

(01) Đề thi số: 01

Tên học phần: Đại số tuyến tính

Thời gian làm bài: 75 phút

Loại đề thi: Không sử dụng tài liệu

Ngày thi: 30 /12/2015

Câu I (2.0 điểm) Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 3 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

Ma trận A có khả nghịch không? Nếu có hãy tìm ma trận nghịch đảo của A .

Câu II (2.0 điểm) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 2x_4 = -3 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 8 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - 5x_4 = 5 \\ 4x_1 - 3x_2 - 2x_3 - 10x_4 = 10 \end{cases}$$

Câu III (3.0 điểm) Trong không gian vec tơ \mathbb{R}^4 cho tập hợp:

$$W = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 \mid x_1 - 3x_2 = 0; x_1 - x_2 - x_4 = 0\}$$

- 1) Chứng minh rằng W là không gian vec tơ con của \mathbb{R}^4
- 2) Tính số chiều của W và chỉ ra cho W một cơ sở.

Câu IV (3.0 điểm) Cho ánh xạ tuyến tính $f : P_3 \rightarrow \mathbb{R}^3, f(ax^3 + bx^2 + cx + d) = (a - b, c - d, 2b)$

- 1) Tìm $\text{Ker}f, \text{Im}f$.
- 2) Tìm ma trận của ánh xạ f trong cơ sở $U = \{p_1 = 1, p_2 = x, p_3 = x^2, p_4 = x^3\}$ của P_3 và cơ sở $S = \{u_1 = (1, 0, 0), u_2 = (0, 1, 0), u_3 = (0, 0, 1)\}$ của \mathbb{R}^3 .

..... Hết

Ghi chú: Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm

Giảng viên ra đề
Nguyễn Thị Bích Thủy

Duyệt đề
Phạm Việt Nga

(chú ý lỗi soạn thảo: \mathbb{R}^3 được hiểu là \mathbb{R}^3 , tất cả các ô vuông đều được hiểu là ký hiệu của tập số thực \mathbb{R})

(02) Đề thi số: 02

Tên học phần: Đại số tuyến tính
Thời gian làm bài: 75 phút
Loại đề thi: Không sử dụng tài liệu

Ngày thi: 30 /12/2015

Câu I (2.0 điểm) Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 3 & 2 & -2 \\ 0 & -3 & 1 \end{pmatrix}$

Ma trận A có khả nghịch không? Nếu có hãy tìm ma trận nghịch đảo của A .

Câu II (1.5 điểm) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 3x_3 - 2x_4 = -2 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 3x_4 = 10 \\ -x_1 + 3x_2 - 6x_3 + 2x_4 = 3 \\ 4x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 10x_4 = 10 \end{cases}$$

Câu III (3.0 điểm) Trong không gian vec tơ \mathbb{R}^4 cho tập hợp:

$$W = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 \mid x_1 - 2x_2 = 0; x_1 - x_2 + x_4 = 0\}$$

- 1) Chứng minh rằng W là không gian vec tơ con của \mathbb{R}^4 .
- 2) Tính số chiều của W và chỉ ra cho W một cơ sở.

Câu IV (3.0 điểm) Cho ánh xạ tuyến tính $f: P_3 \rightarrow \mathbb{R}^3, f(ax^3 + bx^2 + cx + d) = (a + b, c - d, 3b)$

- 1) Tìm $\text{Ker}f, \text{Im}f$.
- 2) Tìm ma trận của ánh xạ f trong cơ sở $U = \{p_1 = 1, p_2 = x, p_3 = x^2, p_4 = x^3\}$ của P_3 và cơ sở $S = \{u_1 = (1, 0, 0), u_2 = (0, 1, 0), u_3 = (0, 0, 1)\}$ của \mathbb{R}^3 .

..... Hết

Ghi chú: Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm

Giảng viên ra đề
Nguyễn Thị Bích Thủy

Duyệt đề
Phạm Việt Nga

(chú ý lỗi soạn thảo: \mathbb{R}^3 được hiểu là \mathbb{R}^3 , tất cả các ô vuông đều được hiểu là ký hiệu của tập số thực \mathbb{R})

(03) Đề thi số: 11
Ngày thi: 31/12/2015

Tên học phần: Đại số tuyến tính
Thời gian làm bài: 75 phút
Loại đề thi: Không sử dụng tài liệu

Câu 1 (4.0 điểm).

1) Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -1 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$. Tìm ma trận nghịch đảo (nếu có) của ma trận A .

2) Cho hệ phương trình: (*) $\begin{cases} x - 2y - 5z - 8t = 0 \\ x - y - z - 5t = -2 \\ 2x + y + 10z - t = a - 2 \end{cases}$

- a/. Với giá trị nào của a thì hệ (*) có nghiệm?
b/. Giải hệ với $a = -8$.

Câu 2 (3.0 điểm).

Trong không gian véc tơ \mathbb{R}^4 cho tập hợp:

$$S = \{u = (x, y, z, t) \mid x + y - z = 0\}$$

- 1) Chứng minh rằng S là không gian véc tơ con của \mathbb{R}^4
2) Tìm một cơ sở của S . Tính số chiều của S .

Câu 3 (3.0 điểm)

Trong không gian véc tơ \mathbb{R}^3 cho phép biến đổi tuyến tính f xác định bởi:

$$\forall u = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3, f(u) = (x_1 + 2x_2, 2x_1 + x_2, 3x_3)$$

- 1) Tìm $\ker f, \text{Im} f$.
2) Tìm ma trận A của phép biến đổi tuyến tính f trong cơ sở

$$U = \{u_1 = (1, 0, 1); u_2 = (1, 1, 0); u_3 = (0, 1, 1)\} \text{ của } \mathbb{R}^3$$

..... Hết

Ghi chú: Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm

Giảng viên ra đề
Nguyễn Văn Định

Duyệt đề
Phạm Việt Nga

(chú ý lỗi soạn thảo: \mathbb{R}^3 được hiểu là \mathbb{R}^3 , tất cả các ô vuông đều được hiểu là ký hiệu của tập số thực \mathbb{R})

(04) Đề thi số: 12
Ngày thi: 31/12/2015

Tên học phần: Đại số tuyến tính
Thời gian làm bài: 75 phút
Loại đề thi: Không sử dụng tài liệu

Câu 1 (4.0 điểm)

1) Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -2 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$. Tìm ma trận nghịch đảo của ma trận A (nếu có).

2) Cho hệ phương trình: (*) $\begin{cases} x + 2y + 11z + 4t = -8 \\ 2x - 3y - 6z - 13t = -2 \\ x - y - z - 5t = a \end{cases}$

- a/. Với giá trị nào của a thì hệ (*) có nghiệm?
b/. Giải hệ với $a = -2$.

Câu 2 (3.0 điểm)

Trong không gian véc tơ \mathbb{R}^4 cho tập hợp:

$$S = \{u = (x, y, z, t) \mid x + y - t = 0\}$$

- 1) Chứng minh rằng S là không gian véc tơ con của \mathbb{R}^4
2) Tìm một cơ sở của S . Tính số chiều của S .

Câu 3 (3.0 điểm)

Trong không gian véc tơ \mathbb{R}^3 cho phép biến đổi tuyến tính f xác định bởi:

$$\forall u = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3, f(u) = (2x_1 + x_2, x_1 + 2x_2, 3x_3)$$

- 1) Tìm $\ker f, \text{Im} f$.
2) Tìm ma trận A của phép biến đổi tuyến tính f trong cơ sở

$$U = \{u_1 = (1, 0, 1); u_2 = (1, 1, 0); u_3 = (0, 1, 1)\} \text{ của } \mathbb{R}^3$$

..... Hết

Ghi chú: Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm

Giảng viên ra đề
Nguyễn Văn Định

Duyệt đề
Phạm Việt Nga

(chú ý lỗi soạn thảo: \mathbb{R}^3 được hiểu là \mathbb{R}^3 , tất cả các ô vuông đều được hiểu là ký hiệu của tập số thực \mathbb{R})

(05) Đề thi số: 09
Ngày thi: 05/01/2016

Tên học phần: Đại số tuyến tính
Thời gian làm bài: 75 phút
Loại đề thi: Không sử dụng tài liệu

Câu 1 (3.5đ).

1. Tính $2A^2 + 3A$ với $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$
2. Với giá trị nào của m thì hệ phương trình sau có nghiệm?
$$\begin{cases} x + 2y - z + 2t = 0 \\ -2x + y + z + t = 1 \\ -x + y + 2z - 3t = -2 \\ -2x + 4y + 2z = m \end{cases}$$

Câu 2 (3.5đ). Trong không gian vectơ \mathbb{R}^4 , cho tập

$$V = \{x = (x_1; x_2; x_3; x_4) \mid x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 0\}$$

1. Chứng minh rằng V là một không gian vectơ con của \mathbb{R}^4 .
2. Xác định số chiều và một cơ sở của V .
3. Vectơ $y = (0; -2; -1; 3)$ có thuộc V không? Nếu có, hãy tìm tọa độ của y trong cơ sở đã xác định ở trên.

Câu 3 (3.0đ). Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathcal{M}_2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ xác định bởi:

$$f\left(\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\right) = (a + b, 2b - c, 2a + c)$$

1. Hãy xác định ma trận của f trong cơ sở E của \mathcal{M}_2 và cơ sở B của \mathbb{R}^3 :

$$E = \left\{ e_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; e_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; e_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}; e_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right\}$$
$$B = \{v_1 = (1; 0; 0); v_2 = (0; 1; 0); v_3 = (0; 0; 1)\}$$

2. Tìm $\text{Im}f, \text{Ker}f$.

..... Hết

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Giảng viên ra đề
Nguyễn Thị Thúy Hạnh

Duyệt đề
Phạm Việt Nga

(06) Đề thi số: 10
Ngày thi: 05/01/2016

Tên học phần: Đại số tuyến tính
Thời gian làm bài: 75 phút
Loại đề thi: Không sử dụng tài liệu

Câu 1 (3.5đ).

1. Tính $2A^2 - 3A$ với $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}$
2. Với giá trị nào của m thì hệ phương trình sau có nghiệm?
$$\begin{cases} x - 2y + z + t = 1 \\ 2x + y - z + 2t = 0 \\ x - y + 2z - 3t = -2 \\ 4x - 2y + 2z = m \end{cases}$$

Câu 2 (3.5đ). Trong không gian vectơ \mathbb{R}^4 , cho tập

$$V = \{x = (x_1; x_2; x_3; x_4) \mid x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 0\}$$

1. Chứng minh rằng V là một không gian vectơ con của \mathbb{R}^4 .
2. Xác định số chiều và một cơ sở của V .
3. Vectơ $y = (0; -2; 1; 4)$ có thuộc V hay không? Nếu có, tìm tọa độ của y trong cơ sở đã xác định ở trên.

Câu 3 (3.0đ). Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathcal{M}_2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ xác định bởi:

$$f\left(\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\right) = (a - b, 2b + c, 2a + c)$$

1. Hãy xác định ma trận của f trong cơ sở E của \mathcal{M}_2 và cơ sở B của \mathbb{R}^3 :

$$E = \left\{ e_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; e_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; e_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}; e_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right\}$$
$$B = \{v_1 = (1; 0; 0); v_2 = (0; 1; 0); v_3 = (0; 0; 1)\}$$

2. Tìm $\text{Im}f, \text{ker}f$.

..... Hết

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Giảng viên ra đề
Nguyễn Thị Thúy Hạnh

Duyệt đề
Phạm Việt Nga

(07) Đề thi số: 02

Tên học phần: Đại số tuyến tính

Thời gian làm bài: 75 phút

Loại đề thi: Không sử dụng tài liệu

Ngày thi: 23/01/2015

Câu I (3.5 điểm)

1) Tính định thức
$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & -2 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 3 & -1 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}.$$

2) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 - 3x_3 + x_4 = 5 \\ 2x_1 - 4x_2 - 3x_3 + 4x_4 + 3x_5 = 2 \\ 5x_1 - 10x_2 - 13x_3 + 6x_4 + 2x_5 = 20 \end{cases}$$

Câu II (2.0 điểm)

Trong không gian P_2 các đa thức có bậc không vượt quá 2, cho tập hợp

$$S = \{ax^2 + bx + c \mid a - 2b + c = 0\}$$

- 1) Chứng minh rằng S là một không gian con của P_2 .
- 2) Tìm một hệ sinh của S .

Câu III (3.0 điểm)

Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2, f(x; y; z) = (x - y; y - z)$

- 1) Tìm $\text{Im } f, \text{ker } f$.
- 2) Tìm ma trận của f trong các cơ sở chính tắc của \mathbb{R}^3 và cơ sở $\{v_1 = (1; 0), v_2 = (0; -1)\}$ của \mathbb{R}^2 .

Câu IV (1.5 điểm)

Biết rằng họ các vectơ $U = \{u_1, u_2, u_3\}$ là một cơ sở của không gian vectơ \mathbb{R}^3 .

- 1) Chứng minh rằng với $v_1 = u_1 + u_2, v_2 = 2u_1 - u_2 + u_3, v_3 = u_2 - u_3$ thì họ vectơ $S = \{v_1, v_2, v_3\}$ độc lập tuyến tính. Từ đó hãy chứng minh S cũng là một cơ sở của \mathbb{R}^3 .
- 2) Tìm ma trận chuyển cơ sở từ U sang S .

Hết

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Giảng viên ra đề

Duyệt đề

(chú ý lỗi soạn thảo: \mathbb{R}^3 được hiểu là \mathbb{R}^3 , tất cả các ô vuông đều được hiểu là ký hiệu của tập số thực \mathbb{R})

(08) Đề thi số: 03

Tên học phần: Đại số tuyến tính
Thời gian làm bài: 75 phút
Loại đề thi: Không sử dụng tài liệu

Ngày thi: 23/01/2015

Câu I (3.5 điểm)

1) Tính định thức :

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & -2 \\ 2 & 3 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 3 & 0 \end{vmatrix}.$$

2) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 - 3x_3 + x_4 = 7 \\ -2x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 4x_4 - 3x_5 = -10 \\ 5x_1 - 10x_2 - 13x_3 + 6x_4 + 2x_5 = 32 \end{cases}$$

Câu II (2.0 điểm)

Trong không gian P_2 các đa thức có bậc không vượt quá 2, cho tập hợp

$$S = \{ax^2 + bx + c \mid a - b + 2c = 0\}$$

- 1) Chứng minh rằng S là một không gian con của P_2 .
- 2) Tìm một hệ sinh của S .

Câu III (3.0 điểm)

Cho ánh xạ tuyến tính $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2, f(x; y; z) = (x + y; y + z)$

- 1) Tìm $\text{Im } f, \text{ker } f$.
- 2) Tìm ma trận của f trong các cơ sở chính tắc của \mathbb{R}^3 và cơ sở $\{v_1 = (1; 0), v_2 = (0; -1)\}$ của \mathbb{R}^2 .

Câu IV (1.5 điểm)

Biết rằng họ các vectơ $U = \{u_1, u_2, u_3\}$ là một cơ sở của không gian vectơ \mathbb{R}^3 .

- 1) Chứng minh rằng với $v_1 = u_1 - u_2, v_2 = -u_1 + u_2 - u_3, v_3 = u_2 + u_3$ thì họ vectơ $S = \{v_1, v_2, v_3\}$ độc lập tuyến tính. Từ đó hãy chứng minh S cũng là một cơ sở của \mathbb{R}^3 .
- 2) Tìm ma trận chuyển cơ sở từ U sang S .

Hết

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Giảng viên ra đề

Duyệt đề

(chú ý lỗi soạn thảo: \mathbb{R}^3 được hiểu là \mathbb{R}^3 , tất cả các ô vuông đều được hiểu là ký hiệu của tập số thực \mathbb{R})

(09) Đề thi số: 04
Ngày thi: 23/01/2016

Tên học phần: Đại số tuyến tính
Thời gian làm bài: 75 phút
Loại đề thi: Không sử dụng tài liệu

Câu I (3.0 điểm) Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

- 1) Tìm ma trận nghịch đảo (nếu có) của ma trận A bằng cách sử dụng ma trận phụ hợp.
- 2) Tìm các giá trị riêng (nếu có) của ma trận A .

Câu II (3.0 điểm)

Xét hệ phương trình tuyến tính thuần nhất:
$$\begin{cases} x - y + z - t = 0 \\ x - z + 2t = 0 \\ 2x - y - z = 0 \\ -x + 2y - 2z + mt = 0 \end{cases} (*)$$

- 1) Với điều kiện nào của m thì hệ phương trình (*) có nghiệm khác nghiệm tầm thường? Với m vừa tìm được, hãy giải hệ và chỉ ra 1 nghiệm cụ thể (khác nghiệm tầm thường) của hệ.
- 2) Trong không gian \mathbb{R}^4 , hệ vectơ sau đây có độc lập tuyến tính không? Vì sao? (gợi ý: có thể sử dụng kết quả ý 1)

$$\{v_1 = (1, 1, 2, -1), v_2 = (-1, 0, -1, 2), v_3 = (1, -1, -1, -2), v_4 = (-1, 2, 0, 5)\}$$

Câu III (4.0 điểm) Ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ xác định bởi

$$f(x, y, z) = (x + y + 2z, y - z, x + 3y)$$

- 1) Chứng minh rằng $\ker f$ là một không gian vectơ con của \mathbb{R}^3 .
- 2) Tìm $\text{Im} f$ và chỉ ra một cơ sở của $\text{Im} f$.
- 3) Tìm ma trận của ánh xạ f trong cơ sở $U = \{u_1 = (0, 1, 0); u_2 = (0, 1, 1); u_3 = (1, 1, 1)\}$ của \mathbb{R}^3 .

..... Hết

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Giảng viên ra đề

Duyệt đề

(chú ý lỗi soạn thảo: \mathbb{R}^3 được hiểu là \mathbb{R}^3 , tất cả các ô vuông đều được hiểu là ký hiệu của tập số thực \mathbb{R})

(10) Đề thi số: 05
Ngày thi: 23/01/2016

Tên học phần: Đại số tuyến tính
Thời gian làm bài: 75 phút
Loại đề thi: Không sử dụng tài liệu

Câu I (3.0 điểm) Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

- 1) Tìm ma trận nghịch đảo (nếu có) của ma trận A bằng cách sử dụng ma trận phụ hợp.
- 2) Tìm các giá trị riêng (nếu có) của ma trận A .

Câu II (4.0 điểm)

Xét hệ phương trình tuyến tính thuần nhất:
$$\begin{cases} x - y + z - t = 0 \\ 2x - y + t = 0 \\ x - 2z + t = 0 \\ -x + 2y - 2z + mt = 0 \end{cases} \quad (*)$$

- 1) Với điều kiện nào của m thì hệ phương trình (*) có nghiệm khác nghiệm tầm thường? Với m vừa tìm được, hãy giải hệ và chỉ ra 1 nghiệm cụ thể (khác nghiệm tầm thường) của hệ.
- 2) Trong không gian \mathbb{R}^4 , hệ vectơ sau đây có độc lập tuyến tính không? Vì sao? (gợi ý: có thể sử dụng kết quả ý 1)

$$\{v_1 = (1, 2, 1, -1), v_2 = (-1, -1, 0, 2), v_3 = (1, 0, -2, -2), v_4 = (-1, 1, 1, 5)\}$$

Câu III (3.0 điểm) Ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ xác định bởi

$$f(x, y, z) = (-x + y + z, x + 2y, 3y + z)$$

- 1) Chứng minh rằng $\ker f$ là một không gian vectơ con của \mathbb{R}^3 .
- 2) Tìm $\text{Im} f$ và chỉ ra một cơ sở của $\text{Im} f$.
- 3) Tìm ma trận của ánh xạ f trong cơ sở $U = \{u_1 = (0, 1, 0); u_2 = (0, 1, 1); u_3 = (1, 1, 1)\}$ của \mathbb{R}^3 .

..... Hết

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Giảng viên ra đề

Duyệt đề

(chú ý lỗi soạn thảo: \mathbb{R}^3 được hiểu là \mathbb{R}^3 , tất cả các ô vuông đều được hiểu là ký hiệu của tập số thực \mathbb{R})