Chương II
KHÔNG GIAN VECTOR

Chương II
KHÔNG GIAN VECTOR

Nội dung cơ bản

Chương II
KHÔNG GIAN VECTOR

Nội dung cơ bản

(1) Khái niệm không gian vector, các tính chất cơ bản của các tiên đề, các không gian vector thường gặp.

Chương II
KHÔNG GIAN VECTOR

Nội dung cơ bản

(1) Khái niệm không gian vector, các tính chất cơ bản của các tiên đề, các không gian vector thường gặp.

(2) Tổ hợp tuyến tính cả một hệ vector, biểu thị tuyến tính của một vector theo một hệ.

Chương II
KHÔNG GIAN VECTOR

Nội dung cơ bản

(1) Khái niệm không gian vector, các tính chất cơ bản của các tiên đề, các không gian vector thường gặp.

(2) Tổ hợp tuyến tính cả một hệ vector, biểu thị tuyến tính của một vector theo một hệ.

(3) Khái niệm cơ sở, số chiều của một không gian vector. Chứng minh một hệ là một cơ sở của một không gian vector.

Chương II
KHÔNG GIAN VECTOR

Nội dung cơ bản

(1) Khái niệm không gian vector, các tính chất cơ bản của các tiên đề, các không gian vector thường gặp.

(2) Tổ hợp tuyến tính cả một hệ vector, biểu thị tuyến tính của một vector theo một hệ.

(3) Khái niệm cơ sở, số chiều của một không gian vector. Chứng minh một hệ là một cơ sở của một không gian vector.

(4) Tọa độ của một vector trong cơ sở, công thức đổi tọa độ.

1 Khái niệm và ví dụ

1 Khái niệm và ví dụ

1.1 Định nghĩa không gian vectơ.

1 Khái niệm và ví dụ

1.1 Định nghĩa không gian vectơ.

Cho V là một tập hợp khác rỗng , $\mathbb{K}$ là trường số (thực hay phức). Cho hai phép toán:

1 Khái niệm và ví dụ

1.1 Định nghĩa không gian vectơ.

Cho V là một tập hợp khác rỗng , $\mathbb{K}$ là trường số (thực hay phức). Cho hai phép toán:

- Phép cộng hai vectơ

$$\begin{aligned} V \times V &\to V \\ (x, y) &\mapsto x + y \end{aligned}$$

1 Khái niệm và ví dụ

1.1 Định nghĩa không gian vectơ.

Cho V là một tập hợp khác rỗng , $\mathbb{K}$ là trường số (thực hay phức). Cho hai phép toán:

- Phép cộng hai vectơ

$$\begin{aligned} V \times V &\to V \\ (x, y) &\mapsto x + y \end{aligned}$$

- Phép nhân một vô hướng với một vectơ

$$\begin{aligned} \mathbb{K} \times V &\to V \\ (\lambda, x) &\mapsto \lambda x \quad . \end{aligned}$$

Ta bảo V cùng với hai phép toán trên lập thành một *không gian vectơ* trên $\mathbb{K}$, hay $\mathbb{K}$ - *không gian vectơ*, nếu 8 tiên đề sau đây được thoả mãn:

Ta bảo V cùng với hai phép toán trên lập thành một *không gian vectơ* trên $\mathbb{K}$, hay $\mathbb{K}$ - *không gian vectơ*, nếu 8 tiên đề sau đây được thoả mãn:

(1) $x + y = y + x;\ \forall x, y \in V$; (2)
$(x + y) + z = x + (y + z);\ \forall x, y, z \in V$;

Ta bảo V cùng với hai phép toán trên lập thành một *không gian vectơ* trên $\mathbb{K}$, hay $\mathbb{K}$ - *không gian vectơ*, nếu 8 tiên đề sau đây được thoả mãn:

(1) $x + y = y + x;\ \forall x, y \in V$; (2)
$(x + y) + z = x + (y + z);\ \forall x, y, z \in V$;

(3) $\exists 0_V \in V$ sao cho $x + 0_V = 0_V + x = x;\ \forall x \in V$;

Ta bảo V cùng với hai phép toán trên lập thành một *không gian vectơ* trên $\mathbb{K}$, hay $\mathbb{K}$ - *không gian vectơ*, nếu 8 tiên đề sau đây được thoả mãn:

(1) $x + y = y + x;\ \forall x, y \in V$; (2) $(x + y) + z = x + (y + z);\ \forall x, y, z \in V$;

(3) $\exists 0_V \in V$ sao cho $x + 0_V = 0_V + x = x;\ \forall x \in V$;

(4) $\forall x \in V,\ \exists -x \in V$ sao cho $x + (-x) = (-x) + x = 0_V$;

Ta bảo V cùng với hai phép toán trên lập thành một *không gian vectơ* trên $\mathbb{K}$, hay $\mathbb{K}$ - *không gian vectơ*, nếu 8 tiên đề sau đây được thoả mãn:

(1) $x + y = y + x;\ \forall x, y \in V$; (2)
$(x + y) + z = x + (y + z);\ \forall x, y, z \in V$;

(3) $\exists 0_V \in V$ sao cho $x + 0_V = 0_V + x = x;\ \forall x \in V$;

(4) $\forall x \in V,\ \exists -x \in V$ sao cho $x + (-x) = (-x) + x = 0_V$;

(5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y;\ \forall x, y \in V;\ \forall \lambda \in \mathbb{K}$;

Ta bảo V cùng với hai phép toán trên lập thành một *không gian vectơ* trên $\mathbb{K}$, hay $\mathbb{K}$ - *không gian vectơ*, nếu 8 tiên đề sau đây được thoả mãn:

(1) $x + y = y + x;\ \forall x, y \in V$; (2)
$(x + y) + z = x + (y + z);\ \forall x, y, z \in V$;

(3) $\exists 0_V \in V$ sao cho $x + 0_V = 0_V + x = x;\ \forall x \in V$;

(4) $\forall x \in V,\ \exists -x \in V$ sao cho $x + (-x) = (-x) + x = 0_V$;

(5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y;\ \forall x, y \in V;\ \forall \lambda \in \mathbb{K}$;

(6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x;\ \forall x \in V;\ \forall \lambda, \mu \in \mathbb{K}$;

Ta bảo V cùng với hai phép toán trên lập thành một *không gian vectơ* trên $\mathbb{K}$, hay $\mathbb{K}$ - *không gian vectơ*, nếu 8 tiên đề sau đây được thoả mãn:

(1) $x + y = y + x;\ \forall x, y \in V$; (2) $(x + y) + z = x + (y + z);\ \forall x, y, z \in V$;

(3) $\exists 0_V \in V$ sao cho $x + 0_V = 0_V + x = x;\ \forall x \in V$;

(4) $\forall x \in V,\ \exists -x \in V$ sao cho $x + (-x) = (-x) + x = 0_V$;

(5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y;\ \forall x, y \in V;\ \forall \lambda \in \mathbb{K}$;

(6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x;\ \forall x \in V;\ \forall \lambda, \mu \in \mathbb{K}$;

(7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x);\ \forall x \in V;\ \forall \lambda, \mu \in \mathbb{K}$;

Ta bảo V cùng với hai phép toán trên lập thành một *không gian vectơ* trên $\mathbb{K}$, hay $\mathbb{K}$ - *không gian vectơ*, nếu 8 tiên đề sau đây được thoả mãn:

(1) $x + y = y + x;\ \forall x, y \in V$; (2) $(x + y) + z = x + (y + z);\ \forall x, y, z \in V$;

(3) $\exists 0_V \in V$ sao cho $x + 0_V = 0_V + x = x;\ \forall x \in V$;

(4) $\forall x \in V,\ \exists -x \in V$ sao cho $x + (-x) = (-x) + x = 0_V$;

(5) $\lambda(x + y) = \lambda x + \lambda y;\ \forall x, y \in V;\ \forall \lambda \in \mathbb{K}$;

(6) $(\lambda + \mu)x = \lambda x + \mu x;\ \forall x \in V;\ \forall \lambda, \mu \in \mathbb{K}$;

(7) $(\lambda\mu)x = \lambda(\mu x);\ \forall x \in V;\ \forall \lambda, \mu \in \mathbb{K}$;

(8) $1.x = x\ \forall x \in V$.

$*$ Vectơ $0_V \in V$ trong tiên đề (2) được gọi là *vectơ không* của V và thường được kí hiệu đơn giản là 0 nếu không sợ nhầm lẫn. Vectơ $-x \in V$ trong tiên đề (3) được gọi là *vectơ đối* của x.

$*$ Vectơ $0_V \in V$ trong tiên đề (2) được gọi là *vectơ không* của V và thường được kí hiệu đơn giản là 0 nếu không sợ nhầm lẫn. Vectơ $-x \in V$ trong tiên đề (3) được gọi là *vectơ đối* của x.

$*$ Nhờ tiên đề (1) ta có thể viết $x + y + z$ thay cho một trong hai vế của (1) và còn được gọi là tổng của x, y, z Tổng quát hơn ta có thể xét tổng n vectơ ($n \geq 2$): $x_1 + x_2 + ... + x_n$ và kí hiệu là $\sum_{i=1}^{n} x_i$.

$*$ Vectơ $0_V \in V$ trong tiên đề (2) được gọi là *vectơ không* của V và thường được kí hiệu đơn giản là 0 nếu không sợ nhầm lẫn. Vectơ $-x \in V$ trong tiên đề (3) được gọi là *vectơ đối* của x.

$*$ Nhờ tiên đề (1) ta có thể viết $x + y + z$ thay cho một trong hai vế của (1) và còn được gọi là tổng của x, y, z Tổng quát hơn ta có thể xét tổng n vectơ ($n \geq 2$): $x_1 + x_2 + ... + x_n$ và kí hiệu là $\sum_{i=1}^{n} x_i$.

$*$ Tổng $x + (-y)$ còn được viết là $x - y$ và gọi là hiệu của x và y.

$*$ Vectơ $0_V \in V$ trong tiên đề (2) được gọi là *vectơ không* của V và thường được kí hiệu đơn giản là 0 nếu không sợ nhầm lẫn. Vectơ $-x \in V$ trong tiên đề (3) được gọi là *vectơ đối* của x.

$*$ Nhờ tiên đề (1) ta có thể viết $x + y + z$ thay cho một trong hai vế của (1) và còn được gọi là tổng của x, y, z Tổng quát hơn ta có thể xét tổng n vectơ ($n \geq 2$): $x_1 + x_2 + ... + x_n$ và kí hiệu là $\sum_{i=1}^{n} x_i$.

$*$ Tổng $x + (-y)$ còn được viết là $x - y$ và gọi là hiệu của x và y.

$*$ Khi $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ (hay $\mathbb{C}$) thì V được gọi là không gian vectơ thực (hay phức).

$*$ Vectơ $0_V \in V$ trong tiên đề (2) được gọi là *vectơ không* của V và thường được kí hiệu đơn giản là 0 nếu không sợ nhầm lẫn. Vectơ $-x \in V$ trong tiên đề (3) được gọi là *vectơ đối* của x.

$*$ Nhờ tiên đề (1) ta có thể viết $x + y + z$ thay cho một trong hai vế của (1) và còn được gọi là tổng của x, y, z Tổng quát hơn ta có thể xét tổng n vectơ ($n \geq 2$): $x_1 + x_2 + ... + x_n$ và kí hiệu là $\sum_{i=1}^{n} x_i$.

$*$ Tổng $x + (-y)$ còn được viết là $x - y$ và gọi là hiệu của x và y.

$*$ Khi $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ (hay $\mathbb{C}$) thì V được gọi là không gian vectơ thực (hay phức).

1.2 Một số ví dụ

1.3 Các tính chất đơn giản.

1.3 Các tính chất đơn giản.

Tính chất 1.1. Vectơ 0 của V (theo tiên đề (2)) là duy nhất.

1.3 Các tính chất đơn giản.

Tính chất 1.1. Vectơ 0 của V (theo tiên đề (2)) là duy nhất.

Tính chất 1.2. $\forall x \in V, \exists! - x \in V$ (xác định theo tiên đề (3)).

1.3 Các tính chất đơn giản.

Tính chất 1.1. Vectơ 0 của V (theo tiên đề (2)) là duy nhất.

Tính chất 1.2. $\forall x \in V, \exists! - x \in V$ (xác định theo tiên đề (3)).

Tính chất 1.3. Luật giản ước có hiệu lực trong V, tức là

$$(a + c = b + c) \;\Rightarrow\; (a = b),\ \forall a, b \in V.$$

1.3 Các tính chất đơn giản.

Tính chất 1.1. Vectơ 0 của V (theo tiên đề (2)) là duy nhất.

Tính chất 1.2. $\forall x \in V, \exists! - x \in V$ (xác định theo tiên đề (3)).

Tính chất 1.3. Luật giản ước có hiệu lực trong V, tức là

$$(a + c = b + c) \;\Rightarrow\; (a = b),\ \forall a, b \in V.$$

Tính chất 1.4. $\forall a, b, x \in V,\ (x + a = b) \Leftrightarrow (x = b - a)$. Hay ta nói phương trình $x + a = b$ có nghiệm duy nhất $x = b - a$.

1.3 Các tính chất đơn giản.

Tính chất 1.1. Vectơ 0 của V (theo tiên đề (2)) là duy nhất.

Tính chất 1.2. $\forall x \in V, \exists! -x \in V$ (xác định theo tiên đề (3)).

Tính chất 1.3. Luật giản ước có hiệu lực trong V, tức là

$$(a + c = b + c) \;\Rightarrow\; (a = b),\ \forall a, b \in V.$$

Tính chất 1.4. $\forall a, b, x \in V,\ (x + a = b) \Leftrightarrow (x = b - a)$. Hay ta nói phương trình $x + a = b$ có nghiệm duy nhất $x = b - a$.

Tính chất 1.5.
$\forall \lambda \in \mathbb{K},\ \forall x \in V,\ -(\lambda x) = (-\lambda x) = (-\lambda)x = \lambda(-x).$

2 Độc lập tuyến tính và phụ thuộc tuyến tính

2 Độc lập tuyến tính và phụ thuộc tuyến tính

2.1 Tổ hợp tuyến tính và biểu thị tuyến tính

2 Độc lập tuyến tính và phụ thuộc tuyến tính

2.1 Tổ hợp tuyến tính và biểu thị tuyến tính

Định nghĩa 2.1. Cho $x_1, x_2, ..., x_n$ là n vectơ $(n \geq 1)$ của $\mathbb{K}$ - không gian vectơ V và $\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_n$ là n vô hướng trong $\mathbb{K}$. Vectơ

$$x = \lambda_1 x_1 + \lambda_2 x_2 + ... + \lambda_n x_n = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i x_i$$

được gọi là *tổ hợp tuyến tính* của hệ vectơ

$$\alpha = \{x_1, x_2, ..., x_n\} = \{x_i\}_{i=\overline{1,n}}$$

với các hệ số $\{\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_n\} = \{\lambda_i\}_{i=\overline{1,n}}$.

Khi x là một tổ hợp tuyến tính của hệ $\{x_i\}_{i=\overline{1,n}}$ thì ta bảo x *biểu thị tuyến tính* (biểu diễn tuyến tính) được qua hệ $\{x_i\}_{i=\overline{1,n}}$.

Khi x là một tổ hợp tuyến tính của hệ $\{x_i\}_{i=\overline{1,n}}$ thì ta bảo x *biểu thị tuyến tính* (biểu diễn tuyến tính) được qua hệ $\{x_i\}_{i=\overline{1,n}}$.

Chú ý:

Khi x là một tổ hợp tuyến tính của hệ $\{x_i\}_{i=\overline{1,n}}$ thì ta bảo x *biểu thị tuyến tính* (biểu diễn tuyến tính) được qua hệ $\{x_i\}_{i=\overline{1,n}}$.

Chú ý:

+) Vector x biểu thị tuyến tính được qua hệ $\{x_i\}_{i=\overline{1,n}}$ nếu có một họ vô hướng $\{\lambda_i\}_{i=\overline{1,n}}$ trong $\mathbb{K}$ sao cho $x = \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i x_i$.

Khi x là một tổ hợp tuyến tính của hệ $\{x_i\}_{i=\overline{1,n}}$ thì ta bảo x *biểu thị tuyến tính* (biểu diễn tuyến tính) được qua hệ $\{x_i\}_{i=\overline{1,n}}$.

Chú ý:

+) Vector x biểu thị tuyến tính được qua hệ $\{x_i\}_{i=\overline{1,n}}$ nếu có một họ vô hướng $\{\lambda_i\}_{i=\overline{1,n}}$ trong $\mathbb{K}$ sao cho $x = \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i x_i$.

+) Cách biểu diễn $x = \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i x_i$ nói chung không duy nhất.

Khi x là một tổ hợp tuyến tính của hệ $\{x_i\}_{i=\overline{1,n}}$ thì ta bảo x *biểu thị tuyến tính* (biểu diễn tuyến tính) được qua hệ $\{x_i\}_{i=\overline{1,n}}$.

Chú ý:

+) Vector x biểu thị tuyến tính được qua hệ $\{x_i\}_{i=\overline{1,n}}$ nếu có một họ vô hướng $\{\lambda_i\}_{i=\overline{1,n}}$ trong $\mathbb{K}$ sao cho $x = \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i x_i$.

+) Cách biểu diễn $x = \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i x_i$ nói chung không duy nhất.

+) Để tìm một biểu thị tuyến tính chúng ta cần giải một hệ phương trình.

Khi x là một tổ hợp tuyến tính của hệ $\{x_i\}_{i=\overline{1,n}}$ thì ta bảo x *biểu thị tuyến tính* (biểu diễn tuyến tính) được qua hệ $\{x_i\}_{i=\overline{1,n}}$.

Chú ý:

+) Vector x biểu thị tuyến tính được qua hệ $\{x_i\}_{i=\overline{1,n}}$ nếu có một họ vô hướng $\{\lambda_i\}_{i=\overline{1,n}}$ trong $\mathbb{K}$ sao cho $x = \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i x_i$.

+) Cách biểu diễn $x = \sum\limits_{i=1}^{n} \lambda_i x_i$ nói chung không duy nhất.

+) Để tìm một biểu thị tuyến tính chúng ta cần giải một hệ phương trình.

+) Với mọi hệ vector, vector 0 luôn có ít nhất một cách biểu thị tuyến tính qua hệ.

Ví dụ:

2.2 Sự độc lập tuyến tính và phụ thuộc tuyến tính.

2.2 Sự độc lập tuyến tính và phụ thuộc tuyến tính.

Định nghĩa 2.2. Hệ n vectơ $(n \geq 1)$ $\{x_i\}_{i=\overline{1,n}}$ trong $\mathbb{K}$ - không gian vectơ V gọi là độc lập tuyến tính nếu vectơ không chỉ có một cách biểu thị tuyến tính duy nhất qua hệ đó bằng tổ hợp tuyến tính tầm thường.

2.2 Sự độc lập tuyến tính và phụ thuộc tuyến tính.

Định nghĩa 2.2. Hệ n vectơ $(n \geq 1)$ $\{x_i\}_{i=\overline{1,n}}$ trong $\mathbb{K}$ - không gian vectơ V gọi là độc lập tuyến tính nếu vectơ không chỉ có một cách biểu thị tuyến tính duy nhất qua hệ đó bằng tổ hợp tuyến tính tầm thường.

Hệ không độc lập tuyến tính gọi là phụ thuộc tuyến tính.

2.2 Sự độc lập tuyến tính và phụ thuộc tuyến tính.

Định nghĩa 2.2. Hệ n vectơ $(n \geq 1)$ $\{x_i\}_{i=\overline{1,n}}$ trong $\mathbb{K}$ - không gian vectơ V gọi là độc lập tuyến tính nếu vectơ không chỉ có một cách biểu thị tuyến tính duy nhất qua hệ đó bằng tổ hợp tuyến tính tầm thường.

Hệ không độc lập tuyến tính gọi là phụ thuộc tuyến tính.

Nhận xét:

2.2 Sự độc lập tuyến tính và phụ thuộc tuyến tính.

Định nghĩa 2.2. Hệ n vectơ $(n \geq 1)$ $\{x_i\}_{i=\overline{1,n}}$ trong $\mathbb{K}$ - không gian vectơ V gọi là độc lập tuyến tính nếu vectơ không chỉ có một cách biểu thị tuyến tính duy nhất qua hệ đó bằng tổ hợp tuyến tính tầm thường.

Hệ không độc lập tuyến tính gọi là phụ thuộc tuyến tính.

Nhận xét:

$*$ Hệ $\{x_i\}_{i=\overline{1,n}}$ độc lập tuyến tính khi và chỉ khi

$$\left(\sum_{i=1}^{n} \lambda_i x_i = 0 \in V\right) \Rightarrow (\lambda_1 = \lambda_2 = ... = \lambda_n = 0 \in \mathbb{K}).$$

$*$ Hệ $\{x_i\}_{i=\overline{1,n}}$ phụ thuộc tuyến tính khi và chỉ khi có ít nhất một họ vô hướng $\{\lambda_i\}_{i=\overline{1,n}}$ không đồng thời bằng không sao cho:

$$\sum_{i=1}^{n} \lambda_i x_i = 0 \in V.$$

$*$ Hệ $\{x_i\}_{i=\overline{1,n}}$ phụ thuộc tuyến tính khi và chỉ khi có ít nhất một họ vô hướng $\{\lambda_i\}_{i=\overline{1,n}}$ không đồng thời bằng không sao cho:

$$\sum_{i=1}^{n} \lambda_i x_i = 0 \in V.$$

2.3 Một số tính chất cơ bản.

$*$ Hệ $\{x_i\}_{i=\overline{1,n}}$ phụ thuộc tuyến tính khi và chỉ khi có ít nhất một họ vô hướng $\{\lambda_i\}_{i=\overline{1,n}}$ không đồng thời bằng không sao cho:
$\sum_{i=1}^{n} \lambda_i x_i = 0 \in V.$

2.3 Một số tính chất cơ bản.

Tính chất 2.1. Hệ gồm một vectơ $\{x\}$ độc lập tuyến tính khi và chỉ khi $x \neq 0$.

$*$ Hệ $\{x_i\}_{i=\overline{1,n}}$ phụ thuộc tuyến tính khi và chỉ khi có ít nhất một họ vô hướng $\{\lambda_i\}_{i=\overline{1,n}}$ không đồng thời bằng không sao cho:
$\sum_{i=1}^{n} \lambda_i x_i = 0 \in V.$

2.3 Một số tính chất cơ bản.

Tính chất 2.1. Hệ gồm một vectơ $\{x\}$ độc lập tuyến tính khi và chỉ khi $x \neq 0$.

Tính chất 2.2. Hệ chứa vectơ 0 luôn phụ thuộc tuyến tính.

$*$ Hệ $\{x_i\}_{i=\overline{1,n}}$ phụ thuộc tuyến tính khi và chỉ khi có ít nhất một họ vô hướng $\{\lambda_i\}_{i=\overline{1,n}}$ không đồng thời bằng không sao cho:

$$\sum_{i=1}^{n} \lambda_i x_i = 0 \in V.$$

2.3 Một số tính chất cơ bản.

Tính chất 2.1. Hệ gồm một vectơ $\{x\}$ độc lập tuyến tính khi và chỉ khi $x \neq 0$.

Tính chất 2.2. Hệ chứa vectơ 0 luôn phụ thuộc tuyến tính.

Tính chất 2.3. Nếu hệ $\{x_i\}_{i=\overline{1,n}}$ độc lập tuyến tính thì mọi hệ con của nó cũng độc lập tuyến tính.

Định lí 2.1. (Đặc trưng của hệ phụ thuộc tuyến tính).
Hệ n vectơ $(n \geq 2)$ $\{x_i\}_{i=\overline{1,n}}$ phụ thuộc tuyến tính khi và chỉ khi có (ít nhất) một vectơ của hệ biểu thị tuyến tính được qua các vectơ còn lại.

Định lí 2.1. (Đặc trưng của hệ phụ thuộc tuyến tính).
Hệ n vectơ $(n \geq 2)$ $\{x_i\}_{i=\overline{1,n}}$ phụ thuộc tuyến tính khi và chỉ khi có (ít nhất) một vectơ của hệ biểu thị tuyến tính được qua các vectơ còn lại.

Định lí 2.2. Cho $\{x_i\}_{i=\overline{1,n}}$ là một hệ độc lập tuyến tính trong một $\mathbb{K}$ - không gian vectơ V tuỳ ý $(n \geq 1)$. Khi đó

Định lí 2.1. (Đặc trưng của hệ phụ thuộc tuyến tính).
Hệ n vectơ $(n \geq 2)$ $\{x_i\}_{i=\overline{1,n}}$ phụ thuộc tuyến tính khi và chỉ khi có (ít nhất) một vectơ của hệ biểu thị tuyến tính được qua các vectơ còn lại.

Định lí 2.2. Cho $\{x_i\}_{i=\overline{1,n}}$ là một hệ độc lập tuyến tính trong một $\mathbb{K}$ - không gian vectơ V tuỳ ý $(n \geq 1)$. Khi đó

(1) Mọi vectơ $y \in V$ đều có không quá một cách biểu thị tuyến tính qua hệ $\{x_i\}_{i=\overline{1,n}}$.

Định lí 2.1. (Đặc trưng của hệ phụ thuộc tuyến tính).
Hệ n vectơ $(n \geq 2)$ $\{x_i\}_{i=\overline{1,n}}$ phụ thuộc tuyến tính khi và chỉ khi có (ít nhất) một vectơ của hệ biểu thị tuyến tính được qua các vectơ còn lại.

Định lí 2.2. Cho $\{x_i\}_{i=\overline{1,n}}$ là một hệ độc lập tuyến tính trong một $\mathbb{K}$ - không gian vectơ V tuỳ ý $(n \geq 1)$. Khi đó

(1) Mọi vectơ $y \in V$ đều có không quá một cách biểu thị tuyến tính qua hệ $\{x_i\}_{i=\overline{1,n}}$.

(2) Với mọi $y \in V$, hệ $\{x_1, x_2, ..., x_n, y\}$ phụ thuộc tuyến tính khi và chỉ khi y biểu thị tuyến tính được qua hệ $\{x_i\}_{i=\overline{1,n}}$.

3 Hạng của một hệ hữu hạn các vectơ.

3 Hạng của một hệ hữu hạn các vectơ.

3.1 Hệ con độc lập tuyến tính tối đại.

3 Hạng của một hệ hữu hạn các vectơ.

3.1 Hệ con độc lập tuyến tính tối đại.

Định nghĩa 3.1. Giả sử I là một tập hợp hữu hạn và $J \subset I$. Cho hệ vectơ $\{x_i\}_{i \in I}$ là một họ tuỳ ý trong một $\mathbb{K}$ - không gian vectơ V nào đó. Hệ con $\{x_j\}_{j \in J}$ gọi là *hệ con độc lập tuyến tính tối đại* của hệ đã cho nếu nó là một hệ độc lập tuyến tính và nếu thêm bất cứ vectơ x_i nào, $i \in I \backslash J$, vào hệ đó ta đều nhận được một hệ phụ thuộc tuyến tính.

3 Hạng của một hệ hữu hạn các vectơ.

3.1 Hệ con độc lập tuyến tính tối đại.

Định nghĩa 3.1. Giả sử I là một tập hợp hữu hạn và $J \subset I$. Cho hệ vectơ $\{x_i\}_{i\in I}$ là một họ tuỳ ý trong một $\mathbb{K}$ - không gian vectơ V nào đó. Hệ con $\{x_j\}_{j\in J}$ gọi là *hệ con độc lập tuyến tính tối đại* của hệ đã cho nếu nó là một hệ độc lập tuyến tính và nếu thêm bất cứ vectơ x_i nào, $i \in I\backslash J$, vào hệ đó ta đều nhận được một hệ phụ thuộc tuyến tính.

Tính chất 3.1. Nếu $\{x_j\}_{j\in J}$ là một hệ con độc lập tuyển tính của $\{x_i\}_{i\in I}$ thì ta luôn xây dựng được một hệ con độc lập tuyến tính tối đại của hệ $\{x_i\}_{i\in I}$ chứa hệ $\{x_j\}_{j\in J}$.

3 Hạng của một hệ hữu hạn các vectơ.

3.1 Hệ con độc lập tuyến tính tối đại.

Định nghĩa 3.1. Giả sử I là một tập hợp hữu hạn và $J \subset I$. Cho hệ vectơ $\{x_i\}_{i\in I}$ là một họ tuỳ ý trong một $\mathbb{K}$ - không gian vectơ V nào đó. Hệ con $\{x_j\}_{j\in J}$ gọi là *hệ con độc lập tuyến tính tối đại* của hệ đã cho nếu nó là một hệ độc lập tuyến tính và nếu thêm bất cứ vectơ x_i nào, $i \in I\backslash J$, vào hệ đó ta đều nhận được một hệ phụ thuộc tuyến tính.

Tính chất 3.1. Nếu $\{x_j\}_{j\in J}$ là một hệ con độc lập tuyển tính của $\{x_i\}_{i\in I}$ thì ta luôn xây dựng được một hệ con độc lập tuyến tính tối đại của hệ $\{x_i\}_{i\in I}$ chứa hệ $\{x_j\}_{j\in J}$.

Định lí 3.1. Mọi hệ con độc lập tuyến tính tối đại của một hệ hữu hạn vectơ đều có số vectơ bằng nhau.

3.2 Hạng của một hệ hữu hạn vectơ

3.2 Hạng của một hệ hữu hạn vectơ

Định nghĩa 3.2. Cho một hệ hữu hạn vectơ $\{x_i\}_{i\in I}$ trong $\mathbb{K}$ - không gian vectơ V. Số phần tử của một hệ con độc lập tuyến tính tối đại của $\{x_i\}_{i\in I}$ được gọi là *hạng* của hệ đã cho, kí hiệu là $rank\{x_i\}_{i\in I}$.

3.2 Hạng của một hệ hữu hạn vectơ

Định nghĩa 3.2. Cho một hệ hữu hạn vectơ $\{x_i\}_{i\in I}$ trong $\mathbb{K}$ - không gian vectơ V. Số phần tử của một hệ con độc lập tuyến tính tối đại của $\{x_i\}_{i\in I}$ được gọi là *hạng* của hệ đã cho, kí hiệu là $rank\{x_i\}_{i\in I}$.

3.3 Các hệ vectơ trong $\mathbb{R}^n$

Trong không gian $\mathbb{R}^n$ các vectơ cột n chiều trên $\mathbb{R}$ $(n \geq 1)$ cho m vectơ $(m \geq 1)$ như sau:

$$a_1 = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \vdots \\ a_{n1} \end{bmatrix}, \; a_2 = \begin{bmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \vdots \\ a_{n2} \end{bmatrix}, \; \dots, \; a_m = \begin{bmatrix} a_{1m} \\ a_{2m} \\ \vdots \\ a_{nm} \end{bmatrix}.$$

Gọi $A = (a_{ij})_{n\times m}$ là ma trận cấp $n \times m$ trên $\mathbb{K}$ mà các cột chính là $a_1, a_2, ..., a_m$, tức là

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nm} \end{bmatrix}.$$

Gọi $A = (a_{ij})_{n\times m}$ là ma trận cấp $n \times m$ trên $\mathbb{K}$ mà các cột chính là $a_1, a_2, ..., a_m$, tức là

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nm} \end{bmatrix}.$$

Định lí 3.2.

Gọi $A = (a_{ij})_{n\times m}$ là ma trận cấp $n \times m$ trên $\mathbb{K}$ mà các cột chính là $a_1, a_2, ..., a_m$, tức là

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nm} \end{bmatrix}.$$

Định lí 3.2.

(1) Hệ $\{a_1, a_2, ..., a_m\}$ độc lập tuyến tính $\Leftrightarrow rankA = m$;

Gọi $A = (a_{ij})_{n\times m}$ là ma trận cấp $n \times m$ trên $\mathbb{K}$ mà các cột chính là $a_1, a_2, ..., a_m$, tức là

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nm} \end{bmatrix}.$$

Định lí 3.2.

(1) Hệ $\{a_1, a_2, ..., a_m\}$ độc lập tuyến tính $\Leftrightarrow rankA = m$;

(2) Hệ $\{a_1, a_2, ..., a_m\}$ phụ thuộc tuyến tính $\Leftrightarrow rankA < m$.

Gọi $A = (a_{ij})_{n\times m}$ là ma trận cấp $n \times m$ trên $\mathbb{K}$ mà các cột chính là $a_1, a_2, ..., a_m$, tức là

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nm} \end{bmatrix}.$$

Định lí 3.2.

(1) Hệ $\{a_1, a_2, ..., a_m\}$ độc lập tuyến tính $\Leftrightarrow rankA = m$;

(2) Hệ $\{a_1, a_2, ..., a_m\}$ phụ thuộc tuyến tính $\Leftrightarrow rankA < m$.

Hệ quả 3.1.

Gọi $A = (a_{ij})_{n\times m}$ là ma trận cấp $n \times m$ trên $\mathbb{K}$ mà các cột chính là $a_1, a_2, ..., a_m$, tức là

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nm} \end{bmatrix}.$$

Định lí 3.2.

(1) Hệ $\{a_1, a_2, ..., a_m\}$ độc lập tuyến tính $\Leftrightarrow rankA = m$;

(2) Hệ $\{a_1, a_2, ..., a_m\}$ phụ thuộc tuyến tính $\Leftrightarrow rankA < m$.

Hệ quả 3.1.

(1) Hệ $\{a_1, a_2, ..., a_n\}$ độc lập tuyến tính trên $\mathbb{K}^n \Leftrightarrow detA \neq 0$;

Gọi $A = (a_{ij})_{n\times m}$ là ma trận cấp $n \times m$ trên $\mathbb{K}$ mà các cột chính là $a_1, a_2, ..., a_m$, tức là

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nm} \end{bmatrix}.$$

Định lí 3.2.

(1) Hệ $\{a_1, a_2, ..., a_m\}$ độc lập tuyến tính $\Leftrightarrow rankA = m$;

(2) Hệ $\{a_1, a_2, ..., a_m\}$ phụ thuộc tuyến tính $\Leftrightarrow rankA < m$.

Hệ quả 3.1.

(1) Hệ $\{a_1, a_2, ..., a_n\}$ độc lập tuyến tính trên $\mathbb{K}^n \Leftrightarrow detA \neq 0$;

(2) Hệ $\{a_1, a_2, ..., a_n\}$ phụ thuộc tuyến tính trên $\mathbb{K}^n \Leftrightarrow detA = 0$.

4 Cơ sở - Số chiều - Toạ độ

4 Cơ sở - Số chiều - Toạ độ

4.1 Cơ sở, số chiều và không gian hữu hạn chiều

4 Cơ sở - Số chiều - Toạ độ

4.1 Cơ sở, số chiều và không gian hữu hạn chiều

Định nghĩa 4.1. (Tập sinh).
Cho V là một không gian vectơ trên trường $\mathbb{K}$ và M là một tập hợp các vectơ thuộc V. Tập M được gọi là tập sinh của V hay tập M sinh ra không gian vectơ V nếu mọi vectơ $x \in V$ đều có thể biểu thị tuyến tính qua các vectơ thuộc M.

4 Cơ sở - Số chiều - Toạ độ

4.1 Cơ sở, số chiều và không gian hữu hạn chiều

Định nghĩa 4.1. (Tập sinh).
Cho V là một không gian vectơ trên trường $\mathbb{K}$ và M là một tập hợp các vectơ thuộc V. Tập M được gọi là tập sinh của V hay tập M sinh ra không gian vectơ V nếu mọi vectơ $x \in V$ đều có thể biểu thị tuyến tính qua các vectơ thuộc M.

Định nghĩa 4.2. (Cơ sở).
Hệ vectơ $\beta = \{e_1, e_2, ..., e_n\}$ trong $\mathbb{K}$ - không gian vectơ V gọi là cơ sở của V nếu β là một tập sinh vad độc lập tuyến tính.

Định nghĩa 4.3. (Số chiều).

Cho V là một $\mathbb{K}$ - không gian vectơ và n là số tuỳ ý.

(1): Ta nói V là một không gian vectơ n chiều nếu trong V có ít nhất một cơ sở gồm n vector. Ta cũng bảo số chiều của V là n và ký hiệu $dimV = n$. (2): V được gọi là không gian vectơ vô hạn chiều, kí hiệu $dimV = \infty$, nếu nó không hữu hạn chiều.

Định nghĩa 4.3. (Số chiều).
Cho V là một $\mathbb{K}$ - không gian vectơ và n là số tuỳ ý.
(1): Ta nói V là một không gian vectơ n chiều nếu trong V có ít nhất một cơ sở gồm n vector. Ta cũng bảo số chiều của V là n và ký hiệu $dimV = n$. (2): V được gọi là không gian vectơ vô hạn chiều, kí hiệu $dimV = \infty$, nếu nó không hữu hạn chiều.

Định lí 4.1. Trong mỗi không gian vectơ n chiều V ta có:

Định nghĩa 4.3. (Số chiều).
Cho V là một $\mathbb{K}$ - không gian vectơ và n là số tuỳ ý.
(1): Ta nói V là một không gian vectơ n chiều nếu trong V có ít nhất một cơ sở gồm n vector. Ta cũng bảo số chiều của V là n và ký hiệu $dimV = n$. (2): V được gọi là không gian vectơ vô hạn chiều, kí hiệu $dimV = \infty$, nếu nó không hữu hạn chiều.

Định lí 4.1. Trong mỗi không gian vectơ n chiều V ta có:

(1): Mọi hệ gồm nhiều hơn n vectơ đều phụ thuộc tuyến tính;

Định nghĩa 4.3. (Số chiều).
Cho V là một $\mathbb{K}$ - không gian vectơ và n là số tuỳ ý.
(1): Ta nói V là một không gian vectơ n chiều nếu trong V có ít nhất một cơ sở gồm n vector. Ta cũng bảo số chiều của V là n và ký hiệu $dimV = n$. (2): V được gọi là không gian vectơ vô hạn chiều, kí hiệu $dimV = \infty$, nếu nó không hữu hạn chiều.

Định lí 4.1. Trong mỗi không gian vectơ n chiều V ta có:

(1): Mọi hệ gồm nhiều hơn n vectơ đều phụ thuộc tuyến tính;

(2): Mọi cơ sở gồm đúng n vectơ;

Định nghĩa 4.3. (Số chiều).
Cho V là một $\mathbb{K}$ - không gian vectơ và n là số tuỳ ý.
(1): Ta nói V là một không gian vectơ n chiều nếu trong V có ít nhất một cơ sở gồm n vector. Ta cũng bảo số chiều của V là n và ký hiệu $dimV = n$. (2): V được gọi là không gian vectơ vô hạn chiều, kí hiệu $dimV = \infty$, nếu nó không hữu hạn chiều.

Định lí 4.1. Trong mỗi không gian vectơ n chiều V ta có:

(1): Mọi hệ gồm nhiều hơn n vectơ đều phụ thuộc tuyến tính;

(2): Mọi cơ sở gồm đúng n vectơ;

Mọi hệ độc lập tuyến tính gồm n vectơ đều là cơ sở;

Định nghĩa 4.3. (Số chiều).
Cho V là một $\mathbb{K}$ - không gian vectơ và n là số tuỳ ý.
(1): Ta nói V là một không gian vectơ n chiều nếu trong V có ít nhất một cơ sở gồm n vector. Ta cũng bảo số chiều của V là n và ký hiệu $dimV = n$. (2): V được gọi là không gian vectơ vô hạn chiều, kí hiệu $dimV = \infty$, nếu nó không hữu hạn chiều.

Định lí 4.1. Trong mỗi không gian vectơ n chiều V ta có:

(1): Mọi hệ gồm nhiều hơn n vectơ đều phụ thuộc tuyến tính;

(2): Mọi cơ sở gồm đúng n vectơ;

Mọi hệ độc lập tuyến tính gồm n vectơ đều là cơ sở;

(3): Mọi hệ độc lập tuyến tính gồm ít hơn n vectơ đều có thể bổ sung thành một cơ sở.

4.2 Toạ độ của vectơ đối với một cơ sở

4.2 Toạ độ của vectơ đối với một cơ sở

Định lí 4.2. Cho hệ n vectơ $\beta = \{e_1, e_2, ..., e_n\}$. Khi đó β là một cơ sở của V khi và chỉ khi mọi vectơ $x \in V$ đều có một cách duy nhất biểu thị tuyến tính qua β.

4.2 Toạ độ của vectơ đối với một cơ sở

Định lí 4.2. Cho hệ n vectơ $\beta = \{e_1, e_2, ..., e_n\}$. Khi đó β là một cơ sở của V khi và chỉ khi mọi vectơ $x \in V$ đều có một cách duy nhất biểu thị tuyến tính qua β.

Định nghĩa 4.4. (Toạ độ của một vectơ đối với một cơ sở).

4.2 Toạ độ của vectơ đối với một cơ sở

Định lí 4.2. Cho hệ n vectơ $\beta = \{e_1, e_2, ..., e_n\}$. Khi đó β là một cơ sở của V khi và chỉ khi mọi vectơ $x \in V$ đều có một cách duy nhất biểu thị tuyến tính qua β.

Định nghĩa 4.4. (Toạ độ của một vectơ đối với một cơ sở).

(1): Cho $\beta = \{e_1, e_2, ..., e_n\}$ là một cơ sở của không gian vector V. Khi đó, với mỗi vectơ $x \in V$ đều có một cách bểu thị tuyến tính duy nhất qua β

$$x = x_1e_1 + x_2e_2 + ... + x_ne_n = \sum_{i=1}^{n} x_ie_i. \qquad (4.1)$$

Phần tử $(x_1, x_2, ..., x_n) \in \mathbb{R}^n$ gọi là toạ độ của vectơ x đối với cơ sở β; x_i gọi là toạ độ thứ i; $i = \overline{1, n}$.

(2): Để chỉ toạ độ của x trong β là $(x_1, x_2, ..., x_n)$ ta viết

$$x/\beta = (x_1, x_2, ..., x_n).$$

(2): Để chỉ toạ độ của x trong β là $(x_1, x_2, ..., x_n)$ ta viết

$$x/\beta = (x_1, x_2, ..., x_n).$$

Ta cũng dùng các kí hiệu:

(2): Để chỉ toạ độ của x trong β là $(x_1, x_2, ..., x_n)$ ta viết

$$x/\beta = (x_1, x_2, ..., x_n).$$

Ta cũng dùng các kí hiệu:

+ $(x)_\beta = [x_1, x_2, ..., x_n]$: (ma trận) hàng toạ độ của x trong β.

(2): Để chỉ toạ độ của x trong β là $(x_1, x_2, ..., x_n)$ ta viết

$$x/\beta = (x_1, x_2, ..., x_n).$$

Ta cũng dùng các kí hiệu:

+ $(x)_\beta = [x_1, x_2, ..., x_n]$: (ma trận) hàng toạ độ của x trong β.

+ $[x]_\beta = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$: (ma trận) cột toạ độ của x trong V.

Tính chất 4.1. Nhờ tính duy nhất trong cách biểu thị tuyến tính của mỗi vectơ x trong V qua cơ sở β, dễ dàng thấy rằng, nếu $x/\beta = (x_1, x_2, ..., x_n), y/\beta = (y_1, y_2, ..., y_n)$ và $\lambda \in \mathbb{K}$ thì:

$$(x + y)/\beta = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, ..., x_n + y_n);$$

$$(\lambda x)/\beta = (\lambda x_1, \lambda x_2, ..., \lambda x_n)$$

Tính chất 4.1. Nhờ tính duy nhất trong cách biểu thị tuyến tính của mỗi vectơ x trong V qua cơ sở β, dễ dàng thấy rằng, nếu $x/\beta = (x_1, x_2, ..., x_n), y/\beta = (y_1, y_2, ..., y_n)$ và $\lambda \in \mathbb{K}$ thì:

$$(x + y)/\beta = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, ..., x_n + y_n);$$

$$(\lambda x)/\beta = (\lambda x_1, \lambda x_2, ..., \lambda x_n)$$

Tính chất 4.2. Với cơ sở $\beta = \{e_1, e_2, ..., e_n\}$ thì hiển nhiên ta có

$$e_i/\beta = (0, ..., 0, \underset{\uparrow}{1}, 0, ..., 0); \; i = \overline{1, n}$$

$\uparrow$ vị trí thứ i.

4.3 Ma trận chuyển cơ sở - Công thức đổi toạ độ

4.3 Ma trận chuyển cơ sở - Công thức đổi toạ độ

Trong không gian vector V cho hai cơ sở $\alpha = \{a_1, a_2, ..., a_n\}$ và $\beta = \{b_1, b_2, ..., b_n\}$.

4.3 Ma trận chuyển cơ sở - Công thức đổi toạ độ

Trong không gian vector V cho hai cơ sở $\alpha = \{a_1, a_2, ..., a_n\}$ và $\beta = \{b_1, b_2, ..., b_n\}$.

Giả sử $b_j/\alpha = (c_{1j}, c_{2j}, ..., c_{nj}); j = \overline{1, n}$

4.3 Ma trận chuyển cơ sở - Công thức đổi toạ độ

Trong không gian vector V cho hai cơ sở $\alpha = \{a_1, a_2, ..., a_n\}$ và $\beta = \{b_1, b_2, ..., b_n\}$.

Giả sử $b_j/\alpha = (c_{1j}, c_{2j}, ..., c_{nj}); j = \overline{1, n}$

Lập ma trận

$$C = (c_{ij})_n = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{n1} & c_{n2} & \cdots & c_{nn} \end{bmatrix} \in M_n(\mathbb{K}),$$

4.3 Ma trận chuyển cơ sở - Công thức đổi toạ độ

Trong không gian vector V cho hai cơ sở $\alpha = \{a_1, a_2, ..., a_n\}$ và $\beta = \{b_1, b_2, ..., b_n\}$.

Giả sử $b_j/\alpha = (c_{1j}, c_{2j}, ..., c_{nj}); j = \overline{1, n}$

Lập ma trận

$$C = (c_{ij})_n = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{n1} & c_{n2} & \cdots & c_{nn} \end{bmatrix} \in M_n(\mathbb{K}),$$

mà các cột của nó lần lượt là các cột toạ độ $[b_1]_\alpha, [b_2]_\alpha, ..., [b_n]_\alpha$.

C được gọi là *ma trận đổi cơ cở* từ α sang β, kí hiệu

$$C: \ \alpha \ \rightarrow \ \beta \text{ (hay } C_{\alpha \rightarrow \beta}).$$

C được gọi là *ma trận đổi cơ cở* từ α sang β, kí hiệu

$$C: \ \alpha \ \rightarrow \ \beta \text{ (hay } C_{\alpha \rightarrow \beta}).$$

Cho $x \in V$ là một vectơ bất kì và toạ độ của x trong α, β tương ứng là $x/\alpha = (x_1, x_2, ..., x_n)$; $x/\beta = (x'_1, x'_2, ..., x'_n)$.

C được gọi là *ma trận đổi cơ cở* từ α sang β, kí hiệu

$$C: \ \alpha \ \rightarrow \ \beta \text{ (hay } C_{\alpha\rightarrow\beta}).$$

Cho $x \in V$ là một vectơ bất kì và toạ độ của x trong α, β tương ứng là $x/\alpha = (x_1, x_2, ..., x_n)$; $x/\beta = (x'_1, x'_2, ..., x'_n)$.

Khi đó ta có $[x]_\alpha = C[x]_\beta$.

C được gọi là *ma trận đổi cơ cở* từ α sang β, kí hiệu

$$C: \ \alpha \ \rightarrow \ \beta \text{ (hay } C_{\alpha\rightarrow\beta}).$$

Cho $x \in V$ là một vectơ bất kì và toạ độ của x trong α, β tương ứng là $x/\alpha = (x_1, x_2, ..., x_n)$; $x/\beta = (x'_1, x'_2, ..., x'_n)$.

Khi đó ta có $[x]_\alpha = C[x]_\beta$.

hay rõ hơn

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{n1} & c_{n2} & \cdots & c_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x'_1 \\ x'_2 \\ \vdots \\ x'_n \end{bmatrix}. \tag{4.2}$$

C được gọi là *ma trận đổi cơ cở* từ α sang β, kí hiệu

$$C: \ \alpha \ \rightarrow \ \beta \text{ (hay } C_{\alpha\rightarrow\beta}).$$

Cho $x \in V$ là một vectơ bất kì và toạ độ của x trong α, β tương ứng là $x/\alpha = (x_1, x_2, ..., x_n)$; $x/\beta = (x'_1, x'_2, ..., x'_n)$.

Khi đó ta có $[x]_\alpha = C[x]_\beta$.

hay rõ hơn

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{n1} & c_{n2} & \cdots & c_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x'_1 \\ x'_2 \\ \vdots \\ x'_n \end{bmatrix}. \tag{4.2}$$

Công thức (4.2) được gọi là công thức đổi tọa độ từ α sang β.