VI

Những thiên thần hộ mệnh

"Khi Perelman tốt nghiệp, mẹ cậu ta có tới gặp tôi", Zalgaller nhớ lại. "Bà ấy nói rằng ước mơ của con bà là được giữ lại ở viện của chúng tôi". Ý bà muốn nói tới phân viện ở Leningrad của Viện Toán Steklov thuộc Viện Hàn lâm Khoa học Liên Xô. Rõ ràng, Zalgaller không nghĩ là có điều gì đó lạ lùng trong chuyện mẹ của một người đàn ông đã trưởng thành tới để bàn với ông về triển vọng làm nghiên cứu sinh của con trai bà. Cả Zalgaller và Lubov Perelman hẳn là có những lý do thích đáng để tin rằng cần phải có sự can thiệp, vì bản thân Perelman không muốn và cũng không thể làm những điều để được ở lại làm nghiên cứu sinh.

Kể từ ngày Zalgaller thấy tên mình trên thông báo vào cuối những năm 1940, chính sách tuyển nghiên cứu sinh vẫn chẳng thay đổi là bao: nghĩa là vẫn rất hạn chế đối với người Do Thái. Viện Toán Steklov lại càng kinh khủng hơn. Một bức thư ngỏ do một nhóm các nhà toán học Mỹ phát tán tại Đại hội toán học thế giới tổ chức

ở Helsinki năm 1978 có nói: "Viện Toán Steklov là viện nghiên cứu có uy tín trong lĩnh vực toán học. Trong ba mươi năm trở lại đây, viện trưởng của viện này là viện sĩ I.M. Vinogradov, người đã tự hào về sự thật là dưới sự lãnh đạo của ông Viện đã "thoát" khỏi những người Do Thái... Nắm những vị trí then chốt về toán học bây giờ là những người không chỉ không sẵn sàng bảo vệ những lợi ích của khoa học và của các nhà khoa học đối mặt với quyền lực mà thậm chí còn vượt ra ngoài những hướng dẫn chính thức trong các chính sách phân biệt về chính trị và chủng tộc".

Ivan Vinogradov là một nhà lý thuyết số, người lãnh đạo Viện Steklov gần một nửa thế kỷ và đã biến chính sách bài Do Thái thành một cuộc vận động chống cá nhân. Vào thời gian Perelman gần tốt nghiệp đại học, Vinogradov đã mất được bốn năm – một thời gian chưa đủ dài để tạo nên những thay đổi trong di sản năm mươi năm của chính sách bài Do Thái. Những người kế tục Vinogradov vẫn tiếp tục những chính sách đó một cách khá tích cực và hoàn toàn phù hợp với những chính sách cơ bản của Liên Xô. Tình trạng của Perelman còn phức tạp hơn nữa, bởi thực tế là toàn bộ những quyết định của Viện Steklov đều được làm ở Moscow, lãnh đạo phân viện Leningrad chỉ có ảnh hưởng rất nhỏ. Ngoài ra, giám đốc mới của phân viện Leningrad là Ludvig Faddeev, con thừa tự của một gia đình quý tộc Nga ở St. Petersburg và hơi lập dị (nhà toán học này mang tên Beethoven). Ông không bao giờ tỏ rõ cá nhân ông có chống lại chính sách bài Do Thái của Viện hay không. "Tôi không biết chắc Faddeev nghĩ gì về ý tưởng này", Zalgaller nhớ lại. Chữ "ý tưởng" ở đây là muốn nói việc dành một suất nghiên cứu sinh cho một trong những sinh viên tài năng và cần mẫn nhất đã từng tốt nghiệp ở khoa Toán Cơ. "Vì vậy, tôi tham khảo ý kiến của Burago".

Yuri Burago là sinh viên cũ của Zalgaller, vào thời gian đó ông lãnh đạo một phòng thuộc phân viện Steklov ở Leningrad.

Zalgaller và Burago đã cùng nhau lập ra một kế hoạch. Đơn xin của Perelman gửi Viện Steklov chắc sẽ bị phản đối dữ dội. Alexander Danilovich Alexandrov sẽ phải viết một bức thư gửi lãnh đạo Viện đề nghị cho phép Perelman được làm nghiên cứu sinh ở phân viện Leningrad do chính Alexandrov hướng dẫn. Chính sự đòi hỏi vô lý – một viện sĩ chính thức của Viện Hàn lâm Khoa học, một con người là trung tâm của nền hình học Xô Viết lại đi viết thư thay cho một giáo sư có vị trí khiêm tốn ở trường đại học – đã đảm bảo cho sự thành công của kế hoạch.

"Nếu chính Burago muốn nhận Perelman làm nghiên cứu sinh của mình thì chắc họ sẽ không cho", Aleksei Verner, một sinh viên và cũng là một đồng tác giả của Alexandrov, nói với tôi. "Nhưng họ không thể nói 'không' với Alexandrov được". Valery Ryzhik, người ngồi cạnh Verner trong cuộc nói chuyện này, đã tỏ vẻ đồng ý và kể thêm rằng chính Alexandrov đã nói với anh, ông đã viết trong bức thư đó rằng "đây chỉ là một loại tình huống ngoại lệ nên bỏ qua yếu tố dân tộc". Hãy tạm gác sang một bên những giả thuyết phía sau hồi ức này – đặc biệt là ý tưởng cho rằng Alexandrov hoặc Ryzhik hoặc cả hai đều tin rằng thông thường thì yếu tố dân tộc *phải* được tính đến – điều thực sự đáng kinh ngạc ở đây là gần như mọi người thuộc cộng đồng toán học ở Leningrad đều tham gia ít nhiều vào câu chuyện này. Tất cả mọi người, tất nhiên là trừ Grisha Perelman.

"Tôi đã tin chắc rằng thế nào Perelman cũng sẽ gặp vấn đề trong kỳ tuyển nghiên cứu sinh", Golovanov nhớ lại. "Giấy tờ của anh ấy đều ghi rõ là người Do Thái; còn của tôi may mắn là không. Do vậy vấn đề này phải trình tới cấp cao nhất, một cấp mà vào thời đó cao

vời vợi đối với tôi. Kể cũng hơi buồn cười. Đúng là Grisha vẫn là Grisha thôi, nhưng hồi đó anh ấy cũng chỉ là một sinh viên vừa tốt nghiệp đầy tham vọng. Thế mà các thành viên của Viện Hàn lâm quay vào đấu tranh cho anh ấy".

Nhưng Grisha có đem hết nỗ lực để giành bằng được một suất nghiên cứu sinh hay anh ta dửng dưng với chuyện đó? Tôi hỏi. "Nỗ lực hay dửng dưng không phải là những khả năng duy nhất". Golovanov tựa người vào lưng ghế và cười một cách thỏa mãn, rồi nhắc lại một câu mà anh dùng liên lục trong suốt cuộc nói chuyện của chúng tôi: "Grisha rất giỏi, tôi xin nhắc lại điều đó. Nhưng câu nói này không liên quan gì đến tài năng toán học của anh ấy cả, tài năng đó thì mọi người đều thừa nhận rồi. Grisha là người rất giỏi. Nghĩa là tôi không thể hình dung anh ấy lại dửng dưng đối với quá trình đó. Nhưng tôi phải thú nhận rằng chúng tôi chưa bao giờ nói chuyện với nhau về chuyện này".

Nói cách khác, Golovanov và Perelman, những người đã biết nhau hơn chục năm, cùng được hưởng một nền giáo dục toán học bên cạnh nhau và cùng ngồi thi tuyển nghiên cứu sinh (có hai bài thi: một bài về các môn toán được chọn của họ và một bài về lịch sử Đảng), cả hai đều tế nhị lảng tránh không bàn về chuyện con voi trong phòng (ý nói một chuyện đã rõ mười mươi – ND). Lý do của Golovanov đã quá rõ ràng: anh là một người quá ư lịch sự và hầu như đã ý thức được một cách nhức nhối về độ nhạy cảm tiềm tàng của bạn mình – vào năm 1987, anh đã ý thức được một cách sâu sắc cái ưu thế không được chính đáng lắm mà anh đã được hưởng, đơn giản bởi vì những giấy tờ của anh không bị dán nhãn Do Thái. Hành vi của Perelman cũng hoàn toàn phù hợp với tính cách của anh. Hệ thống thi tuyển nghiên cứu sinh vừa bí hiểm, rắc

rối vừa kỳ thị, có thể không phù hợp với quan điểm của Perelman về thế giới toán học, một thế giới công bằng và trọng dụng nhân tài. Cũng có thể anh không chỉ không muốn mà còn không thể nói về sự bất định của tương lai toán học của anh và việc dùng mưu mẹo để cứu vãn nó.

Thực tế, cách tiếp cận của Perelman đối với vấn đề kiếm một suất nghiên cứu sinh là hình ảnh phản chiếu của Zalgaller. Ông già đã căm ghét ý tưởng phải mắc nợ ai đó tới mức ông đã buộc mình tránh xa cái hệ thống xấu xa và đang thối nát ấy và ông đã tự gạch bỏ tên mình khỏi danh sách đỗ. Tương tự, Perelman cũng không chấp nhận ý tưởng phải mắc nợ ai đó, nhưng anh lại không đếm xỉa đến khía cạnh phía sau sân khấu của quá trình tuyển nghiên cứu sinh, dường như là gạch bỏ phần đó của câu chuyện. Trong sơ đồ tổng thể của sự việc như đã được các thầy giáo của Perelman dàn xếp cho anh, tất nhiên Perelman là đúng: những điều ô danh mà hệ thống Xô Viết buộc các học giả của nó phải chịu, đặc biệt là học giả Do Thái, không có quan hệ gì với hoạt động toán học và cũng không thể tuyên bố có quyền đối với bộ óc của nhà toán học. Theo truyền thống, trong nửa sau của thế kỷ 20, các nhà toán học Xô Viết đã chấp nhận rằng những ai muốn làm toán đúng nghĩa sẽ bị hạ xuống thế giới của toán học không chính thống, ở đó cũng có học bổng nhưng không có đặc quyền đặc lợi. Còn những người thuộc thế giới toán học chính thống thì có phòng làm việc rộng rãi, có lương bổng, căn hộ do Viện Hàn lâm phân phối và thậm chí đôi khi được ra nước ngoài công tác nữa, nhưng với điều kiện phải phục tùng hệ tư tưởng, sự kỳ thị và tham nhũng. Đầu óc tổng hợp của Perelman không thể chấp nhận một sự lưỡng phân như thế. Anh muốn làm toán theo cách và ở chỗ cần phải làm – đó là phân viện Leningrad

của Viện Toán Steklov. Lòng nhân hậu của các đồng nghiệp đã can thiệp cho anh và lòng tốt của bạn bè không đàm tiếu về chuyện này đã cho phép anh được sống trong thế giới đúng như anh hình dung.

■ ■

Mùa thu năm 1987, Grisha Perelman đã trở thành nghiên cứu sinh của phân viện Leningrad thuộc Viện Toán Steklov. Alexander Danilovich Alexandrov chính thức ghi tên là người hướng dẫn luận án của anh – và Perelman đã trở thành người cuối cùng được hưởng vinh dự đó – nhưng thực tế anh làm việc trong nhóm của Burago. Khi ấy không ai biết chuyện đó cả, nhưng có thể nói rằng đối với một nhà toán học, không có một nơi nào và thời điểm nào tốt hơn để bắt đầu sự nghiệp nghiên cứu của mình.

Một năm trước khi Perelman tốt nghiệp Đại học Tổng hợp Leningrad, Tổng bí thư Đảng Cộng sản Mikhail Gorbachev đã tuyên bố một loạt những cải tổ rộng khắp, được gọi là *perestroika*. Vào cuối năm 1986, nhà vật lý Andrei Sakharov, giải thưởng Nobel Hòa bình và là một nhà hoạt động nổi tiếng về nhân quyền đã từ thành phố Gorki – nơi ông bị quản thúc tại gia – trở về Moscow. Vào đầu năm 1987, theo như tường trình, tất cả các tù nhân chính trị của Liên Xô đều được thả. Năm 1988, ngay sau khi trở thành nghiên cứu sinh, Perelman đã được chứng kiến buổi bình minh của thời đại minh bạch (*glasnost*), một thời đại vàng ngắn ngủi của trí thức Xô Viết, khi mà lượng bạn đọc các tạp chí dày cộm của giới trí thức tăng vọt lên hàng triệu và những cuộc bàn tán về tương lai của nước Nga bắt đầu nở rộ trên cả nước. Vào năm 1989, năm Perelman viết luận án, cả nước dán mắt vào tivi quan sát những cuộc bầu cử bán

dân chủ đầu tiên và sau đó là những cuộc tranh luận công khai đầu tiên trong nghị viện. Một sự phấn khích rộng lớn như thế khiến cho người thậm chí vốn có khinh bỉ chính trị như Perelman đi nữa cũng không cưỡng nổi toàn bộ tinh thần chung lúc đó.

Thật là cực kỳ may mắn cho Perelman vì anh bắt đầu sự nghiệp của mình vài năm trước khi những cải cách kinh tế vào đầu những năm 1990 làm kiệt quệ các viện nghiên cứu, buộc thành viên Viện Hàn lâm Nga hoặc phải tồn tại bấp bênh dựa hết vào trợ cấp nghiên cứu này đến trợ cấp nghiên cứu khác, hoặc sống bất định như con thoi đi đi về về giữa những hợp đồng giảng dạy ngắn hạn ở nước ngoài và vị trí nghiên cứu trong nước. Vào cuối những năm 1980, theo ước tính của Golovanov thì "một học bổng của nghiên cứu sinh chỉ hơn mức lương có thể tồn tại được 10 rúp một tháng". Vào cùng thời gian đó cũng đang diễn ra một thay đổi có tầm quan trọng bậc nhất trong sự vận hành của các viện nghiên cứu: Bức màn sắt đã được vén lên. Các học giả Xô Viết đã có thể đi ra nước ngoài và các nhà nghiên cứu nước ngoài đã có thể đến và đi mà không bị ngăn trở, sự kiểm duyệt đối với các tạp chí khoa học nước ngoài được gỡ bỏ (cuộc khủng hoảng kinh tế còn chưa làm cho việc đặt mua sách báo của các thư viện bị cắt hết), và việc liên lạc thông qua thư từ và điện thoại đã có thể thực hiện được một cách dễ dàng mà lẽ ra điều đó đã phải có từ lâu. Điều này có ý nghĩa đối với các viện như Viện Steklov là ý thức được rằng sự thay đổi và cơ hội của giới trí thức có mặt ở khắp nơi. Còn điều này có ý nghĩa đối với Perelman là con đường của anh tiến tới nhóm tinh hoa toán học quốc tế trở nên hoàn toàn tự nhiên và dễ dàng – đồng thời quan niệm của anh về thế giới không còn bị thách thức nữa. Và giờ đây, anh muốn gặp Mikhail Gromov.

■ ■

Sau một thời điểm nào đó, tên tuổi của Mikhail Gromov trở nên gắn liền với hầu hết những thứ quan trọng mà Perelman đã làm. Tất cả những người tôi phỏng vấn khi lần theo hành trình của Perelman qua thời kỳ nghiên cứu sinh đều nhắc tới Gromov: ông đã giới thiệu Perelman cho vị trí nghiên cứu này hay khác, rồi ông đưa Perelman tới các hội nghị khoa học và thậm chí còn là đồng tác giả một bài báo viết cùng anh.

Zalgaller gọi Gromov là "sản phẩm tốt nhất mà trường Tổng hợp Leningrad đã tạo ra được". Gromov bảo vệ luận án tiến sĩ ở đây năm 1968, ở tuổi 25; người hướng dẫn luận án của ông là Vladimir Rokhlin, nhà topo học đang bị truy đuổi đã được Alexandrov cứu thoát. Gromov cũng có mẹ là người Do Thái, khó khăn lắm ông mới nhận được một vị trí nghiên cứu ở Viện Steklov và được bổ nhiệm giáo sư ở Đại học Tổng hợp Leningrad mà thậm chí ông không muốn lắm, và rồi vào cuối những năm 1970 ông đã di cư sang Mỹ làm việc tại Viện Courant ở Đại học New York. Sau này, khi đã trở thành một trong những nhà hình học đứng đầu thế giới, ông bắt đầu phải phân chia thời gian của mình cho Viện Courant và một viện cực kỳ có uy tín của Pháp là Viện nghiên cứu khoa học cao cấp (IHES) đặt ở ngoại ô Paris.

Tôi đã phỏng vấn Gromov tại Viện Henri Poincaré ở Paris. Viện này là một bộ phận thuộc Đại học Pierre et Marie Curie, được dành cho các hội nghị và seminar về toán học và vật lý lý thuyết. Trang web của trường đại học này và các tấm biển được đặt trên những chiếc bàn gỗ lớn hình tròn trong quán cà phê của Viện đều nói như vậy: DÀNH ĐỂ PHỤC VỤ CÁC NHÀ TOÁN HỌC VÀ VẬT LÝ LÝ

THUYẾT. Khi tôi tới quán thì Gromov đang sôi nổi thảo luận với nhà topo học người Mỹ Bruce Kleiner, người mà tôi đã phỏng vấn ở New York mấy tháng trước. Khi tôi bước tới gần bàn thì Kleiner đứng dậy bỏ đi nhưng vì còn quá xúc động về cuộc thảo luận nên đã quên chào tôi. Thay vào đó, ông quay lại để đối mặt Gromov và nói rằng khoa học mà trong đó chẳng chứng minh gì cả thì hoàn toàn không phải là khoa học. Gromov đáp lại rằng một hệ thống thay thế khác vẫn còn là nhất quán, phi mâu thuẫn. "Thế anh đã nói chuyện với một kẻ lang thang ngoài đường phố chưa?" Kleiner hỏi và tỏ ra rất bực tức. "Họ cũng có một số ý tưởng rất vĩ đại đấy". Tôi nghĩ ông ấy muốn nói điều gì đó về tất cả những người điên rồ có một hệ thống nhất quán nội tại muốn đưa ra, nhưng Kleiner do quá bức xúc nên không nói được một cách mạch lạc cái ý tưởng đó. Gromov cũng nổi cáu, ông vẫy tay và nói "Không, không!" Chính ông nhìn cũng rất giống với kẻ lang thang ngoài phố: áo quần rộng thùng thình khoác cẩu thả trên tấm thân rất gầy guộc, chiếc quần *jean* thắt lưng đen đã bạc màu; chiếc áo sơ mi đứt cúc màu xanh nhạt bó sát vào ngực và đã sờn ở tay; cả bộ râu lẫn mái tóc đều màu xám mọc tua tủa về mọi hướng.

Kleiner bỏ đi và Gromov quay về phía tôi, vẫn còn tỏ vẻ bực tức. Đầu tiên ông nổi giận trước những câu hỏi của tôi là vì sao ông lại rời Liên bang Xô Viết. "Tại sao lại không?" ông hỏi bằng thứ tiếng Nga lơ lớ vì đã hơn ba mươi năm sống xa Tổ quốc. "Tất cả mọi người đi, thì tôi cũng đi. Người ta cho tôi một công việc ở Mỹ và tôi đi tới đó". Tôi có đủ thông tin để biết rằng ông đã không nói hết sự thật với tôi, nhưng tôi cũng hiểu để không thúc ép: rõ ràng hiện ông không có tâm trạng để nói về những gian khổ rất lâu về trước trong quá trình di cư của người Do Thái ra khỏi Liên Xô.

"Tôi biết ông là người đã đưa Perelman tới phương Tây", tôi thăm dò.

"Tôi có tham gia vào chuyện đó", Gromov nói và vẫn còn tỏ vẻ khó chịu. "Nhưng đó là sáng kiến của Burago".

"Nhiều người đã nói với tôi rằng ông là người đã xuất hiện và nói có một nhà toán học vĩ đại mới".

"Burago nói với tôi như vậy. Và có lẽ tôi đã nhắc lại điều đó với những người khác".

"Thế Burago đã nói gì với ông?"

"Ông ta nói ông ta có một nhà toán học trẻ rất giỏi".

"Và cần phải đưa anh ta tới đây?"

"Đúng, cần phải thu xếp để đưa anh ta tới đây".

Gromov đã thu xếp cho Perelman tới làm việc ở Viện nghiên cứu khoa học cao cấp (IHES) ngay sau khi anh bảo vệ xong luận án ở Viện Steklov vào năm 1990. Ở IHES, Perelman bắt đầu nghiên cứu về các không gian Alexandrov. Ông già này đã bỏ chủ đề đó từ những năm 1950, nhưng giờ đây ba hậu duệ toán học của ông là Burago, Gromov và Perelman đã cùng nhau nghiên cứu về nó.

Năm 1991, Gromov đã giúp Perelman tới Festival Hình học, một sự kiện thường niên được tổ chức ở bờ Đông nước Mỹ, mỗi năm ở một nơi khác nhau. Năm đó được tổ chức ở Đại học Duke. Perelman đã có một bài thuyết trình về các không gian Alexandrov mà một năm sau đã trở thành công trình quan trọng đầu tiên của anh được công bố cùng với hai đồng tác giả là Gromov và Burago. Gromov luôn nhắc về Perelman với những người cần thiết để đảm bảo anh sẽ được mời làm nghiên cứu sau tiến sĩ (postdoc) ở Mỹ.

Khi Gromov và tôi nói chuyện với nhau, tôi bắt đầu hiểu được động cơ của ông, hay đúng hơn là chiều sâu sự cam kết của ông với dự án Perelman. "Khi anh ấy bước vào hình học", Gromov nói, "vào thời gian đó, anh đã là một nhà hình học mạnh nhất. Trước khi anh ấy rút vào bí mật, chắc chắn anh ấy là người giỏi nhất thế giới".

"Điều đó có nghĩa là gì ạ?"

"Anh ấy đã làm được một công trình tốt nhất", Gromov trả lời với một sự chính xác hoàn hảo. Tôi bỗng nhớ đến câu chuyện đùa mà một nhà toán học đã kể cho tôi: Có một nhóm người bay trên khí cầu bị gió đưa đi. Sau khi bị trôi một quãng xa, mọi người nhìn thấy một người đàn ông ở bên dưới bèn gọi to: "Này ông, chúng tôi đang ở đâu đây?". Người đó, thật tình cờ lại là một nhà toán học, đáp: "Các ông đang ở trên khí cầu".

Nhưng khi chúng tôi nói chuyện nhiều hơn, tôi nhận thấy Gromov đã coi Perelman thực sự là một *con người* tốt nhất, không chỉ là nhà hình học giỏi nhất mà còn là một con người tốt nhất có liên quan đến toán học. Gromov so sánh Perelman với Isaac Newton, nhưng ngay lập tức sửa lại: "Newton là một con người khá tồi. Perelman tốt hơn nhiều. Anh cũng có một số lỗi, nhưng rất ít". Lỗi của anh ấy là đôi khi tấn công cả bạn bè, Gromov giải thích, nhưng những xung đột đó quá nhỏ so với lòng tốt tự nhiên quá mạnh mẽ của anh ấy. "Anh ấy có những nguyên tắc đạo đức mà anh luôn tuân theo. Và điều đó làm cho mọi người ngạc nhiên. Họ thường nói rằng anh ấy hành động rất lạ vì anh ấy hành động trung thực, theo cách không tuân theo các tục lệ xã hội – một điều rất không phổ biến trong cộng đồng – thậm chí mặc dù lẽ ra nó phải là chuẩn mực. Một đặc điểm chủ yếu của anh là anh hành động rất lịch sự. Anh luôn đi theo những lý tưởng đã được lặng lẽ chấp nhận trong khoa học".

Nói cách khác, Perelman là mẫu mực cần phải hướng tới của một nhà toán học – và cả của con người nữa. Sau ngày hôm đó, tôi lang thang khắp Paris với một nhà toán học và lịch sử khoa học người Pháp, người luôn miệng phàn nàn về hiện trạng của nền toán học Pháp, về sự thương mại hóa của khoa học và sự tham gia vô nguyên tắc của những người như Gromov, người luôn có mặt ở đó trong khi IHES in ra cả đống những cuốn sách gây quỹ nhạt nhẽo. Tôi nhận thấy rằng, nếu muốn, Gromov cũng có thể có nguyên tắc như Perelman, như tuyệt đối tránh xa sự từ thiện hóa trong toán học hoặc khinh bỉ chân thành những thừa nhận rỗng tuếch. Điều đó giải thích tại sao Gromov đã nhận Perelman như một việc nghĩa, cũng như tại sao ông phản đối nhận phần công lao đã giúp đỡ anh ấy.

Đường dây các thiên thần hộ mệnh của Perelman đã tiếp nối như thế này: Rukshin đã dẫn dắt anh vào thứ toán học olympic, Ryzhik đã săn sóc anh trong suốt thời gian học trung học, Zalgaller đã nuôi dưỡng những kỹ năng giải toán của anh ở trường đại học và trao anh cho Alexandrov và Burago để đảm bảo cho anh được làm toán không bị gián đoạn và cản trở. Rồi Burago đã chuyển anh cho Gramov, người đã đưa anh ra thế giới.

VII

Chuyến khứ hồi

Nếu Perelman sinh sớm hơn khoảng mười năm hoặc thậm chí chỉ năm năm thôi thì sự nghiệp của anh chắc đã phải dừng lại vào lúc anh vừa viết xong luận án: vì sẽ rất khó khăn, nếu không muốn nói là không thể, để một người Do Thái bảo vệ luận án ở Viện Steklov và được giữ lại làm nghiên cứu viên ở đó; thậm chí sự can thiệp của người có ảnh hưởng như Alexander Danilovich Alexandrov cũng không thể đảm bảo sẽ thành công. Còn nếu Perelman sinh muộn hơn mười năm, thậm chí năm năm thôi, thì anh sẽ không thể làm nghiên cứu sinh được: chính sách kỳ thị người Do Thái của nhà nước bây giờ không còn thành vấn đề nữa, nhưng gia đình anh rất có thể sẽ không có điều kiện để cung đốn cho anh tiếp tục học ở trường vì học bổng của nghiên cứu sinh chỉ đủ mua ba ổ bánh mì đen. Nhưng Grisha Perelman đã sinh đúng thời điểm và khi anh hoàn tất luận án thì anh lại ở đúng nơi, đúng chốn: một đất nước đang suy sụp đã để cho các công dân của mình, lần đầu tiên trong suốt bảy thập niên, tự do ra nước ngoài. Anh thuộc thế hệ may mắn nhất của các nhà toán học

Nga. Giống như hàng triệu công dân Xô Viết khác, Perelman đã bắt đầu cuộc sống mới vào khoảng năm 1990, một cuộc sống hòa nhập cùng thế giới. Sự đúng lúc của những thay đổi đó thật tình cờ khiến cho Perelman có thể được tha thứ vì đã tin thế giới vận hành theo cách chính xác như nó cần phải thế. Chỉ khi Perelman cần phải mở rộng phạm vi giao thiệp về toán học của mình thì những cơ hội để làm điều đó mới tự trình hiện.

Trong phần mới mẻ đó của cuộc đời Perelman, một loạt các nhân vật mới đã xuất hiện. Bất kể họ có biết hay không – mà nhiều khả năng là họ không biết, vì Perelman là người dè dặt và kín tiếng với họ cũng như với phần lớn những người khác – và bất kể anh có quan tâm hay không, họ đều sẽ đóng những vai trò quan trọng trong sự phát triển sự nghiệp của anh. Ngoài Gromov ra, những người này gồm có Jeff Cheeger, Michael Anderson, Gang Tian (Điền Cương), John Morgan và Bruce Kleiner.

Cheeger là một nhà toán học Mỹ quan trọng, nhiều tuổi hơn Perelman một thế hệ. Ông làm việc ở Viện Courant trong một văn phòng lớn và thoáng đãng, nằm ở một tòa nhà cao trong khuôn viên Đại học New York. Giống như những người quen khác ở Mỹ của Perelman, Cheeger thấy Perelman vừa dễ mến vừa bí hiểm khó hiểu, và thi thoảng có hơi bực bội một chút, nên ông luôn nói năng thận trọng với hy vọng không làm anh bị xúc phạm. Cheeger nhớ lại lần đầu tiên ông nghe nói về Perelman là từ Gromov: "Ông ấy quay lại và nhắc rằng ông ấy đã gặp Perelman, một chàng trai cực kỳ ấn tượng". Năm 1991, Cheeger gặp Perelman ở Festival Hình học tại Đại học Duke. Và sau đó anh đã tới Viện Courant với tư cách là một postdoc vào mùa thu năm 1992. Anh vẫn tiếp tục nghiên cứu các không gian Alexandrov.

Vào thời gian Perelman tới Mỹ, anh mới 26 tuổi, không còn bụ bẫm, nhưng cao và khỏe mạnh. Bộ râu của anh đã thoát ra khỏi giai đoạn mọc thành búi, lộn xộn và lan rộng, giờ đây nó dày, đen và rậm rạp. Anh để tóc dài. Anh không tin vào chuyện cắt tóc hay cắt móng tay – một số người nghĩ rằng họ có nhớ một câu nói gì đó của anh về chuyện thiếu tự nhiên của sự cắt tỉa này, nhưng không ai có thể đảm bảo là nhớ chính xác, đúng hơn là có nhiều khả năng Perelman đã nhận thấy những quy ước về vệ sinh cá nhân cũng như về diện mạo bên ngoài là không hợp lý và chỉ làm mệt nhọc thêm. "Cô biết đấy, anh ta rất rất nổi tiếng là người lập dị", Cheeger nói, ví dụ như móng tay, đầu tóc, thói quen ngày nào cũng mặc cùng một thứ quần áo – mà chủ yếu là chiếc áo jacket bằng nhung màu nâu – và vật bất ly thân của anh là một loại bánh mỳ đen đặc biệt chỉ có thể mua tại một cửa hiệu Nga ở Brooklyn Beach mà Perelman thường đi bộ tới từ Manhattan.

Về mặt cấu trúc, cuộc sống của một postdoc ở Mỹ cũng không khác lắm so với một nghiên cứu sinh ở Nga. Người ta để cho anh khá tự do làm các công việc của mình, nhưng anh thấy không có lý do gì để không tận dụng tối đa thời gian ở lại Viện Courant. Viện này được đặt khá thuận tiện trong một tòa tháp bêtông cũng vuông vắn và vô hồn như bất cứ tòa nhà nào được xây dựng ở Nga ba mươi năm trước. Viện nhìn ra Công viên thuộc Quảng trường Washington, một vị trí bằng phẳng, với những đường kỷ hà và kiến trúc trang trọng như bất cứ một công viên nào khác ở St. Petersburg hay Paris, nơi Perelman đã có dịp sống vài ba tháng. Để hoàn tất cảm giác thân thuộc của mình, anh thường đi ra bên ngoài, tới tận Brooklyn để mua bánh mì và sữa chua – và bằng cách đi bộ như thế anh đã đảm bảo được cho mình cả sự cô đơn lẫn thước đo sức

khỏe. Một thời gian sau, anh lại có mẹ đợi chờ anh ở đầu kia của hành trình đến Brooklyn: bà đã theo anh đến Mỹ và ở nhờ những người thân ở Brighton Beach. Ngay trong Viện Courant, Perelman cũng không nhận thấy phải tốn công sức cho những nhu cầu xã hội. Thông lệ của các seminar toán học là luôn có mặt hàng loạt các gương mặt quen thuộc, Gromov, Burago và các nhà toán học khác ở St. Petersburg cũng thỉnh thoảng có mặt tại đây.

Perelman đã kết bạn với một người của Viện Courant. Tôi không chắc Gang Tian có biết mình là bạn của Perelman hay không, nhưng Viktor Zalgaller, thầy giáo cũ của Perelman thì biết chắc. "Cậu ấy đã kết bạn với một nhà toán học trẻ người Trung Quốc ở đó", ông nói với tôi. "Họ rất hợp nhau". Và tôi đã tới gặp Tian tại Viện nghiên cứu cao cấp ở Princeton, một trong những viện nghiên cứu toán học có uy tín nhất trên thế giới, nơi mà Tian cũng chiếm một cái hộp bêtông lạnh lẽo khác. Anh nói với một giọng nhỏ nhẹ và hơi buồn, nếu không muốn nói là hơi miễn cưỡng như Cheeger. Anh đã phạm sai lầm là đã tiết lộ với giới truyền thông và anh tin rằng chính vì thế mà Grisha Perelman đã không trả lời các bức thư của anh trong suốt hai ba năm. Tian không nghĩ rằng anh và Perelman lại là bạn. "Chúng tôi nói chuyện với nhau khá thường xuyên", anh thừa nhận, nhưng đó chỉ là về toán học thôi. "Tôi nghĩ rằng chúng tôi nói chuyện với nhau không vượt ra ngoài những chuyện đó. Có lẽ có những người khác mà anh ấy thân mật hơn và nói về nhiều chuyện khác hơn. Anh ấy nói về bánh mì. Không hiểu sao anh ấy lại quan tâm nhiều đến bánh mì thế không biết. Anh ấy đã tìm ra chỗ mua được bánh mì ngon ở Brooklyn, đâu như ở gần cầu Brooklyn thì phải". Loại bánh mì nào vậy? Tôi hỏi. "Tôi không biết chắc lắm", Tian đáp, "vì tôi không thích ăn bánh mì, thực ra tôi cũng có ăn

nhưng không quan tâm là loại bánh mì nào". Ngoài chuyện bánh mì ra, Tian và Perelman thực sự là sự hoàn hảo đối với nhau: cả hai đều ít quan tâm đến những thứ ngoài toán học, và những mối quan tâm về toán học của họ đều được chia sẻ.

Perelman bắt đầu tới dự các bài giảng tại Viện nghiên cứu cao cấp ở Princeton cùng với Tian. Cheeger cũng tới đó. Tại một trong những chuyến viếng thăm đó, Perelman đã khiến Cheeger phải ngạc nhiên khi anh tham gia một trận đấu bóng chuyền sau bài giảng. "Nhìn anh ta, cô sẽ nghĩ ngay là anh ta không thể quan tâm hoặc không thể chơi được thứ thể thao này", Cheeger nhớ lại. "Nhưng tôi nhớ có một lần đứng xem một trận bóng chuyền, anh ta nói 'Tôi biết chơi môn bóng này' và cô biết không, anh ta đã chơi khá tốt". Tôi gật đầu. Điều không hề khiến tôi ngạc nhiên lại làm cho Cheeger ngạc nhiên. Tôi giải thích rằng Perelman đã chơi bóng chuyền rất nhiều trong thời gian huấn luyện để chuẩn bị thi Olympic toán quốc tế cũng như khi anh ta tham gia các trại hè toán. Khi đó, Cheeger trông hơi bối rối. Thì ra ngay cả về cái thành tích nhỏ nhoi này ông cũng bị thói quen luôn hạ thấp những khả năng cũng như mối quan tâm của Perelman đánh lừa. Và tất nhiên, cũng chính người này, về sau, đã không hề nói với bất kỳ ai là mình đang nghiên cứu Giả thuyết Poincaré và đã đưa lên Internet lời giải của mình mà không hề tuyên bố rằng thực tế đó chính là lời giải. Và chỉ sau khi có ai đó hỏi có phải anh đã chứng minh được giả thuyết này không anh mới nói là có. Chắc hẳn rằng nếu Cheeger hỏi thẳng Perelman là có phải anh đã chơi bóng chuyền nhiều rồi không thì anh sẽ trả lời rằng đúng như vậy. Anh vẫn còn tin vào chuyện nói toàn bộ sự thật – nhưng chỉ khi có ai đó hỏi thôi. Anh không hề thấy ích lợi gì khi tự nguyện cung cấp thông tin cả, đặc biệt là thông tin về chính mình. Tôi ngờ

rằng chính anh cũng sẽ cảm thấy đôi chút thỏa mãn khi chứng tỏ rằng mình có thể giải được bất kỳ bài toán nào mà mình chọn – và thậm chí chứng tỏ rằng mình biết chơi cả bóng chuyền nữa.

Một sự kiện khác còn khó giải thích hơn trong thời gian ở New York của Perelman đã khiến Cheeger phải ngạc nhiên. Năm 1993, Cheeger và Gromov tới dự một hội nghị ở Israel và theo chương trình có phần chúc mừng sinh nhật lần thứ 50 của họ. Perelman đến cùng với mẹ, nhưng điều này không làm Cheeger ngạc nhiên. Điều khiến ông cảm thấy lạ lùng là thấy Perelman thuê xe ở sân bay và dùng thẻ tín dụng. Tôi không nói chuyện được với ai khác chứng kiến Perelman lái xe – và thực tế một số người khẳng định rằng anh từ chối xe hơi như một thứ "phi tự nhiên" – nhưng có thể hình dung được là anh đã được cấp bằng lái xe và thẻ tín dụng trong học kỳ đầu tiên của anh ở New York. Lý do để Perelman phải làm điều đó là, trong một phút thoáng qua, anh dường như đã dự định sẽ thường xuyên tới Mỹ.

"Cô thấy đấy, điều thường xảy ra là khi một người nào đó vượt qua biên giới nước Nga theo bất cứ hướng nào, người đó đều có một phản ứng rất mạnh", Golovanov giải thích cho tôi. "Trong trường hợp của Grisha, đó là thời gian duy nhất anh ấy cảm thấy một điều gì đó giống như nhiệt tình chính trị. Sau khi đã ổn định ở Mỹ, anh ấy bắt đầu gửi thư về nhà quyết định toàn bộ gia đình phải chuyển tới đó". Toàn bộ gia đình còn ở St. Petersburg khi đó chỉ có em gái Grisha, Lena, vừa mới tốt nghiệp phổ thông. Cha họ đã di cư sang Israel, còn mẹ thì đã sang New York, như vậy về thực chất anh chỉ còn lo cho Lena vào học một trường đại học nào đó ở Mỹ. Nhưng Lena đã quyết định sang Israel và đã nhận được bằng PhD toán tại Viện Weizmann vào năm 2004.

Theo những điều Golovanov cố hết sức nhớ lại được thì Perelman không giải thích lý do tại sao lại phải chuyển đi: anh chỉ "quyết định", như Golovanov nói, phù hợp với nhận thức của anh về vai trò của mình trong gia đình, biết điều gì là đúng và cần phải làm. Giải thích cho đứa em gái đối với anh có thể là không đáng và bất luận thế nào là phí thì giờ. Tuy nhiên, khi nói chuyện với các đồng nghiệp anh thường giải thích rằng các nhà toán học phương Tây mắc một tật là tập trung quá hẹp so với các đồng nghiệp Nga của họ, dù vậy họ tổ chức nghiên cứu hiệu quả hơn và có nhiều thành tựu hơn. Đó có thể là một chủ nghĩa duy ngã kinh điển, vì vào năm 1993, Perelman đã làm được chính xác những điều mà các postdoc, những người được giải phóng khỏi mọi trách nhiệm giảng dạy chính thức và đang ở đỉnh cao sáng tạo và trí tuệ, được yêu cầu phải làm ở giai đoạn đó trong cuộc đời của họ: giải được một bài toán đã tồn đọng từ rất lâu và họ làm được theo cách mà các nhà toán học gọi là có vẻ đẹp của sự đột phá.

■ ■

Hai mươi năm trước khi Perelman tới Viện Courant, Cheeger và đồng tác giả của ông là Detlef Gromoll đã công bố một bài báo phác họa con đường để suy ra những tính chất của một số các đối tượng toán học từ những vùng nhỏ của các đối tượng đó. Họ gọi những tính chất ấy là *linh hồn* (soul) của các đối tượng đang xét, bởi vì, giống như linh hồn hư ảo của con người, linh hồn hư ảo của các đối tượng toán học hư ảo cũng có tất cả những tính chất làm nên toàn bộ bản chất của nó. Cheeger và Gromoll đã chứng minh được một phần của những cái họ nêu ra và kết quả đó nổi tiếng dưới cái

tên Định lý Linh hồn, phần còn lại vẫn chỉ là giả thuyết nên người ta gọi nó là Giả thuyết Linh hồn. Và nó vẫn còn là giả thuyết – tức là một mệnh đề toán học còn chưa được chứng minh – cho tới khi Perelman chứng minh được rằng nó đúng. Bài báo của anh công bố chứng minh này dài bốn trang.

"Đó là một chứng minh cực khó", Cheeger nói với tôi. "Ít nhất cũng đã có đôi ba người viết những bài báo rất dài và kỹ thuật về đề tài này. Nhưng họ mới chỉ chứng minh được một phần của nó thôi. Perelman nhận thấy rằng mọi người đều bỏ sót một điểm quan trọng và anh đã đưa ra một chứng minh rất ngắn gọn. Anh ấy đã dùng một điều gì đó – một thứ không hề tầm thường – nhưng đã được công bố công khai từ bảy mươi năm trước".

Đó là cái thuật của Perelman mà các bạn của anh thường gọi là "khắc sâu": hấp thụ bài toán trong tổng thể của nó, rồi sau đó chưng cất nó đến tận cốt lõi và chứng minh cốt lõi này hóa ra lại đơn giản hơn người ta tưởng. "Một phần của thành công này là bài toán không khó như người ta nghĩ", Cheeger tiếp tục. "Một phần khác, có thể nói, là sức mạnh của cá tính Perelman. Ý tôi muốn nói là khi cô nói chuyện với anh ta cô sẽ nhận thấy một cách rõ ràng là cô đang đối diện với một trí tuệ mạnh mẽ và có sức xuyên thấu khác thường. Một cá tính rất mạnh và rất tin vào những hiểu biết sâu sắc của mình. Có thể nói gần như là ương ngạnh, không lấn át, nhưng hơi kiêu ngạo".

Cheeger đã đụng độ với khía cạnh đó trong tính cách của Perelman khi ông cố thuyết phục nhà toán học trẻ này nên khai triển các bài báo để làm sáng rõ hơn các ý tưởng của anh. "Một trong những bài báo mà anh ấy viết ở đây, một bài báo rất ngắn; nó là hỗn hợp của sức mạnh và sự kiêu ngạo. Đó là một bài báo rất ấn

tượng mà tôi rất khâm phục. Nhưng tôi cảm thấy nó hơi quá súc tích và cô đọng, không thể hiện rõ những ý tưởng sâu sắc mà lẽ ra nó có thể. Tôi nói điều đó với Perelman và anh nói rằng anh sẽ xem xét. Nhưng tôi quả thực không thể làm cho anh ấy thay đổi được. Cô đã xem phim *Amadeus* chưa?" Cảnh Cheeger nhớ lại là cảnh Mozart giới thiệu vở opera ông mới viết cho Hoàng đế. Ngài bèn gợi ý rằng vở opera này rất tuyệt vời nhưng chưa hoàn hảo: nó có quá nhiều nốt. "Chỉ cần cắt bớt đi một ít là nó sẽ hoàn hảo", Hoàng đế nói. "Tâu bệ hạ, người muốn nói một ít nào kia ạ?" Mozart trả lời. Vào năm 1992, Perelman hoàn toàn tin chắc rằng mình chính là Mozart của toán học đương đại. Không ai, thậm chí cả nhà toán học nổi tiếng, bậc đàn anh hơn anh tới 23 tuổi cũng không thể nói với anh phải làm gì và phải giới thiệu những ý tưởng của mình ra thế giới như thế nào.

■ ■

Học kỳ mùa xuân năm 1993, Perelman tới khuôn viên trường Stony Brook ở New York, một trong những trường có chương trình toán học sau đại học tốt nhất của Mỹ. Được đặt cách thành phố New York 65 dặm, Stony Brook khác với St. Petersburg và New York hay bất cứ một nơi nào khác mà Perelman đã từng tới. Kiến trúc của nó vuông vắn với phong cảnh gồm nhiều bãi đỗ xe, các tòa nhà thấp và những cánh đồng rộng lớn. Nhà ga xe lửa là cấu trúc hai phòng nhỏ nhắn ở ngang qua con đường dẫn tới khuôn viên nhà trường. Đối với một người ngoài – mà Perelman thì luôn luôn là người ngoài ở bất cứ nơi đâu anh tới – thì nơi đây chắc thật là buồn thảm.

Mike Anderson, một nhà hình học Perelman đã từng gặp trước đó, hiện là giám đốc của chương trình SUNY – một chương trình sau đại học về toán của đại học Stony Brook – đã giúp Perelman tìm được một căn hộ. Tiêu chuẩn của Perelman là "yên tĩnh và nhỏ" và anh đã tìm được căn hộ ưng ý với giá khoảng 300 đôla một tháng. Anh ngủ trên tấm nệm mượn của gia đình Anderson. Lương của một postdoc thời gian đó vào khoảng 35 tới 40 ngàn đôla một năm, và Perelman, người sống chỉ bằng bánh mì và sữa chua thì phần lớn số tiền lương đó được giữ trong tài khoản của anh ở ngân hàng. Mẹ anh vẫn sống ở Brooklyn, nhưng đến thăm anh thường xuyên.

Perelman vẫn tiếp tục mặc chiếc áo jacket nhung màu nâu năm nào. Người ta vẫn tiếp tục thấy mái tóc và những móng tay dài của anh. Vệ sinh cá nhân của anh có lẽ hơi tồi tệ hơn một chút; anh cho người ta ấn tượng được tắm rửa đều đặn, nhưng tấm nệm anh thường xuyên nằm ngủ bốc mùi tới mức gia đình Anderson phải vứt đi khi anh đem trả. Tuy nhiên, những móng tay cực dài của anh được giữ gìn khá sạch sẽ.

Perelman dạy một giáo trình về hình học Alexandrov. Mùa hè năm sau anh tới Zurich (Thụy Sĩ) để thuyết trình về các không gian Alexandrov tại Đại hội Toán học Thế giới. Đây là một cơ hội vô cùng quý giá: Đại hội diễn ra bốn năm một lần và năm đó năm mươi lăm nhà toán học hàng đầu thế giới, đa phần lớn tuổi hơn anh nhiều, được mời tới đọc báo cáo, trong số họ có bốn người được nhận huy chương Fields, trong quá khứ và tương lai. Với chứng minh Giả thuyết Linh hồn của mình, Perelman đã trở thành một ngôi sao trẻ được khẳng định. Tại Zurich, anh thuyết trình về bài báo mà anh viết chung với Gromov và Burago. Bài thuyết trình đầu tiên của anh tại hội nghị có lẽ đã thu hút sự chú ý do người ta muốn nhìn

tận mắt chàng trai 28 tuổi, người mà nếu tin theo lời của Gromov, đã làm được một công trình hay nhất thế giới trong lĩnh vực của anh ta. Nhưng rõ ràng trong bài thuyết trình đó, Perelman đã bộc lộ những điều tồi tệ nhất trong thói quen nói trước công chúng của anh. Anh bắt đầu bằng cách vẽ phác một cái gì đó trên bảng, rồi vừa nói vừa đi đi lại lại liên tục. Bài thuyết trình của anh mơ hồ, rời rạc và về căn bản là không thể hiểu nổi.

Nếu đúng là Perelman có thói quen mô tả mối quan hệ cá nhân của anh với bài toán chứ không phải bản thân bài toán thì có thể giải thích được tại sao bài thuyết trình của anh tại Zurich lại là một tai họa như thế. Thực ra, trước đây anh đã từng thuyết trình về bài báo này tại Festival Hình học ở Đại học Duke năm 1991 và tại một số trường đại học ở Mỹ sau Festival đó. Những lần đó anh đã trình bày rất rõ ràng – như một nhà hình học, những người đã nghe anh thuyết trình tại cả hai trường Đại học Duke và Pennsylvania năm đó nhớ lại. Nhưng năm 1994, mối quan hệ của anh với các không gian Alexandrov đã trở nên khá phức tạp.

Sau học kỳ ở Stony Brook, vào mùa thu năm 1993, Perelman chuyển tới bờ Tây để nhận học bổng Miller trong hai năm tại Đại học California ở Berkeley, một vị trí mà nhiều người ao ước. Học bổng này cấp kinh phí khá hào phóng cho những nghiên cứu khoa học cơ bản mà người nhận không phải chịu trách nhiệm gì về giảng dạy cả. Thực tế, những điều kiện của học bổng này đã nói rất tường minh rằng những người nhận học bổng được "đảm bảo độc lập hơn so với các postdoc khác trong trường", họ có thể tham gia vào sinh hoạt của các khoa trong trường theo mức độ họ mong muốn. Đây là một loại bệ đỡ mà Perelman đã được nâng lên nhờ những người hướng dẫn giàu kinh nghiệm của anh – một loại bệ đỡ mà anh rất

ca ngợi trong các cuộc nói chuyện với các đồng nghiệp Nga – nhưng tiếc thay lại không mang lại kết quả. Perelman đã rất cố gắng kiên trì với các không gian Alexandrov, nhưng anh đã bị kẹt, không tiến triển được.

"Đó là chuyện bình thường", Gromov nói với tôi. "Trong số tất cả các thứ mà bạn thử làm, phần lớn không mang lại kết quả. Cuộc sống vốn là như vậy mà". Gromov có thể nói về cuộc sống trong toán học hay cuộc sống nói chung, nhưng trong trường hợp nào thì ông cũng nói từ kinh nghiệm bản thân, kinh nghiệm mà Perelman, thậm chí ở những năm cuối của độ tuổi hai mươi đơn giản là không thể nào có được. Có lẽ, với ngoại lệ duy nhất là việc đoạt giải nhì trong kỳ thi Olympic Toán học Toàn Liên bang ở tuổi 14, còn thì anh chưa bao giờ thất bại trong việc hoàn thành những mục tiêu mình đặt ra, hoặc nhận được cái mà anh xứng đáng, hoặc giải một bài toán mà anh đã lao vào. Hơn thế nữa, tất cả các giờ thực hành, mặc dù mọi lo âu, hồi hộp sau sân khấu, dưới con mắt của những người quan sát, anh thực hiện mọi thứ một cách hết sức dễ dàng. Tới lúc này, sau chứng minh Giả thuyết Linh hồn, anh đã có con mắt toán học từng trải hơn trước, nhưng đối mặt với trải nghiệm thất bại thì anh còn khá xa lạ.

Năm học 1993 – 1994, Kleiner cũng có mặt ở Berkeley. Ông và Perelman "đã có vài lần trò chuyện với nhau về toán học", ông nhớ lại. Perelman thi thoảng cũng mạo hiểm thăm dò vào những khu vực kề cận với các không gian Alexandrov. Anh nói về Giả thuyết Hình học hóa, một bài toán đã tồn đọng từ rất lâu chưa được giải quyết, bao gồm cả Giả thuyết Poincaré; tức là, nếu một ai đó chứng minh được Giả thuyết Hình học hóa thì Giả thuyết Poincaré cũng sẽ được chứng minh theo cách đó. Perelman cũng nói về khả năng áp

dụng các không gian Alexandrov cho sự Hình học hóa nhưng "hiện chưa có một cách thức hay sơ đồ rõ ràng nào". Perelman cũng đã xét tới việc nhúng vào dòng Ricci, một cách tiếp cận do một nhà toán học khác phát minh ra để chứng minh Giả thuyết Poincaré, nhưng nhà toán học này đã bị bế tắc nhiều năm trước đó. Perelman băn khoăn thốt ra rằng không hiểu có thể áp dụng dòng Ricci cho các không gian Alexandrov hay không. Liệu có chỉ dẫn nào cho thấy Perelman đã thực sự nắm bắt được Giả thuyết Poincaré và Giả thuyết Hình học hóa hay không? Không, Kleiner nhớ lại, nhưng "Perelman không phải là người quá cởi mở về những gì anh ấy chính xác đang làm hay đang suy ngẫm. Anh ấy kín đáo hơn nhiều người trong tình huống tương tự. Chia sẻ những ý tưởng của bạn không nhất thiết là một ý định hay nếu bạn không thực sự biết và tin tưởng vào người đó, bởi vì anh ta sẽ tận dụng nó hoặc chuyển thông tin cho người thứ ba khai thác nó. Bạn sẽ tìm thấy ai đó cạnh tranh với bạn bằng cách sử dụng chính những ý tưởng của bạn, và đó là một tình huống không mấy dễ chịu". Lĩnh vực nghiên cứu riêng của Kleiner cũng rất gần với lĩnh vực của Perelman, nên sự kín đáo của anh cũng là điều hợp lý thôi.

Nhưng có lẽ còn có một nguyên nhân khác đối với sự dè dặt, kín đáo của Perelman mà anh đã nói ra trong một cuộc trò chuyện với Cheeger vào năm 1995. Theo Cheeger nhớ lại thì Perelman có ghé qua văn phòng của ông trong thời gian ngắn ngủi anh tới New York để thảo luận một số vấn đề có liên quan đến các không gian Alexandrov, nhưng không có liên quan gì đến các khía cạnh cụ thể mà Perelman đã nghiên cứu trong quá khứ. Tuy nhiên, lần đó anh đã tỏ ra rất quan tâm và thậm chí còn ám chỉ tới một trong những vấn đề được coi như "chiếc chén thánh" của chủ đề này. "Và tôi đã

hỏi anh ta, 'Anh không nói rằng anh không quan tâm tới vấn đề này chứ?'" Cheeger nhớ lại. "và anh ấy trả lời 'Một bài toán đáng quan tâm hay không tùy thuộc vào chỗ có cơ may giải được nó hay không'". Phát biểu nghe ngạo mạn như thế, chắc Perelman muốn nói lên một chân lý cảm tính quan trọng về bản thân mình: anh bắt đầu dấn thân vào một bài toán chỉ khi anh nắm bắt được nó một cách đầy đủ – và nếu anh đã nắm bắt được nó một cách đầy đủ, tới tận bản chất mọi phức tạp về mặt kỹ thuật, thì anh chắc chắn sẽ giải được nó. Điều đã xảy ra giữa Perelman và các không gian Alexandrov là anh đã gặp phải những khó khăn về mặt kỹ thuật mà anh chưa vượt qua được, và vì vậy trong anh tình cảm không muốn dấn thân ngày một lớn dần. Từ đó mà có bài thuyết trình mơ hồ và rời rạc tại Đại hội Toán học thế giới.

■ ■

Thời hạn hưởng học bổng Miller của Perelman kết thúc vào mùa xuân năm 1995. Bài báo của anh về Giả thuyết Linh hồn đã được công bố năm trước và đã được anh thuyết trình tại Đại hội Toán học thế giới, vì vậy không có gì ngạc nhiên rằng, mặc dù anh không bỏ nhiều công sức để đảm bảo giữ được vị thế học thuật của mình, nhưng một số viện nghiên cứu hàng đầu vẫn săn đón anh. Perelman đã từ chối tất cả, nhưng cái cách anh từ chối, đặc biệt là cách anh từ chối lời mời của Đại học Princeton, đã trở thành một phần của truyền thuyết toán học ở Mỹ và Nga. Tôi đã nghe nói về chuyện này ở cả hai bờ Đại Tây Dương trước khi tôi hỏi một trong số những người tham gia trực tiếp vào sự kiện này, và cách giải thích của ông hơi khác với những điều tôi đã được nghe.

Peter Sarnak, một giáo sư ở Princeton, người đã trở thành trưởng Khoa Toán vào năm 1996, lần đầu tiên nghe nói về Perelman từ Gromov. Ông nhớ lại trong một bức e-mail, Gromov đã nói rằng Perelman là người "cực giỏi". Vào mùa đông 1994 – 1995, Perelman đã tới Princeton để thuyết trình về cách chứng minh Giả thuyết Linh hồn của anh. Chỉ có một số ít người có mặt, nhưng những gương mặt sáng giá của Khoa Toán như giáo sư nổi tiếng John Mather, trưởng Khoa Toán khi đó là Simon Kochen và Sarnak đều đến dự. Perelman đã có một bài thuyết trình xuất sắc: rõ ràng, chính xác và hấp dẫn – có lẽ bởi vì mối quan hệ cá nhân của anh với Giả thuyết này đã sáng rõ, thỏa đáng và đã được giải quyết. "Sau bài thuyết trình, cả ba chúng tôi tiến đến Perelman và nói rằng chúng tôi rất muốn thu xếp cho anh tới làm việc ở Princeton với tư cách là Phó giáo sư", Sarnak nhớ lại. Có một giai thoại về chuyện này – mặc dù Sarnak không sao nhớ lại được – nói rằng lúc đó Perelman có hỏi lại rằng tại sao họ lại muốn mời anh tới Princeton khi mà không có ai ở đây quan tâm đến lĩnh vực nghiên cứu của anh – một cảm tưởng được tô đậm thêm bởi căn phòng hầu như trống vắng, như Sarnak thừa nhận, đã phản ánh đúng thực trạng đó, một thực trạng mà "chúng tôi đang cố gắng thay đổi". Sarnak nhớ lại rằng Perelman đã nói rõ "anh ấy muốn có một vị trí chính thức, chúng tôi trả lời rằng chúng tôi cần phải xem xét và bất luận thế nào, chúng tôi cần có một số thông tin về anh ấy, như một bản CV chẳng hạn. Perelman tỏ ra ngạc nhiên về yêu cầu đó, anh nói đại loại là 'các ông đã nghe bài thuyết trình của tôi thế thì cần gì phải có thông tin thêm nữa?' Vì anh ta không quan tâm tới vị trí không chính thức nên chúng tôi cũng không theo đuổi công việc này thêm nữa. Lịch sử đã chứng minh rằng chúng tôi đã phạm sai lầm vì đã không quyết liệt hơn trong việc tuyển dụng Perelman".

Vào thời gian đó, Perelman đã nói với một vài người rằng anh muốn được bổ nhiệm chính thức ngay lập tức – một mong muốn quá táo bạo đối với một nhà toán học 29 tuổi, chưa có nhiều công bố và chỉ mới trải qua giảng dạy một học kỳ. Nhưng cái lý của Perelman thì cũng không chê vào đâu được. Không phải là anh đi tìm việc mà là các viện mời anh hay đúng hơn là những người đã biết, theo cách nói của Cheeger, "anh là người khủng như thế nào". Nói cách khác, họ đã biết điều mà Perelman và Gromov đã biết rằng anh là người giỏi nhất thế giới. Thế thì tại sao họ lại muốn anh phải trải qua những trình tự thông thường mới nhận được chức danh giáo sư thực thụ? Thậm chí tại sao họ lại còn bắt anh phải nộp CV mới trao cho anh công việc mà anh quá xứng đáng? Perelman không hề nghĩ tới rằng những người đối thoại đầy thiện chí của anh đã không nhận thức được vị trí của anh trong hệ thống thứ bậc của cộng đồng toán học, và đơn giản họ không nhận thấy rằng sự có mặt của anh là sự hiện diện của ngôi sao trong khoa Toán của bất cứ một trường đại học nào. Cũng có thể sự kiên quyết đòi hỏi phải được bổ nhiệm chính thức ngay lập tức đơn giản chỉ là một cách đặt tiêu chuẩn quá cao để cắt đứt mọi thảo luận về việc ở lại Hoa Kỳ của anh. Đại học Tel Aviv, nơi hồi ấy em gái anh đang là sinh viên, thực sự đã mời anh làm giáo sư chính thức, và Perelman, như Cheeger nhớ lại, "cuối cùng cũng đã từ chối và hoàn toàn không trả lời". Điều đó đã an ủi Sarnak phần nào vì biết rằng thậm chí nếu Princeton có vận động ráo riết đi nữa thì chắc cũng sẽ không lôi kéo được Perelman.

Khi đã sẵn sàng trở lại nước Nga, Perelman nói với một số đồng nghiệp Mỹ rằng trở về nhà anh sẽ làm việc tốt hơn – một sự trái ngược hoàn toàn với những điều anh nói với gia đình ba năm trước, nhưng hoàn toàn có khả năng đó cũng chính là một loại chủ nghĩa

duy ngã. Trở về khi mà những đột phá có thể dễ dàng tới với anh. Môi trường Mỹ dường như đã đứng về phía anh; nhưng bây giờ anh đang bí, việc trở về nước Nga hứa hẹn làm cho anh tươi trẻ trở lại và hồi sinh khả năng làm việc. Nhưng cái anh đang nung nấu là gì thì không ai biết. Những câu hỏi mà anh đặt ra cho Cheeger khi anh ghé qua New York trên đường trở về St. Petersburg vào năm 1995 chỉ ra rằng anh đang mở rộng tiêu điểm của anh vào các không gian Alexandrov – theo cách mà bây giờ nhìn lại, chúng có ý nghĩa rằng anh đã tiến gần hơn tới việc chinh phục Giả thuyết Poincaré.

Trở về St. Petersburg, Perelman sống với mẹ ở Kupchino và đòi lại chỗ làm của anh trong *lab* của Burago ở Viện Toán Steklov. Anh không muốn có một trách nhiệm gì về giảng dạy và ngoài ra, cũng không muốn có bất cứ một ràng buộc nào. Vào giữa những năm 1990, các viện thuộc Viện Hàn lâm Khoa học Nga đã rơi vào tuyệt vọng về vật chất và hỗn loạn về tổ chức. Các nghiên cứu viên không cần phải nộp báo cáo thường xuyên về công việc hay về thời gian của họ; Viện chao đảo và dần dần choán đầy các linh hồn chết, hay bất luận thế nào, là đầy những linh hồn lưu vong dài hạn. Những tòa nhà, ngày xưa dưới thời Xô Viết luôn được tu sửa để giữ được những đường nét kiến trúc của chúng, nay đã xập xệ sau năm năm không ai đoái hoài tới. Tòa nhà của Viện Sreklov ở St. Petersburg, cấu trúc một thời rất đáng yêu trên bờ sông Fontanka ở ngay trung tâm thành phố giờ trở nên lạnh lẽo và hoang vắng. Lương bổng của các nghiên cứu viên thấp một cách nực cười, không theo kịp sự lạm phát; nhiều người không buồn ló mặt đến viện để nhận đồng lương ít ỏi của họ. Họ tìm cách kiếm nguồn thu nhập ở đâu đó khác – phần lớn là ở phương Tây, nơi nhiều người ở lại lâu dài còn những người khác lập ra một lịch trình phức tạp hơn: một học kỳ dạy và

một học kỳ nghỉ. Nhưng điều đó không hề gây phiền toái gì cho Perelman. Ở Viện dù sao phần lớn các ngày vẫn có hệ thống sưởi, có điện và các đường dây điện thoại vẫn hoạt động. Ở nhà mẹ anh phục vụ những nhu cầu rất đạm bạc của anh. Tàu điện ngầm vẫn liên tục chạy từ trung tâm thành phố đến Kupchino. Và trong thời gian ở Mỹ anh đã tiết kiệm được 10 ngàn đôla; trong khi đó, vào năm 1995, một gia đình hai người ở St. Petersburg có thể sống tốt với số tiền chưa đầy 100 đôla một tháng. Và như thế Perelman có thể không phải bận tâm về điều gì khác, ngoài toán học. Bỏ lại phía sau các kỳ thi, luận án và công việc giảng dạy, anh đã thanh thản sống một cuộc sống của nhà toán học thuần túy.

Mọi sự kiên nhẫn anh đã từng có đối với những chuyện làm anh mất tập trung nay xem ra khó bề giữ nổi. Năm 1996, Hội Toán học châu Âu tổ chức đại hội lần thứ hai (bốn năm một lần) ở Budapest, Hungary, đã trao giải thưởng cho các nhà toán học trẻ dưới 32 tuổi. Gromov, Burago và chủ tịch Hội Toán học St. Petersburg Anatoly Vershik đã đề cử Perelman với các công trình về không gian Alexandrov. "Tôi luôn quan tâm đến chuyện đảm bảo cho các nhà toán học trẻ của chúng ta nhận được phần thưởng xứng đáng", Vershik giải thích cho tôi. "Họ đã quyết định trao giải cho Perelman, nhưng ngay khi biết về điều đó – tôi không nhớ có phải tôi là người đầu tiên hay ai khác đã nói với anh ấy tin đó – anh đã nói thẳng là không muốn và anh đã không nhận. Perelman nói rằng anh sẽ gây ra scandal nếu người ta tuyên bố anh là người được nhận giải thưởng đó. Tôi rất ngạc nhiên và thất vọng. Trên thực tế, anh ta thừa biết rằng anh hoàn xứng đáng với giải thưởng đó và chẳng nói năng gì. Tôi đã phải thông báo khẩn cấp cho chủ tịch ủy ban trao giải, một người quen của tôi, để đảm bảo rằng họ sẽ không thông báo giải thưởng đó".

Mười hai năm sau vụ việc đó, Vershik – một người đàn ông để râu với giọng nói nhỏ nhẹ ở tuổi 60 – vẫn còn cảm thấy bị phản bội bởi hành vi của Perelman. Ông nói với tôi là mình đã rất kiềm chế để không cố gắng tìm ra nguyên nhân chối bỏ giải thưởng của Perelman. Nếu Perelman, về nguyên tắc chống lại các giải thưởng, thì đó là điều mới lạ đối với Vershik: vì ngay đầu những năm 1990, Hội Toán học này cũng đã trao cho Perelman một giải thưởng và Perelman đã nhận; anh ta thậm chí còn đọc một bài diễn từ nhân dịp đó. Sau này, hình như anh ta nói công khai với ai đó rằng Hội Toán học châu Âu không ai có đủ trình độ để đánh giá được công trình của anh, nhưng Vershik không nhớ ông đã nghe được điều gì đại loại như thế vào lúc đó. Hơn nữa, cả Gromov và Burago đều ở trong hội đồng, nên lập luận đó xem ra hơi kỳ quặc. "Khi đó, Perelman có nói với tôi một điều thực sự thuyết phục. Anh ta nói rằng công trình của anh còn chưa hoàn tất. Nhưng tôi nói rằng đã có những người phản biện và hội đồng giám khảo đã quyết định là anh xứng đáng". Nhưng ý nghĩ rằng có ai đó còn thích hợp hơn anh lại đứng ra phán xử một bài báo của anh có xứng đáng với giải thưởng hay không có thể chỉ làm anh tức giận thêm.

Không giống Vershik, Gromov cho rằng hành vi của Perelman là hoàn toàn chấp nhận được, thậm chí mặc dù Gromov là một trong ba nhà toán học đã đề nghị Perelman được nhận giải thưởng đó. "Anh ấy tin rằng chính anh mới là người quyết định khi nào anh sẽ nhận, khi nào anh không nhận", Gromov nói với tôi một cách giản dị như vậy. "Vì anh ấy quyết định rằng anh còn chưa hoàn tất chương trình của mình, nên họ có thể lấy lại giải thưởng và vứt bỏ nó đi. Và tất nhiên, anh ấy cũng muốn gây ấn tượng nữa". Hay ít nhất cũng tỏ ra mình muốn được yên thân.

Perelman vẫn tiếp tục nhận lời mời tham dự các sự kiện của cộng đồng toán học, đặc biệt các sự kiện có liên quan đến trẻ em. Tất nhiên, điều này không mất gì nhiều, anh vốn rất có tình cảm với trẻ em, có thể nói như vậy vì anh luôn tôn trọng truyền thống các câu lạc bộ và các cuộc thi Olympic mà anh đã từng được nuôi dưỡng. Nhưng càng ngày anh càng chống lại thú tiêu khiển dò hỏi về các dự án của anh. Chẳng bao lâu sau, các đồng nghiệp Mỹ phát hiện ra rằng anh không trả lời các bức e-mail nữa. Năm 1996, Kleiner tới St. Petersburg dự hội nghị về các không gian Alexandrov mà Perelman cũng tới dự. Mặc dù trước đây hai người đã từng có đôi lần trò chuyện về toán học ở Berkeley, nhưng Kleiner không sao tìm được cách tiếp cận Perelman để hỏi về những nghiên cứu hiện nay của anh. Một người bạn của Kleiner, một nhà toán học Đức tên là Bernhard Leeb, người đã từng gặp Perelman trong cuộc thi Olympic toán học quốc tế, cũng đã đặt một câu hỏi, nhưng đã không nhận được trả lời. Như Kleiner nhớ lại mười hai năm sau, Perelman đã nói với anh: "Tôi không muốn nói chuyện với anh". Theo sự nhớ lại của Leeb thì câu trả lời của Perelman cũng cho câu hỏi đó của anh chỉ khác về giọng nói còn về nội dung thì vẫn thế. "Tôi có hỏi anh ta hiện đang làm gì", Leeb viết thư cho tôi. "Anh ta nói rằng anh đang nghiên cứu một đề tài về hình học nhưng không muốn nói cụ thể. Tôi nghĩ thái độ đó cũng hợp lý thôi. Nếu ai đó đang nghiên cứu một bài toán lớn, như Giả thuyết Poincaré chẳng hạn, thì tất nhiên người ta cực kỳ ngại nói về nó".

Không ai biết đầu óc Perelman đang nung nấu chuyện gì. Ngay cả với Gromov anh cũng không tiết lộ gì và Gromov thì cứ đinh ninh rằng Perelman đang sa lầy với các không gian Alexandrov, hay nói cách khác anh đã nhập vào đội quân đông đảo các nhà toán học

tài năng, những người đã làm được những công trình chói sáng lúc ban đầu nhưng rồi sau đó biến mất trong lỗ đen của một bài toán bất khả nào đó.

Tháng 2 năm 2000, Mike Anderson ở Stony Brook bất ngờ nhận được một e-mail từ Perelman. "Mike thân mến", bức thư mở đầu. "Tôi vừa đọc *preprint*[1] của anh về tổng quát hóa định lý Lichnerovicz, và có một điểm trong bài báo của anh khiến tôi băn khoăn". Sau đó Perelman tiếp tục mô tả bản chất các mối nghi ngờ của anh trong một câu rất dài nhưng khúc chiết và kết thúc: "Liệu tôi có lầm lẫn gì không? Xin gửi tới anh lời chúc tốt đẹp nhất. Grisha". Không có những lời lẽ tế nhị không cần thiết mà người ta chờ đợi phải có trong một bức thư như thế này, cũng chẳng có những dòng giao đãi như "Tôi hy vọng là anh vẫn mạnh khỏe" hay "Đã lâu lắm rồi". Nhưng bức thư hết sức lịch sự và tiếng Anh của Perelman có lẽ sau năm năm ít được sử dụng nhưng cũng không chê vào đâu được.

Ngày hôm sau Anderson đã viết thư trả lời mà theo những chuẩn mực của thế giới toán học thì quá rườm rà:

Grisha thân mến,

Tôi rất ngạc nhiên lại nhận được thư của anh – một sự ngạc nhiên rất thú vị. Tôi thường hỏi mọi người tới từ St. Petersburg có biết sức khỏe của anh hiện như thế nào và anh đang ngẫm nghĩ về những vấn đề gì.

Tôi vừa mới trở về sau một chuyến đi ngắn và do đó còn chưa suy nghĩ được chi tiết về những nhận xét của anh đối với bản preprint bài báo mới đây của tôi. Nhưng tôi đã nhìn ra phát hiện của anh, và

1. Bản trước khi in (công bố) của một bài báo khoa học.

tôi đồng ý rằng ở đây tôi đã phạm sai lầm. Tôi nghĩ rằng hai lỗi đó không ảnh hưởng [sic] đến kết quả và chỉ cần những sửa chữa nhỏ trong chứng minh là xong. Tôi sẽ suy nghĩ kỹ về điều đó trong vài ngày tới và sẽ thông báo lại với anh.

Tôi cũng rất muốn biết về tình hình sức khỏe của anh và hiện anh đang quan tâm tới những vấn đề gì về toán học cũng như các thứ khác.

Xin gửi tới anh lời chúc tốt đẹp nhất.

Mike

Ba ngày sau, Anderson gửi cho Perelman một bức e-mail chi tiết hơn, trong đó phác thảo cách sửa chữa những sai lầm mà Perelman phát hiện ra. Lại một lần nữa Anderson đưa vào trong bức thư cả chuyện cá nhân xen lẫn với chuyện nghề nghiệp: "Cám ơn anh rất nhiều vì đã chỉ ra các sai sót. Bản thân anh có quan tâm [*sic*] đến những lĩnh vực này không?" Anderson cũng phàn nàn rằng có ít người làm việc trong lĩnh vực này – tức lĩnh vực hình học hóa – nên chẳng có ai kiểm tra giúp các ý tưởng của anh. Anderson cũng hỏi Perelman có đọc hai bài báo khác của anh ta về các chủ đề có liên quan không.

Perelman trả lời ngay hôm sau. Anh cám ơn Anderson đã trả lời nhanh, nhưng lại bỏ sót mất một câu hỏi của anh. Perelman chỉ viết rằng bài báo của Anderson thu hút được sự chú ý của anh vì nó có "quan hệ mật thiết" với những mối quan tâm riêng hiện nay của anh và cũng vì nó ngắn nữa. Perelman không mời tiếp tục thông báo. Anh cũng không hứa sẽ đọc các bài báo khác của Anderson – anh viết rằng đã có các bài báo đó trong tay nhưng không đọc. Thực tế, cũng có thể sau đó anh có đọc nhưng không tìm thấy sai sót nào và thấy không có lý do gì để viết lại cho Anderson.

Anderson vẫn cố gắng theo đuổi cuộc đối thoại. Anh đã gửi cho Perelman một file chứa những sửa chữa chi tiết hơn cho bài báo của anh. Perelman trả lời rằng anh không mở được file do thiếu sự giúp đỡ của người khác ("Tôi hoàn toàn không biết gì về computer cả", anh tuyên bố) và giải thích rằng chính em gái của anh đã giúp anh in ra những bài báo gốc của Anderson khi anh tới thăm cô đang làm nghiên cứu sinh ở Rehovot. Perelman tiếp tục viết rằng việc gửi file tới máy tính của Viện có thể làm cho những người khác cũng có thể truy cập được, vì vậy anh muốn đợi cho tới khi bài báo của Anderson được công bố còn hơn. Nói cách khác, anh đã có mọi thứ mà anh cần từ cuộc trao đổi này với người đồng nghiệp của mình.

Bức e-mail của Perelman còn là một tài liệu thú vị về những phương diện khác. Dường như trong năm năm từ khi rời nước Mỹ, Perelman đã tách xa khỏi những phương diện thực tiễn thậm chí của toán học: anh dường như không biết cách sử dụng máy tính của cơ quan để *log* vào tài khoản e-mail của SUNY mà anh đã dùng để trao đổi thư từ với Anderson, hoặc cách chuyển tiếp (*forward*) file tới một địa chỉ trên Web để không ai khác có thể truy cập được. Nhưng đồng thời, Perelman cũng lợi dụng sự thiếu thành thạo về tin học của mình để khép lại cuộc trao đổi với Anderson. Xét cho cùng thì khi anh thực sự cần các bản *preprint* của Anderson, anh là người đủ khôn ngoan để yêu cầu em gái anh giúp đỡ. Điều đáng nói là rất ít khi Perelman chia sẻ về cuộc sống của mình và em gái. Không phải là anh có ý định che giấu cuộc sống của gia đình mình hay từ chối bàn luận về mình và những người thân của mình, chỉ có điều chuyện đó rất hiếm khi liên quan với những cuộc trò chuyện mà anh thấy đáng có.

Và vậy là phải mất hai năm rưỡi nữa Anderson mới lại nhận được tin tức từ Perelman.

VIII

Bài toán

"Chính khả năng của khoa học toán học dường như lại là một mâu thuẫn không giải quyết nổi". Hơn một thế kỷ trước, Henri Poincaré đã viết như vậy; ông nổi tiếng trong cộng đồng các nhà khoa học như nhà bách khoa cuối cùng vì ông xuất sắc trong mọi lĩnh vực của toán học. Nếu các đối tượng nghiên cứu chỉ được giới hạn trong trí tưởng tượng, thì "từ đâu có được sự chặt chẽ hoàn hảo mà không ai có thể bác bỏ được?". Và khi các quy tắc của logic hình thức thay thế cho thực nghiệm, tại sao toán học lại không được quy về một hằng đề (*tautology*) khổng lồ. Và cuối cùng, "liệu khi đó chúng ta có phải thừa nhận rằng... mọi định lý chồng chất trong các tập sách dày cộm chẳng qua chỉ là những cách khác nhau để nói rằng A là A hay không?"

Poincaré đã đi tới giải thích rằng toán học là một khoa học bởi vì lập luận của nó đi từ cụ thể đến tổng quát. Một nhà toán học, người tiến hành những thí nghiệm tưởng tượng đủ chặt chẽ có thể rút ra những quy tắc chi phối phần còn lại của mảnh đất tưởng tượng mà anh ta chia sẻ với các nhà toán học khác. Nói một cách khác, anh

ta không chỉ chứng minh A là A mà còn giải thích cái gì làm cho A căn bản là A, có thể tìm thấy một A khác ở đâu và làm thế nào có thể xây dựng được nó. "Chúng ta biết rõ cảm giác yêu thương và đau đớn mà không cần phải có những định nghĩa chính xác để thông báo", một giáo sư toán học người Mỹ, tác giả của nhiều cuốn sách giáo khoa đã viết như thế khi thử giải thích về hằng đề cho công chúng. "Tuy nhiên, những đối tượng của toán học nằm ngoài kinh nghiệm thông thường. Nếu người ta không định nghĩa những đối tượng đó một cách thận trọng thì người ta không thể thao tác với chúng một cách có ý nghĩa hoặc không thể nói về chúng cho những người khác được". Điều đó có thể hoặc không thể như vậy. Thực tế, đa số chúng ta đều hoàn toàn hài lòng với sự hiểu biết theo bản năng về các khoảng cách ngắn và dài, về những dốc trơn và đứng, về các đường thẳng, đường tròn và mặt cầu. Chúng ta cũng thỏa mãn với cảm giác bản năng rằng tạo một cái lỗ đôi khi có thể nhưng không phải lúc nào cũng làm thay đổi bản chất của vật, tức là một quả bóng bay có một lỗ thủng hoàn toàn khác một quả bóng nguyên vẹn, trong khi đó một chiếc bánh rán chứa đầy mứt và không có lỗ, đối với chúng ta, về cơ bản là tương tự với chiếc bánh rán có lỗ ở giữa, dù có hay không có mứt. Tất cả những thứ đó, dưới dạng đơn giản nhất, là một phần thuộc kinh nghiệm thông thường của chúng ta. Nhưng trong thế giới rời rạc của nhà toán học, việc thay đổi những hiểu biết và những phối hợp không chính xác sẽ làm cho bức tranh trở nên lộn xộn một cách không thương tiếc. Trong thế giới đó, không có gì giống nhau nếu không chứng minh được rằng chúng tương tự nhau; không có gì là tương tự chừng nào chưa được định nghĩa một cách thấu đáo; không có gì – hay gần như là không có gì – là hiển nhiên cả.

Ở buổi bình minh của toán học, Euclid đã có ý định bắt đầu từ những thứ được coi là hiển nhiên. Ông bắt đầu cuốn *Cơ sở* với ba mươi lăm định nghĩa, năm định đề và năm tiên đề. Các định nghĩa được sắp xếp từ điểm (không có thành phần) tới các đường thẳng song song ("sao cho trong cùng mặt phẳng và không bao giờ gặp nhau"). Sau đó ông đưa một loạt các mệnh đề như "các vật cùng bằng một vật là bằng nhau". Và năm định đề là:

1. Có thể dựng một đường thẳng từ một điểm bất kỳ này tới một điểm bất kỳ khác (được giải thích có nghĩa là qua hai điểm bất kỳ chỉ có thể dựng được một đường thẳng).
2. Trên một đường thẳng có thể dựng được một đoạn thẳng có chiều dài bất kỳ (nói cách khác, một đoạn thẳng có thể kéo dài vô hạn thành một đường thẳng).
3. Có thể dựng được một vòng tròn với một tâm bất kỳ và ở cách tâm đó một khoảng cách bất kỳ.
4. Mọi góc vuông đều bằng nhau.
5. Nếu một đường thẳng cắt hai đường thẳng tạo nên hai góc trong cùng phía có tổng nhỏ hơn hai góc vuông thì hai đường thẳng này sẽ cắt nhau về phía các góc có tổng nhỏ hơn hai góc vuông.

Đối với một nhà phân loại học thực thụ thì năm định đề đó cũng đã là nhiều quá mức cần thiết. "Tôi được nghe nói rằng Euclid đã chứng minh mọi thứ, nhưng tôi thất vọng rất nhiều vì ông ấy đã bắt đầu bằng những tiên đề", Bertrand Russel đã viết như thế về cuộc gặp gỡ đầu tiên của ông với cuốn *Cơ sở* của Euclid thời thơ ấu. "Thoạt đầu, tôi chối bỏ không chấp nhận nếu như anh tôi không cho tôi

biết lý do tại sao người ta lại làm như vậy, anh nói, 'Nếu em không chấp nhận thì sẽ không thể đi tiếp được', và do tôi muốn đi tiếp nên tôi đã miễn cưỡng chấp nhận".

Như một nơi xuất phát, bốn định đề đầu tiên đã gây ấn tượng cho Euclid, những người đương thời của ông và nhiều thế hệ toán học tiếp sau rằng đó là những thứ thực sự hiển nhiên. Vì chúng được giới hạn trong một không gian chúng ta không chỉ hình dung được mà còn *nhìn thấy* được nên các định đề này có thể được kiểm tra theo kinh nghiệm bằng cách vẽ bằng thước kẻ, compa hoặc bằng cách kéo giãn một sợi dây chun. Khi một đoạn thẳng lớn lên về chiều dài hay đường tròn lớn lên về bán kính, ngay cả khi đi qua một điểm mà mắt người còn nắm bắt được, thì chúng về bản chất không thay đổi, và điều đó gần như rõ ràng, không cần thiết phải chứng minh. Nhưng định đề thứ năm dường như lại không hiển nhiên như vậy. Định đề này nói rằng nếu hai đường thẳng không song song thì cuối cùng chúng sẽ phải cắt nhau. Trái lại, hai đường thẳng song song sẽ không bao giờ cắt nhau bất kể chúng kéo dài bao xa đi nữa. Nó cũng được giải thích có nghĩa là đối với một đường thẳng bất kỳ, thì chỉ có duy nhất một đường song song với nó đi qua một điểm bất kỳ không nằm trên đường thẳng thứ nhất. Điều này không rõ ràng lắm, nó không thể kiểm tra được. Và vì nó không thể kiểm tra được nên cần phải chứng minh. Các nhà toán học đã phải vật lộn hàng thế kỷ để tìm cách chứng minh định đề này, nhưng đều thất bại.

Thế kỷ 18 đã chứng kiến những nỗ lực của hai nhà toán học nhằm chứng minh định đề năm bằng cách, trước hết giả thiết rằng định đề này là không đúng. Mục tiêu của cách làm này là xây dựng dựa trên một giả thiết cho tới khi nó trở thành vô lý một cách hiển

nhiên, từ đó bác bỏ giả thiết ban đầu. Nhưng khốn nỗi những ví dụ đó không chứng tỏ được mình là sai; mà lại tạo ra những bức tranh nhất quán về nội tại, an bài một cách rất êm thấm trong trí tưởng tượng, và hoàn toàn tách khỏi định đề năm của Euclid. Cả hai nhà toán học này đều cho rằng điều đó là nực cười và đã vứt bỏ những nỗ lực của mình. Sau một thế kỷ nữa, ba nhà toán học khác – đó là Nicolai Lobachevski (người Nga), János Bolyai (người Hungary), và thầy giáo của anh là Karl Friedrich Gauss (người Đức) đã khẳng định rằng các hình học phi Euclid có thể tồn tại ở nơi chấp nhận bốn định đề đầu tiên nhưng không chấp nhận định đề thứ năm. Nhưng những hình học đó *có thể* tồn tại có nghĩa là gì? Chúng có thực sự tồn tại không? Chúng tồn tại, chừng nào các nhà toán học không tìm được các lỗ hổng, hay chính xác hơn, là không tìm được các mâu thuẫn nội tại trong chúng. Liệu chúng ta có thể nhìn thấy chúng theo đúng cách như nhìn thấy một đoạn thẳng hay một đường tròn không? Chắc chắn là có, không kém và cũng không hơn chúng ta đã nhìn thấy hình học Euclid. Vậy thì làm thế nào chúng ta biết được hình học nào là đúng? Nhà toán học vĩ đại người Mỹ Richard Courant (chính Viện các khoa học toán học ở Đại học New York đã mang tên ông) và đồng tác giả của ông là Herbert Robins, khi đó là giáo sư ở Đại học Rutgers, đã viết rằng, đối với các mục đích của chúng ta thì điều đó không quan trọng và chúng ta cũng có thể chọn Euclid: "Vì hệ thống Euclid khá đơn giản để sử dụng, nhưng chúng ta chỉ được dùng nó ở những khoảng cách khá nhỏ (cỡ vài triệu dặm trở xuống!). Và chúng ta không thể kỳ vọng nó cũng sẽ thích hợp để mô tả vũ trụ như một tổng thể".

Nhưng làm thế nào có thể mô tả một mẩu nhỏ của vũ trụ? Ví dụ như Trái đất của chúng ta, hay như một quả táo chẳng hạn. Hãy

nhớ điều này để tham chiếu về sau: về căn bản Trái đất và quả táo là như nhau. Chúng ta hãy hình dung bề mặt của Trái đất hay của quả táo như mặt phẳng mà chúng ta đang nghiên cứu. Hãy lấy quả táo và vẽ trên đó một hình tam giác. Nếu bây giờ hình học của bề mặt quả táo là Euclid thì tổng các góc của tam giác này phải bằng 180^{o}. Nhưng vì bề mặt của quả táo là cong nên tổng các góc của tam giác lớn hơn. Điều đó có nghĩa là định đề 5 không đúng trên bề mặt này. Thực tế, dễ dàng thấy rằng trên mặt đó hai đường thẳng bất kỳ – đường thẳng ở đây được hiểu là sự kéo dài của một đoạn thẳng nối hai điểm theo cách ngắn nhất có thể – sẽ luôn luôn cắt nhau. Tất cả những đường thẳng trên mặt đất và trên bề mặt quả táo là những "vòng tròn lớn", tức tâm của chúng trùng với tâm hình cầu.

Vào thế kỷ 19, nhà toán học Đức Bernhard Riemann đã xây dựng một hình học cho các không gian cong, trong đó các đường thẳng được gọi là các đường trắc địa và hai đường thẳng bất kỳ nào cũng cắt nhau. Hình học này được gọi là hình học elliptic hay chỉ đơn giản là hình học Riemann, và đó chính là hình học đã được sử dụng trong Thuyết Tương đối rộng của Einstein.

Thế giới Euclid chỉ giới hạn trong không gian xung quanh ông, đối với mọi ý định và mục đích, là một thế giới phẳng. Còn thế giới của chúng ta là cong. Giờ đây, những khoảng cách đi lại hằng ngày của con người đủ lớn làm cho độ cong của Trái đất trở thành một phần trong kinh nghiệm sống của chúng ta. Không phải tất cả những hành trình của chúng ta luôn luôn xa như vậy, nhưng trong tưởng tượng – chính là nơi ngự trị của toán học – thì khoảng cách ngắn nhất giữa hai điểm là quỹ đạo được vẽ nên bởi máy bay dọc theo một đường trắc địa thậm chí ngay cả khi chúng ta chưa bao giờ nghe thấy từ đó. Những đường này không chạy ra xa mãi mãi,

mà vì là đường tròn nên chúng không tránh khỏi sẽ khép kín lại. Và tất nhiên, hai đường bất kỳ trong chúng sẽ cắt nhau. Cái mà ở thế kỷ 19 bị coi là vô lý giờ đây phản ánh chính xác cách chúng ta trải nghiệm thế giới.

Nói một cách khác, thế giới của chúng ta đã trở nên rộng lớn hơn. Nhưng có hai câu hỏi được đặt ra: nó có thể lớn hơn bao nhiêu? Và *lớn hơn* có nghĩa là gì? Ở đây cho phép tôi chính thức giới thiệu môn topo học, một lĩnh vực đã ra đời ở St. Petersburg vào năm 1736, khi nhà toán học Thụy Sĩ Leonhard Euler đang giảng dạy ở đây đã giải phóng cho hình học khỏi gánh nặng đo khoảng cách. Ông đã công bố một bài báo về lời giải của bài toán những cây cầu ở Königsberg. Cụ thể là thị trưởng thành phố này muốn Euler vạch ra một vòng đi bộ trong thành phố sao cho một lữ khách đi qua tất cả bảy cây cầu và mỗi cầu chỉ đi qua một lần. Euler đã kết luận rằng điều đó không thể làm được. Ông cũng đã chứng tỏ được rằng, thứ nhất, trong bất kỳ một thành phố có cầu nào, có thể thiết kế được một hành trình đi bộ như vậy nếu và chỉ nếu có một số lẻ các cây cầu dẫn tới hai vùng hoặc không tới vùng nào của thành phố; thứ hai, không thể thiết kế một hành trình đi bộ như vậy nếu có một số lẻ các cây cầu dẫn tới một vùng hoặc tới hơn hai vùng. Thứ ba, trong khi giải một bài toán mà ở đó vị trí chứ không phải các khoảng cách đóng vai trò quan trọng, Euler đã khai sinh một lĩnh vực toán học mới mà ông gọi là "hình học vị trí".

Trong môn học mới này, kích thước – khoảng cách, theo nghĩa quen thuộc của từ đó không còn quan trọng nữa. Số các bước làm nên hành trình đi bộ không tạo ra sự khác biệt, đó chẳng qua chỉ là cách thực hiện các bước này mà thôi. Điều làm cho một vật nhỏ hơn hoặc lớn hơn trong lĩnh vực mới này là lượng thông tin đòi

hỏi để định vị nó. Một điểm duy nhất có không chiều; một đường thẳng có một chiều; bề mặt của một vật nào đó như một tam giác, một hình vuông hay một quả cầu có hai chiều. Và điều này là đúng: bề mặt của một vật nào đó chúng ta coi là phẳng và bề mặt của một vật nào đó mà chúng ta coi là một hình khối, đối với mọi mục đích của topo học, là như nhau. Sở dĩ như thế là vì các nhà topo nói về bề mặt của một hình cầu, ví dụ như quả táo, họ *chỉ* muốn nói tới bề mặt đó chứ không đếm xỉa đến phần không gian khối bên trong. Nói một cách khác, nhà topo giống như một con bọ bé xíu bò trên quả táo, hoặc giống như Euclid đi bộ trên mặt đất: cả con bọ lẫn Euclid không có lý do gì để nghi ngờ rằng một tam giác mà họ mô tả có tổng các góc lớn hơn 180^{o} hay đường thẳng mà họ đi theo sẽ không đi xa mãi mãi mà cuối cùng sẽ tự khép kín thành một vòng tròn lớn. Bản chất cong bề mặt là hàm số của chiều thứ ba mà không ai trong họ có trải nghiệm gì về nó cả.

Chúng ta, những con người hiện đại sống trong ba chiều và chúng ta biết rõ ngọn ngành rằng Trái đất hình cầu, do đó bề mặt của nó cong. Nhưng chúng ta biết còn có chiều thứ tư và nó được gọi là thời gian. Chúng ta không thể tự do chuyển động tới lui theo thời gian, vì vậy chúng ta không thể quan sát nơi sinh sống ba chiều của chúng ta theo cách các sinh vật nhỏ hơn được nâng lên không trung để quan sát nơi sinh sống hai chiều của chúng. Chúng ta đành phải khám phá không gian xung quanh chúng ta và đưa ra những phỏng đoán xem nó sẽ trông như thế nào từ điểm nhìn mà chúng ta có thể đề xuất nhưng không thể trải nghiệm được hoặc chỉ có thể tưởng tượng được mà thôi. Đó chính là bản chất của Giả thuyết Poincaré: nhà bách khoa cuối cùng cho rằng vũ trụ chúng ta có hình dạng giống như một mặt cầu – một mặt cầu ba chiều.

■ ■

Vị giáo sư trẻ, người đã dạy cho tôi những bài giảng về topo học để phục vụ cho cuốn sách này, đã chứng kiến tôi phải nhọc nhằn bao bọc trí óc của tôi, giống như những dải cao su khó kéo giãn, xung quanh những khái niệm của topo học, ông đã tỏ ra e ngại mỗi khi gặp phải những tham chiếu tới Giả thuyết Poincaré, giả thuyết mô tả hình dạng vũ trụ của chúng ta. Chính xác hơn phải nói rằng việc chứng minh được Giả thuyết Poincaré sẽ giúp ích rất lớn cho sự hiểu biết về hình dạng và các tính chất của vũ trụ, nhưng đó không phải là vấn đề mà Perelman đương đầu: nhiệm vụ của anh là công phá một bài toán đã được phát biểu khá đơn giản và cũng đã được thảo luận nhiều nhưng trong hơn một thế kỷ đã không ai giải được. Cũng giống như ông thầy trẻ của tôi và nhiều nhà toán học khác mà tôi đã gặp, Perelman không hề quan tâm tới hình dạng vật lý của vũ trụ cũng như trải nghiệm của con người sống trong đó; toán học đã cho anh sự tự do để sống giữa các đối tượng trừu tượng trong trí tưởng tượng riêng của anh, chính là nơi mà bài toán này cần được giải.

Năm 1904, Henri Poincaré đã công bố một bài báo về các đa tạp ba chiều. Nhưng đa tạp là gì? Nó là một đối tượng hay là một không gian tồn tại trong trí tưởng tượng của nhà toán học – cho dù có hay không có một cái gì đó tương tự với nó có thể thực sự quan sát được trong thực tế – đối tượng này có thể phân chia thành nhiều lân cận. Khi lấy riêng ra, mỗi một lân cận này có một hình học Euclid làm cơ sở hoặc có thể được diễn giải thông qua hình học đó, nhưng tất cả các lân cận này hợp lại sẽ tạo ra một cái gì đó phức tạp hơn nhiều. Một ví dụ tốt nhất về đa tạp là Trái đất khi được biểu diễn thông

qua một loạt các bản đồ, mỗi bản đồ chỉ biểu diễn một phần nhỏ bề mặt của quả đất. Chẳng hạn, hãy hình dung bản đồ của vùng Manhattan: bản chất Euclid của nó là quá rõ ràng. Khi các bản đồ này được ghép lại với nhau thành một atlas thì những đường song song của chúng vẫn tiếp tục không cắt nhau và các tam giác trên đó vẫn giữ nguyên bản chất của chúng. Nhưng nếu chúng ta muốn dùng các bản đồ này để tái tạo lại bề mặt thực sự của Trái đất thì khi đó chúng ta sẽ phải làm trơn các đường viền và cuối cùng sẽ nhận được quả địa cầu phản ánh độ cong phức tạp của Trái đất, và nếu chúng ta muốn kéo dài các đại lộ Thứ nhất và Thứ hai của Manhattan thì chúng sẽ cắt nhau. Những khái niệm như *bản đồ*, *atlas* và *đa tạp* chính là những khái niệm cơ bản của topo học.

Điều làm cho đa tạp này khác với đa tạp kia là nó có một lỗ hay nhiều hơn. Đối với một nhà topo, một quả bóng, một cái hộp, một giọt nước, về cơ bản là như nhau. Nhưng một chiếc bánh rán có lỗ ở giữa thì khác. Chìa khóa để hiểu điều này là một băng cao su, một dụng cụ quan trọng đối với sự tưởng tượng topo như một atlas. Một băng cao su tưởng tượng được đặt xung quanh một vật tưởng tượng và buông ra, băng cao su sẽ co lại. Nếu băng cao su có "độ cứng" lớn và đặt nó bao quanh một quả bóng, nó sẽ *tìm cách* co lại và trượt ra khỏi quả bóng. Điều quan trọng là chuyện này xảy ra bất kể băng cao su đặt ở đâu trên quả bóng. Tuy nhiên, một chiếc bánh rán có lỗ ở giữa thì khác: nếu một đầu của băng cao su được luồn qua lỗ rồi sau đó nối lại, nó vẫn bao quanh chiếc bánh, nhưng không bao giờ trượt được ra khỏi chiếc bánh bất kể nó căng tới mức nào. Băng cao su có thể trượt ra từ bất cứ chỗ nào trên quả bóng, trên một cái hộp không có lỗ – điều làm cho chúng về cơ bản là tương tự nhau, hay nói theo ngôn ngữ của topo học là chúng *vi*

đồng phôi với nhau. Điều đó có nghĩa là bạn có thể biến hình dạng của một trong những thứ đó thành hình dạng của một cái khác và sau đó làm cho chúng trở lại hình dạng cũ.

Điều này sẽ đưa chúng ta tới chỗ có thể hiểu được Giả thuyết Poincaré. Hơn một trăm năm trước, Poincaré đã đưa ra một câu hỏi nghe có vẻ ngây thơ: Nếu một đa tạp ba chiều là trơn và đơn liên thì nó có vi đồng phôi với một mặt cầu ba chiều hay không? Từ *trơn* ở đây có ý nghĩa là đa tạp không bị xoắn (bạn có thể hình dung việc ghép bản đồ sẽ phiền phức thế nào nếu có gì đó bị xoắn), *đơn liên* có nghĩa là không có lỗ. Còn *vi đồng phôi* là gì thì chúng ta vừa mới biết ở trên. Chúng ta cũng đã biết *ba chiều* nghĩa là gì rồi: một đa tạp ba chiều là bề mặt của một vật bốn chiều. Giờ chúng ta hãy tạm dừng một chút để xem một *mặt cầu* là gì. Mặt cầu là tập hợp các điểm cách đều một điểm đã cho gọi là tâm. Mặt cầu một chiều (chính là đường tròn trong hình học ở trường phổ thông) là tất cả những điểm có tính chất đó trong không gian hai chiều (một mặt phẳng). Còn mặt cầu hai chiều (bề mặt của quả bóng) là tất cả những điểm có tính chất nêu trên trong không gian ba chiều. Cái làm cho các mặt cầu được các nhà topo đặc biệt quan tâm là chúng thuộc về một phạm trù được gọi là các siêu mặt – tức là các đối tượng có số chiều cao nhất có thể trong một không gian đã cho (một chiều trong không gian hai chiều, hai chiều trong không gian ba chiều, v.v...). Mặt cầu ba chiều được Poincaré quan tâm là bề mặt của một quả bóng bốn chiều. Chúng ta không thể hình dung được quả bóng đó, chúng ta chỉ có thể sống trong nó.

Các nhà topo học thường công phá các bài toán bằng cách thử giải chúng với các số chiều khác nhau. Tương đương với Giả thuyết Poincaré trong trường hợp hai chiều – đó là khẳng định các bề mặt của quả bóng, của cái hộp, v.v không có lỗ về cơ bản là như nhau – là bài toán cơ bản đối với topo học. Nhưng trong ba chiều, và cũng chính là Giả thuyết Poincaré, bài toán trở nên hết sức khó khăn. Các nhà toán học đã vật lộn với giả thuyết này trong phiên bản gốc ba chiều của nó trong phần lớn thế kỷ 20, nhưng những đột phá đầu tiên lại tới từ một nơi khác hay chính xác hơn là ở những chiều cao hơn.

Vào buổi bình minh của những năm 1960, một số nhà toán học – chính xác là bao nhiêu và trong những hoàn cảnh nào là vấn đề hiện vẫn còn tranh cãi – đã chứng minh được Giả thuyết Poincaré cho trường hợp năm chiều và cao hơn. Năm 1960, nhà toán học Mỹ John Stalling đã công bố chứng minh giả thuyết này cho trường hợp bảy chiều hoặc cao hơn và chỉ một năm sau ông đã được nhận học vị PhD của Đại học Princeton. Tiếp sau là nhà toán học Mỹ Stephen Smale, người có lẽ đã hoàn tất chứng minh của mình sớm hơn Stalling, nhưng ông đã công bố chậm hơn mấy tháng; tuy nhiên, ông đã chứng minh được giả thuyết này trong trường hợp năm chiều và cao hơn. Sau đó, nhà toán học người Anh Christopher Zeeman đã mở rộng chứng minh của Stalling cho trường hợp năm và sáu chiều. Người thứ tư là Andrew Wallace, một nhà toán học Mỹ, vào năm 1961 đã công bố một chứng minh, về cơ bản tương tự với chứng minh của Smale. Cũng có một nhà toán học Nhật tên là Hiroshi Yamasuge đã công bố chứng minh của ông cho trường hợp năm chiều và cao hơn vào năm 1961.

Như vậy sau hơn năm mươi năm từ ngày bài toán được đặt ra, Giả thuyết Poincaré đã bắt đầu nhượng bộ, dù là chỉ một chút. Tất cả các nhà toán học này cũng như vô số những người khác với mức độ thành công còn kém xa vẫn hy vọng sẽ chứng minh được chính giả thuyết gốc, tức là trường hợp ba chiều. Và trong khi họ chắc sẽ được nhớ tới vì những đóng góp có tính đột phá của họ cho sự nghiệp công phá giả thuyết này, thì ít nhất một người trong số họ dường như lại coi mình là có đóng góp đáng kể nhất mà thực ra ông ta đã không làm. John Stalling, một giáo sư công huân của Đại học Berkeley, đã liệt kê chỉ một số ít các bài báo của ông trên website cá nhân của mình. Bài báo đầu tiên mà ông nhắc đến được công bố mãi từ năm 1966 và có nhan đề *Tại sao không giải được Giả thuyết Poincaré*.

"Tôi đã phạm tội lỗi là đã chứng minh sai Giả thuyết Poincaré", Stalling mở đầu. "Bây giờ với hy vọng ngăn chặn những người khác không phạm những sai lầm tương tự, tôi sẽ mô tả chứng minh sai lầm của mình. Biết đâu bằng một sự thay đổi nhỏ hay một diễn giải mới nào đó, cái đường lối của chứng minh này có thể được chỉnh sửa cũng nên!" Đó chính là tinh thần hy vọng hão huyền một khi ý thức được sự vô ích của các nỗ lực đã bỏ ra và sự bất khả đầu hàng đầy ám ảnh, một tinh thần vốn đặc trưng cho trận chiến gần một trăm năm nhằm chinh phục giả thuyết này. Và rồi hai mươi năm trước, giả thuyết này lại một lần nữa nhượng bộ chút xíu. Năm 1982, một nhà toán học trẻ người Mỹ tên là Michael Freedman, lúc đó mới 31 tuổi, đã công bố chứng minh Giả thuyết Poincaré cho trường hợp bốn chiều. Thành tựu này được chào đón như một đột phá và Freedman đã được nhận huy chương Fields. Nhưng giả thuyết này trong trường hợp ba chiều thì vẫn chưa chứng minh được. Không

một phương pháp nào được dùng cho các trường hợp có số chiều cao hơn áp dụng được cho ba chiều; trong trường hợp này không có đủ chỗ để các nhà topo vận dụng những công cụ mà họ đã sử dụng trong trường hợp có số chiều cao hơn. Dường như cần phải cầu viện tới một cách tiếp cận có tính cách mạng mà ngay chính bản thân Poincaré cũng không thể hình dung, thậm chí không ngờ tới.

■ ■

Có lẽ một trong những vấn đề với các không gian bốn chiều đó là – không giống với các trường hợp có số chiều cao hơn – chúng không quá trừu tượng; dường như con người chúng ta có thể sống rất tốt trong không gian ba chiều được nhúng trong bốn chiều, ngay cả khi đa số chúng ta không thể lĩnh hội được nó. Nhưng các chuyên gia nói rằng có một người hiện còn đang sống là nhà hình học người Mỹ William Thurston có thể hình dung được bốn chiều. Họ nói Thurston có trực giác hình học không giống bất cứ ai khác. "Khi bạn nhìn thấy hoặc nói chuyện với Thurston, ông ta thường nhìn chăm chú vào không gian và bạn có thể cảm nhận thấy rằng ông ta nhìn thấy những hình ảnh bốn chiều đó", đó là nhận xét của John Morgan, một giáo sư thuộc Đại học Columbia, một người bạn của Thurston và là đồng tác giả của một quyển sách viết về chứng minh Giả thuyết Poincaré của Perelman. "Sự hiểu biết sâu sắc về hình học của ông không giống bất cứ ai mà tôi đã gặp. Như vậy, liệu có thể có một kiểu nhà toán học giống như Bill Thurston không? Làm thế nào mà một người có thể có những hiểu biết sâu sắc về hình học đến như thế? Cô biết đấy, bản thân tôi cũng có tài năng kha khá về toán học, nhưng tôi không thể bén gót ông ấy".

Thurston nói về các đa tạp ba chiều trong các không gian bốn chiều cứ như ông có thể nhìn thấy và thao tác với chúng vậy. Ông mô tả những cách mà chúng bị cắt và điều gì sẽ xảy ra khi đó. Đối với một nhà topo, đây là một kỹ năng quan trọng; các đối tượng phức tạp thường được nghiên cứu thông qua các cấu phần đơn giản hơn của chúng, việc hiểu được bản chất các cấu phần đó và mối liên hệ của chúng là rất căn bản để hiểu được đối tượng lớn ban đầu. Thurston đưa ra giả thiết rằng tất cả các đa tạp ba chiều đều có thể được chia cắt theo những cách cụ thể, để tạo ra các đối tượng thuộc một trong số tám biến thể của các đa tạp ba chiều. Hoàn toàn không đúng nếu gọi giả thuyết Thurston là một bước tiến tới chứng minh Giả thuyết Poincaré. Thực tế, nó còn tham vọng hơn thế, cho dù nó ít có tiếng tăm hơn. Nếu Thurston chứng minh được giả thuyết của mình thì tự động sẽ suy ra Giả thuyết Poincaré. Nhưng tiếc thay, ông lại không chứng minh được nó.

"Tôi quan sát thấy Bill đã có những tiến bộ", Morgan nhớ lại. "Và khi ông ấy không đạt được, tôi nghĩ, 'Mình cũng sẽ chẳng đạt được đâu, mà cũng chẳng ai có thể đạt được'. Đúng như Jeff (tức Cheeger) một lần đã nói rằng, 'Việc chứng minh Giả thuyết Poincaré đã trở nên quá phức tạp'".

Trong khi các nhà toán học khác đã khôn ngoan chọn cách hướng nỗ lực của mình sang đâu đó khác, thì một giáo sư ở Berkeley tên là Richard Hamilton vẫn kiên trì chinh phục Giả thuyết Poincaré và sau đó là giả thuyết Thurston. Mô tả chuẩn mực của báo chí về Hamilton thường chứa từ *flamboyant* (hoa mỹ), dường như về cơ bản có nghĩa là ông quan tâm không chỉ tới toán học mà còn cả lướt sóng và phụ nữ nữa. Ông là người hòa đồng, quyến rũ và tuyệt

đối xuất sắc – vì ông chính là người đã lát đường để dẫn tới chứng minh của cả hai giả thuyết.

Vào đầu những năm 1980, Hamilton đã đề xuất một điều dễ tưởng nhầm là hiển nhiên. Mặt của quả cầu có số chiều bất kỳ đều có độ cong dương không đổi, đó là một tính chất cơ bản của đối tượng này. Như vậy, nếu người ta tìm được cách đo được độ cong của một vật ba chiều có hình dạng không xác định và không thể hình dung nổi (*blob*) rồi sau đó bắt đầu làm biến dạng vật đó và liên tục đo độ cong của nó thì cuối cùng ta có thể đạt tới điểm mà ở đó độ cong vừa dương vừa không đổi, tức *blob* đó đã được chứng minh dứt khoát là một mặt cầu ba chiều. Điều này cũng có nghĩa là *blob* đã cho ngay từ đầu đã là một mặt cầu, vì sự biến dạng không thực sự làm thay đổi những tính chất topo của các đối tượng – nó chỉ làm cho chúng dễ nhận dạng hơn mà thôi.

Hamilton đã tìm ra cách trang bị cho *blob* một metric (khoảng cách) để đo độ cong và ông đã viết được một phương trình mô tả cách mà *blob* đó, và cả metric của nó, thay đổi theo thời gian. Ông đã chứng minh được rằng vì *blob* này đã được đúc ra nên độ cong của nó không thể giảm mà nhất thiết phải tăng, và điều này đã giúp ông chứng minh được độ cong này thực sự là dương. Nhưng làm sao đảm bảo rằng nó sẽ không đổi? Và đến đây thì Hamilton bị tắc.

Bạn hãy nghĩ về một hàm đơn giản, loại mà bạn đã được học ở trường phổ thông. Ví dụ hàm 1/x. Đồ thị của hàm này là một đường trơn cho tới khi nó đạt tới điểm x = 0. Khi đó mọi chuyện sẽ rối hết cả lên, vì bạn không thể chia cho số 0 được. Và đồ thị của bạn sẽ đột nhiên lao tới vô cùng. Điểm đó được gọi là điểm kỳ dị.

Quá trình làm biến đổi metric được mô tả bởi phương trình do Hamilton phát minh ra được gọi là dòng Ricci. Khi dòng này đính

sự thần diệu lý thuyết của nó vào metric của cái *blob* không tưởng tượng nổi nói ở trên thì thường làm xuất hiện một kỳ dị. Hamilton cho rằng những kỳ dị này có thể tiên đoán được và có thể loại bỏ nó bằng cách dừng hàm này (tức dòng Ricci) lại, rồi sửa bằng tay và phục hồi lại dòng đó. Khi một nhà toán học nói rằng họ sửa cái gì đó "bằng tay" có nghĩa là họ đưa ra một hàm khác cho mẩu vấn đề ấy. Điều này cũng tương tự như người ta đã làm khi lập trình máy tính, tùy theo điều kiện người ta sử dụng các hàm khác nhau. Ví dụ, hàm của bạn bằng x với mọi x lớn hơn hoặc bằng 0 và bằng -x đối với mọi x nhỏ hơn 0. Trong topo học, nơi mà những bàn tay ảo can thiệp vào sự biến đổi ảo của các đối tượng, sự can thiệp ấy được gọi là *giải phẫu*. Như vậy, quá trình mà Hamilton nhắm tới là dòng Ricci có giải phẫu.

Hamilton không phải nhà toán học đầu tiên nghĩ rằng mình đã biết cách chứng minh Giả thuyết Poincaré. Ông cũng không phải là người đầu tiên vấp phải những trở ngại không thể vượt qua trên con đường dẫn tới chứng minh. Để chương trình của ông (theo cách gọi của các nhà toán học) vận hành được thì có một số điều cần phải đúng. Thứ nhất, độ cong mà ông định đo cần phải có giới hạn không đổi, một loại điều kiện biên được gọi là đều; nếu ông giả thiết điều đó là đúng thì chương trình có thể sẽ vận hành được, nhưng bằng cách nào ông biết được giả thiết đó là đúng? Thứ hai, trong khi Hamilton phát minh ra dòng Ricci có giải phẫu và có thể chỉ ra rằng nó hiệu quả trong một số trường hợp, ông không thể chứng tỏ rằng nó có thể sử dụng một cách hiệu quả đối với bất cứ loại kỳ dị nào xuất hiện. Ông có thể lý thuyết hóa các loại kỳ dị có thể xuất hiện nhưng ông không thể tìm ra cách giải quyết tất cả chúng hoặc thậm chí tuyên bố đã nhận dạng ra tất cả bọn chúng. Và đây

lại là một người nữa "đã có những tiến bộ, nhưng rồi đã không đạt được". Đây cũng là một người nữa mà Morgan đã nói tới khi dẫn lời của Jeff Cheeger "Việc chứng minh Giả thuyết Poincaré đã trở nên quá phức tạp".

Hai mươi lăm năm sau, hai điều này đã trở nên hoàn toàn rõ ràng. Thứ nhất, Hamilton quả thật đã tạo ra bản thiết kế cho việc chứng minh cả hai giả thuyết, Giả thuyết Poincaré và Giả thuyết Hình học hóa. Thứ hai, bi kịch của cá nhân ông cũng to lớn như thành tựu nghề nghiệp của ông: ở tuổi 40, ông đã lâm vào bế tắc và rõ ràng hiện vẫn đang còn bế tắc.

■ ■

Điểm mà tại đó Hamilton bế tắc cũng gần như là điểm mà tại đó Perelman bắt đầu dấn thân vào Giả thuyết Poincaré. Và đó cũng là điểm mà Perelman biến mất tăm; anh ít tới dự các seminar, rút bớt dần thời gian có mặt tại Viện Steklov và cuối cùng anh hầu như chỉ xuất hiện ở Viện vào ngày nhận lương. Anh chậm trả lời các e-mail tới mức những người quen của anh cho rằng anh đã trở thành một nhà toán học khác, người đã từng tỏ ra có rất nhiều hứa hẹn nhưng rồi sau đó gặp một bài toán và đã bị nó nghiến nát, và bây giờ không còn tồn tại về mặt toán học nữa.

Nhưng giờ đây chúng ta biết rằng thực tế không phải như vậy. Đúng hơn là lúc bấy giờ Perelman mới hoàn tất quá trình học tập toán học của mình và bắt đầu áp dụng nó. Như vẫn thường xảy ra, quá trình học tập, hay có lẽ chính xác hơn là khát vọng của anh đối với tri thức toán học có thể chia sẻ với những người khác, và đó cũng chính là cái đã kết nối anh với thế giới bên ngoài. Giờ đây thế

giới đó đã được sử dụng cùng kiệt rồi; những lợi ích của nó không còn mấy ý nghĩa nữa, do đó những yêu cầu của cái thế giới đó đối với anh thật khôn dò và thậm chí còn gây khó chịu hơn trước. Lẽ tự nhiên, Perelman phải quay lưng lại thế giới đó và đối mặt với bài toán.

Điều mà thế giới bên ngoài đã cho Perelman là thói quen hiệu chỉnh sức mạnh vô song của trí tuệ mình vào một bài toán duy nhất. Điều mà Hamilton đã làm được là biến Giả thuyết Poincaré thành một siêu bài toán olympic toán học. Theo một nghĩa nào đấy, ông đã hạ nó xuống một mức. Trong thế giới của các nhà toán học đỉnh cao, giới trí thức tinh hoa là những người đã mở ra những chân trời mới bằng cách đặt ra những câu hỏi mà chưa có ai khác nghĩ ra. Hạ xuống một mức là những người tìm ra cách trả lời những câu hỏi ấy; thường thì đó là những thành viên của giới tinh hoa ở giai đoạn đầu sự nghiệp của mình – một ít năm sau khi có bằng PhD chẳng hạn, khi mà họ chứng minh những định lý của những người khác và bắt đầu phát biểu những định lý của chính mình. Và cuối cùng, có những con chim quý hiếm, những người thực hiện những bước cuối cùng trong việc hoàn tất các chứng minh. Đó là những nhà toán học kiên nhẫn, chính xác và bền bỉ, họ cuối cũng đã lát xong những con đường mà những người khác đã từng mơ ước và vạch lối. Trong câu chuyện của chúng ta, Poincaré và Thurston đại diện cho nhóm đầu tiên, Hamilton đại diện cho nhóm thứ hai và Perelman là người đã hoàn tất công việc đó.

Vậy anh là ai? Anh là người chưa bao giờ gặp bài toán nào mà anh không giải được. Những gì anh đã cố sức để làm với các không gian Alexandrov ở Berkeley có lẽ là một ngoại lệ, anh thực sự đã gặp bế tắc ở đó, nhưng khi ấy có thể là thời gian duy nhất anh cố gắng

làm một điều gì đó rơi vào phạm trù các công trình toán học loại thứ hai, thậm chí loại thứ nhất chứ không phải loại thứ ba. Phạm trù thứ ba về căn bản tương tự với việc giải các bài toán olympic toán học: nó đã được phát biểu rõ ràng, và những hạn chế cũng đã được đặt cho nghiệm – con đường chứng minh cũng đã được Hamilton vạch ra. Tất nhiên, đó là một bài toán kiểu olympic rất rất phức tạp; thời gian để giải nó không thể tính bằng giờ, bằng tuần hay thậm chí bằng tháng. Thực tế, đây là bài toán không thể giải được với bất kỳ ai, trong bất cứ lượng thời gian nào, trừ Perelman. Và Perelman chính là người được tìm kiếm để giải một bài toán như vậy, người mà cuối cùng đã tận dụng được toàn bộ khả năng của chiếc siêu máy tính là bộ não của anh.

Perelman đã tìm cách chứng minh hai điều chủ yếu. Thứ nhất, anh đã chứng tỏ được rằng Hamilton không nhất thiết phải giả thiết rằng độ cong luôn bị chặn đều; trong không gian ảo nơi chứng minh diễn ra, điều này đơn giản là luôn luôn đúng. Thứ hai, anh đã chứng tỏ được rằng tất cả các kỳ dị có thể xuất hiện đều có cùng một nguồn gốc; chúng xuất hiện khi độ cong bắt đầu "bùng nổ", tức là tăng không kiểm soát nổi. Vì tất cả các kỳ dị có cùng bản chất nên chỉ cần một công cụ duy nhất xử lý chúng có hiệu quả – và giải phẫu đã được dự liệu ngay từ đầu của Hamilton đảm nhiệm được công việc đó. Hơn thế nữa, Perelman đã chứng minh được rằng một số kỳ dị mà Hamilton phỏng đoán đã không bao giờ xuất hiện.

Có một điều gì đó đặc biệt và hơi trớ trêu trong logic chứng minh của Perelman. Anh đã thành công vì đã tận dụng được sức mạnh không thể tưởng tượng nổi của trí óc anh để nắm bắt toàn bộ phạm vi của các khả năng: cuối cùng anh có thể tuyên bố rằng anh đã biết tất cả những gì có thể xảy ra. Biết tất cả những điều đó,

anh có thể loại trừ một số những phát triển topo không thể xảy ra. Khi nói về các không gian ảo bốn chiều, Perelman muốn ám chỉ các thứ có thể hoặc không thể xảy ra "trong tự nhiên". Về căn bản, anh có thể làm trong toán học những thứ mà anh đã cố gắng làm trong cuộc sống: nắm bắt ngay tất cả mọi khả năng của tự nhiên và hủy bỏ những thứ rơi ra ngoài thế giới đó – giọng kim, xe hơi, bài Do Thái và bất cứ thứ kỳ dị khó chịu nào khác.

IX

Chứng minh xuất hiện

Date: Tue, 12 Nov 2002 05:09:02 – 0500 (EST)
From: Grigori Perelman
To: [multiple recipients]
Subject: new preprint

Dear [Tên],
Xin phép lưu ý ngài quan tâm tới bài báo của tôi trong arXiv math.DG/0211159.

Tóm tắt:

Chúng tôi giới thiệu một biểu thức đơn điệu của dòng Ricci, đúng cho mọi chiều và không cần những giả thiết về độ cong. Nó được giải thích như entropy đối với một tập hợp chính tắc nào đó. Một số ứng dụng trong hình học cũng sẽ được giới thiệu. Đặc biệt, (1) dòng Ricci, được xét trong không gian với metric Riemann với độ chính xác tới phép vi đồng phôi và phép co dãn, không có các quỹ đạo tuần hoàn không tầm thường (tức là khác các điểm bất động); (2) trong một vùng, nơi kỳ dị xuất hiện trong thời gian hữu hạn, bán kính đơn xạ được kiểm soát bởi độ cong; (3) dòng Ricci không thể

biến đổi nhanh một vùng hầu như Euclid thành một vùng rất cong, bất kể điều gì xảy ra ở những vùng xa. Chúng tôi cũng đã kiểm tra một số khẳng định có liên quan tới chương trình của Richard Hamilton nhằm chứng minh Giả thuyết Hình học hóa đối với các đa tạp ba chiều đóng và phác thảo một chứng minh chiết trung cho giả thuyết đó, bằng cách sử dụng các kết quả trước đó về sự suy sụp với độ cong cục bộ bị chặn dưới.

Trân trọng

Grisha

Khoảng một chục các nhà toán học Mỹ nhận được bức thư này. Theo đó, một ngày trước Grisha Perelman đã đưa một bài báo lên địa chỉ arXiv.org, một website của Thư viện Đại học Cornell được lập ra nhằm tạo điều kiện truyền thông tin điện tử nhanh chóng giữa các nhà toán học cũng như các nhà khoa học khác. Preprint này là bài đầu tiên trong ba bài báo chứa đựng những kết quả mà Perelman đã thu được trong suốt bảy năm công phá các giả thuyết Poincaré và Hình học hóa.

"Vậy là tôi bắt đầu xem bài báo đó", Michael Anderson nói với tôi. "Tôi không phải là một chuyên gia về dòng Ricci – tuy nhiên, nhìn qua nó, tôi thấy rõ rằng anh ấy đã có những bước tiến rất lớn và lời giải cho Giả thuyết Hình học hóa và do đó cả Giả thuyết Poincaré đã ở trong tầm tay". Mỗi người nhận được e-mail này đều đã từng tham gia cuộc thập tự chinh công phá một bài toán nào đó đã tồn đọng nhiều năm. Mỗi người trong họ đều có phản ứng đối lập với tin này: Nếu Perelman thực sự đã chứng minh được hai giả thuyết này thì đây là một thành tựu toán học tầm cỡ và nó phải tạo ra cảm hứng chiến thắng – nhưng đó là chiến thắng của ai đó khác, và nó đã đập tan mọi hy vọng thực hiện được những đột phá của nhiều nhà toán học. Anderson đã

làm việc về Hình học hóa gần mười năm, và theo ông nói với tôi thì "đã sa lầy vào những vấn đề kỹ thuật. Tôi vẫn còn nuôi hy vọng là mình sẽ có một sự hiểu biết sâu sắc hơn hoặc một đột phá nào đó nhưng tôi đã thực sự đi tới kết luận rằng điều đó sẽ không xảy ra. Nhưng nếu có ai đó tiếp tục làm điều đó thì tốt nhất là Grisha. Tôi rất thích anh ấy. Vì vậy ngày hôm sau tôi đã mời anh ấy tới đây và một ngày nữa sau đó tôi đã rất ngạc nhiên là Grisha trả lời đồng ý".

Trong khi đó một trận mưa tới tấp các e-mail dội xuống các nhà topo học ở khắp nước Mỹ và châu Âu. Mike Anderson cũng gửi đi một số bức có nội dung như sau:

Thân chào [Tên]

Hy vọng ở anh mọi chuyện đều tốt đẹp. Tôi không biết anh đã thấy hay chưa nhưng Grisha Perelman đã đưa lên mạng bài báo về dòng Ricci ở địa chỉ mathDG/0211159 mà anh và các bạn anh làm việc trong lĩnh vực này có thể muốn đọc. Grisha là một chàng trai khác thường và cũng rất xuất sắc. Tôi đã gặp anh ta khoảng chín năm trước, và chúng tôi cũng thường nói chuyện với nhau khá nhiều về dòng Ricci và sự hình học hóa các đa tạp ba chiều vào đầu những năm 1990. Đột nhiên, ngày hôm qua anh ta gửi e-mail cho tôi thông báo về bài báo này.

Về cơ bản, tôi biết rất ít về dòng Ricci, nhưng tôi cảm thấy rằng trong bài báo này, anh ta đã trả lời được nhiều vấn đề cơ bản mà nhiều người đang cố giải quyết. Có thể thậm chí anh ta đã tiến rất gần tới mục tiêu của Hamilton, tức là chứng minh được giả thuyết Thurston. Những ý tưởng trong bài báo đó, đối với tôi là hoàn toàn mới và độc đáo – điển hình cho phong cách của Grisha. (Anh ta cũng đã giải được nhiều bài toán nổi tiếng trong các lĩnh vực khác vào đầu những năm 1990 và sau đó "biến mất" khỏi sân khấu. Và dường như bây giờ anh ta đã xuất hiện trở lại).

Dù sao, tôi cũng muốn thông báo cho anh biết điều này và cũng đề nghị anh thường xuyên cho tôi biết những bàn luận cũng như tin đồn liên quan đến công trình này... Tất nhiên, cái mà tôi thực sự muốn biết là hiện nay người ta đã tiến gần tới lời giải của giả thuyết Thurston đến mức nào rồi, vì điều đó ảnh hưởng rất nhiều đến một số công trình của tôi. Tôi thì tôi cho rằng bài báo đó là đúng sau những gì tôi biết về Perelman, và đối với tôi đó là sự đánh cược hợp lý.

Tôi cũng đã gửi một bức thư tương tự tới một số ít bạn bè khác mà tôi biết có làm việc về dòng Ricci.

Trân trọng, Mike

Một số người chưa từng nghe nói về Perelman có thể được tha thứ vì đã không xem xét bài báo này một cách nghiêm túc: những công trình tuyên bố đã chứng minh được Giả thuyết Poincaré xuất hiện thường xuyên nhưng trong gần một trăm năm chưa có ai giải được bài toán đó. Tất cả mọi người, kể cả những nhà toán học nổi tiếng nhất – và thực tế kể cả chính Poincaré nữa – đều đã phạm sai lầm. Những chứng minh tự nhận đó cứ mỗi ít năm lại xuất hiện, nhưng rồi tất cả, dù sớm hay muộn, đều đã bị bác bỏ. Những người biết Perelman đều ý thức được rằng anh không bao giờ làm ra "những đồ giả" – như các bạn cùng câu lạc bộ toán của anh thường nói, và họ cũng ý thức được cách cư xử đứng đắn của anh để biết anh dấn thân vào Giả thuyết Poincaré một cách nghiêm túc đến mức nào.

Nhưng làm thế nào xác định được chứng minh của anh có thực sự đúng đắn hay không? Bài báo tập hợp những kỹ thuật và thậm chí cả những vấn đề thuộc một số lĩnh vực chuyên môn khác nhau trong toán học, thậm chí chúng không chỉ giới hạn trong topo học. Ngoài ra, sự trình bày của Perelman lại quá cô đọng, nên muốn

đánh giá chứng minh của anh thì trước hết, về căn bản, phải giải mã bài báo của anh cái đã. Một điều khó khăn nữa là anh không nói rõ anh định làm gì và đã làm như thế nào. Thậm chí anh cũng không tuyên bố mình đã chứng minh được Giả thuyết Poincaré và Giả thuyết Hình học hóa cho đến khi người ta trực tiếp hỏi anh. Bức e-mail của Anderson có lẽ là một trong những bước đầu tiên bắt đầu quá trình kiểm tra này. *Chàng trai này chắc là đã làm việc nghiêm túc*, ông nói, *và hãy làm ơn cho tôi biết có đúng là anh ta đã làm cái mà tôi nghĩ là anh ta đã làm không*. Anderson đã viết e-mail này vào lúc 5h38' sáng ngày hôm sau, sau khi nhận được e-mail của Perelman thông báo về bản preprint của anh.

Trong vòng một vài giờ, Anderson đã bắt đầu được thông báo rằng cái mà các nhà toán học gọi là "cộng đồng dòng Ricci" đang giận điên lên và cho biết rằng không ai trong số họ biết về Perelman trước đó cả.

Không ai trong số các nhà topo học Perelman quen biết ở Liên Xô thuộc cộng đồng dòng Ricci mà Richard Hamilton là trung tâm. Ông là địa chỉ quan trọng nhất trong thông báo theo e-mail của Perelman và theo một nghĩa nào đó cũng là của toàn bộ bài báo này. Khi những bức e-mail liên tục bay tới bay lui giữa các nhà hình học thì Hamilton vẫn giữ im lặng một cách đáng ngờ. "Đã có những ấn tượng gì về công trình của Perelman chưa?" Anderson viết cho một người thuộc nhóm dòng Ricci mấy ngày sau. "Có ai đó trong các anh thuộc nhóm Hamilton đã kiểm tra kỹ lưỡng bài báo đó chưa? Hamilton có biết điều đó không? Các ý tưởng đã có thể đưa Perelman tới gần sự kết thúc chương trình Hamilton đến mức nào?"

Theo những người trao đổi thư từ thông báo thì Hamilton có biết về điều đó. Bài báo tỏ ra là thực sự rất quan trọng.

Thực tế, Perelman phải dùng non một nửa bài báo đầu tiên của mình để vượt qua được điểm mà tại đó Hamilton đã bế tắc trong hai thập kỷ. Bởi vậy không có gì lạ là ông đã im lặng. Cũng không khó hình dung điều mà chắc ông đã cảm thấy khi đó, giống như nhìn thấy khát vọng một đời bỗng nhiên bị cướp mất bởi một gã mới nổi tóc tai bù xù với những móng tay dài. Người ta có thể hình dung được điều đó nếu hiểu rằng chính những khát vọng, sự cạnh tranh và ý nghĩa của lòng tự trọng nghề nghiệp mới là những động cơ của hành vi con người, chứ không phải những lợi ích tốt đẹp của toán học. Grisha Perelman không có sự hiểu biết đó.

■ ■

Thực tế, một trong những khía cạnh tuyệt vời nhất trong câu chuyện về chứng minh của Perelman là nhiều nhà toán học đã tạm thời gác lại những khát vọng nghề nghiệp của riêng mình để tận tâm giải mã và diễn giải các bản preprint của Perelman. Vào tháng 11 năm 2002, Bruce Kleiner đi công tác ở châu Âu. Ngay khi ông sắp sửa thuyết trình tại Đại học Bonn thì Ursula Hamenstaedt, một giáo sư sở tại có mặt tại hội trường đã đứng dậy hỏi ông: "Nhân tiện xin hỏi ông đã đọc bản preprint mà Perelman đã đưa lên mạng về chứng minh Giả thuyết Poincaré chưa?" Ít nhất đó là câu bà ta nói mà ông còn nhớ được. Thực ra, bà ấy phải thận trọng hơn trong những khẳng định của mình, nhưng Kleiner biết rõ rằng Perelman là người làm việc rất nghiêm túc.

"Không một ai đã từng biết các bài báo của anh hoặc đã từng nghe anh thuyết trình lại có thể nghĩ rằng anh đưa ra những tuyên

bố để rồi sau đó chúng sẽ sụp đổ hoặc nói ra những điều còn chưa được suy nghĩ chín chắn", Kleiner nói với tôi. "Mà ở đây anh lại đưa lên website arXiv, một forum rất công khai. Như vậy, trừ phi có một sự thay đổi nào đó trong cá tính của Perelman xảy ra từ đầu những năm 1990, còn thì tôi nghĩ rằng có rất nhiều khả năng ở đây anh đã làm được điều gì đó rất có giá trị hoặc là Perelman đã giải được bài toán đó hoàn toàn". Và điều này có nghĩa là cuộc đời nghề nghiệp của Kleiner đã có một bước ngoặt bất ngờ. Cũng như Anderson, Kleiner đã nhiều năm nghiên cứu về một khía cạnh của Giả thuyết Hình học hóa, mặc dù ông dùng một cách tiếp cận hoàn toàn khác. Không giống như Anderson, ông còn chưa ngờ rằng sự theo đuổi của ông sẽ chẳng mang lại thành tựu gì. Ông thừa biết rằng đây là một "dự án có độ mạo hiểm cao", một giả thuyết nổi tiếng như thế rất có thể một ai khác sẽ thành công sớm hơn ông, nhưng ngay trước buổi thuyết trình của mình, ông chưa hề được chuẩn bị để nghe nói rằng dự án đó đã thực sự kết thúc rồi. Và trong một năm rưỡi tới, Kleiner sẽ bắt tay vào nghiên cứu Dự án Perelman.

Trong khi đó Perelman đang chuẩn bị cho chuyến đi tới Hoa Kỳ. Anh đã nhận được thư mời của Anderson ở Đại học Stony Brook và của Tian, bây giờ đã ở MIT, và anh quyết định sẽ dừng hai tuần ở mỗi nơi. Anh đã nói với Anderson ngay từ đầu rằng anh chỉ ở Mỹ không hơn một tháng bởi vì anh không thể để mẹ anh ở một mình lâu được. Kế hoạch sau đó đã thay đổi là anh sẽ đưa mẹ đi theo, nhưng Perelman vẫn khăng khăng giữ thời hạn của chuyến đi như ban đầu.

Perelman dường như bây giờ đã tái nhập hoàn toàn với thế giới. Anh đã tự hoàn tất mọi thủ tục visa vào Mỹ cho mình và mẹ mình – một công việc hơi mệt mỏi thậm chí đối với cả những người đã

dày dạn với tệ quan liêu. Anh cũng tự đi mua vé bằng số tiền còn lại trong tài khoản của anh tại một ngân hàng Mỹ. Anh vốn sống rất đạm bạc trong suốt bảy năm qua bằng số tiền tiết kiệm được trong thời gian làm postdoc. Anh cũng đã viết thư cho Anderson và Tian về lịch trình và những thứ phải chuẩn bị cho chuyến đi của anh, kể cả bảo hiểm y tế, một vấn đề rõ ràng là anh rất quan tâm.

Sự ra khỏi cảnh mai danh ẩn tích và xuất hiện trở lại của Perelman dường như không hề làm tổn hại đến khả năng tiếp tục viết nốt chứng minh của anh. Anh đã đưa tiếp bản preprint thứ hai lên arXiv vào tháng 3 năm 2003, trong khi đang làm thủ tục visa vào Mỹ. Với hai mươi hai trang, bản preprint này ngắn hơn tám trang so với preprint thứ nhất. Hẳn là anh đã hình dung trong đầu chứng minh đó rõ ràng tới mức những phiền phức làm mất tập trung, dù nhỏ hay lớn, đã không thể cản trở anh hoàn thành bản preprint cô đọng đó trong đôi ba tuần liền (mùa xuân năm đó anh đã nói với Jeff Cheeger rằng anh đã mất ba tuần để viết xong bài báo đó – ít hơn thời gian để Cheeger đọc và hiểu được nó).

■ ■

Perelman tới MIT vào đầu tháng 4 năm 2003. Đối với Gang Tian thì anh nhìn cũng vẫn nhang nhác như Tian còn nhớ: vẫn gầy, tóc dài và những móng tay dài, chỉ có khác là không còn mặc chiếc jacket nhung màu nâu nữa. Đối với những ai gặp anh lần đầu tiên thì Perelman nhìn cũng khá nổi bật, nhưng cũng hoàn toàn nằm trong khuôn khổ kỳ dị của các nhà toán học thôi. Tại buổi thuyết trình của anh, người dự chật kín giảng đường. Nhiều người ngồi dự ở đây đã đọc bài báo đầu tiên của anh và đã viết những nhận xét

riêng của họ; một số người đã làm điều đó trong seminar do Tian khởi xướng. Tuy nhiên, đa số là các nhà toán học hiếu kỳ tới đây để được chiêm ngưỡng con người có thể đã làm nên đột phá toán học lớn nhất trong một thế kỷ. Những nhà toán học này được đánh giá là có thể theo dõi được đường hướng chung của bài thuyết trình nhưng chắc hẳn sẽ không đặt ra được những câu hỏi có ý nghĩa sau khi Perelman thuyết trình xong, và điều này, theo Perelman, khiến cho họ ít chú ý nhất và gây ồn ào nhiều nhất. Anh đã cấm quay phim buổi thuyết trình và nói rõ rằng anh không muốn một quảng cáo nào trên các phương tiện truyền thông, nhưng dù sao cũng có đôi ba nhà báo lọt được vào giảng đường ngày hôm đó.

Hầu như không thể tin nổi rằng mọi người đã được thỏa mãn khi tới đây với hy vọng được xem một cuộc trình diễn toán học. Tương phản rõ nét với bài thuyết trình năm 1994 của anh ở Đại hội Toán học thế giới, lần này Perelman đã trình bày một câu chuyện có bố cục mạch lạc và khúc chiết đồng thời thậm chí còn rất vui vẻ nữa. Anh đã ở đỉnh cao trong mối quan hệ của anh với Giả thuyết Poincaré. Nếu giả thuyết này là một con người thì đây có lẽ chính là thời điểm mà Perelman muốn chọn để cưới người đó: thời điểm mà anh có thể nhìn thấy toàn bộ câu chuyện của họ một cách rõ ràng và anh đã giải phóng được hầu hết mọi nghi ngờ và chắn chắn nhất về tương lai.

Hầu như hằng ngày trong hai tuần sau buổi thuyết trình, Perelman đều phải nói về công trình của mình cho những cử tọa nhỏ hơn. Mỗi ngày anh phải dành ra vài giờ để trả lời những câu hỏi về Giả thuyết Hình học hóa. Mỗi buổi sáng trước khi thuyết trình anh đều ghé qua văn phòng của Tian để trò chuyện, chủ yếu là về toán học. Có thể anh cũng muốn tìm kiếm những vấn đề mới để nghiên

cứu; anh cũng hỏi về những nghiên cứu riêng của Tian và thậm chí cũng đề xuất một số ý tưởng có liên quan tới chuyên môn của Tian vào thời gian đó chứ không phải tới sự hình học hóa. Không giống như Anderson và Morgan, Tian thường xuyên tìm cách gợi chuyện với Perelman – nhưng hiếm khi vượt ra ngoài những thảo luận về toán học. "Anh ấy tập trung cao độ và đầu óc chỉ nghĩ về một thứ", Tian nói với tôi. "Tôi rất kính trọng anh ở chỗ anh có thể bỏ qua mọi chuyện mà những người khác bận tâm và chỉ tập trung làm toán thôi".

Trong lần tới Mỹ này, Perelman dường như được nghỉ ngơi và trở nên thân thiện tới mức, trong một cuộc nói chuyện buổi sáng của họ, Tian đã mạnh dạn bàn về chuyện lưu lại MIT của Perelman. Trường đại học này rất sẵn sàng mời và một số đồng nghiệp của Tian tối hôm trước cũng đã gặp và cố thuyết phục anh rằng nguồn lực to lớn của MIT sẽ cho phép anh làm việc có năng suất hơn. Và sáng đó Tian đã hỏi Perelman về phản ứng của anh. Mặc dù hết sức lịch sự và nhã nhặn nhưng Tian đã không nhắc lại với tôi những gì mà Perelman đã trả lời ông. "Anh ấy có đưa ra một số bình luận", Tian công nhận. "Nhưng tôi không muốn nhắc lại". Vấn đề không chỉ ở chỗ thời gian này Perelman không quan tâm đến chuyện ở lại Mỹ. Ý nghĩ giờ đây anh mới được ban thưởng một vị trí xứng đáng ở trường đại học này là điều xúc phạm đối với anh. Anh đã chờ đợi chức giáo sư chính thức từ tám năm trước. Bộ não của anh khi đó đâu có khác gì bây giờ; anh đã hoàn toàn xứng đáng, nhưng họ lại cứ muốn anh phải chứng minh khả năng dạy toán của mình. Giờ đây họ hành động cứ như là cuối cùng anh đã chứng minh được điều đó vậy, khi mà thực tế anh đã chứng minh được Giả thuyết Poincaré và đây là phần thưởng riêng của nó.

Rồi hai người quay trở lại những bàn luận lịch sự của họ về các đa tạp, về metric và các đánh giá. Perelman chỉ tỏ ra bực tức một lần nữa trong những cuộc thảo luận của họ. Cái đầu tiên trong những cái mà Tian gọi là "các sự cố" có lẽ đã xảy ra vào ngày 15 tháng 4, khi Perelman gần kết thúc thời gian ở MIT. Nguyên do là tờ *New York Times* đăng một bài báo nhan đề "Một người Nga thông báo rằng ông ta đã giải được một bài toán lừng danh". Gần như mỗi một từ trong nhan đề đó đã là một sự xúc phạm đối với Perelman. Thực ra anh có "thông báo" gì đâu, anh rất thận trọng, chỉ khẳng định trong khi trả lời các câu hỏi trực tiếp. Gọi Giả thuyết Poincaré là một bài toán "lừng danh" và lại làm điều đó trong một tờ báo lưu hành đại chúng, theo quan điểm của Perelman là một điều thô tục vô ý thức. Và chính câu chuyện này lại chồng chất thêm các điều xúc phạm trước đó. Đoạn thứ tư trong bài báo bắt đầu như thế này: "Nếu chứng minh này được chấp nhận để đăng trong một tạp chí nghiên cứu có phản biện và sống sót sau hai năm được săm soi kỹ lưỡng, thì TS. Perelman có khả năng sẽ được ẵm giải thưởng một triệu đôla". Điều đó dường như ám chỉ rằng Perelman giải bài toán này cốt để giành lấy một triệu đôla – nghĩa là anh cũng có quan tâm đến chuyện tiền bạc – và rằng thực tế anh đã gửi bài báo đó để công bố trong một tạp chí có phản biện. Tất cả những điều đó có thể được chứng minh là hoàn toàn sai sự thật. Perelman đã bắt đầu làm việc về giả thuyết này nhiều năm trước khi giải thưởng Clay được lập ra. Tuy rằng anh có dùng tiền và có một sự quý trọng nhất định đối với nó, nhưng anh cảm thấy ít cần đến tiền và chắc chắn không có ham muốn về nó. Cuối cùng, quyết định của anh đưa bài báo lên arXiv là một cuộc nổi loạn có chủ đích nhằm chống lại chính ý tưởng của các tạp chí

khoa học được phân phối bằng cách phải đặt mua. Và giờ đây khi đã giải được một trong những bài toán hóc búa nhất trong toán học, Perelman không muốn phải đề nghị ai đó phản biện chứng minh của anh để công bố.

Trước khi đến Mỹ, Perelman đã nói rất rõ ràng với những người đã hỏi anh – mà Mike Anderson là một người đã rất thận trọng hỏi – rằng lúc này anh không muốn bất cứ một sự quảng cáo nào ra bên ngoài cộng đồng toán học. Perelman không hề nói rằng anh không bao giờ muốn quảng cáo. Anh đã nói rõ ràng rằng anh nghĩ đây chưa phải là thời điểm thích hợp để làm việc đó. Là người rất chặt chẽ trong vấn đề nói chuyện với các nhà báo, nhưng anh lại hết sức thoải mái quảng cáo các bài thuyết trình cũng như các công trình của anh giữa các đồng nghiệp: anh rất vui lòng để cho các nhà tổ chức những buổi thuyết trình sử dụng danh sách chuyên nghiệp của họ (gồm tên và địa chỉ những người nhận ấn phẩm), khi họ thấy thích hợp. Anh tuyệt đối tin tưởng các nhà toán học nhưng theo bản năng anh không mấy tin các nhà báo. Bài báo đăng trên tờ *New York Times* không chỉ làm tăng thêm sự nghi ngờ của anh đối với báo giới – tác giả đã giải thích sai lầm các sự kiện và động cơ theo cách mà Perelman có lẽ rất sợ – mà nó còn phá vỡ niềm tin của anh với các đồng nghiệp, vì một trong hai phóng viên đã dẫn nguồn là một nhà toán học có tham dự seminar của Tian và các buổi thuyết trình của Perelman. Thomas Mrowka không phải là một nhà quan sát lười nhác nhưng ông đã đưa ra đánh giá như một cú hích hoàn hảo cho bài báo này và có lẽ vì thế đã làm cho Perelman e sợ: "Hoặc là anh ta đã chứng minh được hoặc là anh ta đã thực hiện được một bước tiến nào đó thực sự quan trọng mà chúng ta sắp được biết tới".

Vào ngày Perelman rời MIT, anh và Tian đi qua con sông tới vịnh Back lịch sử của Boston, điều mà Perelman rất thích thú. Anh thậm chí còn nói tới khả năng sẽ quay trở lại Mỹ; anh nói rằng anh đã nhận được lời mời từ Stanford, Berkeley, MIT – mà thực ra lúc đó anh có thể đưa ra bất cứ điều kiện gì anh muốn cho bất cứ một khoa toán nào trên khắp nước Mỹ. Sau bữa ăn trưa, hai nhà toán học thả bộ dọc theo bờ sông Charles. Rồi trạng thái thoải mái của Perelman chuyển dần sang lo lắng, vì anh tâm sự với Tian rằng giữa anh và Burago, và chung hơn là giữa anh và Viện toán học đã có chuyện cơm chẳng lành canh chẳng ngọt. Lại một lần nữa, Tian không muốn tiết lộ chi tiết hơn với tôi, mà chỉ nói rằng anh ngờ lần này bạn anh đúng. Nhưng sự đổ vỡ này người ta đã bàn tán ở St. Petersburg nhiều đến mức có thể dễ dàng biết được các chi tiết. Sự xung đột liên quan tới một nhà nghiên cứu khác làm việc trong *lab* của Burago. Việc làm những chú thích của người này đã cẩu thả tới mức mà theo Perelman, gần như là đạo văn. Lẽ ra người này phải tuân theo quy tắc làm chú thích đã được mọi người chấp nhận là dẫn chiếu đến sự xuất hiện mới nhất của điều cần chú thích chứ không phải cung cấp toàn bộ sự thật đã có sẵn về nguồn gốc của nó. Perelman đã yêu cầu Burago vốn là người rất rộng lượng bắt anh ta phải chịu mọi hình phạt, trừ hình phạt công khai về mặt khoa học. Theo đánh giá của Perelman thì sự từ chối của Burago đã khiến ông trở thành đồng lõa của điều mà chung qui lại cũng gần như là một tội lỗi. Sự phê phán của Perelman đối với thầy hướng dẫn của mình đã nổ ra ở các cuộc họp của Viện Toán Steklov. Perelman đã bỏ *lab* của Burago và tìm được chỗ trú ẩn trong *lab* của Olga Ladyzhenskaya, một nhà toán học nổi tiếng đã đủ già và đủ khôn ngoan để chấp nhận Perelman đúng như anh vốn thế. Mọi người khác, kể cả Burago và Gromov, những người đã thấy Perelman gần

như chẳng có lỗi gì, dường như rất muốn tha thứ cho anh, nhưng họ không sao có thể hiểu được cách quan niệm của Perelman đối với việc làm chú thích như một cái gì đó ghê gớm, và theo họ đó chẳng qua may lắm chỉ là sự trái tính trái nết và tệ nhất cũng chỉ là tính hẹp hòi đến nực cười của anh.

■ ■

Sau những buổi thuyết trình ở MIT, Perelman tới New York City, nơi mẹ anh lại một lần nữa tới sống với những người thân. Anh dừng lại ở đây những ngày nghỉ cuối tuần rồi lên tàu hỏa đến Stony Brook vào tối chủ nhật. Mike Anderson đón anh ở ga và đưa anh tới nhà nghỉ. Perelman đã yêu cầu rất tường minh rằng chuyện ăn ở của anh là "khiêm tốn nhất có thể". Anh bắt đầu giảng bài vào ngay ngày hôm sau với một lịch giảng dạy sít sao trong hai tuần tiếp theo: buổi sáng giảng bài, còn buổi chiều là thảo luận. Đối với những người tham dự thì những phiên thảo luận này chẳng khác gì một sự thần kỳ. Đây là người mà một số trong họ chưa bao giờ nghe nói tới, còn những người khác thì đã tin rằng không còn ai có thể chinh phục được bài toán Poincaré, thì giờ đây người đó đã phô bày sự trong sáng tuyệt vời trong các bài giảng của mình và sự kiên nhẫn vô đối trong các phiên thảo luận.

Đó là bởi vì Perelman đã được dạy rằng toán học cần được thực hành. Anh đi tới giảng đường mỗi ngày, thực hiện chức phận của mình và điều đó đã giải thích cả tính trong sáng cũng như sự kiên nhẫn của anh. Nhưng ở thế giới bên ngoài các giảng đường của Stony Brook, mọi thứ lại ngày càng rời xa những kỳ vọng của anh. Vào ngày anh tới Stony Brook, tờ *New York Times* lại cho đăng một bài

báo khác. Bài này cũng mở đầu bằng một phát biểu, không chính xác, rằng Perelman tuyên bố đã chứng minh được Giả thuyết Poincaré và chắp nối lời giải này với giải thưởng một triệu đôla, rồi sau đó bài báo đã trích dẫn một nguồn duy nhất, đó là Michael Freedman, nhà toán học đã được nhận Huy chương Fields sau khi giải được Bài toán Poincaré cho trường hợp bốn chiều và hiện đang làm việc cho Microsoft. Freedman đã gọi thành tựu của Perelman là "nỗi buồn nhỏ" đối với topo học, đó là điều không thể tin được: Perelman đã giải được bài toán lớn nhất trong lĩnh vực này, điều đó đã làm cho nó trở nên ít hấp dẫn hơn, ông lập luận, và "bạn sẽ không thể có được những người trẻ tuổi xuất sắc như bây giờ nữa".

Điều này có lẽ là một điều xúc phạm khá nghiêm trọng. Sau đổ vỡ của Perelman với Burago, nhóm kiểm tra chứng minh của anh ban đầu vốn đã nhỏ, giờ thu lại chỉ còn ít người có thể hiểu được chứng minh của anh. Trở về MIT, Perelman nói với Tian rằng phải mất một năm rưỡi đến hai năm người ta mới hiểu hết chứng minh của anh. Nhưng với ai đó như Freedman thì hy vọng có thể ngay lập tức nắm được tổng thể vẻ đẹp – và cả tính đúng đắn nữa – trong lời giải của Perelman. Việc lừa gạt nói rằng chứng minh của Perelman là một trở lực đối với sự tiến bộ của lĩnh vực mà một thời hai người đã từng chia sẻ, và lại nói trắng ra như thế trong một cuộc phỏng vấn với phóng viên một tờ báo mà bạn đọc của nó không bao giờ hiểu được bài toán cũng như lời giải của bài toán đó, hẳn sẽ rất tai hại, và vì thế phản ứng của Freedman như tờ báo nói lại càng phi lý.

Nếu ai đó có đủ thẩm quyền để nói về những điều mà Perelman đã làm – đặc biệt là những điều anh trình bày trong bài báo thứ nhất của mình – thì người đó phải là Richard Hamilton. Xét cho cùng thì Perelman đã đi theo chương trình của Hamilton. Một

trong những khía cạnh lạ lùng nhất và cũng bi kịch nhất của câu chuyện này là phạm vi mà các quỹ đạo của Perelman và của Hamilton lạc mất nhau. Perelman không thuộc nhóm mà Anderson gọi là "cộng đồng dòng Ricci", một cộng đồng lớn lên xung quanh Hamilton trong hai thập kỷ ông ra sức buộc cái ma trận đó phải phù hợp với Giả thuyết Poincaré. Perelman rõ ràng đã hai lần tiếp cận Hamilton – một lần sau bài giảng của ông và một lần nữa trong bài viết sau khi anh trở về St. Petersburg. Cả hai lần Perelman đều hỏi về sự phân loại của cái gì đó mà Hamilton đã nói hoặc đã viết. Trong trường hợp thứ hai, Hamilton không trả lời – một điều mà Perelman có thể hiểu rõ nếu như anh buộc những người khác phải tuân theo đúng những chuẩn mực hành xử như bản thân anh. Thực tế, vì những lý do hoàn toàn khác với của Perelman, Hamilton, theo nhận xét chung là người dễ tiếp xúc, một điều không mấy điển hình đối với các nhà toán học, nhưng ông có xu hướng lảng tránh, đôi khi ẩn dật, và thường rất chậm trả lời thư tín và điện thoại. Nhưng lẽ ra phải chấp nhận thói quen đó của Hamilton thì Perelman lại cảm thấy rất thất vọng trước sự im lặng của ông; nói chung, anh luôn kỳ vọng những nhu cầu riêng của mình, dù rất ít ỏi, phải được đáp ứng.

Và giờ đây, Hamilton cũng giữ im lặng. Việc ông không tham dự các buổi thuyết trình của Perelman ở MIT là đáng thất vọng, nhưng có thể hiểu được. Nhưng khi Perelman bắt đầu thuyết trình ở Stony Brook, chỉ cách New York City, nơi Hamilton đang giảng dạy ở Đại học Columbia một tiếng rưỡi đồng hồ đi xe lửa, thì sự vắng mặt của Hamilton trong khi các nhà toán học khác ở New York đều tới dự đã thu hút sự chú ý của mọi người. Một người trong số họ là John Morgan đã đề nghị Perelman tới thuyết trình tại Đại học Columbia

vào ngày nghỉ cuối tuần đó. Perelman đã đồng ý, nhưng rồi sau đó anh cũng đồng ý thuyết trình vào cuối tuần đó tại Princeton.

Vào thứ sáu, ngày 25 tháng 4, Perelman đã thuyết trình tại Princeton. Đại học này lại có nhã ý mời anh ở lại, nhưng Perelman đã từ chối. Ngày thứ bảy, anh thuyết trình tại Đại học Columbia. Hamilton đã tới dự và ở lại thảo luận sau bữa ăn trưa cho tới khi những người duy nhất còn lại trong phòng là ông, Perelman, Morgan và Gromov (lúc đó làm việc ở Viện Courant). "Tất cả mọi người đều chờ đợi Richard lên tiếng ủng hộ hay không ủng hộ chứng minh của Perelman", Morgan nói với tôi. "Vì đây là lý thuyết của ông và ý tưởng cũng của ông. Ông chính là người rõ ràng có đủ tư cách để phán xử nó".

Và ông đã lên tiếng. Đây chính là chỗ xảy ra rắc rối. "Richard ngay từ đầu đã muốn và đã thừa nhận rằng những kết quả trong bài báo thứ nhất của Perelman là đúng và là một bước tiến rất to lớn", Morgan nói, giờ đây ông cố gắng diễn giải một cách thận trọng để không làm mất lòng Hamilton. Bài báo thứ nhất của Perelman chỉ đề cập đến dòng Ricci, một phát minh của Hamilton và là lĩnh vực hoàn toàn tự tin của ông. Bài báo thứ hai đề cập tới dòng Ricci có sửa chữa, cũng lại là một phát minh của Hamilton nhưng trong cách xử lý của Perelman, nó được pha trộn với các không gian Alexandrov và công trình này Perelman đã làm chung với Gromov và Burago. Ở đây Hamilton không còn là một chuyên gia hàng đầu nữa, và điều đó có thể vừa khiến ông thiếu tự tin hơn vừa có hy vọng hơn là Perelman đã sai. "Theo tôi ông ấy đã nghĩ *Chà, đây là một sai lầm*", Morgan nói, "*và nếu quả là có sai lầm thì nó sẽ dành chỗ cho tôi tạo ra được cái gì đó còn hơn là tôi mong muốn được đóng góp*". Vì vậy tôi nghĩ ông ấy là mẫu người ưa giấu giếm, không muốn

nói ra những nhận xét của mình, đợi xem sao". Nếu như có cơ may là Perelman đã đi theo một đường lối sai trong bài báo thứ hai thì một ai đó khác, mà logic nhất là chính Hamilton, sẽ xây dựng trên những đột phá của Perelman trong bài báo thứ nhất. Tuy nhiên, tất cả những điều đó chỉ là phỏng đoán mà thôi: khi Hamilton nói về công trình của Perelman một cách công khai, ông đã rất hào hiệp; đơn giản là ông rất hiếm khi nói như thế, và điều này nằm ngoài sự chờ đợi của nhiều người – kể cả Perelman.

Ngày hôm đó ở Đại học Columbia, Morgan nhớ lại, "Điều đó rất phù hợp nhưng hơi xa cách. Dường như không có sự căng thẳng công khai nào. Grisha không hề tỏ ra gây hấn với ai. Và nếu nhìn từ bên ngoài thì nó chẳng khác gì những cuộc trao đổi khác về toán học: những ý tưởng đến rồi đi. Nói cách khác, bất kể những cảm xúc riêng của Hamilton là như thế nào về sự xa cách của mình, nhưng ít nhất trong cuộc trao đổi hôm đó ông tỏ ra rất bình thường".

Morgan đã mời Perelman đến nhà ông ăn trưa vào sáng hôm sau. "Và anh ấy nói, 'Này, có những ai ở đó nữa?' Tôi nói, 'À, vợ và con gái tôi thôi mà, nếu muốn tôi có thể mời thêm đôi ba người nữa'. Anh nói, 'Ồ, không, tôi không nghĩ như vậy'. Thực ra, nếu là một nhóm các nhà toán học thì có thể anh ấy cũng sẽ tới, nếu là một tụ tập có tính chất xã giao thì anh ấy hoàn toàn không quan tâm". Ngày hôm đó, Perelman đi chơi New York cùng với Gromov và nói chuyện với ông ấy về Giả thuyết Poincaré và về những rạn nứt trong quan hệ của anh với Burago. Sau đó anh quay về Brighton Beach, nơi mẹ anh đang ở và lập kế hoạch tối hôm sau trở về Stony Brook tiếp tục giảng bài và thảo luận thêm một tuần nữa.

Perelman trở về Stony Brook, trong lòng không được phấn chấn lắm. Anh nói với Anderson là anh rất thất vọng về trình độ các câu hỏi mà Hamilton đã hỏi anh: dường như nhà phát minh ra dòng Ricci đã không dành thời gian tìm hiểu sâu về chứng minh của anh. Rất có thể những nguyên nhân của chuyện này rất phức tạp: Hamilton vốn dị ứng với công trình rất được chú ý này của Perelman và ngoài ra, cả về mặt tâm lý lẫn toán học, thật khó hấp thu một đột phá qua bức tường mà trong suốt hai mươi năm ông đã vật vã đập đầu vào đó. Nhưng cũng giống như hai mươi năm trước, trong khi Perelman có thể vô cùng kiên nhẫn, lặp đi lặp lại những diễn giải cho các thính giả quan tâm, thì anh không thể hình dung lại có ai đó có thời khó khăn với những điều mà đối với anh, hoàn toàn rõ ràng và gần như là hiển nhiên.

Perelman quá bực mình với những ý định săn đón dai dẳng của Đại học Princeton. Có ai đó ở trường đã gọi điện cho Anderson sau buổi thuyết trình của Perelman đề nghị giúp đỡ trong việc tuyển Perelman. Theo yêu cầu của anh, Anderson đã lảng tránh, không giúp, nhưng dù sao Princeton cũng đã chính thức gửi thư mời cho anh, khiến anh rất bực mình. "Họ quá thúc ép", anh nói với Anderson. Trong rất nhiều quy tắc hành xử của Perelman, đã được nói ra và có lẽ đã được phát biểu ít năm sau lời mời lần thứ nhất của Princeton, có một quy tắc nói rằng: "không nên ép buộc mình theo ai đó". Princeton đã xúc phạm Perelman khi đã từng yêu cầu anh làm đơn xin việc, và giờ đây lại xúc phạm anh một lần nữa do quá sốt sắng trong việc tuyển dụng anh.

Anderson ngoài việc tỏ ra khâm phục Perelman một cách hết sức chân thành ra, dường như ông cũng đã rất tinh tường nhận thấy những giới hạn của Perelman, rõ ràng ông hoàn toàn không muốn

làm Perelman bực mình trong khi vẫn theo đuổi cùng một kế hoạch như tất cả những vị chủ nhà người Mỹ khác: đó là thuyết phục anh ở lại trường đại học của ông và kéo anh ra với môi trường xã hội. Hằng ngày Anderson rất tốn công để thuyết phục anh đi ăn tối và thỉnh thoảng ông đã thành công. Ông cũng tổ chức những bữa tiệc tối tại nhà dành cho Perelman, bây giờ nhìn lại cũng gây chút tai họa: Anderson và Cheeger, bạn ông, đã to tiếng với nhau về cuộc tấn công của Mỹ vào Iraq: Cheeger ủng hộ còn Anderson thì không. Anderson nhớ lại rằng khi đó ông rất tức giận. "Grisha thì chỉ ngồi nghe", ông nói. "Anh ấy không có ý kiến gì". Tất nhiên, quan điểm mà anh luôn giữ vững, đó là bàn về chính trị bao giờ cũng thấp hơn phẩm giá của nhà toán học.

Anderson đưa Perelman tới gặp Jim Simsons, một con người kỳ tài, người đã làm biến đổi khoa Toán của trường Stony Brook thành một trong những khoa Toán hàng đầu nước Mỹ. Sau này ông trở thành người quản lý của một mô hình đầu tư tập thể và trở nên rất giàu có. Ông đã chia sẻ tài sản của ông với nhiều tổ chức từ thiện cũng như với Đại học Stony Brook. "Và Simsons đã nói thẳng ra rằng ông rất muốn Grisha tới đây – với bất cứ điều kiện nào mà anh muốn, với mức lương bao nhiêu cũng được và thậm chí một năm tới đây một tháng thôi cũng được", Anderson nói, "bởi vì Simsons có nhiều ảnh hưởng và tiền bạc để đảm bảo điều đó. Nhưng Grisha nói, 'Cám ơn ông, thật tuyệt vời, nhưng tôi không muốn nói về chuyện đó lúc này. Tôi cần phải trở về St. Petersburg để giảng dạy cho các em học sinh trung học'. Anh đã có cam kết vào mùa thu năm 2003".

Chỉ chính Perelman mới có thể hiểu được đầy đủ câu trả lời của anh. Một chuyện tiếu lâm phổ biến của Nga kể rằng có một diễn viên được một hãng phim lớn ở Hollywood săn đón. Diễn viên này

được hứa hẹn sẽ trở thành ngôi sao trong một bộ phim và anh rất hứng khởi, cho tới khi anh phát hiện ra rằng bộ phim dự kiến sẽ được quay vào tháng 12. "Tôi không thể tham gia được", anh nói. "Tôi còn phải tham gia các buổi liên hoan mừng Năm mới", điều này có nghĩa là anh sẽ đóng vai Ông già Tuyết trong các buổi liên hoan của trẻ em. Và vì anh đánh giá quá cao chiếc xe độc mã hai bánh nên đã bỏ lỡ cơ hội của cả một đời người. Lời từ chối của Perelman nghe thật vô lý và thật cảm động, nhưng rõ ràng đó chỉ là cái cớ để từ chối. Thực ra, cam kết duy nhất của Perelman vào mùa thu năm 2003 chỉ là dự cuộc thi toán dài ngày tại một trường chuyên toán – lý ở St. Petersburg, kỳ thi mà anh đã từng tham dự nhưng nó hoàn toàn không cản trở anh chấp nhận lời mời ở lại của bất cứ trường đại học nào tại Mỹ. Nguyên nhân thực của việc anh từ chối thật đơn giản: anh rất ghét ý tưởng trở thành thứ tài sản quý giá của một khoa nào đó.

■ ■

Perelman trở về Nga vào cuối tháng 4. Anh đã đưa lên mạng bài báo thứ ba, bài cuối cùng trong loạt các bài preprint về Giả thuyết Poincaré vào ngày 17 tháng 7. Lần này bài chỉ có bảy trang. Những cuộc thảo luận vẫn diễn ra nhưng không có sự hiện diện của anh. Vào tháng 6, Kleiner và một đồng nghiệp của ông ở Đại học Chicago là John Lott đã khởi đầu một trang web trong đó đăng các nhận xét của họ về bài báo đầu tiên của Perelman. Vào cuối năm đó, Viện Toán học của Mỹ ở Palo Alto và Viện Nghiên cứu Khoa học Toán học ở Berkeley đã phối hợp tổ chức một hội thảo về bài preprint thứ nhất, trong đó Kleiner, Lott, Tian và Morgan là những người

tham gia tích cực nhất. Vào mùa hè năm 2004, tất cả bốn người trên đều tham dự một hội thảo ở Princeton do Viện Clay tài trợ. Viện này với tư cách là người điều hành giải thưởng một triệu đôla đã đầu tư để động viên việc đánh giá chứng minh của Perelman. Xung quanh khoảng thời gian diễn ra hội thảo ở Viện Clay, bốn nhà toán học nói trên, những người chủ yếu tham gia đọc kỹ các bài báo của Perelman, dường như đã xua tan mọi nghi ngờ còn sót lại đối với sự đúng đắn trong chứng minh của Perelman. Dường như cũng có một vài sai sót và có nhiều chỗ hổng trong câu chuyện mà Perelman trình bày, nhưng tất cả những cái đó không hề chống lại khẳng định rằng Perelman đã chứng minh được Giả thuyết Poincaré và có lẽ cả Giả thuyết Hình học hóa nữa (sự đồng thuận về giả thuyết thứ hai đến hơi sau một chút). Đúng như Perelman dự đoán, quá trình thẩm định phải kéo dài tới một năm rưỡi kể từ khi các đồng nghiệp bắt đầu nghiên cứu chứng minh của anh.

Sau hội thảo mùa hè 2004, Tian và Morgan quyết định cộng tác viết một quyển sách về chứng minh của Perelman; cuối cùng quyển sách đã được Viện Clay xuất bản và chính Viện này cũng đã tài trợ cho công trình của Kleiner và Lott. Trong mùa hè 2005, Viện cũng đã tài trợ cho một hội thảo kéo dài một tháng về chứng minh của Perelman. Việc nghiên cứu các preprint đã biến thành một ngành thủ công đúng như nó cần phải thế; nhiều nhà toán học tham gia đã từng tiêu tốn một phần đáng kể cuộc đời nghề nghiệp của mình để công phá các giả thuyết này, và giờ đây mỗi người trong họ đã hy sinh hy vọng trở thành ngôi sao trong sự nghiệp đó để đóng vai trò hỗ trợ cho sản phẩm toán học lớn nhất của thời đại.

Nếu như Perelman đi theo con đường truyền thống, tức là viết các bài báo rồi gửi cho một tạp chí toán học thì công trình của anh

khó mà được săm soi kỹ lưỡng như thế. Tạp chí này sẽ gửi các bài báo của anh cho các đồng nghiệp để phản biện. Vì cộng đồng các nhà topo học khá hẹp, nên những người này chắc hẳn cũng chính là những người bây giờ đang kiểm tra kỹ lưỡng các preprint của anh. Sự khác nhau ở chỗ, những người phản biện sẽ đọc bài báo của anh trong riêng tư chứ không phải trong một seminar, hội thảo hay một trường mùa hè, và họ tiết lộ những kết quả kiểm định của họ trong một bức thư gửi cho tạp chí chứ không phải trong những nhận xét gửi lên mạng để tất cả các bên quan tâm đều được xem. Quá trình Perelman khởi động bằng cách đưa chứng minh của anh lên mạng dưới dạng rất cô đọng chắc chắn sẽ thu hút số lượng người quan tâm không kém gì công bố trên một tạp chí, nhưng hóa ra lại có tính cộng tác và công khai hơn nhiều so với thủ tục truyền thống. Và nó cũng nhanh hơn: trước khi công bố, Perelman không phải mất thường là hàng tháng hoặc cả năm để sắp xếp, bố cục những kết quả của anh trong một diễn trình toán học truyền thống. Cuộc nổi loạn của Perelman chống lại những quy ước của việc công bố các công trình khoa học không dựa trên một hệ tư tưởng nào, mà đơn giản là anh không dùng và do đó không đếm xỉa đến chúng.

Nhưng ở bên ngoài khuôn khổ công bố truyền thống đó, các nhà toán học như Kleiner, Lott, Tian và Morgan, những người không chỉ tìm hiểu mà còn phải giải thích chứng minh của Perelman nữa thì họ đóng vai trò gì? Theo một nghĩa nào đó, họ trở thành đồng tác giả. Perelman đã từng là đồng tác giả của một trong những bài báo đầu tay quan trọng nhất của anh theo cách tương tự. Khi tôi hỏi Gromov viết một bài báo với Perelman là như thế nào, ông nói, "Nó chẳng như thế nào cả. Tôi thực sự không có tương tác trao đổi gì với anh ta. Burago tới đây và chúng tôi nói chuyện với nhau,

rồi sau đó Burago trở về nói chuyện với Perelman, và tôi đoán là Perelman đã viết tất cả".

"Thế ông không xem qua bản thảo à?"

"Không".

"Thế không sợ rằng ai đó phạm sai sót trong quá trình viết à?"

"Có chứ. Hay có lắm. Chuyện thường xảy ra là ai đó viết một phần của công trình và ai đó khác viết một phần khác, và chúng thực sự chẳng ăn khớp gì với nhau cả. Ngay cả một số nhà toán học nổi tiếng cũng đã có những bài báo tệ như vậy".

"Nhưng đó không phải là nguyên nhân phải đọc bản thảo sao?"

"Bản thảo ư? Tất nhiên là không. Đọc một công trình mà anh đã làm xong rồi sẽ chẳng hứng thú gì. Làm xong là quên thôi".

Đó là trường phái Perelman. Trong khi anh giảng ở Stony Brook, Kleiner và Lott thấy anh thật dễ gần và sẵn lòng trao đổi về chứng minh của anh như bất kỳ một nhà toán học nào. Nhưng vào cuối thời gian lưu lại của anh, khi Kleiner và Lott hỏi anh có thể xem qua giúp vài bài báo ngắn sau khi hoàn thành không thì anh nói ngay rằng anh không muốn. "Anh ấy không muốn bỏ ra dù chỉ ba mươi phút để xem qua và cho nhận xét", Kleiner nhớ lại. Năm năm sau ông vẫn còn cảm thấy sững sờ trước phản ứng như thế của Perelman. "Đối với một loại sự vật điển hình thì người ta chỉ có thể chờ đợi ở mức tối thiểu. Nhưng cô biết đấy, Perelman đâu có phải là một chàng trai điển hình". Như Kleiner nhớ lại, Perelman đã giải thích rằng khi xem mấy bài báo ngắn của họ vô hình trung anh phải chịu trách nhiệm cho công trình mà Kleiner và Lott đã làm. Đây là sự kết hợp hoàn hảo của ý thức quá đáng về trách nhiệm cá nhân và quan niệm duy ngã không kém của Perelman

về tầm quan trọng của bài toán đã cho bất kỳ. Ở trung tâm của vũ trụ mà Perelman đang đứng, Giả thuyết Poincaré đã lùi về dĩ vãng. Như Gromov đã nói, "Bạn làm xong, rồi quên đi". Perelman biết rằng chỉ mấy tháng sau, một khi Kleiner và Lott hoàn thành công trình của mình, anh sẽ không còn quan tâm đến chuyện bàn về Poincaré nữa.

Kleiner và Lott vẫn tiếp tục làm việc về những preprint của Perelman mà không có Perelman. Trong quá trình đó, họ đã phát hiện ra một số vấn đề, đặc biệt Kleiner tin chắc rằng họ đã tìm ra một lỗi nghiêm trọng, có thể là lỗi chết người, nhưng Lott đã cảnh tỉnh ông về ý tưởng đó – và họ đã phát hiện ra rằng ngay cả trong các preprint hết sức cô đọng, Perelman vẫn rất trung thành với cách chuyển tải không nhiều về lời giải của bài toán như một câu chuyện về mối quan hệ của anh với bài toán đó. Khi sự khảo sát của Kleiner và Lott tiến tới cuối preprint thứ nhất, họ thấy rằng một số đoạn trước của bài báo là các mảng độc lập không mấy ảnh hưởng đến đường hướng cuối cùng của chứng minh.

Tháng 9 năm 2004, sau hội thảo ở Viện Clay, Tian gửi cho Perelman một bức e-mail "nói rằng chúng tôi giờ đây đã hiểu được chứng minh của anh". Ông đã chỉ ra rằng thế là một năm rưỡi đã trôi qua kể từ ngày họ cùng nhau dạo chơi trên bờ sông Charles. Tian hỏi Perelman có định công bố các preprint của anh hay không vì ông và Morgan đã tính đến chuyện viết một cuốn sách. Và Perelman đã không trả lời. "Anh ấy có thể nghĩ rằng việc đưa lên arXiv các preprint của mình thế là đủ rồi", Tian gợi ý khi nói chuyện với tôi. "Mà cũng có thể vào thời gian đó anh ấy hơi khó chịu với tôi. Tôi đã cố tránh nói chuyện với các phóng viên, bởi vì thứ nhất, nói chuyện với họ tôi cũng chẳng thích thú gì; thứ hai, cũng mất thời gian". Nhưng trong mùa xuân 2004, theo yêu cầu của một người

bạn, Tian đã phá vỡ sự im lặng của mình và đã nói chuyện với một phóng viên độc lập làm việc cho tờ *Science*,[1] giờ đây ông ngờ rằng Perelman đã biết được chuyện ấy, và việc không viết thư trả lời là do nguyên nhân đó. Nhưng cũng có nhiều khả năng Perelman cảm thấy không có gì để nói. Tiên đoán của anh về chứng minh hóa ra là đúng và anh không bao giờ có ý định công bố các preprint của anh nữa, vậy thì tại sao lại phải bình luận thêm làm gì?

Trong chuyện này Morgan may mắn hơn. Trong cặp song mã Tian-Morgan, Morgan là người viết thư cho Perelman để hỏi những câu hỏi về toán học. Ông luôn kinh ngạc về tính chính xác của những câu trả lời mà ông nhận được. "Tôi muốn hỏi Perelman một câu hỏi về toán học và gần như ngay lập tức tôi nhận được câu trả lời mà tôi mong đợi", Morgan nói với tôi. "Bây giờ sự trao đổi về toán học điển hình hơn nhiều là thế này: anh hỏi một câu hỏi, người mà anh hỏi hoặc hoàn toàn không hiểu điều anh hỏi hoặc vì anh ta tiếp cận nó từ bên trong một quan niệm khác, nên trả lời nó hơi lệch khỏi cái mà anh mong đợi. Vậy là anh sẽ phải hỏi lại, phải phát biểu lại và chỉnh sửa lại cho chính xác hơn. Và khi đó có thể anh mới nhận được câu trả lời thực sự mà anh tìm kiếm. Điều đó không bao giờ xảy ra với Perelman, một khi tôi hỏi anh, thì tựa như anh đã biết chính xác điều gì tôi đang nhầm lẫn hoặc chưa hiểu, chính xác điều gì mà tôi đang cần để làm sáng tỏ tình huống đó".

Thế là Morgan lại thử vận may của mình với những câu hỏi khác. Ông có vài tập câu hỏi có tính thúc ép. Thứ nhất, ông muốn thấy các preprint của Perelman dưới dạng công bố – có thể chỉ vì lý do lưu giữ lại về mặt lịch sử. Ông cũng gợi ý rằng chính ông sẽ tự tay

1. Một tạp chí khoa học nổi tiếng của Mỹ.

biên tập và đăng trong một tạp chí mà ông là đồng chủ bút. Ông cũng mời Perelman tới Đại học Columbia. "Anh có muốn tới đây một tuần, một tháng, một học kỳ, một năm, hoặc cả phần còn lại của cuộc đời mình không?" Morgan thận trọng chèn những câu hỏi đại loại như thế giữa những câu hỏi về toán học. "Và tôi đã nhận được những câu trả lời đại loại như thế này: 'Trả lời cho câu hỏi số một là như thế này; đây là trả lời cho câu hỏi số hai. Còn những câu hỏi khác tôi không trả lời'. Như vậy Perelman đã thừa nhận chúng, thế là đã nhiều hơn so với những gì anh đã làm với đa số những người khác". Nhưng trả lời những câu hỏi đó thì Perelman dứt khoát là không. Sau một thời gian, Morgan cũng thôi không đặt cho anh những câu hỏi về toán học nữa.

Khi Morgan và Tian hoàn tất bản thảo cuốn sách của họ vào năm 2006, họ có gửi cho Perelman một bản, nhưng gói bưu phẩm đã được trả lại với dấu đóng NGƯỜI NHẬN TỪ CHỐI.

X

Sự điên rồ

Perelman trở về St. Petersburg vào tháng 5 năm 2004. Cuối xuân là thời gian duy nhất St. Petersburg không chỉ rất sinh động mà còn rất hấp dẫn. Cái sắc xám của nó nhường chỗ cho thứ ánh sáng mềm mại và se lạnh, xua tan sự u ám vào đêm. Các cư dân của thành phố đổ ra những con đường đi bộ và bờ sông, bắt đầu những cuộc đi dạo mà họ phải ngừng trong những tháng mùa đông ẩm ướt và lạnh giá. Perelman, người luôn luôn đi bộ, và Rukshin, người xem trách nhiệm của mình là làm cho mọi thứ ở St. Petersburg trở nên đẹp đẽ, cũng ra đường dạo bộ. Thời tiết dường như chẳng khác gì mấy tuần trước đây ở Boston, khi Perelman đi dạo cùng với Tian dọc bờ sông Charles. Anh nói nhiều về cũng chính những điều ấy nhưng lần này nhấn mạnh hơn, mà cũng có thể là do Rukshin nghe rõ hơn, to hơn. Perelman nói rằng anh rất thất vọng về thế giới toán học.

"Cậu ấy phải mất tám, chín năm mới giải được bài toán Poincaré", Rukshin nói với tôi khi nhớ lại cuộc trò chuyện đó. "Giờ đây cứ thử hình dung xem, suốt tám năm trời bạn không biết đứa con của mình, sinh ra đã quặt quẹo, liệu có sống sót không. Bạn đã phải

mất tám năm chăm sóc nó cả ngày lẫn đêm. Bây giờ nó đã lớn lên khỏe mạnh. Từ một con vịt xấu xí nó đã trở thành một con thiên nga xinh đẹp. Và bây giờ ai đó lại nói với bạn, 'Tại sao anh lại không bán nó cho tôi? Đây là số tiền trợ cấp, trong nửa năm hay một năm có thể chúng ta sẽ công bố công trình cùng với nhau, và biến nó thành những kết quả chung'".

Thông thường, khi bạn nói chuyện với một nhà toán học, việc chỉ ra những lỗi logic sẽ làm cho cuộc trao đổi được mở mang thêm. Nhưng rõ ràng điều đó không đúng ở đây. Thứ nhất, không ai lại gửi ra ngoài đời một đứa trẻ non tơ 8 tuổi cả và cũng không ai lại cảm thấy bị xúc phạm nếu, chẳng hạn, đứa con 18 tuổi của họ được thu xếp cho một suất ở trường đại học. Vấn đề là ở chỗ, ngay cả nếu Rukshin có vặn vẹo logic của những điều Perelman kể với ông, thì đó chẳng qua là ông đã chuyển tải rất đúng những cảm xúc của mình mà thôi. Theo một nghĩa nào đó, có thể nói một cách chính xác đây là một sự so sánh khập khiễng: Chứng minh Giả thuyết Poincaré của Perelman không hề mong manh và có giá trị như một đứa bé, nhưng trải nghiệm của anh về sự không tương xứng giữa thành tựu anh đạt được và phần thưởng công người ta ban cho cũng giống như trải nghiệm của một bậc cha mẹ quá thương yêu con được người ta đưa tiền để lấy đi đứa con của mình. Rukshin, người luôn nghi ngờ thế giới nói chung và vốn có mặc cảm bị khinh thị, chắc hẳn đã thêm những diễn giải riêng của mình vào gánh nặng tình cảm của Perelman. Chính điều này đã giải thích tại sao trong khi kể lại, những lời mời nhận chức giáo sư đã biến thành ý đồ không hề che dấu là mua quyền đồng tác giả của chứng minh đó, và tại sao trong trí tưởng tượng của Rukshin và có thể của cả Perelman nữa, những công trình của Kleiner và Lott cũng như những công trình sau đó

của Tian và Morgan nhằm diễn giải chứng minh của Perelman đều biến thành những ý đồ chiếm đoạt lấy danh vọng dành cho chứng minh đó.

Rukshin kết luận: "Thế giới khoa học – thứ khoa học mà Perelman coi là trung thực nhất trong số các khoa học – đã quay cái mặt trái của nó lại phía cậu. Nó đã nhơ nhớp và biến thành một thứ hàng hóa".

Perelman cũng đã kể lại những hồi ức nặng nề tương tự về chuyến đi thuyết trình của mình với một vài đồng nghiệp khác ở St. Petersburg. Họ cũng đã tô vẽ thêm câu chuyện của anh với những chi tiết để biện minh cho sự tức giận và đau lòng của anh. Chẳng hạn, có một người nói với tôi rằng Perelman đã bị xúc phạm khi Hamilton "bỏ ra khỏi buổi thuyết trình và dẫm cả vào chân anh". Khi tôi hỏi lại để làm rõ thì người nói chuyện thừa nhận, "Ấy là tôi thêm vào chi tiết dẫm vào chân. Nhưng từ những điều tôi được nghe thì hóa ra Hamilton đã bỏ ra ngoài một cách hơi lộ liễu".

Khi Perelman gặp hai nhà báo của tờ *New Yorker* vào mùa hè 2006, anh đã nói với họ rằng Hamilton đã đến muộn trong buổi thuyết trình của anh và không đặt câu hỏi nào trong phiên thảo luận và lúc ăn trưa – một điều mâu thuẫn với hồi ức của Morgan. Nhưng chắc chắn Hamilton đã không hỏi những câu hỏi để Perelman thấy rằng ông đã nghiêm túc bỏ ra nhiều công sức tìm hiểu công trình của anh. "Tôi là một môn đệ của Hamilton, mặc dù tôi không nhận được sự thừa nhận của ông", Perelman đã nói như thế với tờ *New Yorker* và nói thêm, "Tôi có cảm tưởng rằng ông ấy mới chỉ đọc phần đầu bài báo của tôi".

Perelman càng nói về sự thất vọng của mình đối với cộng đồng toán học và những người quen biết càng tô vẽ những câu chuyện của

anh với các chi tiết bịa đặt, thì cảm giác của anh về sự phản bội càng thêm sâu sắc. Thế giới của anh, một thế giới đã bắt đầu thu hẹp lại từ năm đầu tiên ở trường đại học, sau đó hơi mở rộng ra một chút trong hai lần sang Mỹ, và rồi bây giờ, cuối cùng nó lại đang tiến tới thu hẹp lại. Giống như một dải cao su không tránh khỏi sẽ trượt ra khỏi mặt cầu, thế giới của anh rồi sẽ co lại thành một điểm.

■ ■

Từ thời điểm Perelman bước chân vào câu lạc bộ toán học của Rukshin ở tuổi lên 10 – mà cũng có thể từ thời điểm sớm hơn nhiều, khi mẹ anh tới nói với giáo sư của mình rằng bà sẽ bỏ toán học vì sắp có con – thì Perelman đã là một dự án toán học dưới dạng một con người. Anh đã được mẹ mình nuôi dạy, được Rukshin hậu thuẫn, được Ryzhik săn sóc, được Abramov huấn luyện, được Alexandrov bảo trợ, được Burago nâng niu, và được Gromov khuyến khích, sao cho anh có thể làm toán thuần túy trong một thế giới toán học thuần túy. Perelman đã đáp đền các thầy giáo và những ân nhân của mình bằng cách làm đúng điều đó: nghĩa là giải bài toán khó nhất mà anh đã tìm thấy – và bằng cách hiến dâng mình một cách trọn vẹn cho quá trình đó. Và khi hoàn thành, anh đã chờ đợi nhiều thứ. Cũng như anh đã tin rằng anh không nên bỏ mũ lông ra và bất chấp mọi bằng chứng, anh luôn tin vào sự trọng dụng nhân tài, do đó giờ đây anh đã có trong đầu một bức tranh hoàn hảo về cách thức các sự vật cần phải diễn ra. Về căn bản anh vốn đã có một kịch bản. Theo kịch bản này thì rõ ràng Hamilton sẽ phải tới dự tất cả các buổi thuyết trình của anh ở Stony Brook, thậm chí có thể cả buổi thuyết trình đầu tiên của anh ở MIT. Hamilton và toàn

bộ cộng đồng dòng Ricci sẽ phải đào sâu vào chứng minh của anh, và đem hết nỗ lực để tìm hiểu nó. Rồi các nhà toán học khác cũng sẽ phải làm như vậy; đó là cách tự nhiên để đáp lại sự đóng góp của anh và để chứng tỏ sự cảm thụ toán học.

Sự thất vọng của Perelman về Hamilton lại càng đau đớn hơn vì rõ ràng anh đã thừa nhận Hamilton là thành viên thuộc đẳng cấp tinh hoa của toán học thuần túy. Trong cuộc trò chuyện của anh với hai phóng viên tờ *New Yorker*, để làm sáng tỏ điều này, Perelman có nhớ lại lần gặp đầu tiên của anh với Hamilton, ở Princeton: "'Tôi thực sự muốn hỏi ông vài điều', Perelman nhớ lại. 'Ông ấy mỉm cười và ngồi nghe hết sức kiên nhẫn. Ông ấy thực sự có nói với tôi vài điều mà ông ấy đã công bố ít năm sau. Ông không hề lưỡng lự gì khi nói với tôi. Sự cởi mở và nhân hậu của ông là điều thực sự đã hấp dẫn tôi. Tôi không thể nói rằng hầu hết các nhà toán học đều hành động như vậy'". Hình ảnh đó của Hamilton bền vững và nổi bật trong ký ức của Perelman đến mức anh không để ý đến hành động Hamilton không trả lời bức thư khởi đầu của anh về dòng Ricci và sự không phản ứng của ông đối với preprint đầu tiên, và anh chờ đợi Hamilton sẽ hành động theo đúng kịch bản trong chuyến đi thuyết trình ở Mỹ lần thứ hai của anh.

Kịch bản của Perelman cũng chứa những quy tắc rất rõ ràng. Người ta không được nói về những thứ mà mình không hiểu; nếu bất cứ ai phải mất một năm rưỡi để hiểu được chứng minh của anh, thì trước đó không được nói về nó. Một thành tựu toán học vĩ đại phải được ban thưởng bởi sự công nhận của các đồng nghiệp, và sự công nhận này chỉ dưới một dạng: đó là nghiên cứu và tìm hiểu công trình mà người đó đã làm. Tiền bạc không thể thay thế được sự làm việc, mà thực ra, tiền là một sự xúc phạm. Nếu bạn coi việc

một trường đại học nào đó trao tiền cho người giải được một bài toán lớn, thậm chí mặc dù không ai ở đại học này hiểu được lời giải đó là một chuyện tự nhiên, thì hãy tưởng tượng câu chuyện tương tự sau: một nhà xuất bản tới gặp một nhà văn và nói, "Tôi chưa đọc tác phẩm nào của ông; và thực tế, chưa có ai đọc hết một quyển nào cả, nhưng họ nói rằng ông là một thiên tài, vậy chúng tôi rất muốn ký với ông một hợp đồng". Đó là một bức biếm họa. Mà trong kịch bản của Perelman thì không có chỗ cho biếm họa.

■ ■

Trở lại năm 1981, năm đầu tiên Sergei Rukshin đã xoay xở tổ chức được một trại tập huấn toán học mùa hè và đây là lần đầu tiên Grisha Perelman sống xa nhà. Rukshin đã đưa khoảng hai chục thành viên của câu lạc bộ, tuổi từ 13 đến 16, tới một trại thiếu niên ở ngoại ô Leningrad, một cụm các tòa nhà thấp bằng đá, đặt ở vị trí rất đẹp trong một khu rừng hỗn hợp và có đường đi dễ dàng tới một hồ nước mát lạnh. Chương trình hằng ngày của Rukshin là khoảng bốn giờ tập giải toán xen kẽ với đi bơi, đi bộ đường xa, đi dạo trong rừng nghe Rukshin đọc thơ và ngồi trong nhà nghe nhạc cổ điển. Rukshin thu xếp với lãnh đạo của trại để câu lạc bộ các nhà toán học trẻ tuổi này cũng được coi như một đơn vị của trại, họ có khu ngủ riêng, có lịch hoạt động riêng, nhưng họ phải mặc bộ đồng phục Thiếu niên tiền phong – sơ mi trắng hoặc xanh và đeo khăn quàng đỏ - đồng thời phải tham gia một số hoạt động của toàn trại, như các bài học chính trị.

Chẳng hạn ngay lúc đầu tới trại, bọn trẻ của Rukshin phải dự một lớp học về công tác đối ngoại. "Tình hình quốc tế ngày hôm

nay", diễn giả, một người trẻ làm công tác thanh niên nói "là đặc biệt căng thẳng". Toàn bộ lũ trẻ học toán bật cười. Ngày hôm nay đặc biệt căng thẳng! Sao vậy nhỉ? Cứ như là ngày hôm qua chẳng căng thẳng gì mà hôm nay lại *đặc biệt căng thẳng* vậy.

Nếu như bạn không thấy điều này có gì đặc biệt buồn cười, thì nhiều khả năng là bạn không mắc hội chứng Asperger. Đây là hội chứng mang tên bác sĩ chuyên khoa nhi người Áo Hans Asperger, người từ lâu được coi là đã định nghĩa nó lần đầu tiên vào những năm 1940. Thực ra, nhà tâm thần học Xô Viết Grunya Sukhareva là người đầu tiên đã thu thập các triệu chứng này vào những năm 1920; tuy nhiên, bà gọi hội chứng này là rối loạn nhân cách phân lập, nó đã giải thích được một phần tại sao hội chứng này không trở thành một chẩn đoán phổ biến ở Nga. Hội chứng Asperger là sự rối loạn thuộc một phần của phổ tự kỷ. Không giống như phần lớn người mắc chứng tự kỷ, những người mắc hội chứng Asperger thường có chỉ số IQ bình thường hoặc khá cao, nhưng sự phát triển tinh thần của họ lại diễn ra khác một cách rõ rệt so với những người thần kinh bình thường. Hans Aspreger nhận xét rằng sự trưởng thành cũng như sự suy lý về mặt xã hội của những đứa trẻ đó thường bị trễ, đồng thời một số khả năng xã hội của chúng, như ông nói, vẫn còn "hoàn toàn không bình thường" suốt đời. Họ rất khó kết bạn; rất khó giao tiếp – giọng nói, nhịp điệu, cao độ trong cách nói của họ thường khác lạ, không giống những người khác; họ cũng khó hiểu và khó kiểm soát những xúc cảm của mình; nhiều người trong số họ cần phải được giúp đỡ tận tình để tổ chức cuộc sống, vì vậy họ thường phụ thuộc vào mẹ trong sinh hoạt hằng ngày.

Hơn bốn mươi năm sau Hans Asperger, một nhà tâm lý học người Anh tên là Simon Baron-Cohen bắt đầu nghiên cứu sự tự

kỷ và hội chứng Asperger và đã phát hiện ra một số điều, mà đối với tôi, rất hữu ích cho việc tìm hiểu Grigory Perelman. Trước hết, Baron-Cohen cho rằng bộ não tự kỷ không cân xứng một cách khá đặc biệt. Trong khi bộ não bình thường có khả năng cả hệ thống hóa lẫn cảm thông, thì bộ não tự kỷ có thể rất xuất sắc ở khả năng thứ nhất nhưng lại luôn kém cỏi ở khả năng thứ hai – và điều này khiến Baron-Cohen đặt tên lóng cho bộ não tự kỷ là "bộ não đàn ông cực đoan". Ông đã định nghĩa sự hệ thống hóa như "động lực để phân tích và/hoặc xây dựng một hệ thống (thuộc bất cứ loại nào) dựa trên nhận dạng các quy tắc *đầu vào-vận hành-đầu ra*" và đã lý thuyết hóa rằng các nhà hệ thống hóa lớn rất có thể có nguy cơ cao trở thành tự kỷ. Khi Baron-Cohen thử nghiệm lý thuyết của mình trên các sinh viên trường Đại học Cambridge thì hóa ra là trong số đó, các sinh viên toán có triệu chứng tự kỷ lớn hơn các sinh viên khác từ ba đến sáu lần. Baron-Cohen cũng đã phát triển phép trắc nghiệm chỉ số AQ (*autism-spectrum quotient* - chỉ số phổ tự kỷ) mà ông áp dụng cho những người lớn mắc hội chứng Asperger hoặc tự kỷ cao, cũng như những kiểm tra được chọn ngẫu nhiên, đối tượng là các sinh viên Cambridge và những người được giải trong kỳ thi Olympic toán Anh quốc. Sự tương quan giữa toán học và chứng tự kỷ và/hoặc Asperger lại một lần nữa được chứng minh: các nhà toán học chiếm tỷ lệ cao hơn các nhà khoa học khác, và các nhà khoa học này lại chiếm tỷ lệ cao hơn các sinh viên học về khoa học xã hội và nhân văn, và các sinh viên này chiếm tỷ lệ xấp xỉ như đối với các cuộc kiểm tra có tính ngẫu nhiên. Tôi cũng đã tham gia một trắc nghiệm AQ khi Baron-Cohen gửi nó qua e-mail cho tôi, và tôi cũng đã đạt chỉ số cao mà Baron-Cohen chắc đã chờ đợi đối với một học sinh chuyên toán như tôi, nghĩa là rất cao. Grigory Perelman, như đến nay tôi biết, chưa bao giờ kiểm tra chỉ số AQ và chắc cũng

không được chẩn đoán bởi ai đó chưa từng nói chuyện với anh, mặc dù sau khi tôi đã mất cả giờ đồng hồ mô tả Perelman qua điện thoại cho Baron-Cohen, nhà tâm lý học lừng danh này sẵn sàng bay sang St. Petersburg để trắc nghiệm nhà toán học nổi tiếng – người xem ra rất giống nhiều bệnh nhân của ông – và như vậy hẳn ông đã ghi tên mình vào bản danh sách dài những người tình nguyện giúp đỡ, nhưng Perelman đã không hoan nghênh.

Nếu Baron-Cohen chọn các nhà toán học Nga chứ không phải Anh làm đối tượng nghiên cứu của mình thì chắc các kết quả cũng na ná như thế, hoặc thậm chí nổi rõ nét hơn. Xét cho cùng, các thần đồng toán học Nga thường được gộp với những thần đồng loại khác trong những môi trường đặc biệt khoan dung đối với những biểu hiện kỳ quặc của họ. Truyền thống tha thứ cho những khiếm nhã do tính tự kỷ của các nhà toán học đã có từ khi người ta còn nhớ được. Nhiều hồi ức về Kolmogorov có nhắc tới chuyện ông hay đột ngột bỏ đi khi câu chuyện còn đang dang dở cũng như cách đối xử thực dụng đối với phép xã giao, đó là những biểu hiện điển hình của người mắc chứng Asperger: một khi đã nhận được thông tin mà ông cần tìm, ông sẽ không liên lạc nữa. Khi còn là trưởng khoa của Đại học Moscow, một lần trong hành lang có một người tiến đến gần Kolmogorov và luôn miệng giới thiệu "Xin chào, tôi là giáo sư như thế như thế", nhưng Kolmogorov không trả lời. Cuối cùng, vị giáo sư nọ nói, "Ông không nhận ra tôi sao?" Kolmogorov đáp lại: "Tôi biết chứ, anh là giáo sư như thế-như thế". Trong thế giới những người Asperger, trò chuyện là để trao đổi thông tin chứ không phải để vui vẻ. Phần lớn các sinh viên của Kolmogorov đều kể một chuyện khác về những đặc điểm Asperger điển hình của thầy họ: đó là cái mà họ gọi là "tính khí" của ông và những giai thoại thực sự đáng sợ về

những cơn giận dữ không kiểm soát nổi. Việc những vấn đề xã hội nổi bật của Kolmogorov không làm phương hại gì đến sự nghiệp của ông chính là thước đo mức độ của nền văn hóa Asperger được xây dựng trong nền văn hóa rộng lớn của toán học Nga.

Một sự hiểu biết sâu sắc khác có tính then chốt của Baron–Cohen là quan niệm cho rằng những người mắc chứng tự kỷ không có một "lý thuyết về trí tuệ", tức là họ không có khả năng hình dung được rằng những người khác có những ý tưởng, những nhận thức và những trải nghiệm không giống họ. Trong một thí nghiệm nổi tiếng, Baron–Cohen đã tiến hành trắc nghiệm đối với những đứa trẻ phát triển bình thường, những đứa trẻ mắc chứng tự kỷ, và những đứa trẻ mắc hội chứng Down. Tất cả bọn trẻ được xem một vở kịch ngắn có liên quan đến hai con búp bê và một viên bi. Một con búp bê đặt viên bi vào cái rổ rồi đi ra khỏi phòng. Trong khi con búp bê này đi ra, con búp bê kia dời viên bi đi. Khi con búp bê thứ nhất quay trở lại thì người làm thực nghiệm hỏi bọn trẻ con búp bê này sẽ tìm viên bi ở đâu. Những đứa trẻ bị bệnh Down và những đứa trẻ bình thường đều làm tốt như nhau trong trắc nghiệm này: con búp bê phải tìm viên bi trong rổ, nơi nó đã bị bỏ lại. Nhưng mười sáu trong số hai mươi đứa trẻ bị tự kỷ tin chắc rằng con búp bê sẽ phải tìm viên bi ở nơi nó thực sự đang ở chứ không phải ở nơi mà con búp bê nghĩ rằng nó đang ở. Những đứa trẻ này tin vào một chân lý duy nhất, chúng hoàn toàn không có khả năng điều chỉnh những hạn chế của con người.

Một người có uy tín thế giới khác về hội chứng Asperger là nhà tâm lý học người Úc Tony Attwood lại tin rằng tác hại của lý-thuyết-về-trí-tuệ đã làm cho những người mắc chứng Asperger giải thích mọi thứ mà họ nghe được hoàn toàn theo nghĩa đen. Trong một

cuốn sách của mình, ông đã mô tả một đứa trẻ đã vẽ phác một bức tranh bên dưới bài luận vì thầy đã bảo học trò "hãy phác ra những kết luận riêng của mình". Niềm tin rằng mọi người đều muốn nói chính xác cái mà họ nói, đó chính là điều đã dẫn những người mắc chứng Asperger bật cười trong giờ học chính trị vì điều đó đối với họ nghe giống như dự báo thời tiết vậy ("Tình hình chính trị *ngày hôm nay* đặc biệt căng thẳng"). Nó cũng dẫn họ tới niềm tin rằng vạn vật vận hành y hệt như họ được nghe nói. "Tôi tin rằng nhiều người 'huýt sáo' cũng mắc chứng Asperger", Attwood viết. "Tôi cũng đã gặp một số người áp dụng những quy tắc ứng xử của công ty hoặc của các cơ quan chính phủ vào công việc của họ đồng thời báo cáo những việc làm sai và tham nhũng. Do đó, họ rất sững sờ khi thấy rằng văn hóa tổ chức, những người quản lý và các đồng nghiệp không mấy ủng hộ".

Có lẽ vì vậy mà không phải ngẫu nhiên, những người sáng lập phong trào ly khai ở Liên Xô thường là các nhà toán học và vật lý. Liên Xô không phải là nơi tốt cho những người xem các sự vật hoàn toàn theo nghĩa đen và chờ đợi thế giới vận hành theo cách công bằng, logic và có thể dự báo được. Nhưng các câu lạc bộ toán học như của Rukshin đã cung cấp cho họ một nơi trú ẩn. Rukshin coi việc che chắn cho những con chiên ghẻ học sinh Xô Viết này là sứ mạng của ông và ông cũng coi thái độ co lại về mặt xã hội là dấu hiệu của một nhà toán học tài năng. Lần đầu tiên tôi phỏng vấn Rukshin, ông có một cuộc hẹn sau đó với một học sinh 11 tuổi; mẹ cậu bé đã mang nó đến để được ông "nhìn xem", mà điều này có nghĩa là ông phải mất một, hai, có khi tới ba tiếng đồng hồ cho thằng bé giải mấy bài toán để xem có quyết định nhận nó vào câu lạc bộ toán hay không. Đến giờ hẹn, Rukshin mở cửa văn phòng

để xem đứa bé đã đến chưa. Thằng bé đã đến, nó ngồi lặng lẽ trong chiếc ghế bành đơn độc đặt ở hành lang. "Tôi có thể nói ngay nó là một đứa bé tài năng", Rukshin nói rồi khép cửa lại. "Tôi có thể phát hiện ra chúng ngay". Tôi biết chính xác điều ông muốn nói: thằng bé nhợt nhạt, vụng về và nó nhìn như vô hồn. Nếu Baron-Cohen và Attwood nhìn thằng bé này thì họ sẽ thấy ngay những dấu hiệu quen thuộc: sự vụng về về thể chất và những biểu hiện không phù hợp của khuôn mặt là những dấu hiệu bên ngoài của hội chứng Asperger.

Thực tế, mọi chuyện mà người ta kể với tôi về hành vi của Perelman, bắt đầu từ khi anh tham gia câu lạc bộ toán, đều ăn khớp với bức tranh điển hình của người có hội chứng Asperger. Sự không mảy may để ý đến những quy ước về vệ sinh cá nhân là một nét chung của những người mắc chứng Asperger, họ quan niệm nó như một thứ phiền nhiễu mà thế giới kỳ quặc của những tập tục xã hội buộc họ phải làm. Những khó khăn mà anh vấp phải khi phải trình bày lưu loát lời giải của các bài tập cũng là một dấu hiệu kinh điển. "Những người mắc chứng Asperger thường đưa vào quá nhiều chi tiết", Baron-Cohen nói. "Họ không biết phải vứt bỏ cái gì đi. Họ không biết tính đến những điều người nghe cần phải biết". Đó là vấn đề của lý thuyết về trí tuệ: vấn đề được nói không phải để người nghe có thể hiểu mà cốt chỉ để nói mà thôi. Các bạn học của anh có kể với tôi Perelman luôn sẵn sàng trả lời những câu hỏi về toán; nhưng sẽ có vấn đề nếu người hỏi không hiểu giải thích của anh. "Cậu ấy rất kiên nhẫn", một bạn học cũ nhớ lại. "Cậu ấy cứ lặp đi lặp lại đúng lời giải thích chính xác ban đầu. Cứ như là cậu ấy không sao hình dung nổi lại có người nào đó thấy quá khó không sao hiểu nổi vậy". Có lẽ cô bạn ấy nói hoàn toàn đúng: quả thật Grisha Perelman không thể tượng tưởng nổi điều đó.

Những khó khăn liên quan tới các lời giải của anh có lẽ cũng có thể giải thích được dưới ánh sáng này. Nếu Perelman có mắc chứng Asperger, thì sự thiếu khả năng nhìn được một bức tranh rộng lớn có lẽ là một trong những nhược điểm lạ lùng của anh. Hai nhà tâm lý học người Anh là Uta Frith và Francesca Happé đã viết về khái niệm mà họ gọi là "sự gắn kết trung tâm yếu", một phẩm chất đặc trưng cho tư duy của những người bị rối loạn phổ tự kỷ, tức là những người tập trung chỉ vào chi tiết và làm hỏng mất bức tranh lớn. Khi họ có thể thâu tóm được một bức tranh lớn, thường là bởi vì họ đã sắp xếp được các yếu tố – chẳng hạn như các nguyên tố trong bảng tuần hoàn – thành một hình mẫu, điều mà những người ưa hệ thống hóa cực kỳ thỏa mãn. "Những sự thật thú vị nhất là những sự thật có thể được sử dụng vài ba lần, và có cơ may được lặp lại", Henri Poincaré, một trong những nhà hệ thống hóa vĩ đại đã viết như thế hơn một trăm năm trước. "Chúng ta đã đủ may mắn được sinh ra trong một thế giới có những sự thật như vậy. Giả sử rằng thay vì 80 nguyên tố hóa học, chúng ta có tới 80 triệu nguyên tố chẳng hạn, và rằng một số nguyên tố thì thường gặp, một số khác lại hiếm hoi nhưng được phân bố đều. Khi đó, mỗi lần chúng ta nhặt một hòn sỏi mới thì sẽ có một xác suất rất cao rằng nó được cấu tạo từ một chất chưa biết nào đó... Trong một thế giới như thế sẽ không có khoa học... Nhưng may sao thực tế lại không phải như vậy".

Những người mắc chứng Asperger học hỏi thế giới theo từng hòn sỏi, và họ rất biết ơn bảng tuần hoàn đã cho phép họ nhận dạng những hình mẫu của các viên sỏi. Thảo luận về sự tồn tại của những người mắc chứng Asperger trong thế giới xã hội, Attwood đã sử dụng ẩn dụ về "trò chơi ghép hình gồm 5000 mảnh ghép" mà những người bình thường có được bức tranh vẽ trên hộp về câu đố

hoàn chỉnh, điều này được giải thích là do trực giác xã hội của họ. Những người mắc chứng Asperger không có được bức tranh đó và họ vật vã lắp ghép câu đố bằng cách thử lắp các mảnh lại với nhau. Có lẽ những quy tắc như "đừng bao giờ bỏ mũ lông của bạn ra" hay "hãy đọc sách trong danh mục quy định của nhà trường" là những ý định của Perelman nhằm mường tượng ra bức tranh đã mất trên hộp, những nguyên tố của bảng tuần hoàn về thế giới. Chỉ khi gắn bó với những quy tắc đó anh mới có thể sống nổi cuộc đời của mình.

■ ■

Số lượng những va chạm với con người mà Perelman dấn thân vào trong tám năm đã bắt đầu co lại. Tất cả những kỹ năng giao tiếp anh đã từng có và sử dụng trong thời kỳ làm nghiên cứu sinh và postdoc cũng khá đầy đủ – dù chỉ là tối thiểu – đã trở nên han rỉ do không sử dụng. Hóa ra, những người mắc chứng Asperger nói chung lại có khả năng điều chỉnh những quan hệ xã hội mặc dù điều đó không xuất hiện một cách tự nhiên như những người thần kinh bình thường. John Elder Robinson, tác giả của một hồi ức viết về cuộc sống với những người mắc chứng Asperger có mô tả quá trình này như là một sự tương xứng: sự xã giao dường như đánh cắp của người đó một số khả năng rất đặc biệt của sự tập trung hệ thống hóa. Trái lại, sự tập trung căng thẳng trong suốt một vài năm dường như lại đánh cắp mất của Perelman những kỹ năng giao tiếp mà anh đã có được. Người ta có thể hình dung anh đã khó chịu như thế nào khi ngồi nghe cuộc tranh luận gay gắt về chính trị giữa Cheeger và Anderson trong bữa tiệc ở nhà Anderson, cũng như khi anh phải miễn cưỡng tham gia vào cái gì đó hời hợt. Anh cũng không muốn

chấp nhận những trò mỉa mai, châm biếm, thực cũng như ảo, có liên quan đến công trình của anh – ví như ý tưởng cho rằng chứng minh của anh có thể sẽ làm cho người ta chạy hết khỏi topo học. Anh đã mang lại cho toán học một điều thật vĩ đại và thực sự có giá trị. Toán học đã đáp lại một cách yếu ớt và cố gắng thuyết phục anh chấp nhận những thứ thay thế cho sự công nhận một cách thực sự. Vì vậy không có gì phải ngạc nhiên khi anh đã hoàn toàn thất vọng đối với toán học.

Mặc dù có lúc, sự thất vọng của Perelman chỉ giới hạn trong cộng đồng toán học quốc tế. Viện toán Steklov là một ngoại lệ, hay đúng hơn là *lab* của anh, bến cảng an toàn của anh sau sự rạn nứt trong quan hệ với Burago, là một ngoại lệ. Anh tiếp tục những hoạt động của mình như chúng vốn thế ở Viện: tham dự seminar thi thoảng vài lần trong tuần; thỉnh thoảng ghé qua để đọc thư điện tử. Trong những tháng trước chuyến đi thuyết trình tại Mỹ, anh đã duy trì một mối quan hệ bình lặng với Ladyzhenskaya, trưởng *lab* mới của anh. Bà mất vào tháng 4 năm 2004 ở tuổi 82 và sau đó Perelman ít khi trò chuyện với ai khác. Ngay khi Perelman từ Mỹ trở về anh đã viết xong phần cuối cùng chứng minh của anh và đưa lên mạng arXiv, rồi sau đó dường như anh chuyển sang nghiên cứu các bài toán khác. Như thường lệ, anh vẫn rất kín đáo không hé lộ gì về những nghiên cứu đó, nhưng rõ ràng là anh đã dịch lại gần những đề tài nghiên cứu của Ladyzhenskaya.

Perelman đã được thăng chức ở Viện Steklov: giờ đây anh giữ chức nghiên cứu viên trưởng. Các nghiên cứu viên trong các viện khoa học của Nga được xếp ở bốn bậc, cao nhất là nghiên cứu viên trưởng. Các PhD bình thường hiếm khi được ở bậc đó. Nước Nga duy trì hệ thống hai nấc luận án, trong đó luận án thứ nhất – luận

án mà Perelman viết vào cuối kỳ nghiên cứu sinh và anh được phong học vị Phó tiến sĩ, tương đương với PhD của Mỹ, trong khi người bảo vệ thành công luận án thứ hai mới được gọi là Tiến sĩ. Những người có thiện chí thì luôn giục Perelman viết luận án thứ hai, luận án tiến sĩ. Quá trình này đòi hỏi phải có công bố và tiến hành bảo vệ. Lẽ tự nhiên là Perelman nhạo báng ý tưởng đó. "Cậu ấy nghĩ rằng cậu không cần cái đó", Giám đốc Viện Steklov, Sergei Kislyakov nói với tôi bằng một giọng hơi lúng túng. Ông dường như tỏ thái độ khó chịu đối với Perelman: ông bảo ông quý mến và chỉ muốn điều tốt cho anh, nhưng những quy định phải là như nhau đối với mọi người và điều này có nghĩa là một nghiên cứu viên trưởng phải viết và bảo vệ luận án thứ hai. Tất nhiên, Perelman cũng nghĩ rằng quy định là quy định, nhưng bây giờ điều đó chỉ áp dụng cho những quy định theo sự lựa chọn, và hơn thế nữa, theo phát kiến riêng của anh. Anh xem những quy định khác chỉ là những loại giả danh, càng xúc phạm hơn khi làm ra vẻ đó là các quy định thực.

Trong khi đó, Viện Hàn lâm Khoa học Nga đang sắp xếp lại trật tự nội bộ và cố gắng phục hồi lại niềm vinh quang trước kia của nó sau những hỗn loạn vào những năm 1990. Một mặt, nhà cửa của Viện Hàn lâm dần dần được sửa chữa lại – Viện Steklov được sơn lại và hệ thống ống nước được làm mới – rồi lương bổng được nâng lên. Lương của nghiên cứu viên trưởng từ không đáng kể vào đầu những năm 1990 đã tăng tới 400 đôla một tháng vào năm 2004 (mặc dù Perelman có thể nhận được nhiều hơn nếu anh có bằng tiến sĩ khoa học). Mặt khác, Viện Hàn lâm bây giờ đòi hỏi đủ loại giấy tờ, báo cáo về hoạt động nghiên cứu và xuất bản. Dễ dàng đoán ra rằng Perelman đã nổi cáu với ý tưởng phải điền đủ loại giấy tờ

để biện minh cho sự tồn tại của mình về mặt toán học. May mắn thay, Grigori Seregin, một người kế tục của Ladyzhenskaya đã che chắn cho Perelman, đảm bảo sự tồn tại tiếp tục yên bình của anh ở Viện Steklov.

Vào cuối năm 2004, Perelman thậm chí đã được đại diện cho chi nhánh Viện Toán Steklov ở St. Petersburg tới Moscow dự cuộc họp tổng kết cuối năm của Viện Hàn lâm. Tại đây anh đã có bài báo cáo về bài toán Poincaré. Khi quay trở về St. Peterburg, Perelman không thể làm được báo cáo về chi tiêu của anh ở Moscow. Luật của Nga yêu cầu, người được viện điều đi công tác phải có đầy đủ giấy tờ được đóng dấu hẳn hoi của nơi đến mới được thanh toán mọi chi phí. Chắc hẳn với ai đó vừa ít tháng trước đã phải khốn khổ về việc làm visa vào Mỹ sẽ dễ dàng vượt qua những rắc rối trong chuyện đi công tác ở Nga. Nhưng thực tế, Perelman không hề có giấy tờ đã được đóng dấu theo nguyên tắc: "Tôi không thể ăn cắp của Viện được", anh đã nói như thế với bộ phận kế toán của Viện khi trở về St. Petersburg. Bà kế toán đành phải gửi các giấy tờ của Perelman tới Viện Hàn lâm ở Moscow nhờ đóng dấu rồi gửi trở lại. Nhưng Perelman lại không chịu nhận số tiền thanh toán đó cho tới khi bà kế toán phải đưa cho anh xem sổ sách chứng tỏ rằng số tiền thanh toán đó là lấy ở quỹ đặc biệt dành cho cán bộ đi công tác chứ không hề lấy ở quỹ lương của Viện. Rõ ràng những quy tắc về việc sử dụng tiền bạc của Perelman đã phát triển chính xác và phức tạp như những quy tắc về làm chú thích của anh vậy. Và cũng như với các chú thích, trong khi những chuẩn mực đó chỉ có bản thân Perelman biết, anh lại tin rằng chúng là phổ quát, ai cũng phải biết – và nếu như anh bắt gặp ai đó vi phạm những chuẩn mực đó thì anh có thái độ không dung thứ.

Anh đã không dung thứ một lần nữa vào mùa hè năm 2005, khi anh xuất hiện ở phòng kế toán của Viện để hỏi xem tại sao số tiền lương anh mới nhận được lại nhiều hơn thường lệ. Vào thời gian đó, Viện Steklov đã trả lương cho các nghiên cứu viên vào thẳng tài khoản của họ, vì vậy Perelman đã phát hiện ra điều nói trên trong máy rút tiền ở ngân hàng. Bà kế toán, một phụ nữ thấp lùn và béo phục phịch ở tuổi 50, đã quá quen thuộc với những biểu hiện kỳ quặc của các nhà toán học trong gần ba mươi năm làm việc ở Viện này, đã khẳng định rằng Perelman được trả thêm tám ngàn rúp – cỡ gần 300 đôla – vào tiền lương hàng tháng, tức là anh đã nhận được gần gấp đôi lương bình thường của anh. Thực ra không có gì là khó hiểu cả: phòng (*lab*) của anh đã hoàn thành một dự án và được hưởng khoản tiền trợ cấp còn dư. Theo lệ thường, Seregin, trưởng *lab,* đã chỉ thị cho phòng kế toán chia số tiền dư đó cho các cán bộ của *lab*. Và ông đã phạm một sai lầm. Các sếp trước của Perelman vốn biết anh không ủng hộ chuyện đó – cũng như anh không ủng hộ việc gà bài cho nhau trong phòng thi ở khoa Toán Cơ, một hoạt động nói chung được mọi người chấp nhận nhưng cũng có thể được coi là vi phạm nếu theo đúng từ ngữ của luật pháp – và vì vậy họ đã bỏ anh ra ngoài danh sách những người được hưởng. Seregin đã không hề biết quan điểm của Perelman và đã đưa anh vào danh sách.

Perelman đã yêu cầu kế toán cho biết chính xác số tiền anh đã được trả dư. Sau đó anh rời Viện và chỉ một lát sau quay lại mang theo tám ngàn rúp tiền mặt. Anh muốn trả lại số tiền đó cho phòng kế toán. Bà kế toán đề nghị anh mang về trả cho *lab* để Seregin quyết định sẽ dùng số tiền đó như thế nào. Nhưng Perelman cứ khăng khăng trả nó thẳng cho Viện. Và cuộc nói chuyện đã đạt tới đỉnh điểm, như một số cán bộ của Viện sau này kể lại, khi tiếng hét của

Perelman vang ra tới tận ngoài hành lang. Tuy nhiên, bà kế toán phủ nhận chuyện la hét – mặc dù qua nhiều năm làm việc ở Viện Steklov, có thể bà đã quen với những biểu hiện cực đoan và hoàn toàn bất ngờ của xúc cảm con người. Perelman cuối cùng đã chiến thắng: anh đã thuyết phục được bà kế toán viết giấy biên nhận nói rằng bà đã nhận số tiền đó.

Câu chuyện tài trợ, kể ra nghe vô lý này đã nổi tiếng ở St. Petersburg và trong giới toán học ở các nơi khác. Thực ra, tôi đã nghe nó lần đầu ở Mỹ. Ba bốn lần đầu tiên khi nghe, câu chuyện này dường như giải thích tại sao Perelman lại đi khỏi Viện Steklov. Anh đã từ chối lấy tiền và bỏ đi, sau khi đóng sập cánh cửa phía sau lại. Đó là một câu chuyện nghe có vẻ hợp lý, nhưng thực tế không phải như vậy. Phải nửa năm sau, vào tháng 12 năm 2005, Perelman mới bỏ việc ở Viện Steklov với những lý do không mấy rõ ràng. Anh tới Viện và đưa đơn xin thôi việc cho cô thư ký. Cô ấy chạy lên báo trước cho Viện trưởng. Kislyakov đề nghị Perelman vào gặp. Anh bước vào căn phòng chữ nhật dài của Viện trưởng với chiếc bàn họp làm bằng gỗ bóng loáng dài tưởng như vô tận và nói một cách bình tĩnh: "Tôi không có gì chống lại những người ở đây cả, nhưng tôi không có bạn. Tôi đã thất vọng ở toán học và tôi muốn thử làm một cái gì đó khác. Tôi sẽ ra đi".

Kislyakov đề nghị sẽ tốt hơn nếu Perelman ở lại thêm cho tới cuối tháng, khi đó, theo truyền thống, anh sẽ được nhận tiền thưởng cuối năm cỡ khoảng 400 đôla chứ đâu có ít. Nhưng Perelman từ chối. Anh xóa tất cả các tài khoản e-mail ở Viện Steklov và từ bỏ toán học. Anh đi qua những cánh cửa đúp bằng gỗ sồi nặng nề dẫn thẳng tới bờ sông Fontaka và đi vào cái màu xám bức bối được ngụy trang như ánh sáng ban ngày ở St. Petersburg vào mùa đông.

"Có một thứ gì đó đã đứt vỡ", Kislyakov nhún vai nói với tôi. Nhưng đó là gì thì ông không nói. Cũng có thể Perelman đã gặp một trở ngại gì đó khi đang giải một bài toán, nhưng trước đó anh đã gặp biết bao khó khăn mà chúng có khiến anh phải bỏ toán học đâu. Dù sao, chắc chắn anh đã là một vận động viên chạy marathon lão luyện. Cũng có khả năng thất vọng cuối cùng của anh có liên quan đến ngày sinh nhật thứ hai của preprint đầu tiên mà anh đã đưa lên mạng. Có lẽ anh đã mang lại cho giới toán học một thời kỳ phong nhã. Xét cho cùng, những quy tắc của Viện Clay nói rằng giải thưởng một triệu đôla có thể được trao hai năm sau khi công trình được công bố. (Thực tế, những quy tắc này nói rằng một ủy ban quản trị giải thưởng có thể sẽ được bổ nhiệm hai năm sau khi công trình công bố đã *được phản biện*, nhưng Rukshin lại hoàn toàn không đếm xỉa đến những điều tế nhị đó khi ông nói với tôi về giải thưởng Clay, với tư cách đại diện cho quan điểm của Perelman). Tháng 11 năm 2005 có thể là cơ may cuối cùng để giới toán học thế giới chuộc lại mình dưới con mắt của Perelman. Bằng cách bỏ qua những phần rườm rà của những quy định vô nghĩa đối với Perelman và chỉ giữ lại những quy định có ý nghĩa, Viện Clay lẽ ra đã có thể tuyên bố Perelman là người đoạt giải thưởng một triệu đôla. Đối với Perelman tiền không thành vấn đề, chỉ sự công nhận mới là quan trọng vì sự công nhận cũng phi thường như chính thành tựu của anh vậy. Và như thế Perelman sẽ là người đầu tiên được nhận giải thưởng này. Đặc biệt nữa là anh sẽ nhận giải đó một mình. Và anh sẽ nhận nó theo những điều kiện riêng của anh.

Nhưng tiếc thay, điều đó đã không xảy ra.

Những gì xảy ra sau đó thật là lạ lùng. Số tháng 6 năm 2006 của *Asian Journal of Mathematics* (Tạp chí toán học châu Á) được phát hành. Toàn bộ ba trăm trang của số tạp chí này dành cho một bài báo của hai nhà toán học Trung Quốc là Huai-Dong Cao (Tào Hoài Đông) và Xi-Ping Zhu (Chu Hi Bình) với nhan đề "Một chứng minh đầy đủ của các Giả thuyết Poincaré và Hình học hóa – Một ứng dụng của lý thuyết Hamilton-Perelman về dòng Ricci". Thoạt nhìn, có thể tưởng rằng đây là một giải thích khác cho chứng minh của Perelman, theo những đường lối mà Kleiner và Lott cũng như Morgan và Tian đã làm, nhưng với sự khác biệt quan trọng là Cao và Zhu không công khai việc làm của họ và đặc biệt là họ không tham dự một seminar hay hội thảo nào do Clay tài trợ. Họ đã làm việc dưới sự kèm cặp của Shing-Tung Yau (Khâu Thành Đồng), một giáo sư của Đại học Harvard, Huy chương Fields và là bạn thân của Hamilton, một trong những nhà toán học mạnh nhất ở cả Mỹ và Trung Quốc. Và ông cũng chính là chủ biên của tạp chí *Asian Journal of Mathematics*. Yau cũng nằm trong số những người nhận được bức e-mail của Perelman kêu gọi lưu ý tới preprint đầu tiên của anh. Nhưng Yau đã không trả lời dưới bất cứ hình thức nào, trừ điều ông nói với tạp chí *Science* rằng ông nghĩ chứng minh của Perelman có thể đã phạm một sai sót nghiêm trọng có liên quan tới số các giải phẫu đòi hỏi để bổ sung dòng Ricci.

Phần tóm tắt trong bài báo của Cao và Zhu đọc nghe như lời rao hàng chứ không phải của một bài báo toán học mà người ta thường viết. Thực tế, không có điều gì rõ ràng về mặt toán học trong đó cả. Về tổng thể nó nói rằng: "Trong bài báo này, chúng tôi đưa ra một chứng minh đầy đủ của Giả thuyết Poincaré và Giả thuyết Hình học hóa. Công trình này phụ thuộc vào những công trình đã được

tích tụ của nhiều nhà giải tích hình học trong suốt ba mươi năm qua. Chứng minh này nên được xem như thành tựu tột cùng của lý thuyết Hamilton – Perelman về dòng Ricci". Như vậy, các tác giả bài báo này muốn tuyên bố rằng Hamilton và Perelman là những người đã lát đường dẫn tới chứng minh của Giả thuyết Poincaré và Giả thuyết Hình học hóa, nhưng chặng cuối cùng là do hai nhà toán học Trung Quốc thực hiện, điều đó có nghĩa là đột phá – và sau đó là danh tiếng, vinh quang và một triệu đôla đi kèm với nó – sẽ hoàn toàn hợp pháp thuộc về họ. Đó là luật của toán học: ai thực hiện bước cuối cùng sẽ là người lãnh trọn toàn bộ danh vọng về chứng minh đó. Sự khác biệt giữa thực hiện bước cuối cùng và cung cấp sự diễn giải về chứng minh đó là rất căn bản và sự căn bản này là điều khó có thể đo lường được. Yau đã tổ chức một cuộc họp báo tại Viện toán học của ông ở Bắc Kinh vào ngày 3 tháng 6 và vị giám đốc điều hành của Viện này đã tuyên bố: "Hamilton đã đóng góp hơn năm mươi phần trăm, Perelman người Nga hai mươi lăm phần trăm và những người Trung Quốc gồm Yau, Cao, Zhu và những người khác khoảng ba mươi phần trăm. (Rõ ràng là ở đây, ngoài những thứ khác ra, có điều thần kỳ về số học và Yau đã không nhất trí với thông báo này, thông báo nguyên bản được in trên một tờ báo Trung Quốc và sau đó được in lại ở phương Tây).

Một tuần sau, Yau tổ chức một hội nghị ở Bắc Kinh được quảng cáo rầm rộ với sự hiện diện của Stephen Hawking. Mặc dù phần lớn trong số vài trăm người tham dự là các nhà vật lý, nhưng Yau vẫn lợi dụng cơ hội này để thông báo đột phá đã được công nhận của Cao và Zhu, ông ta nói: "Các nhà toán học Trung Quốc có đầy đủ lý do để tự hào về một thành công to lớn là đã giải được trọn vẹn bài toán nổi tiếng".

Yau còn điên cuồng tạo ra cả một bảng niên đại để hỗ trợ câu chuyện của ông ta, trong đó Cao và Zhu là những anh hùng toán học. Trong một bài báo công bố năm 2006 của ông ta, Yau đã vẽ ra một bức tranh sau: "Trong ba năm gần đây, nhiều nhà toán học đã cố gắng tìm hiểu xem những ý tưởng của Hamilton và Perelman có thể kết hợp được với nhau hay không. Kleiner và Lott (năm 2004) có đưa lên trang web của họ một số nhận xét về vài ba phần trong công trình của Perelman. Tuy nhiên, những nhận xét đó còn xa mới hoàn tất. Sau đó, công trình của Cao-Zhu được chấp nhận và đăng trên tạp chí vào tháng 4 năm 2006 (được phát hành vào ngày 1 tháng 6 năm 2006) [*sic*]. Vào ngày 24 tháng 5 năm 2006, Kleiner và Lott lại đưa lên mạng một phiên bản khác, đầy đủ hơn những nhận xét của họ. Cách tiếp cận của hai nhà toán học này khác với của Cao-Zhu. Sẽ phải mất một thời gian mới hiểu hết những nhận xét của Kleiner và Lott vì chúng dường như khá sơ lược ở một số điểm quan trọng". Thực ra, Yau đã hối thúc cho công bố bài báo của Cao-Zhu, gần như bỏ qua khâu phản biện và giành quyền đăng trước dù tạp chí đã có kế hoạch đăng các bài khác, đặc biệt, làm như vậy hai tác giả này có thể tuyên bố họ không hề đọc các nhận xét của Kleiner và Lott, mà những nhận xét đó lại nói ngay từ đầu là chứng minh được giải thích trong công trình này là của Perelman.

Cuộc chạy đua vẫn tiếp tục vì vào cuối mùa hè năm đó sẽ có Đại hội toán học quốc tế (ICM) – lần đầu tiên có một cuộc tụ họp lớn như vậy kể từ khi Perelman đưa bản preprint thứ nhất của anh lên mạng. Chứng minh Giả thuyết Poincaré – và giải thưởng một triệu đôla đi kèm với nó – chắc chắn sẽ là những chủ đề chính của Đại hội.

ICM họp ở Madrid bắt đầu từ ngày 22 tháng 8. Vào buổi sáng hôm khai mạc, các phương tiện truyền thông trên khắp thế giới đã

nhận được thông cáo báo chí – được giữ kín cho tới trưa hôm đó khi thông tin được công khai – tuyên bố rằng Perelman sẽ được trao huy chương Fields "do những đóng góp của ông cho hình học và sự hiểu biết sâu sắc mang tính cách mạng của ông đối với cấu trúc giải tích và hình học của dòng Ricci". Văn bản giải thích tiếp, "Cho đến tận mùa hè 2006, cộng đồng toán học vẫn còn trong quá trình kiểm tra công trình của ông để đảm bảo rằng nó hoàn toàn đúng và các giả thuyết đã được chứng minh. Sau hơn ba năm soi xét căng thẳng, các chuyên gia hàng đầu đã không bắt gặp một vấn đề nghiêm trọng nào trong chứng minh này". Nói một cách khác, thông cáo báo chí chính thức vẫn chưa dám dành cho Perelman toàn bộ danh vọng của tác giả chứng minh Giả thuyết Poincaré. Cùng ngày hôm đó, ấn phẩm mới của tờ *New Yorker* được tung ra; trong đó có đăng bài báo nhan đề "Số phận một đa tạp" của hai nhà báo khoa học: Sylvia Nasar (tác giả của Một trí tuệ đẹp – *A beautiful mind*) và David Gruber. Bài báo đã lần theo câu chuyện về chứng minh của Perelman, về bài báo của Cao-Zhu và sự ủng hộ của Yau về quyền tác giả đối với chứng minh của các nhà toán học Trung Quốc, thậm chí nó còn chứa cả một số đoạn trích từ cuộc nói chuyện với Perelman mà hai nhà báo đã thuyết phục được anh gặp họ ở St. Petersburg. Bài báo cũng trích lời của Anderson: "Yau muốn là vua của hình học. Ông ta tin rằng mọi thứ đều phải xuất phát từ ông ta, và ông ta cần phải giám sát. Ông ta không thích người khác xâm lấn lãnh địa của mình". Bài báo cũng trích lời Morgan, người phản đối tuyên bố của Cao-Zhu cho rằng chứng minh của Perelman có chứa nhiều lỗ hổng và họ đã lấp đầy những lỗ hổng đó. "Perelman là người thực sự đã làm và những thứ mà anh đã làm là đầy đủ và đúng đắn", Morgan đã nói với hai nhà báo của tờ *New Yorker*. "Tôi không thấy Cao-Zhu đã làm được điều gì khác cả".

"Thật là quá hài hước", một nhà toán học đã nói với tôi. "Bài báo xuất hiện ngay trong Đại hội và máy photocopy ngay lập tức đã phải hoạt động hết công suất. Tôi có thể cảm thấy ở đây thật buồn chán, nhưng thực tế, đúng là vui thật".

Ngày 29 tháng 8, một tuần sau khi xuất hiện bài báo trên tờ *New Yorker*, tờ bản tin hằng ngày của ICM có đăng bài phỏng vấn Cao và Jim Carlson, viện trưởng Viện Clay, đặt cạnh nhau. Cao hết lời ca ngợi Hamilton và Perelman, ông ta nói rằng họ "đã làm được những công trình cơ bản quan trọng nhất" và nói thêm: Họ là những người khổng lồ, là những anh hùng của chúng tôi!". Nhưng ông ta cố ý không nói rằng Perelman chính là người đã chứng minh được Giả thuyết Poincaré và Giả thuyết Hình học hóa, thực tế, ông ta nói về Hamilton và Perelman nghe cứ như họ là những người khổng lồ trong quá khứ và các nhà toán học đương đại đứng trên vai của họ để xây dựng nên chứng minh tối hậu vậy. Carlson, trái lại đã nói một cách dứt khoát: "Perelman đã thực hiện một cách đầy đủ mọi yêu cầu của giải thưởng Thiên niên kỷ" và chỉ ra rằng các công trình của Kleiner và Lott, của Morgan và Tian và của Cao và Zhu chỉ là những bài báo hoàn tất yêu cầu công bố có phản biện của Viện Clay mà thôi.

Các nhà toán học không quen với những cuộc tranh cãi nóng bỏng và công khai với quy mô rộng lớn như thế. Cũng đã từng có những cuộc tranh luận về quyền tác giả và danh vọng trước đó – trong đó có cuộc tranh luận liên quan đến nhà topo học Nga Alexander Givental và Yau cùng với một học trò của ông ta, hai người tuyên bố đã hoàn tất một chứng minh mà Givental đã khởi đầu, nhưng họ không bao giờ tiết lộ tràn lan ra báo chí như thế. Không giống các nhà khoa học xã hội, thậm chí cả các bác sĩ, các

nhà toán học mà Nasar và Grunber đã phỏng vấn không hề có kinh nghiệm nói chuyện với báo chí. Khi họ thấy những lời lẽ của mình in lên báo – và được photocopy lại cho các đồng nghiệp của họ đọc chơi – họ mới tá hỏa lên. Yau đã cầu viện đến luật sư viết thư cho tờ *New Yorker* yêu cầu phải cải chính và xin lỗi bởi vì, Yau bây giờ mới tuyên bố, ông không bao giờ có ý định tranh cướp danh vọng của Perelman. Ba nhà toán học được trích lời trong bài báo đã viết mấy dòng đại loại như là những bức thư xin lỗi Yau và xin phép được đưa lên các trang web khác nhau. Anderson là một trong số những người tuyên bố đã được trích dẫn ngoài văn cảnh. Và khi tôi nói chuyện với ông một năm sau, ông đã cực kỳ miễn cưỡng tiếp tục nói về chuyện đó. Ông cố gắng thuyết phục tôi rằng cuộc tranh cãi của Yau đã bị những người ngoài toán học làm quá lên một cách không cần thiết.

Perelman không thích theo dõi câu chuyện này. Anh đã đặt mình ra ngoài cộng đồng toán học và hầu như không bao giờ lướt web nữa. Nhưng Rukshin, một chuyên gia về lục soát các *blog* và lần theo các *link* thì lại thích theo dõi vụ *scandal* chưa từng có này. Rồi ông vô cùng thỏa mãn thông báo lại cho Perelman những điều mà cả hai đã ngờ từ lâu: cộng đồng toán học đã không bênh vực được chính mình, mà thậm chí cả người đã mang lại cho toán học món quà lớn nhất trong một thế kỷ.

Cộng đồng toán học ở Mỹ và thậm chí trên toàn thế giới, rất nhỏ và rất yên bình. "Được là nhà toán học là một trong những niềm vui to lớn nhất", John Morgan đã nói với tôi một năm sau cuộc tranh cãi này. "Nó không giống như xã hội học hay sử học, những khoa học dễ trở thành chính trị. Cũng có thể vì một nguyên nhân khác mà người ta xấu hổ chạy xa những cuộc tranh cãi, với

hy vọng sẽ xa hẳn. Cô biết đấy, nếu xảy ra chiến tranh phe phái thì rồi có lúc cái khoa của anh sẽ nổ tung. Những người ủng hộ X sẽ tách khỏi những người ủng hộ Y và những người chống Y, và rồi, cô biết đấy, điều đó sẽ chẳng mang lại điều gì hay ho cho ai cả. Hãy giữ cho nó là nơi bình yên để làm việc. Nhưng ít người hiểu và đánh giá được những cái mà chúng tôi làm, nó hay lắm chứ. Cộng đồng này thực sự là một cộng đồng của những người biết tôn trọng nhau và đối xử với nhau thật tử tế". Nói đúng ra là đa số người và phần lớn thời gian. Trong một cộng đồng nhỏ như thế, người ta không thể đủ sức đốt cháy những cầu nối. Yau, với địa vị học thuật của ông ấy cùng với một đội quân các giáo sư – sinh viên của ông ấy ở cả hai lục địa, không chỉ là một con người cực kỳ mạnh về mặt tổ chức mà còn là trung tâm của một cộng đồng trí tuệ lớn và năng động, nếu bịt chặt nó sẽ là một tổn thất bi thảm đối với phần lớn các nhà toán học.

Cộng đồng toán học phương Tây đương đại hoạt động như một tổng công ty, dù là rất nhỏ: nó bảo vệ chính mình đối với thế giới bên ngoài và nó cũng phụ thuộc vào sự bình yên, hợp tác và thông tin để vận hành. Nhưng là một tổng công ty rất nhỏ, nó đôi khi cũng hoạt động như một gia đình, có khi phải hy sinh những lý tưởng và nguyên tắc vì lịch sử đã cùng chia sẻ và vì sự phụ thuộc lẫn nhau. Perelman hầu như ít tác dụng đối với gia đình, trừ mẹ anh ra, cũng như đối với các cộng đồng. Đơn giản là anh không hiểu gì cả hai cái đó. Anh lại không thích những thứ mà anh không hiểu và luôn từ chối dây dưa với những thứ đó.

■ ■

Một năm trước khi những chuyện tồi tệ trên xảy ra vào mùa hè 2006, Ban tổ chức của Đại hội quốc tế các nhà toán học có gửi cho Perelman một bức thư mời anh tới đọc báo cáo tại Đại hội ở Madrid. Ban tổ chức và hội đồng xét huy chương hoạt động độc lập với nhau; các thành viên của cả hai đều được giữ bí mật cho đến khi tiến hành Đại hội, chỉ tên tuổi các vị chủ tịch là được tiết lộ. Perelman không trả lời bức thư ấy và tất cả những thư khác sau đó. Một đại diện của Ban đã gọi điện cho Kislyakov – Perelman lúc đó vẫn đang làm việc ở Viện Steklov – và Kislyakov đã gọi về nhà cho Perelman. Anh đã giải thích với Kislyakov rằng anh không trả lời những bức thư đó bởi vì tên của các thành viên hội đồng vẫn giữ bí mật. Và anh nói, anh không muốn dây dưa với những trò kín kín hở hở như vậy.

Kislyakov đã chuyển lý do của Perelman cho Ban tổ chức, và Ban này đã gửi ngay một bức thư khác trong đó tiết lộ danh tính các thành viên của nó. Nhưng Perelman vẫn không trả lời; Ban này lại đề nghị sự can thiệp của Kislyakov; và viện trưởng của Viện Steklov lại phải gọi về nhà cho Perelman. Perelman giải thích rằng sự tiết lộ của Ban là quá ít và quá muộn – và anh nói anh không muốn bàn luận thêm nữa.

Sự từ chối bàn bạc với Ban tổ chức và điều này có nghĩa là từ chối thuyết trình tại Đại hội, gần như giáng một đòn mạnh vào những người trong Ban tổ chức của ICM. Rõ ràng, Giả thuyết Poincaré phải là chủ đề nổi bật của Đại hội. Trong khi đó, Hội đồng trao huy chương Fields đã quyết định Perelman sẽ là một trong số những người được nhận. Huy chương Fields, cũng thường được gọi là giải Nobel cho toán học (thực tế thì không có giải Nobel này), được trao cứ bốn năm một lần cho hai tới bốn nhà toán học từ 40 tuổi

trở xuống. Perelman bước sang tuổi 40 chỉ ngay trước Đại hội, và đây là năm cuối cùng anh còn đủ tư cách. Mặc dù vào mùa hè năm 2005 các nhà topo đã nhất trí thừa nhận rằng Perelman thực sự đã chứng minh được Giả thuyết Poincaré – và hội đồng cũng đã nhận thức được sự đồng thuận đó, vì Jeff Cheeger là một trong những thành viên của hội đồng, nhưng vẫn chưa có sự công nhận cuối cùng. Lúc đó, Kleiner và Lott cũng như Morgan và Tian còn chưa hoàn thành sự khảo cứu của họ đối với chứng minh của Perelman và như vậy không ai có thể đảm bảo rằng một lỗi lớn, thậm chí nghiêm trọng, như Yau ám chỉ, là không thể xuất hiện. Hội đồng đã soạn thảo một thư mời với lời lẽ thận trọng gửi cho Pereman để nghị anh tới để nhận Huy chương Fields – một thư mời, rất giống với thông cáo báo chí một năm sau, không hề nói rõ rằng anh đã chứng minh được Giả thuyết Poincaré.

Thông thường, danh tính những người đoạt Huy chương Fields không được tiết lộ cho ai, kể cả chính những người được trao giải, cho đến khi được công bố tại ICM. Mặc dù, theo lẽ tự nhiên, những người được nhận huy chương thường phải có mặt tại Đại hội và cũng đã có kế hoạch để có bài phát biểu tại đó. Nhưng Perelman đã từ chối phát biểu và chính vì thế nên phải có một thư mời đặc biệt. Hãy thử hình dung phản ứng của Perelman. Liệu đây có phải là toàn bộ cộng đồng toán học đã để cử anh, sau tất cả những gì mà anh đã đóng góp? Sự thừa nhận cùng với ba người khác mà không ai trong số họ đã thực hiện được một điều gì đó thật ấn tượng như chứng minh được Giả thuyết Poincaré? Và sự thừa nhận lại được viết với lời lẽ thận trọng, tránh không nói rõ là Perelman thực sự được hưởng mọi danh vọng vì những thành quả mà anh đã đạt được! Nếu như có lúc nào đó Perelman nhìn thấy toán học thâu nhận những đặc điểm tồi tệ nhất của chính trị thì đó chính là lúc này.

Để đảm bảo Perelman sẽ đồng ý tới dự Đại hội và nhận huy chương, Hội đồng xét trao Huy chương Fields đã cử chủ tịch của nó và cũng là chủ tịch của Hiệp hội Toán học quốc tế, giáo sư Đại học Oxford là Ngài John Ball tới tận St. Petersburg. Đây là chuyến công tác chưa từng có tiền lệ, nhưng khi đó cũng lại chưa bao giờ có một bài toán khó như Giả thuyết Poincaré và một người nhận huy chương khó khăn như Grisha Perelman. Một tuần trước khi Perelman đến hạn được nhận huy chương, anh và Ball đã có cuộc trò chuyện nhiều giờ tại một trung tâm hội nghị ở St. Petersburg. Perelman không muốn nhận huy chương. Ball đề xuất với anh một số khả năng lựa chọn, trong đó có cả khả năng trao huy chương tại St. Petersburg – như đã từng thực hiện hàng chục năm trước khi các nhà toán học Xô Viết không được phép tới dự ICM và huy chương được trao bất cứ khi nào có thể thực sự gặp mặt trực tiếp người được nhận – nhưng Perelman cũng từ chối.

Vào ngày 22 tháng 8 tại Madrid, trong lễ khai mạc của ICM, John Ball đã công bố danh tính của bốn người được nhận Huy chương Fields. Họ là Andrei Okounkov, một nhà toán học Nga làm việc ở Princeton; Perelman; Terence Tao (Đào Triết Hiên), thần đồng một thời của Úc, hiện đang làm việc tại Đại học Califonia ở Los Angeles; và nhà toán học Pháp Wendelin Werner. Như vậy Perelman đứng thứ hai trong danh sách của Ball, vì danh sách được xếp theo thứ tự a, b, c... "Huy chương Fields được trao cho Grigory Perelman, ở St.Petersburg, vì những đóng góp của ông cho hình học và những hiểu biết sâu sắc của ông trong cấu trúc giải tích và hình học của dòng Ricci", Ball nói. "Tôi rất tiếc là TS. Perelman đã từ chối không nhận huy chương này".

Khi hai phóng viên của tờ *New Yorker* tới thăm Perelman trước mùa hè năm đó, anh đã nói với họ rằng anh có triển vọng được

trao Huy chương Fields và điều đó buộc anh phải cắt đứt hoàn toàn với cộng đồng toán học: anh đang trở nên quá nổi bật và bị lôi kéo vào tâm điểm của sự chú ý. Có lẽ anh cũng muốn biện minh một chút cho sự đẩy lùi ngày tháng: Khi anh bỏ Viện Steklov vào đầu tháng 12 năm 2005, lúc bước ra anh đã tuyên bố sẽ vứt bỏ toán học luôn, thì Huy chương Fields, mặc dù là một khả năng dự báo được một cách chắc chắn, vẫn còn chưa là chủ đề được đưa ra bàn thảo. "Với một mức độ chắc chắn, cô có thể nói rằng anh ấy sống tuyệt đối theo những nguyên tắc của mình", Jeff Cheeger nói với tôi gần hai năm sau. "Nhưng anh ấy chắc chắn sẽ không hé lộ những động cơ của mình, và đặc biệt tôi tin anh ấy không phải là một con người tình cảm. Anh ấy sẽ dùng bộ óc siêu việt của mình để phần nào lý giải những cảm xúc của mình sau sự kiện đó".

Sự thất bại của Huy chương Fields dường như đã thử thách sự kiên nhẫn của Cheeger với người đồng nghiệp trẻ tuổi xuất sắc của mình. "Đó một phần tựa như anh ấy ở bên trên nó và cũng có thể có một điều gì đó không ổn với những người thực hiện nói chung", Cheeger nói với tôi, cố gắng hết sức mà ông có thể để chọn từng từ cốt sao không xúc phạm tới Perelman, với cơ may rất nhỏ là Perelman sẽ đọc cuốn sách này. "Hành vi của anh ấy có thể được coi là thuần khiết hơn cả thuần khiết, nhưng điều đó lại gây tổn thương vì nó có tác dụng tập trung mọi sự chú ý vào anh – không chỉ bởi vì tầm quan trọng đặc biệt của những cái anh đã làm, mà dường như một cách nghịch lý nữa, để tách mình ra khỏi tất cả những người được nhận Huy chương Fields khác".

Nếu như một phần của những điều xúc phạm tới Perelman về Huy chương Fields là đề xuất anh phải chia sẻ với ba nhà toán học khác, điều mà anh cảm thấy phải là một vinh dự đặc biệt, thì bằng

việc từ chối huy chương đó, anh đã kiên quyết đặt mình tách riêng ra. Cũng giống như sự từ chối của Perelman đã làm tổn thương Vershik khi không chấp nhận sự tôn vinh của châu Âu vào năm 1996, giờ đây nhiều đồng nghiệp của ông cảm thấy bị khinh thị và xúc phạm hay ít nhất là không hiểu và ngỡ ngàng đối với hành vi của Perelman. Chỉ có Gromov tuyên bố là hiểu rõ những lý lẽ tuyệt vời của Perelman và ủng hộ nó hoàn toàn.

"Khi anh ấy nhận được thư từ hội đồng mời đọc diễn từ, anh ấy nói rằng không muốn nói chuyện với các hội đồng", Gromov kể lại với tôi. "Đó là một điều tuyệt đối đúng và cần phải làm! Có đủ thứ chúng ta chấp nhận mà lẽ ra không nên chấp nhận. Và anh ấy nhìn có vẻ cực đoan chỉ là để chống lại cái lề thói tuân thủ vốn là nét đặc trưng của các nhà toán học nói chung".

"Nhưng tại sao người ta lại không nên nói chuyện với hội đồng?" Tôi hỏi.

"Người ta không nói chuyện với các hội đồng!", Gromov hét lên một cách bực tức. "Người ta nói chuyện với con người, chứ không phải với các hội đồng! Làm sao có thể nói chuyện với các hội đồng được? Thế nhỡ có Yasir Arafat ở trong đó thì sao".

"Nhưng người ta đã gửi cho anh ấy danh sách các thành viên của hội đồng rồi còn gì, thế mà anh ấy vẫn từ chối đấy thôi", tôi phản đối.

"Theo cái cách mà họ bắt đầu thì anh ấy không nói chuyện với họ là đúng". Gromov vẫn cố chấp. "Thời điểm hội đồng bắt đầu hành động như một cái máy thì anh không nên dây dưa với nó, thế thôi! Điều lạ lùng duy nhất ở đây là có nhiều nhà toán học lại không hành động như vậy. Thật là lạ lùng! Phần lớn họ hoàn toàn hài lòng nói chuyện với các hội đồng. Họ hoàn toàn thỏa mãn cất công tới tận Bắc Kinh để nhận giải từ tay chủ tịch Mao. Hay vua Tây Ban Nha thì cũng thế thôi".

Tại sao, tôi vặn lại, thế vua Tây Ban Nha không xứng đáng với vinh dự quàng chiếc huy chương vào cổ Perelman hay sao?

"Mà các ông vua là cái thứ quái quỷ gì kia chứ?" Bây giờ thì Gromov gào lên thực sự. "Tại sao vua lại phải cho các nhà toán học giải thưởng của họ? Ông ta là ai mới được chứ? Ông ta chẳng là cái thá gì hết. Theo quan điểm của các nhà toán học, ông ta chẳng là cái thá gì. Chủ tịch Mao thì cũng vậy thôi. Người thì giành được quyền lực như một kẻ cướp, còn kẻ kia thì nhận được từ cha của mình. Có gì khác nhau đâu". Trái ngược với những người đó, Gromov giải thích, Perelman là người thực sự có đóng góp.

Sau cuộc phỏng vấn với Gromov, tôi đi dạo quanh Paris với một nhà toán học Pháp, người đã chuyển nghề thành nhà nghiên cứu lịch sử khoa học. Tôi đã gặp Jean-Michel Kantor tại một hội nghị về toán học và triết học. Đây là một trí thức Pháp cổ điển, một người tầm thước, tóc tai bù xù vội vã lao tới cuộc họp ban biên tập của một tạp chí điểm sách cho các học giả sau cuộc đi dạo của chúng tôi. Trong lúc đi dạo, anh ta phê phán Gromov. Nhà hình học này, Kantor nói, cứ đứng ỳ ra đó trong khi nền toán học Pháp đang rơi xuống vực thẳm: các cơ quan nghiên cứu toán học giờ đây phát hành những cuốn sách nhỏ để gây quỹ, hô hoán kêu gọi đóng tiền mà chẳng đóng góp được gì cho sự bàn luận về toán học cả. Rồi các giáo sư không hề cảm thấy xấu hổ khi mặc cả về lương bổng, thậm chí đôi khi còn lập kế hoạch của họ tùy thuộc vào mức thù lao. Đâu rồi tình yêu khoa học của họ, đâu rồi ý chí hy sinh những tiện nghi vật chất của họ cho sự nghiệp toán học chung?

Anh ta còn mô tả sự Mỹ hóa của nền toán học Pháp. Điều tôi cảm thấy vô cùng quý giá trong quan điểm của anh, đó là anh vẫn còn nhìn ra những thông điệp sặc mùi tiền và với động cơ marketing

của các cơ quan nghiên cứu toán học là thái quá như đang tồn tại ở Mỹ chứ không minh bạch và như người ta chờ đợi. Đối với ai đó giống như thế – và ai đó giống như Gromov, những người dường như nhạy cảm với sự phê bình là đang trở thành một kẻ tuân thủ tư bản chủ nghĩa thì Perelman, người không hề đếm xỉa đến chuyện tiền bạc và đầy ác cảm với các viện, hóa ra lại rất giống với lý tưởng thanh cao (*Platonic*) của một nhà toán học.

■ ■

Vậy là năm 2006, ICM vẫn diễn ra mà không có sự hiện diện của Perelman. John Lott đã có bài phát biểu mà theo lẽ thường là những lời tán tụng, ngợi ca, thì thay vào đó là bài trình bày sự nghiệp toán học của Perelman và con đường đi đến chứng minh của anh. Hai giờ sau, Hamilton đã hướng dẫn phiên thảo luận về Giả thuyết Poincaré. Thông báo về phiên thảo luận này trong chương trình, Hamiltron đã đệ trình trước đó, đã chấp nhận một cách tiếp cận rất khôn ngoan việc phân chia công lao. Thông báo nói rằng: đối với lời giải đã được phát minh bởi Hamilton và Yau, tiếp sau là Perelman, người đã cung cấp một phần quan trọng của lời giải và "tuyên bố đã hoàn tất chứng minh" với kết thúc là bài báo của Cao và Zhu, mà Hamilton gọi là "một bản trình bày đầy đủ". Cách sử dụng từ ngữ như vậy trong thông báo không hề gợi ý rằng Cao và Zhu xứng đáng được hưởng trọn danh vọng của chứng minh đó, nhưng nó cũng không nói rằng Perelman xứng đáng – chỉ có bản thân Perelman tin như vậy mà thôi. Tuy nhiên, trong cuộc thảo luận diễn ra ở Madrid, ông đã rất hào hiệp khi nói về Perelman, như ông đã từng nói. Một người tham gia buổi thảo luận hôm đó nhớ lại Hamilton có nói rằng, ban đầu ông không tin vào tuyên bố của Perelman là đã giải được

bài toán Poincaré bằng chương trình dòng Ricci của ông và đã đưa nó đến chỗ hoàn tất, nhưng sau khi kiểm tra lại một cách kỹ lưỡng hơn, ông thấy rằng Perelman đã đúng. "Đó là biểu hiện của sự khâm phục thực sự", Jeff Cheeger nhớ lại. "Thậm chí còn hơn như thế, bởi vì phản ứng ban đầu của ông là 'thằng này điên rồi!"

Vào cuối Đại hội, cộng đồng toán học quốc tế đã chấp nhận quan điểm của đa số các nhà topo học: Perelman đã hoàn tất chứng minh của Giả thuyết Poincaré. Viện Clay giờ đây muốn dùng ICM như là điểm xuất phát để đếm ngược thời gian tới giải thưởng.

Bất cứ ý tưởng dai dẳng nào cho rằng Cao và Zhu mới xứng đáng với danh vọng tối hậu thì tới mùa thu năm đó cũng lặng lẽ tắt dần khi một *file pdf* bắt đầu được lưu hành trong cộng đồng các nhà toán học. Ở cột bên trái của *file* này là những đoạn trích từ các nhận xét của Kleiner và Lott về preprint thứ nhất của Perelman, được đưa lên mạng năm 2003, còn cột bên phải là những đoạn trích từ bài báo sau đó của Cao và Zhu. Các đoạn lớn của hai cột hóa ra lại khớp với nhau từng chữ một. Trong một đính chính mà Cao và Zhu gửi cho tạp chí *Asean Journal of Mathematics*, họ đã tuyên bố rằng họ quên là mình đã copy những nhận xét đó vào các nhận xét của mình ba năm trước. Đầu tháng Chạp, Cao và Zhu đã đưa phiên bản sửa lại bài báo của họ lên arXiv. Giờ đây nó được gọi là "Chứng minh Hamilton-Perelman của Giả thuyết Poincaré và Giả thuyết Hình học hóa", và phần tóm tắt của bài báo đó không còn tuyên bố là đã cho một chứng minh toàn vẹn hay là "thành tựu hoàn hảo" nữa. Giờ đây cái tóm tắt đó nghe có vẻ gần như lời ăn năn, hối lỗi: "Trong bài báo này, chúng tôi cung cấp một giải thích gần như độc lập và chi tiết về các công trình cơ bản của Hamilton, và đột phá mới đây của Perelman về dòng Ricci và ứng dụng của nó cho sự hình học hóa các đa tạp ba chiều. Đặc biệt, chúng tôi sẽ

trình bày chi tiết chứng minh đầy đủ của Giả thuyết Poincaré nhờ công của Hamilton và Perelman".

■ ■

Sau ICM và bài báo của tờ *New Yorker*, một sự giận dữ bùng nổ ở nơi có thể làm tổn thương Perelman nhiều nhất: đó là truyền thông Nga. Phóng viên của đủ các loại báo chí, kể cả những tờ báo lá cải với ti-ra hàng triệu bản đã tới tấp gọi điện tới. Một số ngày, Trường 239 dường như chìm ngập trong những cuộc họp báo triền miên. Các giáo viên cũ của Perelman đã phải cân nhắc về sự trong sạch, ngay thẳng của anh và mối quan hệ của anh với cộng đồng toán học. Rồi Channel 1 – kênh truyền hình có tới 98% các bà nội trợ Nga theo dõi – đã đưa tin Perelman từ chối giải thưởng một triệu đôla. Tamara Yefimova, hiệu trưởng Trường 239, đã nói với một tờ báo lá cải rằng Perelman không dự Đại hội Toán học ở Madrid vì anh không có tiền để mua vé. Alexander Abramov, huấn luyện viên cũ của Perelman, đã góp một bài báo cho tờ tuần báo sang trọng ở Moscow, lập luận rằng "không có sự huyền bí Perelman", mà chỉ có sự thất bại của các viện nghiên cứu Nga trong việc công nhận các thành tựu của Perelman. Channel 1 còn gọi điện về nhà cho Perelman và phát hình cuộc nói chuyện, trong đó anh nói rằng anh không còn làm toán nữa từ khi bỏ Viện Steklov. "Bạn có thể nói tôi đang dấn thân vào công việc tự giáo dục mình", anh nói. "Tôi không thể nói trước là tôi sẽ làm gì". Một nhóm quay phim từ một talk-show theo phong cách lá cải của Channel 1 đã xông vào căn hộ của Perelman, rồi gạt mẹ anh sang một bên để quay cái giường còn đang rất bề bộn. Rồi người ta bắt đầu nhận ra anh trên đường

phố và ở nhà hát. Anh đành phải nói, xin lỗi, anh không phải là Perelman. Những người nước ngoài chụp hình anh bằng điện thoại di động và đưa lên Internet.

Rồi cả những nhà chính trị cũng nhập vào sự điên rồ chung ấy. Hội đồng thành phố St. Petersburg đã xem xét tới chuyện bố trí lính gác ở ngoài căn hộ mà anh đang sống cùng với mẹ. Dường như mọi người đều muốn cho anh tiền. Một thành viên nội các đề nghị nói chuyện với anh, nhưng anh không muốn. Được những người có quyền lực và đáng kính trọng nhờ vả, các thầy giáo già của Perelman đã đồng ý làm trung gian và gọi điện cho Perelman. Anh đã phải hét lên những lời khiếm nhã mà các thầy cô không muốn nhắc lại. Họ chỉ nói với tôi rằng anh ấy đã thô lỗ, rất thô lỗ. Trong một trường hợp, có một quỹ tư nhân ở Moscow với sự hợp tác của Rukshin đã nghĩ ra một cách đưa tiền cho mẹ Perelman, một loại ban thưởng cho công lao nuôi dưỡng được đứa con trai thiên tài. Perelman đã nghe lỏm được mẹ nói chuyện điện thoại, anh đã giật lấy ống nghe khỏi tay bà, và hét toáng lên. Vốn là một người hiền lành, đứa bé Do Thái có hạnh kiểm ngoan, khi bị dồn vào chân tường đã trở thành một kẻ chuyên chế tại gia. Và nếu như thế giới không định tôn trọng sự ẩn dật, cô độc của anh, thì anh sẽ xem thế giới – toàn bộ thế giới – là kẻ thù của mình.

Một năm sau, khi tôi đề nghị Rukshin chuyển hộ một quyển sách vừa mới xuất bản của Morgan và Tian cho Perelman, Rukshin đã từ chối với lý do, lần gần đây nhất ông cố gắng chuyển một món quà từ một người hâm mộ nước ngoài, Perelman đã ném món quà đó – một đĩa nhạc CD – vào đầu Rukshin.

XI

Vấn đề một triệu đôla

Khi Jim Carlson học tiểu học, ông thấy số học thật chán ngắt, đầu óc ông cứ vẩn vơ không sao tập trung được. Mẹ ông đã phải dùng các *flashcard*[1] để dạy kèm cho ông nhằm giúp ông không bị điểm kém. Khi Carlson học năm cuối ở trường trung học, thầy giáo dạy toán đưa cho ông một tờ giấy đánh máy và bảo ông xuống ngồi ở cuối lớp. Tờ giấy có ghi tên một chục quyển sách toán mà thầy giáo của ông nghĩ rằng ông sẽ thích – và ông có thể học theo những cuốn sách đó vào những lúc rỗi ở cuối lớp khi ông đã làm xong những công việc khác. Trong danh sách ghi trên tờ giấy có quyển *Toán học là gì?* của Courant và Robbins, trong đó lần đầu tiên ông được đọc về các số vô tỷ và nhiều thứ khác nữa. Khi Carlson bước chân vào

1. Flashcards là tập hợp các thẻ mang thông tin, từ hoặc số, một mặt hoặc cả hai, được dùng để luyện tập ở lớp hoặc ở nhà. Người ta ghi câu hỏi ở một mặt trên thẻ và câu trả lời ở phía sau. Flashcard có thể mang cả từ vựng, số liệu lịch sử, các công thức, v.v có thể được học thông qua định dạng hỏi đáp.

Đại học Idaho năm 1963, ông đã định chọn chuyên ngành là vật lý hoặc tâm lý học. Nhưng ông đã không bao giờ học tâm lý học, còn vật lý thì có khá khẩm hơn một chút, nhưng vào thời gian Carlson học năm thứ hai thì kiến thức toán học của ông đã ngang tầm với một sinh viên đã tốt nghiệp.

Ông nhận bằng PhD ở Princeton vào năm 1971, rồi sau đó dạy ở Stanford và Brandeis, cuối cùng ông dừng chân ở Đại học Utah và ở đây, sau một phần tư thế kỷ ông đã trở thành trưởng khoa Toán. Sau đó, ông rời Utah tới Cambridge, bang Massachusette, để lãnh đạo Viện Toán Clay. Ông nhận công việc này vì nhiều lý do, trong đó có thực tế là lịch trình làm việc phù hợp với hoàn cảnh cá nhân của ông và ông cũng rất tâm đắc với công việc ở đây. Công việc của ông là khuyến khích và nâng đỡ sự phát triển của toán học. Một phần của công việc đó là đảm bảo cho trẻ em và thanh thiếu niên đi vào toán học một cách đàng hoàng hơn, tức là không phải qua phía cuối của lớp học toán như ông ngày xưa nữa. Theo một nghĩa nào đó, ông phải mang lại cho nền toán học Mỹ một tiếng tăm vang dội và một sự thể chế hóa đơn giản mà hiệu quả, khác với nền toán học Xô Viết. Và một trong những công cụ mà ông sử dụng để quảng bá cho toán học chính là dự án Giải thưởng Thiên niên kỷ đầy tham vọng và có ngân quỹ cực kỳ dồi dào. Mặc dù nói thật lòng, Jim Carlson không hề chờ đợi sẽ phải sử dụng tới số tiền đó và ông cũng nghĩ rằng, trong thời gian mà ông còn sống, sẽ chẳng có bài toán Thiên niên kỷ nào được giải hết.

Carlson nhận chức chủ tịch Viện Clay vào mùa hè năm 2004, đúng lúc xảy ra những cuộc tranh cãi xung quanh chứng minh của Perelman và giải thưởng của ông bắt đầu được định liệu. Tôi luôn có ấn tượng rằng người như ông và làm điều ông đã làm, Carlson

thường xuyên phải gồng mình chống lại sự nhút nhát lấn át một cách tiềm tàng và to lớn. Ông là người ăn nói nhẹ nhàng, muốn an nhàn, vô cùng lịch sự và là người cuối cùng mà người ta có thể hình dung được ở trung tâm của cuộc tranh cãi. Thật ngẫu nhiên, khi nhận chức chủ tịch Viện Clay, Carlson không hề biết đủ để chờ đón loại bão tố truyền thông cuối cùng đã vây quanh giải thưởng của ông. "Tôi có nghe những thông báo [về các preprint của Perelman]", Carlson nhớ lại khi nói chuyện với tôi. "Tôi thực sự còn nhớ ý nghĩ lúc đó, 'Trời ơi, lẽ nào sắp có lời giải cho bài toán Poincaré sao?' Và tất nhiên tôi bắt đầu phải nghĩ về Giải thưởng Thiên niên kỷ. Tất nhiên, lẽ nào không tuyệt vời khi mà chắc chắn một giải thưởng duy nhất sẽ được trao cho ai đó khi tôi còn sống. Nhưng như cô biết đấy, người ta còn chưa biết thực sự có đúng như vậy không. Tôi coi nó ngang như một vụ động đất: cô chỉ biết khi nó đã xảy ra. Và có lẽ cô sẽ nói rằng sức căng đã được tích tụ trong đá, nhưng không ai có thể dự báo thành công động đất cả. Và cũng chẳng ai biết được khi nào thì có ai đó sẽ tìm ra ý tưởng đột phá dẫn tới lời giải của bài toán".

Đó là điều Carlson đã nghĩ khoảng vài tháng trước khi ông nhận quyền lãnh đạo ở Viện Clay. Ông biết rằng Perelman đã đưa các preprint của anh lên arXiv – vào những ngày đó, đây không phải là chuyện thông thường; nhiều nhà toán học đưa những bài báo của họ lên mạng ngay khi họ gửi cho một tạp chí, để mời gọi sự thảo luận về toán học trước khi quá trình phản biện kết thúc. Nhưng một điều đã trở nên rõ ràng ở đây là Perelman lại không gửi các bài báo của anh cho bất cứ một tạp chí nào và cũng không có ý định làm như vậy. Cái dường như là một điều kiện tuyệt đối lành mạnh và hoàn toàn hiển nhiên đó của Giải thưởng Thiên niên kỷ giờ lại nổi lên như một trở ngại tiềm tàng.

Carlson đã lái con thuyền Thiên niên kỷ một cách thành thạo và điệu nghệ khi ông tài trợ cho các hội thảo về chứng minh của Perelman, những công trình của Kleiner và Lott cũng như của Morgan và Tian nhằm giải thích chứng minh đó. Khi nói chuyện với tôi, ông đã ví công trình của Perelman với "một chớp sáng cho phép ta nhìn xuyên thấu cả cánh rừng". Hẳn nhiên "là còn nhiều công việc phải làm, phải hạ bớt rất nhiều cây và phải leo lên một số tảng đá và những thứ khác, nhưng tìm ra con đường mới, đó là một việc cực kỳ khó khăn. Còn nếu không tìm ra thì bất kể có bỏ ra bao nhiêu công sức đi nữa cũng là vô ích. Đó là cái mà Perelman đã làm được". Những người thực hiện các dự án nhằm giải thích chứng minh của Perelman rõ ràng có công lao ít hơn nhiều so với người đưa ra lời giải gốc, nhưng điều đó cũng khiến Carlson rất khâm phục – cả đối với các nhà toán học lẫn hệ thống toán học đã biết nương theo một cách mềm dẻo những điều kiện khác thường mà Perelman đã đặt ra, để cung cấp một sự kiểm tra nghiêm ngặt và những giải thích tường minh đúng theo yêu cầu. Carlson mở chiếc máy tính MacBook Air để đọc to lên một đoạn mà ông cảm thấy đặc biệt hấp dẫn từ các công bố của Kleiner và Lott: "Đây rồi. 'Chúng tôi đã không phát hiện ra những vấn đề nghiêm trọng nào, nghĩa là những vấn đề không thể sửa chữa được khi dùng phương pháp mà Perelman đã đưa ra'. Tôi nghĩ rằng đó là một phát biểu rất chính xác. Cô biết đấy, có một lượng công việc rất lớn và quan trọng đã được làm để đảm bảo chứng minh là đúng và hoàn chỉnh. Nhưng điều then chốt ở đây là không có 'những vấn đề nghiêm trọng nào, nghĩa là những vấn đề không thể sửa chữa được khi dùng phương pháp mà Perelman đã đưa ra'. Cũng đã có nhiều phương pháp và ý tưởng, nhưng rất khó truyền đạt những thứ đó cho công chúng, tuy nhiên, tôi hy vọng khi viết sách, cô có thể sẽ làm được điều đó".

Nói cách khác, điều mà ông muốn nói với tôi là: không còn tranh cãi gì nữa, Perelman đúng là tác giả của chứng minh, còn Kleiner và Lott đã khẳng định điều đó theo cách mà Carlson rất khâm phục.

Với sự xuất hiện bài báo của Cao và Zhu cũng như sự chú ý khác thường của truyền thông, những tháng trước khi ICM diễn ra ở Madrid thật là căng thẳng. Nhưng ICM dường như đã thu xếp ổn thỏa và những bằng chứng về việc đạo văn xuất hiện vào mùa thu năm 2006 đã làm cho vấn đề quyền tác giả coi như đã được giải quyết. Sau đó là việc xuất bản cuốn sách của Morgan và Tian về chứng minh của Perelman. Viện Clay đã bắt đầu thời gian chờ đợi hai năm theo quy định của Giải thưởng Thiên niên kỷ. Vào cuối thời gian đó, người ta sẽ bổ nhiệm một hội đồng để đưa ra những tiến cử vào mùa thu năm 2009. Nếu không xuất hiện một sai sót nào trong chứng minh hoặc một sự cố ít có khả năng xảy ra và không thấy trước được, hội đồng sẽ tiến cử giải thưởng một triệu đôla trao cho Perelman. Chỉ một câu hỏi duy nhất còn bỏ ngỏ, điều gì sẽ xảy ra sau đó?

■ ■

Nếu lập luận của Perelman về các giải thưởng, phần thưởng và vinh dự là nhất quán, thì anh có thể sẽ chấp nhận Giải thưởng Clay một triệu đôla nếu nó được trao cho anh. Xét cho cùng, tuyên bố từ chối của anh đối với giải thưởng châu Âu chẳng qua là do nó được trao cho công trình mà anh coi là chưa hoàn chỉnh. Nhưng đối với chứng minh Giả thuyết Poincaré thì không thể nói như vậy được. Không chỉ các nhà toán học khác xem nó là hoàn chỉnh mà chính Perelman cũng tin chắc lần này anh đã hoàn thành trọn vẹn

dự án đó. Sự từ chối của anh đối với Huy chương Fields, mặc dù không bao giờ được tuyên bố một cách rõ ràng, dường như có hai lý do: thứ nhất, anh không còn xem mình là một nhà toán học nữa, nên không thể nhận giải thưởng nhằm khích lệ các nhà nghiên cứu đang ở giữa chừng sự nghiệp; và thứ hai, anh không muốn là một bộ phận của ICM với tất cả mọi thứ quảng cáo đi kèm, rồi diễn từ, nghi lễ, và cả chuyện vua Tây Ban Nha nữa.

Tuy nhiên, giải thưởng Clay đã được lập ra để trao cho một thành tựu đặc biệt: không có quy định nào nói rằng người nhận sẽ phải tiếp tục làm toán sau đó. Nó cũng không đòi hỏi nhất thiết phải có một nghi lễ nào. Nó là sự tôn vinh của các đồng nghiệp đối với một nhà toán học mà không có liên quan tới một hoàng gia nào. Giải thưởng này cũng khác với giải thưởng châu Âu cũng như Huy chương Fields ở một phương diện rất quan trọng: nó tượng trưng cho sự thừa nhận thành tựu phi thường của Perelman. Anh cũng không thể bị so với những người được nhận giải khác, hiện tại cũng như trong quá khứ – vì thực tế, rất có thể là hiện nay sẽ không có ai còn sống để được nhìn thấy một người khác được trao Giải thưởng Thiên niên kỷ này nữa.

"Tôi nghĩ, cậu ấy có thể đã có một kế hoạch", Alexander Abramov, nguyên huấn luyện viên đội tuyển Olympic của Perelman nói với tôi. "Cậu ấy có thể đã quyết định rằng khi được trao giải thưởng Clay, cậu ấy sẽ nhận nó vì đó là dấu hiệu của sự công nhận hoàn toàn và khi đó cậu ấy có thể sống như cậu ấy muốn, không phụ thuộc vào bất cứ ai khác". Abramov ngừng một lát, rồi tiếp tục, "Nhưng cô thấy đấy, đó chẳng qua chỉ là bởi vì muốn nghĩ ra một giả thuyết hợp lý nào đó ở đây thôi". Tức là, cần nghĩ ra một kịch bản kết thúc có hậu cho Perelman, bởi nếu ngược lại, và nếu người

ta quan tâm đến Perelman thì người ta có thể sẽ rất lo lắng cho anh như Abramov đã lo lắng. "Tôi e rằng đó là một tình huống sẽ kết thúc một cách tồi tệ", ông nói. "Cậu ấy có quá nhiều chuyện và rất đơn độc", Abramov như là một người khác, ông không gọi điện cho Perelman từ khi anh trở nên rất hay tự ái. Trước khi điều đó xảy ra, ông thỉnh thoảng vẫn gọi điện cho anh, đề nghị giúp đỡ cả về tinh thần lẫn tài chính. Chẳng hạn, nếu Perelman không muốn nhận giải, anh có thể viết một bài báo cho *Kvant*, một tạp chí phổ biến về toán và vật lý do Kolmogorov sáng lập và lúc đó Abramov là một trong số những người phụ trách ở đó và anh sẽ có tiền. Perelman đã từ chối mọi đề nghị, kể cả đề nghị của Abramov về tình bạn của ông. Abamov nhớ lại, "Cậu ấy nói với tôi rằng, một trong những nguyên tắc của cậu ấy là 'Không nên ép buộc tình bạn của mình cho một ai đó'. Vì vậy tôi có hỏi cậu ấy có biết câu chuyện về tình bạn của Kolmogorov và Pavel Alexandrov không, cậu ta đột nhiên quan tâm đến chuyện đó và chúng tôi đã nói chuyện với nhau khoảng mười phút. Cậu ấy quan tâm nhất tới chuyện Komogorov đã tát Luzin" – Kolmogorov đã đánh thầy cũ của ông và Alexandrov sau khi Luzin không bỏ lá phiếu đã hứa để bầu Alexandrov vào Viện Hàn lâm Khoa học. Hy vọng tìm một chỗ đứng chung với cậu học trò cũ, Abramov hứa sẽ gửi cho Perelman cuốn sách viết về Kolmogorov và Alexandrov. "Em hiện không đọc gì hết", Perelman nói, anh đã dùng cái cớ này để từ chối mọi đề nghị gửi sách, kể cả những cuốn sách viết về chứng minh của anh. Abramov vẫn nuôi chút ít hy vọng vào sự trao đổi của ông với Perelman: "Ít nhất thì cậu ấy vẫn chưa mất hoàn toàn mối quan tâm tới mọi chuyện". Nhưng tôi lại muốn giải thích điều này theo một cách khác. Dường như Perelman lúc đó đang dần dần đi tới chấm dứt mối quan hệ cá nhân khép kín còn lại trừ mẹ anh

và Rukshin. Thi thoảng, vào mùa đông hoặc mùa xuân, Perelman cũng cắt bỏ mọi liên lạc cả với người thầy giáo cũ của mình.

Nhưng trước khi Perelman ngừng trò chuyện với Rukshin, hai người cũng đã dành thời gian nói chuyện với nhau về giải thưởng một triệu đôla và rõ ràng họ đã cùng nhau lập kế hoạch để ứng phó với chuyện này. Cũng giống như phần còn lại của thế giới toán học, hai người tin rằng Viện Clay đã phản bội Perelman. Rukshin thậm chí còn gợi ý với tôi rằng trong quá trình đó, Clay đã thay đổi những quy định của mình, như đưa vào yêu cầu phải có công bố đã được phản biện và thời gian chờ đợi hai năm chỉ cốt là để trì hoãn trao tiền cho Perelman, hoặc để tránh trao toàn bộ nó cùng một lúc. Thực tế, không có bằng chứng nào cho thấy sau khi thành lập vào năm 2000, Viện này đã thay đổi những quy định của Giải thưởng Thiên niên kỷ. Quả thực ai ở vào vị trí của Carlson cũng đều muốn tìm cách để trì hoãn ra quyết định và nhất là sau thất bại khi đã không thuyết phục được Perelman nhận giải cũng như sự tuyên truyền khá nặng nề kèm theo sự trao giải đó. Một loạt các sự kiện này chắc chắn không phải là câu chuyện về chiến công và vinh quang toán học mà Viện Clay nhắm tới, và trong khi nó muốn thực hiện mục tiêu đã được tuyên bố là thu hút sự quan tâm của công chúng tới toán học, thì đây cũng gần được coi như một câu chuyện cổ tích gây cảm hứng cho những người trẻ tuổi theo đuổi sự nghiệp toán học. Rất có thể Carlson đã muốn từ bỏ chèo lái mảnh đất nhiều cạm bẫy này, nhưng không có bằng chứng nào cho thấy như vậy cả. Thực tế, ông đã làm tất cả trong quyền hạn của mình để đẩy nhanh quá trình đó với động lực chủ yếu là thực hiện cái sứ mệnh nặng nề của ông nhằm giúp khẳng định thành tựu của Perelman, nhưng cũng ít hy vọng là ông sẽ được gặp chính anh ta.

Vào mùa xuân 2008, Carlson lập kế hoạch tới châu Âu. Ông quyết định ghé qua St. Petersburg. Đó cũng là thời điểm tốt: cuộc tranh cãi đã lắng xuống, không còn những ngờ vực dai dẳng về chứng minh của Perelman nữa và rõ ràng cũng đã đến lúc một ai đó, có thể là chính Carlson, phải đề nghị Perelman nhận giải thưởng một triệu đôla. Đây chính là thời gian phải bắt đầu nói chuyện với Perelman.

Có lẽ Carlson cũng nghĩ rằng cuộc nói chuyện này sẽ rất giống cuộc nói chuyện của John Ball với Perelman – dài và chi tiết, nếu như không có kết quả. Ông ít có lý do để kỳ vọng rằng cuộc nói chuyện sẽ kết thúc theo một cách khác, nhưng dẫu sao ông vẫn hy vọng.

Carlson gọi điện cho Perelman từ phòng khách sạn ngay ngày đầu tiên ông tới St. Petersburg. Ông tự giới thiệu và giải thích cho Perelman về lịch trình của giải thưởng Clay. Ông nhắc lại tất cả những thứ mà chắc rằng Perelman đã biết – rằng phải mất hai năm sau khi công bố có phản biện và rằng cuốn sách của Morgan và Tian đã cung cấp một điểm xuất phát cho sự đếm ngược thời gian. Ông nói rằng hội đồng rất có thể sẽ được bổ nhiệm vào tháng 5 năm 2009 và sẽ báo cáo lại vào tháng 8 cùng năm.

Perelman lắng nghe một cách lịch sự.

Carlson không hỏi nếu được trao tiền Perelman có nhận không. "Cách thức diễn ra câu chuyện", Carlson giải thích cho tôi. "Tôi nghĩ là không thích hợp lắm". Một làn sóng nhút nhát, bị kiềm chế quá lâu có thể bây giờ mới tràn ra. Hoặc cũng có thể Carlson đơn giản là muốn giữ lại, không hỏi câu hỏi đó để mình còn có hy vọng mong manh thêm một năm nữa rằng Perelman sẽ đồng ý nhận giải. "Tôi

không có cảm giác rằng cánh cửa đã hoàn toàn khép lại", Carlson đã nói với tôi như vậy.

Vào cuối cuộc nói chuyện, Perelman nói: "Tôi không thấy có ý nghĩa gì trong cuộc gặp gỡ của chúng ta".

Ngày hôm sau, Carlson tới Viện Steklov thăm người bạn cũ là Anatoly Vershik, chủ tịch Hội Toán học St. Petersburg và là người đã từng giới thiệu Perelman cho giải thưởng châu Âu mà sau đó anh đã từ chối. Vershik và Carlson ngồi uống trà. Rồi cái tên Yau được nhắc tới; ông ta đang tổ chức một hội nghị để kỷ niệm sinh nhật lần thứ 59 của mình. "Tôi thật không sao hiểu nổi", Vershik lầm bầm. "Tôi biết Gian-Carlo Rota cũng tổ chức một hội nghị để kỷ niệm sinh nhật lần thứ 64, nhưng 64 là 2 lũy thừa 6 (tức 2^6), chứ còn 59 thì là cái gì? Một số nguyên tố ư!" Quả là một thứ phiếm đàm của các nhà toán học.

Carlson dùng phần còn lại của ngày thứ ba để gặp gỡ những người bạn toán học cũ, chơi cello trong phòng khách sạn – một mô hình du lịch đặc biệt đậm chất hình học – và suy ngẫm về Perelman cùng với giải thưởng. Ông đã đi đến kết luận rằng, bất kể Perelman quyết định như thế nào, giải thưởng Clay cũng sẽ được sử dụng để mang lại lợi ích cho toán học. Và thực tế, nó đã là như vậy. "Sẽ rất tốt nếu giải thích cho công chúng biết có những bài toán không giải được", Carlson nói với tôi, khi chúng tôi ra ngoài uống thứ vodka buổi trưa lạ lẫm ở một quán cà phê có tên là "Idiot" (*Thằng ngốc*). "Thật ngạc nhiên là rất nhiều người không biết điều đó".

Carlson thừa nhận, đúng là có nhiều nhà toán học phê phán giải thưởng bằng tiền vì sự hời hợt của nó; một số còn thấy rằng đó là sự xúc phạm nữa. Ngay cả Vershik, bạn ông, cũng đã viết một bài báo phê phán Giải thưởng Thiên niên kỷ cũng dựa trên đúng những

cơ sở đó. Nhưng Carlson nói với tôi là ông đã có nhiều cuộc nói chuyện với sinh viên, những người rất muốn biết các bài toán một triệu đôla đó là gì. Theo một ý nghĩa nhất định, sự tích tụ dẫn tới giải thưởng sẽ mang lại những lợi ích bất ngờ. "Không chi tiền để nhận được toán học, dưới con mắt của công chúng quả là một thành tựu không tồi", Carlson khoe khoang. Perelman đúng là một kẻ đồng lõa vô tình của ông. "Toán học sẽ được quan tâm hơn nữa trong con mắt của công chúng đối với những người không quan tâm đến tiền".

Carlson không đơn giản là đeo một khuôn mặt dũng cảm, mặc dù chắc chắn ông đã làm điều đó. Mặc dù khá vụng về, ông đã cảm thấy một cách rõ ràng rằng ông đã giúp thu hút được sự chú ý tới thành tựu mà nó xứng đáng. Trong tất cả các cuộc nói chuyện của tôi với Carlson, tôi không bao giờ cảm nhận thấy một sự oán giận nào đối với Perelman, điều đó đặt ông hơi tách ra khỏi những nhà toán học khác mà tôi đã phỏng vấn: không giống như Kleiner, ông đã không nhường bất cứ một tham vọng nghề nghiệp nào của mình cho thành công của Perelman; không giống Tian, cá nhân ông không hề cảm thấy bị Perelman khinh thị. Ông đã không hiểu Perelman, hoặc tuyên bố mình đã hiểu Perelman. Tất cả những thứ ông có là giữ mãi sự tôn trọng đối với anh.

■ ■

Người duy nhất không những tuyên bố hiểu được Perelman mà còn là người đôi lúc dường như còn hướng được anh là Gromov.

"Ông có nghĩ là Perelman sẽ nhận một triệu đôla không?" Tôi hỏi Gromov.

"Tôi nghĩ là không".

"Tại sao lại không?"

"Anh ấy có những nguyên tắc của mình".

"Những nguyên tắc nào?"

"Bởi vì, theo quan điểm của anh ấy thì Clay chả là gì. Thế thì tại sao lại phải nhận tiền của ông ta?"

"OK, Clay là một doanh nhân, nhưng quyết định mọi chuyện là các đồng nghiệp của Perelman kia mà", tôi phản đối, bằng cách dùng một từ mà trong tiếng Nga nó vừa có nghĩa là "quyết định" vừa có nghĩa là "giải quyết".

"Nhưng những đồng nghiệp này thông đồng với Clay!", lúc này Gromov tỏ ra rất bực tức. "Họ quyết định [giải quyết] ư! Anh ta không sử dụng bất cứ một lời giải nào của họ hết! Anh ta đã giải quyết định lý đó rồi thì còn gì để giải quyết nữa. Không ai giải gì hết! Anh ta đã giải quyết định lý đó rồi".

Vĩ Thanh

Hơn 10 giờ sáng ngày 8 tháng 6 năm 2010, vài trăm người tụ tập ở bậc lên xuống và vỉa hè phía trước Viện Hải dương học Paris. Họ phải cất công đến từ Nga, Mỹ, Úc và Nhật Bản xa xôi để chứng kiến sự kiện được dự kiến diễn ra ở Viện Poincaré bên cạnh, nhưng địa điểm này xem ra là quá nhỏ đối với một trong những nghi lễ có lẽ là lạ lùng nhất đã từng được tổ chức.

Hai tháng trước, Viện Clay đã đưa ra thông báo được chờ đợi từ lâu và Jim Carlson đã gọi điện báo tin cho Grisha Perelman rằng anh được trao giải thưởng một triệu đôla. Perelman tỏ ra rất chân tình nhưng nói không úp mở rằng anh sẽ không tới dự lễ trao giải ở Paris. Song anh lại làm khó, khi không nói một cách dứt khoát trước lễ đó rằng anh có dự định nhận giải đó hay không. Cuối cùng, để chào mừng thành tựu của Perelman và lễ trao Giải thưởng Thiên niên kỷ đầu tiên, Viện Clay dự định sẽ dành trọn hai ngày cho các báo cáo khoa học và một sự kiện mà bản chương trình đã in ra gọi đơn giản là Lễ. Một điều gì đó – chưa biết chắc là điều gì – sẽ diễn ra trước sự hiện diện của một số bộ óc toán học tuyệt vời nhất trong thời đại chúng ta.

Người thuyết trình đầu tiên là nhà toán học người Anh, Ngài Michael Atiyah, người đã giới thiệu về Giả thuyết Poincaré tại Hội nghị Thiên niên kỷ đầu tiên gần tròn mười năm trước. Nhớ lại lần đó, ông đã tiên đoán rất chính xác rằng việc chứng minh Giả thuyết Poincaré sẽ phải dùng tới các công cụ được phát minh bên ngoài topo học. Lần này, ông trình bày khái quát về lịch sử toán học từ quan điểm số chiều: trong thế kỷ 19, các nhà toán học nghiên cứu hai chiều, thế kỷ 20 nghiên cứu ba chiều và sang thế kỷ 21, được khai thông bởi công trình của Perelman, người ta bắt đầu chinh phục chiều thứ tư. Tiếp sau Atiyah, John Morgan trình bày một tổng quan về lịch sử Giả thuyết Poincaré.

Và người nọ tiếp người kia, những tên tuổi vĩ đại nhất của toán học lần lượt bước lên bục. Curtis McMullen đã trình bày một bản tổng quan rất dí dỏm về Giả thuyết Hình học hóa với sự bổ trợ của các *slide* vẽ các con thỏ, những cái nấm và các con khủng long, tất cả nhằm biểu diễn các hình dạng tạo nên tám hình học giả thuyết của Thurston. McMullen cũng nhận xét rằng ông đã một lần nghe Perelman thuyết trình và "nhớ lại hồi đó, rõ ràng là anh ta đã miễn dịch với lối tư duy đã được mọi người chấp nhận" và toàn bộ cử tọa đã khúc khích cười.

Chính Thurston đã nói lên điều mà tất cả các nhà toán học có mặt ở đó đều có thể nói: "Perelman đã làm được cái mà tôi không thể". Stephen Smale ủng hộ, cùng với Misha Gromov, người đã gọi công trình của người mà ông bảo trợ là một thành tựu vĩ đại nhất thế kỷ. Andrew Wiles, người đã chứng minh được Định lý cuối cùng của Fermat – và cũng là diễn giả duy nhất không có quan hệ cá nhân với Giả thuyết Poincaré – đã chỉ ra rằng việc lời giải của Perelman đã vật chất hóa quá sớm Giải thưởng Thiên niên kỷ sau khi được công bố quả là điều đáng ngạc nhiên.

Nói cách khác, đây là một cơ hội thật thích hợp và đáng ăn mừng. Tất cả các diễn giả đều ở trạng thái thăng hoa: Atiyah tung ra các câu nói đùa làm cho các thính giả cười phá lên; McMullen trình chiếu các *slide* làm cho cử tọa há hốc mồm kinh ngạc; còn Thurston thì gần như nhảy múa khắp sân khấu, tay chân vung loạn xạ cứ như các hình dạng tưởng tượng mà ông mô tả ở ngay ngoài tầm với của ông vậy. Tất cả đều vui nhộn như cần phải thế, chỉ trừ hai người vắng mặt đáng lưu ý, đó là Perelman và Richard Hamilton.

Cuối buổi chiều hôm đó, Landon Clay bước lên sân khấu, cầm một vật trong tay. "Tôi sẽ vô cùng vui sướng", ông nói, "được trao giải thưởng này cho người nhận nó". Rồi ông đọc to dòng chữ ghi trên khối điêu khắc bằng thủy tinh ông giữ trên tay: "Giải thưởng Thiên niên kỷ được tặng cho Grigory Perelman vì đã chứng minh được Giả thuyết Poincaré" và đưa nó cho Jim Carlson, tức là một lần nữa giao cho ông nhiệm vụ trao bằng được phần thưởng đó.

■ ■

Một tuần sau lễ trao giải ở Paris, Perelman gọi cho chính Jim Carlson thông báo rằng anh không muốn nhận giải thưởng một triệu đôla. Viện Clay giờ đây cần phải quyết định dùng số tiền này như thế nào để có lợi cho toán học. Một điều kiện ngầm định là phải dùng số tiền ấy sao cho bản thân Perelman không cảm thấy mình bị xúc phạm hoặc thấy không thỏa đáng. Và khi chúng tôi viết những dòng này thì vấn đề đó vẫn chưa được giải quyết.

Tháng Giêng, 2011.

Lời cám ơn

Tôi đặc biệt cám ơn tất cả các nguồn trong cuốn sách này. Viết về một người không muốn người ta viết về mình là một nhiệm vụ không bình thường và quyết định nói chuyện với tôi có thể không phải là chuyện dễ dàng đối với bạn bè cũng như các thầy giáo của Perelman. Đặc biệt, Alexander Golovanov, Viktor Zalgaller và Sergei Rukshin đã có những cuộc nói chuyện rất dài với tôi, để giúp tôi hiểu được người bạn và người học trò của họ, và tôi hy vọng rằng cuốn sách này, chí ít đã phản ánh được một số nhận thức sâu sắc của họ. Tôi cũng rất biết ơn Jim Carlson, Sergei Gelfand và đặc biệt là Leonid Dzhalilov vì những gì họ đã làm để đảm bảo cho tôi viết về toán học một cách có ý nghĩa. Tất nhiên, mọi sai sót vẫn thuộc về tôi. Và cuối cùng, tôi xin cám ơn Elyse Cheney, người đại diện của tôi, cùng Becky Saletan và Armand Cook, các biên tập viên của tôi, vì đã làm cho cuốn sách của tôi hay hơn rất nhiều.

Tác giả

Mục lục

Mở đầu Bài toán triệu đô		5
I.	Chạy trốn vào tưởng tượng	11
II.	Làm thế nào tạo ra được một nhà toán học	29
III.	Một trường học tuyệt vời	49
IV.	Điểm số tuyệt đối	83
V.	Những quy tắc cho tuổi trưởng thành	109
VI.	Những thiên thần hộ mệnh	135
VII.	Chuyến khứ hồi	147
VIII.	Bài toán	171
IX.	Chứng minh xuất hiện	193
X.	Sự điên rồ	221
XI.	Vấn đề một triệu đôla	259
Vĩ Thanh		271
Lời cám ơn		274

THIÊN TÀI KỲ DỊ
VÀ ĐỘT PHÁ TOÁN HỌC CỦA THẾ KỶ

Masha Gessen
Phạm Văn Thiều - Phạm Thu Hằng *dịch*

Chịu trách nhiệm xuất bản:
Giám đốc - Tổng biên tập NGUYỄN MINH NHỰT
Chịu trách nhiệm nội dung:
Phó giám đốc - Phó tổng biên tập NGUYỄN THẾ TRUẬT
Biên tập: TRẦN NGỌC NGÂN HÀ
Sửa bản in: TRẦN THỊ HỒNG VÂN
Bìa: BÙI NAM
Trình bày: ĐỖ VẠN HẠNH

NHÀ XUẤT BẢN TRẺ
161B Lý Chính Thắng - Quận 3 - Thành phố Hồ Chí Minh
ĐT: 39316289 - 39316211 - 38465595 - 38465596 - 39350973
Fax: 84.8.8437450 - E-mail: hopthubandoc@nxbtre.com.vn
Website: http://www.nxbtre.com.vn

CHI NHÁNH NHÀ XUẤT BẢN TRẺ TẠI HÀ NỘI
Số 21, dãy A11, khu Đầm Trấu, p. Bạch Đằng,
q. Hai Bà Trưng, Hà Nội
ĐT: (04)37734544 - Fax: (04)35123395
E-mail: chinhanh@nxbtre.com.vn

Công ty TNHH Sách điện tử Trẻ (YBOOK)
161B Lý Chính Thắng, P.7, Q.3, Tp. HCM
ĐT: 08 35261001 – Fax: 08 38437450
Email: info@ybook.vn
Website: www.ybook.vn

Thiên tài kỳ dị và đột phá toán học của thế kỷ

Năm 1904, nhà toán học Pháp Henri Poincaré đã đưa ra giả thuyết về một không gian ba chiều có thể giúp ta giải thích hình dạng của vũ trụ. Mặc dù rất quan trọng trong sự phát triển của một lĩnh vực toán học có tên là topo học, nhưng trong suốt một thế kỷ không ai chứng minh được giả thuyết này. Vào năm 2000, khi một nhà từ thiện ở Boston (Hoa Kỳ) thông báo lập giải thưởng một triệu đô dành cho ai giải được bài toán ấy, chính ông cũng không biết rằng liệu mình có cơ hội chi trả món tiền đó hay không.

Năm 2002, một nhà toán học Nga tên là Grigory Perelman đã đưa lên mạng một bài báo hết sức súc tích và cô đọng. Trong quá trình giải một bài toán rộng hơn, ông đã quét sạch mọi trở ngại trên con đường chứng minh giả thuyết Poincré. Rồi rộ lên tin đồn trong giới toán học: Chứng minh đó là xác thực, nhưng vấn đề là Perelman không có ý định công bố nó một cách chính thức. Đó mới chỉ là điểm bắt đầu của những chuyện kỳ dị. Ngay sau một chuyến sang Mỹ ngắn ngủi cùng với mẹ, ông trở về St. Petersburg và ngừng liên lạc với tất cả mọi người trừ một số ít đồng nghiệp có trách nhiệm kiểm tra công trình của ông. Perelman đã từ chối huy chương Fields, một hành động tương đương với sự khinh rẻ Ủy ban xét giải Nobel. Sau đó, ông xin thôi việc ở Viện toán Steklov với bức thư có đoạn: "Tôi đã quá thất vọng trong toán học và muốn làm một điều gì đó khác". Và đỉnh điểm của câu chuyện là ông đã từ chối nhận giải thưởng một triệu đôla của Viện Clay.

Tại sao Perelman đã bỏ ra biết bao tâm sức để tìm kiếm chân lý và vinh quang, đến cuối cùng lại vứt bỏ tất cả sau khi đã đạt được nó? Tại sao ông đột nhiên quay lưng lại với thế giới? Đó là những vấn đề đã ám ảnh Masha Gessen – tác giả cuốn sách này, một nhà báo sinh ra ở Nga, đã từng là một học sinh chuyên toán ở Moscow – người đã viết nhiều sách về giới trí thức Nga thời hậu Xô Viết. Không hề được Perelman giúp đỡ, bà đã dựng lại quá trình trưởng thành của ông từ một thần đồng Do Thái lặng lẽ tới một thiên tài kỳ dị nhằm trả lời những câu hỏi trên. Và kết quả là quyển sách hết sức hấp dẫn và thú vị mà bạn đang cầm trên tay.

facebook.com/
nhaxuatban.tre

nxbtre.com.vn