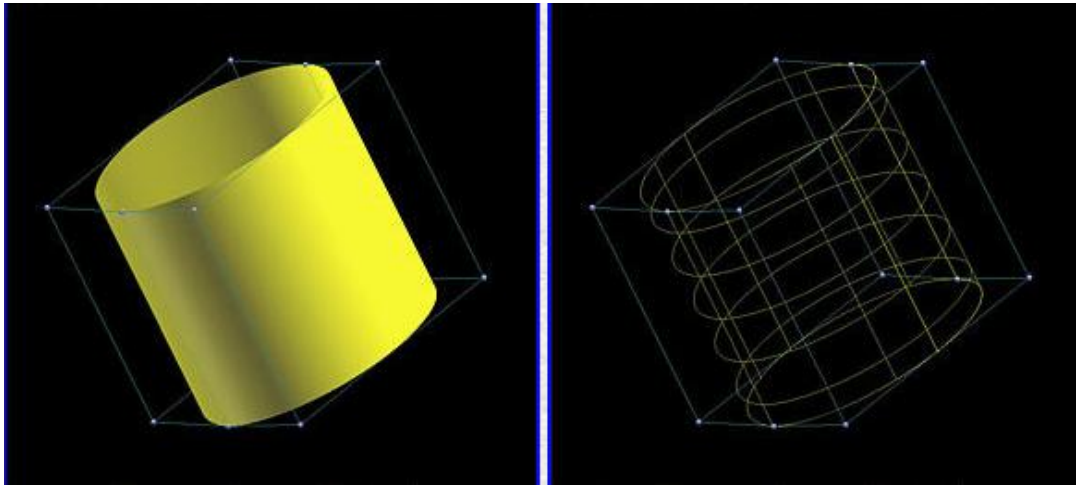
Hyperbolic Paraboloid

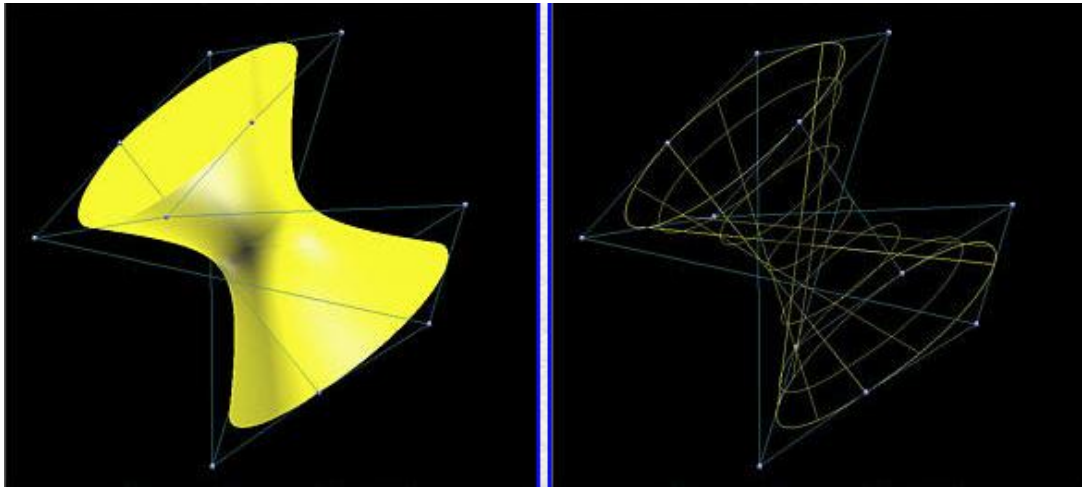


- Hoặc dựa trên việc xoay tròn một đường cong trong không gian.

Giới thiệu

- Mặt trụ





Biểu diễn bề mặt

- Mặt là đối tượng hình học hai chiều trong không gian 3D
- Phương trình tham số :

  P(u,v) = (x(u,v), y(u,v), z(u,v))

  $$\vec{p}(u,v) = X(u,v)\vec{i} + Y(u,v)\vec{j} + Z(u,v)\vec{k}$$

- Phương trình ẩn :

  $f(x, y, z) = o$

- Biểu diễn mặt tròn:

  $P(u,v) = (R \cos(v) \cos(u), R \sin(v), R \cos(v) \sin(u))$

  Phương trình ẩn :

  $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - R^2$

Mặt 3 chiều

- **Ruled Surfaces**: Mặt cong tạo bởi di chuyển một đường thẳng trong không gian theo một quỹ đạo xác định.
- **Surfaces of Revolution**: Mặt cong tạo bởi di chuyển một đường cong theo một trục.
- **Quadric Surfaces**: Mặt cong bậc hai theo x, y, z.

  Mặt cong được định nghĩa theo hàm số: z = f(x,y)

Mặt có quy luật–Ruled Surface

Định nghĩa:

Mặt có quy luật là mặt 3D có được bằng cách quét một đoạn thẳng theo quỹ đạo nhất định trong không gian.

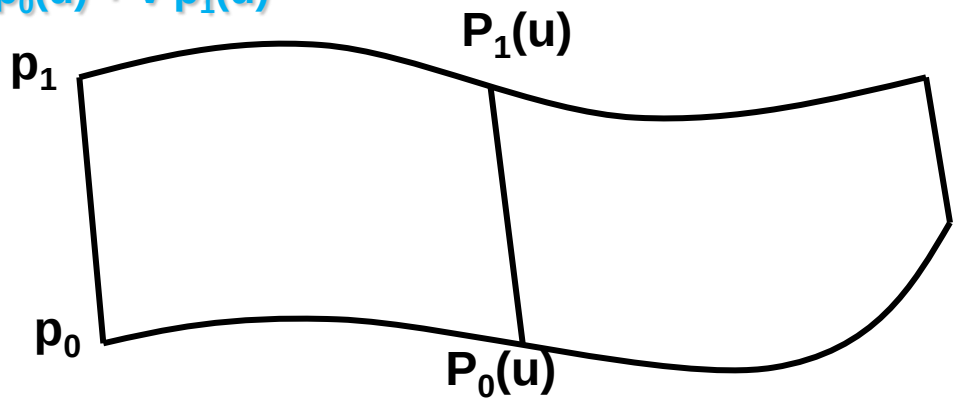
Cách tạo mặt cong:

- **Xây dựng một đường thẳng xác định bởi 2 điểm p_0 và p_1:**

  $p(v) = (1-v)\, p_0 + v\, p_1$

- **Do p_0 và p_1 di chuyển trong không gian, và di chuyển trên một đường cong khác: p_0 trở thành $p_0(u)$ và p_1 trở thành $p_1(u)$.**
- **Khi p_0 và p_1 di chuyển sẽ tạo nên mặt có qui luật được xác định:**

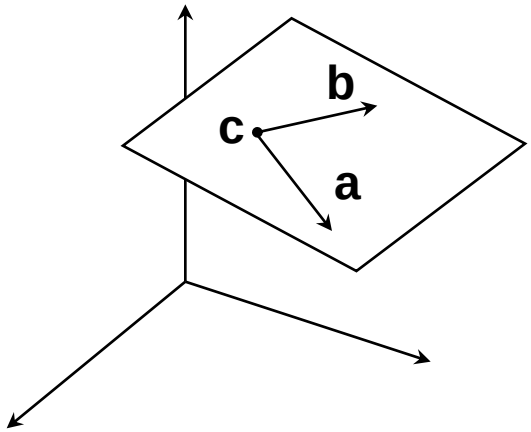
  $p(u,v) = (1-v)\, p_0(u) + v\, p_1(u)$



Biểu diễn dạng tham số cho mặt phẳng

- Biểu diễn dạng ẩn cho mặt phẳng:
  $(n_x, n_y, n_z)\cdot(x, y, z) = D$, *trong đó* n_x, n_y, n_z *không cùng bằng 0*
- Mặt phẳng được xác định bởi
  - Một điểm trên nó: vector vị trí là ***c***
  - Hai vector chỉ hướng ***a và b***

  do đó có dạng tham số là



$$\vec{p}(u,v) = u\vec{a} + v\vec{b} + \vec{c}$$

$$\vec{p}(u,v) = \begin{pmatrix} ua_x + vb_x + c_x \\ ua_y + vb_y + c_y \\ ua_z + vb_z + c_z \end{pmatrix}$$

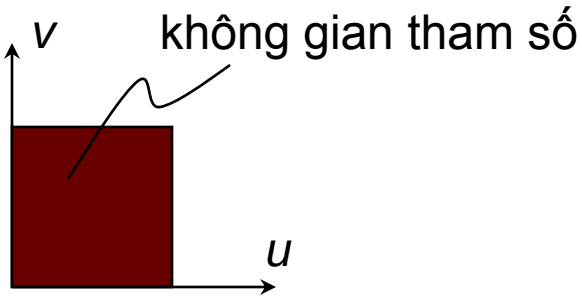
$$\vec{p}(u,v) = (ua_x + vb_x + c_x)\vec{i} + (ua_y + vb_y + c_y)\vec{j} + (ua_z + vb_z + c_z)\vec{k}$$

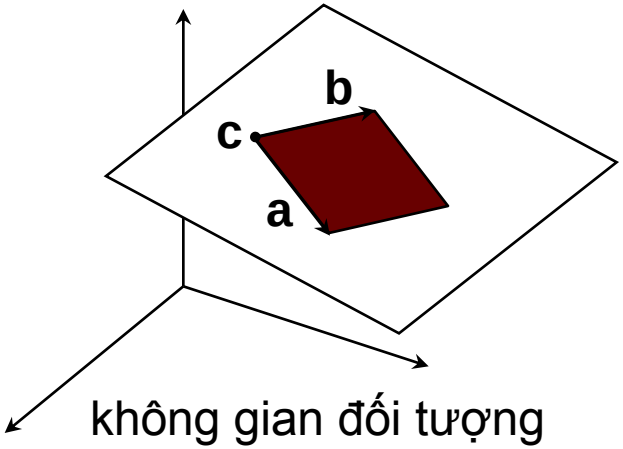
Mảnh phẳng

- *Mảnh phẳng (planar patch)*
  - Có thể biểu diễn tham số của mặt phẳng dạng
    $\vec{p}(u,v) = u\vec{a} + v\vec{b} + \vec{c}$, với $u,v \in R$
  - Nhưng vùng trị của các tham số *u và v được giới hạn lại,* thông thường: $0 \le u \le 1$, $0 \le v \le 1$

Mảnh phẳng

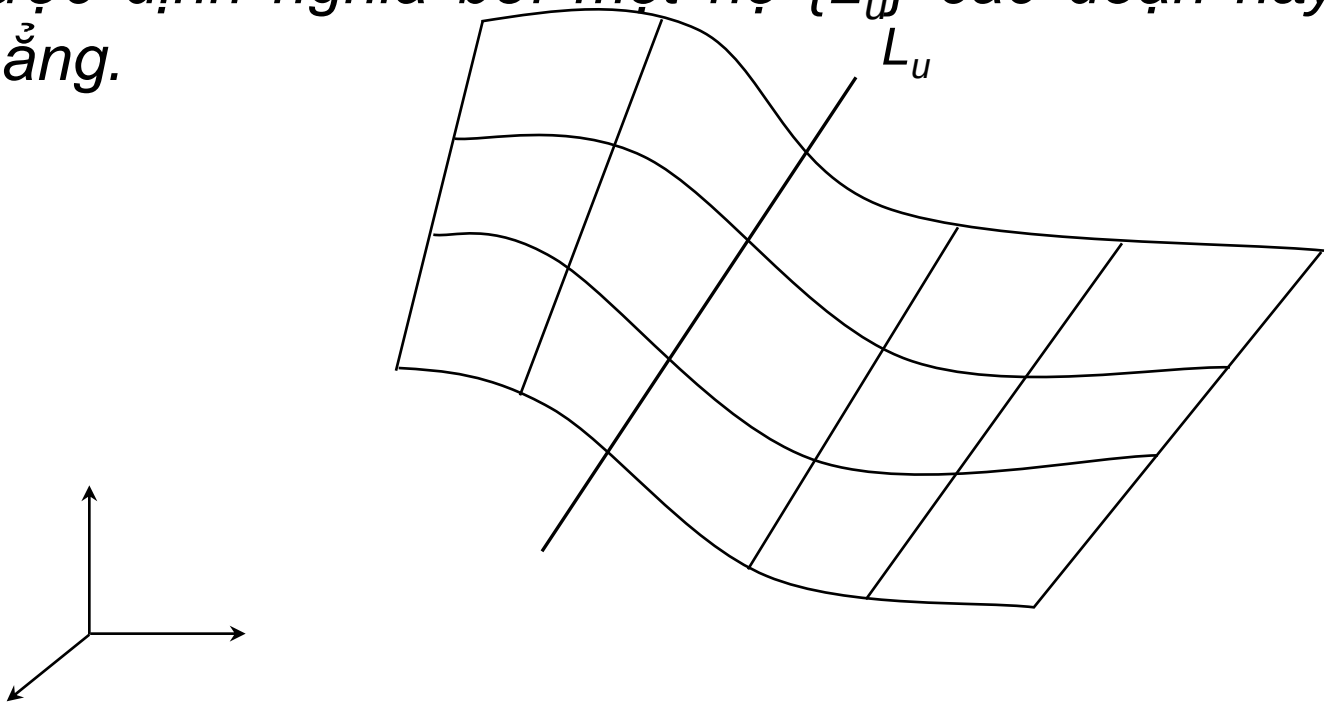
- Mảnh phẳng là một hình bình hành mà các đỉnh của nó là các điểm tương ứng với các đỉnh của không gian tham số.
- *Không gian tham số (parameter space)*
  - Là tập $\{(u, v) : 0 \leq u \leq 1, 0 \leq v \leq 1\}$
- Trong *không gian đối tượng (object space)*
  - Là mảnh phẳng tương ứng với không gian tham số.





Mặt chứa cạnh thẳng

- *Một mặt chứa cạnh thẳng (ruled surface) là một mặt được định nghĩa bởi một họ $\{L_u\}$ các đoạn hay đường thẳng.*



Mặt chứa cạnh thẳng

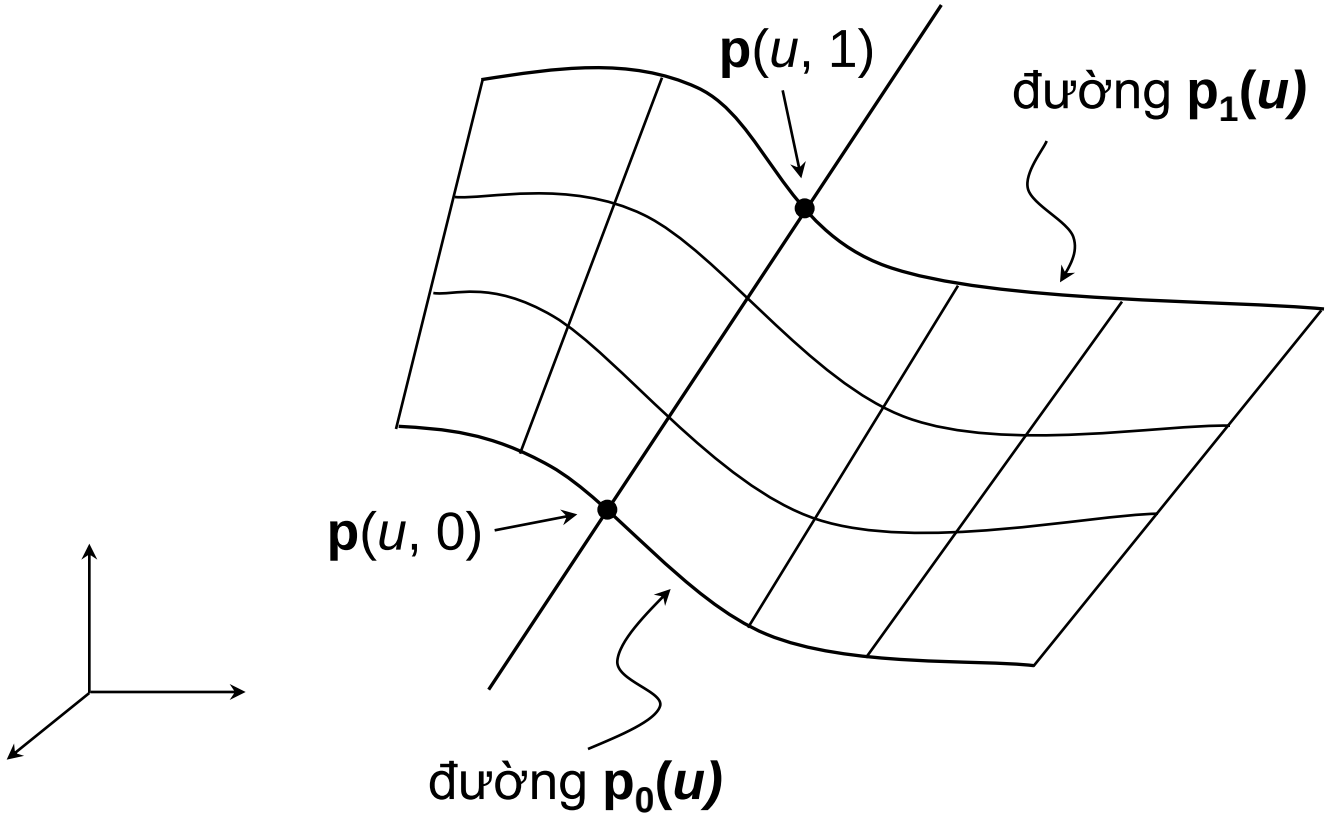
- Dạng tham số của mặt chứa cạnh thẳng

$$\vec{p}(u,v) = (1-v)\,\vec{p}_0(u) + v\;\vec{p}_1(u),$$

$$u \in (u_{start}, u_{end})\,;\, v \in (v_{start}, v_{end}),$$

- Các hàm vector vị trí ***$p_0(u)$ và $p_1(u)$ định nghĩa các đường cong trong 3D***

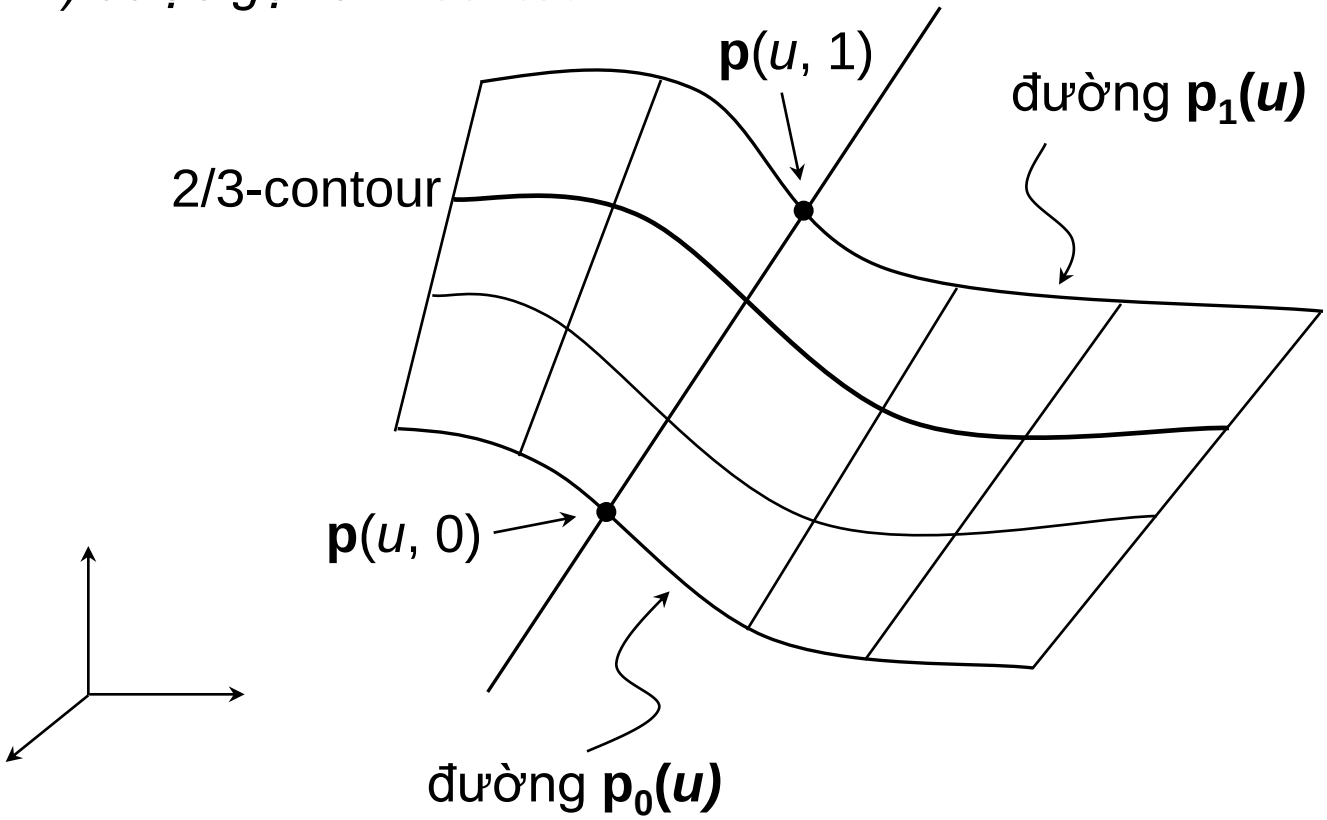
Mặt chứa cạnh thẳng



Mặt chứa cạnh thẳng

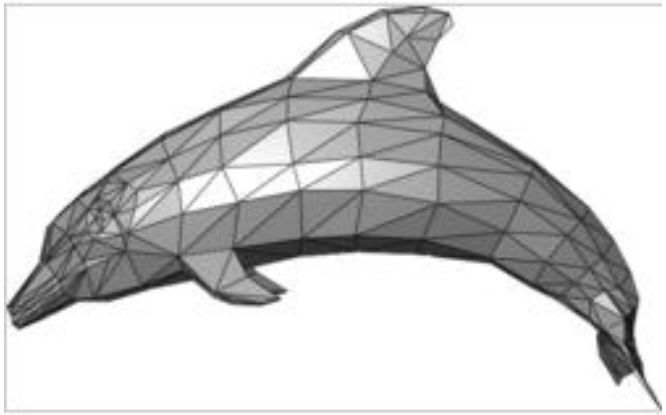
Đường cong: $\vec{p}(u,v') = (1-v')\vec{p}_0(u) + v'\vec{p}_1(u)$

(*v' là cố định) được gọi là v'-contour.*



Lưới đa giác (polygon meshes)

- Dãy các tam/tứ giác kề nhau tạo thành bề mặt 3D.



Nguồn: http://en.wikipedia.org/wiki/Polygon_mesh

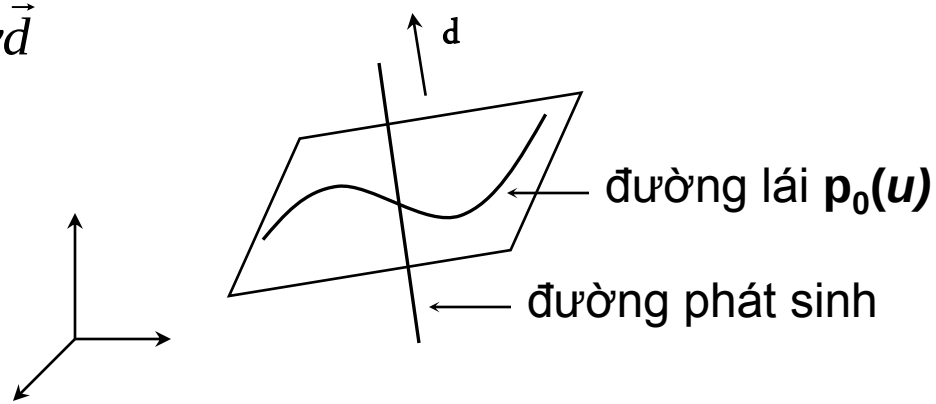
Hình trụ

- *Hình trụ (cylinder) là một mặt chứa cạnh thẳng*
  - *Đường phát sinh (generator) là một đường thẳng, quét dọc theo một đường lái, khi quét nó luôn tự song song*
  - *Đường lái (directrix), đường lái phải nằm trong một mặt phẳng.*
- Biểu diễn tham số của hình trụ

$$\vec{p}(u,v) = \vec{p}_0(u) + v\vec{d}(u), \vec{d}(u) = \vec{p}_1(u) - \vec{p}_0(u)$$

  - Vì đường phát sinh luôn tự song song, nên vector ***d(u) là hằng***

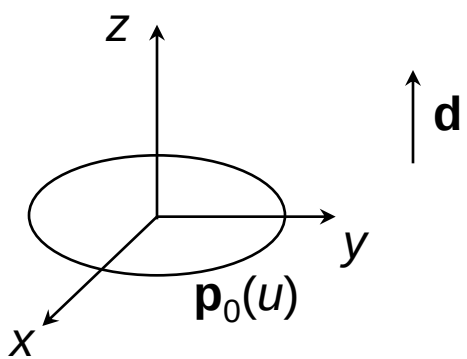
$$\vec{p}(u,v) = \vec{p}_0(u) + v\vec{d}$$



Hình trụ

Thí dụ: Hình trụ tròn, đường lái là một vòng tròn

$$\vec{p}(u,v) = (\cos(u), \sin(u), 0) + v(0,0,1)$$
$$= \cos(u)\vec{i} + \sin(u)\vec{j} + v\vec{k}$$

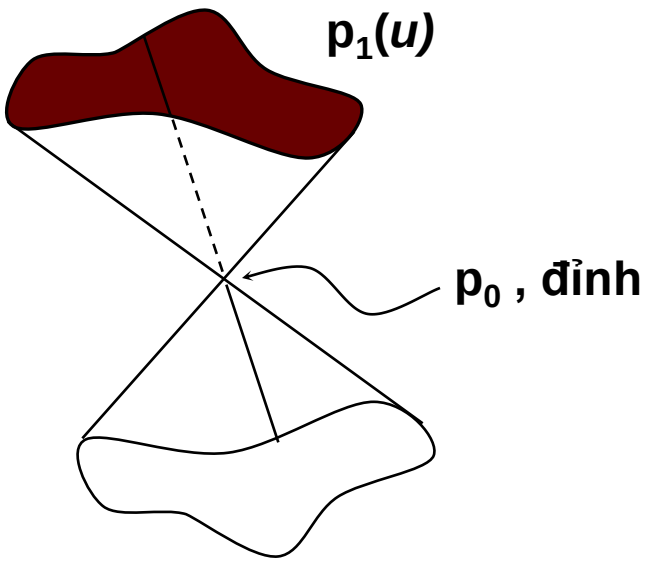


Hình nón

Hình nón (cone) là một mặt chứa cạnh thẳng

Được sinh bởi một đường thẳng quét dọc theo một đường cong phẳng và qua một điểm cố định (*đỉnh của hình nón)*

$$\vec{p}(u,v) = (1-v)\vec{p}_0 + v\vec{p}_1(u)$$

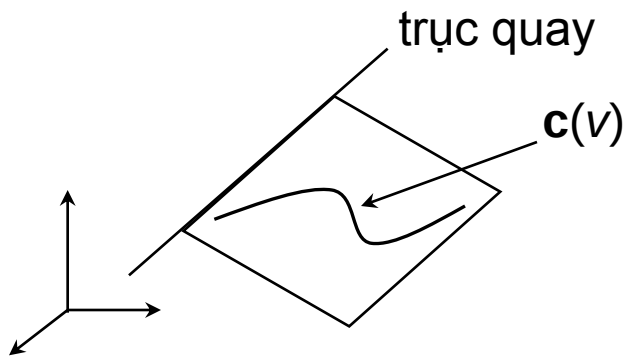


Mặt tròn xoay

- *Mặt xoay tròn (surface of revolution) là mặt được sinh bởi một đường cong phẳng C khi nó quét xoay quanh một trục cố định.*
- Đường cong *C là profile của mặt*

$$\vec{c}(v) = \begin{pmatrix} x(v) \\ y(v) \\ z(v) \end{pmatrix},$$

vôùi $v \in (v_{\text{start}}, v_{\text{end}})$



- Mỗi đường cong *C khi ở tại một vị trí quét được gọi là một kinh tuyến (meridian) của mặt.*
- Một *vĩ tuyến (parallel) của mặt là đường cong do một điểm của C sinh ra khi nó quét.*

Mặt tròn xoay

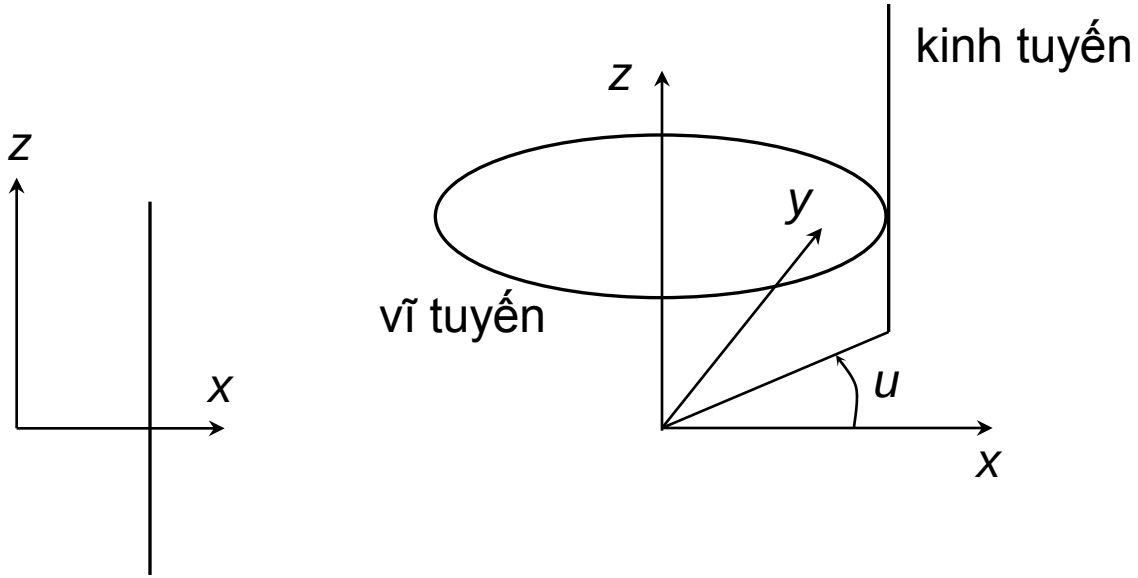
- Thí dụ mặt xoay tròn
  - Trục quay là trục *z*
  - Đường cong *C (profile) nằm trong mặt xz, có biểu diễn dạng tham số là* ***c(v) = (x(v), z(v))***
  - Vị trí quét của *C được xác định bởi tham số u là góc từ trục x*
- Có biểu diễn tham số như sau:

$$\vec{p}(u,v) = (x(v)\cos(u), x(v)\sin(u), z(v))$$

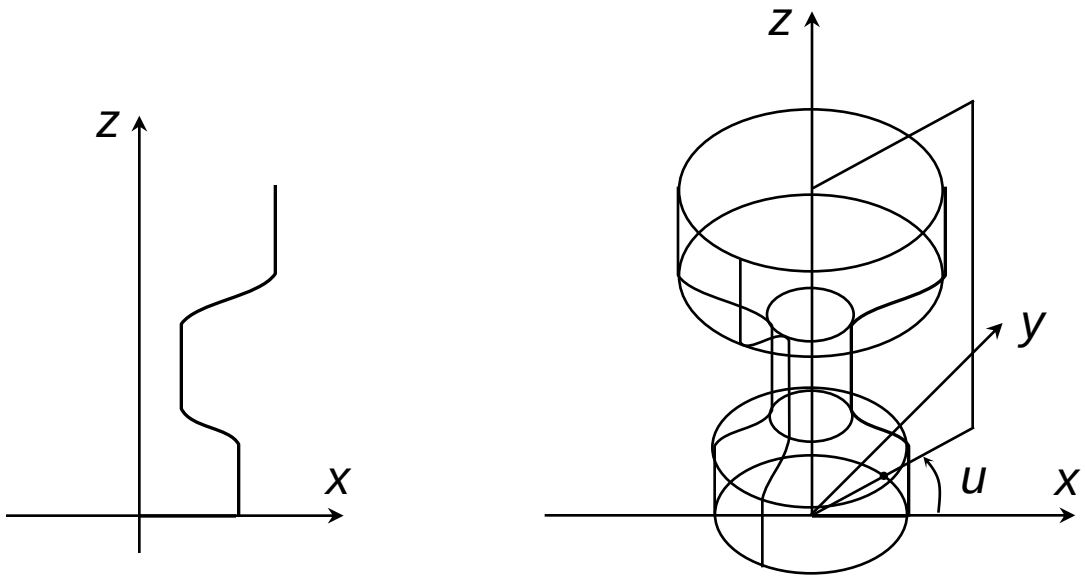
Mặt tròn xoay

- Thí dụ: với **c(*v*) = *(1, v) trong mặt xz, trục quay là trục z, ta có một hình trụ với biểu diễn tham số***

$$\vec{p}(u,v) = (\cos(u), \sin(u), v)$$



Mặt tròn xoay



Mặt bậc hai

Mặt bậc hai (quadric surface) $Ax^2 + By^2 + Cz^d + D = 0, d = 1, 2$

Ellipsoid

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 + \left(\frac{z}{c}\right)^2 - 1 = 0$$

Hyperboloid một lá

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 - \left(\frac{z}{c}\right)^2 - 1 = 0$$

Hyperboloid hai lá

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 - \left(\frac{y}{b}\right)^2 - \left(\frac{z}{c}\right)^2 - 1 = 0$$

Mặt bậc hai

Mặt bậc hai

Hình nón elliptic $$\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 - \left(\frac{z}{c}\right)^2 = 0$$

Elliptic parabolic $$\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 - z = 0$$

Hyperbolic parabolic $$-\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 - z = 0$$

Bài tập

1. Thực hành: cài đặt hiển thị các mặt quy luật với OpenGL.