



# Mạch phi tuyến

Cơ sở lý thuyết mạch điện

## Nội dung

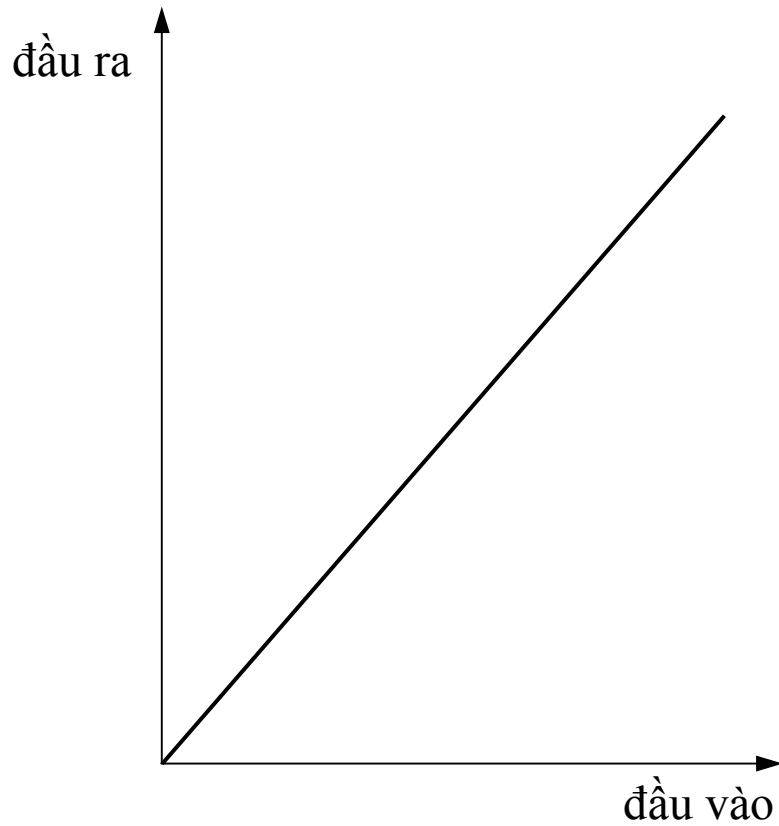
- Giới thiệu
- Đặc tính của phần tử phi tuyến
- Chế độ xác lập
- Chế độ quá độ
- Giải một số bài toán phi tuyến bằng máy tính

## Giới thiệu (1)

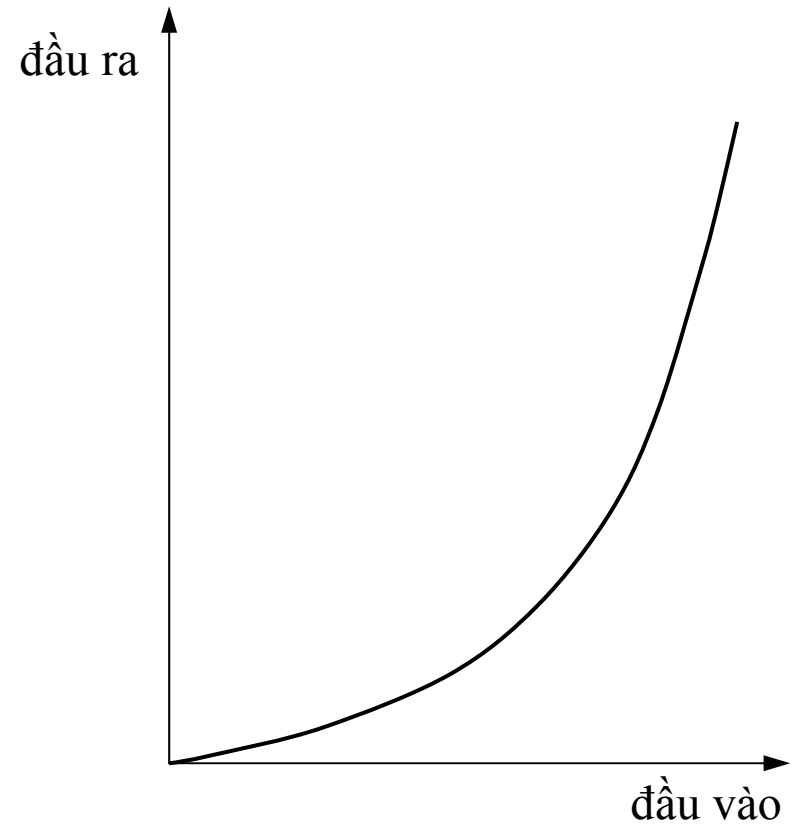
- Về mạch điện phi tuyến
- Mạch điện phi tuyến: có ít nhất một phần tử phi tuyến (không kể các nguồn áp hoặc dòng độc lập)
- Phần tử phi tuyến: đáp ứng & kích thích liên hệ với nhau bằng một hàm phi tuyến hoặc một quan hệ phi tuyến
- (Dòng/áp, dòng/từ thông, áp/điện tích)
- Tất cả các mạch điện trong thực tế đều phi tuyến



## Giới thiệu (2)



Tuyến tính



Phi tuyến

Mạch phi tuyến

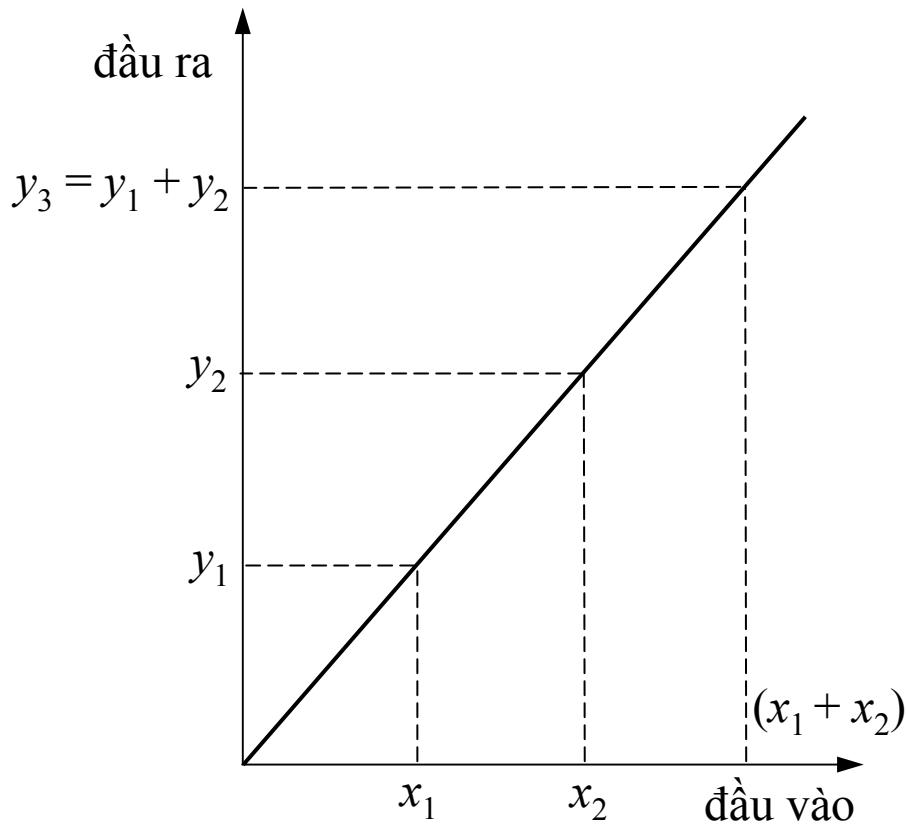
## Giới thiệu (3)

- Các luật Kirchhoff vẫn đúng
- Không xếp chồng đáp ứng
- Ứng dụng: điện tử, mạch từ, ...
- Các lĩnh vực nghiên cứu:
  - Xác lập
  - Quá độ

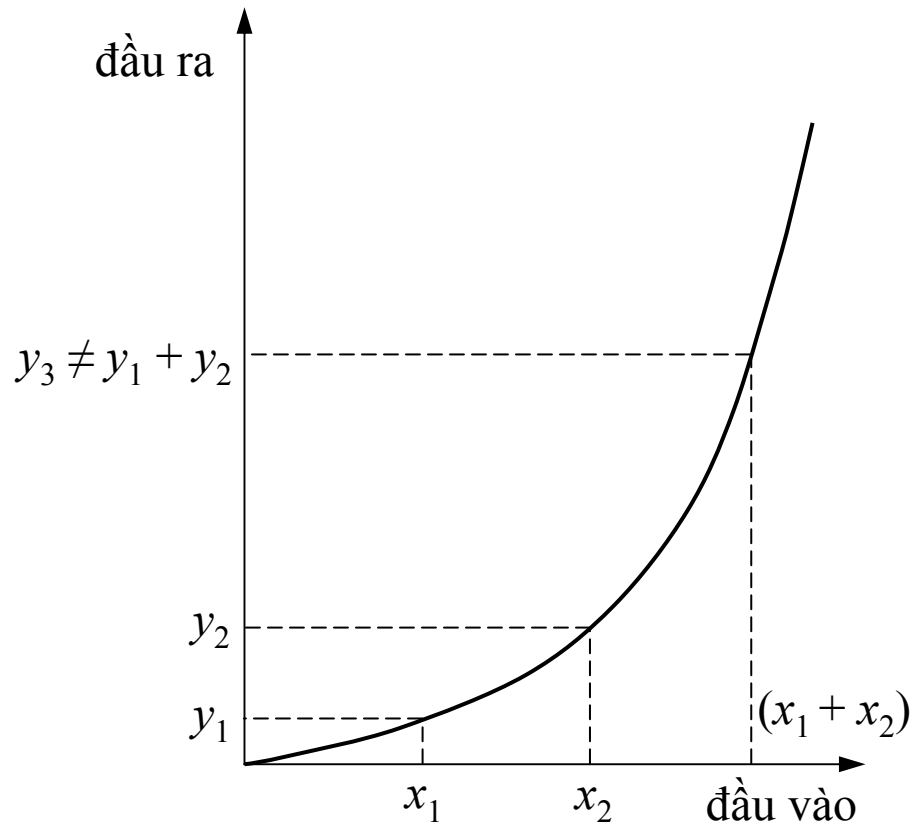


# Giới thiệu (4)

**Không xếp chồng đáp ứng !!!**



Tuyến tính

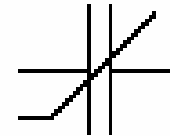
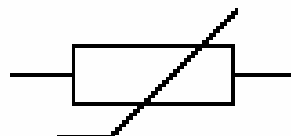
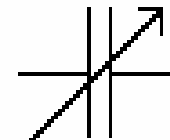
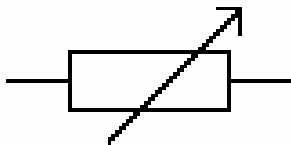


Phi tuyến



## Giới thiệu (5)

| Tuyến tính         | Phi tuyến            |
|--------------------|----------------------|
| $R = \text{const}$ | $R = R(i, t, \dots)$ |
| $L = \text{const}$ | $L = L(i, t, \dots)$ |
| $C = \text{const}$ | $C = C(u, t, \dots)$ |



Mạch phi tuyến

## Giới thiệu (6)

- Mô hình toán: hệ phương trình vi phân phi tuyến
- Rút ra từ 2 luật Kirchhoff
- PTVP có các vấn đề chính:
  - Nghiệm có tồn tại không
  - Nghiệm có ổn định không
- Môn học này giả thiết rằng đã tồn tại nghiệm, chỉ cần tìm nghiệm
- Mạch tuyến tính có phương pháp tổng quát cho nghiệm chính xác
- Mạch phi tuyến không có phương pháp tổng quát cho nghiệm chính xác
- Thường dùng các phương pháp gần đúng



## Nội dung

- Giới thiệu
- **Đặc tính của phần tử phi tuyến**
- Chế độ xác lập
- Chế độ quá độ
- Giải một số bài toán phi tuyến bằng máy tính

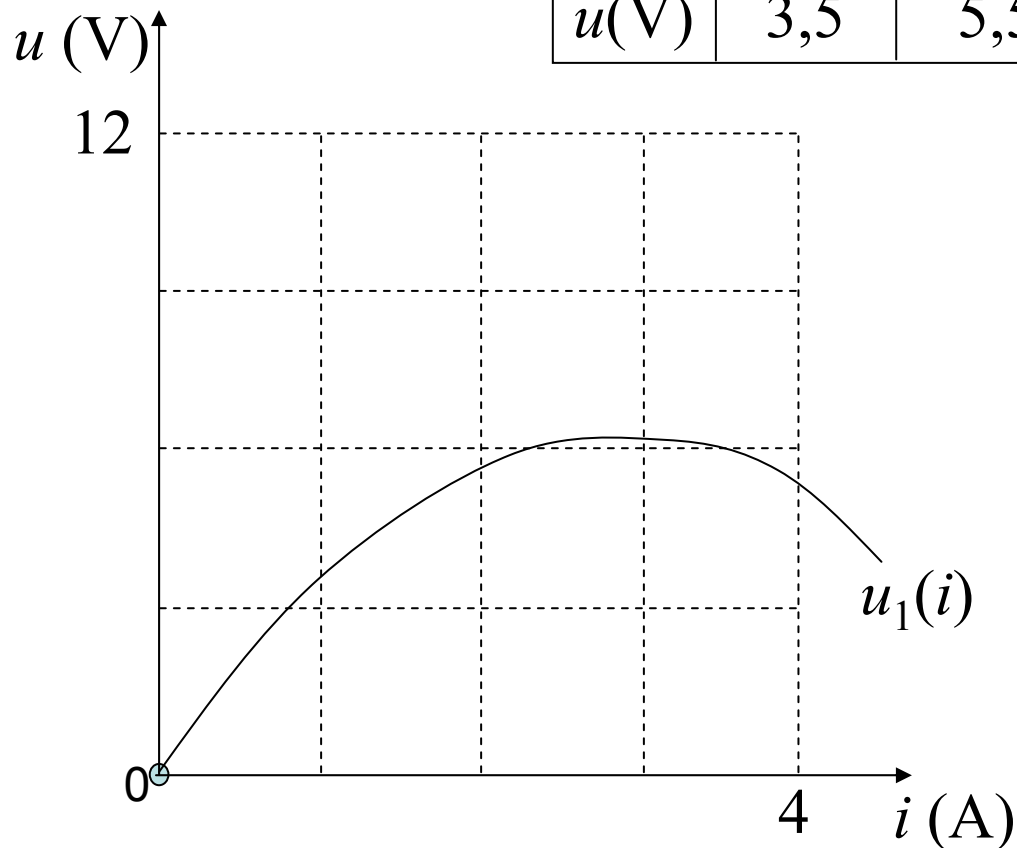
## Đặc tính của phần tử phi tuyến (1)

- Xây dựng: bằng thí nghiệm
- Biểu diễn bằng:
  - Đồ thị
  - Hàm giải tích
  - Bảng số



## Đặc tính của phần tử phi tuyến (2)

|               |     |     |     |     |
|---------------|-----|-----|-----|-----|
| $i(\text{A})$ | 1   | 2   | 3   | 4   |
| $u(\text{V})$ | 3,5 | 5,5 | 6,1 | 5,3 |



$$u(i) = -0,7i^2 + 4,1i$$

Mạch phi tuyến

## Đặc tính của phần tử phi tuyến (3)

- Hệ số động:

$$k_{\vec{d}}(x) = \frac{\partial f(x)}{\partial x}$$

- Ví dụ:

$$r_{\vec{d}}(i) = \frac{\partial u(i)}{\partial i}$$

$$L_{\vec{d}}(i) = \frac{\partial \psi(i)}{\partial i}$$

$$C_{\vec{d}}(u) = \frac{\partial q(u)}{\partial u}$$

## Đặc tính của phần tử phi tuyến (4)

- Hệ số tĩnh:

$$k_t(x) = \frac{f(x)}{x}$$

- Ví dụ:

$$r_t(i) = \frac{u(i)}{i}$$

$$L_t(i) = \frac{\psi(i)}{i}$$

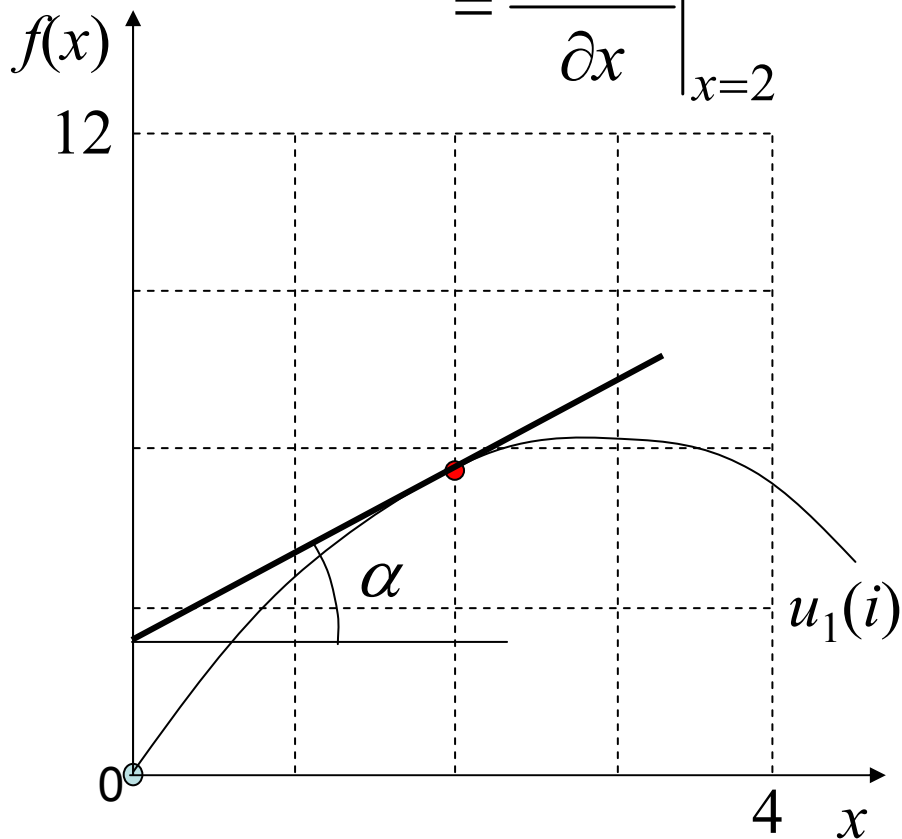
$$C_t(u) = \frac{q(u)}{u}$$



# Đặc tính của phần tử phi tuyến (5)

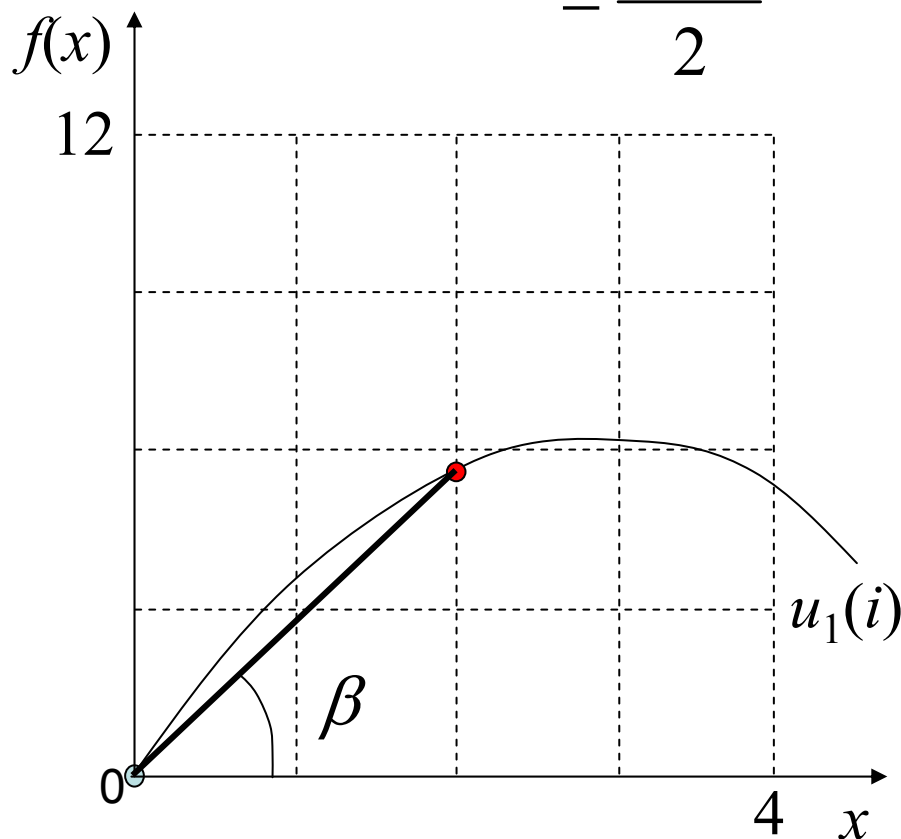
$$k_{\bar{d}}(x)|_{x=2} = ?$$

$$= \left. \frac{\partial f(x)}{\partial x} \right|_{x=2}$$



$$k_t(x)|_{x=2} = ?$$

$$= \frac{f(2)}{2}$$

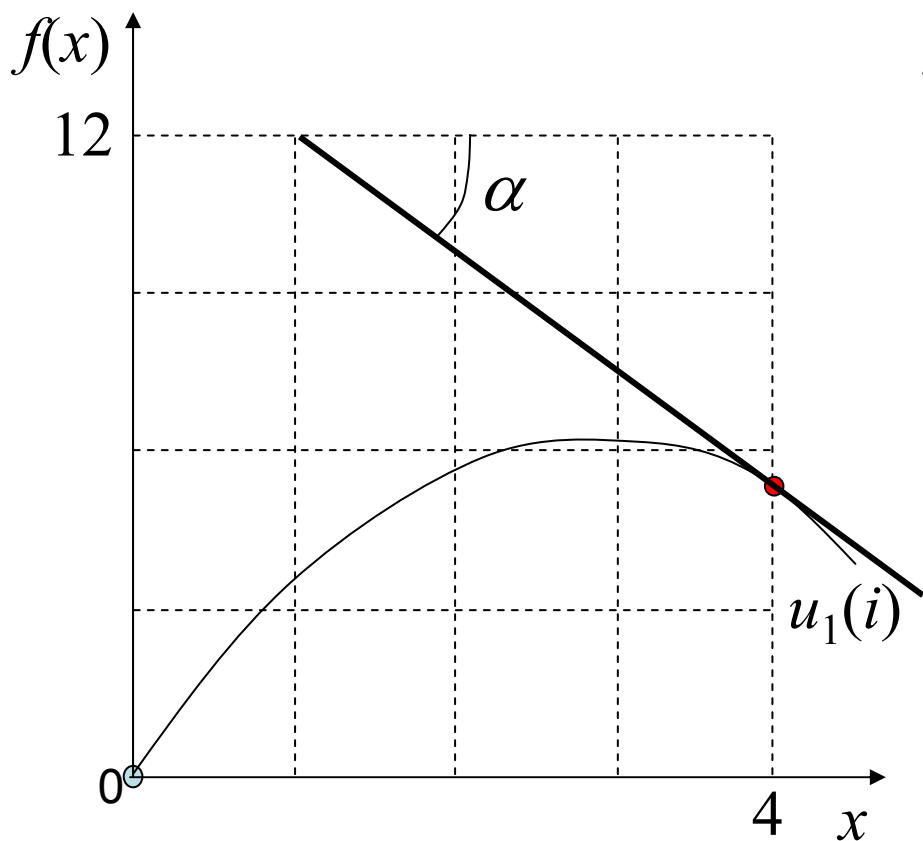


Mạch phi tuyến

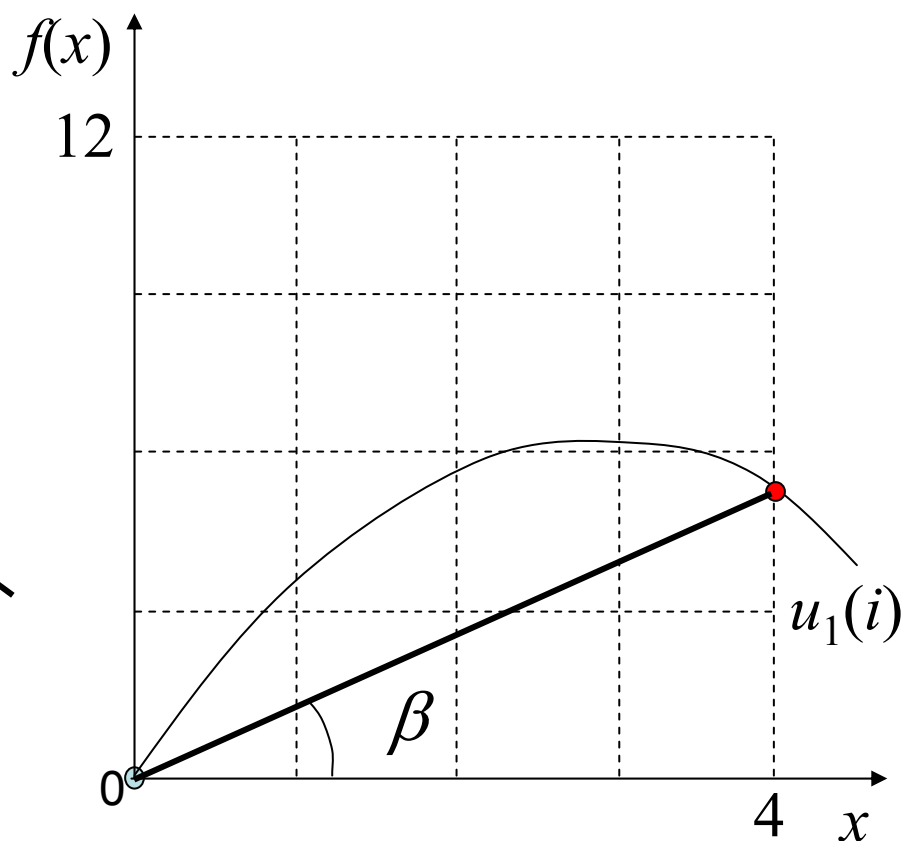


# Đặc tính của phần tử phi tuyến (6)

$$k_{\bar{d}}(x)|_{x=4}$$



$$k_t(x)|_{x=4}$$

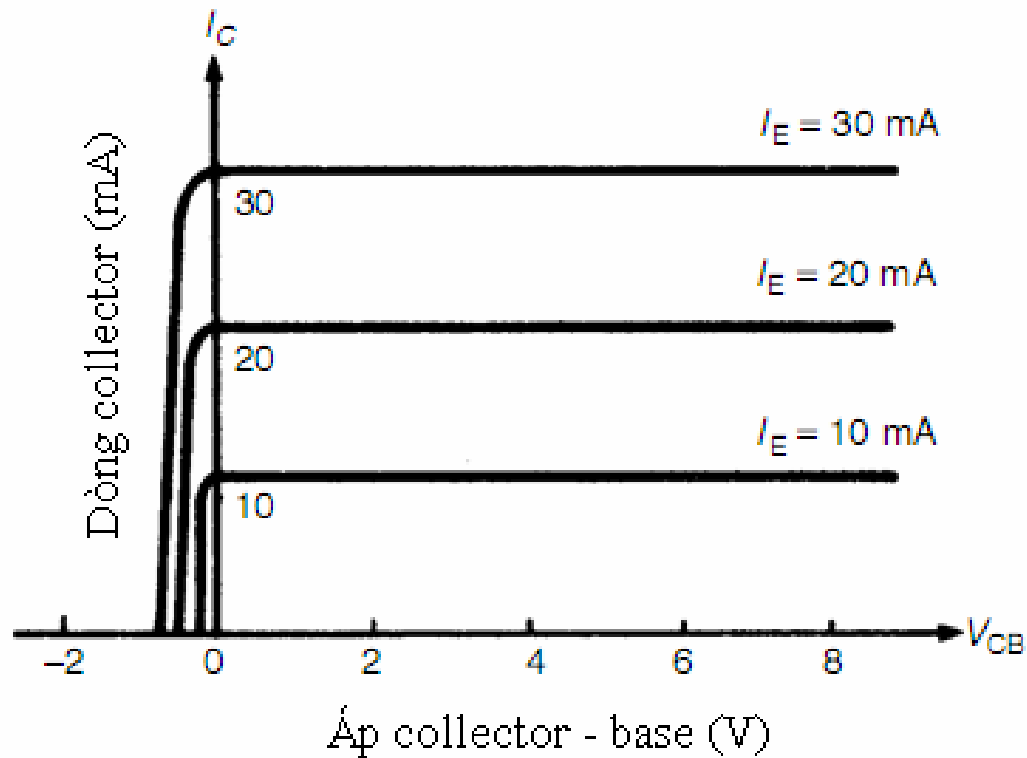


Mạch phi tuyến



# Đặc tính của phần tử phi tuyến (7)

- Họ đặc tính





## Đặc tính của phần tử phi tuyến (8)

2 tính chất cơ bản:

### 1. Tạo tần

$$\left. \begin{aligned} u(i) &= 3i^2 \\ i(t) &= 5\sin 314t \text{ A} \end{aligned} \right\} \rightarrow \begin{aligned} u(t) &= 3(5\sin 314t)^2 \\ &= 75\sin^2 314t \\ &= 37,5(1 - \cos 628t) \text{ V} \end{aligned}$$

### 2. Không xếp chồng đáp ứng

$$\left. \begin{aligned} u(i) &= 3i^2 \\ i_1 &= 2 \text{ A} \\ i_2 &= 4 \text{ A} \end{aligned} \right\} \rightarrow u_R(2 + 4) = 108 \neq u_R(2) + u_R(4) = 60$$

# Nội dung

- Giới thiệu
- Đặc tính của phần tử phi tuyến
- **Chế độ xác lập**
  - **Chế độ hằng**
    - Khái niệm
    - Phương pháp đồ thị
    - Phương pháp dò
    - Phương pháp lặp
    - Mạch từ
    - Mạch từ có nam châm vĩnh cửu
  - **Chế độ dao động**
- Chế độ quá độ
- Giải một số bài toán phi tuyến bằng máy tính

# Khái niệm

- Dòng & áp không biến thiên theo thời gian
- $\rightarrow L$  ngắn mạch,  $C$  hở mạch
- (hệ) phương trình vi phân phi tuyến  $\rightarrow$  (hệ) phương trình đại số phi tuyến
- Ý nghĩa:
  - Là mô hình của các thiết bị điện một chiều (ví dụ ắc quy)
  - Là một bước quan trọng để tính toán các chế độ khác
- Giải:
  - P/p đồ thị
  - P/p dò
  - P/p lặp

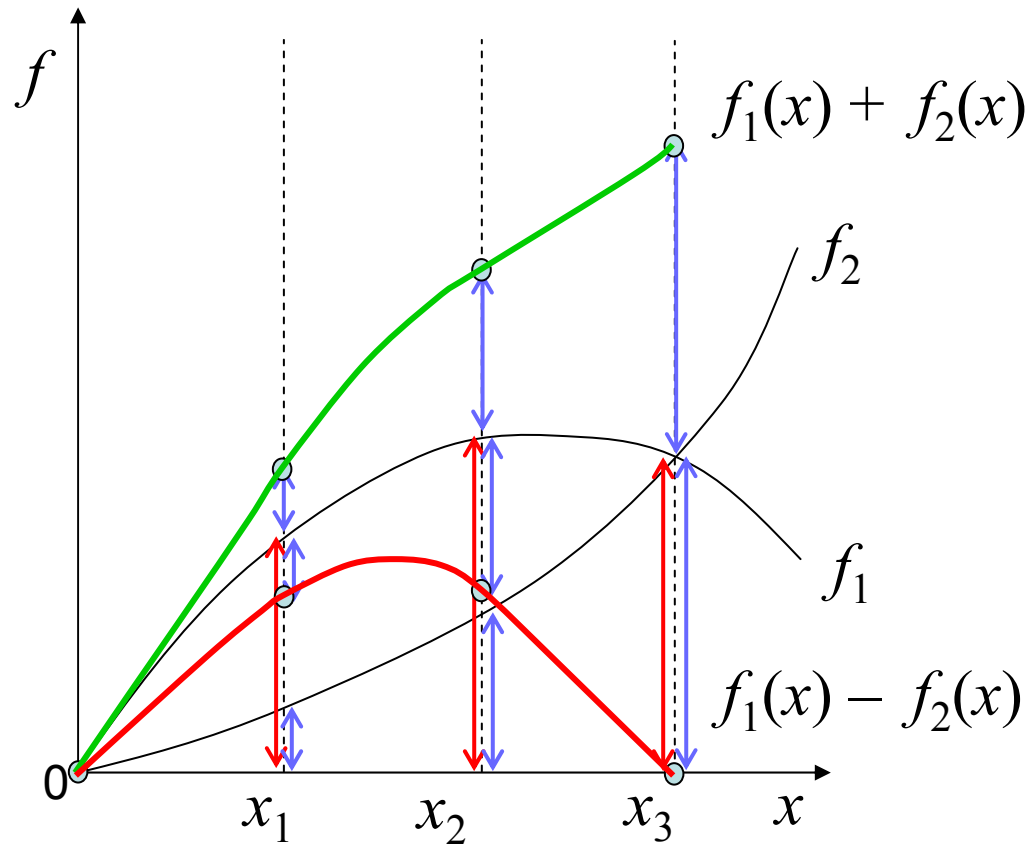
## Phương pháp đồ thị (1)

- Dùng đồ thị trên mặt phẳng 2 chiều (hoặc mặt phẳng trong không gian 3 chiều) để tìm nghiệm
- Chỉ dùng cho phương trình tối đa 2 ẩn
- Các phép toán trên đồ thị:
  - Cộng/trừ
  - Tỷ lệ
  - Nhân/chia
  - Tìm nghiệm



# Phương pháp đồ thị (2)

- Cộng/trừ đồ thị:  $f_1(x) \pm f_2(x)$

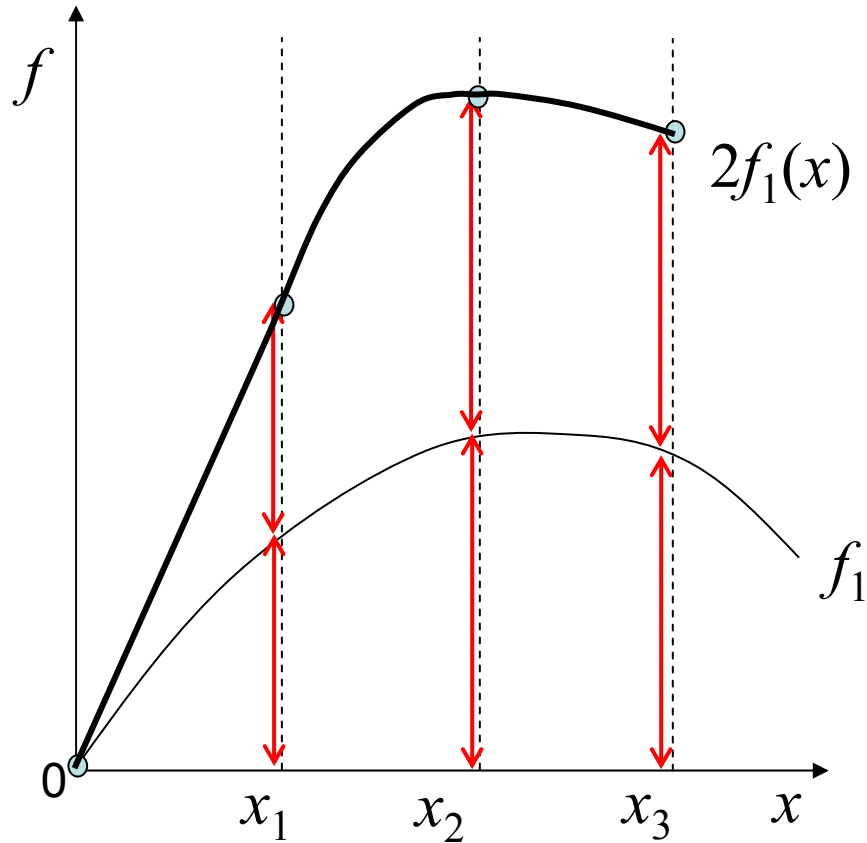




# Phương pháp đồ thị (3)

- Tỉ lệ:  $kf(x)$

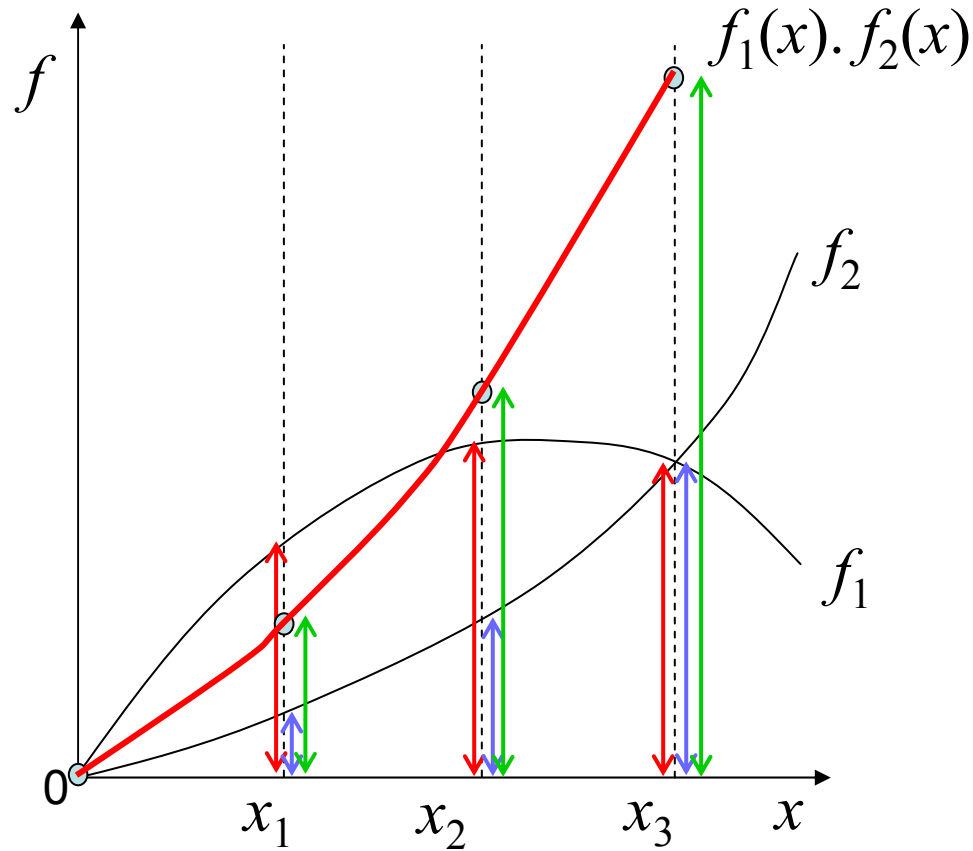
$k = 2$





# Phương pháp đồ thị (4)

- Nhân/chia: ví dụ  $f_1(x).f_2(x)$

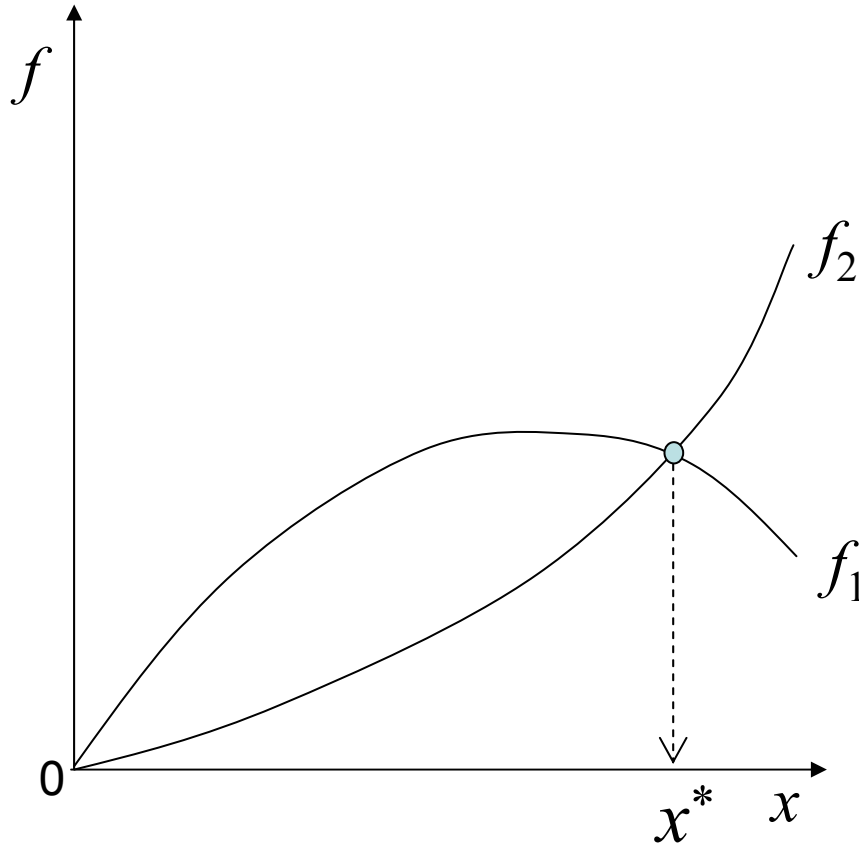


Mạch phi tuyến

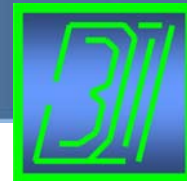


# Phương pháp đồ thị (5)

- Tìm nghiệm:  $f_1(x) = f_2(x)$



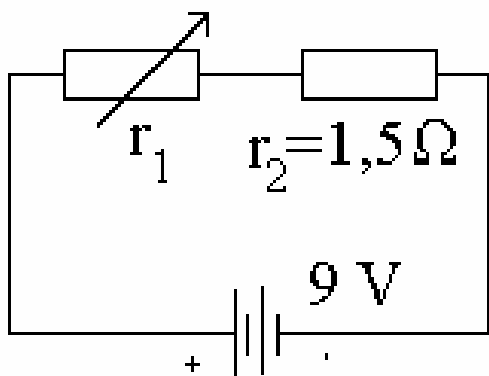




**VD1**

Phương pháp đồ thị (6)

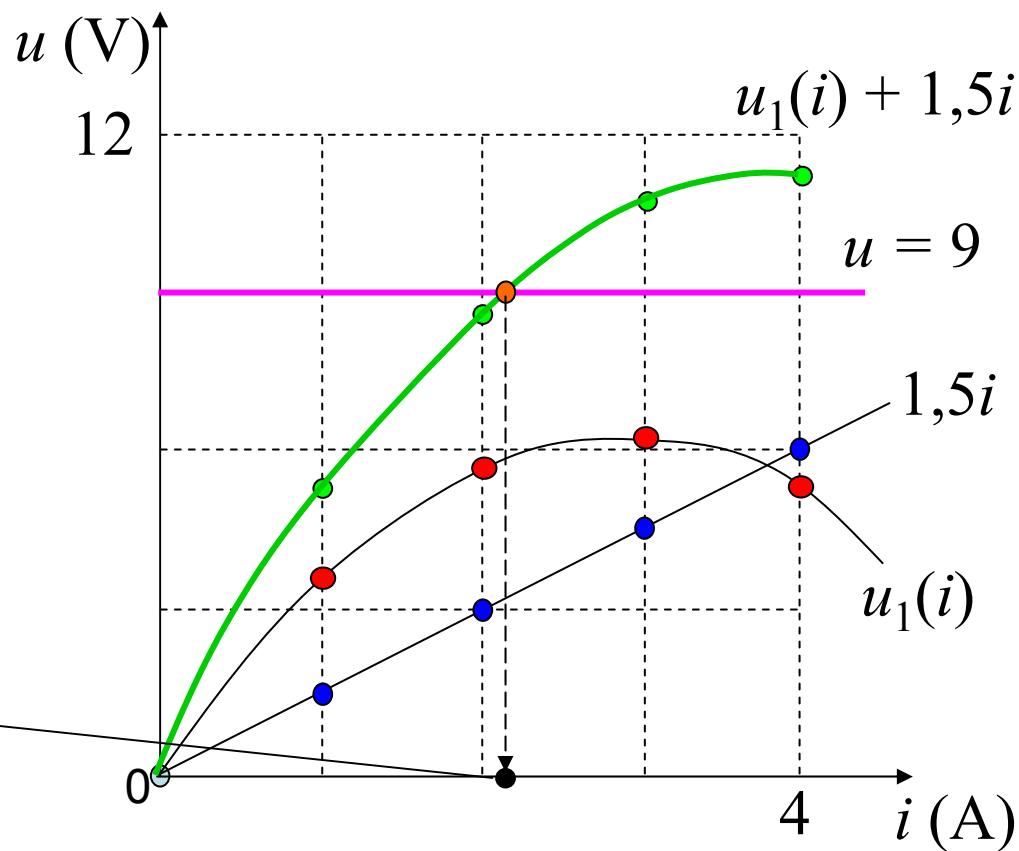
Tìm dòng điện trong mạch.



$$u_1(i) + r_2 i = 9$$

$$\rightarrow u_1(i) + 1,5i = 9$$

$\rightarrow i = 2,2 \text{ A}$

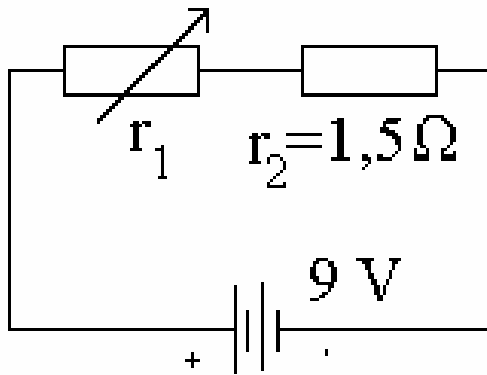




**VD1**

Phương pháp đồ thị (7)

Tìm dòng điện trong mạch.

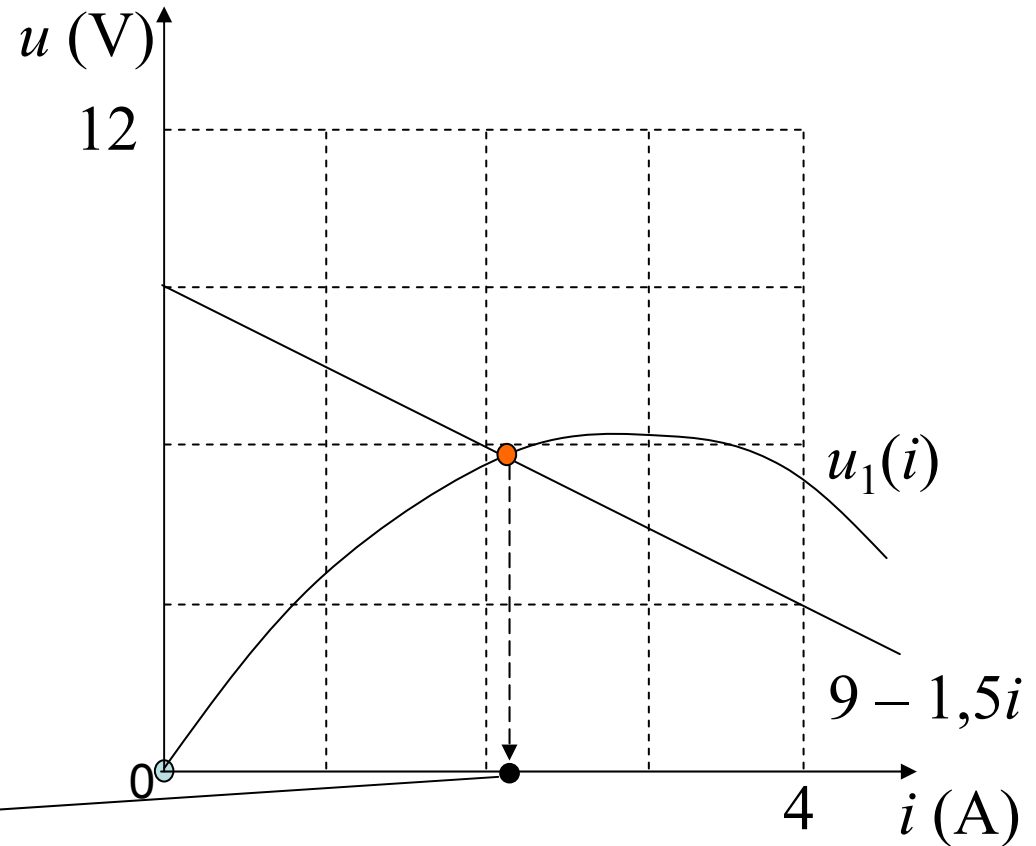


$$u_1(i) + r_2 i = 9$$

$$\rightarrow u_1(i) + 1,5i = 9$$

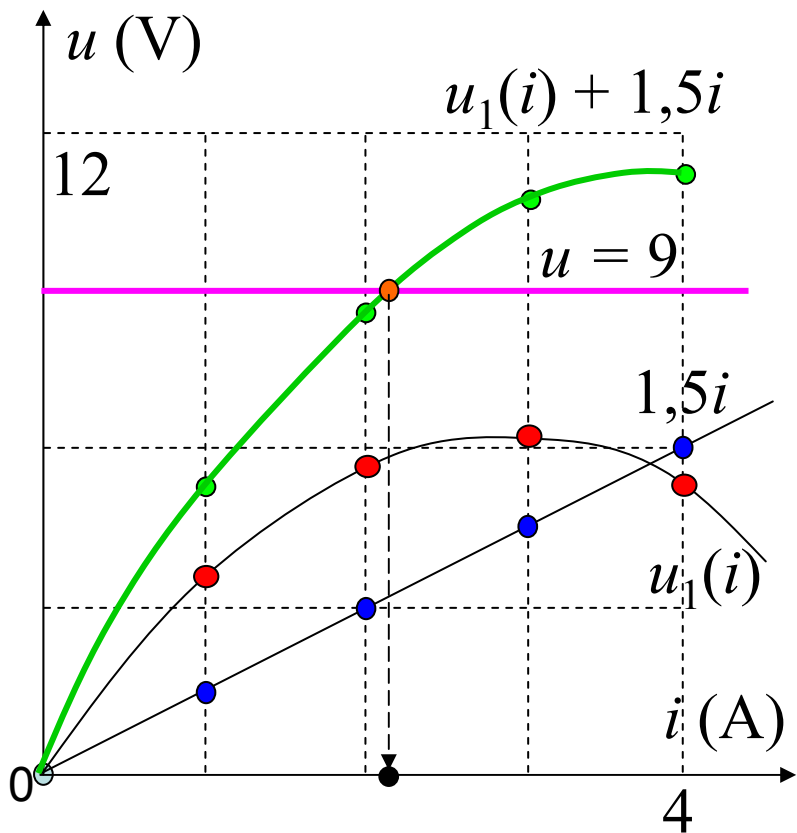
$$\rightarrow u_1(i) = 9 - 1,5i$$

$\rightarrow i = 2,2 \text{ A}$

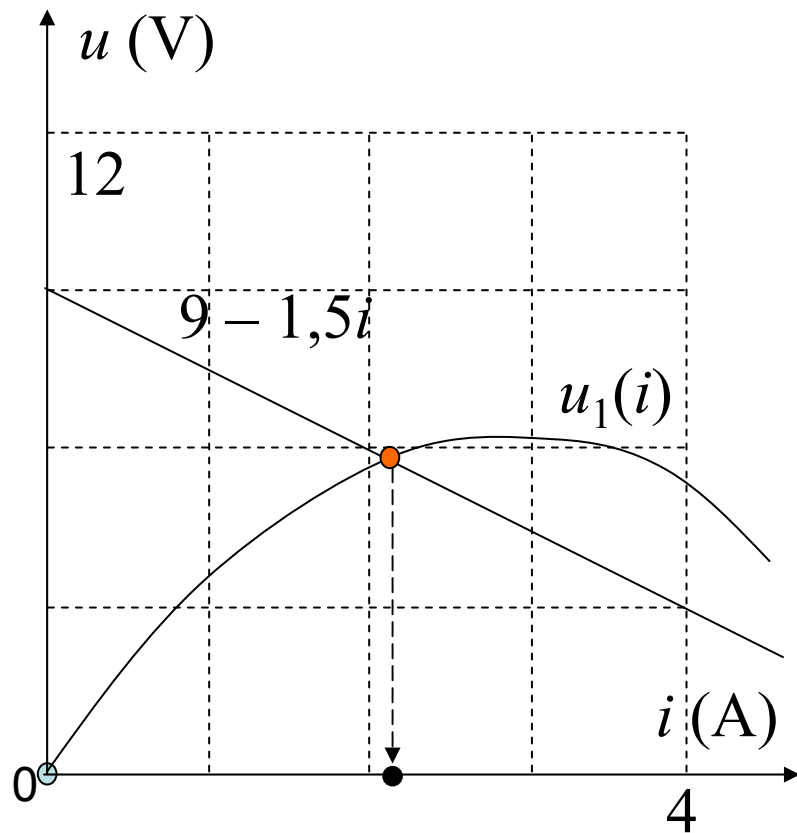




# Phương pháp đồ thị (8)



$$u_1(i) + 1,5i = 9$$



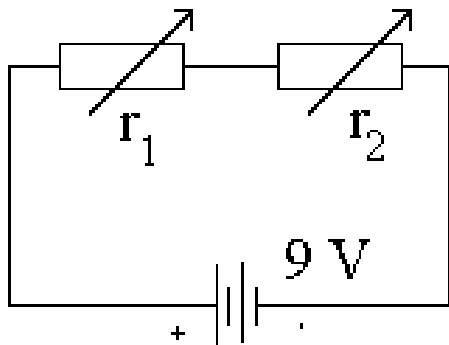
$$u_1(i) = 9 - 1,5i$$



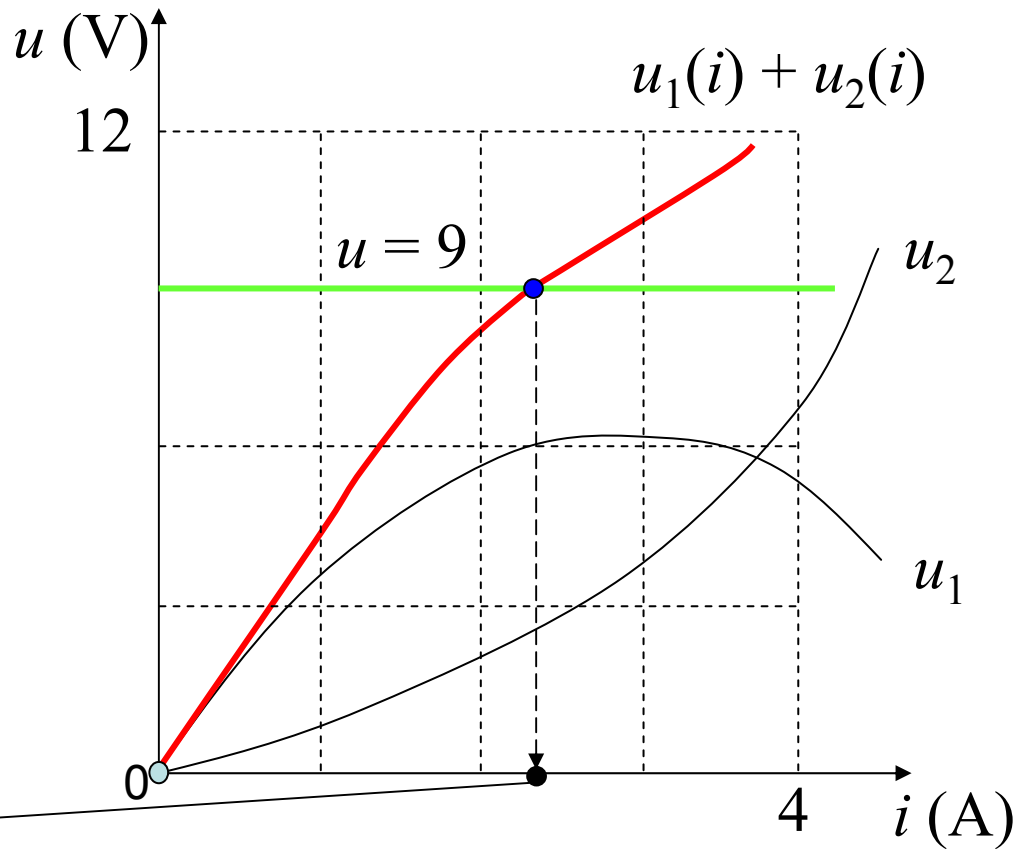
**VD2**

Phương pháp đồ thị (9)

Tìm dòng điện trong mạch.



$$u_1(i) + u_2(i) = 9$$



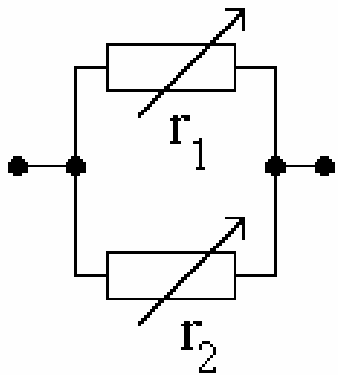
$i = 2,3 \text{ A}$



**VD3**

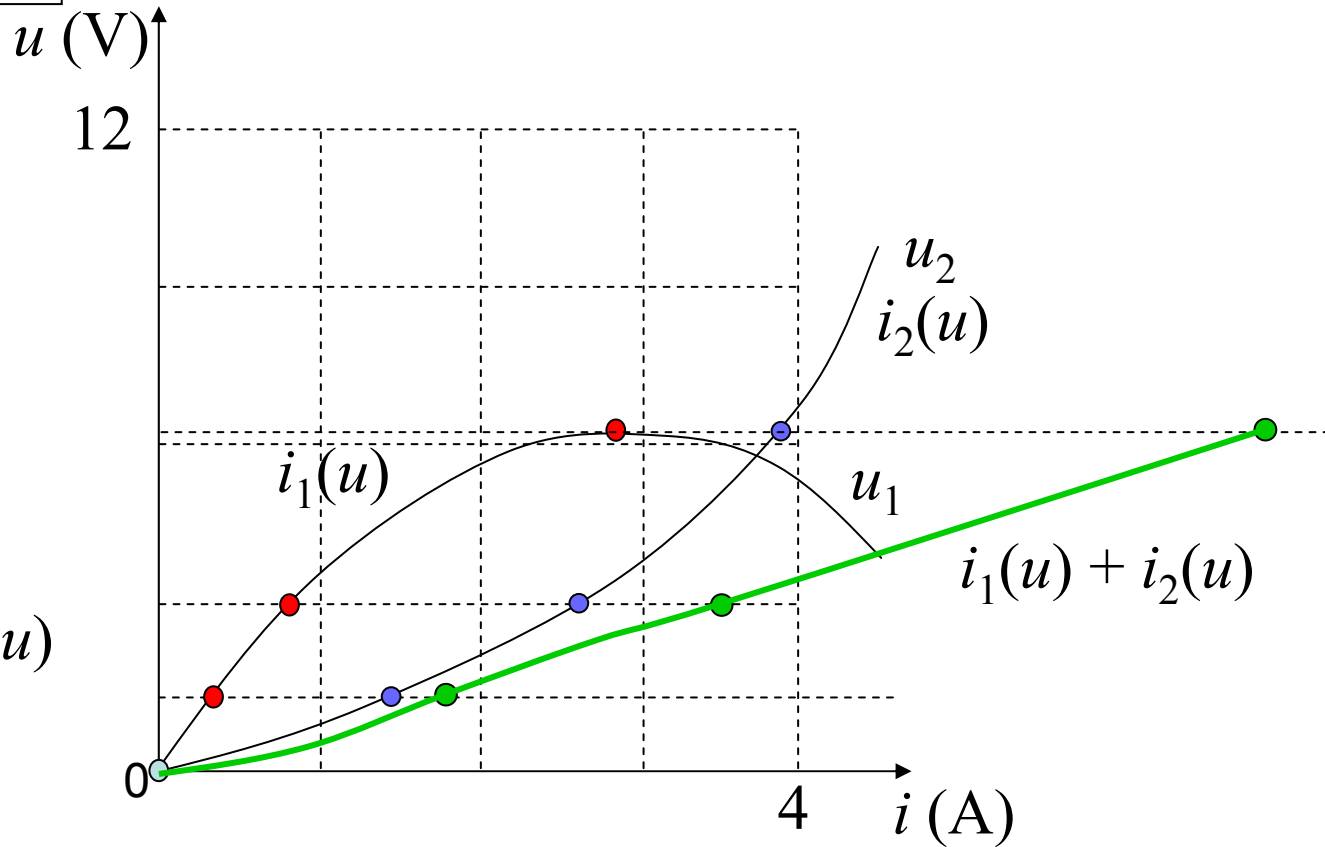
Phương pháp đồ thị (10)

Tìm dòng điện trong mạch.



$u_{12}(i) ?$

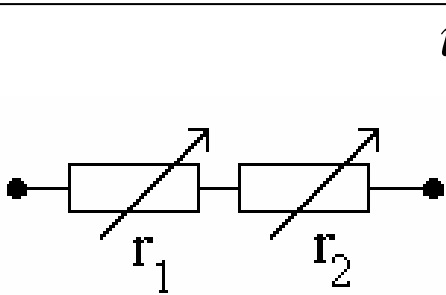
$i_{12}(u_{12}) = i_1(u) + i_2(u)$



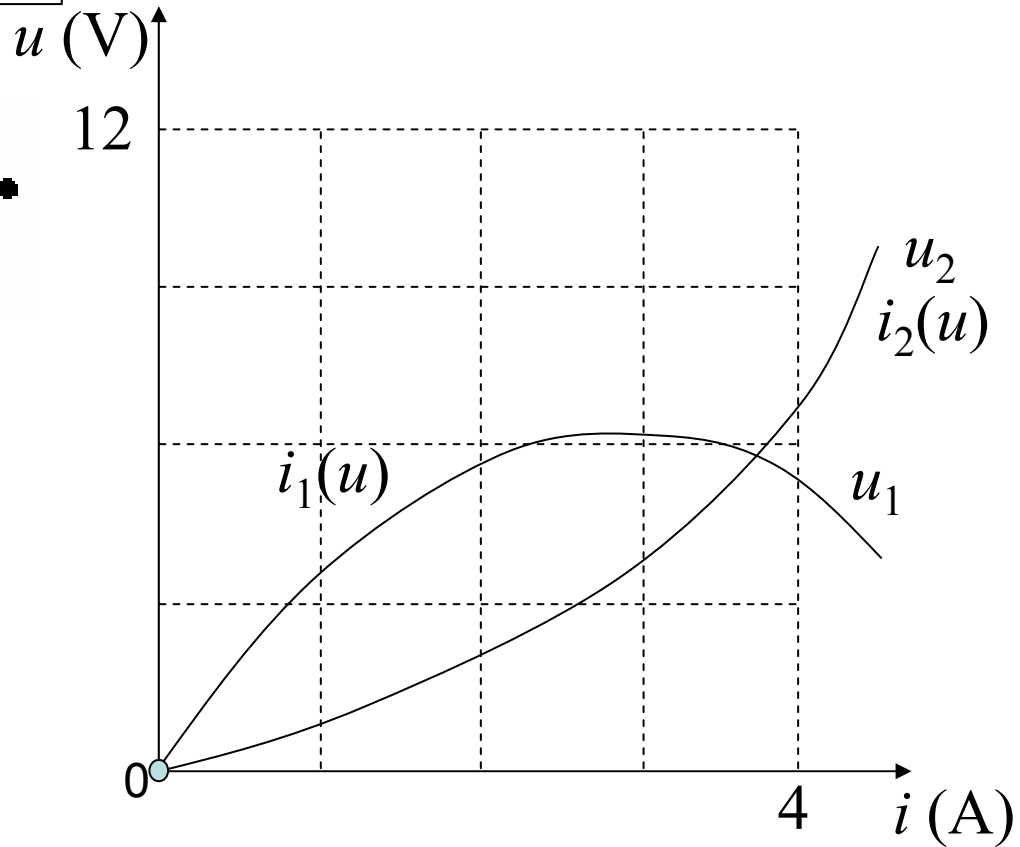


# VD4 Phương pháp đồ thị (11)

Tìm dòng điện trong mạch.



$u_{12}(i) ?$

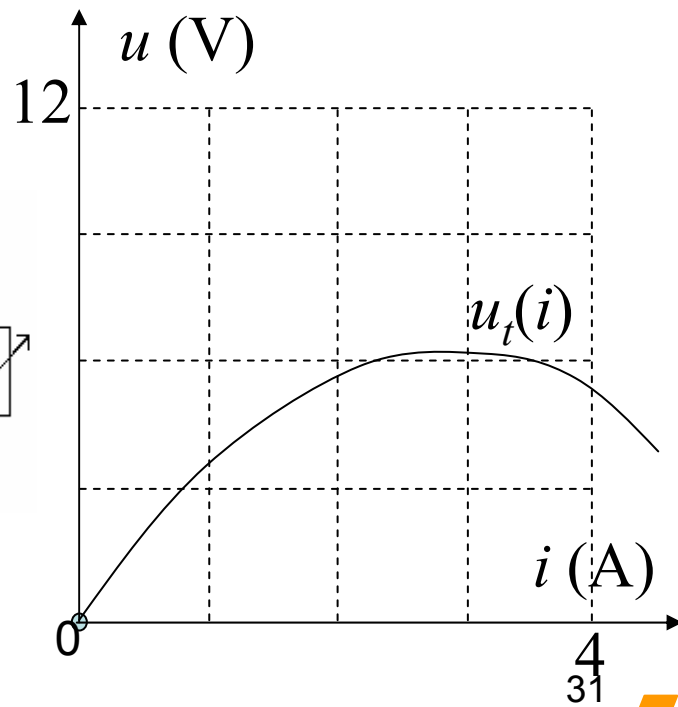
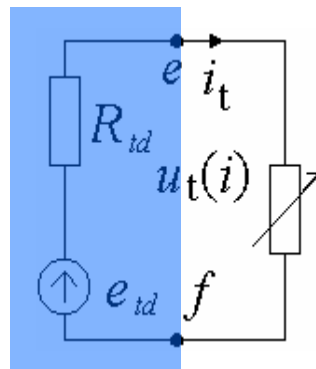
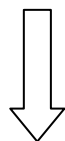
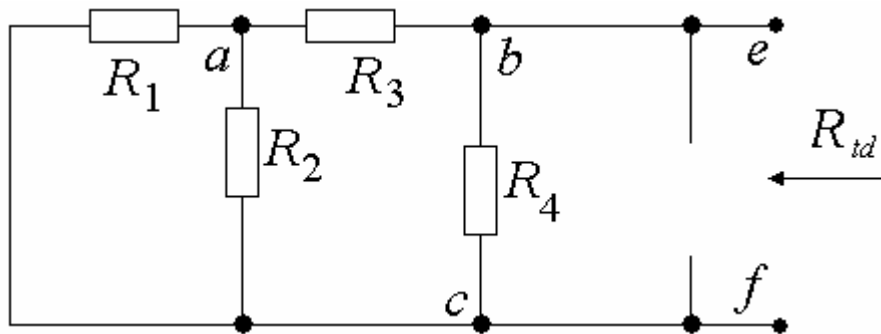
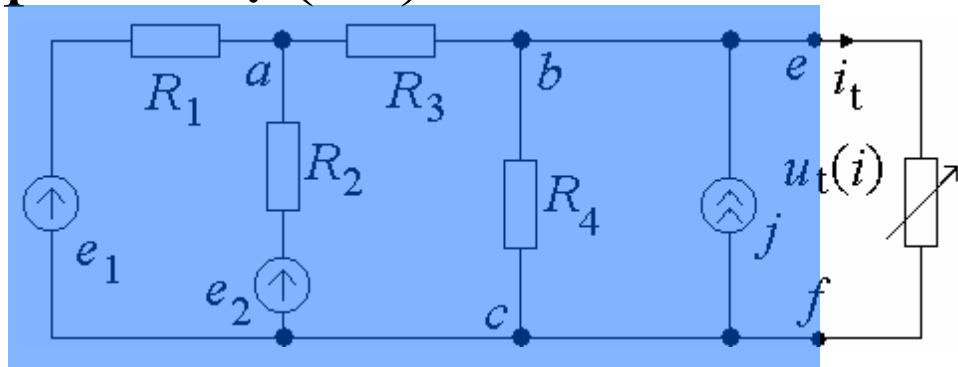




**VD5**

**Phương pháp đồ thị (12)**

$e_1 = 16 \text{ V}; e_2 = 9 \text{ V}; j = 2 \text{ A}; R_1 = 4 \Omega;$   
 $R_2 = 6 \Omega; R_3 = 2 \Omega; R_4 = 10 \Omega;$  Tính  $i_t$ .



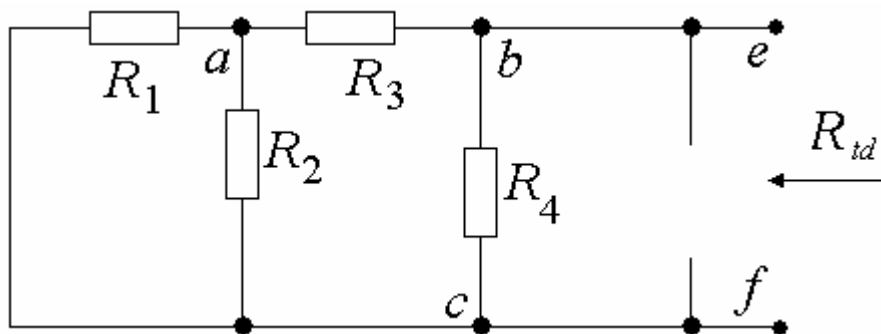
Mạch phi tuyến



**VD5**

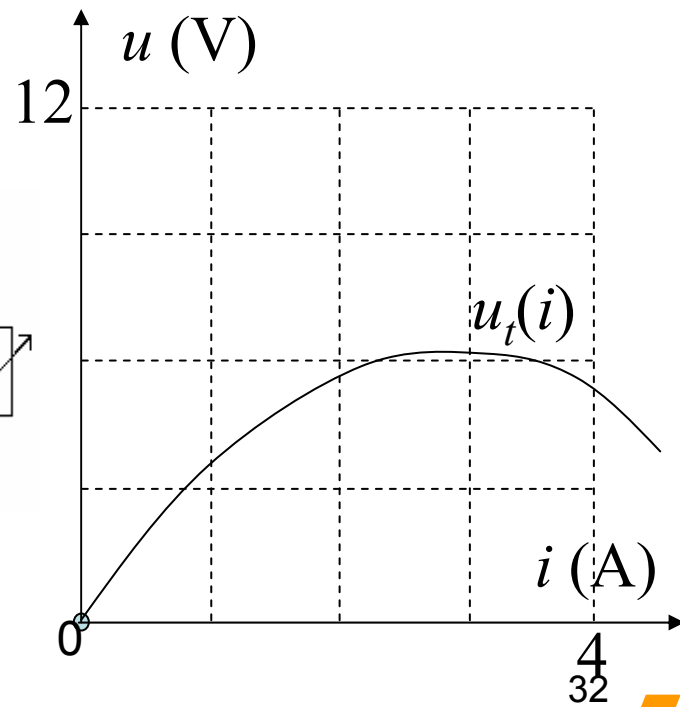
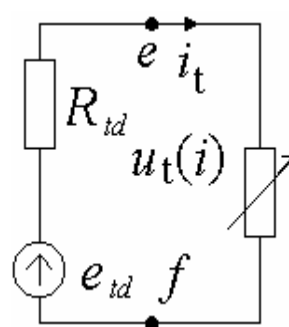
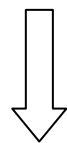
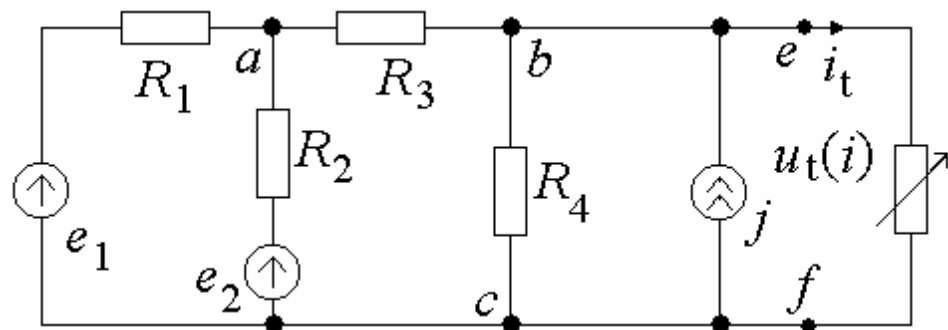
**Phương pháp đồ thị (13)**

$e_1 = 16 \text{ V}; e_2 = 9 \text{ V}; j = 2 \text{ A}; R_1 = 4 \Omega;$   
 $R_2 = 6 \Omega; R_3 = 2 \Omega; R_4 = 10 \Omega;$  Tính  $i_t$ .



$$R_{td} = [(R_1 // R_2) + R_3] // R_4$$

$$= \frac{\left(\frac{4.6}{4+6} + 2\right) 10}{\frac{4.6}{4+6} + 2 + 10} = 3,06 \Omega$$



Mạch phi tuyến

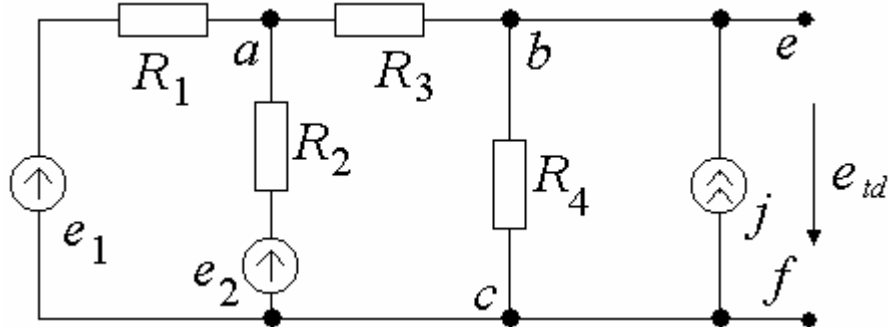
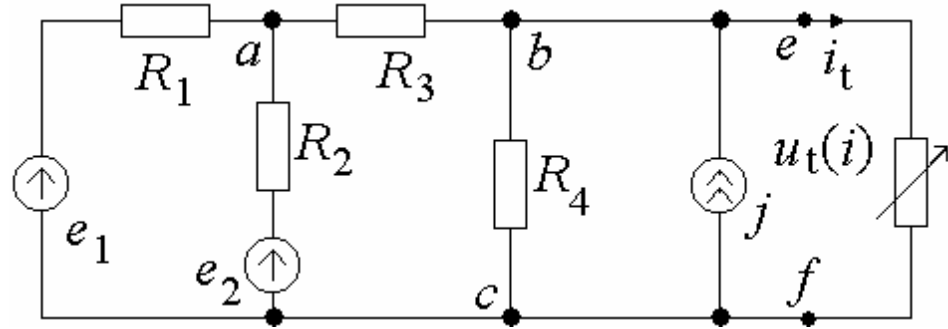




**VD5**

**Phương pháp đồ thị (14)**

$e_1 = 16 \text{ V}; e_2 = 9 \text{ V}; j = 2 \text{ A}; R_1 = 4 \Omega;$   
 $R_2 = 6 \Omega; R_3 = 2 \Omega; R_4 = 10 \Omega;$  Tính  $i_t$ .

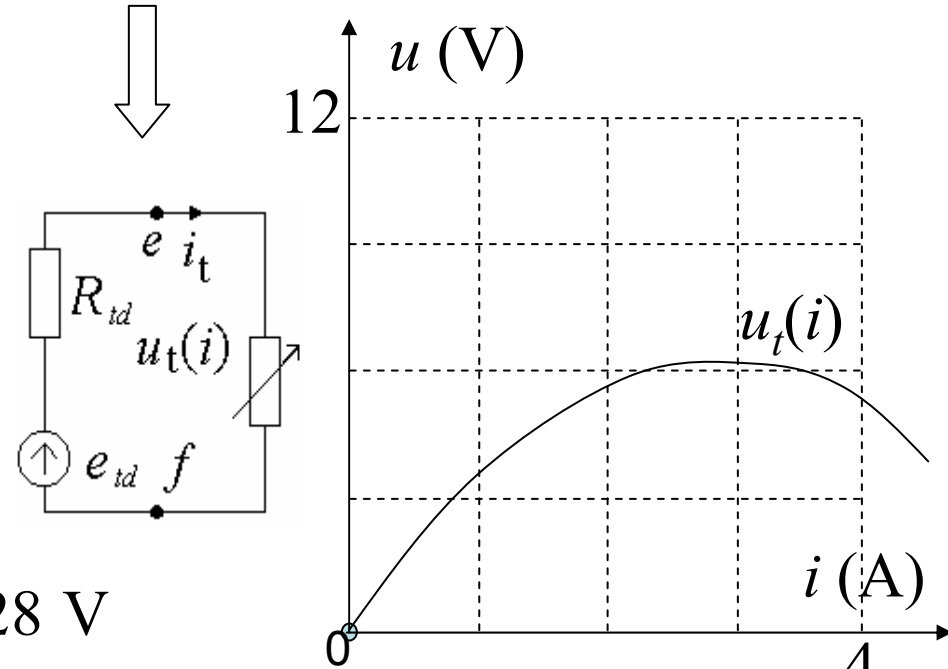


Đặt  $\varphi_c = 0$

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)\varphi_a - \frac{1}{R_3}\varphi_b = \frac{e_1}{R_1} + \frac{e_2}{R_2} \\ -\frac{1}{R_3}\varphi_a + \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}\right)\varphi_b = j \end{cases}$$

$\rightarrow \varphi_b = 15,28 \text{ V} \quad \rightarrow e_{td} = \varphi_b = 15,28 \text{ V}$

Mạch phi tuyến

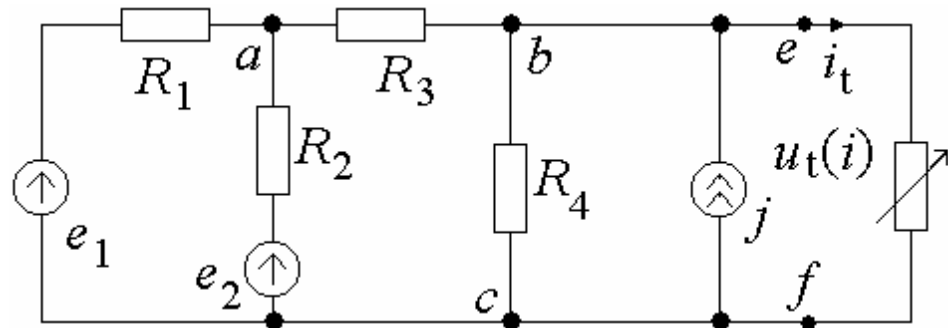


**VD5**

**Phương pháp đồ thị (15)**

$e_1 = 16 \text{ V}; e_2 = 9 \text{ V}; j = 2 \text{ A}; R_1 = 4 \Omega;$   
 $R_2 = 6 \Omega; R_3 = 2 \Omega; R_4 = 10 \Omega;$  Tính  $i_t$ .

$R_{td} = 3,06 \Omega; e_{td} = 15,28 \text{ V}$

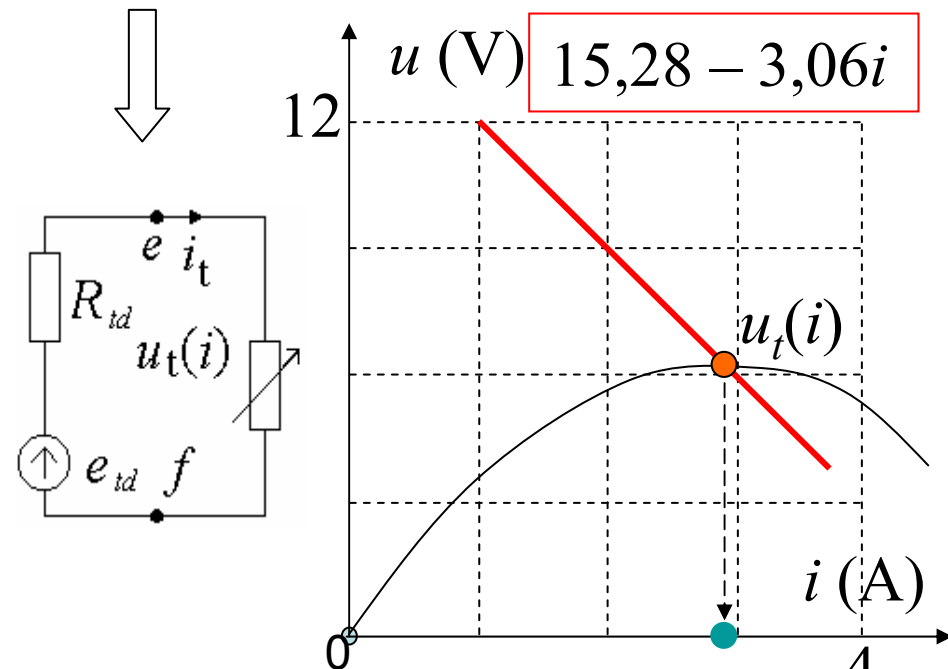


$u_t(i) + R_{td}i = e_{td}$

$\rightarrow u_t(i) + 3,06i = 15,28$

$\rightarrow u_1(i) = 15,28 - 3,06i$

$\rightarrow i = 2,9 \text{ A}$



Mạch phi tuyến

## Phương pháp đồ thị (16)

- Ưu điểm: trực quan
- Nhược điểm: chỉ cho 2D & 3D
- Dùng cho mạch đơn giản, có ít phần tử phi tuyến
- Thường phải phối hợp với các phương pháp đơn giản hoá mạch điện (biến đổi tương đương)
- Nếu mạch phức tạp, có nhiều phần tử phi tuyến → khó vẽ đồ thị
- → phương pháp dò

# Nội dung

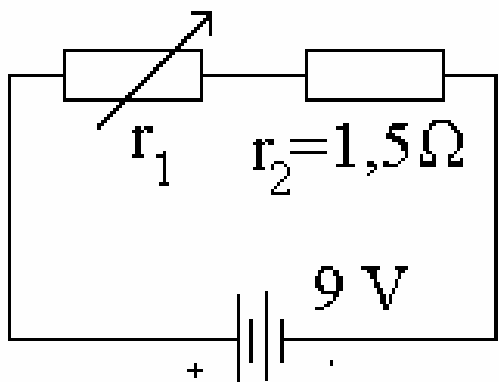
- Giới thiệu
- Đặc tính của phần tử phi tuyến
- Chế độ xác lập
  - Chế độ hằng
    - Khái niệm
    - Phương pháp đồ thị
    - **Phương pháp dò**
    - Phương pháp lặp
    - Mạch từ
    - Mạch từ có nam châm vĩnh cửu
  - Chế độ dao động
- Chế độ quá độ
- Giải một số bài toán phi tuyến bằng máy tính



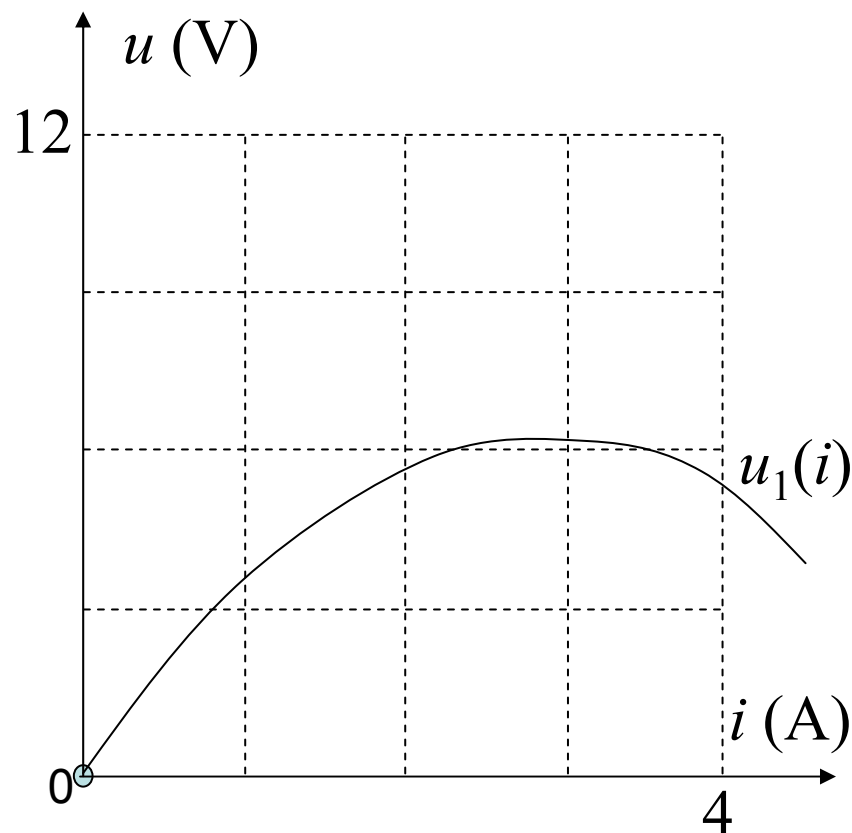
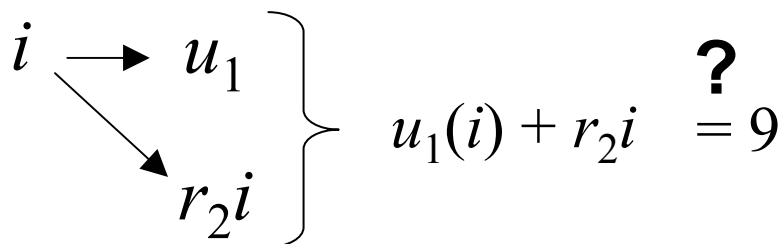
# Phương pháp dò (1)

- Dò thông số (nghiệm) để thoả mãn mạch điện (phương trình mô tả mạch điện)

**VD1**



$$u_1(i) + r_2 i = 9$$



Mạch phi tuyến



# Phương pháp dò (2)

$$i \rightarrow u_1(i), r_2 i$$

$$\rightarrow u_1(i) + r_2 i$$

Lập sơ đồ tính

$$i^{(1)} = 1 \text{ A}$$

$$i^{(2)} = 2,2 \text{ A}$$

Gán cho nghiệm một giá trị

$$u_1^{(1)} = 3,5 \text{ V}$$

$$u_1^{(2)} = 5,7 \text{ V}$$

$$u_2^{(1)} = 1,5 \cdot 1 = 1,5 \text{ V}$$

$$u_2^{(2)} = 1,5 \cdot 2,2 = 3,3 \text{ V}$$

Thay vào sơ đồ tính

$$u_1^{(1)} + u_2^{(1)} = 5 \text{ V}$$

$$u_1^{(2)} + u_2^{(2)} = 9 \text{ V}$$

Thoả mãn?

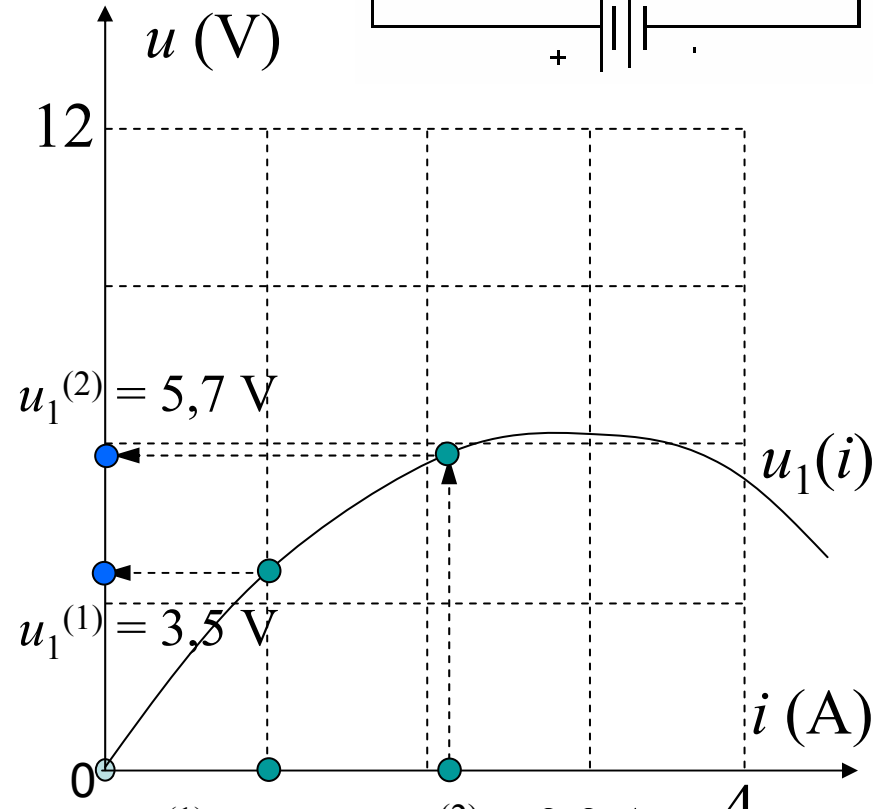
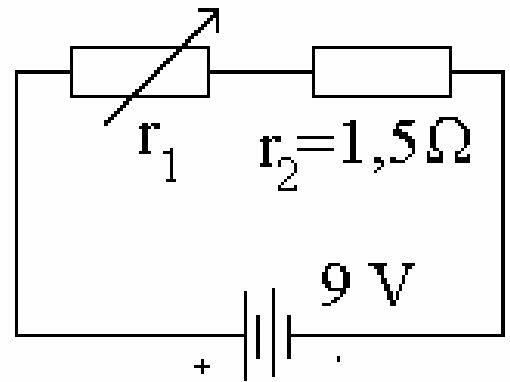
Không

Có

Dừng

$$i^{(*)} = 2,2 \text{ A}$$

$$u_1(i) + r_2 i = 9$$



Mạch phi tuyến

$i^{(1)} = 1 \text{ A}$      $i^{(2)} = 2,2 \text{ A}$     4



# Phương pháp dò (3)

$$i \rightarrow u_1(i), r_2 i$$

$$\rightarrow u_1(i) + r_2 i$$

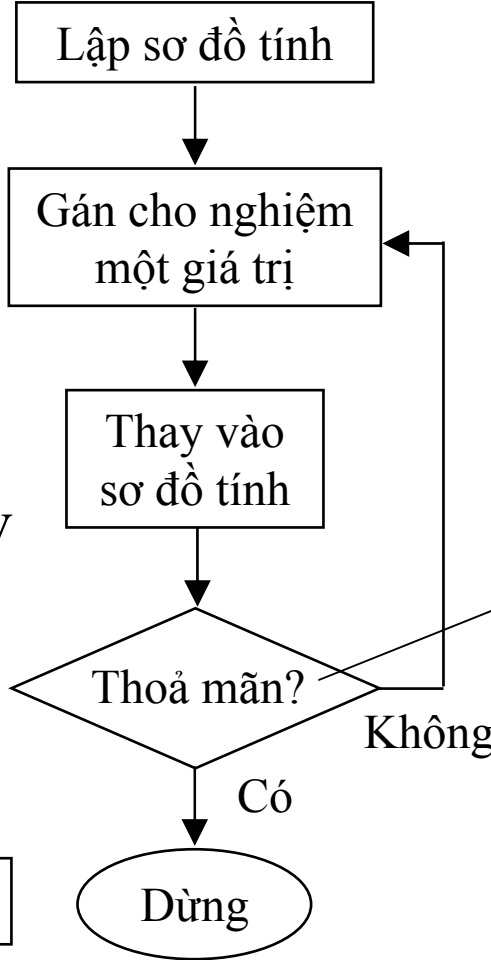
$$i^{(2)} = 2,2 \text{ A}$$

$$u_1^{(2)} = 5,7 \text{ V}$$

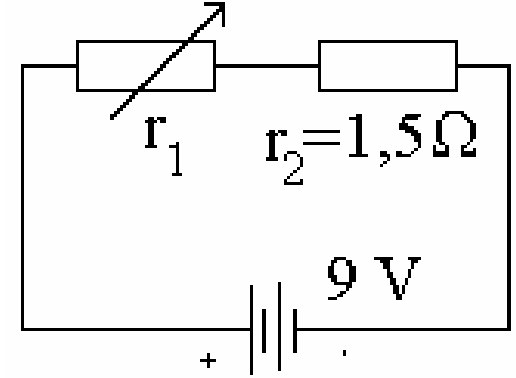
$$u_2^{(2)} = 1,5 \cdot 2,2 = 3,3 \text{ V}$$

$$u_1^{(2)} + u_2^{(2)} = 9 \text{ V}$$

$$i^{(*)} = 2,2 \text{ A}$$



$$u_1(i) + r_2 i = 9$$



$$\frac{|(u_1^{(k)} + u_2^{(k)}) - 9|}{9} \leq \epsilon$$

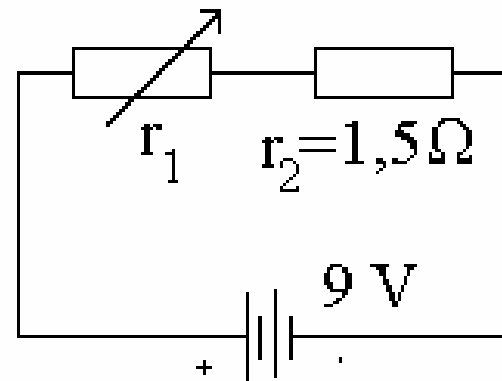
$$\frac{|f^{(k)} - \text{const}|}{\text{const}} \leq \epsilon$$



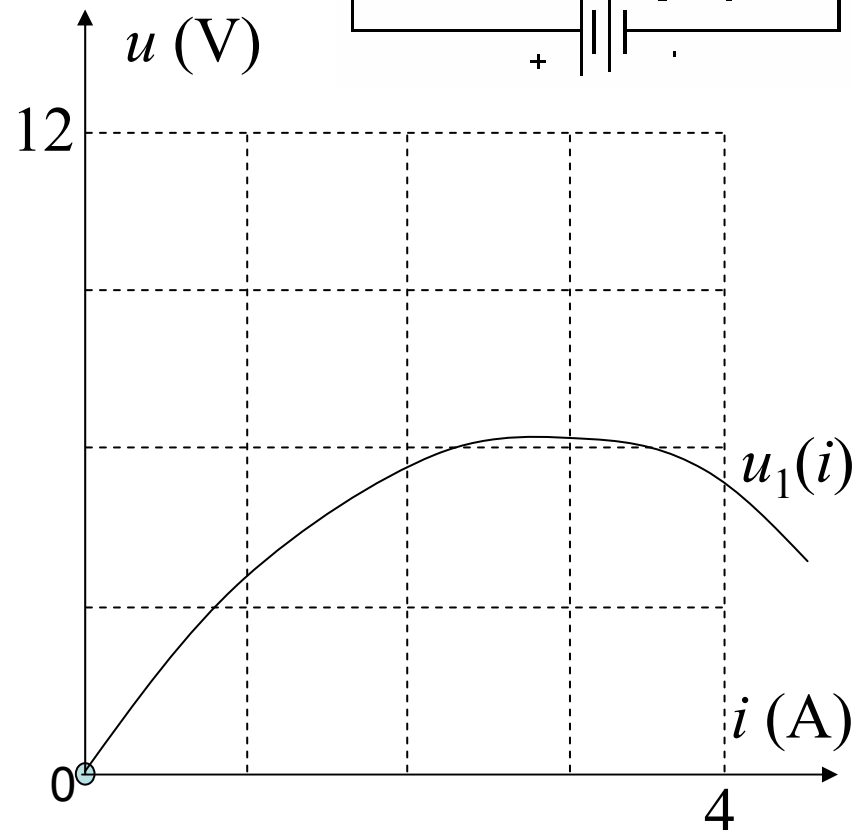
## Phương pháp dò (4)

$$i \rightarrow u_1(i), u_2(i) \rightarrow u_1(i) + u_2(i)$$

$$u_1(i) + r_2 i = 9$$



| $k$                                   | 1    | 2   | 3    |
|---------------------------------------|------|-----|------|
| $i^{(k)}$ (A)                         | 1    | 2   | 2,5  |
| $u_1^{(k)}$ (V)                       | 3,5  | 5,5 | 6,2  |
| $u_2^{(k)} = 1,5i^{(k)}$ (V)          | 1,5  | 3,0 | 3,75 |
| $e^{(k)} = u_1^{(k)} + u_2^{(k)}$ (V) | 5,0  | 8,5 | 9,95 |
| $\frac{ e^{(k)} - 9 }{9}$ (%)         | 44,0 | 5,6 | 10,6 |







# Phương pháp dò (5)

|                                       |     |     |      |
|---------------------------------------|-----|-----|------|
| $i^{(k)}$ (A)                         | 1   | 2   | 2,5  |
| $e^{(k)} = u_1^{(k)} + u_2^{(k)}$ (V) | 5,0 | 8,5 | 9,95 |

Dò tiếp

Nội/ngoại suy

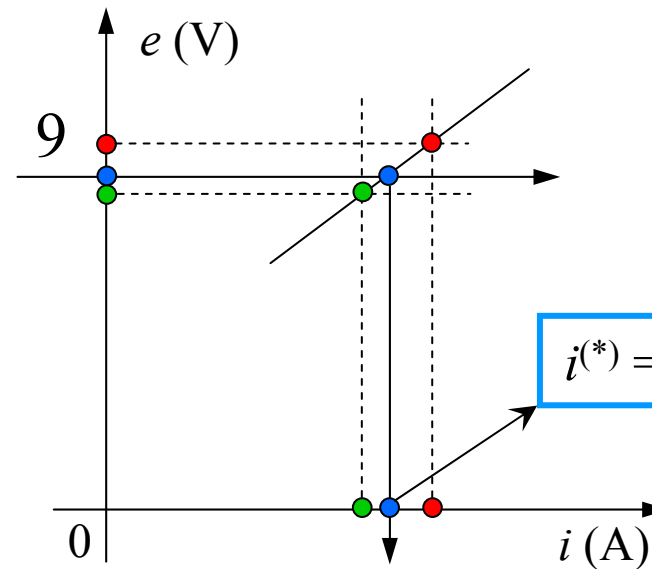
$i^{(4)} = 2,2 \text{ A}$

$u_1^{(4)} = 5,7 \text{ V}$

$u_2^{(4)} = 1,5 \cdot 2,2 = 3,3 \text{ V}$

$u_1^{(4)} + u_2^{(4)} = 9 \text{ V}$

$i^{(*)} = 2,2 \text{ A}$



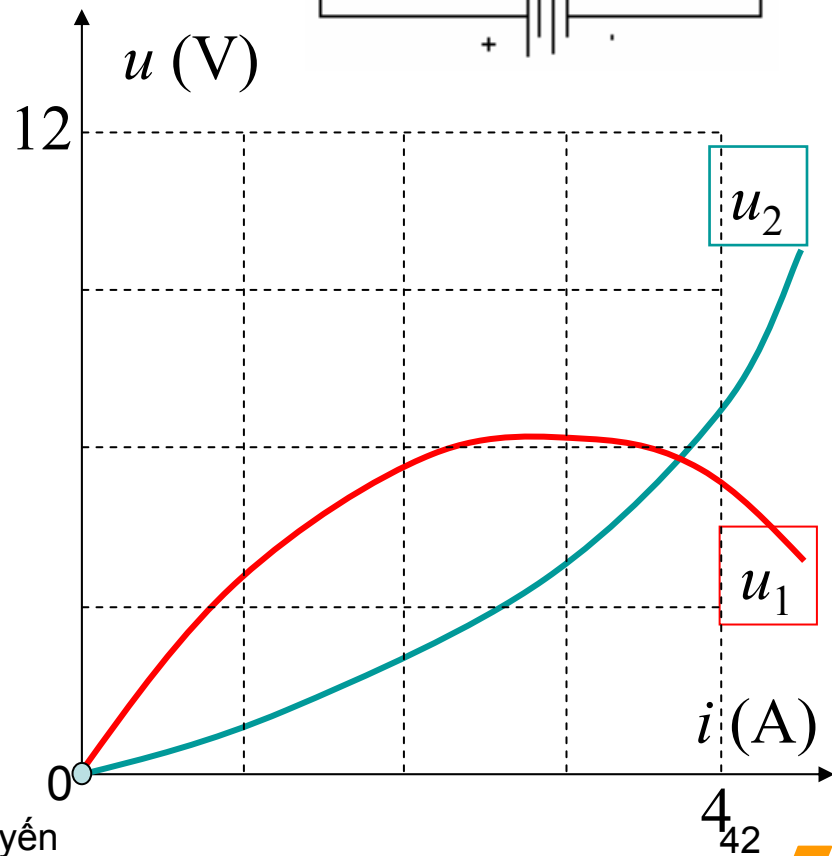
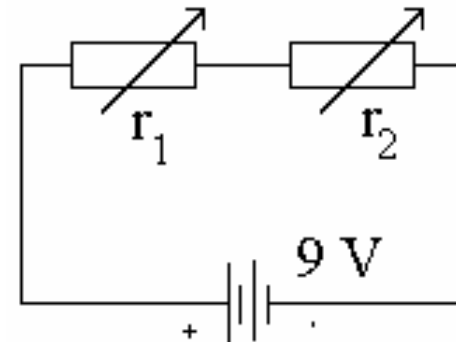
## VD2

# Phương pháp dò (6)

Tìm dòng điện trong mạch.

$$u_1(i) + u_2(i) = 9$$

$$i \rightarrow u_1(i), u_2(i) \rightarrow u_1(i) + u_2(i)$$



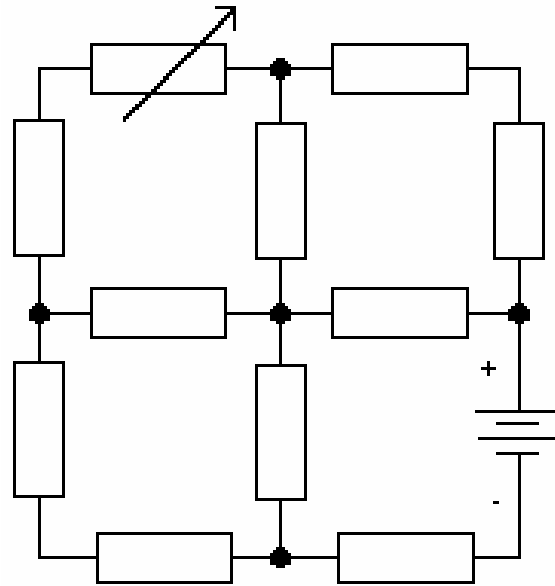
| $k$                                   | 1    | 2    | 3   |
|---------------------------------------|------|------|-----|
| $i^{(k)}$ (A)                         | 1    | 2    | 2,5 |
| $u_1^{(k)}$ (V)                       | 3,5  | 5,5  | 6,2 |
| $u_2^{(k)}$ (V)                       | 0,9  | 2,0  | 2,9 |
| $e^{(k)} = u_1^{(k)} + u_2^{(k)}$ (V) | 4,4  | 7,5  | 9,1 |
| $\frac{ e^{(k)} - 9 }{9}$ (%)         | 51,1 | 16,7 | 1,1 |

Mạch phi tuyến



## Phương pháp dò (7)

- Là phương pháp số
- Áp dụng cho mạch điện có nhiều phần tử phi tuyến
- Áp dụng cho phương trình 1 ẩn



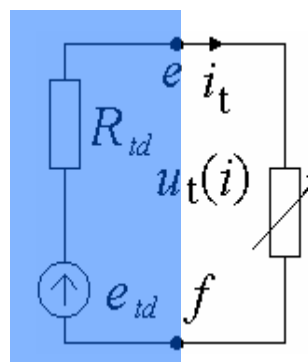
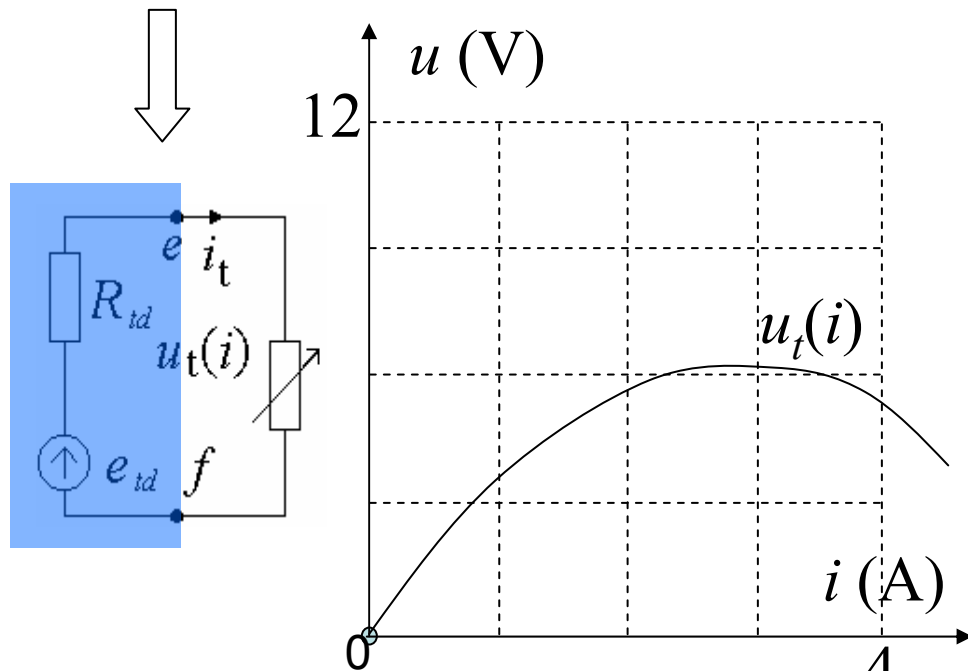
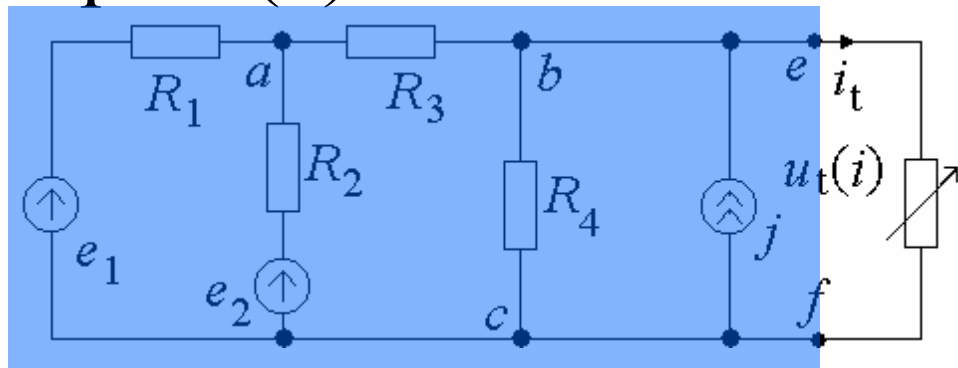
Mạch phi tuyến



**VD3**

Phương pháp dò (8)

$e_1 = 16 \text{ V}; e_2 = 9 \text{ V}; j = 2 \text{ A}; R_1 = 4 \Omega;$   
 $R_2 = 6 \Omega; R_3 = 2 \Omega; R_4 = 10 \Omega;$  Tính  $i_t$ .



Mạch phi tuyến

# Nội dung

- Giới thiệu
- Đặc tính của phần tử phi tuyến
- Chế độ xác lập
  - Chế độ hằng
    - Khái niệm
    - Phương pháp đồ thị
    - Phương pháp dò
    - **Phương pháp lặp**
    - Mạch từ
    - Mạch từ có nam châm vĩnh cửu
  - Chế độ dao động
- Chế độ quá độ
- Giải một số bài toán phi tuyến bằng máy tính



# Phương pháp lặp (1)

- Áp dụng cho dạng  $x = f(x)$
- Nghiệm: giao điểm của đường thẳng  $y = x$  & đường cong  $y = f(x)$

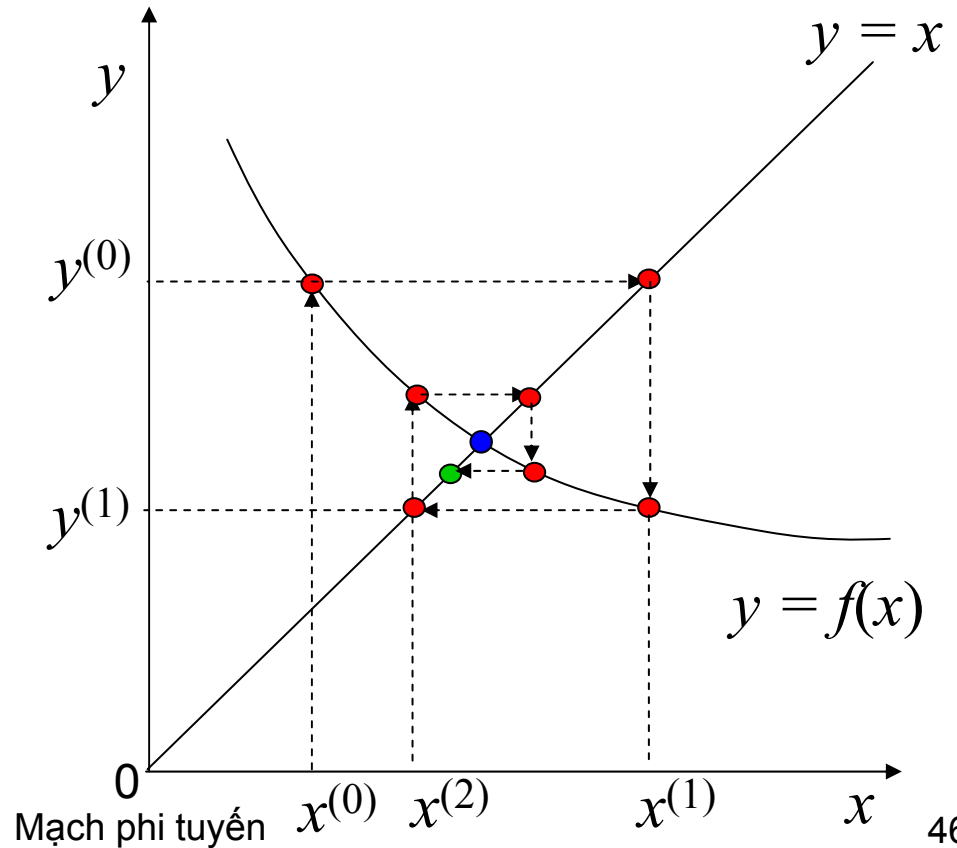
$$x^{(0)} \rightarrow y^{(0)} = f(x^{(0)})$$

$$x^{(1)} = y^{(0)} \rightarrow y^{(1)} = f(x^{(1)})$$

$$x^{(2)} = y^{(1)} \dots$$

$$x^{(n)} = y^{(n-1)}$$

$n = ?$

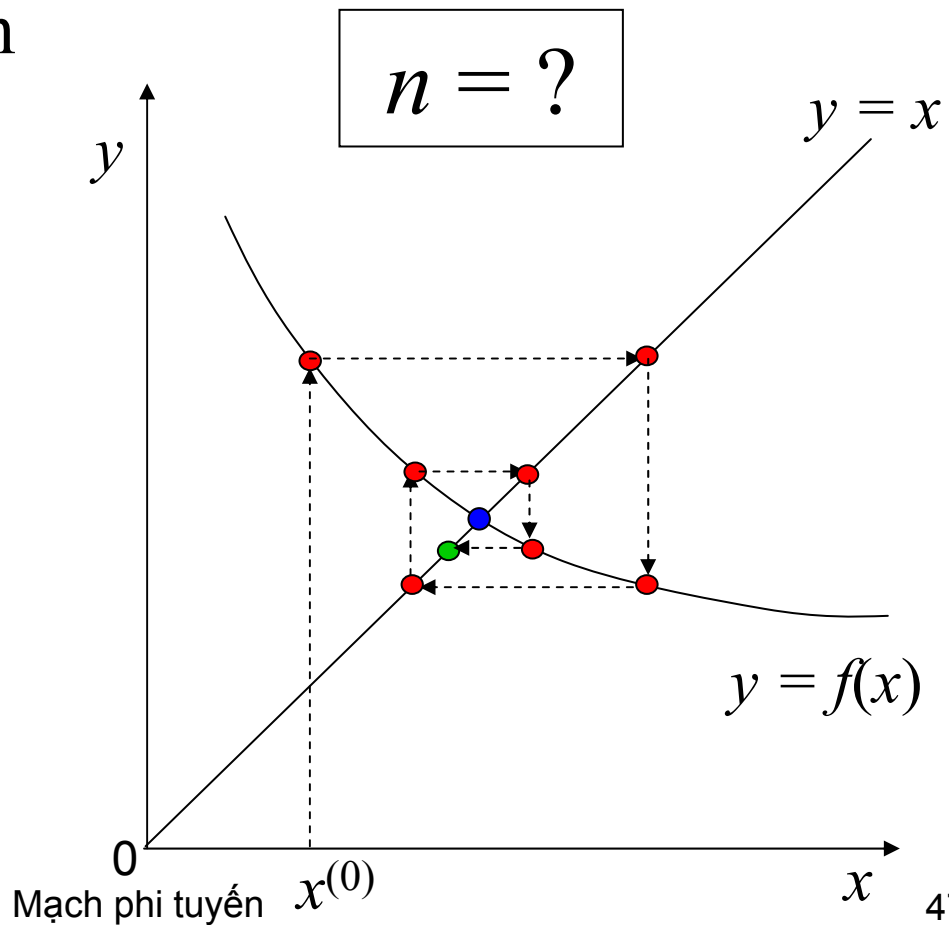


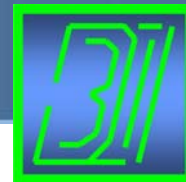


## Phương pháp lặp (2)

- Lặp đến khi nào thì đủ?
- Cho đến khi nghiệm gần đúng đủ sát với nghiệm đúng
- Thế nào là đủ sát?

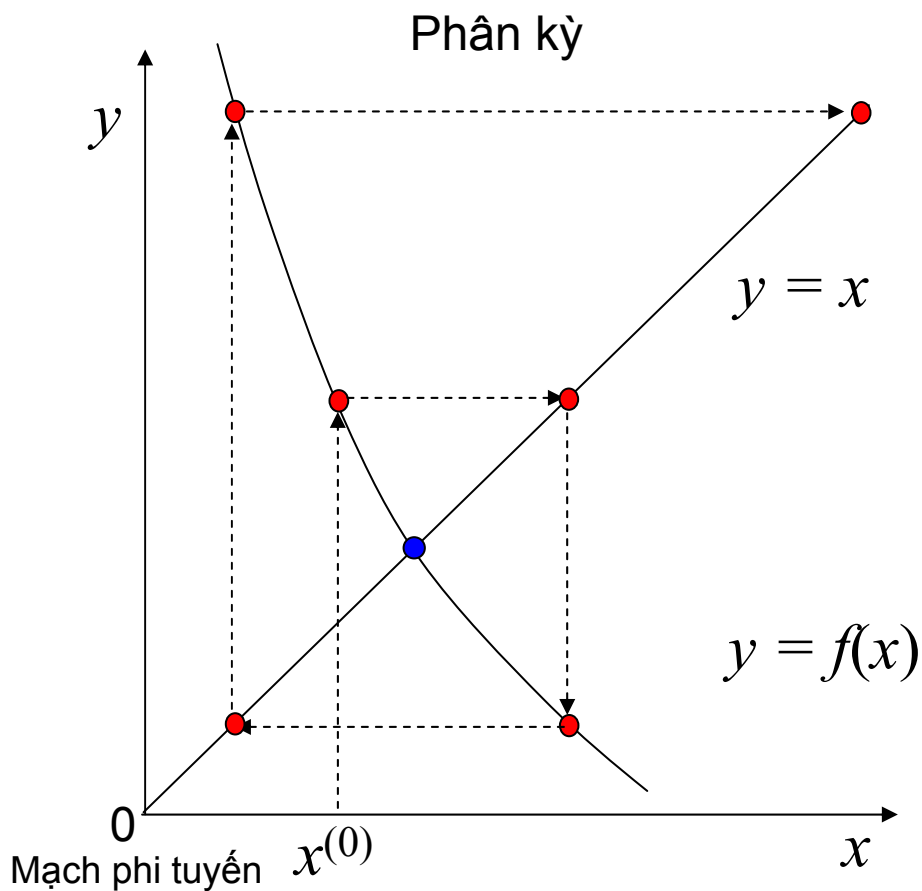
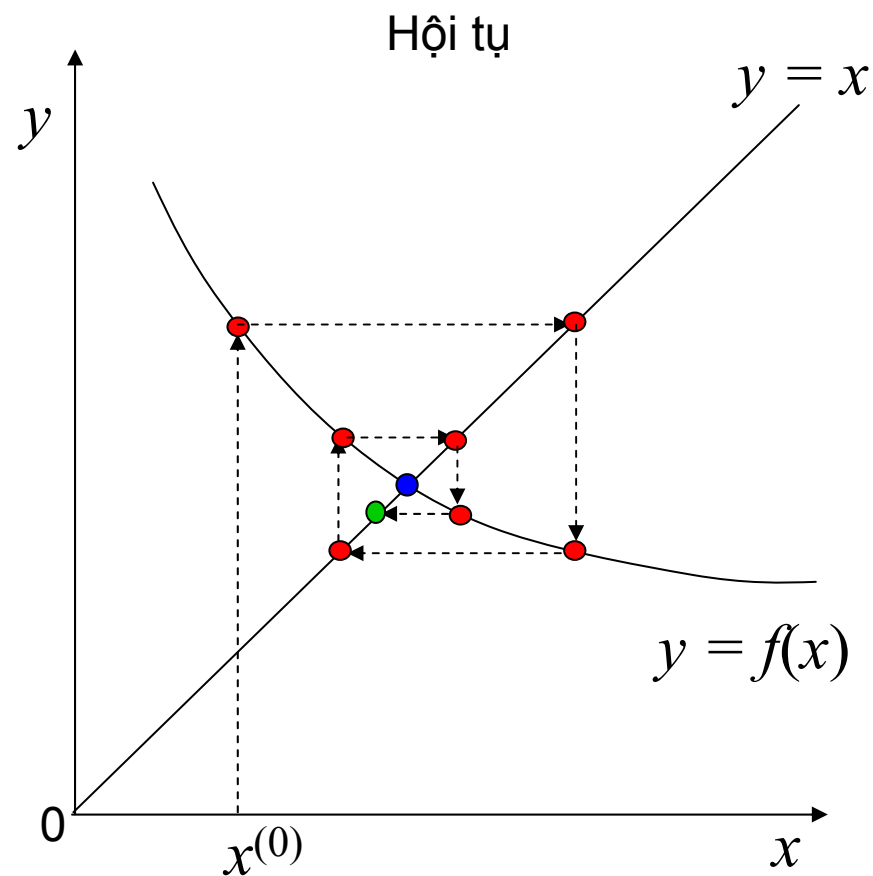
$$|x^{(n)} - x^{(n-1)}| \leq \gamma$$





# Phương pháp lặp (3)

Đường cong bên phải dốc hơn đường phân giác  $y = x$

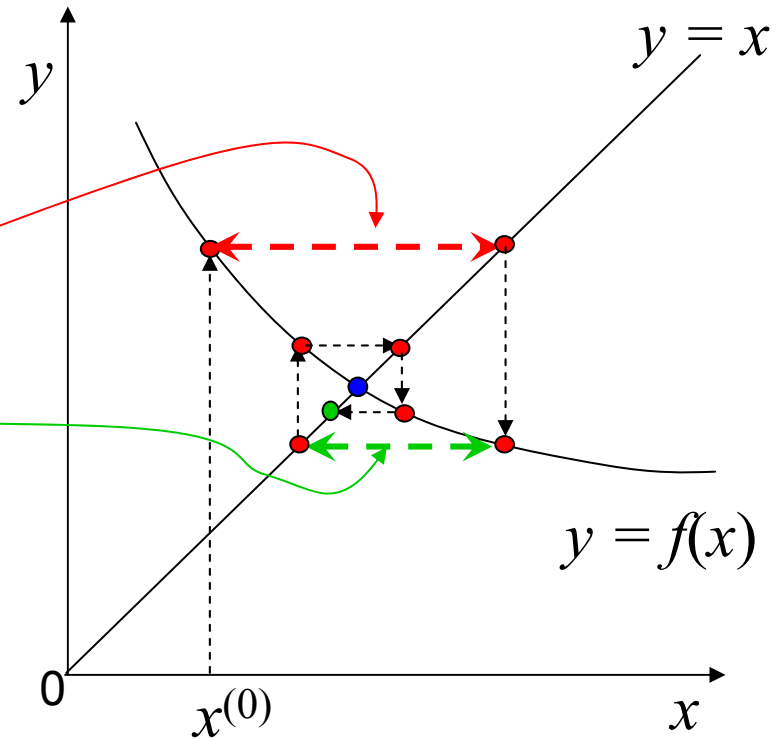






## Phương pháp lặp (4)

- Điều kiện hội tụ: đường cong  $f(x)$  ít dốc hơn đường phân giác  $y = x$
- $\rightarrow |f'(x)| < x' = 1$
- Đó là điều kiện gián tiếp
- Điều kiện trực tiếp:  
 $|x(n) - x(n-1)| < |x(n-1) - x(n-2)|$
- Tại sao phải xét điều kiện gián tiếp?
- Nếu không thoả mãn điều kiện hội tụ?





## Phương pháp lặp (5)

$$\begin{cases} x_1 = f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ x_2 = f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \dots \\ x_n = f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{cases}$$

$$\mathbf{X} = \mathbf{F}(\mathbf{X})$$

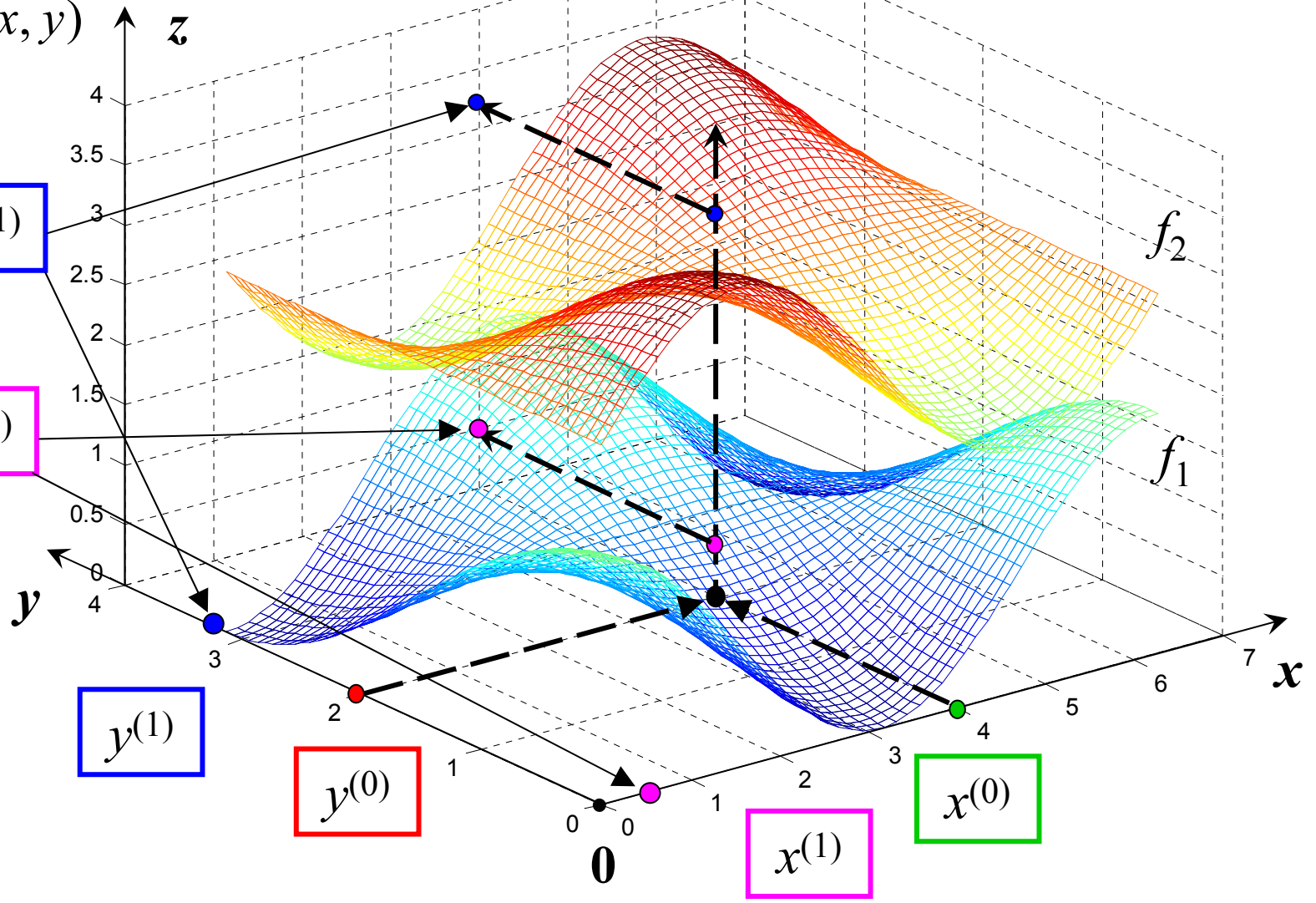


# Phương pháp lặp (6)

$$\begin{cases} x = f_1(x, y) \\ y = f_2(x, y) \end{cases}$$

$f_2^{(1)} = y^{(1)}$

$f_1^{(1)} = x^{(1)}$



$y^{(1)}$

$y^{(0)}$

$x^{(1)}$

$x^{(0)}$



## Phương pháp lặp (7)

- Điều kiện hội tụ của hệ đa biến?
- Cũng dùng độ nghiêng của hàm đa biến:

$$\text{độ\_nghiêng} < 1$$

- Độ nghiêng?

$$\max \left\{ \left| \sum_{k=1}^n \frac{\partial f_1}{\partial x_k} \right|, \left| \sum_{k=1}^n \frac{\partial f_2}{\partial x_k} \right|, \dots, \left| \sum_{k=1}^n \frac{\partial f_n}{\partial x_k} \right| \right\}$$

$$\sum_{k=1}^n \frac{\partial f_1}{\partial x_k} = \frac{\partial f_1}{\partial x_1} + \frac{\partial f_1}{\partial x_2} + \dots + \frac{\partial f_1}{\partial x_k}$$

- Điều kiện hội tụ:

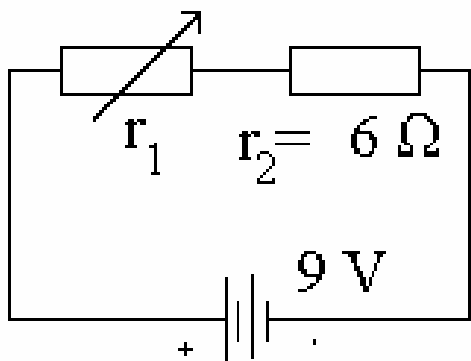
$$\max \left\{ \left| \sum_{k=1}^n \frac{\partial f_1}{\partial x_k} \right|, \left| \sum_{k=1}^n \frac{\partial f_2}{\partial x_k} \right|, \dots, \left| \sum_{k=1}^n \frac{\partial f_n}{\partial x_k} \right| \right\} < 1$$



**VD1**

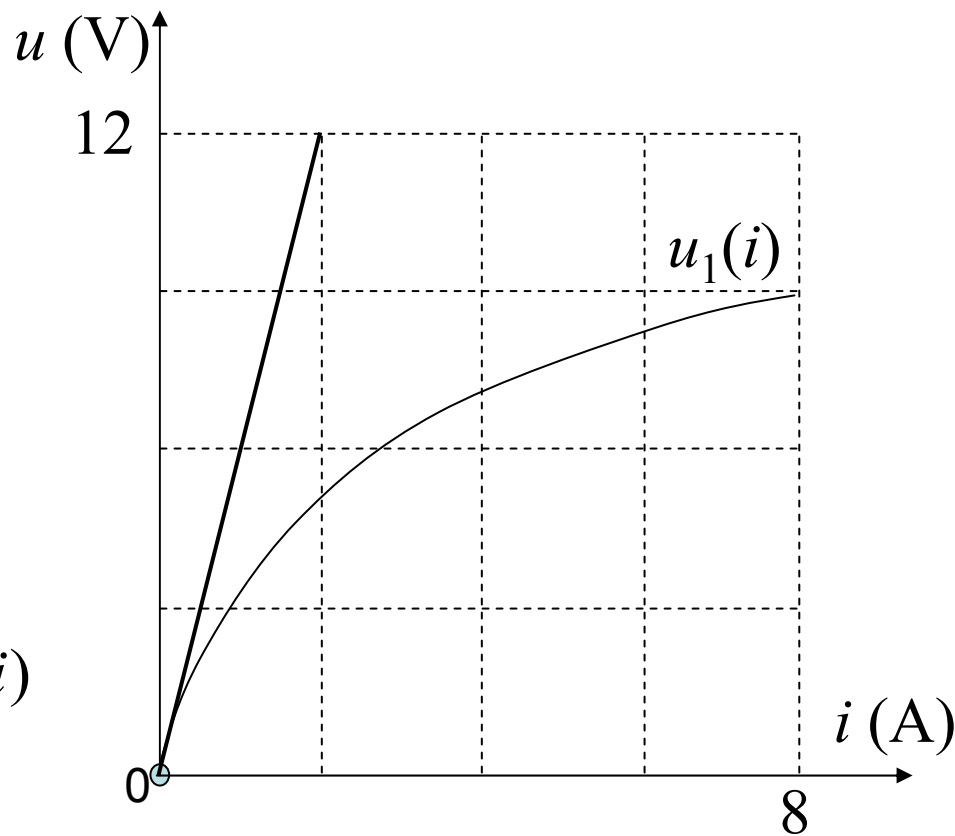
**Phương pháp lặp (8)**

Tìm miền hội tụ của dòng điện.



$$u_1(i) + r_2 i = 9$$

$$\rightarrow i = \frac{9 - u_1(i)}{r_2} = \frac{9 - u_1(i)}{6} = f(i)$$



$$\left| \frac{df(i)}{di} \right| < 1 \rightarrow \left| \frac{df(i)}{di} \right| = \left| \frac{d[9 - u_1(i)]}{6di} \right| = \frac{1}{6} \left| \frac{du_1(i)}{di} \right| < 1 \rightarrow \left| \frac{du_1(i)}{di} \right| < 6 \rightarrow i > 0$$


**VD2**

## Phương pháp lặp (9)

Cho hệ phương trình

$$\begin{cases} i_1 = 0,5 - 0,005u_1(i_1) + 0,003u_2(i_2) = f_1(i_1, i_2) \\ i_2 = 0,6 + 0,003u_1(i_1) - 0,004u_2(i_2) = f_2(i_1, i_2) \end{cases}$$

với  $u_1(i_1) = -221i_1^2 + 260i_1$ ;  $u_2(i_2) = -438i_2^2 + 405i_2$

Xét tính hội tụ của hệ tại  $i_1 = 0,2$ ;  $i_2 = 0,3$ .

$$\max \left\{ \left| \sum_{k=1}^n \frac{\partial f_1}{\partial x_k} \right|, \left| \sum_{k=1}^n \frac{\partial f_2}{\partial x_k} \right|, \dots, \left| \sum_{k=1}^n \frac{\partial f_n}{\partial x_k} \right| \right\} < 1$$

$$\rightarrow \max \left\{ \left| \left( \sum_{k=1}^2 \frac{\partial f_1}{\partial i_k} \right) \Big|_{i_1=0,2; i_2=0,3} \right|, \left| \left( \sum_{k=1}^2 \frac{\partial f_2}{\partial i_k} \right) \Big|_{i_1=0,2; i_2=0,3} \right| \right\} < 1$$

## VD2

# Phương pháp lặp (10)

Cho hệ phương trình 
$$\begin{cases} i_1 = 0,5 - 0,005u_1(i_1) + 0,003u_2(i_2) = f_1(i_1, i_2) \\ i_2 = 0,6 + 0,003u_1(i_1) - 0,004u_2(i_2) = f_2(i_1, i_2) \end{cases}$$

với  $u_1(i_1) = -221i_1^2 + 260i_1$ ;  $u_2(i_2) = -438i_2^2 + 405i_2$

Xét tính hội tụ của hệ tại  $i_1 = 0,2$ ;  $i_2 = 0,3$ .

$$\max \left\{ \left| \left( \sum_{k=1}^2 \frac{\partial f_1}{\partial i_k} \right) \Big|_{i_1=0,2; i_2=0,3} \right|, \left| \left( \sum_{k=1}^2 \frac{\partial f_2}{\partial i_k} \right) \Big|_{i_1=0,2; i_2=0,3} \right| \right\} < 1$$

$$\left| \left( \sum_{k=1}^2 \frac{\partial f_1}{\partial i_k} \right) \Big|_{i_1=0,2; i_2=0,3} \right| = \left| \frac{\partial f_1}{\partial i_1} \Big|_{i_1=0,2} + \frac{\partial f_1}{\partial i_2} \Big|_{i_2=0,3} \right|$$

$$\left| \left( \sum_{k=1}^2 \frac{\partial f_2}{\partial i_k} \right) \Big|_{i_1=0,2; i_2=0,3} \right| = \left| \frac{\partial f_2}{\partial i_1} \Big|_{i_1=0,2} + \frac{\partial f_2}{\partial i_2} \Big|_{i_2=0,3} \right|$$

Mạch phi tuyến

## VD2

# Phương pháp lặp (11)

Cho hệ phương trình 
$$\begin{cases} i_1 = 0,5 - 0,005u_1(i_1) + 0,003u_2(i_2) = f_1(i_1, i_2) \\ i_2 = 0,6 + 0,003u_1(i_1) - 0,004u_2(i_2) = f_2(i_1, i_2) \end{cases}$$

với  $u_1(i_1) = -221i_1^2 + 260i_1$ ;  $u_2(i_2) = -438i_2^2 + 405i_2$

Xét tính hội tụ của hệ tại  $i_1 = 0,2$ ;  $i_2 = 0,3$ .

$$\left| \left( \sum_{k=1}^2 \frac{\partial f_1}{\partial i_k} \right) \right|_{i_1=0,2; i_2=0,3} = \left| \frac{\partial f_1}{\partial i_1} \right|_{i_1=0,2} + \left| \frac{\partial f_1}{\partial i_2} \right|_{i_2=0,3}$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial i_1} = -0,005 \frac{du_1}{di_1} = 2,21i_1 - 1,3 \rightarrow \left. \frac{\partial f_1}{\partial i_1} \right|_{i_1=0,2} = -0,858$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial i_2} = 0,003 \frac{du_2}{di_2} = -2,628i_2 + 1,215 \rightarrow \left. \frac{\partial f_1}{\partial i_2} \right|_{i_2=0,3} = 0,427$$




**VD2**

## Phương pháp lặp (12)

Cho hệ phương trình

$$\begin{cases} i_1 = 0,5 - 0,005u_1(i_1) + 0,003u_2(i_2) = f_1(i_1, i_2) \\ i_2 = 0,6 + 0,003u_1(i_1) - 0,004u_2(i_2) = f_2(i_1, i_2) \end{cases}$$

với  $u_1(i_1) = -221i_1^2 + 260i_1$ ;  $u_2(i_2) = -438i_2^2 + 405i_2$

Xét tính hội tụ của hệ tại  $i_1 = 0,2$ ;  $i_2 = 0,3$ .

$$\left| \left( \sum_{k=1}^2 \frac{\partial f_1}{\partial i_k} \right) \right|_{i_1=0,2; i_2=0,3} = \left| \frac{\partial f_1}{\partial i_1} \right|_{i_1=0,2} + \left| \frac{\partial f_1}{\partial i_2} \right|_{i_2=0,3}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial f_1}{\partial i_1} \Big|_{i_1=0,2} &= -0,858 \\ \frac{\partial f_1}{\partial i_2} \Big|_{i_2=0,3} &= 0,427 \end{aligned} \right\} \rightarrow \left| \left( \sum_{k=1}^2 \frac{\partial f_1}{\partial i_k} \right) \right|_{i_1=0,2; i_2=0,3} =$$

$$= |-0,858 + 0,427| = 0,431$$

**VD2**

# Phương pháp lặp (13)

Cho hệ phương trình 
$$\begin{cases} i_1 = 0,5 - 0,005u_1(i_1) + 0,003u_2(i_2) = f_1(i_1, i_2) \\ i_2 = 0,6 + 0,003u_1(i_1) - 0,004u_2(i_2) = f_2(i_1, i_2) \end{cases}$$
  
 với  $u_1(i_1) = -221i_1^2 + 260i_1$ ;  $u_2(i_2) = -438i_2^2 + 405i_2$   
 Xét tính hội tụ của hệ tại  $i_1 = 0,2$ ;  $i_2 = 0,3$ .

$$\left| \left( \sum_{k=1}^2 \frac{\partial f_1}{\partial i_k} \right) \right|_{i_1=0,2; i_2=0,3} = 0,431; \quad \left| \left( \sum_{k=1}^2 \frac{\partial f_2}{\partial i_k} \right) \right|_{i_1=0,2; i_2=0,3} = \left| \frac{\partial f_2}{\partial i_1} \right|_{i_1=0,2} + \left| \frac{\partial f_2}{\partial i_2} \right|_{i_2=0,3}$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial i_1} = 0,003 \frac{du_1}{di_1} = -1,326i_1 + 0,78 \rightarrow \left. \frac{\partial f_2}{\partial i_1} \right|_{i_1=0,2} = 0,515$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial i_2} = -0,004 \frac{du_2}{di_2} = 3,504i_2 - 1,62 \rightarrow \left. \frac{\partial f_2}{\partial i_2} \right|_{i_2=0,3} = -0,569$$

**VD2**

# Phương pháp lặp (14)

Cho hệ phương trình 
$$\begin{cases} i_1 = 0,5 - 0,005u_1(i_1) + 0,003u_2(i_2) = f_1(i_1, i_2) \\ i_2 = 0,6 + 0,003u_1(i_1) - 0,004u_2(i_2) = f_2(i_1, i_2) \end{cases}$$
  
 với  $u_1(i_1) = -221i_1^2 + 260i_1$ ;  $u_2(i_2) = -438i_2^2 + 405i_2$   
 Xét tính hội tụ của hệ tại  $i_1 = 0,2$ ;  $i_2 = 0,3$ .

$$\left| \left( \sum_{k=1}^2 \frac{\partial f_2}{\partial i_k} \right) \right|_{i_1=0,2; i_2=0,3} = \left| \frac{\partial f_2}{\partial i_1} \right|_{i_1=0,2} + \left| \frac{\partial f_2}{\partial i_2} \right|_{i_2=0,3} \right\} \rightarrow \left| \left( \sum_{k=1}^2 \frac{\partial f_2}{\partial i_k} \right) \right|_{i_1=0,2; i_2=0,3} =$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial f_2}{\partial i_1} \Big|_{i_1=0,2} &= 0,515 \\ \frac{\partial f_2}{\partial i_2} \Big|_{i_2=0,3} &= -0,569 \end{aligned} \right\} = |0,515 - 0,569| = 0,054$$

**VD2**

# Phương pháp lặp (15)

Cho hệ phương trình  $\begin{cases} i_1 = 0,5 - 0,005u_1(i_1) + 0,003u_2(i_2) = f_1(i_1, i_2) \\ i_2 = 0,6 + 0,003u_1(i_1) - 0,004u_2(i_2) = f_2(i_1, i_2) \end{cases}$   
 với  $u_1(i_1) = -221i_1^2 + 260i_1$ ;  $u_2(i_2) = -438i_2^2 + 405i_2$   
 Xét tính hội tụ của hệ tại  $i_1 = 0,2$ ;  $i_2 = 0,3$ .

$$\max \left\{ \left| \left( \sum_{k=1}^2 \frac{\partial f_1}{\partial i_k} \right) \Big|_{i_1=0,2; i_2=0,3} \right|, \left| \left( \sum_{k=1}^2 \frac{\partial f_2}{\partial i_k} \right) \Big|_{i_1=0,2; i_2=0,3} \right\} < 1$$

$$\left| \left( \sum_{k=1}^2 \frac{\partial f_1}{\partial i_k} \right) \Big|_{i_1=0,2; i_2=0,3} \right| = 0,431$$

$$\left| \left( \sum_{k=1}^2 \frac{\partial f_2}{\partial i_k} \right) \Big|_{i_1=0,2; i_2=0,3} \right| = 0,054$$

→  $\max \{0,431; 0,054\} < 1$

## VD2

# Phương pháp lặp (16)

Cho hệ phương trình 
$$\begin{cases} i_1 = 0,5 - 0,005u_1(i_1) + 0,003u_2(i_2) = f_1(i_1, i_2) \\ i_2 = 0,6 + 0,003u_1(i_1) - 0,004u_2(i_2) = f_2(i_1, i_2) \end{cases}$$

với  $u_1(i_1) = -221i_1^2 + 260i_1$ ;  $u_2(i_2) = -438i_2^2 + 405i_2$

Xét tính hội tụ của hệ tại  $i_1 = 0,2$ ;  $i_2 = 0,3$ .

$$\max \left\{ \left| \left( \sum_{k=1}^2 \frac{\partial f_1}{\partial i_k} \right) \Big|_{i_1=0,2; i_2=0,3} \right|, \left| \left( \sum_{k=1}^2 \frac{\partial f_2}{\partial i_k} \right) \Big|_{i_1=0,2; i_2=0,3} \right| \right\} < 1$$

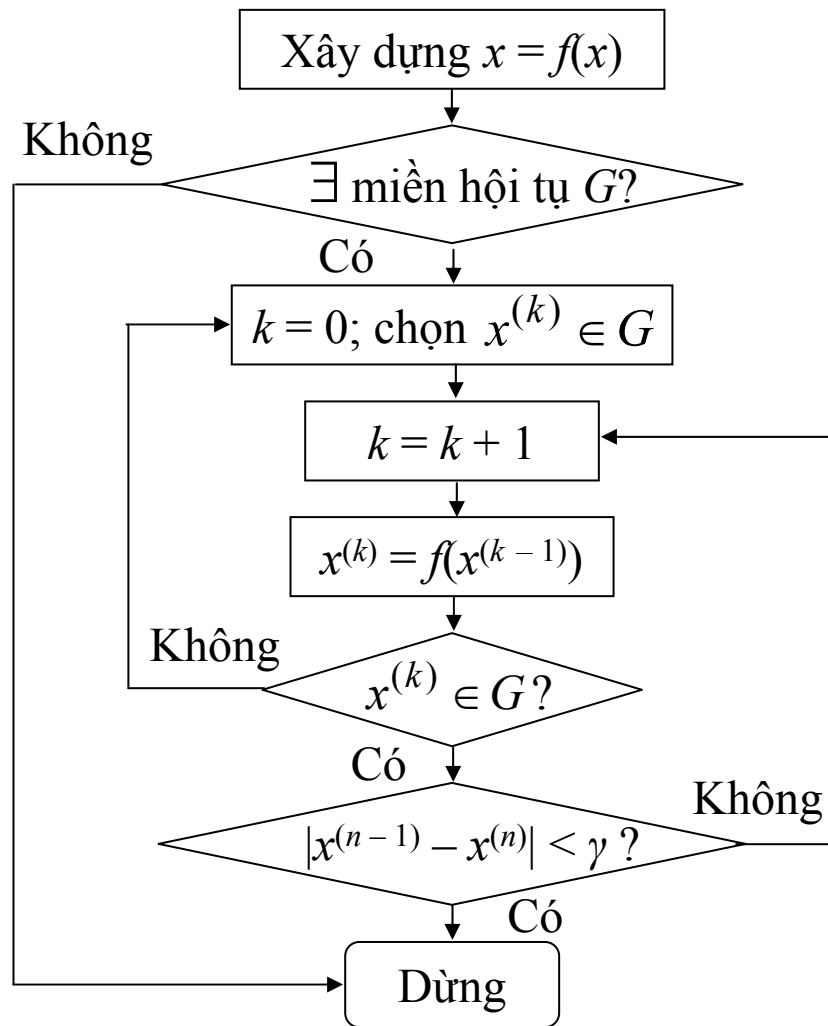
$$\rightarrow \max \{0,431; 0,054\} < 1$$

$$\rightarrow 0,431 < 1 \text{ (đúng)}$$

→ Hệ phương trình hội tụ tại  $i_1 = 0,2$ ;  $i_2 = 0,3$



# Phương pháp lặp (17)





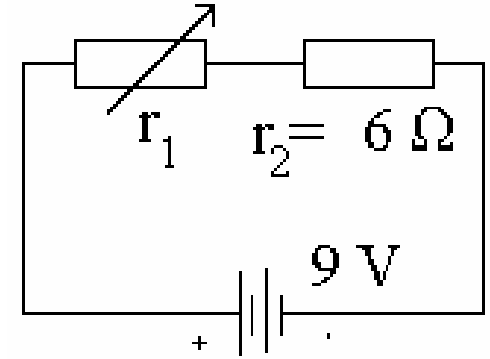
**VD3**

**Phương pháp lặp (18)**

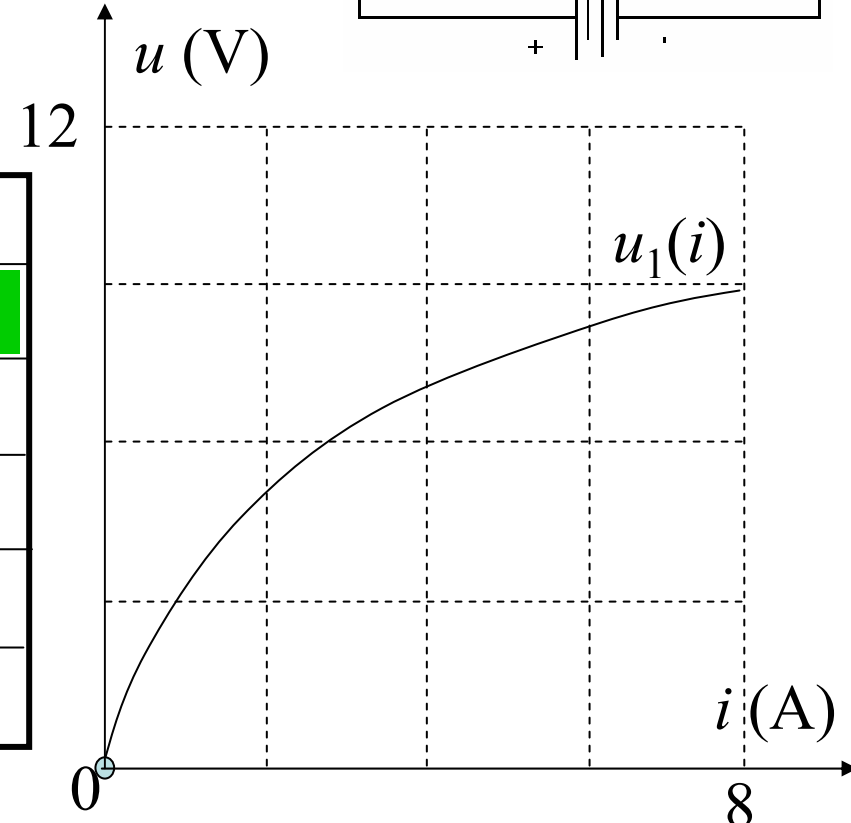
Giải mạch điện bằng phương pháp lặp,  $\gamma = 0,1$ .

$$u_1(i) + r_2 i = 9 \rightarrow i = \frac{9 - u_1(i)}{r_2} = \frac{9 - u_1(i)}{6} = f(i)$$

(theo VD1)  $f(i)$  hội tụ với  $i > 0$ .



| $k$                          | 1   | 2    | 3    | 4    | 5    |
|------------------------------|-----|------|------|------|------|
| $i^{(k)}$ (A)                | 0   | 1,5  | 0,77 | 1,05 | 0,93 |
| $u_1^{(k)}$ (V)              | 0   | 4,4  | 2,7  | 3,4  | 3,0  |
| $9 - u_1^{(k)}$ (V)          | 9   | 4,6  | 6,3  | 5,6  | 6,0  |
| $i^{(k+1)} = f(i^{(k)})$ (A) | 1,5 | 0,77 | 1,05 | 0,93 | 1,0  |
| $ i^{(k)} - i^{(k+1)} $ (A)  | 1,5 | 0,73 | 0,28 | 0,12 | 0,07 |



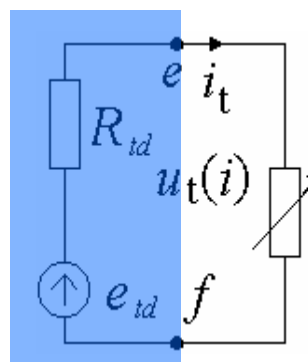
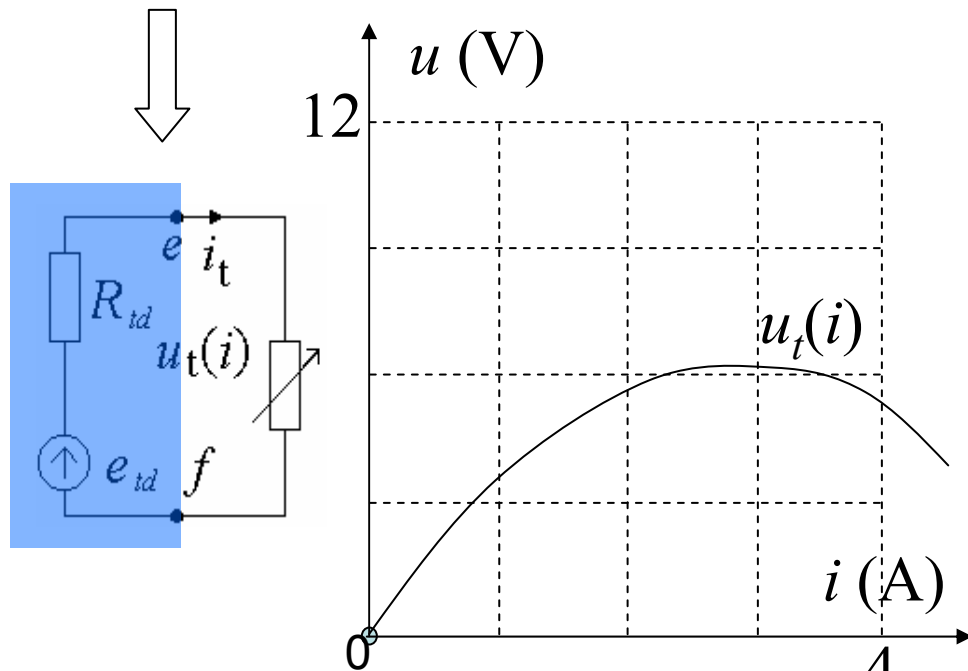
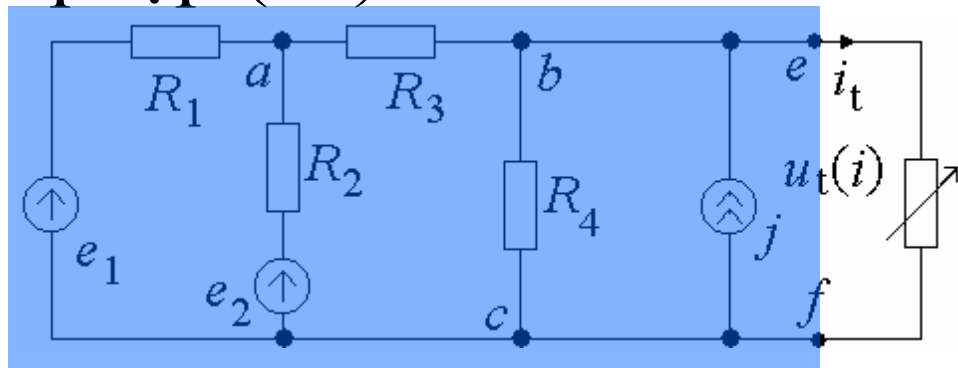
Mạch phi tuyến



**VD4**

**Phương pháp lặp (19)**

$e_1 = 16 \text{ V}; e_2 = 9 \text{ V}; j = 2 \text{ A}; R_1 = 4 \Omega;$   
 $R_2 = 6 \Omega; R_3 = 2 \Omega; R_4 = 10 \Omega;$  Tính  $i_t$ .



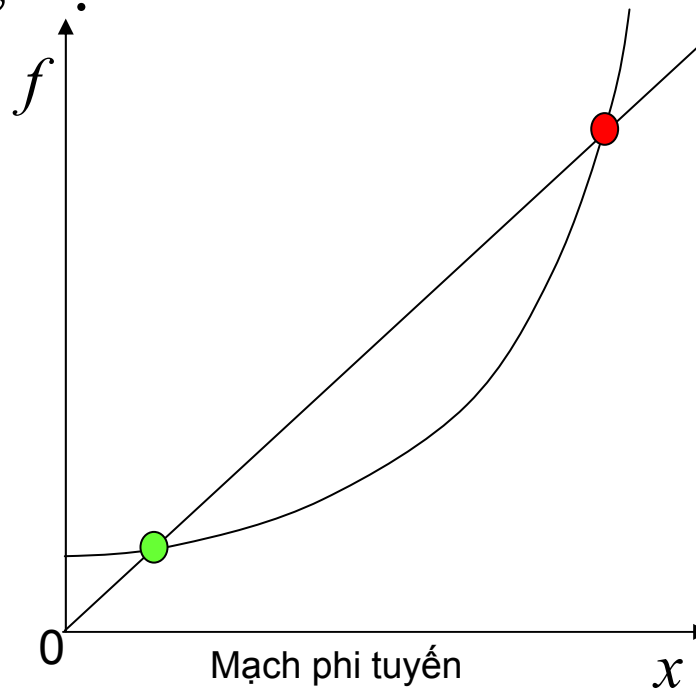
Mạch phi tuyến





## Phương pháp lặp (20)

- Là phương pháp số
- Trước khi tính toán phải xét xem có hội tụ không
- Phương pháp này chỉ tìm được nghiệm chứ không tìm được tất cả các nghiệm



# Nội dung

- Giới thiệu
- Đặc tính của phần tử phi tuyến
- Chế độ xác lập
  - Chế độ hằng
    - Khái niệm
    - Phương pháp đồ thị
    - Phương pháp dò
    - Phương pháp lặp
    - **Mạch từ**
      - Mạch từ có nam châm vĩnh cửu
  - Chế độ dao động
- Chế độ quá độ
- Giải một số bài toán phi tuyến bằng máy tính

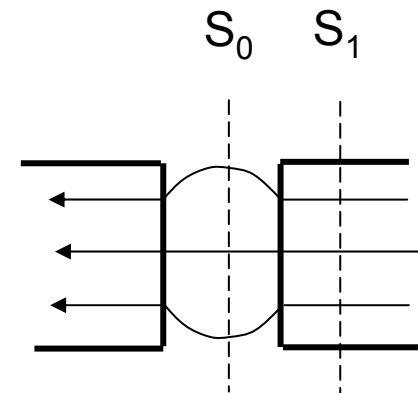
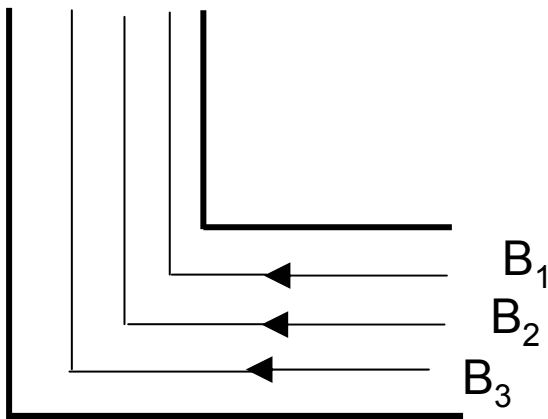
## Mạch từ (1)

- Mô hình hoá sự phân bố dòng từ thông của lõi thép (của, ví dụ, máy biến áp)
- Có tính phi tuyến (quan hệ giữa cường độ từ trường  $H$  & cường độ từ cảm  $B$ )
- Có sự tương tự giữa mạch từ & mạch điện một chiều  $\rightarrow$  có thể áp dụng các phương pháp giải mạch điện phi tuyến (DC) cho mạch từ
- Mạch từ có ít nhánh & ít nút
- Cặp biến của một đoạn mạch: dòng từ & áp từ



## Mạch từ (2)

- Các giả thiết gần đúng:
  - Từ trường không rò vào không khí
  - Kích thước dọc (dọc theo đường sức)  $\gg$  kích thước ngang (vuông góc với đường sức)
    - $\rightarrow B_1 = B_2 = B_3 = B_{\text{trung bình}}$
  - Khe hở không khí (nếu có)  $\ll$  kích thước tiết diện
    - $\rightarrow S_0 = S_1$

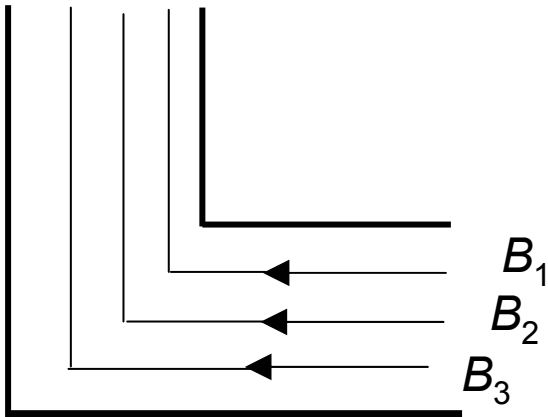




## Mạch từ (3)

- Cặp biến của một đoạn mạch: dòng từ & áp từ
- Dòng từ:

$$\left. \begin{aligned} \phi &= \iint_S B dS \\ B_1 &= B_2 = B_3 = B_{\text{trung bình}} \end{aligned} \right\} \rightarrow \phi = BS$$



$B$ : T

$S$ : m<sup>2</sup>

$\Phi$ : Wb

## Mạch từ (4)

- Luật Kirchhoff 1 cho dòng từ:  
“Tổng đại số các dòng từ thông ở một đỉnh triệt tiêu”  
$$\sum \Phi_k = 0$$
- (xuất phát từ tính chất liên tục của từ thông)

## Mạch từ (5)

- Cặp biến của một đoạn mạch: dòng từ & áp từ
- Áp từ:

$$u_M = Hl$$

- trong đó  $H$  : cường độ từ trường (A/m)  
 $l$  : độ dài đoạn mạch (m)
- Áp từ là đại lượng dùng cho tính toán, không phải đại lượng vật lý

## Mạch từ (6)

- Luật Kirchhoff 2 cho áp từ:  
“Trong một vòng kín tổng đại số các áp từ bằng tổng đại số các suất từ động”

$$\sum u_{Mk} = \sum F_k$$

trong đó  $u_{Mk} = H_k l_k$

$$F_k = w_k i_k \quad \text{với} \quad w_k: \text{ số vòng dây}$$

$$i_k: \text{ dòng chạy trong vòng dây}$$

- Chiều của  $F_k$  tuân theo quy tắc vắn nút chai



## Mạch từ (7)

- Từ trở:

$$r_M = \frac{u_M}{\phi} = \frac{Hl}{BS}$$

- Từ dẫn:

$$g_M = \frac{\phi}{u_M} = \frac{BS}{Hl}$$

- Quan hệ giữa  $B$  &  $H$ :

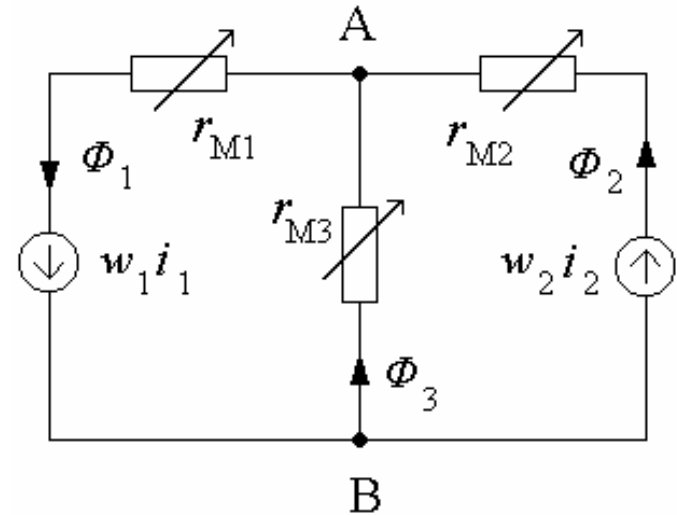
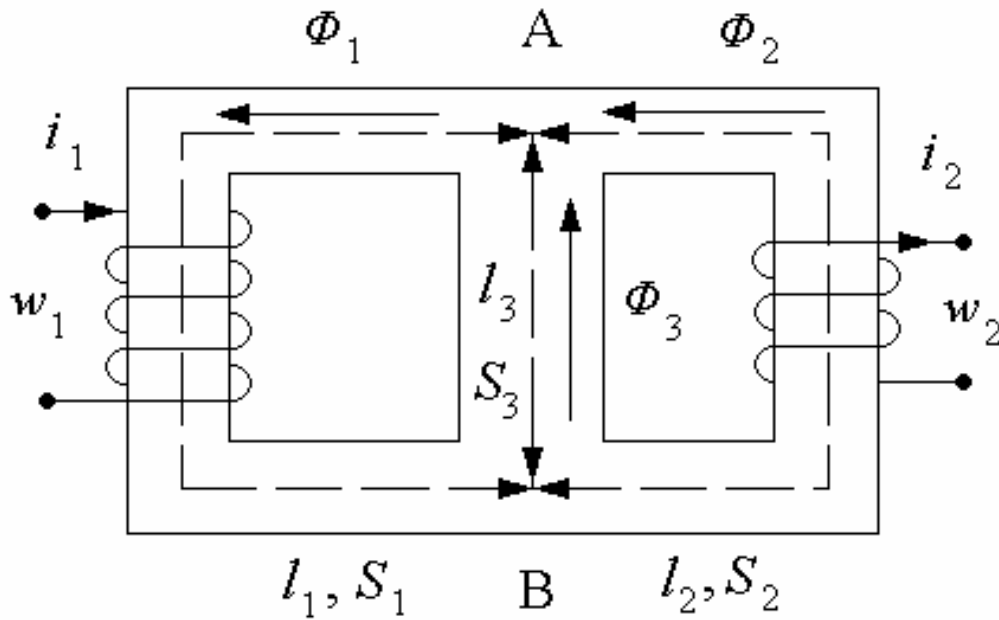
– Vật liệu sắt từ: phi tuyến  $\rightarrow r_M$  &  $g_M$  phi tuyến

– Vật liệu khác:  $B = \mu_0 H$   $\rightarrow r_M$  &  $g_M$  tuyến tính

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$$



## Mạch từ (8)



$$-\phi_1 + \phi_2 + \phi_3 = 0 \quad \rightarrow \quad -B_1 S_1 + B_2 S_2 + B_3 S_3 = 0$$

$$u_{M1} + u_{M2} = F_1 + F_2 \quad \rightarrow \quad H_1 l_1 + H_2 l_2 = w_1 i_1 + w_2 i_2$$

## Mạch từ (9)

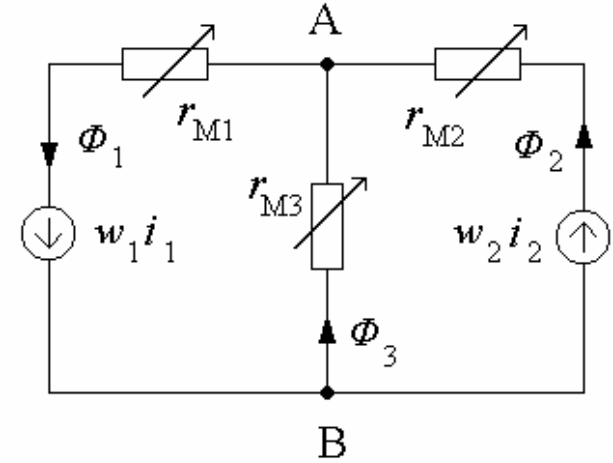
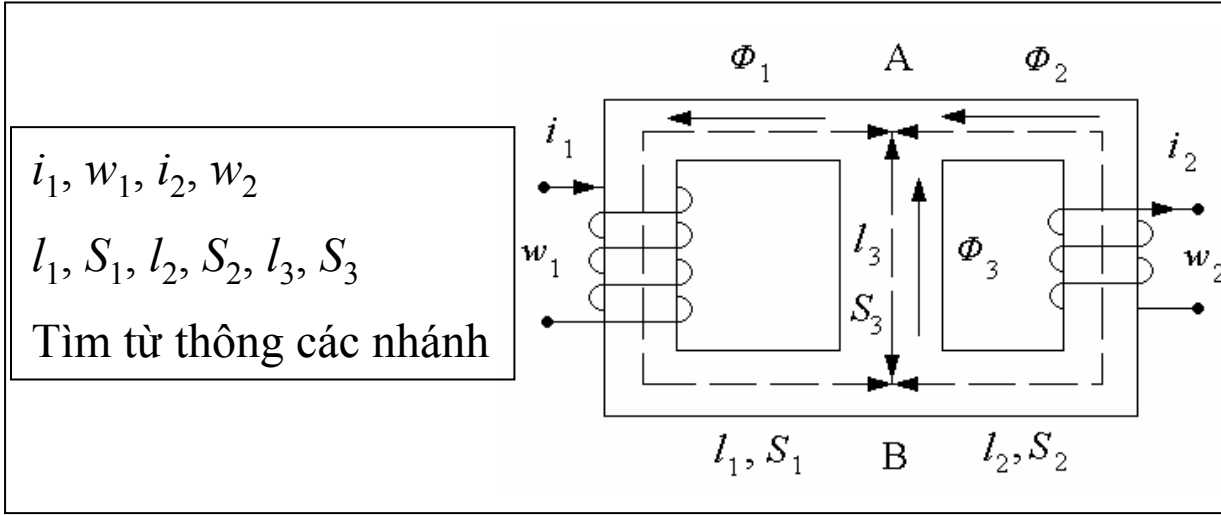
| Mạch điện             | Mạch từ                  |
|-----------------------|--------------------------|
| $i$                   | $\Phi = BS$              |
| $u$                   | $u_M = Hl$               |
| $r$                   | $r_g$                    |
| $\sum i_k = 0$        | $\sum \Phi_k = 0$        |
| $\sum u_k = \sum e_k$ | $\sum u_{Mk} = \sum F_k$ |

Áp dụng các phương pháp giải mạch điện cho mạch từ



**VD1**

**Mạch từ (10)**



$$\begin{cases} \phi_1 - \phi_2 - \phi_3 = 0 \\ u_{M1} + u_{M3} = F_1 \\ u_{M2} - u_{M3} = F_2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} B_1 S_1 - B_2 S_2 - B_3 S_3 = 0 \quad (1) \\ H_1 l_1 + H_3 l_3 = w_1 i_1 \quad (2) \\ H_2 l_2 - H_3 l_3 = w_2 i_2 \quad (3) \end{cases}$$

$B_1 \xrightarrow{\text{Tra bảng/đồ thị}} H_1 \xrightarrow{(2)} H_3 \xrightarrow{\text{Tra bảng/đồ thị}} B_3$

$B_1 \left. \begin{matrix} \xrightarrow{(1)} B_2 \\ \xrightarrow{(3)} H_2 \end{matrix} \right\} \xrightarrow{\text{Tra bảng/đồ thị}} H_2 \xrightarrow{(3)} H_2 l_2 - H_3 l_3 = w_2 i_2$

?

# Nội dung

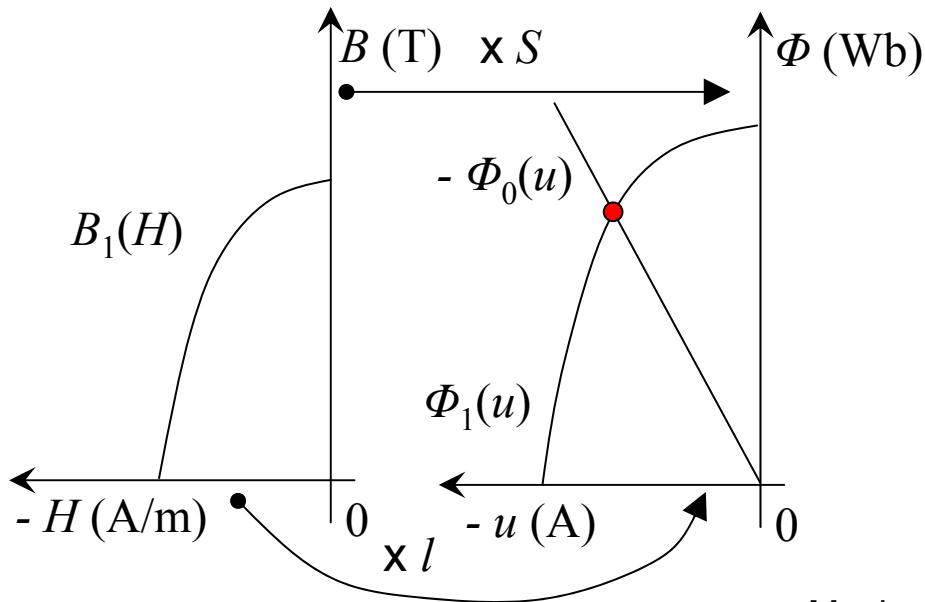
- Giới thiệu
- Đặc tính của phần tử phi tuyến
- Chế độ xác lập
  - Chế độ hằng
    - Khái niệm
    - Phương pháp đồ thị
    - Phương pháp dò
    - Phương pháp lặp
    - Mạch từ
    - **Mạch từ có nam châm vĩnh cửu**
  - Chế độ dao động
- Chế độ quá độ
- Giải một số bài toán phi tuyến bằng máy tính



## Mạch từ có nam châm vĩnh cửu

- Nếu không có các  $F$  khác thì đặc tính làm việc của nam châm vĩnh cửu nằm trong góc II  $\rightarrow B$  &  $H$  ngược dấu
- Phương trình K2:

$$H_1 l_1 + H_0 l_0 = 0 \leftrightarrow H_1 l_1 = -H_0 l_0 \leftrightarrow \Phi_1(u) = -\Phi_0(u)$$



$$\left\{ \begin{array}{l} H_0 = \frac{u_0}{l_0} \leftarrow u_0 = H_0 l_0 \\ \phi_0 = B_0 S_0 = \mu_0 H_0 S_0 \\ \downarrow \\ H_0 = \frac{\phi_0}{\mu_0 S_0} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{u_0}{l_0} = \frac{\phi_0}{\mu_0 S_0} \\ \downarrow \\ \phi_0 = u_0 \frac{\mu_0 S_0}{l_0} \end{array} \right.$$

# Nội dung

- Giới thiệu
- Đặc tính của phần tử phi tuyến
- Chế độ xác lập
  - Chế độ hằng
  - **Chế độ dao động**
    - **Khái niệm**
    - **Phương pháp cân bằng điều hoà**
    - **Phương pháp tuyến tính điều hoà**
    - **Phương pháp tuyến tính hoá đoạn đặc tính làm việc**
    - **Phương pháp đồ thị**
    - **Tự dao động**
- Chế độ quá độ
- Giải một số bài toán phi tuyến bằng máy tính

## Khái niệm (1)

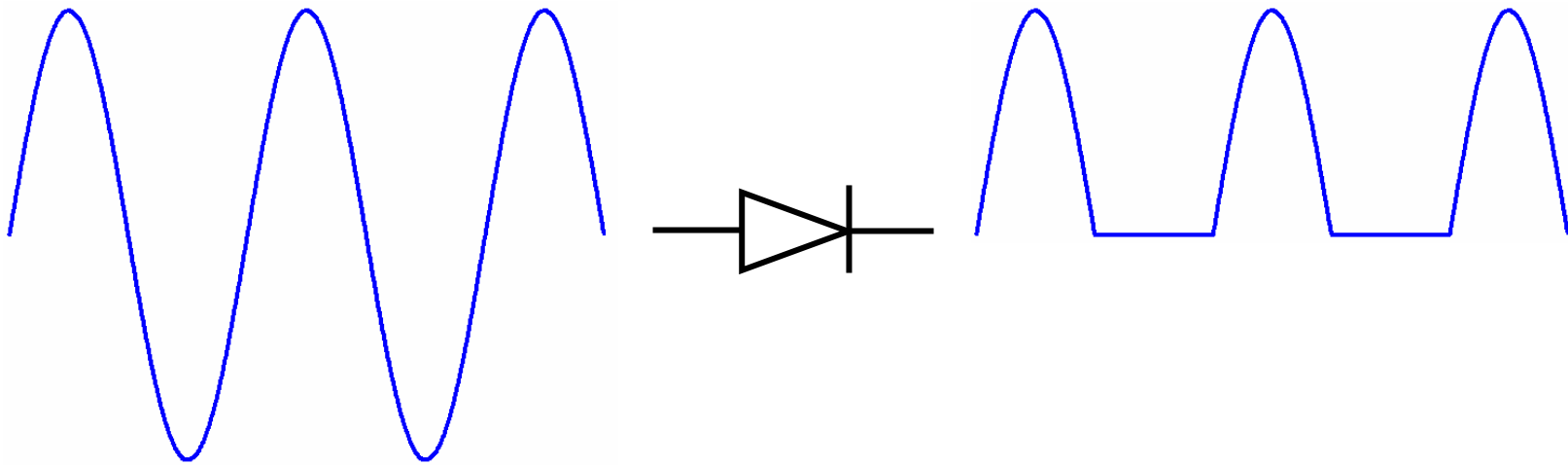
- $u, i, \Phi, q$  là các hàm chu kỳ theo thời gian
- 2 kiểu dao động:
  - Cường bức: có kích thích chu kỳ
  - Tự dao động: chu kỳ đáp ứng  $\neq$  chu kỳ kích thích
- Mô hình toán: phương trình vi phân
- Các vấn đề của PTVP:
  - Tồn tại nghiệm: giả thiết là nghiệm tồn tại  $\rightarrow$  chỉ tìm nghiệm
  - Nghiệm ổn định:
    - ổn định  $\rightarrow$  dao động xác lập
    - không ổn định  $\rightarrow$  coi như vô nghiệm
  - Sơ kiện
    - mạch tuyến tính: dao động không phụ thuộc sơ kiện
    - mạch phi tuyến: dao động có thể phụ thuộc sơ kiện





## Khái niệm (2)

- Tính chất
  - Tạo tần:  $\omega \rightarrow 2\omega, 3\omega, 4\omega, \dots$



## Khái niệm (2)

- Tính chất
  - Tạo tần:  $\omega \rightarrow 2\omega, 3\omega, 4\omega, \dots$
  - Đa dao động/đa trạng thái (tần số có thể phụ thuộc sơ kiện)
- Ý nghĩa: bộ khuếch đại, máy phát sóng, role, ...
- Phương pháp:
  - Cân bằng điều hoà
  - Tuyến tính điều hoà
  - Tuyến tính hoá đoạn đặc tính làm việc
  - Đồ thị

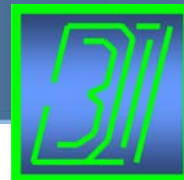
# Cân bằng điều hoà (1)

- Là phương pháp giải tích
- Mô tả mạch:

$$F(x, x', \dots, t) = 0 \quad (1)$$

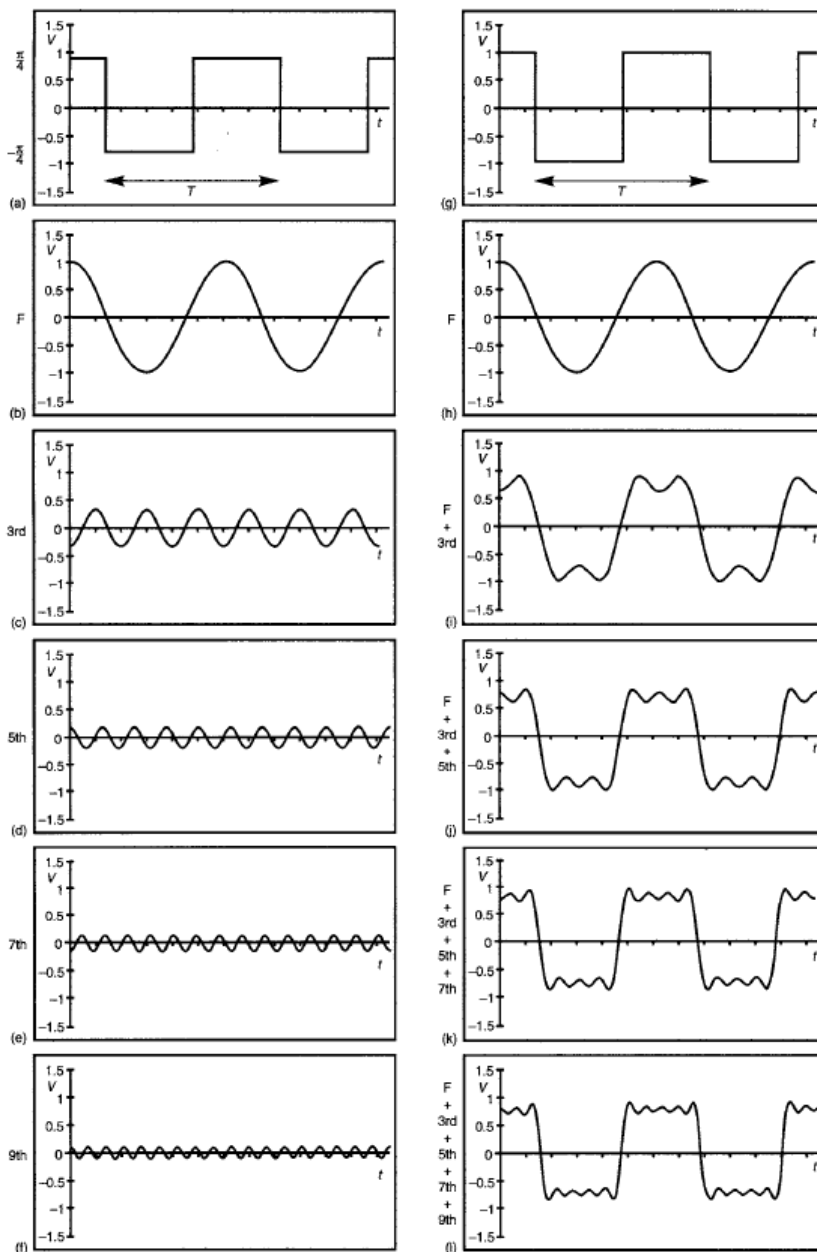
- Giả thiết tồn tại dao động  $\rightarrow$  tìm nghiệm ở dạng chuỗi dao động (Fourier):

$$x(t) = \sum_{k=1}^n A_k \cos k\omega t + \sum_{k=1}^n B_k \sin k\omega t$$



# Cân bằng điều hoà (2)

$$x(t) = \sum_{k=1}^n A_k \cos k\omega t + \sum_{k=1}^n B_k \sin k\omega t$$



## Cân bằng điều hoà (3)

- Là phương pháp giải tích
- Mô tả mạch:

$$F(x, x', \dots, t) = 0 \quad (1)$$

- Giả thiết tồn tại dao động  $\rightarrow$  tìm nghiệm ở dạng chuỗi dao động (Fourier):

$$x(t) = \sum_{k=1}^n A_k \cos k\omega t + \sum_{k=1}^n B_k \sin k\omega t$$

- Thay  $x(t)$  vào (1):

$$\sum_{k=1}^n C_k(A, B, \omega) \cos k\omega t + \sum_{k=1}^n S_k(A, B, \omega) \sin k\omega t + H = 0$$

$$A = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$$

$$B = \{B_1, B_2, \dots, B_n\}$$

$H$ : tổng của các điều hoà bậc cao ( $k > n$ )

## Cân bằng điều hoà (4)

$$\sum_{k=1}^n C_k(A, B, \omega) \cos k\omega t + \sum_{k=1}^n S_k(A, B, \omega) \sin k\omega t + H = 0 \quad \forall t$$

$$\rightarrow \begin{cases} C_1(A, B, \omega) = 0 \\ S_1(A, B, \omega) = 0 \\ C_2(A, B, \omega) = 0 \\ S_2(A, B, \omega) = 0 \\ \dots \\ C_n(A, B, \omega) = 0 \\ S_n(A, B, \omega) = 0 \end{cases} \rightarrow A, B \rightarrow x(t) = \sum_{k=1}^n A_k \cos k\omega t + \sum_{k=1}^n B_k \sin k\omega t$$

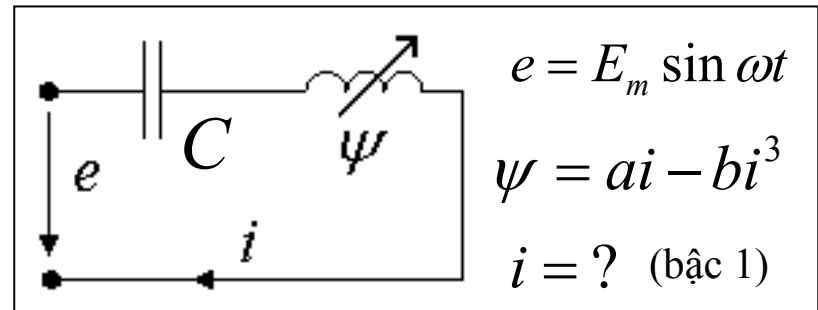


## Cân bằng điều hoà (5)

$$e = u_C + \frac{d\psi}{dt} = \frac{1}{C} \int i dt + \frac{\partial \psi}{\partial i} \cdot \frac{di}{dt}$$

$$= \frac{1}{C} \int i dt + (a - 3bi^2)i'$$

VD1

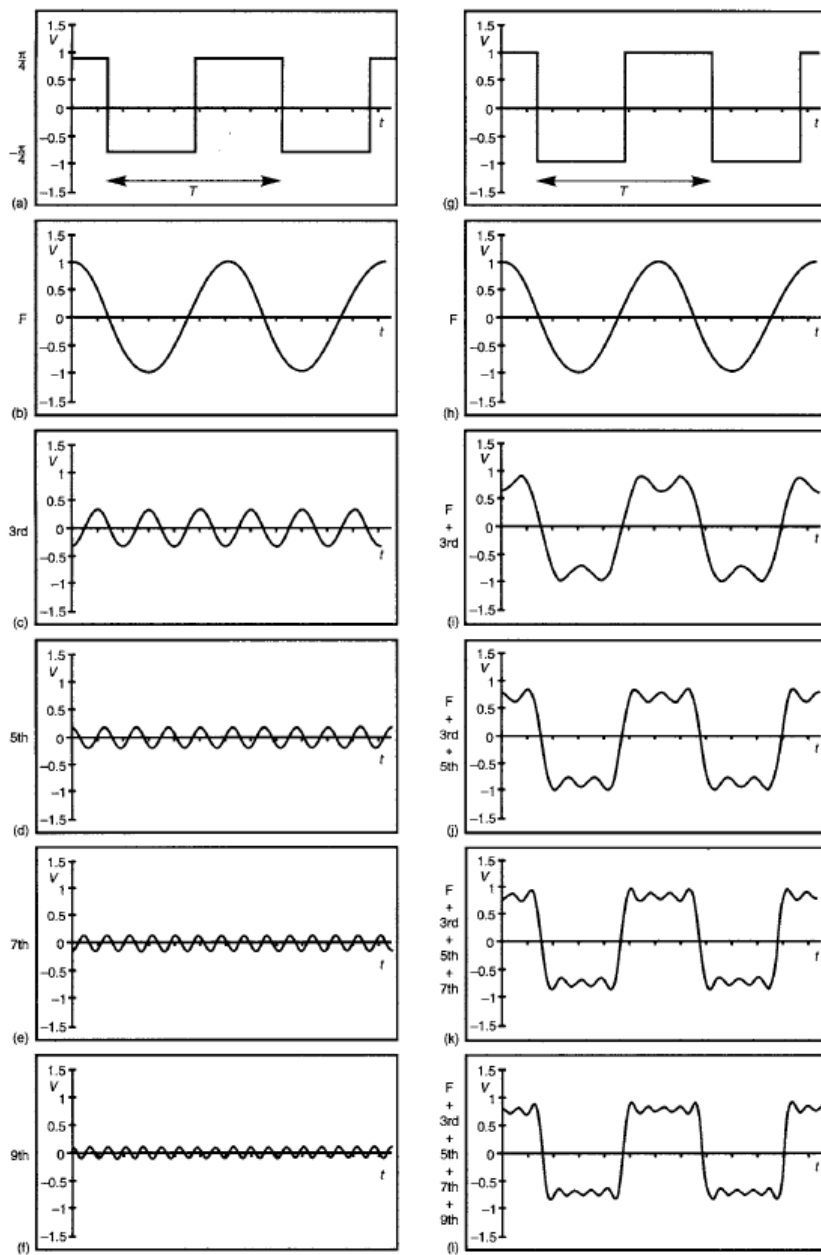
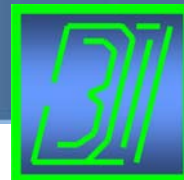


$$\rightarrow Ce' = i + C[(a - 3bi^2)i']' = i + C(a - 3bi^2)i'' - 6Cbi(i')^2 \left. \vphantom{\rightarrow Ce' = i + C[(a - 3bi^2)i']'} \right\}$$

Đặt  $i = A \cos \omega t$

$$\rightarrow CE_m \omega \cos \omega t = (A - CaA\omega^2 + 0,75CbA^3\omega^2) \cos \omega t + \boxed{2,25CbA^3\omega^2 \cos 3\omega t}$$

Điều hoà bậc cao





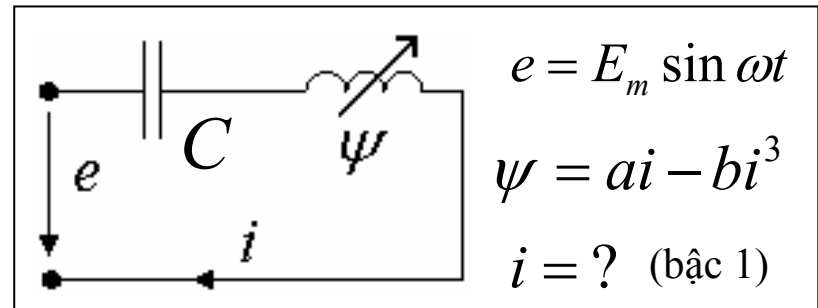


## Cân bằng điều hoà (5)

$$e = u_C + \frac{d\psi}{dt} = \frac{1}{C} \int i dt + \frac{\partial \psi}{\partial i} \cdot \frac{di}{dt}$$

$$= \frac{1}{C} \int i dt + (a - 3bi^2)i'$$

VD1



$$\rightarrow \left. \begin{aligned} Ce' &= i + C[(a - 3bi^2)i']' = i + C(a - 3bi^2)i'' - 6Cbi(i')^2 \\ &\text{Đặt } i = A \cos \omega t \end{aligned} \right\}$$

$$\rightarrow CE_m \omega \cos \omega t = (A - CaA\omega^2 + 0,75CbA^3\omega^2) \cos \omega t + \boxed{2,25CbA^3\omega^2 \cos 3\omega t}$$

Điều hoà bậc cao

$$\rightarrow CE_m \omega \cos \omega t \approx (A - CaA\omega^2 + 0,75CbA^3\omega^2) \cos \omega t$$

$$\rightarrow A - CaA\omega^2 + 0,75CbA^3\omega^2 = CE_m \omega \rightarrow A \rightarrow \boxed{i = A \cos \omega t}$$



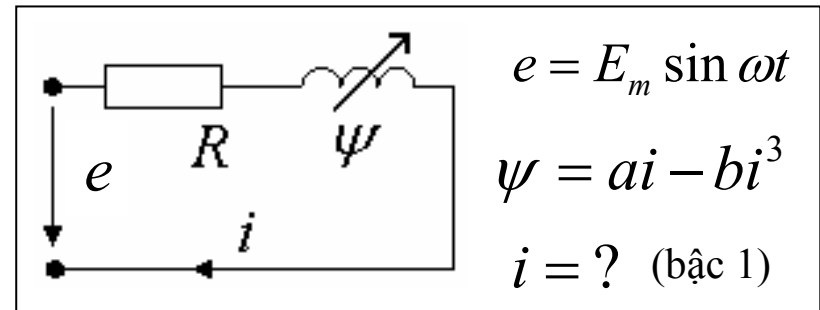
## Cân bằng điều hoà (6)

$$e = Ri + \frac{d\psi}{dt} = Ri + \frac{\partial \psi}{\partial i} \cdot \frac{di}{dt}$$

$$= Ri + (a - 3bi^2)i'$$

Đặt  $i = A \cos \omega t + B \sin \omega t$

VD2



$$\rightarrow e = [RA + a\omega B - 0,75b\omega(A^2 B + B^3)] \cos \omega t + [RB - a\omega A + 0,75b\omega(A^3 + AB^2)] \sin \omega t +$$

$$+ 0,75b\omega(B^3 - 3A^2 B) \cos 3\omega t + 0,75b\omega(A^3 - 3AB^2) \sin 3\omega t$$

Điều hoà bậc cao

$$\approx [RA + a\omega B - 0,75b\omega(A^2 B + B^3)] \cos \omega t + [RB - a\omega A + 0,75b\omega(A^3 + AB^2)] \sin \omega t$$

$$= E_m \sin \omega t$$

$$\rightarrow \begin{cases} RA + a\omega B - 0,75b\omega(A^2 B + B^3) = 0 \\ RB - a\omega A + 0,75b\omega(A^3 + AB^2) = E_m \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A \\ B \end{cases} \rightarrow i = A \cos \omega t + B \sin \omega t$$

## Cân bằng điều hoà (7)

- Ưu điểm: thông tin phong phú vì nghiệm có dạng giải tích
- Nhược điểm:
  - Công kênh
  - Kém chính xác vì qua nhiều bước gần đúng
- Chỉ dùng cho các bài toán đơn giản, nghiên cứu sơ bộ thiết bị điện

$$\left. \begin{aligned} u &= Ri + (a - 3bi^2)i' \\ i &= A \cos \omega t + B \sin \omega t \end{aligned} \right\} \rightarrow$$

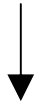
$$u = [RA + a\omega B - 0,75b\omega(A^2 B + B^3)] \cos \omega t + [RB - a\omega A + 0,75b\omega(A^3 + AB^2)] \sin \omega t + H$$



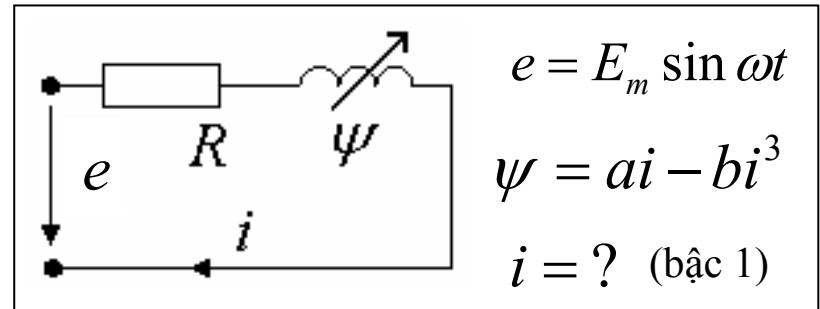
# Cân bằng điều hoà (8)

$$e = Ri + \frac{d\psi}{dt}$$

Đặt  $i = A \cos \omega t + B \sin \omega t$



VD2



$$= [RA + a\omega B - 0,75b\omega(A^2 B + B^3)] \cos \omega t + [RB - a\omega A + 0,75b\omega(A^3 + AB^2)] \sin \omega t + H$$

$$= E_m \sin \omega t \rightarrow \begin{cases} RA + a\omega B - 0,75b\omega(A^2 B + B^3) = 0 \\ RB - a\omega A + 0,75b\omega(A^3 + AB^2) = E_m \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A \\ B \end{cases}$$

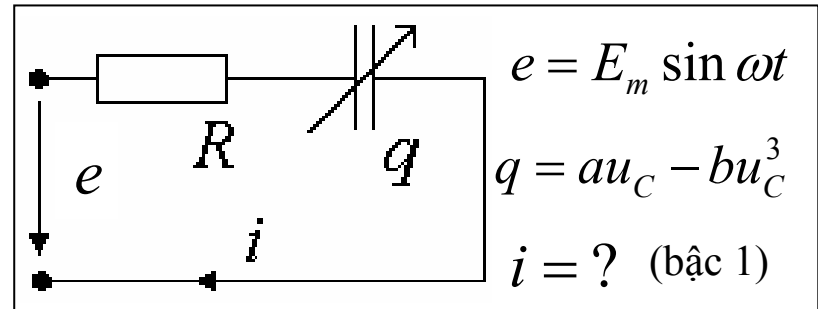
Tính toán công kênh

→ Có thể giảm được khối lượng tính toán?



# Cân bằng điều hoà (9)

VD3



# Nội dung

- Giới thiệu
- Đặc tính của phần tử phi tuyến
- Chế độ xác lập
  - Chế độ hằng
  - Chế độ dao động
    - Khái niệm
    - Phương pháp cân bằng điều hoà
    - **Phương pháp tuyến tính điều hoà**
    - Phương pháp tuyến tính hoá đoạn đặc tính làm việc
    - Phương pháp đồ thị
    - Tự dao động
- Chế độ quá độ
- Giải một số bài toán phi tuyến bằng máy tính

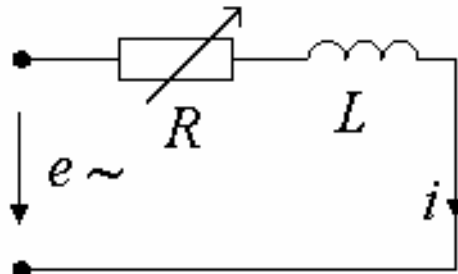
## Tuyến tính điều hoà (1)

- Bỏ qua tính tạo tần
- Chỉ quan tâm đến quan hệ hiệu dụng  $U(I)$ ,  $\Psi(I)$ ,  $Q(U)$
- Hoặc quan hệ biên độ  $U_m(I_m)$ ,  $\Psi_m(I_m)$ ,  $Q_m(U_m)$
- Các quan hệ đó có tính phi tuyến
- Coi đáp ứng tương đương với một điều hoà bậc 1 tần số  $\omega$
- Cách tính: phức hoá sơ đồ, sau đó dùng các phương pháp đồ thị/dò/lặp
- Còn gọi là điều hoà tương đương

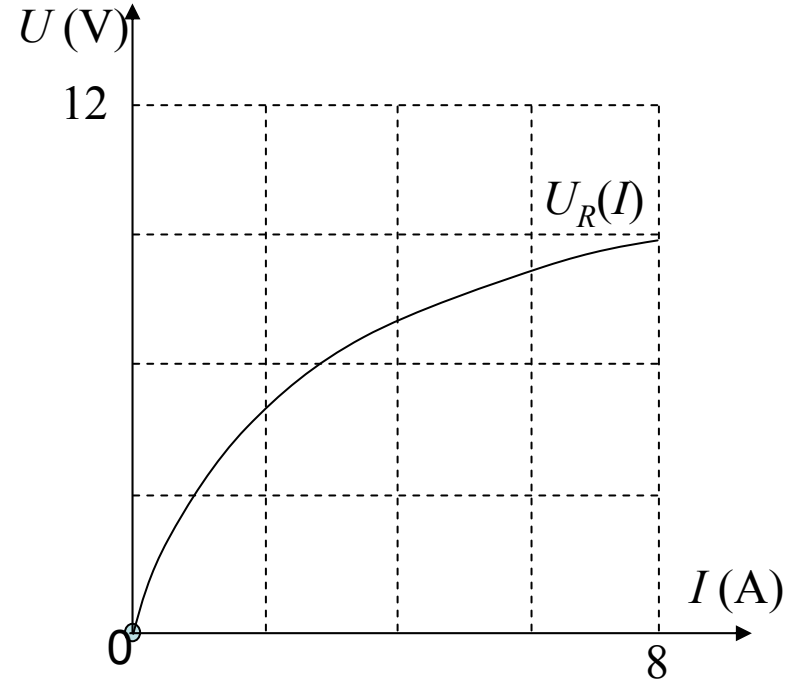
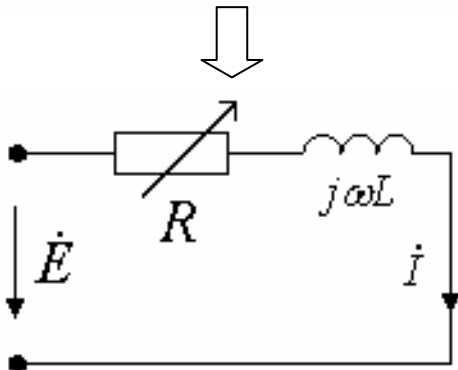


# Tuyến tính điều hoà (2)

VD1



$i = ?$



$$\dot{E} = j\omega L \dot{I} + \dot{U}_R(I) \quad \rightarrow \quad E = \sqrt{(\omega LI)^2 + U_R^2(I)} \quad \rightarrow I \quad \rightarrow \varphi ?$$



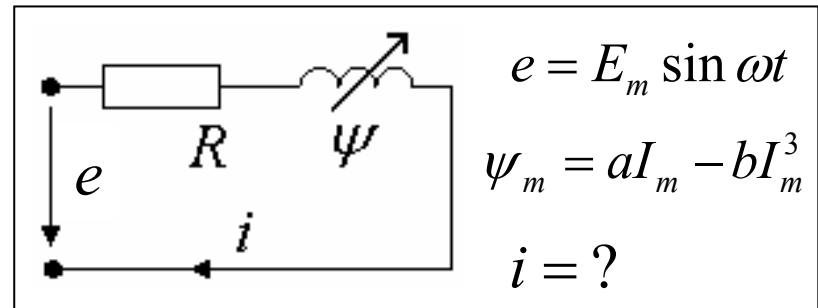


## Tuyến tính điều hoà (3)

$$e = Ri + \frac{d\psi}{dt}$$

Đặt  $\psi(t) = \psi_m(I_m) \sin(\omega t + \theta)$

VD2



$$\begin{aligned} \rightarrow e &= Ri + \frac{d\psi}{dt} = Ri + \omega\psi_m(I_m) \cos(\omega t + \theta) = Ri + \omega\psi_m(I_m) \sin\left(\omega t + \theta + \frac{\pi}{2}\right) \\ &= RI_m \sin(\omega t + \theta) + \omega\psi_m(I_m) \sin\left(\omega t + \theta + \frac{\pi}{2}\right) \end{aligned}$$

$$= \sqrt{(RI_m)^2 + [\omega\psi_m(I_m)]^2} \sin\left(\omega t + \text{artg} \frac{\omega\psi_m(I_m)}{RI_m} + \theta\right) = E_m \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\rightarrow \begin{cases} E_m = \sqrt{(RI_m)^2 + [\omega\psi_m(I_m)]^2} \\ \varphi = \text{artg} \frac{\omega\psi_m(I_m)}{RI_m} + \theta \end{cases} \rightarrow \begin{cases} I_m \\ \theta \end{cases} \rightarrow \boxed{i(t) = I_m \sin(\omega t + \theta)}$$



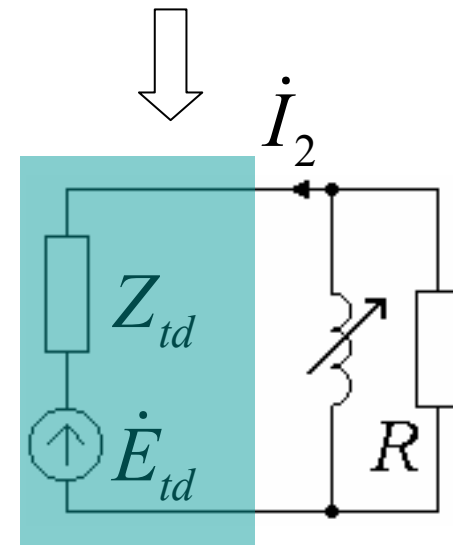
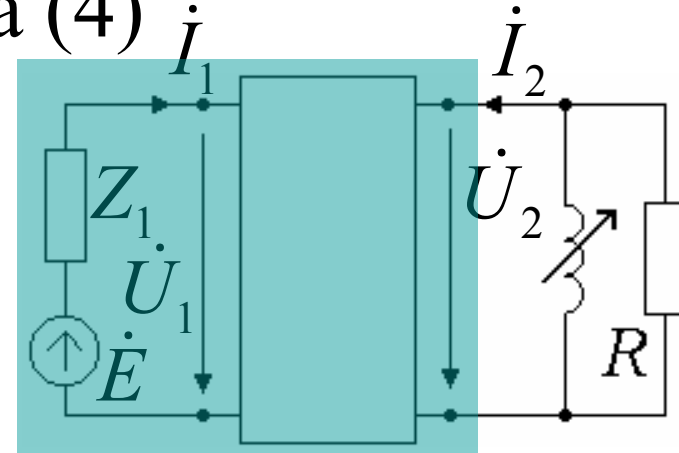
**VD3**

Tuyến tính điều hoà (4)

$$Z = \begin{bmatrix} 30 & 20 \\ 20 & 50 \end{bmatrix}; \dot{E} = 220 \text{ V}; Z_1 = 15 + j25 \Omega$$

$$R = 10 \Omega; U_L(I) = 100I - 5I^3$$

$$I_L = ?$$





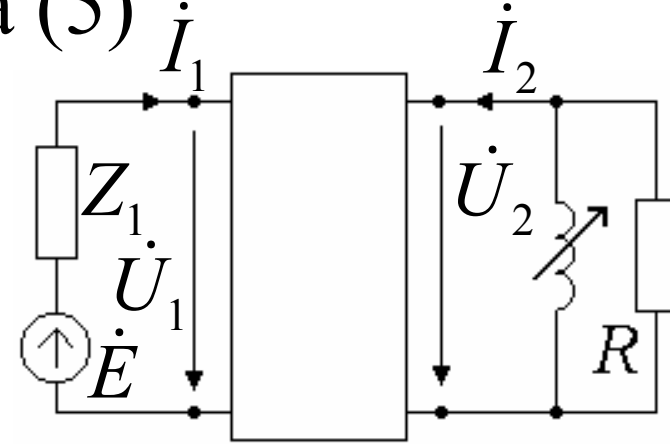
**VD3**

Tuyến tính điều hoà (5)

$$Z = \begin{bmatrix} 30 & 20 \\ 20 & 50 \end{bmatrix}; \dot{E} = 220 \text{ V}; Z_1 = 15 + j25 \Omega$$

$$R = 10 \Omega; U_L(I) = 100I - 5I^3$$

$$I_L = ?$$

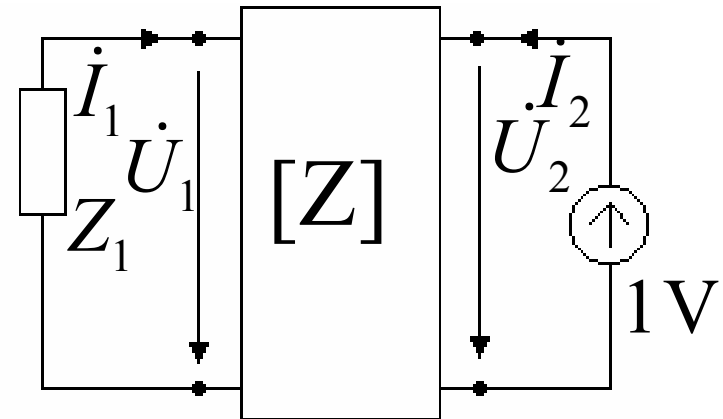


$$Z_{td} = \frac{1}{\dot{I}_2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (15 + j25)\dot{I}_1 + \dot{U}_1 = 0 \\ \dot{U}_2 = 1 \\ \dot{U}_1 = 30\dot{I}_1 + 20\dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 = 20\dot{I}_1 + 50\dot{I}_2 \end{array} \right.$$

$$\rightarrow \dot{I}_2 = 0,023 - j0,002 \text{ A}$$

$$\rightarrow Z_{td} = 43,15 + j3,75 \Omega$$





**VD3**

Tuyến tính điều hoà (6)

$$Z = \begin{bmatrix} 30 & 20 \\ 20 & 50 \end{bmatrix}; \dot{E} = 220 \text{ V}; Z_1 = 15 + j25 \Omega$$

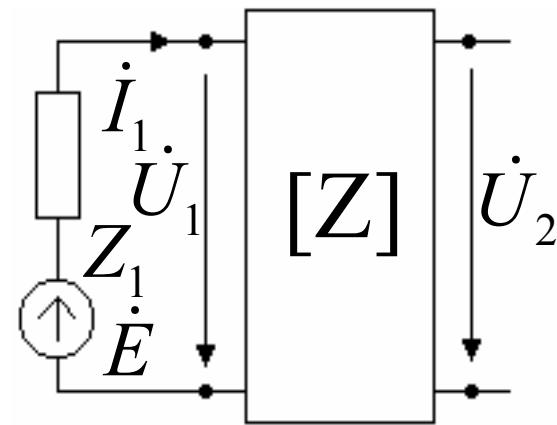
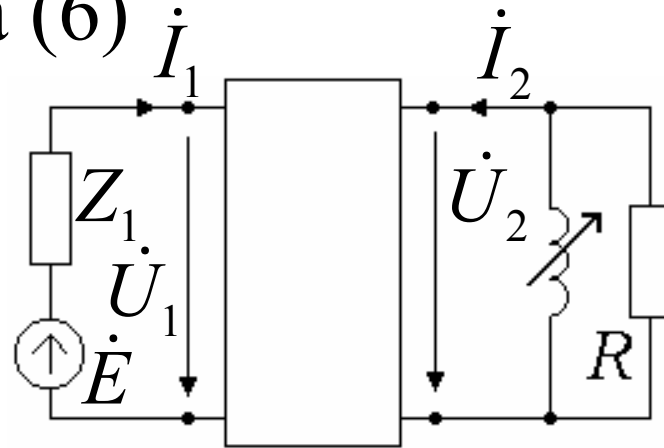
$$R = 10 \Omega; U_L(I) = 100I - 5I^3$$

$$I_L = ?$$

$$\dot{E}_{td} = \dot{U}_2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (15 + j25)\dot{I}_1 + \dot{U}_1 = \dot{E} \\ \dot{I}_2 = 0 \\ \dot{U}_1 = 30\dot{I}_1 + 20\dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 = 20\dot{I}_1 + 50\dot{I}_2 \\ \rightarrow \dot{U}_2 = 74,72 - j41,51 \text{ V} \end{array} \right.$$

$$\rightarrow \dot{E}_{td} = 74,72 - j41,51 \text{ V}$$





**VD3**

Tuyến tính điều hoà (7)

$$Z = \begin{bmatrix} 30 & 20 \\ 20 & 50 \end{bmatrix}; \dot{E} = 220 \text{ V}; Z_1 = 15 + j25 \Omega$$

$$R = 10 \Omega; U_L(I) = 100I - 5I^3$$

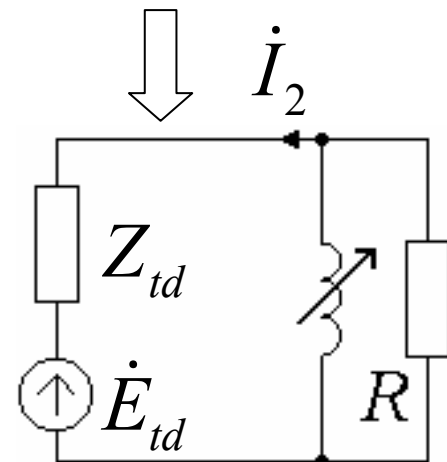
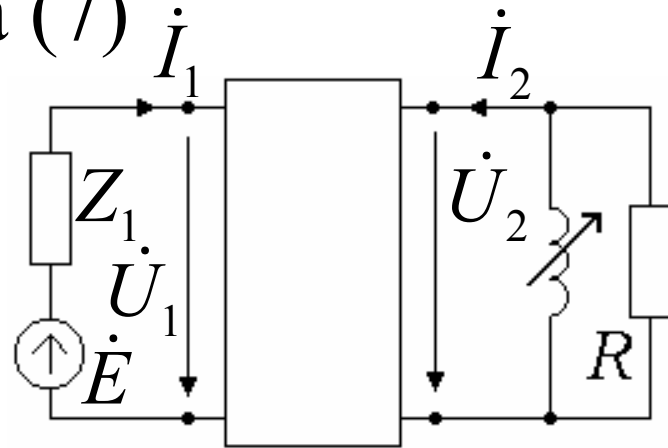
$$I_L = ?$$

Lập quan hệ  $E = f(I)$  ?

$$I_L / 0 \rightarrow \dot{U}_L = (100I - 5I^3) / 90^\circ \rightarrow \dot{I}_R = \frac{\dot{U}_L}{R}$$

$$\rightarrow \dot{I}_2 = \dot{I}_L + \dot{I}_R \rightarrow -\dot{E}_{td} = Z_{td} \dot{I}_2 + \dot{U}_L$$

$$\rightarrow E_{td} = |Z_{td} \dot{I}_2 + \dot{U}_L| = 85,5$$



$$Z_{td} = 43,15 + j3,75 \Omega$$

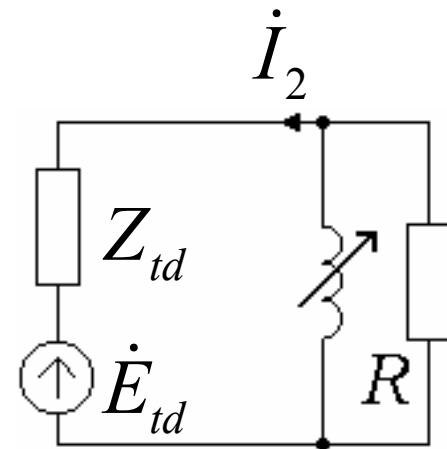
$$\dot{E}_{td} = 74,72 - j41,51 \text{ V} = 85,5 / -29^\circ \text{ V}$$

### VD3 Tuyến tính điều hoà (8)

$$Z_{td} = 43,15 + j3,75 \Omega; \quad \dot{E}_{td} = 85,5 / -29^{\circ} \text{ V}$$

$$I_L / 0 \rightarrow \dot{U}_L = (100I - 5I^3) / 90^{\circ} \rightarrow \dot{I}_R = \frac{\dot{U}_L}{10}$$

$$\rightarrow \dot{I}_2 = \dot{I}_L + \dot{I}_R \rightarrow E_{td} = |Z_{td} \dot{I}_2 + \dot{U}_L| \rightarrow E_{td} = 85,5$$



| $k$ | $I_L^{(k)}$ (A) | $\dot{U}_L^{(k)}$ (V) | $\dot{I}_R^{(k)}$ (A) | $\dot{I}_2^{(k)}$ (A) | $E_{td}^{(k)}$ (V) | $\frac{ E_{td}^{(k)} - 85,5 }{85,5}$ (%) |
|-----|-----------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|--------------------|--|
| 1   | 1               | $j95$                 | $j9,5$                | $1 + j9,5$            | 508,7              | 495                                      |
| 2   | 0,5             | $j49,4$               | $j4,94$               | $0,5 + j4,94$         | 264,3              | 209                                      |
| 3   | 0,2             | $j20,0$               | $j2,00$               | $0,2 + j2,00$         | 106,8              | 25,0                                     |
| 4   | 0,1             | $j10,0$               | $j1,00$               | $0,1 + j1,00$         | 53,5               | 37,4                                     |
| 5   | 0,15            | $j15,0$               | $j1,50$               | $0,15 + j1,50$        | 80,2               | 6,20                                     |
| 6   | <b>0,16</b>     | $j16,0$               | $j1,60$               | $0,16 + j1,60$        | 85,4               | 0,11                                     |



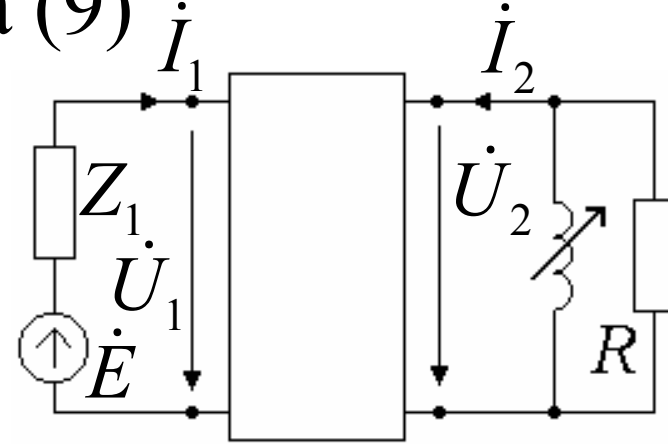
**VD3**

Tuyến tính điều hoà (9)

$$Z = \begin{bmatrix} 30 & 20 \\ 20 & 50 \end{bmatrix}; \dot{E} = 220 \text{ V}; Z_1 = 15 + j25 \Omega$$

$$R = 10 \Omega; U_L(I) = 100I - 5I^3$$

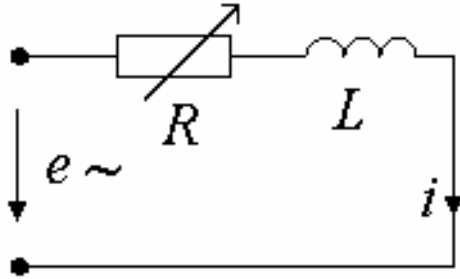
$$I_L = ?$$



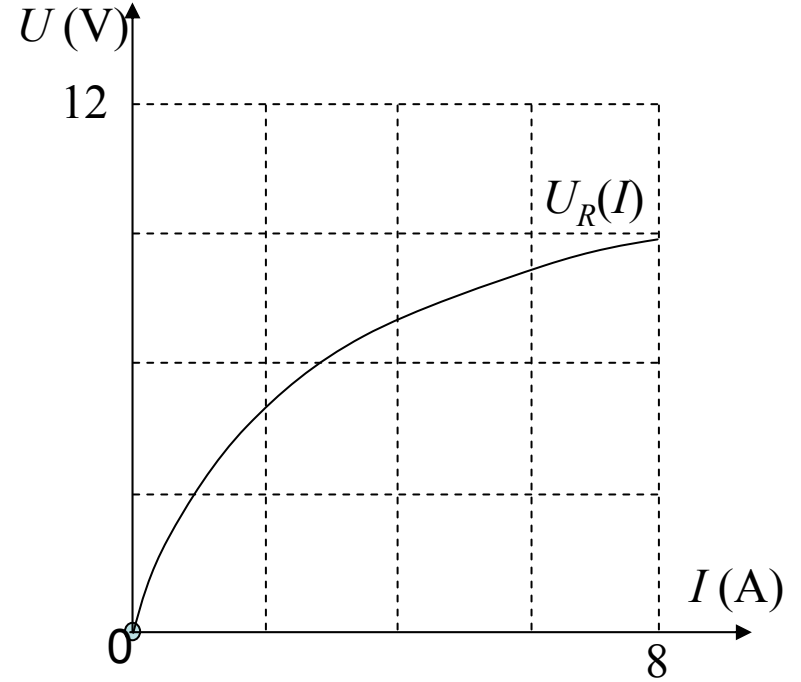


# Tuyến tính điều hoà (10)

VD1



$i = ?$





## Tuyến tính điều hoà (11)

- Tương đối dễ
  - Chỉ tìm được điều hoà bậc 1
  - Cân bằng điều hoà:  $x(t) = M \sin \omega t$
  - Tuyến tính điều hoà:  $x(t) = N \sin \omega t$
  - Khác nhau?
- $M$  là hằng số
- $N = N(z)$

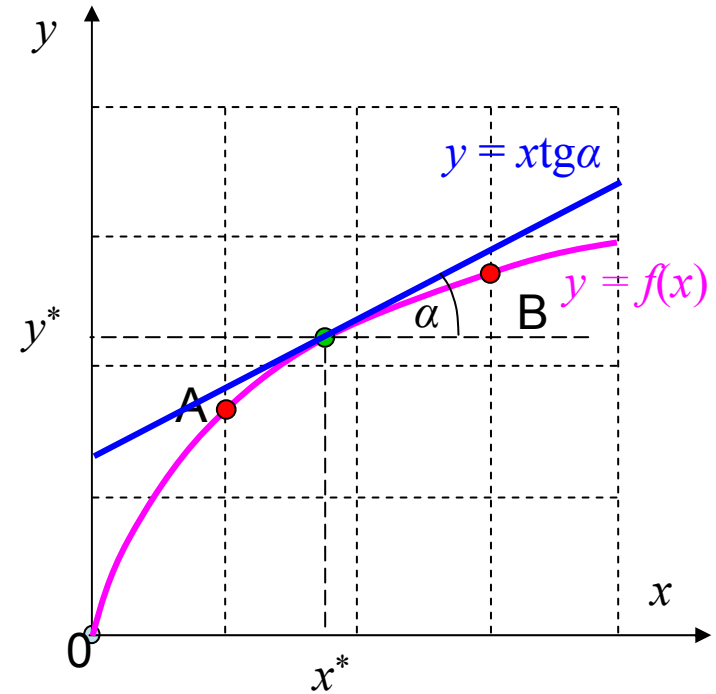
# Nội dung

- Giới thiệu
- Đặc tính của phần tử phi tuyến
- Chế độ xác lập
  - Chế độ hằng
  - Chế độ dao động
    - Khái niệm
    - Phương pháp cân bằng điều hoà
    - Phương pháp tuyến tính điều hoà
    - **Phương pháp tuyến tính hoá đoạn đặc tính làm việc**
    - Phương pháp đồ thị
    - Tự dao động
- Chế độ quá độ
- Giải một số bài toán phi tuyến bằng máy tính



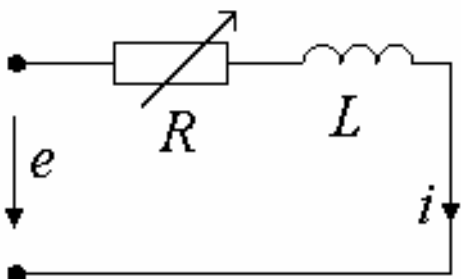
# Tuyến tính hoá đoạn đặc tính làm việc (1)

- Nếu
  - Biết trước rằng thiết bị chỉ làm việc trong đoạn AB
  - Biết trước rằng AB hẹp/ngắn/thẳng ?
- Thì có thể thay đoạn cong AB bằng đường thẳng
- Đường thẳng đó thường là tiếp tuyến với đường cong tại điểm làm việc ?  $(x^*, y^*)$



→ Thay quan hệ phi tuyến  $y = f(x)$  bằng quan hệ tuyến tính  $y = x \operatorname{tg} \alpha$

# VD1 Tuyến tính hoá đoạn đặc tính làm việc (2)

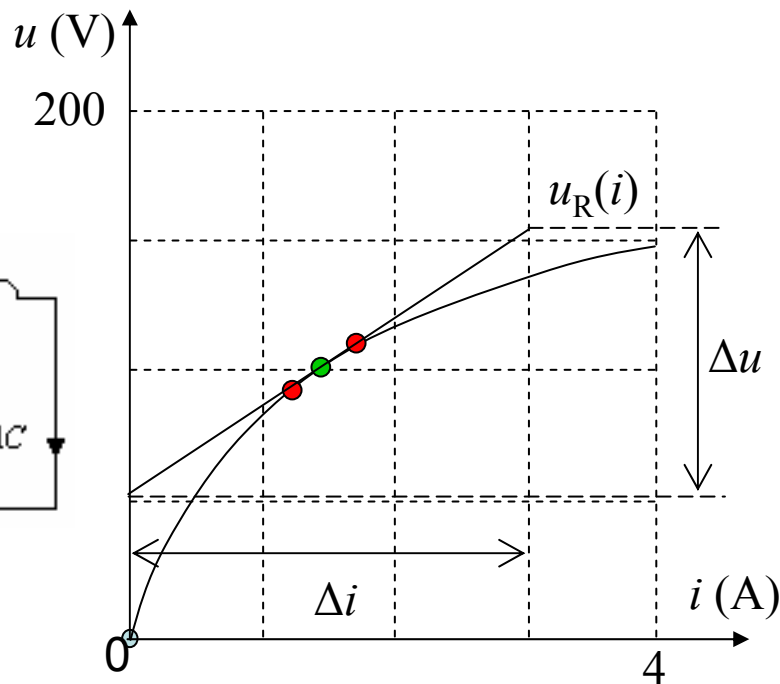
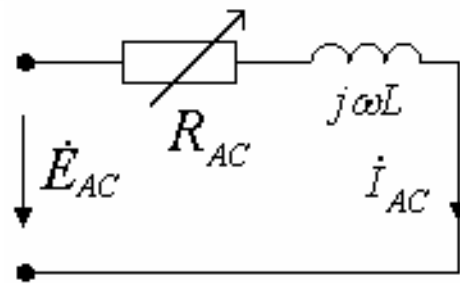
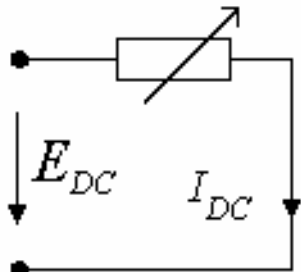


$$e = 100 + 5 \sin 100t \text{ V}$$

$$= E_{DC} + e_{AC}$$

$$E_{DC} = 100 \text{ V} \rightarrow I_{DC} = 1,4 \text{ A}$$

Điểm làm việc: (1,4 A; 100 V)



$$R_{AC} \approx \frac{\Delta u}{\Delta i} = \frac{100}{3} = 33,33 \Omega \rightarrow \dot{E}_{AC} = R_{AC} \dot{I}_{AC} + j100L \dot{I}_{AC} \rightarrow \dot{I}_{AC} = \frac{\dot{E}_{AC}}{R_{AC} + j100L}$$

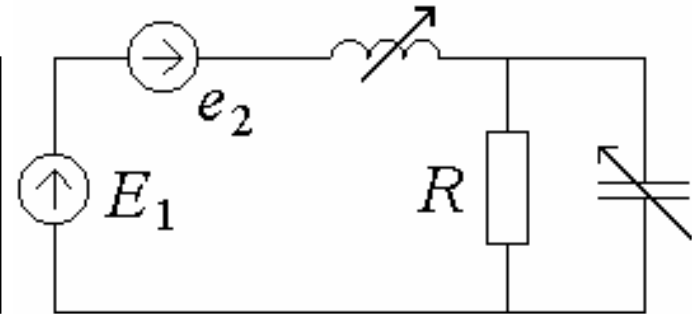
$$\rightarrow i = I_{DC} + I_{AC} \sqrt{2} \sin(100t + \varphi) \text{ A}$$

## VD2 Tuyến tính hoá đoạn đặc tính làm việc (3)

$$E_1 = 60 \text{ V}; e_2(t) = 5\sqrt{2} \sin 314t; R = 20 \Omega$$

$$\psi(i) = 96e^{0,0020i} - 105e^{-0,26i}; q(u) = 10^{-5}u - 0,5 \cdot 10^{-9}u^3$$

Tính dòng điện trên cuộn cảm & điện áp trên tụ điện.



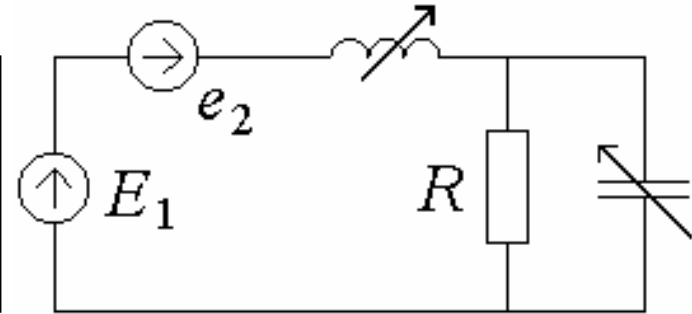
$$I_{LDC} = \frac{E_1}{R} = \frac{60}{20} = 3 \text{ A}; U_{CDC} = E_1 = 60 \text{ V}$$

$$L_{tth} = \left. \frac{d\psi}{di} \right|_{i=3} = \left( 96 \cdot 0,002 e^{0,0020i} + 105 \cdot 0,26 e^{-0,26i} \right) \Big|_{i=3} = 12,71 \text{ H}$$

$$C_{tth} = \left. \frac{dq}{du} \right|_{u=60} = \left( 10^{-5} - 3 \cdot 0,5 \cdot 10^{-9} u^2 \right) \Big|_{u=60} = 4,6 \mu \text{ F}$$

## VD2 Tuyến tính hoá đoạn đặc tính làm việc (4)

$E_1 = 60 \text{ V}; e_2(t) = 5\sqrt{2} \sin 314t; R = 20 \Omega$   
 $\psi(i) = 96e^{0,0020i} - 105e^{-0,26i}; q(u) = 10^{-5}u - 0,5 \cdot 10^{-9}u^3$   
 Tính dòng điện trên cuộn cảm & điện áp trên tụ điện.

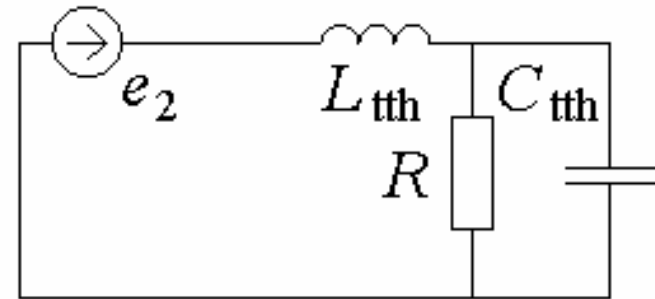


$$L_{tth} = 12,71 \text{ H} \quad C_{tth} = 4,6 \mu\text{F}$$

$$\dot{I}_{LAC} = \frac{\dot{E}_2}{j\omega L_{tth} + \frac{R}{1 + \frac{j\omega C_{tth}}{R}}}; \quad \dot{U}_{CAC} = \frac{R \frac{1}{j\omega C_{tth}}}{R + \frac{1}{j\omega C_{tth}}} \dot{I}_{LAC}$$

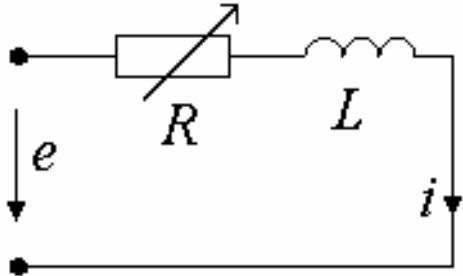
$$i_L(t) = I_{LDC} + i_{LAC}(t)$$

$$u_C(t) = U_{CDC} + u_{CAC}(t)$$

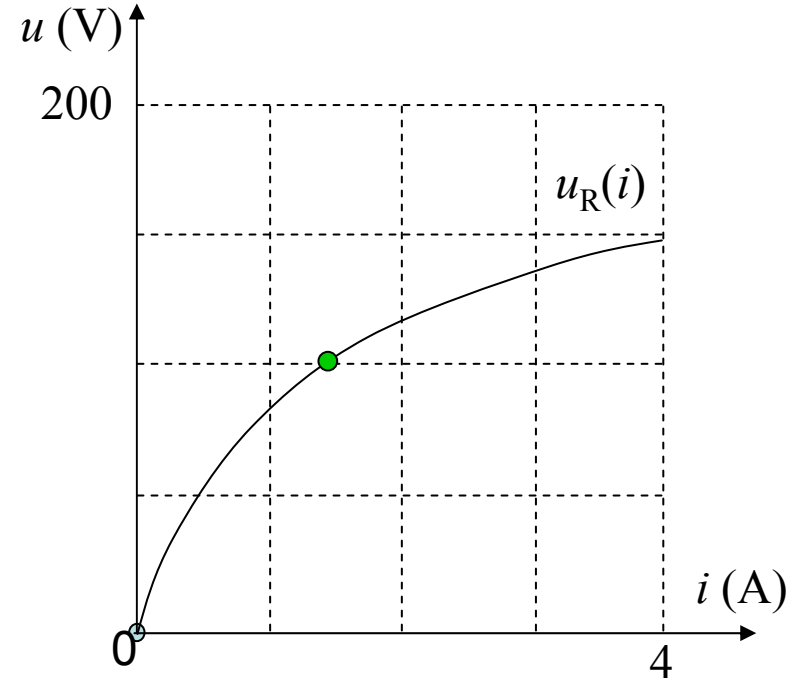




**VD3** Tuyến tính hoá đoạn đặc tính làm việc (5)



$$e = 100 + 100 \sin 100t \text{ V}$$



## Tuyến tính hoá đoạn đặc tính làm việc (6)

- Áp dụng khi kích thích có dạng

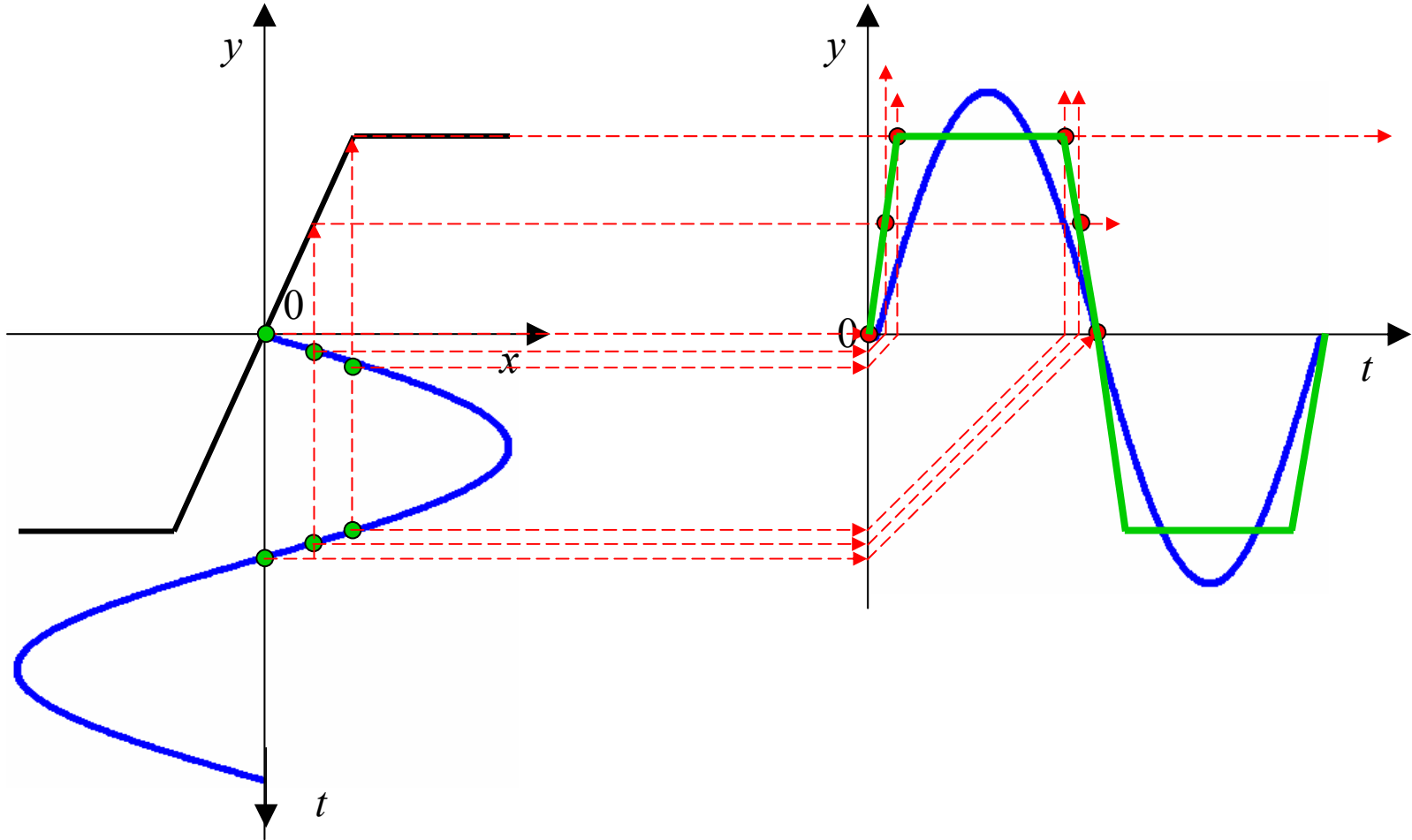
$$x(t) = X_{DC} + X_{AC}\sin\omega t \quad (X_{DC} \gg X_{AC})$$

- Đáp ứng DC: tra/tính từ đặc tính phi tuyến
- Đáp ứng AC:
  - Tính hệ số đáp ứng tuyến tính hoá  $k_{AC}$  (hệ số góc của tiếp tuyến với đường cong tại điểm làm việc)
  - Giải mạch điện tuyến đã tính hoá
- Đáp ứng mạch = đáp ứng DC + đáp ứng AC



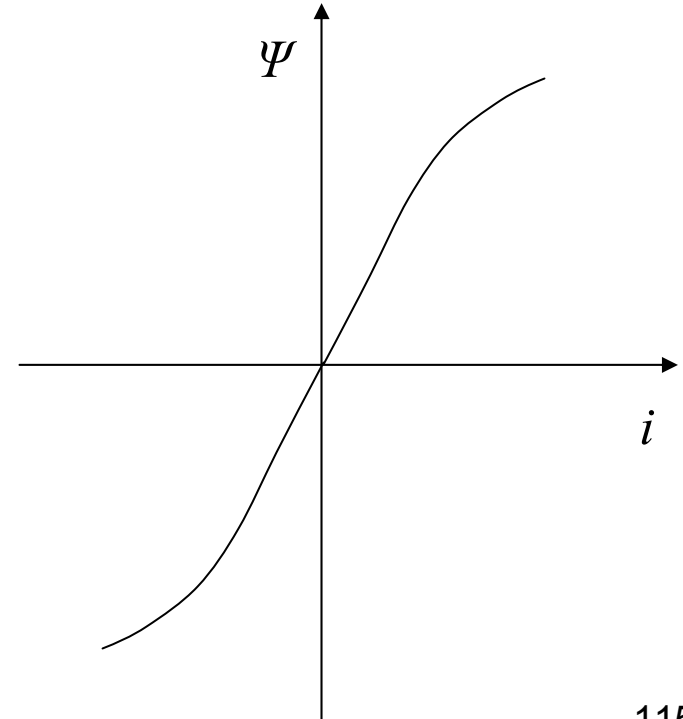
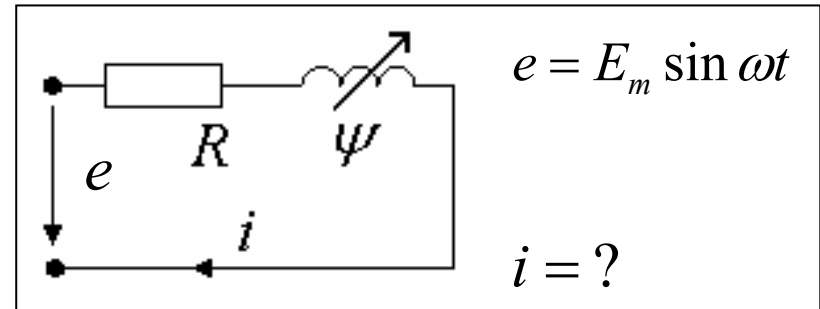
# Nội dung

- Giới thiệu
- Đặc tính của phần tử phi tuyến
- Chế độ xác lập
  - Chế độ hằng
  - Chế độ dao động
    - Khái niệm
    - Phương pháp cân bằng điều hoà
    - Phương pháp tuyến tính điều hoà
    - Phương pháp tuyến tính hoá đoạn đặc tính làm việc
    - **Phương pháp đồ thị**
    - Tự dao động
- Chế độ quá độ
- Giải một số bài toán phi tuyến bằng máy tính





# Phương pháp đồ thị (2)



# Nội dung

- Giới thiệu
- Đặc tính của phần tử phi tuyến
- Chế độ xác lập
  - Chế độ hằng
  - Chế độ dao động
    - Khái niệm
    - Phương pháp cân bằng điều hoà
    - Phương pháp tuyến tính điều hoà
    - Phương pháp tuyến tính hoá đoạn đặc tính làm việc
    - Phương pháp đồ thị
    - **Tự dao động**
- Chế độ quá độ
- Giải một số bài toán phi tuyến bằng máy tính

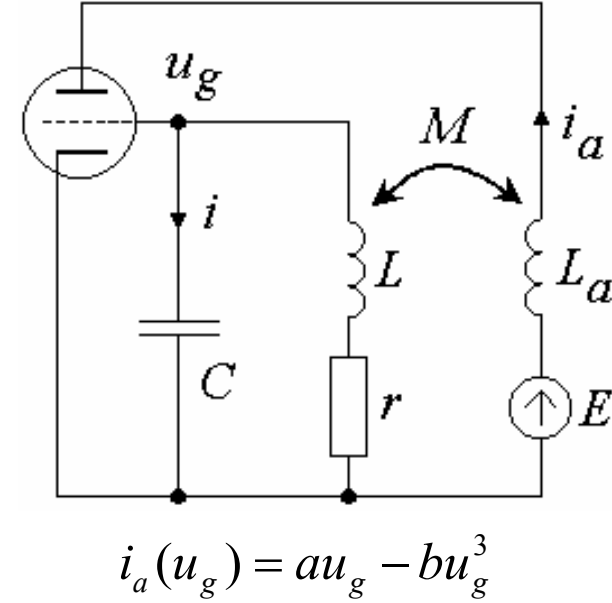


# Tự dao động (1)

$$L \frac{di}{dt} - M \frac{di_a}{dt} + ri + u_g = 0$$

$$i = C \frac{du_g}{dt}$$

$$\frac{di_a}{dt} = \frac{\partial i_a}{\partial u_g} \cdot \frac{du_g}{dt} = (a - 3bu_g^2) \frac{du_g}{dt}$$



$$\rightarrow \ddot{u}_g + \frac{1}{LC} u_g - \frac{1}{LC} \left( Ma - \frac{r}{L} - 3Mbu_g^2 \right) \dot{u}_g = 0$$

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$$

$$k = \frac{3Mb}{\mu}$$

$$\mu = \frac{1}{LC} \left( Ma - \frac{r}{L} \right)$$

$$\ddot{u}_g + \omega_0^2 u_g - \mu(1 - ku_g^2) \dot{u}_g = 0$$



## Tự dao động (2)

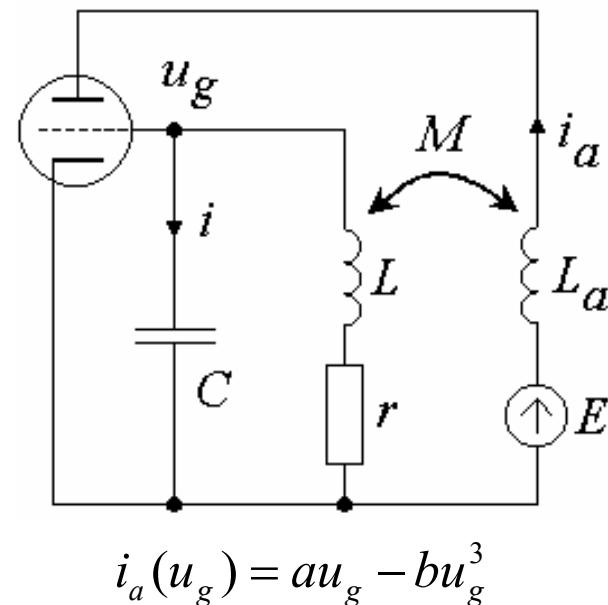
$$\ddot{u}_g + \omega_0^2 u_g - \mu(1 - k u_g^2) \dot{u}_g = 0$$

van der Pol: 
$$\frac{d^2 x}{dt^2} - \mu(1 - x^2) \frac{dx}{dt} + x = 0$$

$$\left. \begin{aligned} u_g &= A \cos \omega t \\ \ddot{u}_g + \omega_0^2 u_g - \mu(1 - k u_g^2) \dot{u}_g &= 0 \end{aligned} \right\} \rightarrow$$

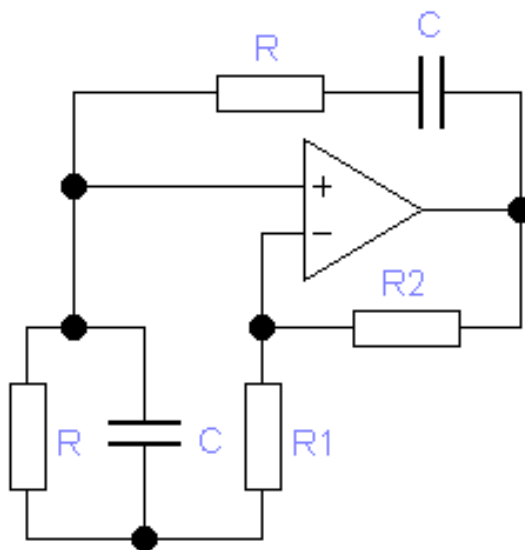
$$\rightarrow A(\omega_0^2 - \omega^2) \cos \omega t + \mu A \omega(1 - 0,25kA^2) \sin \omega t - 0,25k\mu A^3 \omega \sin 3\omega t = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} \omega_0^2 - \omega^2 = 0 \\ 1 - 0,25kA^2 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \omega \\ A \end{cases}$$

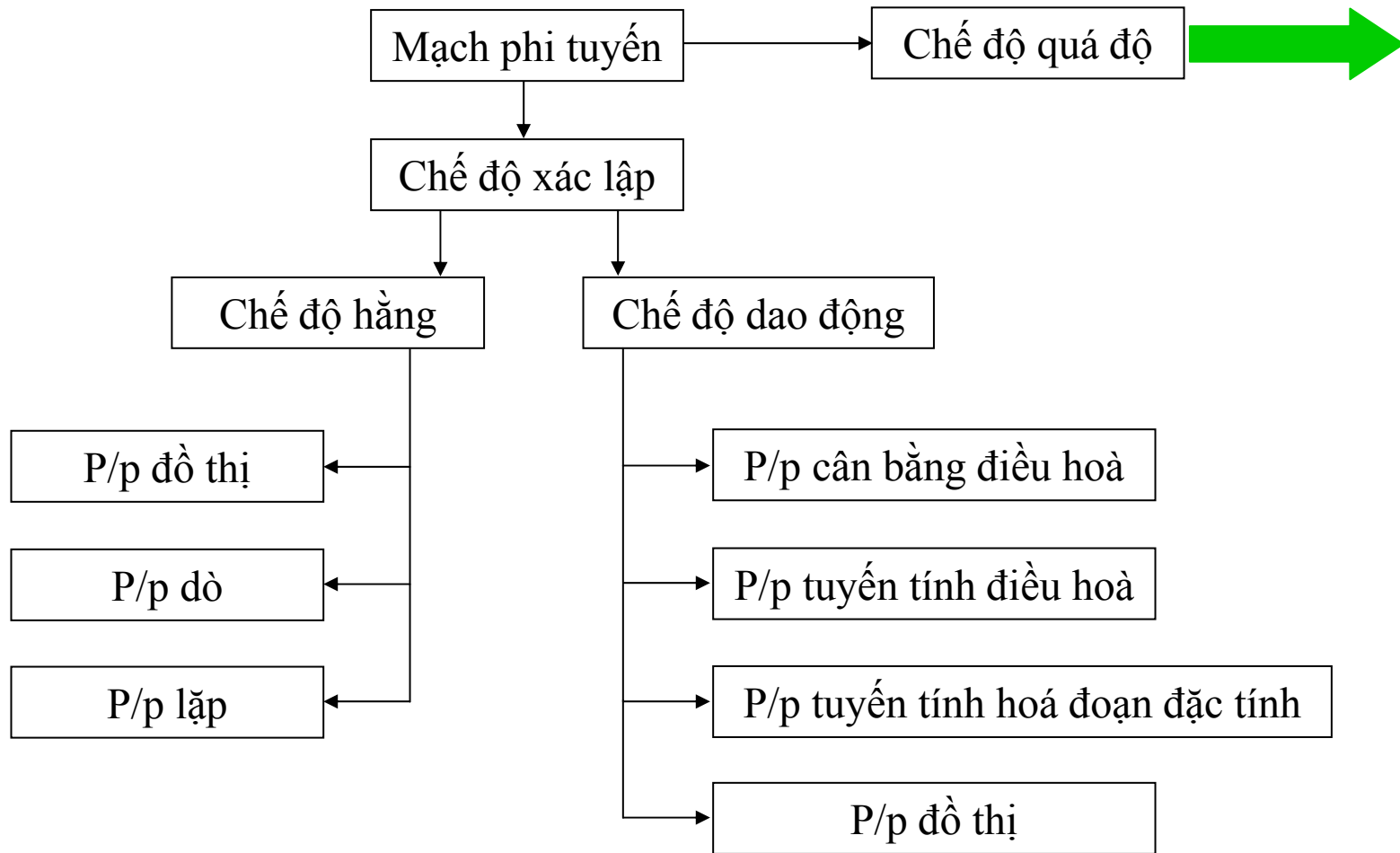




# Tự dao động (3)



$$f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$$





# Nội dung

- Giới thiệu
- Đặc tính của phần tử phi tuyến
- Chế độ xác lập
- **Chế độ quá độ**
  - **Khái niệm**
  - **Phương pháp tuyến tính hoá số hạng phi tuyến nhỏ**
  - **Phương pháp tuyến tính hoá quanh điểm làm việc**
  - **Phương pháp tuyến tính hoá từng đoạn**
  - **Phương pháp tham số bé**
  - **Phương pháp sai phân**
  - **Không gian trạng thái**
- Giải một số bài toán phi tuyến bằng máy tính

## Khái niệm

- Quá trình quá độ trong mạch điện phi tuyến
- Mô hình toán:
  - Hệ phương trình vi phân phi tuyến
  - Sơ kiện
- Ý nghĩa: máy điện, mạch khuếch đại, máy phát sóng, ...
- Phương pháp:
  - Tuyến tính hoá số hạng phi tuyến nhỏ
  - Tuyến tính hoá quanh điểm làm việc
  - Tuyến tính hoá từng đoạn
  - Tham số bé
  - Sai phân

## Tuyến tính hoá số hạng phi tuyến nhỏ (1)

- Nhỏ: giá trị & ảnh hưởng nhỏ so với các số hạng khác trong phương trình
- Thường áp dụng: phương trình cấp 1 có 2 biến & 2 biến có quan hệ phi tuyến:

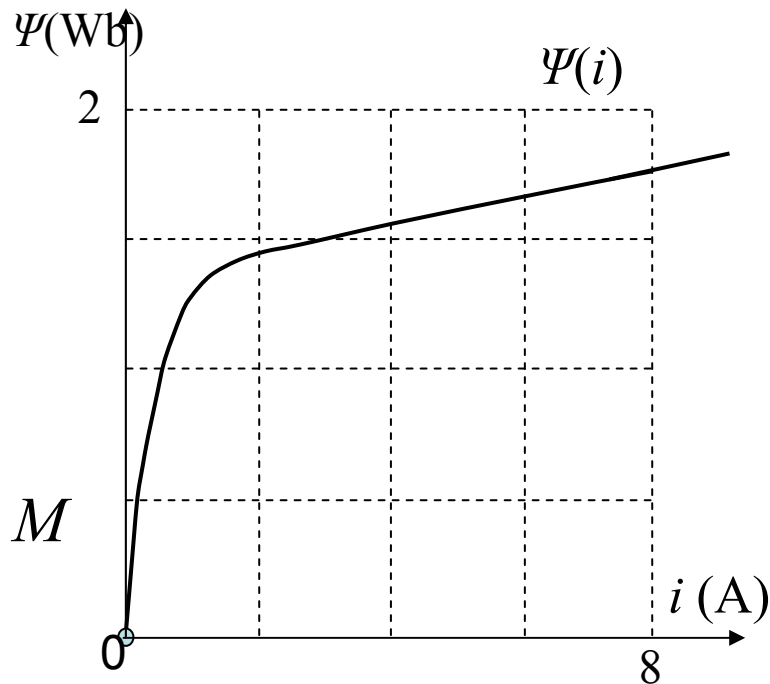
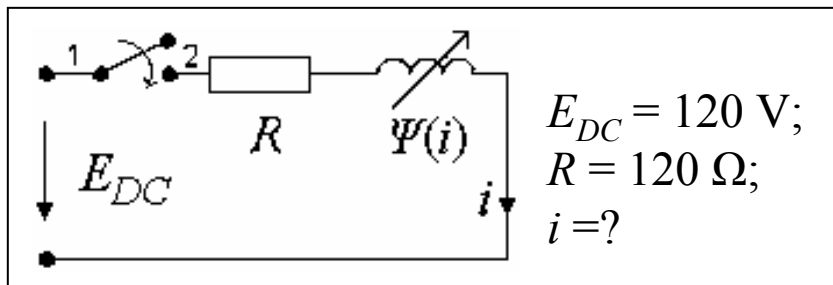
$$F_1(x) + F_2(y) = M; y = f(x)$$

- được thay bằng  
nếu  $F_2$  nhỏ so với  $F_1$

$$F_1(x) + F_2[kx] = M$$



# Tuyến tính hoá số hạng phi tuyến nhỏ (2)



$$Ri + \frac{d\Psi}{dt} = E_{DC}$$

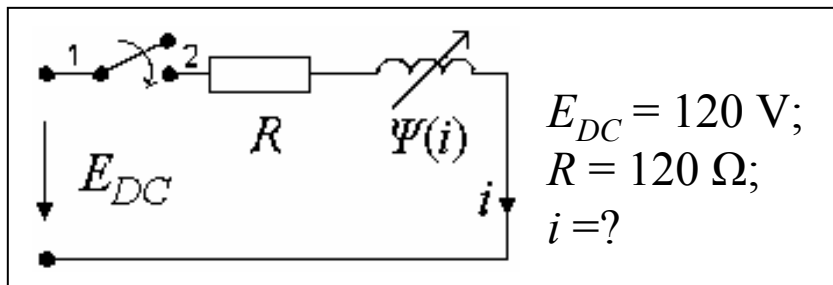
$$F_1(x) + F_2[y(x)] = M \rightarrow F_1(x) + F_2(kx) = M$$

$$Ri + \frac{d\Psi(i)}{dt} = E_{DC} \rightarrow Ri + \frac{d(ki)}{dt} = E_{DC}$$

?  $\rightarrow$  So sánh  $Ri$  &  $\frac{d\Psi}{dt}$

$$\frac{d\Psi}{dt} + Ri(\psi) = E_{DC} \rightarrow \frac{d\Psi}{dt} + Rk\Psi = E_{DC}$$

# Tuyến tính hoá số hạng phi tuyến nhỏ (3)



$$Ri + \frac{d\Psi}{dt} = E_{DC}$$

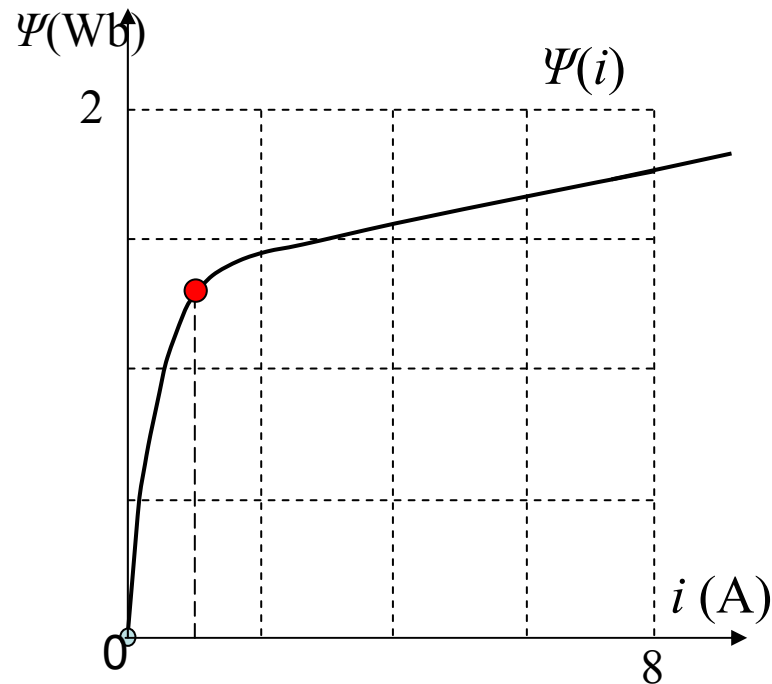
Cần so sánh  $Ri$  &  $\frac{d\Psi}{dt}$  để tuyến tính hoá

$$i_{xl} = \frac{U_{DC}}{R} = \frac{120}{120} = 1 \text{ A} \rightarrow \text{dòng tăng từ } 0 \rightarrow 1 \text{ A}$$

$$\rightarrow \frac{d\Psi}{dt} = \frac{\partial \Psi}{\partial i} \cdot \frac{di}{dt} \approx \frac{\Delta \Psi}{\Delta i} \cdot \frac{di}{dt} = L_{tth} \frac{di}{dt} \rightarrow L_{tth} = \frac{1,3}{1} = 1,3 \text{ H}$$

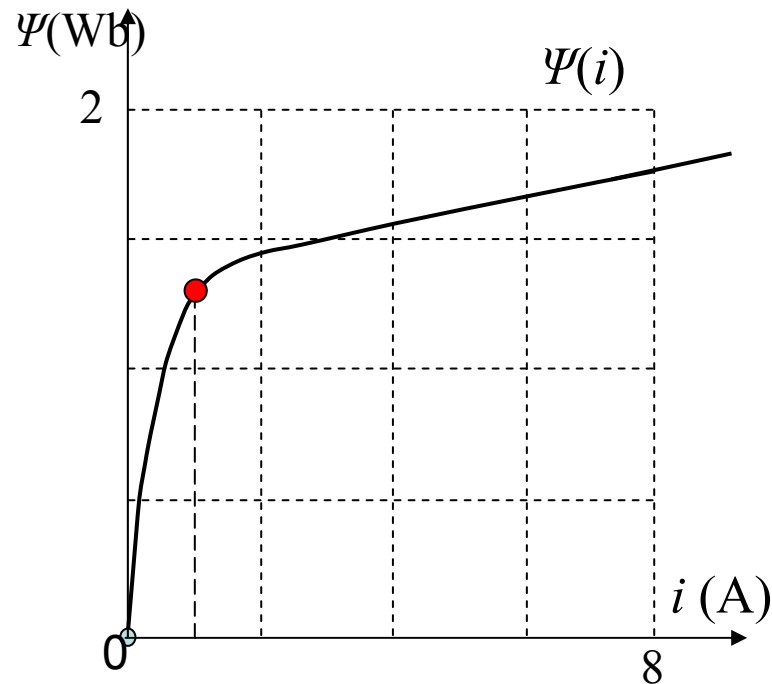
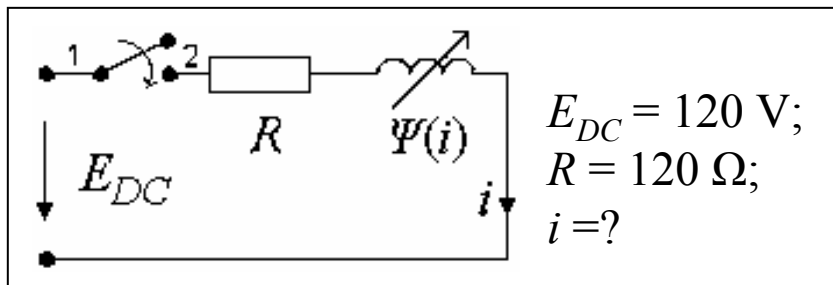
$R = 120 \Omega$

Ảnh hưởng của  $\frac{d\Psi}{dt}$   
nhỏ so với  $Ri$





# Tuyến tính hoá số hạng phi tuyến nhỏ (4)



$$Ri + \frac{d\Psi}{dt} = E_{DC}$$

Ảnh hưởng của  $\frac{d\Psi}{dt}$  nhỏ so với  $Ri$

$$\rightarrow Ri + \frac{d\Psi(i)}{dt} = E_{DC} \rightarrow Ri + \frac{d(L_{tth}i)}{dt} = E_{DC}$$

$$\rightarrow 120i + \frac{d(1,3i)}{dt} = 120 \rightarrow 120I(p) + 1,3pI(p) - 1,3i(-0) = \frac{120}{p}$$

$$\rightarrow I(p) = \frac{120}{p(1,3p + 120)} \rightarrow i(t) = 1 - e^{-92,31t} \text{ A}$$

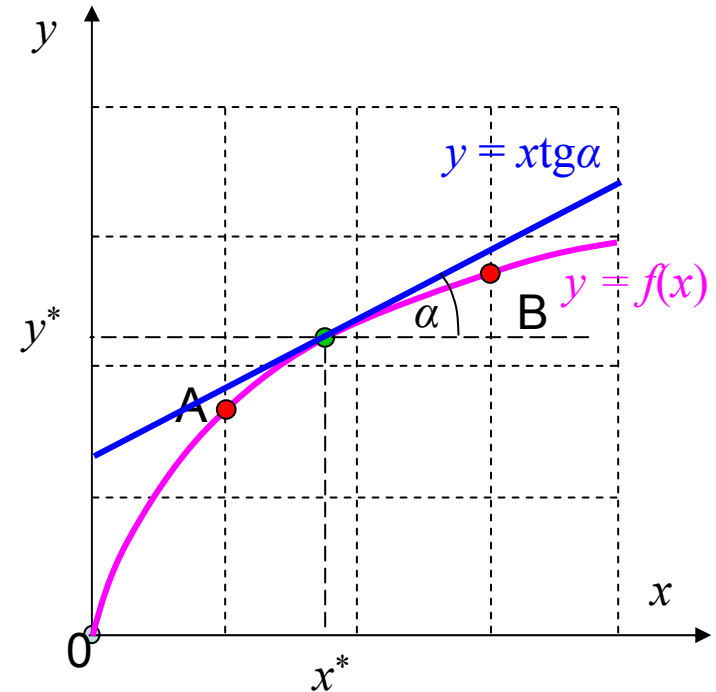
# Nội dung

- Giới thiệu
- Đặc tính của phần tử phi tuyến
- Chế độ xác lập
- Chế độ quá độ
  - Khái niệm
  - Phương pháp tuyến tính hoá số hạng phi tuyến nhỏ
  - **Phương pháp tuyến tính hoá quanh điểm làm việc**
  - Phương pháp tuyến tính hoá từng đoạn
  - Phương pháp tham số bé
  - Phương pháp sai phân
  - Không gian trạng thái
- Giải một số bài toán phi tuyến bằng máy tính



# Tuyến tính hoá quanh điểm làm việc (1)

- Nếu
  - Biết trước rằng trong QTQĐ các thông số (dòng, áp) chỉ biến thiên trong đoạn AB, biết trước rằng AB hẹp/ngắn/thẳng
  - Điểm làm việc cố định, QTQĐ chỉ xảy ra với tín hiệu biến thiên quanh điểm làm việc
- Thì có thể thay đoạn cong AB bằng đường thẳng
- Đường thẳng đó thường là tiếp tuyến với đường cong tại điểm làm việc  $(x^*, y^*)$

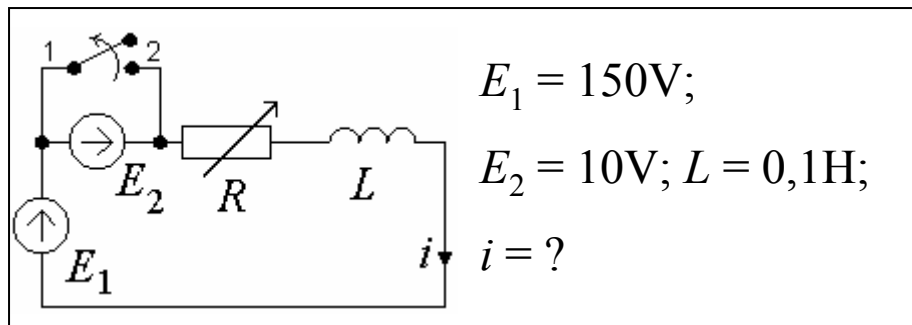


→ Thay quan hệ phi tuyến  $y = f(x)$  bằng quan hệ tuyến tính  $y = xtga$



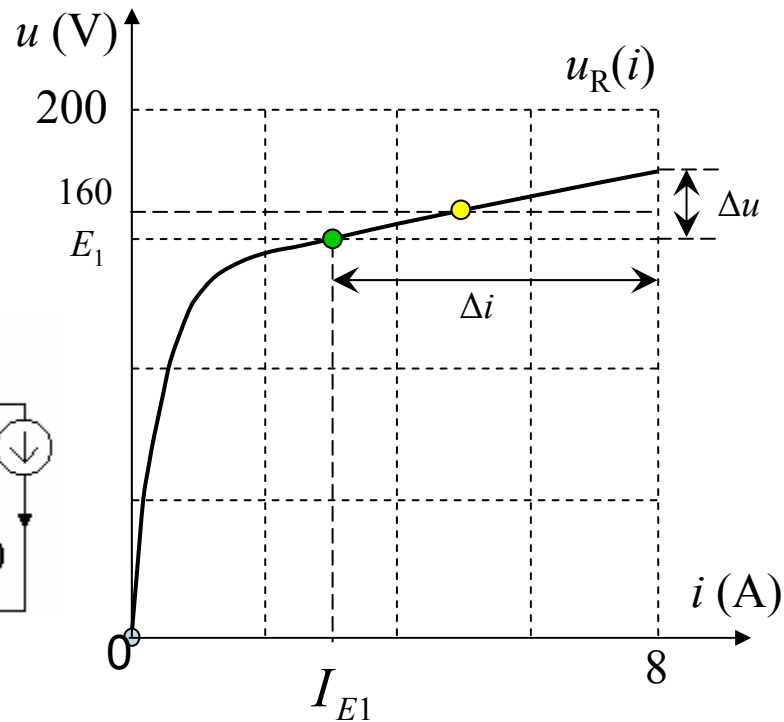
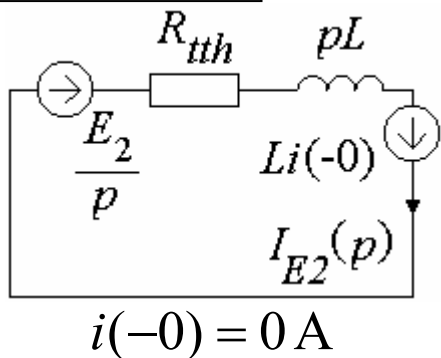


# VD1 Tuyến tính hoá quanh điểm làm việc (2)



$$E_1 = 150 \text{ V} \rightarrow I_{E1} = 3 \text{ A}$$

$$R_{tth} = \frac{du}{di} \approx \frac{\Delta u}{\Delta i} = \frac{25}{5} = 5 \Omega$$

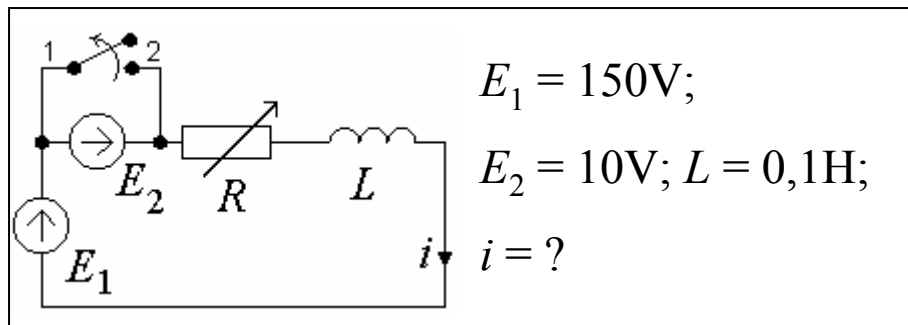


$$I_{E2}(p) = \frac{E_2 + Li(-0)}{pL + R_{tth}} = \frac{10}{p} + 0 = \frac{2}{p} - \frac{2}{p + 50}$$

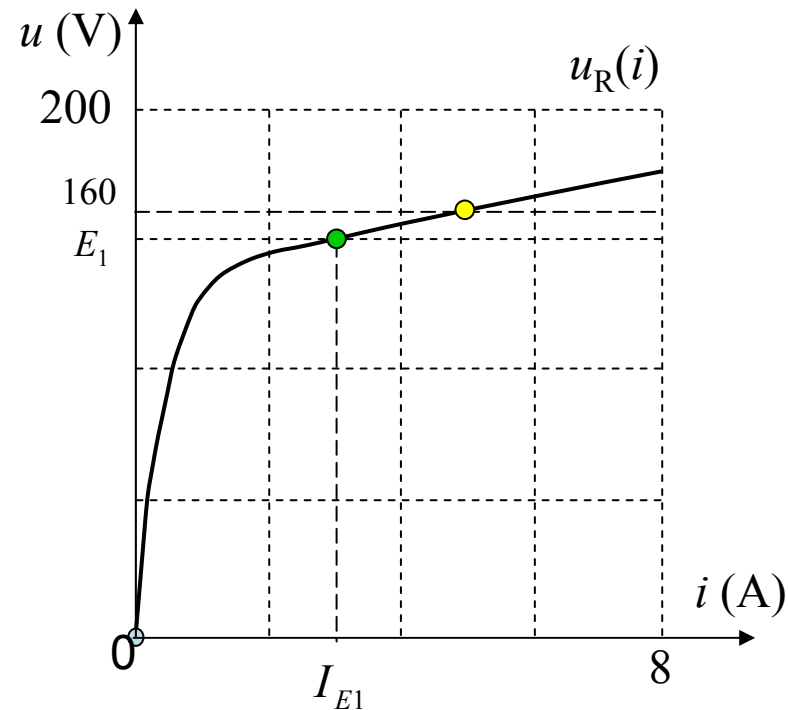
$$\rightarrow i_{E2}(t) = 2 - 2e^{-50t} \text{ A}$$



# VD1 Tuyến tính hoá quanh điểm làm việc (3)



$$i_{E2}(t) = 2 - 2e^{-50t} \text{ A}$$



*Điều kiện tuyến tính hoá: các thông số chỉ biến thiên trong một đoạn hẹp/ngắn/thẳng*

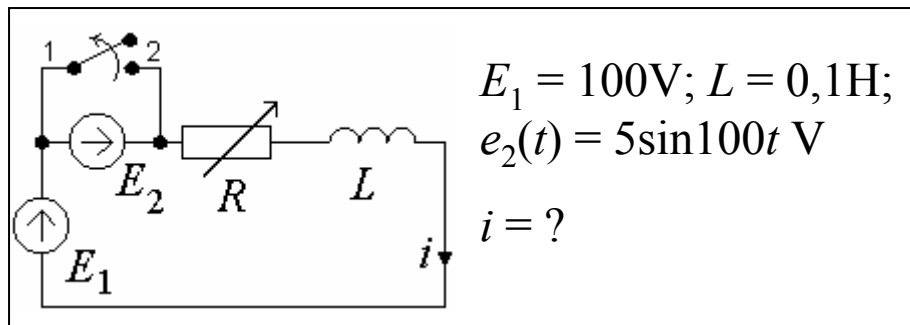
$i_{E2max} = 2 \text{ A} \rightarrow$  QTQĐ chỉ biến thiên trong một đoạn thẳng

$\rightarrow$  việc tuyến tính hoá là hợp lý

$$\rightarrow i(t) = I_{E1} + i_{E2}(t) = 3 + 2 - 2e^{-50t} = 5 - 2e^{-50t} \text{ A}$$



## VD2 Tuyến tính hoá quanh điểm làm việc (4)



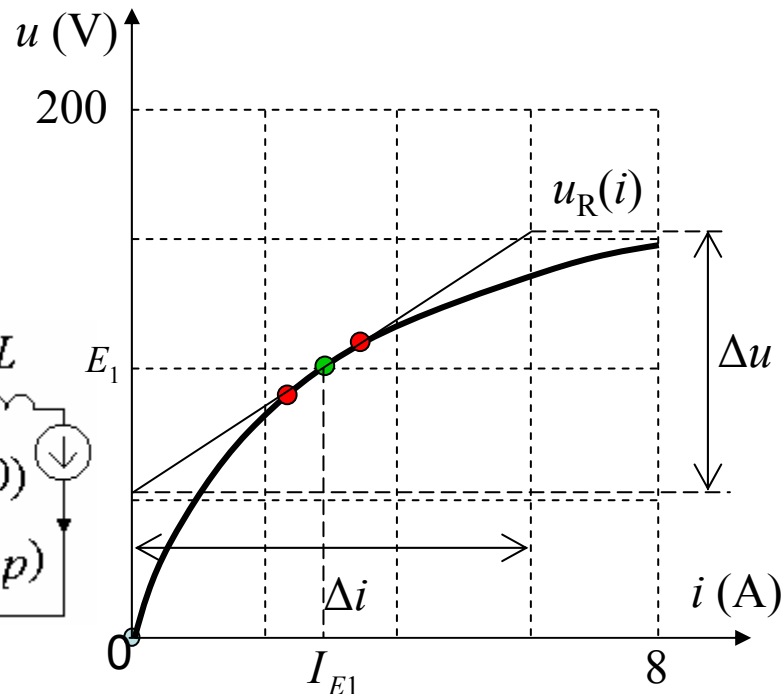
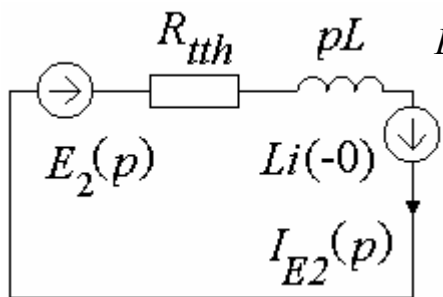
$$E_1 = 100 \text{ V} \rightarrow I_{E1} = 2,8 \text{ A}$$

$$R_{th} = \frac{du}{di} \approx \frac{\Delta u}{\Delta i} = \frac{100}{6} = 16,67 \Omega$$

$$i(-0) = 0 \text{ A}$$

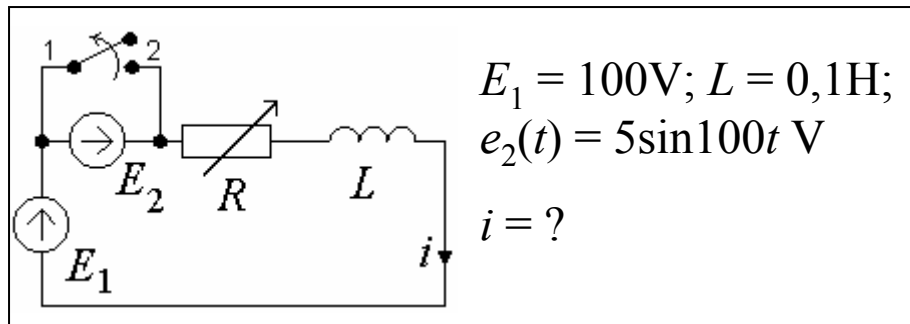
$$I_{e_2}(p) = \frac{E_2(p) + Li(-0)}{pL + R_{th}} = \frac{5 \cdot 100}{0,1p + 16,67} + 0 = \frac{5000}{(p + 166,67)(p^2 + 100^2)}$$

$$\rightarrow i_{e_2}(t) = 0,13e^{-166,67t} + 0,26 \sin(100t - 31^\circ) \text{ A}$$





## VD2 Tuyến tính hoá quanh điểm làm việc (5)



$$i_{e_2}(t) = 0,13e^{-166,67t} + 0,26\sin(100t - 31^\circ) \text{ A}$$

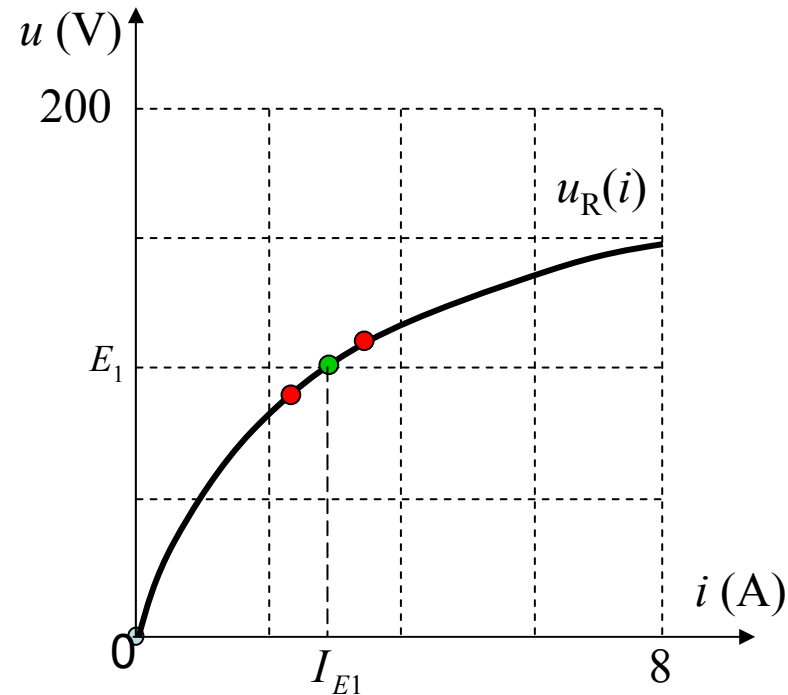
Điều kiện tuyến tính hoá: các thông số chỉ biến thiên trong một đoạn hẹp/ngắn/thẳng

$$i_{e_2}(t) < 0,13 + 0,26 = 0,39 \text{ A}$$

→ QTQĐ chỉ biến thiên trong một đoạn hẹp

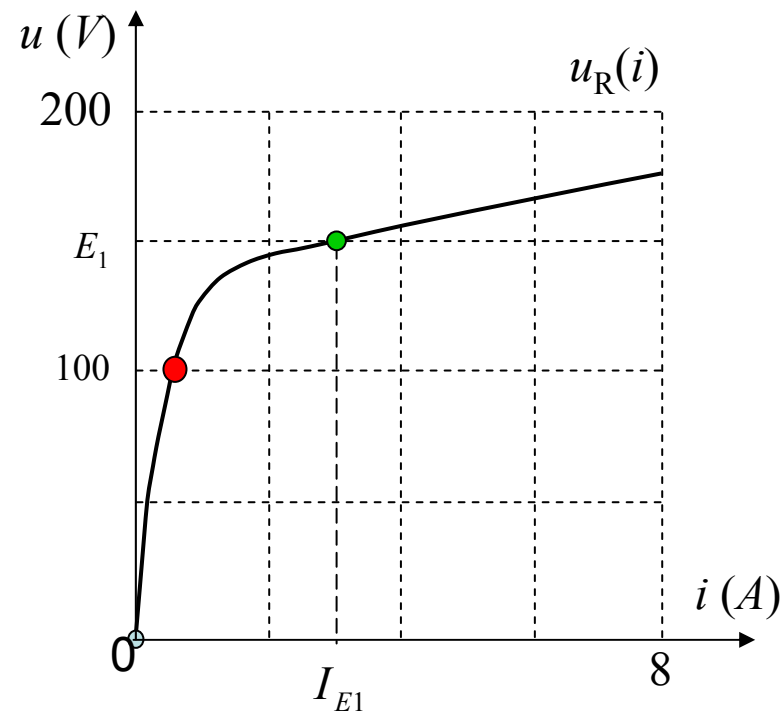
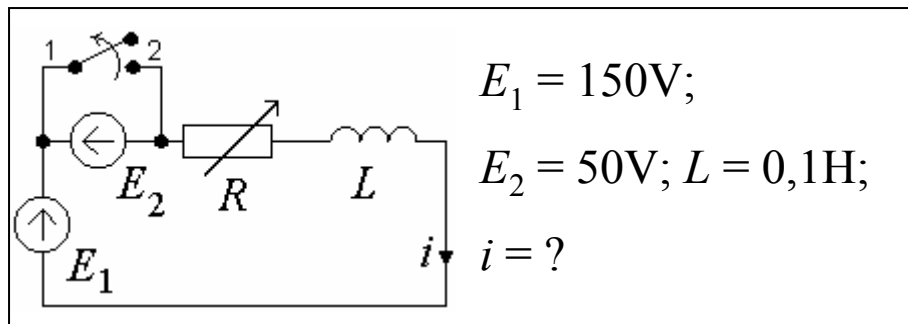
→ việc tuyến tính hoá là hợp lý

$$\rightarrow i(t) = I_{E_1} + i_{e_2}(t) = 2,8 + 0,13e^{-166,67t} + 0,26\sin(100t - 31^\circ) \text{ A}$$





## VD3 Tuyến tính hoá quanh điểm làm việc (6)



*Điều kiện tuyến tính hoá: các thông số chỉ biến thiên trong một đoạn hẹp/ngắn/thẳng*

QTQĐ không biến thiên trong một đoạn thẳng

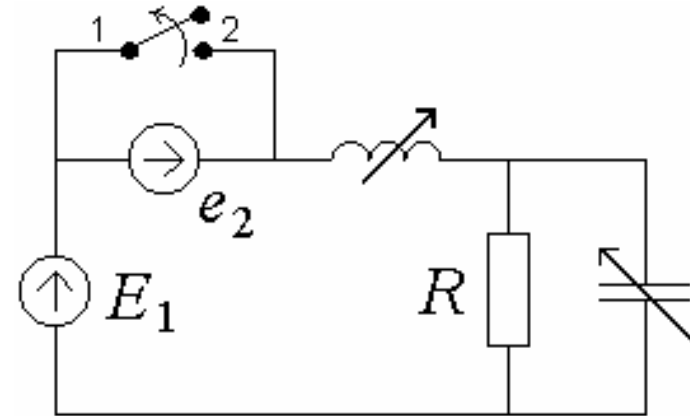
**→ Không áp dụng phương pháp !!!**

## VD4 Tuyến tính hoá quanh điểm làm việc (7)

$$E_1 = 60 \text{ V}; e_2(t) = 5\sqrt{2} \sin 314t; R = 20 \Omega$$

$$\psi(i) = 96e^{0,0020i} - 105e^{-0,26i}; q(u) = 10^{-5}u - 0,5 \cdot 10^{-9}u^3$$

Tính dòng quá độ trên cuộn cảm & điện áp quá độ trên tụ điện.



$$I_{LDC} = \frac{E_1}{R} = \frac{60}{20} = 3 \text{ A}; U_{CDC} = E_1 = 60 \text{ V}$$

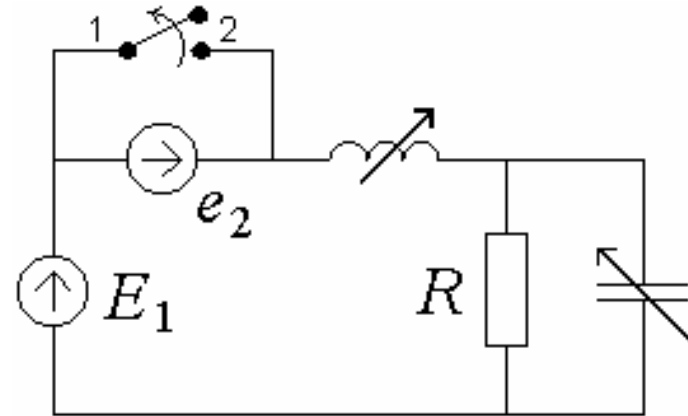
$$L_{tth} = \left. \frac{d\psi}{di} \right|_{i=3} = \left( 96 \cdot 0,002e^{0,0020i} + 105 \cdot 0,26e^{-0,26i} \right) \Big|_{i=3} = 12,71 \text{ H}$$

$$C_{tth} = \left. \frac{dq}{du} \right|_{u=60} = \left( 10^{-5} - 3 \cdot 0,5 \cdot 10^{-9}u^2 \right) \Big|_{u=60} = 4,6 \mu \text{ F}$$

**VD4**

# Tuyến tính hoá quanh điểm làm việc (8)

$E_1 = 60 \text{ V}; e_2(t) = 5\sqrt{2} \sin 314t; R = 20 \Omega$   
 $\psi(i) = 96e^{0,0020i} - 105e^{-0,26i}; q(u) = 10^{-5}u - 0,5 \cdot 10^{-9}u^3$   
 Tính dòng quá độ trên cuộn cảm & điện áp quá độ trên tụ điện.

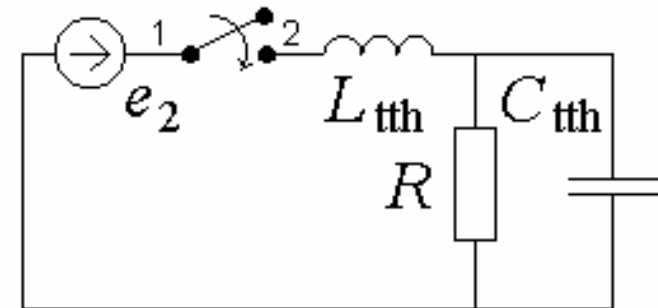


$$L_{tth} = 12,71 \text{ H} \quad C_{tth} = 4,6 \mu\text{F}$$

$$i_{LAC}(t); u_{CAC}(t)$$

$$i_L(t) = I_{LDC} + i_{LAC}(t)$$

$$u_C(t) = U_{CDC} + u_{CAC}(t)$$



## Tuyến tính hoá quanh điểm làm việc (9)

Chỉ áp dụng nếu:

- Biết trước rằng trong QTQĐ các thông số (dòng, áp) chỉ biến thiên trong đoạn AB
- Biết trước rằng AB hẹp/ngắn/thẳng
- Điểm làm việc cố định
- QTQĐ chỉ xảy ra với tín hiệu biến thiên



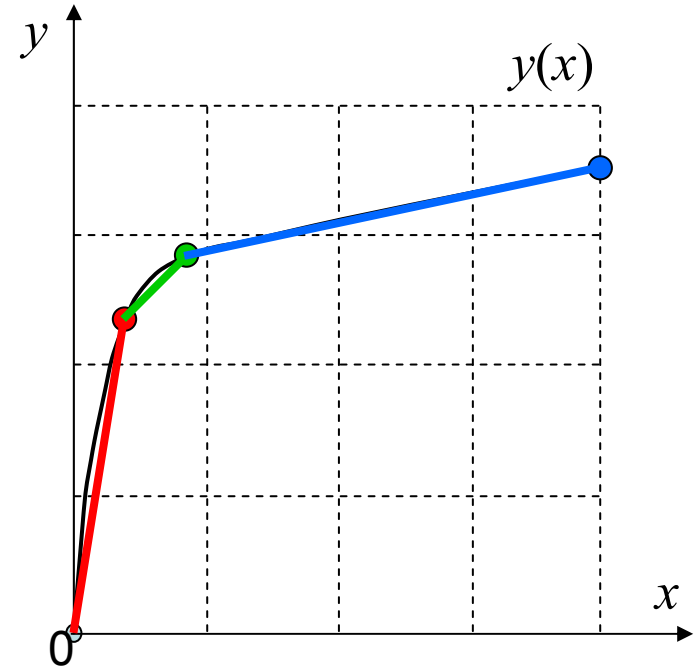
# Nội dung

- Giới thiệu
- Đặc tính của phần tử phi tuyến
- Chế độ xác lập
- Chế độ quá độ
  - Khái niệm
  - Phương pháp tuyến tính hoá số hạng phi tuyến nhỏ
  - Phương pháp tuyến tính hoá quanh điểm làm việc
  - **Phương pháp tuyến tính hoá từng đoạn**
  - Phương pháp tham số bé
  - Phương pháp sai phân
  - Không gian trạng thái
- Giải một số bài toán phi tuyến bằng máy tính



## Tuyến tính hoá từng đoạn (1)

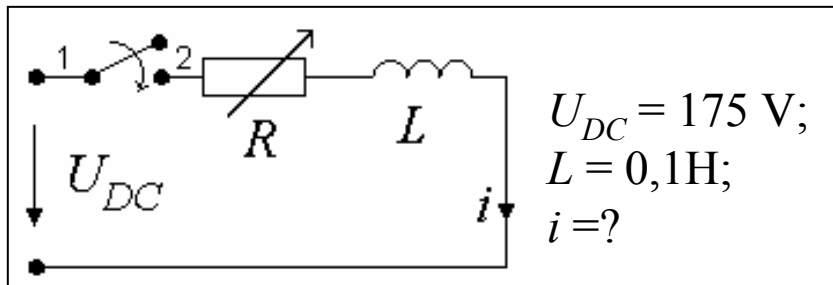
- Đặc tính phi tuyến được chia thành các đoạn đủ nhỏ
- Mỗi đoạn đó được thay bằng các dây cung
- Các hằng số tích phân được xác định từ các điều kiện đầu của mỗi đoạn
- Khoảng làm việc phải biết trước/đoán trước





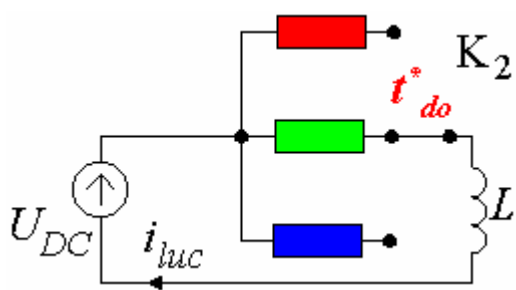
# Tuyến tính hoá từng đoạn (2)

VD1



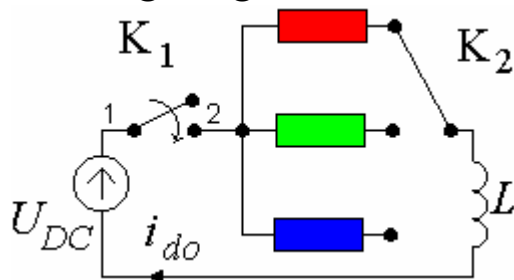
$U_{DC} = 175 \text{ V} \rightarrow i_{xl} = 8 \text{ A}$

$R_{đỏ} \approx \frac{\Delta u_{đỏ}}{\Delta i_{đỏ}} = \frac{120}{0,8} = 150 \Omega$

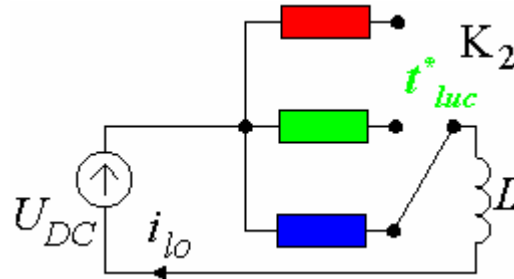


$R_{l\sigma} \approx \frac{\Delta u_{l\sigma}}{\Delta i_{l\sigma}} = \frac{33}{6,3} = 5,24 \Omega$

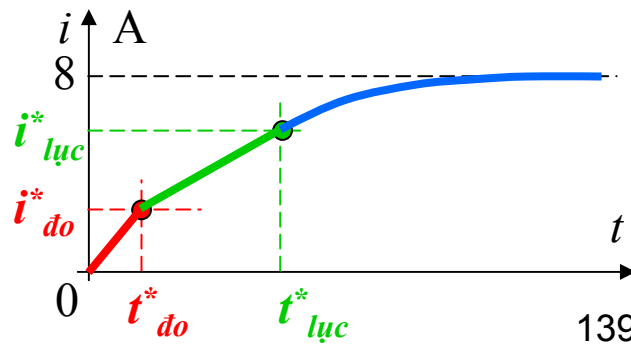
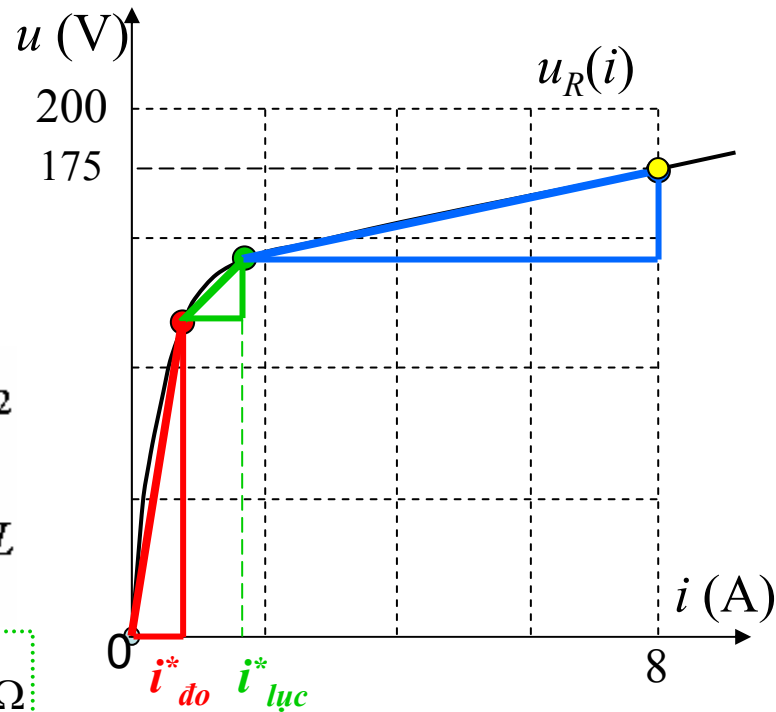
$\rightarrow$  dòng tăng từ 0  $\rightarrow$  8 A



$R_{l\sigma} \approx \frac{\Delta u_{l\sigma}}{\Delta i_{l\sigma}} = \frac{25}{0,9} = 27,78 \Omega$



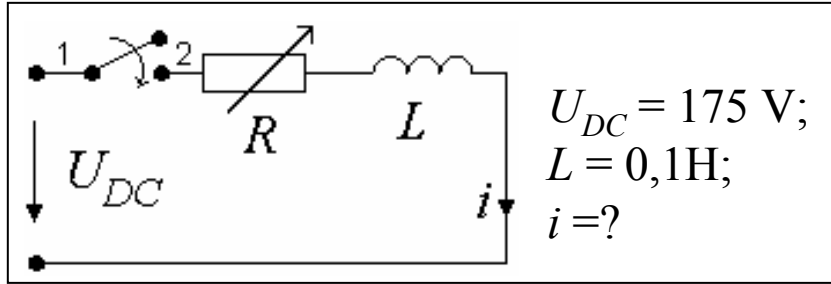
Mạch phi tuyến



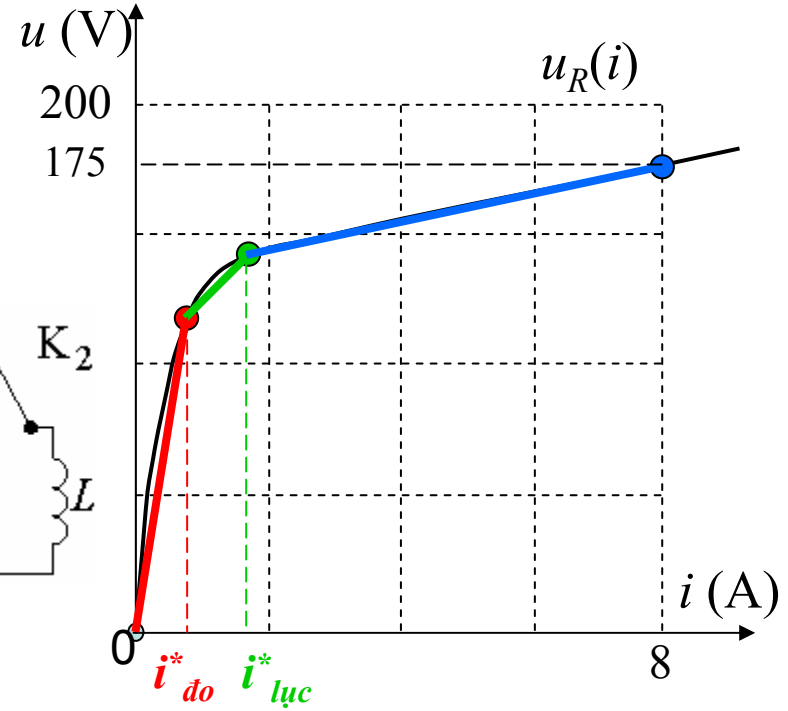
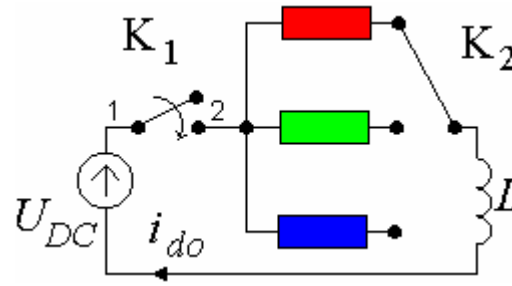


# Tuyến tính hoá từng đoạn (3)

VD1



$$R_{đo} \approx \frac{\Delta u_{đo}}{\Delta i_{đo}} = \frac{120}{0,8} = 150 \Omega$$

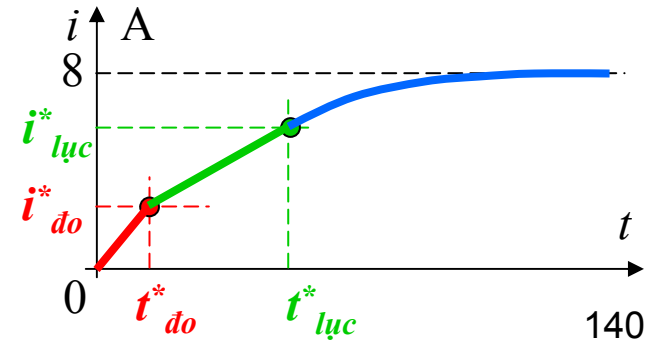


$$i_{đo} = i_{đo-xl} + i_{đo-td}$$

$$i_{đo-xl} = \frac{U_{DC}}{R_{đo}} = \frac{175}{150} = 1,17 \text{ A}$$

$$i_{đo-td} = A \exp\left(-\frac{R_{đo}}{L}t\right) = A \exp\left(-\frac{150}{0,1}t\right) = A e^{-1500t}$$

$$\rightarrow i_{đo} = 1,17 + A e^{-1500t}$$

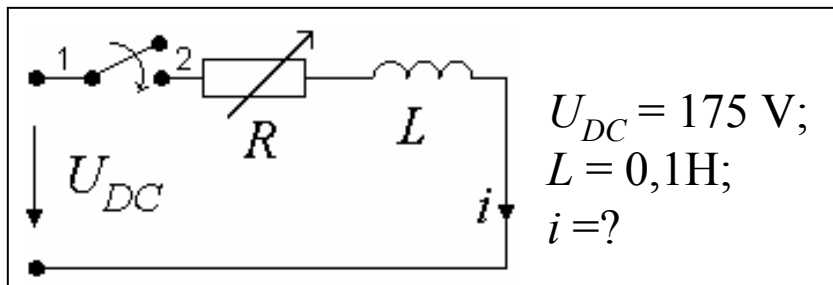


Mạch phi tuyến



# Tuyến tính hoá từng đoạn (4)

VD1

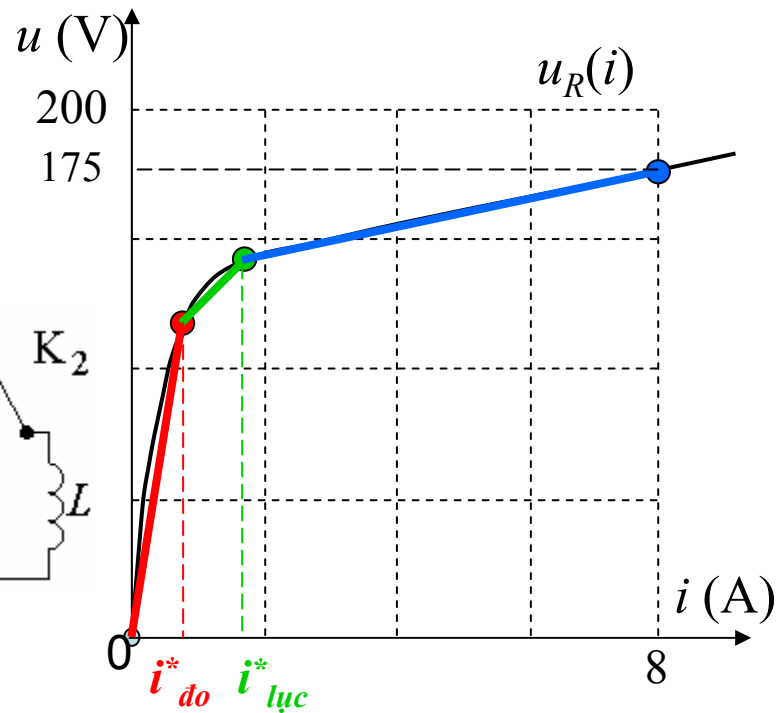
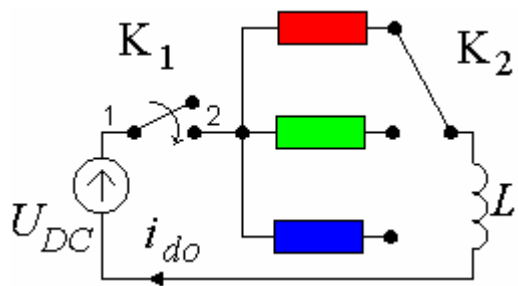


$$i_{\text{đo}} = 1,17 + Ae^{-1500t}$$

$$i_{\text{đo}}(0) = 1,17 + A = 0$$

$$\rightarrow A = -1,17$$

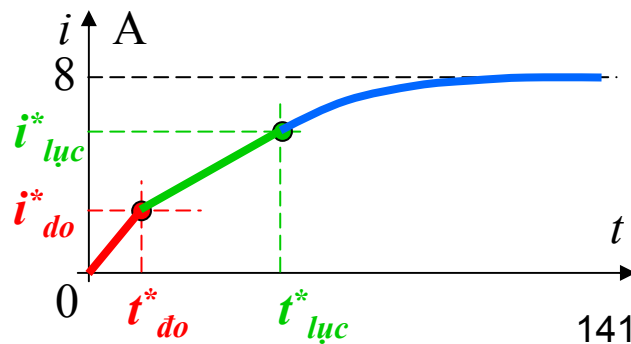
$$\rightarrow i_{\text{đo}}(t) = 1,17(1 - e^{-1500t}) \text{ A}$$



$$i_{\text{đo}}^* = 1,17(1 - e^{-1500t_{\text{đo}}^*})$$

$$i_{\text{đo}}^* = 0,8 \text{ (A)}$$

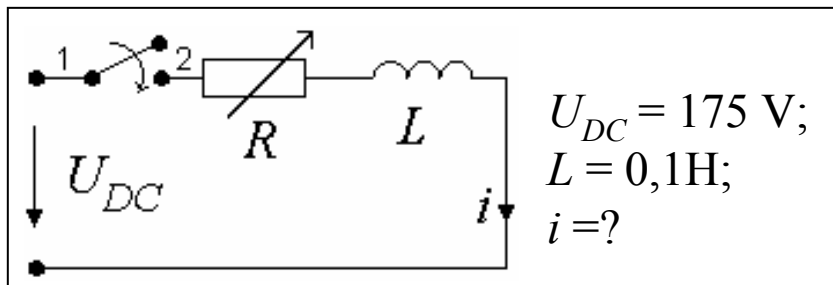
$$t_{\text{đo}}^* = 0,77 \text{ ms}$$





VD1

# Tuyến tính hoá từng đoạn (5)



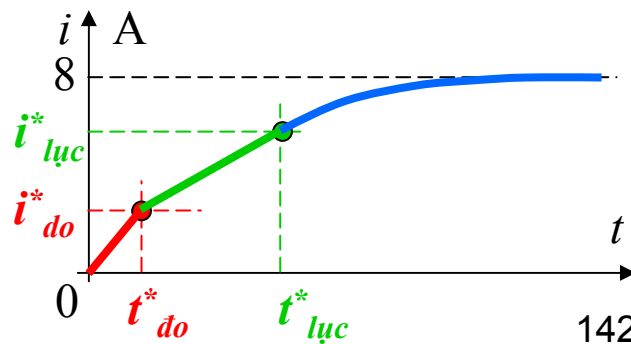
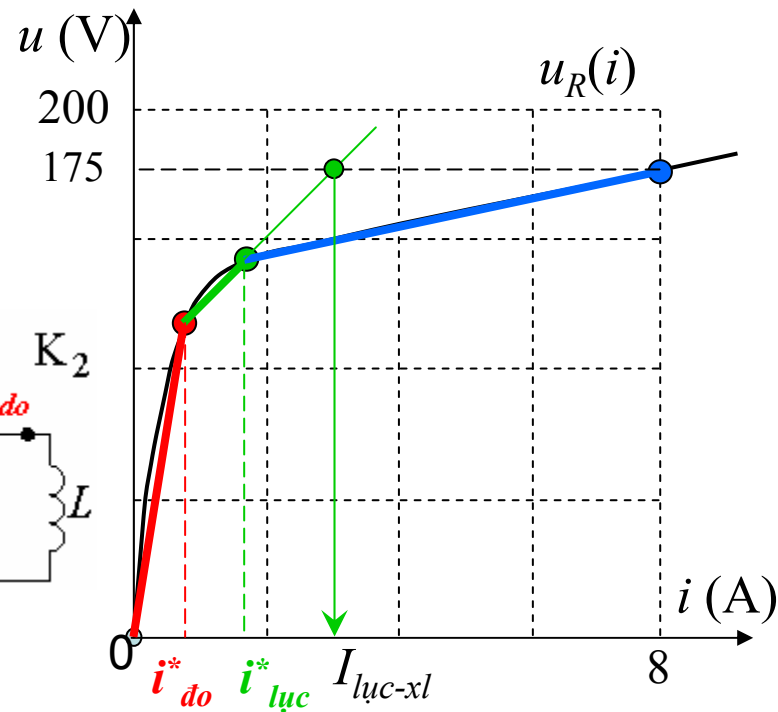
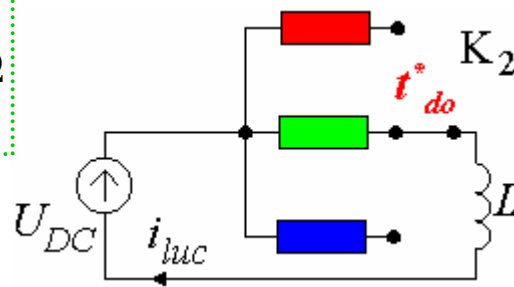
$$R_{luc} \approx \frac{\Delta u_{luc}}{\Delta i_{luc}} = \frac{25}{0,9} = 27,78 \Omega$$

$$i_{luc} = i_{luc-xl} + i_{luc-td}$$

$$i_{luc-xl} = 3 \text{ A}$$

$$i_{luc-td} = A \exp\left(-\frac{R_{luc}}{L}t\right) = A \exp\left(-\frac{27,78}{0,1}t\right) = A e^{-277,8t}$$

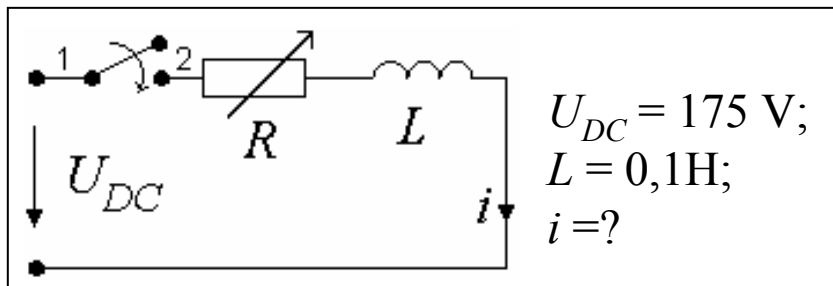
$$\rightarrow i_{luc} = 3 + A e^{-277,8t}$$





# Tuyến tính hoá từng đoạn (6)

VD1

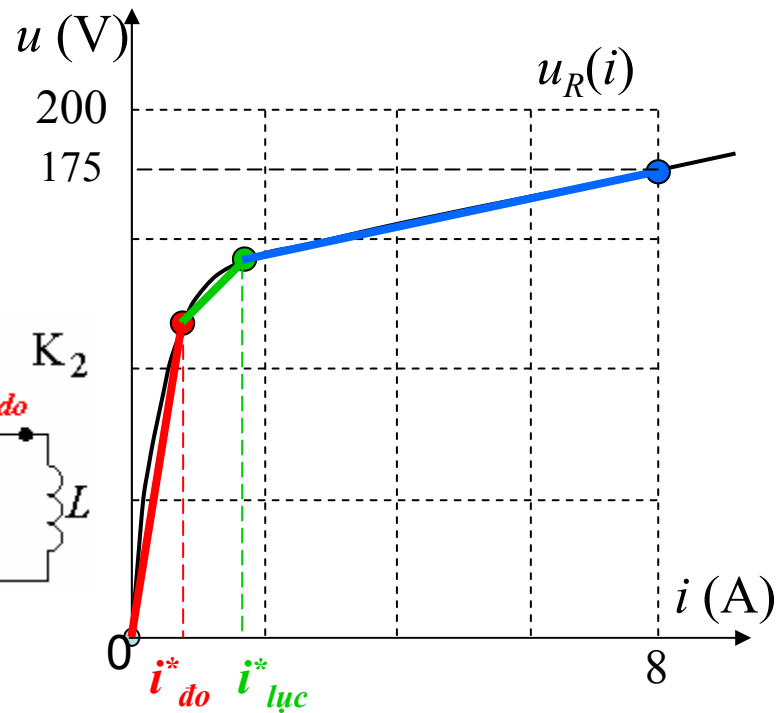
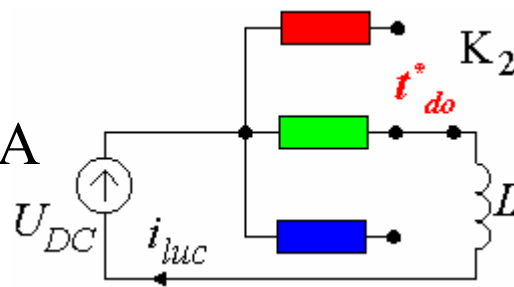


$$i_{luc} = 3 + Ae^{-277,8t}$$

$$i_{luc}(0) = 3 + A = i_{đo}^* = 0,8 \text{ A}$$

$$\rightarrow A = -2,2$$

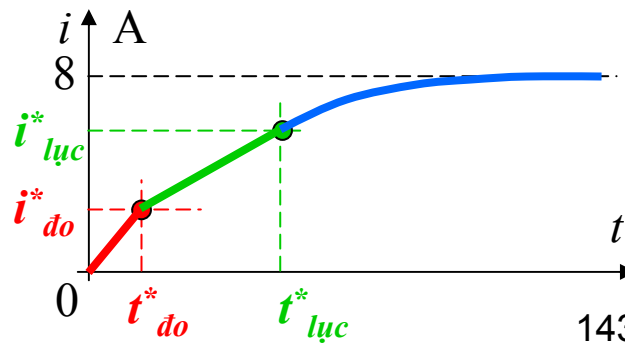
$$\rightarrow i_{luc}(t) = 3 - 2,2e^{-277,8t} \text{ A}$$



$$i_{luc}^* = 3 - 2,2e^{-277,8\Delta t_{luc}} \rightarrow \Delta t_{luc} = 1,89 \text{ ms}$$

$$i_{luc}^* = 1,7 \text{ A}$$

$$\rightarrow t_{luc}^* = t_{do}^* + \Delta t_{luc} = 0,77 + 1,89 = 2,66 \text{ ms}$$

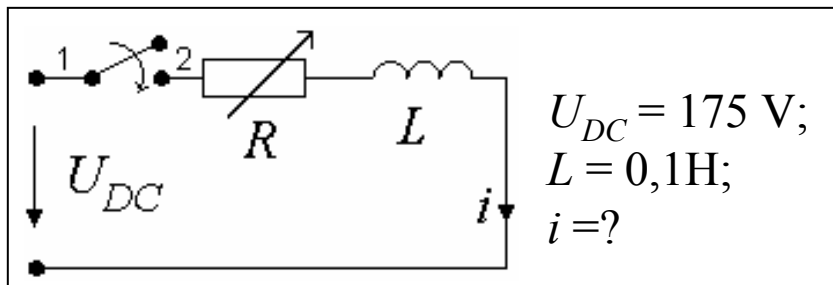


Mạch phi tuyến



VD1

# Tuyến tính hoá từng đoạn (7)



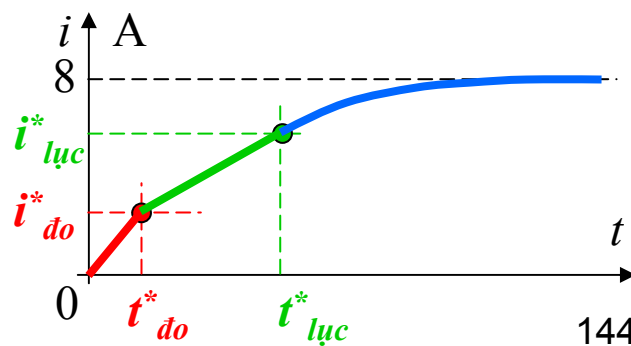
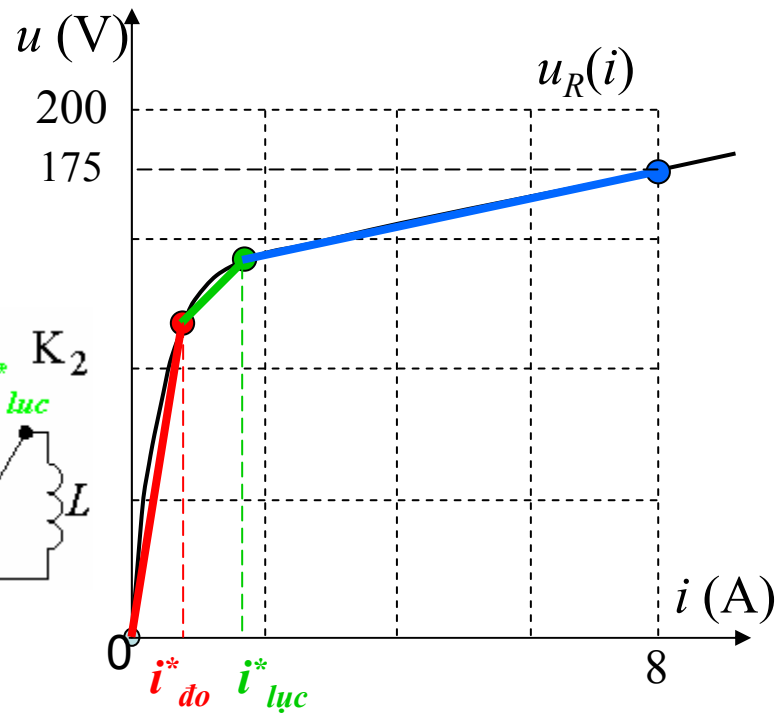
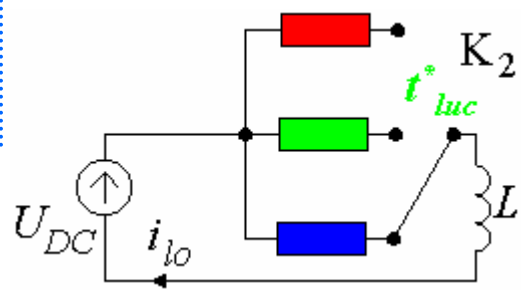
$$R_{l\sigma} \approx \frac{\Delta u_{l\sigma}}{\Delta i_{l\sigma}} = \frac{33}{6,3} = 5,24 \Omega$$

$$i_{l\sigma} = i_{l\sigma-xl} + i_{l\sigma-td}$$

$$i_{l\sigma-xl} = 8 \text{ A}$$

$$i_{l\sigma-td} = A \exp\left(-\frac{R_{l\sigma}}{L} t\right) = A \exp\left(-\frac{5,24}{0,1} t\right) = A e^{-52,4t}$$

$$\rightarrow i_{l\sigma} = 8 + A e^{-52,4t}$$

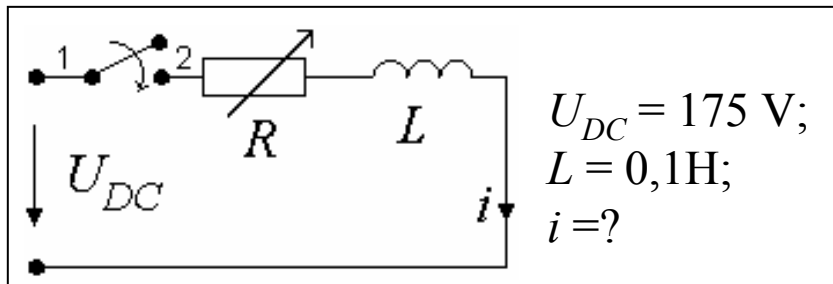






VD1

# Tuyến tính hoá từng đoạn (8)

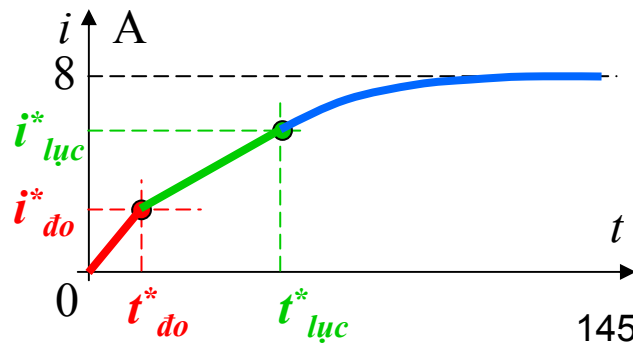
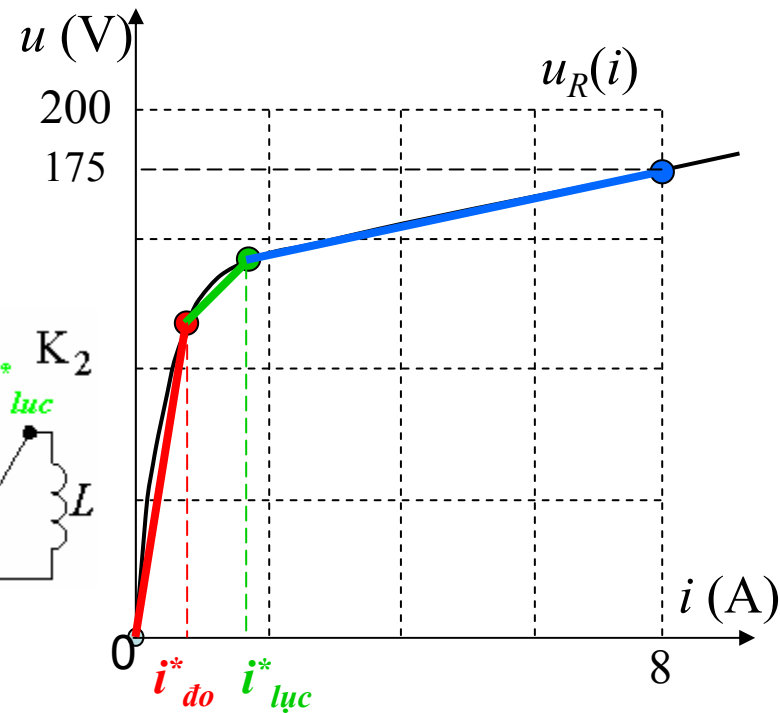
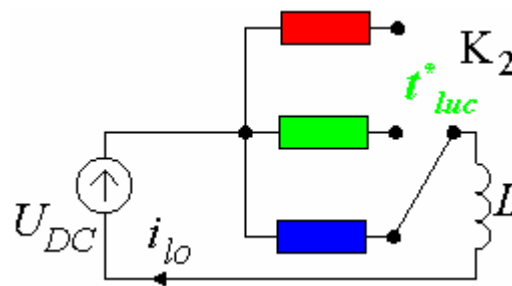


$$i_{l\sigma} = 8 + Ae^{-52,4t}$$

$$i_{l\sigma}(0) = 8 + A = i_{luc}^* = 1,7$$

$$\rightarrow A = -6,3$$

$$\rightarrow i_{l\sigma}(t) = 8 - 6,3e^{-52,4t} \text{ A}$$

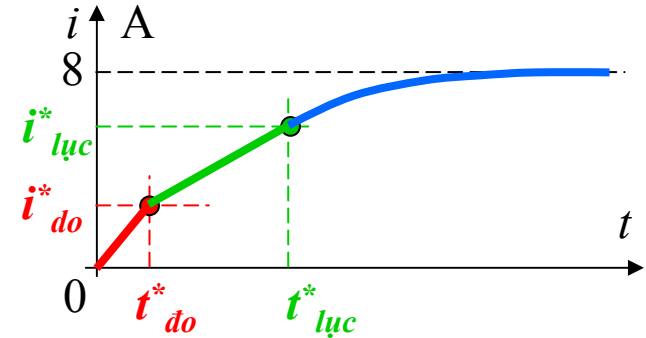
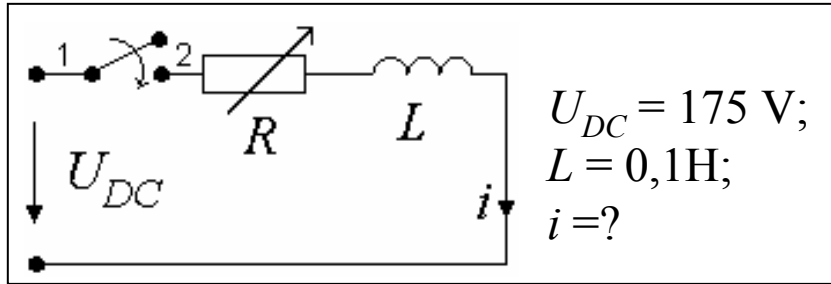


Mạch phi tuyến



VD1

# Tuyến tính hoá từng đoạn (9)



$$0 \leq t < t_{do}^* = 0,77\text{ms}$$

$$i_{do}(t) = 1,17(1 - e^{-1500t}) \text{ A}$$

$$t_{do}^* = 0,77 \text{ ms} \leq t < t_{luc}^* = 2,66 \text{ ms}$$

$$i_{luc}(t) = 3 - 2,2e^{-277,8t} \text{ A}$$

$$t \geq t_{luc}^* = 2,66 \text{ ms}$$

$$i_{lo}(t) = 8 - 6,3e^{-52,4t} \text{ A}$$

$$i(t) = ?$$

$$i(t) = [1(t) - 1(t - t_{do}^*)]i_{do}(t) + [1(t - t_{do}^*) - 1(t - t_{luc}^*)]i_{luc}(t) + 1(t - t_{luc}^*)i_{lo}(t)$$



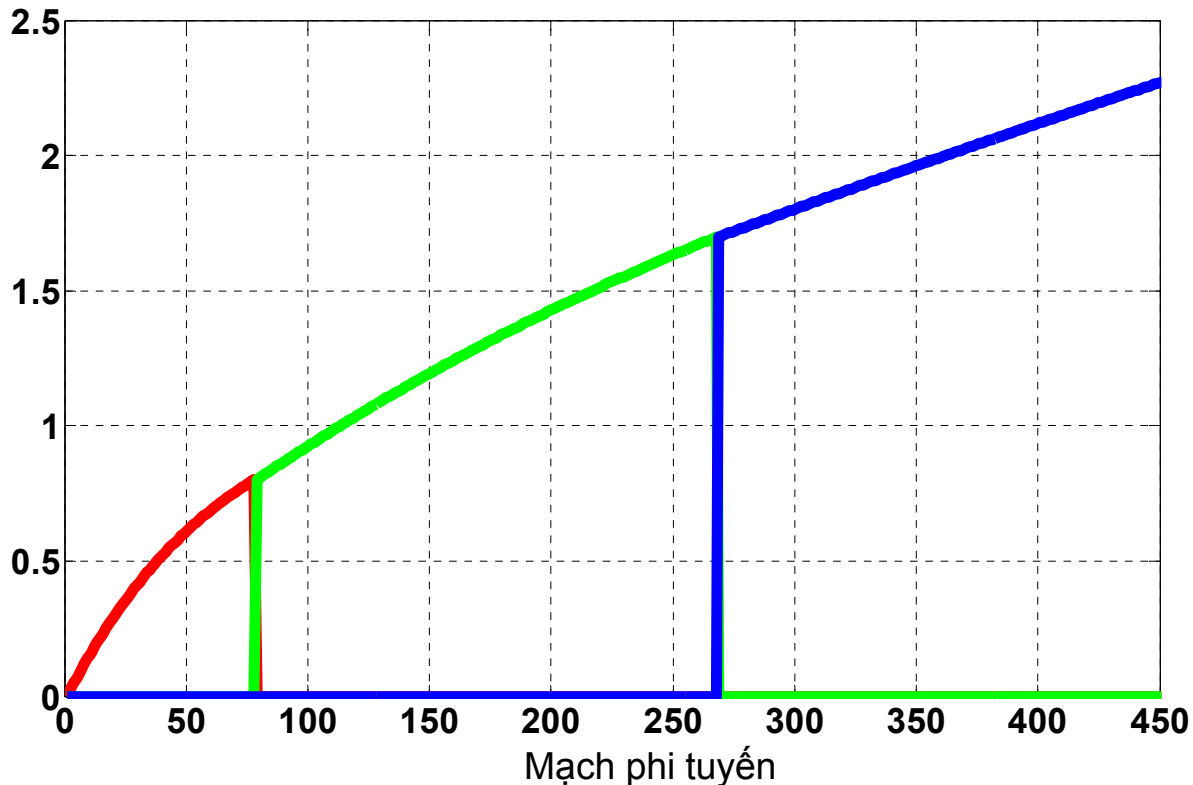
VD1

## Tuyến tính hoá từng đoạn (10)

$$i(t) = 1,17[1(t) - 1(t - 0,77 \cdot 10^{-3})](1 - e^{-1500t}) +$$

$$+ [1(t - 0,77 \cdot 10^{-3}) - 1(t - 2,66 \cdot 10^{-3})](3 - 2,2e^{-277,8t}) +$$

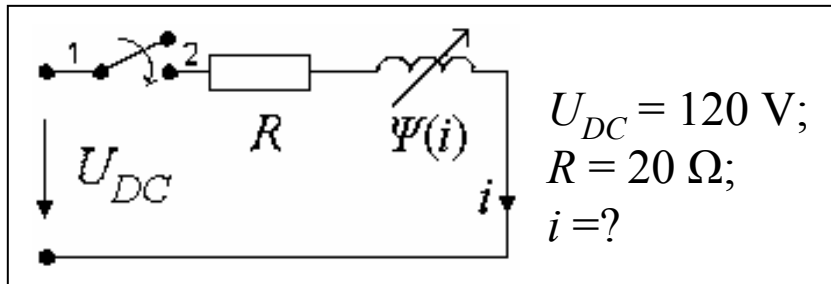
$$+ 1(t - 2,66 \cdot 10^{-3})(8 - 6,3e^{-52,4t}) \text{ A}$$





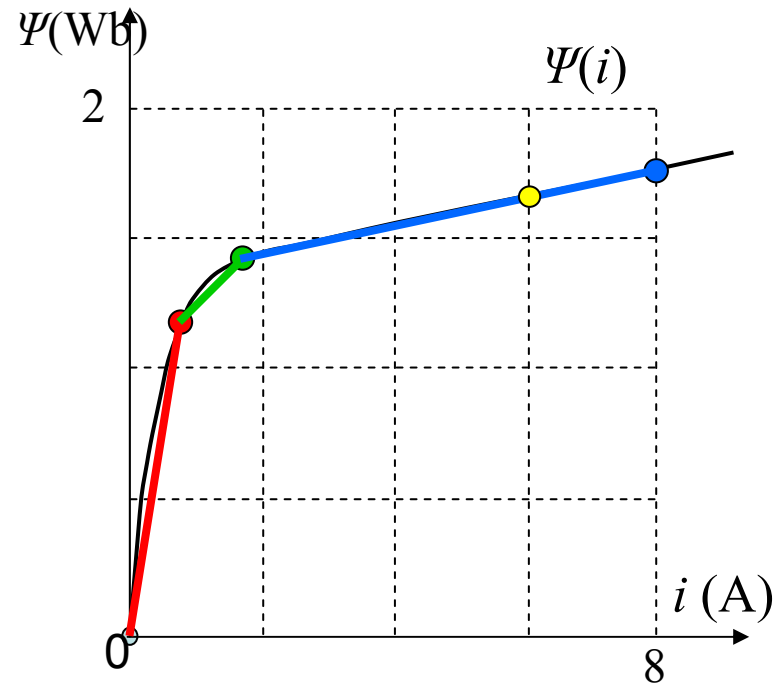
VD2

# Tuyến tính hoá từng đoạn (11)



$$i_{xl} = \frac{U_{DC}}{R} = \frac{120}{20} = 6 \text{ A}$$

→ dòng tăng từ 0 → 6 A



$$L_{đỏ} \approx \frac{\Delta \Psi_{đỏ}}{\Delta i_{đỏ}} = \frac{1,2}{0,8} = 1,5 \text{ H}$$

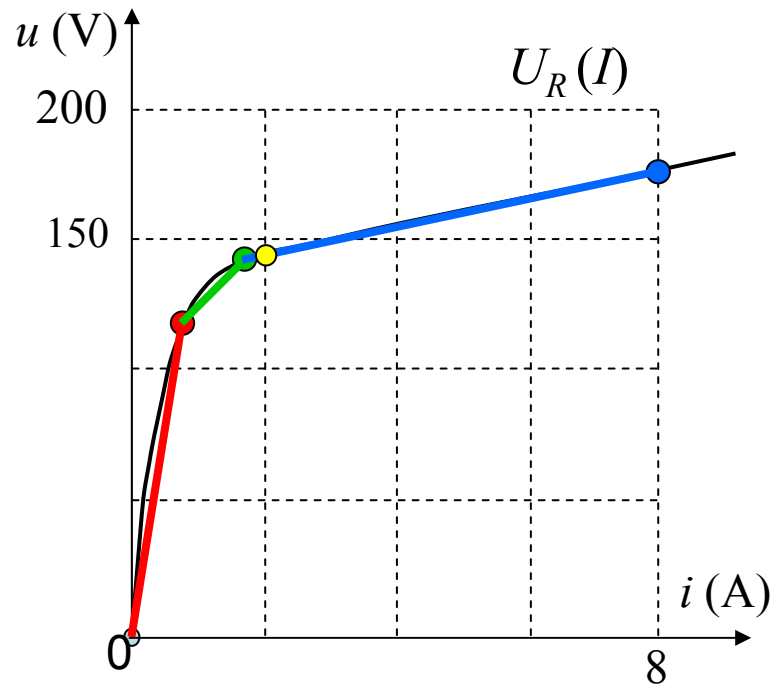
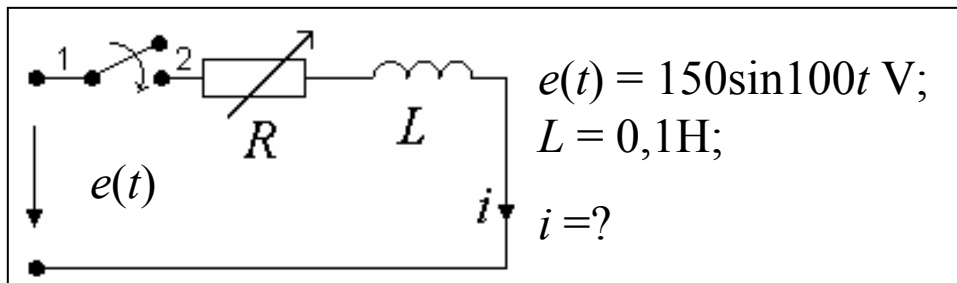
$$L_{lục} \approx \frac{\Delta \Psi_{lục}}{\Delta i_{lục}} = \frac{0,25}{0,9} = 0,28 \text{ H}$$

$$L_{lục} \approx \frac{\Delta \Psi_{lục}}{\Delta i_{lục}} = \frac{0,33}{6,3} = 0,052 \text{ H}$$



VD3

# Tuyến tính hoá từng đoạn (12)



$$E_m^2 = U_{Rm}^2 + U_{Lm}^2 = U_{Rm}^2 (I_{m-xl}) + (\omega L I_{m-xl})^2$$

$$\rightarrow 150^2 = U_{Rm}^2 (I_{m-xl}) + (100 \cdot 0,1 I_{m-xl})^2$$

$$\rightarrow 150^2 = U_{Rm}^2 (I_{m-xl}) + 100 I_{m-xl}^2$$

$$\rightarrow I_{m-xl} = 2 \text{ A}$$

→ Giá trị tức thời của dòng điện biến thiên giữa 0 & 2 A

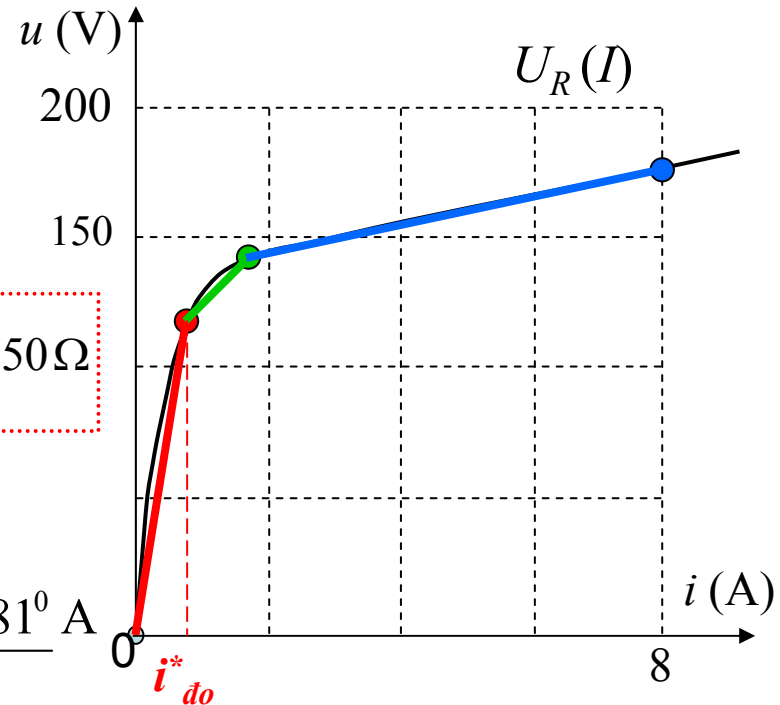
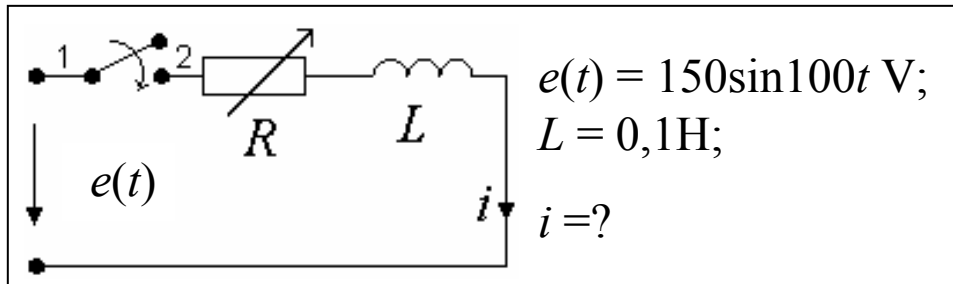
$$R_{đỏ} \approx \frac{\Delta u_{đỏ}}{\Delta i_{đỏ}} = \frac{120}{0,8} = 150 \Omega$$

$$R_{lục} \approx \frac{\Delta u_{lục}}{\Delta i_{lục}} = \frac{25}{0,9} = 27,78 \Omega$$

$$R_{lục} \approx \frac{\Delta u_{lục}}{\Delta i_{lục}} = \frac{33}{6,3} = 5,24 \Omega$$

VD3

# Tuyến tính hoá từng đoạn (13)



$$i_{\dot{o}} = i_{\dot{o}-xl} + i_{\dot{o}-td}$$

$$R_{\dot{o}} \approx \frac{\Delta u_{\dot{o}}}{\Delta i_{\dot{o}}} = \frac{120}{0,8} = 150 \Omega$$

$$i_{\dot{o}-td} = A \exp\left(-\frac{R_{\dot{o}}}{L}t\right) = A \exp\left(-\frac{150}{0,1}t\right) = A e^{-1500t}$$

$$i_{\dot{o}-xl} = \frac{\dot{E}}{R_{\dot{o}} + j\omega L} = \frac{150}{\sqrt{2}(150 + j100 \cdot 0,1)} = 0,71 / -3,81^\circ \text{ A}$$

$$\rightarrow i_{\dot{o}-xl} = 0,71\sqrt{2} \sin(100t - 3,81^\circ) \text{ A} \rightarrow i_{\dot{o}}(0) = 0,71\sqrt{2} \sin(-3,81^\circ) + A = 0 \rightarrow A = 0,067$$

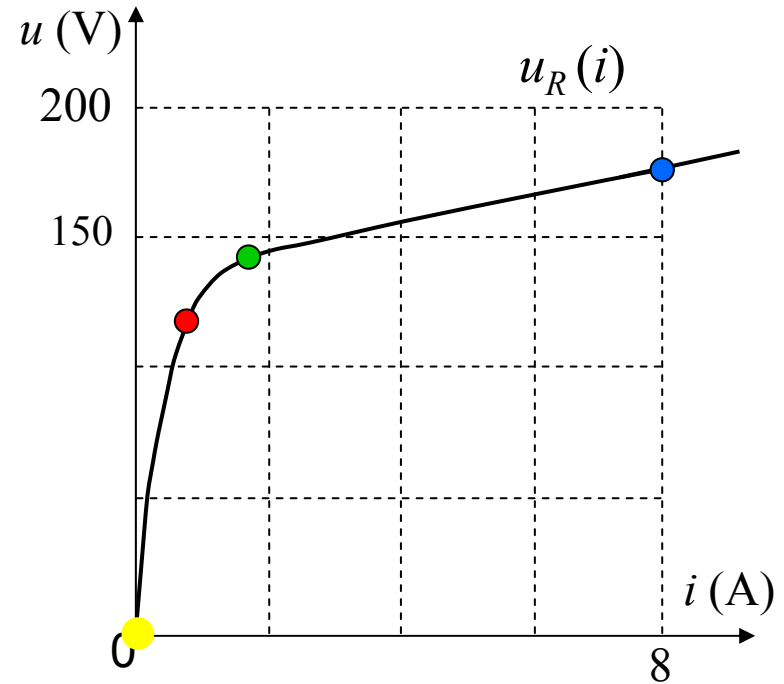
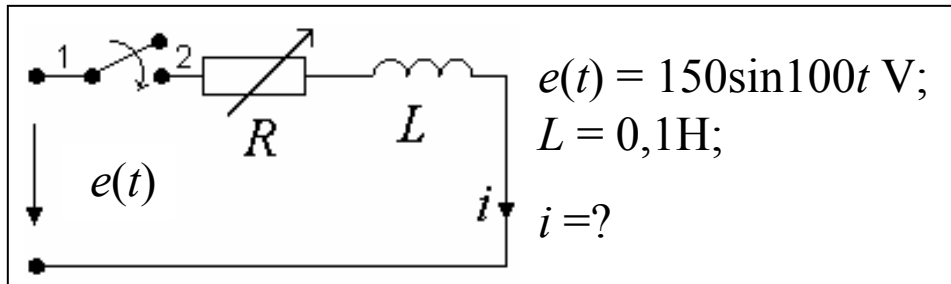
$$\rightarrow i_{\dot{o}}(t) = 0,71\sqrt{2} \sin(100t - 3,81^\circ) + 0,067e^{-1500t} \text{ A}$$

$$i_{\dot{o}}^* = 0,71\sqrt{2} \sin(100t_{\dot{o}}^* - 3,81^\circ) + 0,067e^{-1500t_{\dot{o}}^*} = 0,8 \rightarrow t_{\dot{o}}^* = 9,95 \text{ ms}$$



VD3

# Tuyến tính hoá từng đoạn (14)





## Tuyến tính hoá từng đoạn (15)

- Độ chính xác cao
- Khối lượng tính toán lớn
- Chỉ nên áp dụng cho mạch có nguồn một chiều



# Nội dung

- Giới thiệu
- Đặc tính của phần tử phi tuyến
- Chế độ xác lập
- Chế độ quá độ
  - Khái niệm
  - Phương pháp tuyến tính hoá số hạng phi tuyến nhỏ
  - Phương pháp tuyến tính hoá quanh điểm làm việc
  - Phương pháp tuyến tính hoá từng đoạn
  - **Phương pháp tham số bé**
  - Phương pháp sai phân
  - Không gian trạng thái
- Giải một số bài toán phi tuyến bằng máy tính

## Tham số bé (1)

- Thông số nhỏ/nhiều loạn
- Phương trình mô tả mạch:  $F(x, x', \dots, \mu, t) = 0$  (1)  
có nghiệm:  $x = x(t, \mu)$
- Giả sử rằng nghiệm  $x$  có thể khai triển thành:  
$$x(t, \mu) = x_0(t) + x_1(t)\mu + x_2(t)\mu^2 + \dots$$
- Thay nghiệm đã khai triển vào (1), rút ra được:

$$F_0(x_0, x_1, x_2, x'_0, x'_1, x'_2, \dots) + \mu F_1(x_0, x_1, x_2, x'_0, x'_1, x'_2, \dots) + \mu^2 F_2(x_0, x_1, x_2, x'_0, x'_1, x'_2, \dots) = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} F_0(x_0, x_1, x_2, x'_0, x'_1, x'_2, \dots) = 0 \\ F_1(x_0, x_1, x_2, x'_0, x'_1, x'_2, \dots) = 0 \\ F_2(x_0, x_1, x_2, x'_0, x'_1, x'_2, \dots) = 0 \end{cases} \quad (2)$$

## Tham số bé (2)

$$\left. \begin{aligned} F(x, x', \dots, \mu, t) = 0 \quad (1) \\ x(t, \mu) = x_0(t) + x_1(t)\mu + x_2(t)\mu^2 + \dots \end{aligned} \right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} F_0(x_0, x_1, x_2, x_0', x_1', x_2', \dots) = 0 \\ F_1(x_0, x_1, x_2, x_0', x_1', x_2', \dots) = 0 \\ F_2(x_0, x_1, x_2, x_0', x_1', x_2', \dots) = 0 \end{cases} \quad (2)$$

- Nếu (2) giải khó hơn (1) thì không dùng phương pháp này
- Để (2) dễ giải hơn (1) thì (1) nên có dạng:

$$H_0(x, t) + \mu H_1(x, \mu, t) = 0$$

- Các số hạng gây khó khăn cho tính toán thường để vào  $H_1$
- $\mu$  có thể là thông số thật hoặc giả (phi vật lý)



## Tham số bé (3)

$$Ri + \frac{d\Psi}{dt} = u \rightarrow Ri + \frac{\partial\Psi}{\partial i} \cdot \frac{di}{dt} = u$$

$$\rightarrow 250i + (2 - 11,25i^2)i' = 120$$

$$\rightarrow 250i + 2i' - 11,25i^2i' = 120$$

Đặt  $\mu = 11,25$

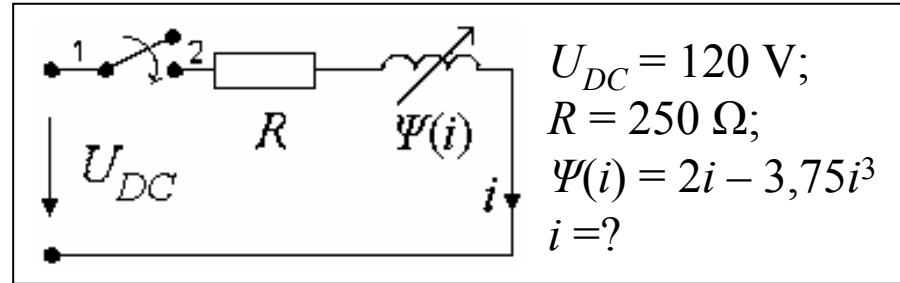
$$\rightarrow 250i + 2i' - \mu i^2 i' = 120$$

$$\rightarrow 250i + 2i' - 120 = \mu i^2 i'$$

Đặt  $i = i_0(t) + \mu i_1(t)$

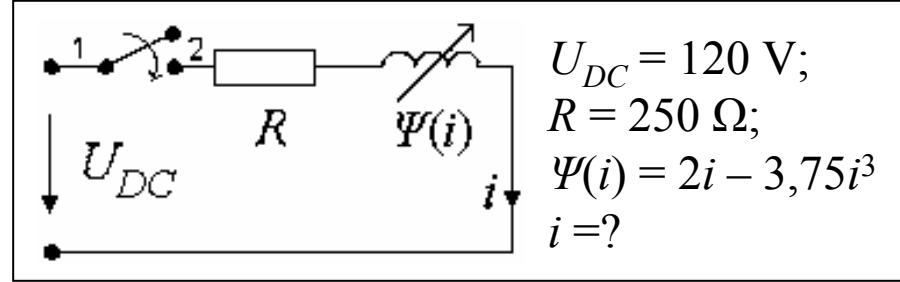
$$\rightarrow (250i_0 + 2i_0' - 120) + \mu(250i_1 + 2i_1' - i_0^2 i_0') -$$

$$- \mu^2(2i_0 i_1 i_0' + i_0^2 i_1') - \mu^3(2i_0 i_1 i_1' + i_1^2 i_0') - \mu^4 i_1^2 i_1' = 0$$





# Tham số bé (4)



$$(250i_0 + 2i_0' - 120) + \mu(250i_1 + 2i_1' - i_0^2 i_0') - \mu^2(2i_0 i_1 i_0' + i_0^2 i_1') - \mu^3(2i_0 i_1 i_1' + i_1^2 i_0') - \mu^4 i_1^2 i_1' = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} 250i_0 + 2i_0' - 120 = 0 \\ 250i_1 + 2i_1' - i_0^2 i_0' = 0 \end{cases} \quad (1)$$

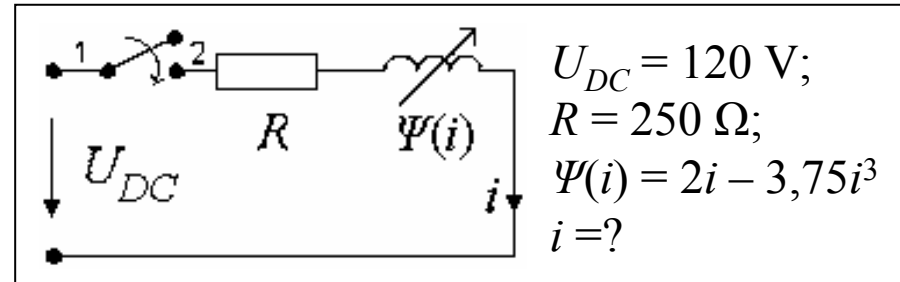
$$(1a) \rightarrow 250I_0(p) + 2pI_0(p) - 2i_0(-0) - \frac{120}{p} = 0 \rightarrow I_0(p) = \frac{\frac{120}{p} + 2i_0(-0)}{2p + 250} = \frac{60}{p(p + 125)}$$

$$\rightarrow i_0(t) = 0,48(1 - e^{-125t}) \text{ A}$$

## Tham số bé (5)

$$\begin{cases} 250i_0 + 2i_0' - 120 = 0 \\ 250i_1 + 2i_1' - i_0^2 i_0' = 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$(1a) \rightarrow i_0(t) = 0,48(1 - e^{-125t}) \text{ A}$$



$$(1b) \rightarrow 250i_1 + 2i_1' - [0,48(1 - e^{-125t})]^2 60e^{-125t} = 0$$

$$\rightarrow 250i_1 + 2i_1' - 13,824(e^{-125t} - 2e^{-250t} + e^{-375t}) = 0$$

$$\rightarrow 250I_1(p) + 2pI_1(p) - 2i_1(-0) - 13,824 \left( \frac{1}{p+125} - \frac{2}{p+250} + \frac{1}{p+375} \right) = 0$$

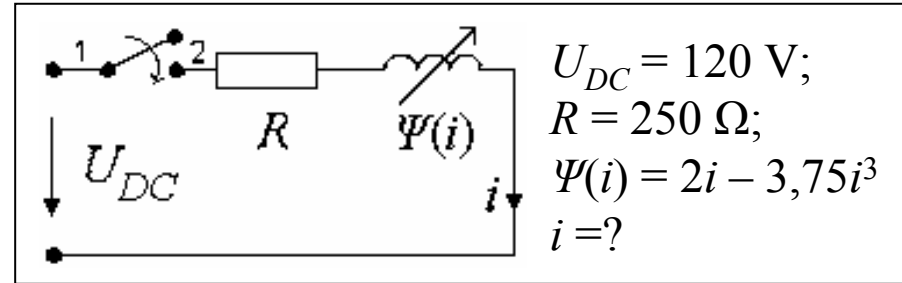
$$\rightarrow I_1(p) = 13,824 \frac{\frac{1}{p+125} - \frac{2}{p+250} + \frac{1}{p+375}}{2p+250} =$$

$$= 6,912 \left[ \frac{1}{(p+125)^2} - \frac{2}{(p+125)(p+250)} + \frac{1}{(p+125)(p+375)} \right]$$

$$\rightarrow i_1(t) = 6,912(te^{-125t} - 0,012e^{-125t} + 0,016e^{-250t} - 0,004e^{-375t}) \text{ A}$$



# Tham số bé (6)



$$i = i_0(t) + \mu \dot{i}_1(t)$$

$$i_0(t) = 0,48(1 - e^{-125t}) \text{ A}$$

$$i_1(t) = 6,912(te^{-125t} - 0,012e^{-125t} + 0,016e^{-250t} - 0,004e^{-375t}) \text{ A}$$

$$\rightarrow i(t) = 0,48(1 - e^{-125t}) + \mu 6,912(te^{-125t} - 0,012e^{-125t} + 0,016e^{-250t} - 0,004e^{-375t}) \text{ A}$$

$\mu = 11,25$

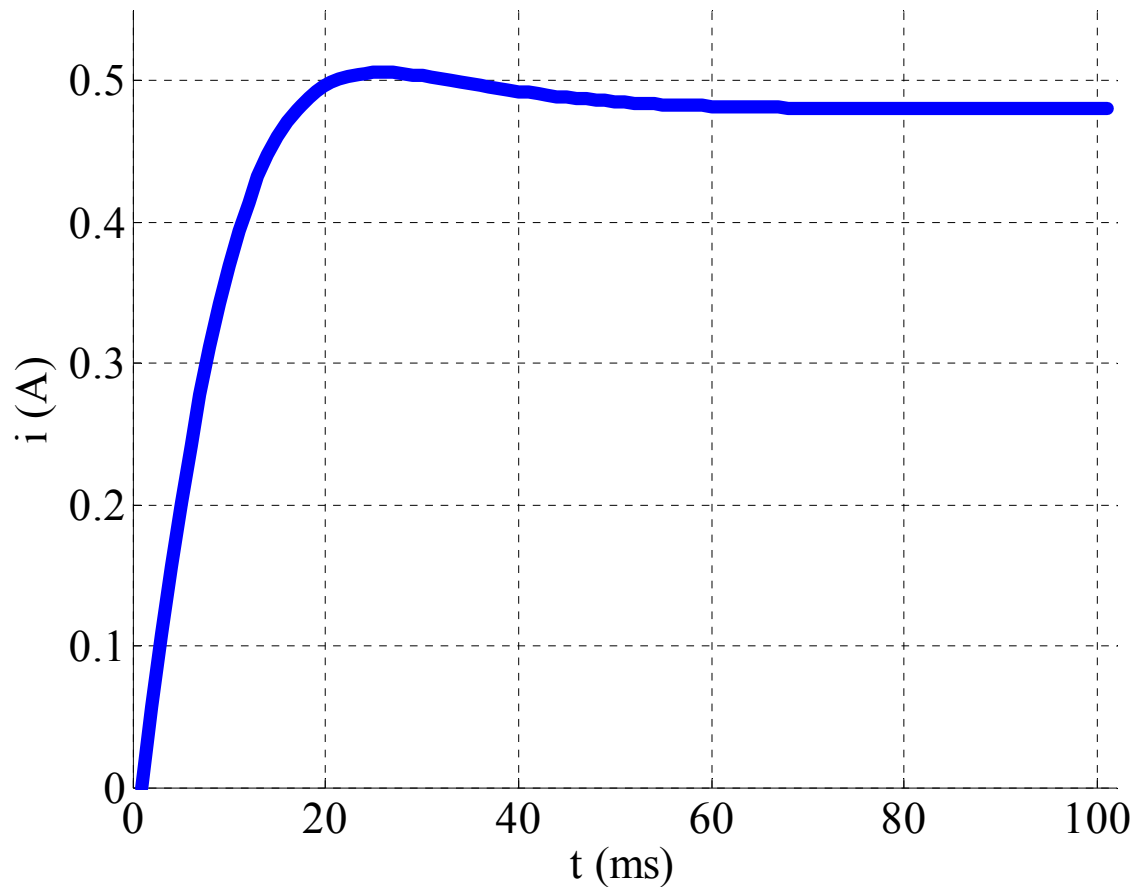
$$\rightarrow i(t) = 0,48(1 - e^{-125t}) + 11,25 \cdot 6,912(te^{-125t} - 0,012e^{-125t} + 0,016e^{-250t} - 0,004e^{-375t}) \text{ A}$$

$$= 0,48 + (77,76t - 1,41)e^{-125t} + 1,24e^{-250t} - 0,31e^{-375t} \text{ A}$$



# Tham số bé (7)

$$i(t) = 0,48 + (77,76t - 1,41)e^{-125t} + 1,24e^{-250t} - 0,31e^{-375t} \text{ A}$$



Mạch phi tuyến



# Nội dung

- Giới thiệu
- Đặc tính của phần tử phi tuyến
- Chế độ xác lập
- Chế độ quá độ
  - Khái niệm
  - Phương pháp tuyến tính hoá số hạng phi tuyến nhỏ
  - Phương pháp tuyến tính hoá quanh điểm làm việc
  - Phương pháp tuyến tính hoá từng đoạn
  - Phương pháp tham số bé
  - **Phương pháp sai phân**
  - Không gian trạng thái
- Giải một số bài toán phi tuyến bằng máy tính

## Sai phân (1)

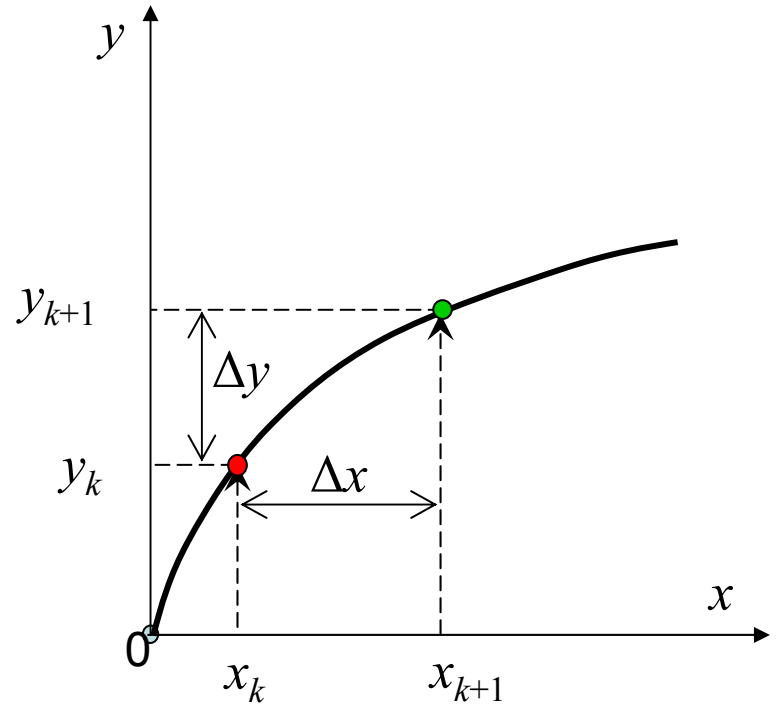
- Coi như phương pháp tổng quát cho nghiệm gần đúng ở dạng dãy số rời rạc
- Xác định nghiệm ở các điểm thời gian gián đoạn
- Xấp xỉ vi phân  $dy$  thành sai phân  $\Delta y$ :  $dy \approx \Delta y$
- $\rightarrow$  biến (hệ) phương trình vi phân thành (hệ) phương trình sai phân gần đúng
- Có thể áp dụng cho cả tuyến tính & phi tuyến



## Sai phân (2)

- Xấp xỉ vi phân  $dy$  thành sai phân  $\Delta y$ :  $dy \approx \Delta y$

$$\frac{dy}{dx} \begin{matrix} \longrightarrow \Delta y \\ \longrightarrow \Delta x \end{matrix} \longrightarrow \frac{\Delta y}{\Delta x}$$



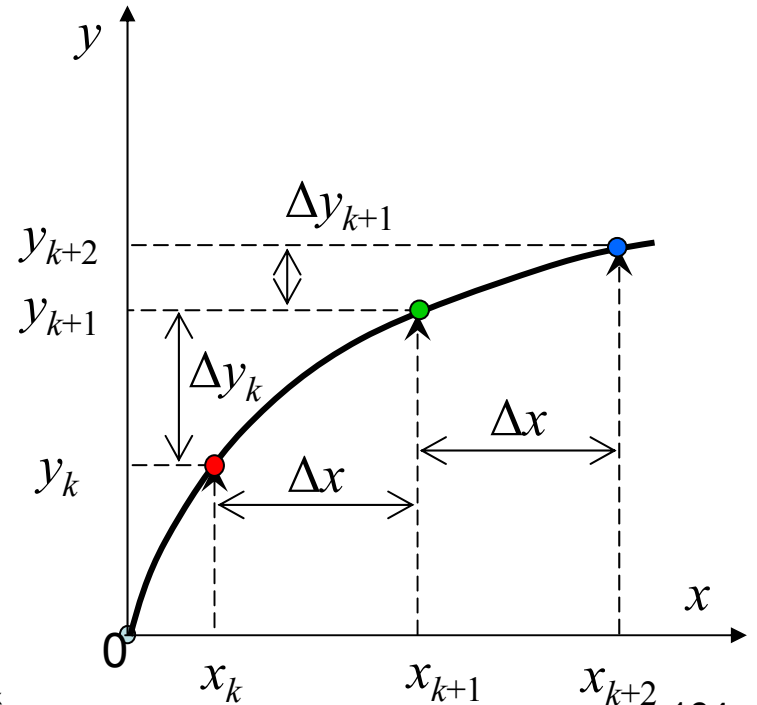
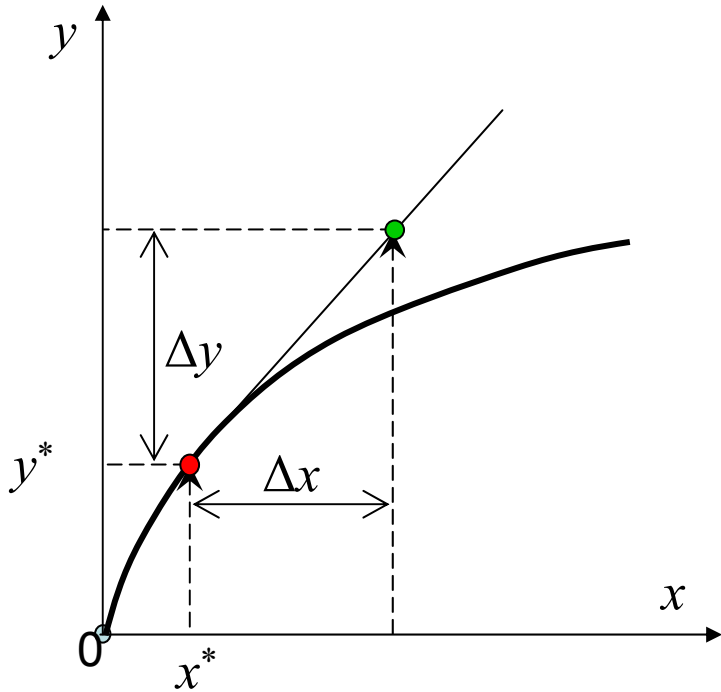


# Sai phân (3)

$$\frac{dy}{dx} \approx \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

- Tuyến tính hoá quanh điểm làm việc
- Tuyến tính hoá từng đoạn

Sai phân



Mạch phi tuyến

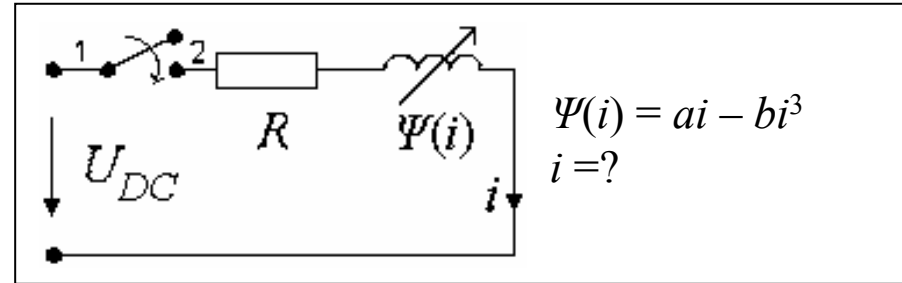


## Sai phân (4)

$$x'(t) = \frac{dx}{dt} \approx \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$Ri + \frac{d\Psi}{dt} = U_{DC} \rightarrow Ri + \frac{\partial\Psi}{\partial i} \cdot \frac{di}{dt} = U_{DC}$$

$$\rightarrow Ri + (a - 3bi^2)i' = U_{DC}$$



$$\left. \begin{aligned} \rightarrow Ri(t) + [a - 3bi^2(t)]i'(t) &= U_{DC} & \rightarrow Ri_k + [a - 3bi_k^2]i'_k &= U_{DC} \\ i'_k = \frac{di}{dt} \approx \frac{\Delta i_k}{\Delta t_k} = \frac{i_{k+1} - i_k}{t_{k+1} - t_k} & & \left. \begin{aligned} & \rightarrow i'_k = \frac{i_{k+1} - i_k}{h} \end{aligned} \right\} \end{aligned} \right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow Ri_k + [a - 3bi_k^2] \frac{i_{k+1} - i_k}{h} = U_{DC} \rightarrow i_{k+1} = \frac{hU_{DC} + (a - hR)i_k - 3bi_k^3}{a - 3bi_k^2}$$



# Sai phân (5)

$$Ri + \frac{d\Psi}{dt} = U_{DC}$$

$$\rightarrow i_{k+1} = \frac{hU_{DC} + (a - hR)i_k - 3bi_k^3}{a - 3bi_k^2}$$

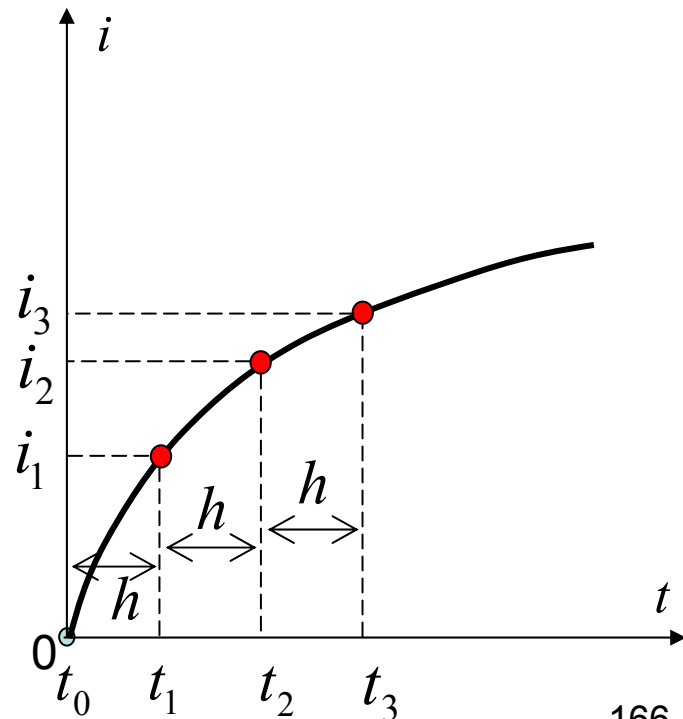
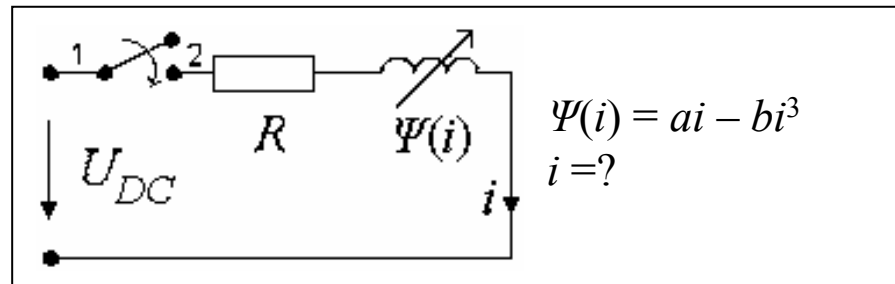
$$i_1 = \frac{hU_{DC} + (a - hR)i_0 - 3bi_0^3}{a - 3bi_0^2}$$

$$i_0 = 0$$

$$\rightarrow i_1 = \frac{hU_{DC}}{a}$$

$$i_2 = \frac{hU_{DC} + (a - hR)i_1 - 3bi_1^3}{a - 3bi_1^2}$$

$$\rightarrow i_2 = \dots$$



## Sai phân (6)

$$Ri + \frac{d\Psi}{dt} = U_{DC} \rightarrow i_{k+1} = \frac{hU_{DC} + (a - hR)i_k - 3bi_k^3}{a - 3bi_k^2}$$

```

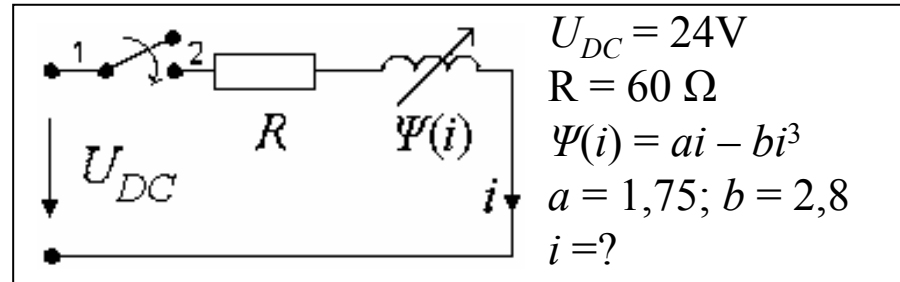
x[0] = x0;
c = số_bước_tính
for(i = 0; i < c; i++)
{
    x[i+1] = f(x[i]);
}
    
```



## Sai phân (7)

$$Ri + \frac{d\Psi}{dt} = U_{DC}$$

$$\rightarrow i_{k+1} = \frac{hU_{DC} + (a - hR)i_k - 3bi_k^3}{a - 3bi_k^2}$$



```

N = 100;      %so diem tinh toan
h = 0.05;    %buoc tinh
U = 24;      %nguồn
R = 60;      %dien tro
a = 1.75;
b = 2.8;
dong=[];     %dong dien can tinh
dong(1)= 0; %so kien
for k=2:N
    buff1 = dong(k-1);
    buff2 = buff1 + (U*h - R*h*buff1)/(a - 3*b*buff1^2);
    dong=[dong;buff2];
end
plot(dong);
    
```



## Sai phân (8)

$$Ri + \frac{d\Psi}{dt} = U_{DC} \rightarrow i_{k+1} = \frac{hU_{DC} + (a - hR)i_k - 3bi_k^3}{a - 3bi_k^2}$$

$$Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int idt = u \rightarrow Ri' + Li'' + \frac{i}{C} = u'$$

$$\rightarrow LCi'' + RCi' + i = Cu' \rightarrow i_k'' = ?$$

## Sai phân (9)

$$x'_k \approx \frac{\Delta x_k}{\Delta t} = \frac{x_{k+1} - x_k}{h}$$

$$\left. \begin{aligned} x''_k &= \frac{d^2 x_k}{dt^2} = \frac{dx'_k}{dt} \approx \frac{\Delta x'_k}{h} = \frac{x'_{k+1} - x'_k}{h} \\ x'_k &\approx \frac{\Delta x_k}{\Delta t} = \frac{x_{k+1} - x_k}{h} \\ x'_{k+1} &\approx \frac{\Delta x_{k+1}}{\Delta t} = \frac{x_{k+2} - x_{k+1}}{h} \end{aligned} \right\} \rightarrow x''_k \approx \frac{\frac{x_{k+2} - x_{k+1}}{h} - \frac{x_{k+1} - x_k}{h}}{h}$$

$$\rightarrow x''_k \approx \frac{x_{k+2} - 2x_{k+1} + x_k}{h^2}$$



## Sai phân (10)

$$\left. \begin{aligned}
 x_k^{(3)} &= \frac{d^3 x_k}{dt^3} = \frac{dx_k''}{dt} \approx \frac{\Delta x_k''}{h} = \frac{x_{k+1}'' - x_k''}{h} \\
 x_k'' &\approx \frac{x_{k+2} - 2x_{k+1} + x_k}{h^2} \\
 x_{k+1}'' &\approx \frac{x_{k+3} - 2x_{k+2} + x_{k+1}}{h^2}
 \end{aligned} \right\} \rightarrow$$

$$\begin{aligned}
 \rightarrow x_k^{(3)} &\approx \frac{\frac{x_{k+3} - 2x_{k+2} + x_{k+1}}{h^2} - \frac{x_{k+2} - 2x_{k+1} + x_k}{h^2}}{h} \\
 &= \frac{x_{k+3} - 3x_{k+2} + 3x_{k+1} - x_k}{h^3}
 \end{aligned}$$



## Sai phân (11)

$$x'_k \approx \frac{x_{k+1} - x_k}{h}$$

$$x''_k \approx \frac{x_{k+2} - 2x_{k+1} + x_k}{h^2}$$

$$x_k^{(3)} \approx \frac{x_{k+3} - 3x_{k+2} + 3x_{k+1} - x_k}{h^3}$$



## Sai phân (12)

$$\left. \begin{aligned}
 LCi'' + RCi' + i &= Cu' \\
 x'_k &\approx \frac{x_{k+1} - x_k}{h} \\
 x''_k &\approx \frac{x_{k+2} - 2x_{k+1} + x_k}{h^2}
 \end{aligned} \right\} \rightarrow LC \frac{i_{k+2} - 2i_{k+1} + i_k}{h^2} + RC \frac{i_{k+1} - i_k}{h} + i_k = Cu'_k$$

$$\rightarrow i_{k+2} = \frac{2L - Rh}{L} i_{k+1} + \frac{RCh - LC - h^2}{LC} i_k + \frac{h^2}{L} u'_k$$

$$i_2 = \frac{2L - Rh}{L} i_1 + \frac{RCh - LC - h^2}{LC} i_0 + \frac{h^2}{L} u'_0$$

$$i_0 = i(0)$$

$$i_1 = ?$$

$$i'(0) = \frac{i_1 - i_0}{h} = \frac{i_1 - i(0)}{h} \rightarrow i_1 = i(0) + hi'(0)$$



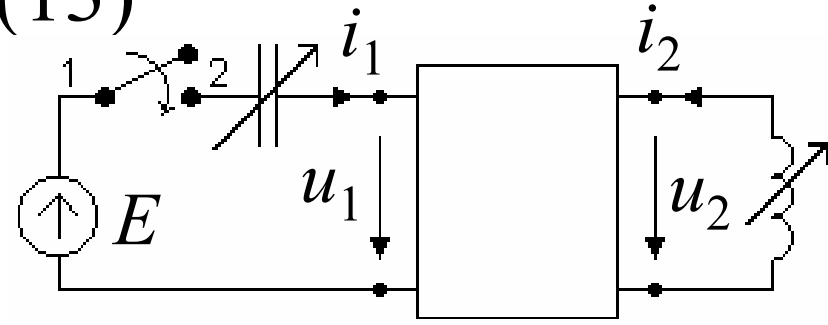
**VD1**

Sai phân (13)

$$Z = \begin{bmatrix} 30 & 20 \\ 20 & 50 \end{bmatrix}; \quad E = 24 \text{ V (DC)};$$

$$\Psi(i) = 2i - 3,33i^3;$$

$$q_C = 10^{-5}u_C - 5 \cdot 10^{-10}u_C^3; \quad h = 0,2\text{ms}; \quad \text{tính } i_2?$$



$$u_C + u_1 = E \rightarrow u_1 = 24 - u_C$$

$$u_2 = -\frac{d\Psi}{dt} = -\frac{\partial\Psi}{\partial i_2} \cdot \frac{di_2}{dt} = -(2 - 9,99i_2^2)i_2'$$



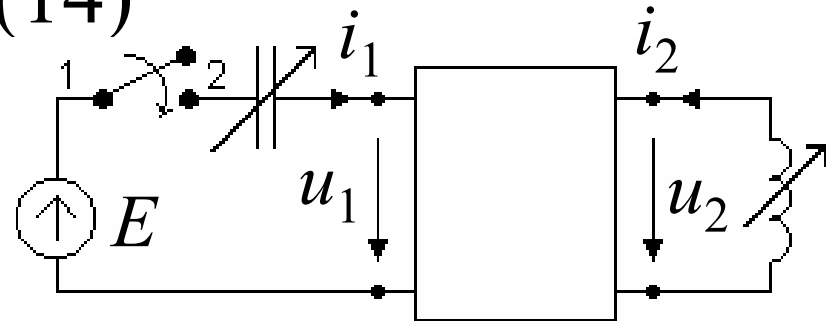
**VD1**

Sai phân (14)

$$Z = \begin{bmatrix} 30 & 20 \\ 20 & 50 \end{bmatrix}; \quad E = 24 \text{ V (DC)};$$

$$\Psi(i) = 2i - 3,33i^3;$$

$$q_C = 10^{-5}u_C - 5 \cdot 10^{-10}u_C^3; \quad h = 0,2\text{ms}; \quad \text{tính } i_2?$$



$$\left. \begin{cases} u_1 = 24 - u_C \\ u_2 = -(2 - 9,99i_2^2)i_2' \end{cases} \right\} \rightarrow \begin{cases} 24 - u_C = 30i_1 + 20i_2 \\ (9,99i_2^2 - 2)i_2' = 20i_1 + 50i_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_1 = 30i_1 + 20i_2 \\ u_2 = 20i_1 + 50i_2 \end{cases}$$

$$i_1 = \frac{dq}{dt} = \frac{\partial q}{\partial u_C} \cdot \frac{du_C}{dt} = (10^{-5} - 15 \cdot 10^{-10}u_C^2)u_C'$$



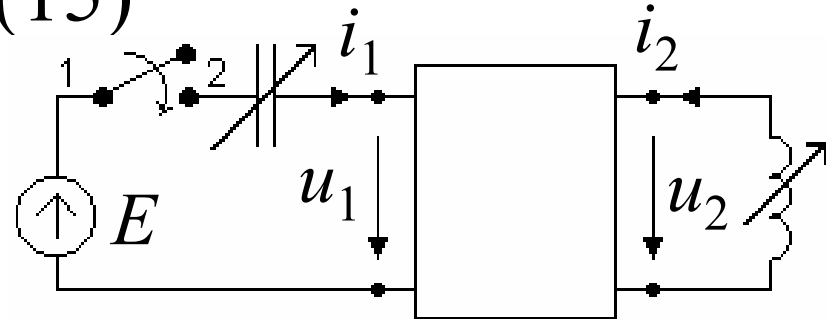
**VD1**

**Sai phân (15)**

$$Z = \begin{bmatrix} 30 & 20 \\ 20 & 50 \end{bmatrix}; \quad E = 24 \text{ V (DC)};$$

$$\Psi(i) = 2i - 3,33i^3;$$

$$q_C = 10^{-5}u_C - 5 \cdot 10^{-10}u_C^3; \quad h = 0,2\text{ms}; \quad \text{tính } i_2?$$



$$\left\{ \begin{array}{l} 24 - u_C = 30i_1 + 20i_2 \\ (9,99i_2^2 - 2)i_2' = 20i_1 + 50i_2 \\ i_1 = (10^{-5} - 15 \cdot 10^{-10}u_C^2)u_C' \end{array} \right.$$

$$\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 24 - u_C = 30(10^{-5} - 15 \cdot 10^{-10}u_C^2)u_C' + 20i_2 \\ (9,99i_2^2 - 2)i_2' = 20(10^{-5} - 15 \cdot 10^{-10}u_C^2)u_C' + 50i_2 \end{array} \right.$$





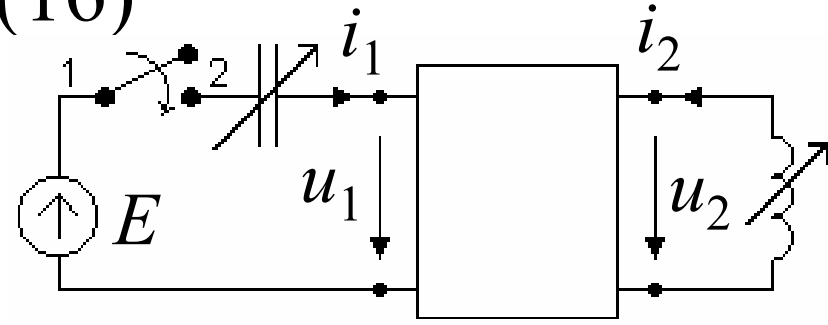
**VD1**

**Sai phân (16)**

$$Z = \begin{bmatrix} 30 & 20 \\ 20 & 50 \end{bmatrix}; \quad E = 24 \text{ V (DC)};$$

$$\Psi(i) = 2i - 3,33i^3;$$

$$q_C = 10^{-5}u_C - 5 \cdot 10^{-10}u_C^3; \quad h = 0,2\text{ms}; \quad \text{tính } i_2?$$



$$\begin{cases} 24 - u_C = 30(10^{-5} - 15 \cdot 10^{-10} u_C^2) u_C' + 20i_2 \\ (9,99i_2^2 - 2)i_2' = 20(10^{-5} - 15 \cdot 10^{-10} u_C^2) u_C' + 50i_2 \end{cases}$$

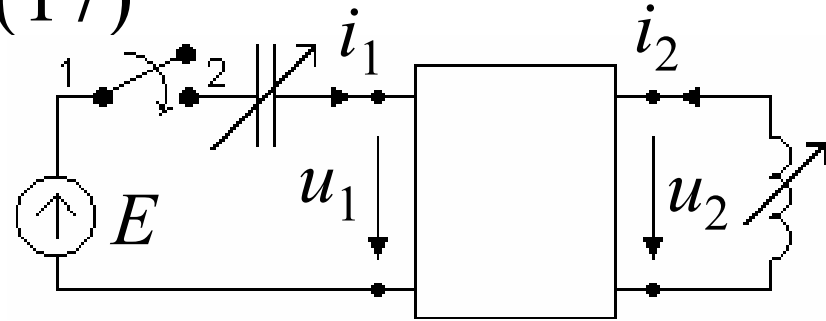
$$\rightarrow \begin{cases} u' = \frac{24 - u - 20i}{30(10^{-5} - 15 \cdot 10^{-10} u^2)} \\ i' = \frac{20(10^{-5} - 15 \cdot 10^{-10} u^2) u' + 50i}{9,99i^2 - 2} \end{cases}$$



**VD1**

Sai phân (17)

$$\left\{ \begin{array}{l} u' = \frac{24 - u - 20i}{30(10^{-5} - 15 \cdot 10^{-10} u^2)} \\ i' = \frac{20(10^{-5} - 15 \cdot 10^{-10} u^2)u' + 50i}{9,99i^2 - 2} \\ u'_k = \frac{u_{k+1} - u_k}{h} \\ i'_k = \frac{i_{k+1} - i_k}{h} \end{array} \right.$$

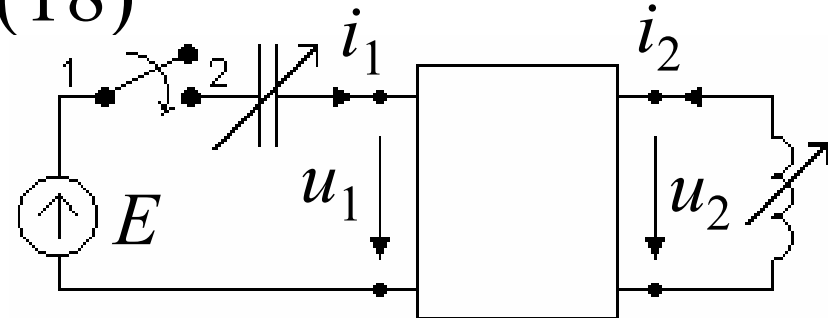


$$\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{u_{k+1} - u_k}{h} = \frac{24 - u_k - 20i_k}{30(10^{-5} - 15 \cdot 10^{-10} u_k^2)} \\ \frac{i_{k+1} - i_k}{h} = \frac{20(10^{-5} - 15 \cdot 10^{-10} u_k^2) \frac{u_{k+1} - u_k}{h} + 50i_k}{9,99i_k^2 - 2} \end{array} \right.$$



**VD1**

Sai phân (18)



$$\begin{cases} \frac{u_{k+1} - u_k}{h} = \frac{24 - u_k - 20i_k}{30(10^{-5} - 15 \cdot 10^{-10} u_k^2)} \\ \frac{i_{k+1} - i_k}{h} = \frac{20(10^{-5} - 15 \cdot 10^{-10} u_k^2) \frac{u_{k+1} - u_k}{h} + 50i_k}{9,99i_k^2 - 2} \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} u_{k+1} = h \frac{24 - u_k - 20i_k}{30(10^{-5} - 15 \cdot 10^{-10} u_k^2)} + u_k \\ i_{k+1} = \frac{20(10^{-5} - 15 \cdot 10^{-10} u_k^2)(u_{k+1} - u_k) + 50hi_k}{9,99i_k^2 - 2} + i_k \end{cases}$$



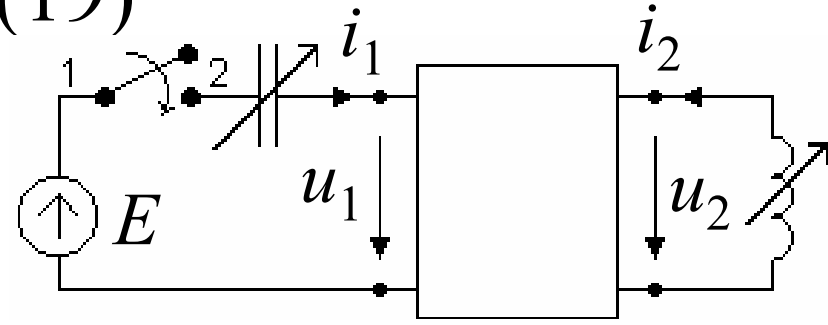
**VD1**

Sai phân (19)

$$Z = \begin{bmatrix} 30 & 20 \\ 20 & 50 \end{bmatrix}; \quad E = 24 \text{ V (DC)};$$

$$\Psi(i) = 2i - 3,33i^3;$$

$$q_C = 10^{-5}u_C - 5 \cdot 10^{-10}u_C^3; \quad h = 0,2\text{ms}; \quad \text{tính } i_2?$$



$$u_0 = u_C(0) = 0$$

$$i_0 = i_L(0) = 0$$

$$\begin{cases} u_{k+1} = h \frac{24 - u_k - 20i_k}{30(10^{-5} - 15 \cdot 10^{-10} u_k^2)} + u_k \\ i_{k+1} = \frac{20(10^{-5} - 15 \cdot 10^{-10} u_k^2)(u_{k+1} - u_k) + 50hi_k}{9,99i_k^2 - 2} + i_k \end{cases}$$

|           |   |         |         |  |
|-----------|---|---------|---------|--|
| $k$       | 0 | 1       | 2       |  |
| $u_k$ (V) | 0 | 16,00   | 21,57   |  |
| $i_k$ (A) | 0 | -0,0016 | -0,0021 |  |

# Nội dung

- Giới thiệu
- Đặc tính của phần tử phi tuyến
- Chế độ xác lập
- Chế độ quá độ
  - Khái niệm
  - Phương pháp tuyến tính hoá số hạng phi tuyến nhỏ
  - Phương pháp tuyến tính hoá quanh điểm làm việc
  - Phương pháp tuyến tính hoá từng đoạn
  - Phương pháp tham số bé
  - Phương pháp sai phân
  - **Không gian trạng thái**
    - Khái niệm
    - Ứng dụng
    - Cách xây dựng quỹ đạo pha trong không gian trạng thái
- Giải một số bài toán phi tuyến bằng máy tính

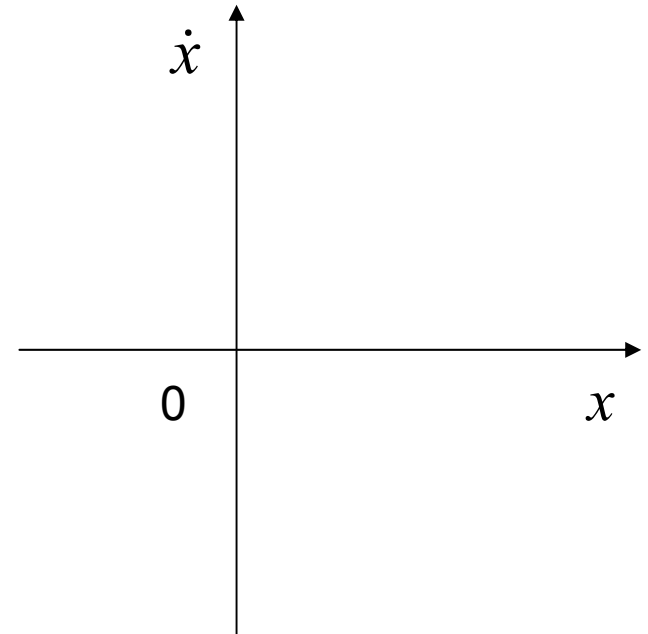
## Khái niệm (1)

- Mặt phẳng pha/quỹ đạo pha
- Biểu diễn quan hệ

$$\dot{x} = f(x)$$

trên mặt phẳng pha

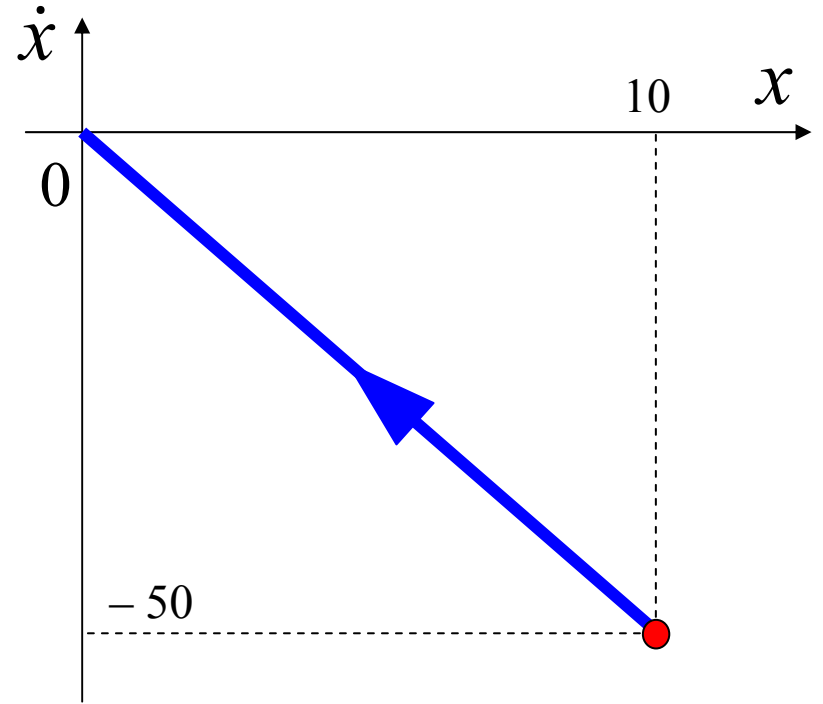
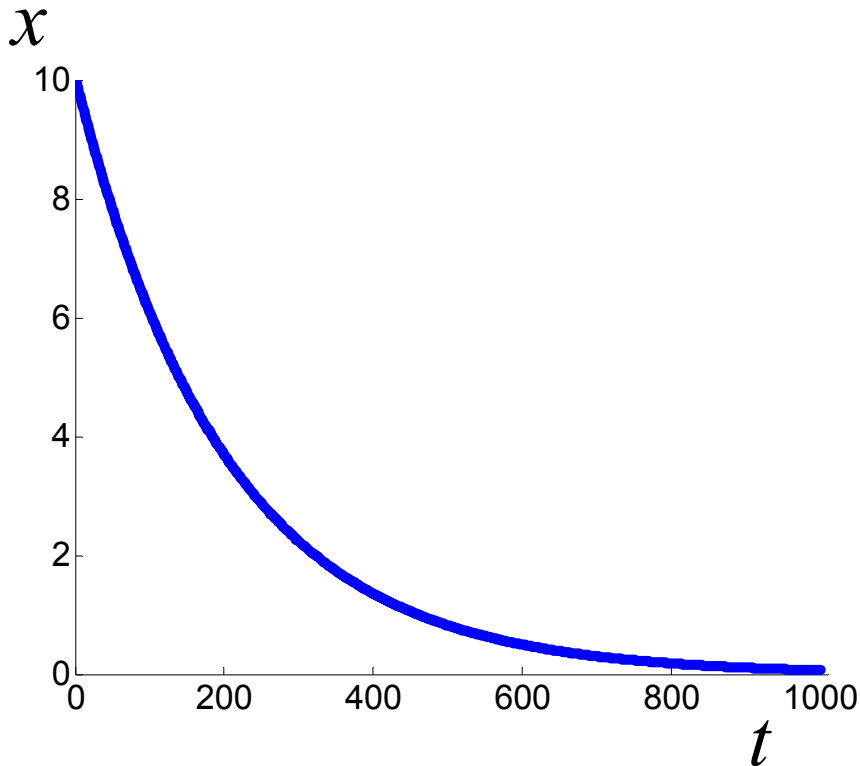
- Mặt phẳng pha:
  - trục hoành:  $x$
  - trục tung:  $\dot{x}$
- Áp dụng cho cả tuyến tính & phi tuyến
- Chỉ nên áp dụng cho phương trình vi phân có cấp đến 2





# Khái niệm (2)

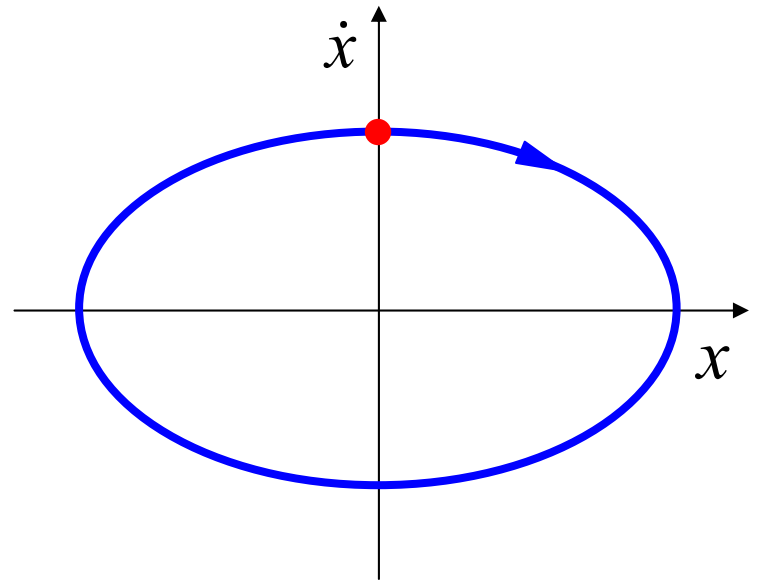
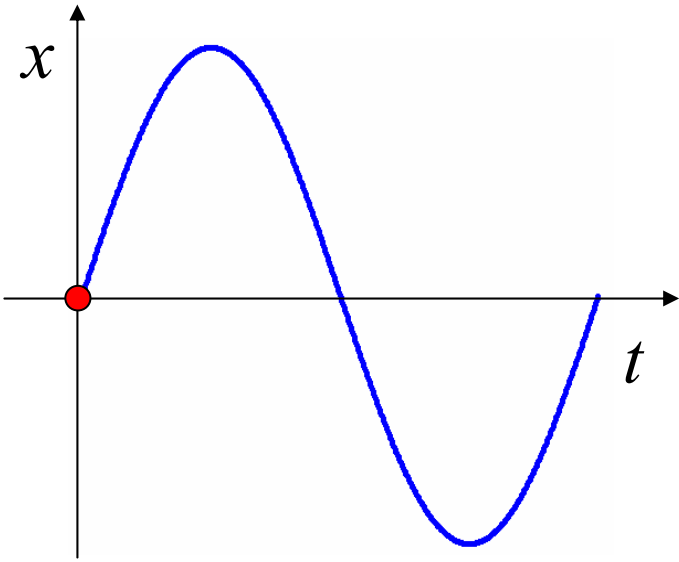
$$x = 10e^{-5t} \quad \rightarrow \quad \dot{x} = -5.10e^{-5t} = -5x$$





### Khái niệm (3)

$$x(t) = A \sin \omega t \quad \rightarrow \quad \dot{x} = \omega A \cos \omega t \quad \rightarrow \quad \frac{x^2}{A^2} + \frac{\dot{x}^2}{(\omega A)^2} = 1$$

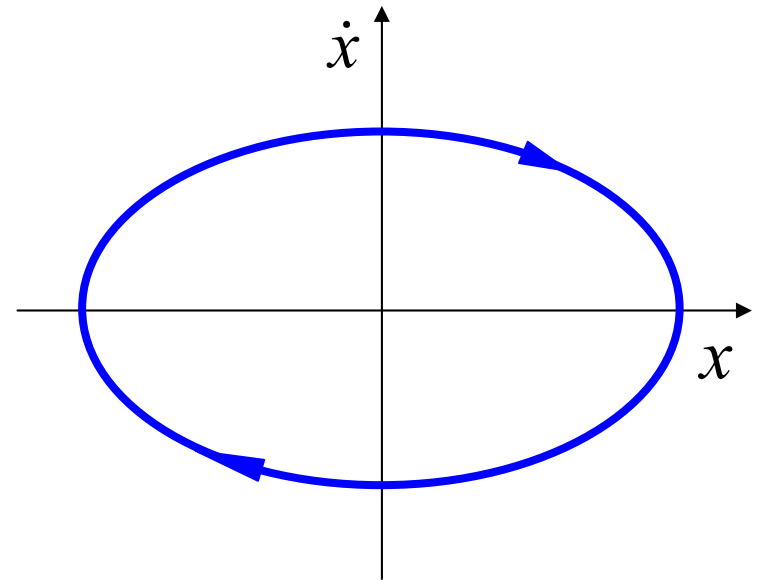
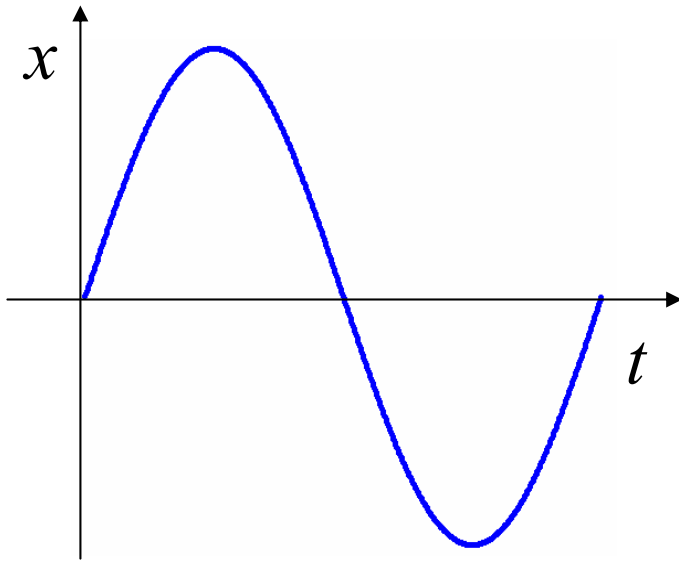






# Chiều chuyển động của điểm trạng thái

- Nửa mặt phẳng trên:  $\dot{x} > 0 \rightarrow x$  tăng  $\rightarrow$  từ trái sang phải
- Nửa mặt phẳng dưới:  $\dot{x} < 0 \rightarrow x$  giảm  $\rightarrow$  từ phải sang trái



## Ứng dụng (1)

- (có thể) Tìm được  $x(t)$
- Khảo sát tính chất của  $x(t)$
- Khảo sát sự phụ thuộc của quá trình quá độ vào sơ kiện

## Ứng dụng (2)

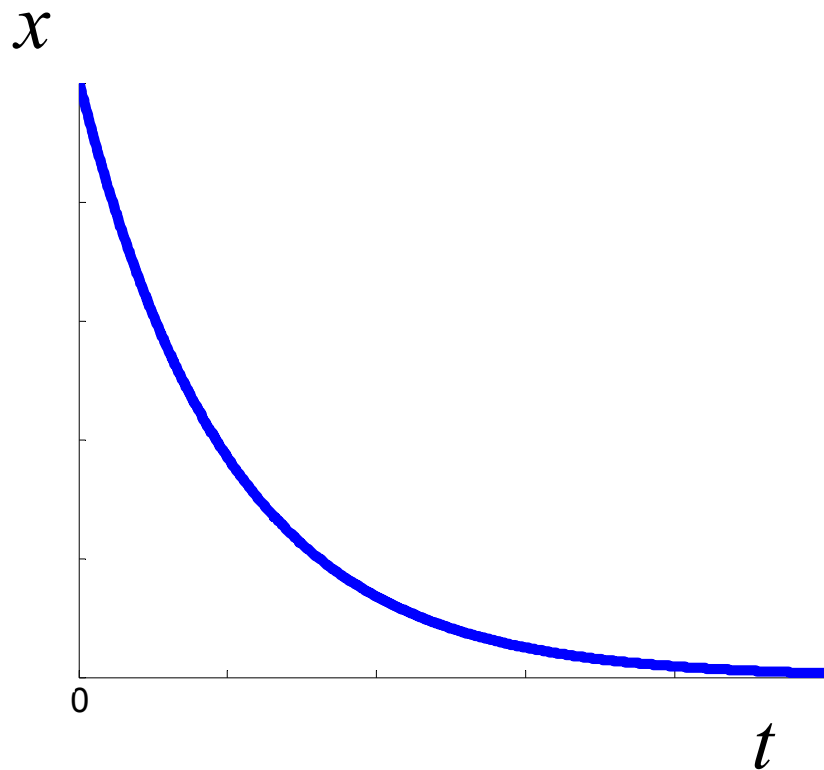
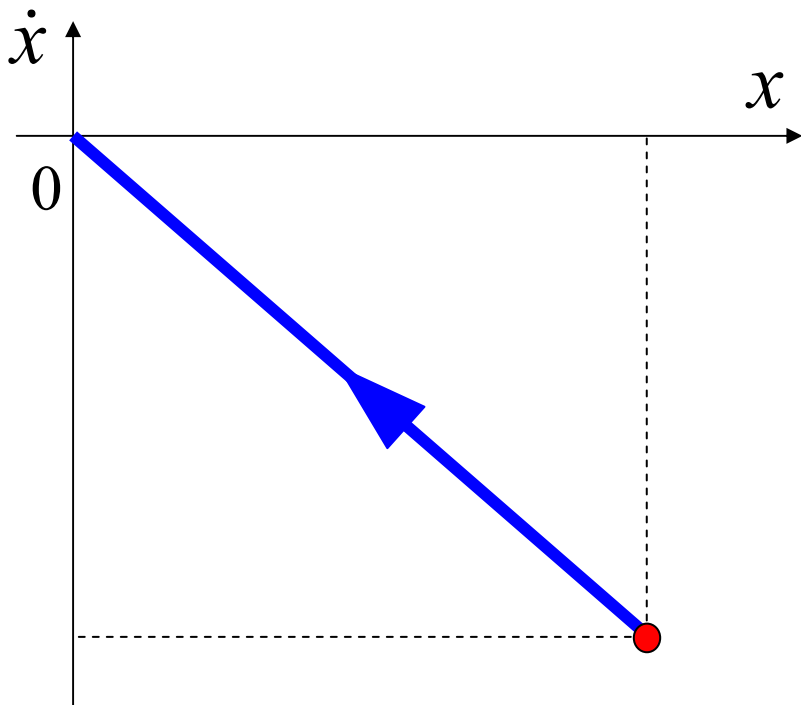
- Tìm  $x(t)$

$$\left. \begin{array}{l} \dot{x} = \frac{dx}{dt} \rightarrow dt = \frac{dx}{\dot{x}} \\ t = \int_0^t dt \end{array} \right\} \rightarrow t = \int_{x(0)}^x \frac{dx}{\dot{x}} \left. \begin{array}{l} \\ \dot{x} = f(x) \end{array} \right\} \rightarrow t = \int_{x(0)}^x \frac{dx}{f(x)} = \varphi(x)$$

$$\rightarrow x(t) = \varphi^{-1}(x)$$

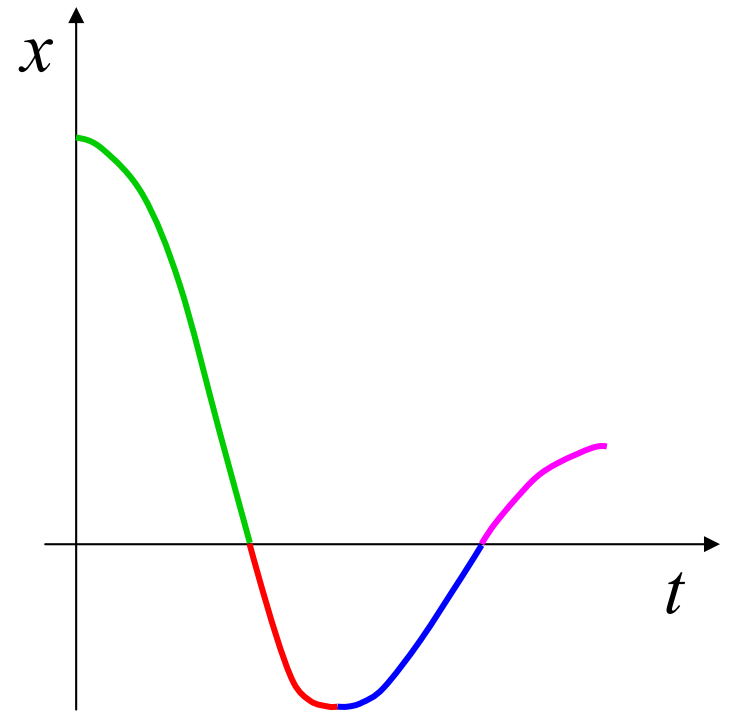
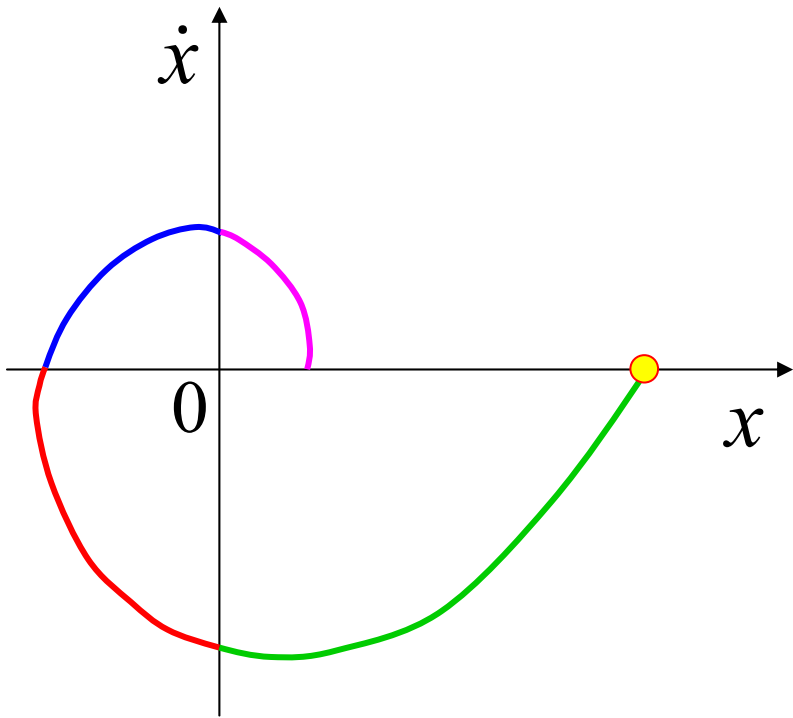
## Ứng dụng (3)

- Khảo sát tính chất của  $x(t)$



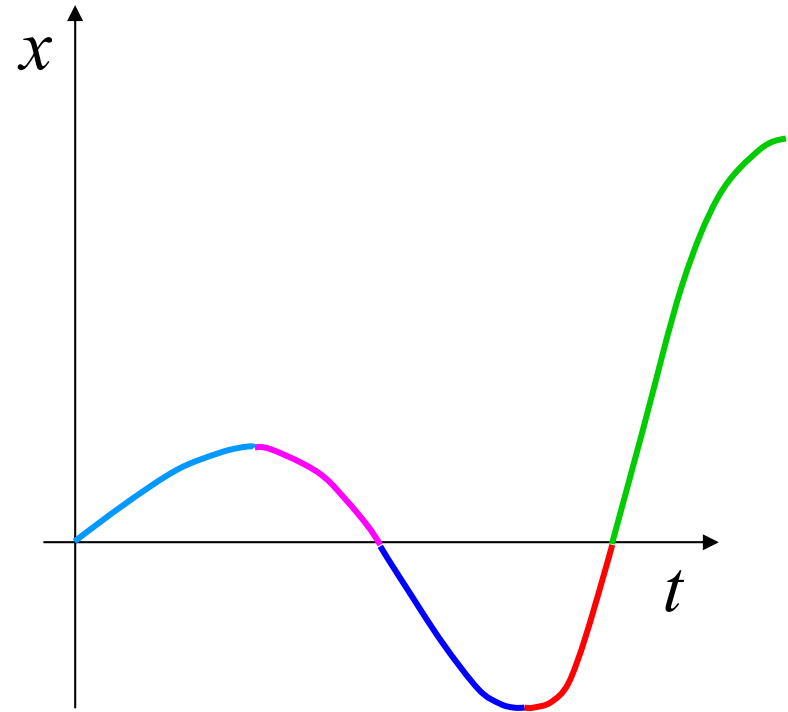
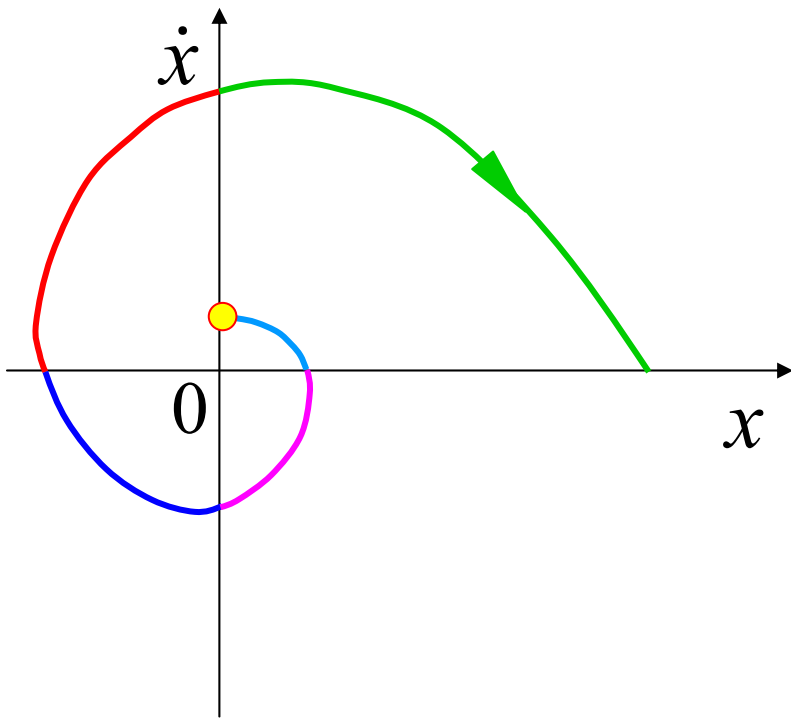
# Ứng dụng (4)

- Khảo sát tính chất của  $x(t)$



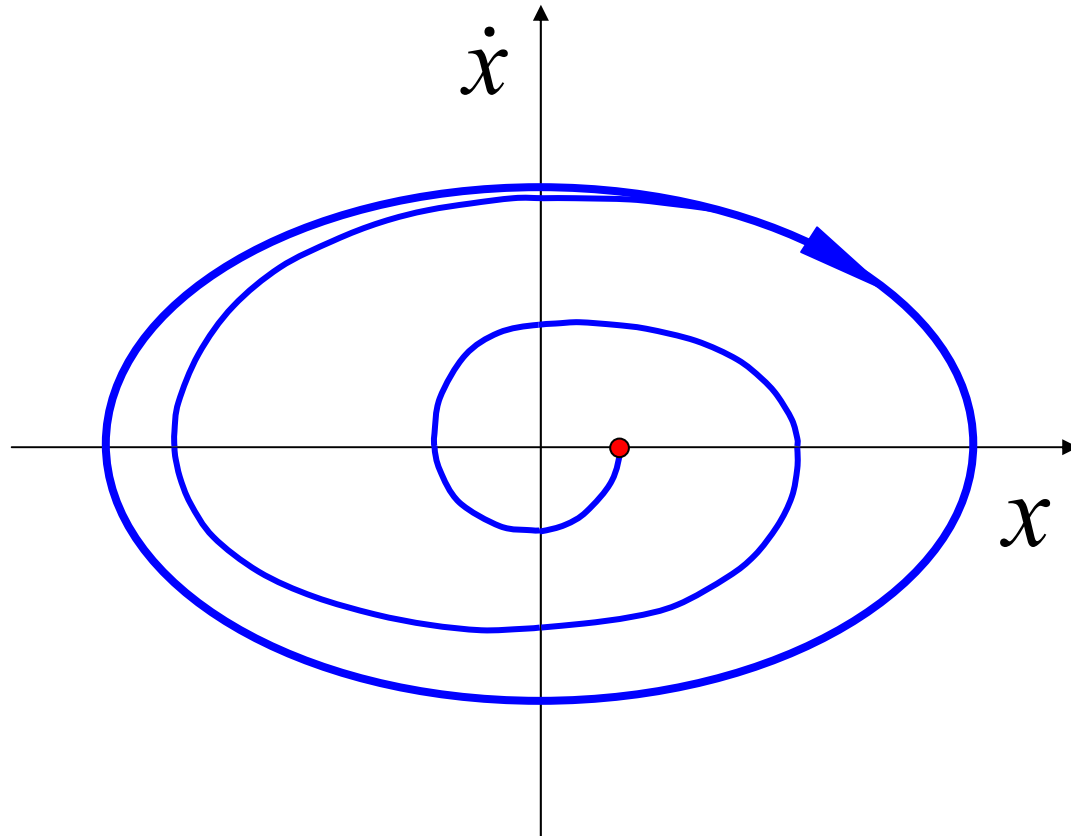
## Ứng dụng (5)

- Khảo sát tính chất của  $x(t)$



## Ứng dụng (6)

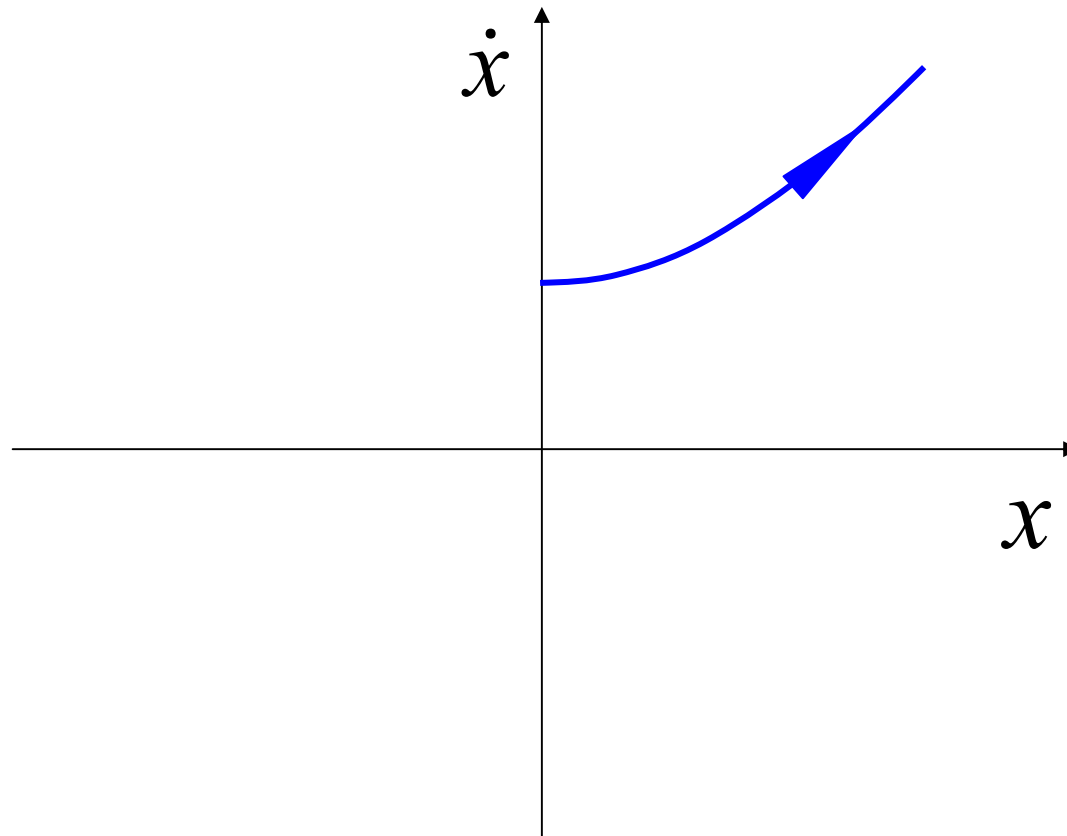
- Khảo sát tính chất của  $x(t)$



Mạch phi tuyến

## Ứng dụng (7)

- Khảo sát tính chất của  $x(t)$



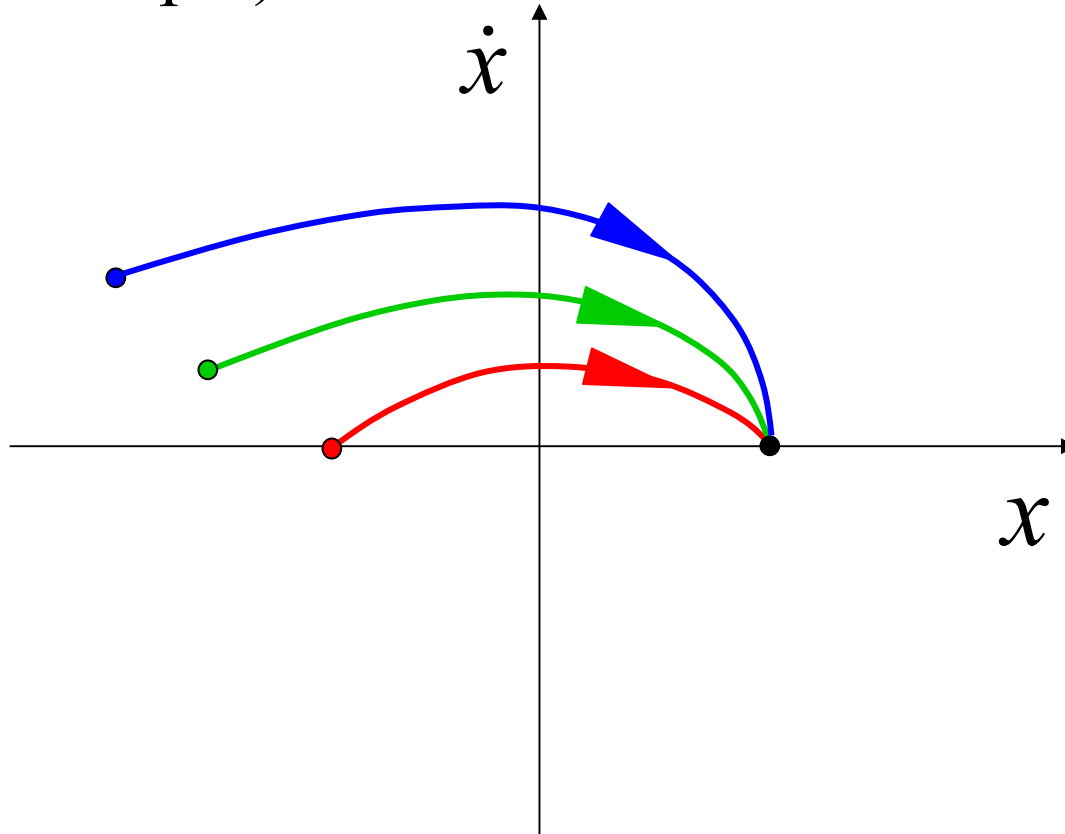
Mạch phi tuyến





# Ứng dụng (8)

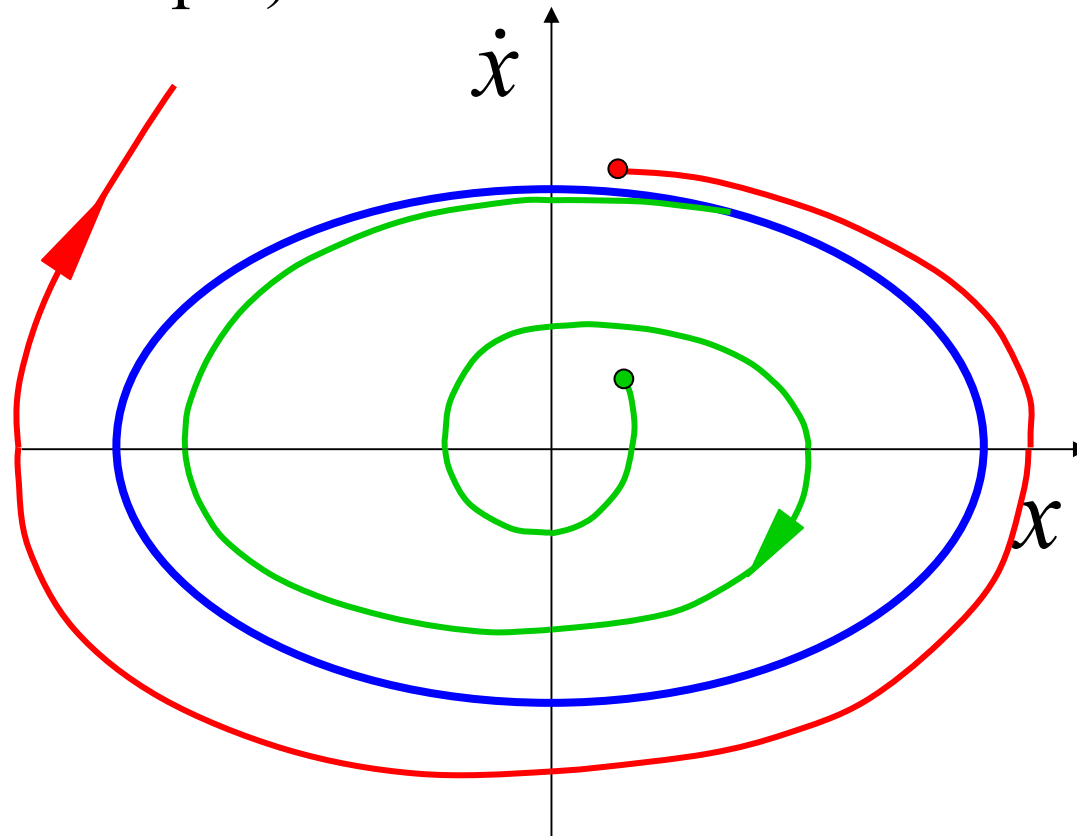
- Khảo sát sự phụ thuộc của quá trình quá độ vào sơ kiện (phương trình cấp 2)



Mạch phi tuyến

## Ứng dụng (9)

- Khảo sát sự phụ thuộc của quá trình quá độ vào sơ kiện (phương trình cấp 2)



Mạch phi tuyến

## Xây dựng quỹ đạo pha

- Cấp 1: trực tiếp từ phương trình
- Cấp 2:
  - Vẽ từng đoạn
  - Trường đồng nghiêng
  - Liénard



# Xây dựng quỹ đạo pha trực tiếp từ phương trình

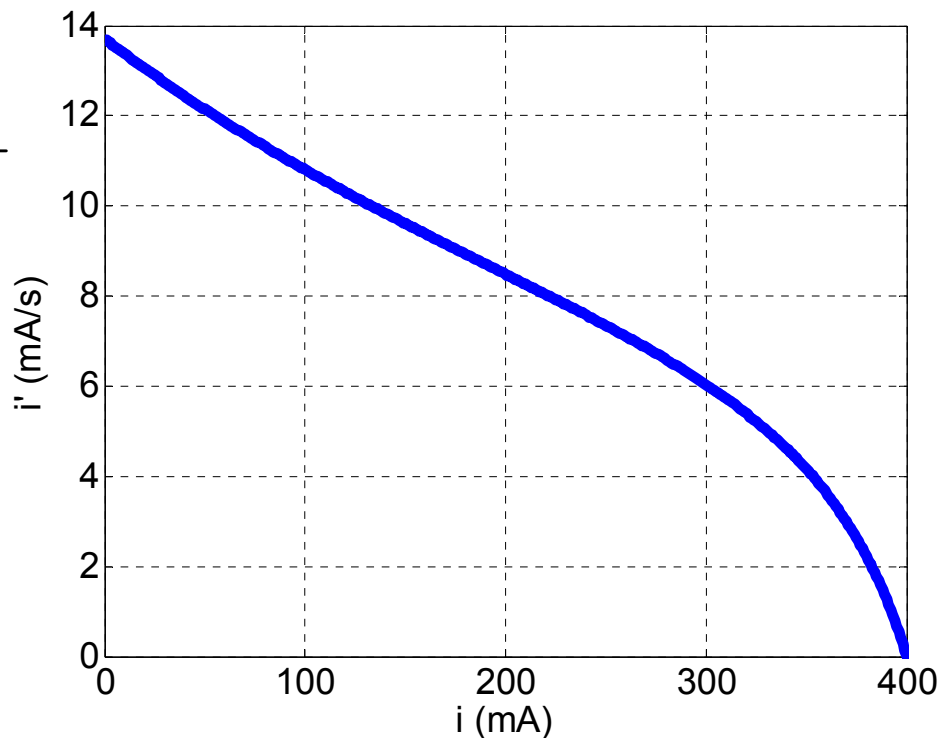
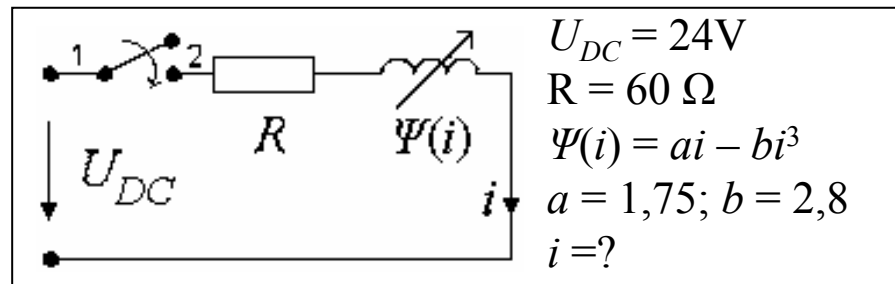
$$Ri + \frac{d\Psi}{dt} = U_{DC}$$

$$\rightarrow Ri + (a - 3bi^2)i' = U_{DC}$$

$$\rightarrow i' = \frac{U_{DC} - Ri}{a - 3bi^2} = \frac{24 - 60i}{1,75 - 3 \cdot 2,8i^2}$$

$$i_{xl} = \frac{U_{DC}}{R} = \frac{24}{60} = 0,4 \text{ A}$$

→ dòng tăng từ 0 → 0,4 A



## Xây dựng quỹ đạo pha

- Cấp 1: trực tiếp từ phương trình
- **Cấp 2:**
  - **Vẽ từng đoạn**
  - **Trường đồng nghiêng**
  - **Liénard**

## Vẽ từng đoạn (1)

$$\ddot{x} = f(x, \dot{x})$$

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x} &= \frac{d\dot{x}(x)}{dt} = \frac{\partial \dot{x}}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} \\ \frac{dx}{dt} &= \dot{x} \end{aligned} \right\} \rightarrow \left. \begin{aligned} \ddot{x} &= \frac{d\dot{x}}{dx} \dot{x} = \dot{x} \frac{d\dot{x}}{dx} \\ \ddot{x} &= f(x, \dot{x}) \end{aligned} \right\} \rightarrow \dot{x} \frac{d\dot{x}}{dx} = f(x, \dot{x})$$

$$\rightarrow \frac{d\dot{x}}{dx} = \frac{f(x, \dot{x})}{\dot{x}}$$



## Vẽ từng đoạn (2)

$$\ddot{x} = f(x, \dot{x}) \rightarrow \frac{d\dot{x}}{dx} = \frac{f(x, \dot{x})}{\dot{x}}$$

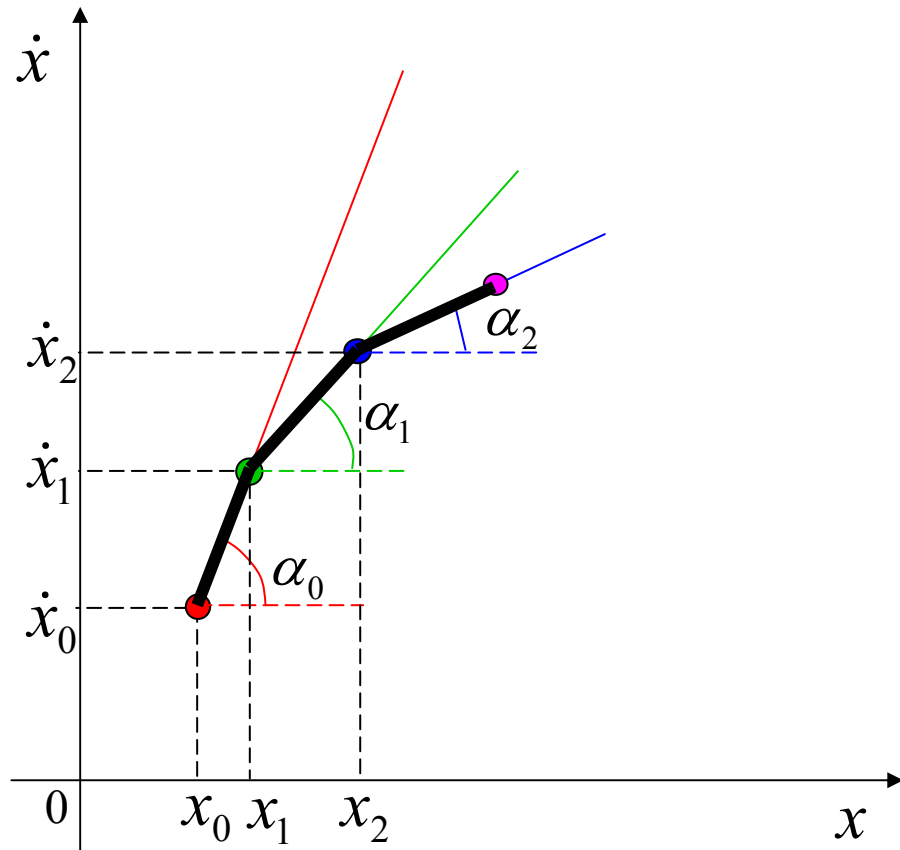
$$(x_0, \dot{x}_0) \rightarrow \tan \alpha_0 = \frac{f(x_0, \dot{x}_0)}{\dot{x}_0}$$

$$(x_1, \dot{x}_1) = (x_0 + \Delta x_0, \dot{x}_0 + \Delta x_0 \tan \alpha_0)$$

$$\rightarrow \tan \alpha_1 = \frac{f(x_1, \dot{x}_1)}{\dot{x}_1}$$

$$(x_2, \dot{x}_2) = (x_1 + \Delta x_1, \dot{x}_1 + \Delta x_1 \tan \alpha_1)$$

$$\rightarrow \tan \alpha_2 = \frac{f(x_2, \dot{x}_2)}{\dot{x}_2}$$



## Vẽ từng đoạn (3)

```
x[0] = x0; y[0] = y0; delta = 0.001;
c = số_bước_tính
for(i = 0; i < c; i++){
    tan_alpha = F(x[i], y[i]);
    x[i+1] = x[i] + delta*sign(y[i]);
    y[i+1] = y[i] + tan_alpha*x[i];
}
```





## Vẽ từng đoạn (4)

- Tính toán nhiều
- Có thể lập trình

## Xây dựng quỹ đạo pha

- Cấp 1: trực tiếp từ phương trình
- Cấp 2:
  - Vẽ từng đoạn
  - **Trường đồng nghiêng**
  - Liénard



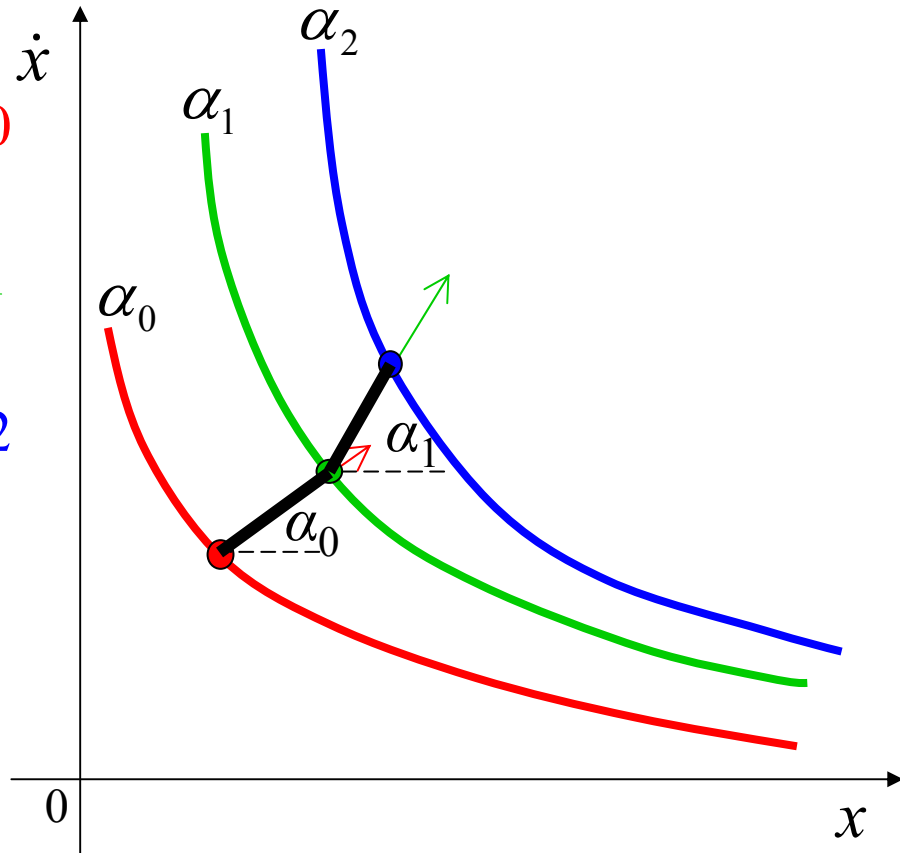
# Trường đồng nghiêng (1)

$$\ddot{x} = f(x, \dot{x}) \rightarrow \frac{d\dot{x}}{dx} = \frac{f(x, \dot{x})}{\dot{x}}$$

$$\alpha_0 \rightarrow \frac{f(x, \dot{x})}{\dot{x}} = \tan \alpha_0 \rightarrow \text{đường cong } C_0$$

$$\alpha_1 \rightarrow \frac{f(x, \dot{x})}{\dot{x}} = \tan \alpha_1 \rightarrow \text{đường cong } C_1$$

$$\alpha_2 \rightarrow \frac{f(x, \dot{x})}{\dot{x}} = \tan \alpha_2 \rightarrow \text{đường cong } C_2$$





## Trường đồng nghiêng (2)

- Không phải tính toán
- Phải vẽ nhiều đồ thị

## Xây dựng quỹ đạo pha

- Cấp 1: trực tiếp từ phương trình
- Cấp 2:
  - Vẽ từng đoạn
  - Trường đồng nghiêng
  - **Liénard**



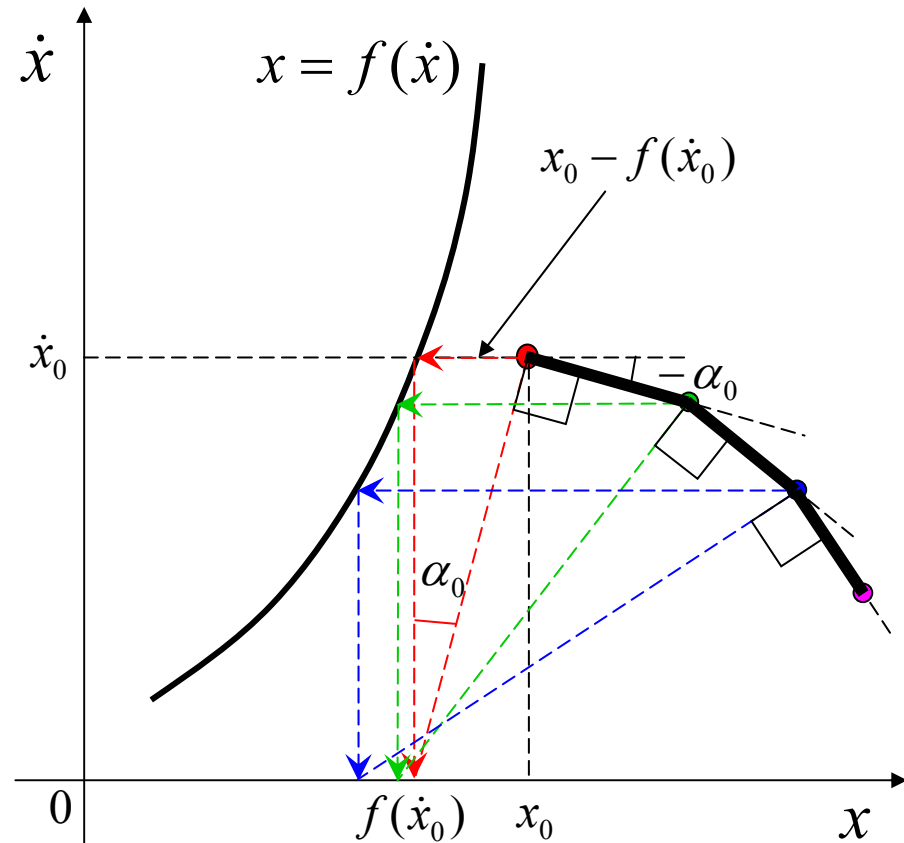
# Liénard (1)

- Chỉ áp dụng cho dạng  $\ddot{x} + x - f(\dot{x}) = 0$
- Vẽ trên mặt phẳng có tỉ lệ xích hai trục bằng nhau

$$\ddot{x} + x - f(\dot{x}) = 0 \rightarrow \ddot{x} = -x + f(\dot{x})$$

$$\rightarrow \frac{d\dot{x}}{dx} = -\frac{x - f(\dot{x})}{\dot{x}}$$

$$\tan \alpha_0 = \frac{x_0 - f(\dot{x}_0)}{\dot{x}_0}$$



## Liénard (2)

- Không phải tính toán
- Đơn giản
- Chỉ áp dụng cho trường hợp đặc biệt:  $\ddot{x} + x - f(\dot{x}) = 0$

## Nội dung

- Giới thiệu
- Đặc tính của phần tử phi tuyến
- Chế độ xác lập
- Chế độ quá độ
- **Giải một số bài toán phi tuyến bằng máy tính**
  - Giải phương trình vi phân
  - Chế độ xác lập
    - Chế độ hằng
    - Chế độ dao động
  - Chế độ quá độ
  - Không gian trạng thái

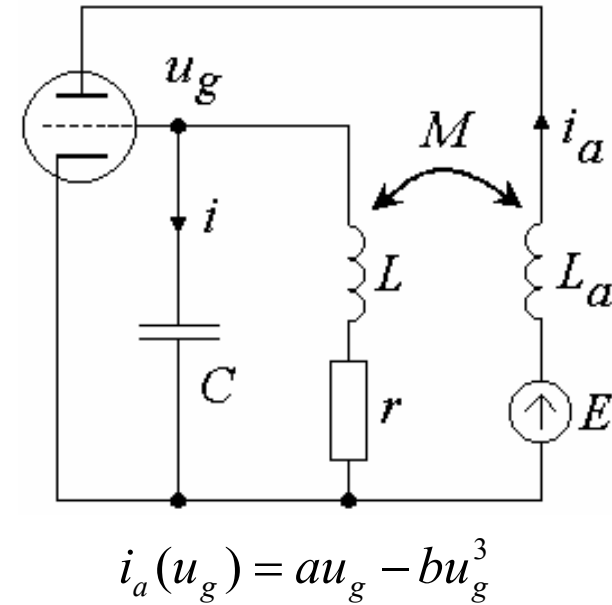




# Giải phương trình vi phân

van der Pol: 
$$\frac{d^2 x}{dt^2} - \mu(1 - x^2) \frac{dx}{dt} + x = 0$$

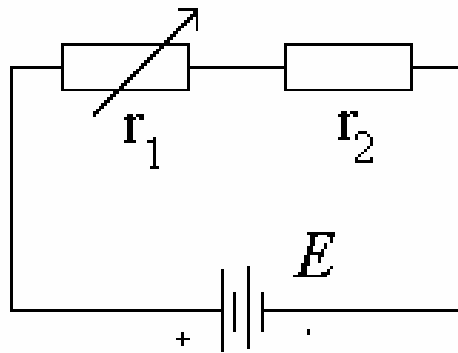
$\mu = 1000; x(0) = 2; x'(0) = 0$





# Mạch xác lập chế độ hằng (1)

VD1



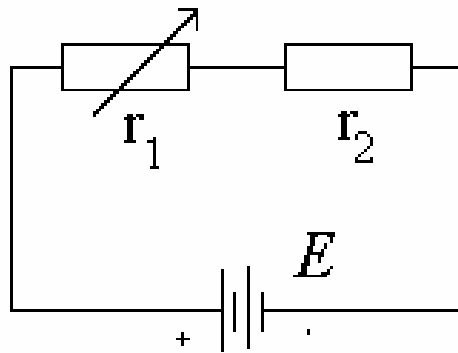
$$E = 20 \text{ V}; u_1(i) = 2i^2$$

$$r_2 = 10 \text{ } \Omega; i = ?$$

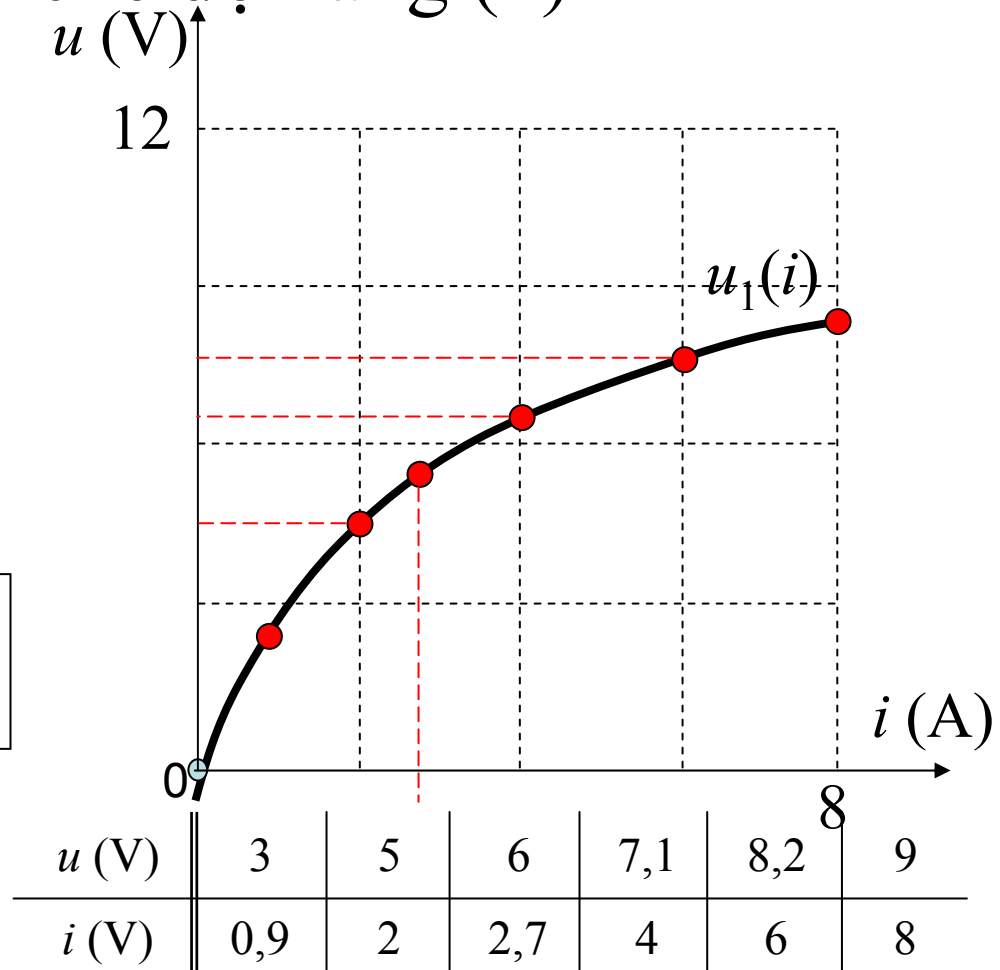


# Mạch xác lập chế độ hằng (2)

VD2



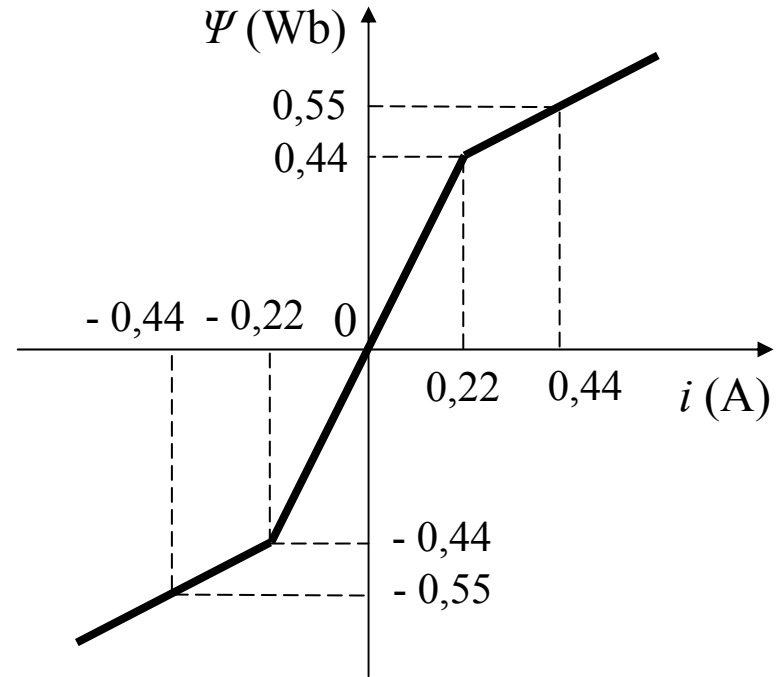
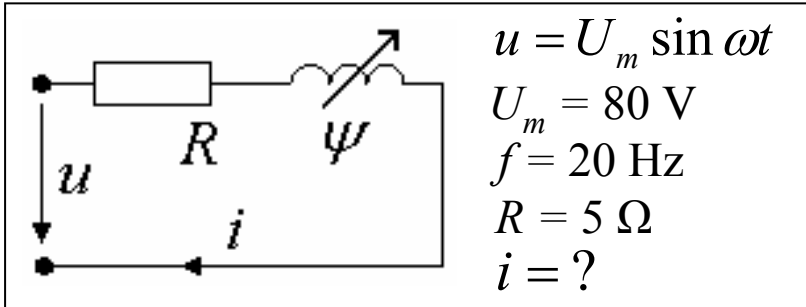
$E = 9 \text{ V}; r_2 = 3 \text{ } \Omega;$   
 $i = ?$





# Mạch xác lập chế độ dao động

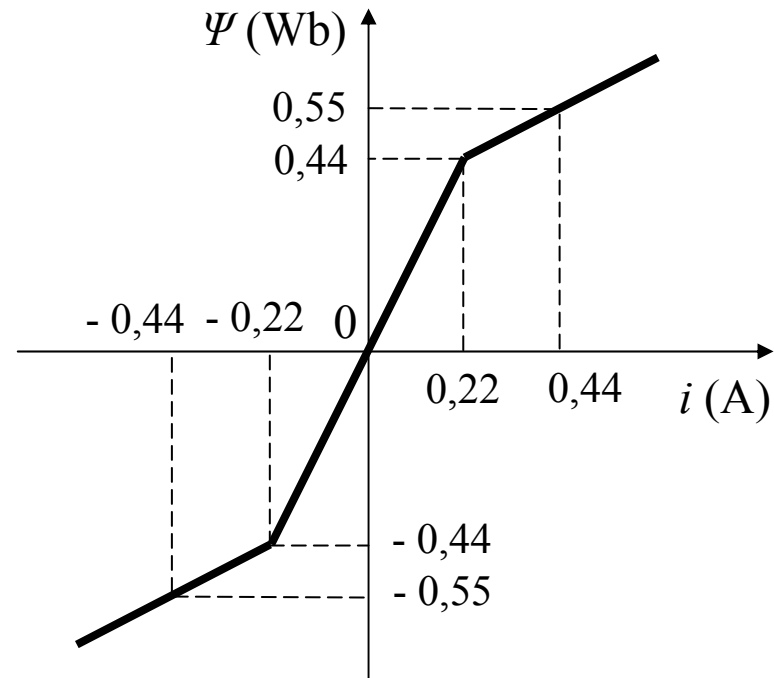
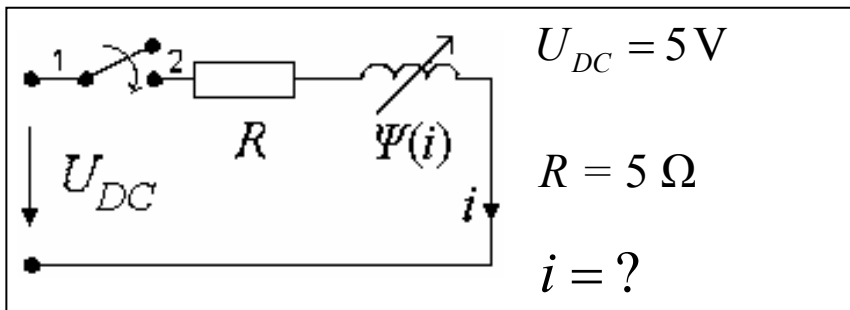
VD





# Mạch quá độ (1)

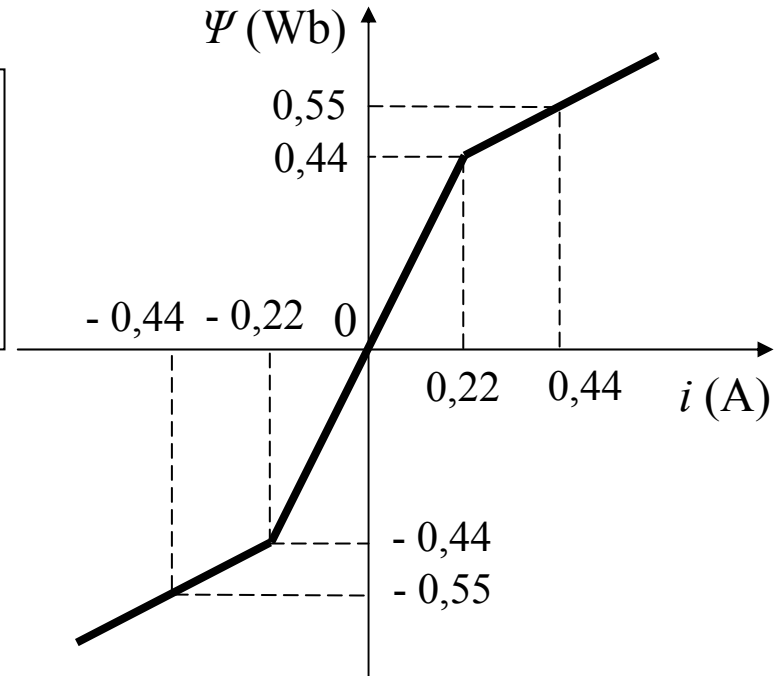
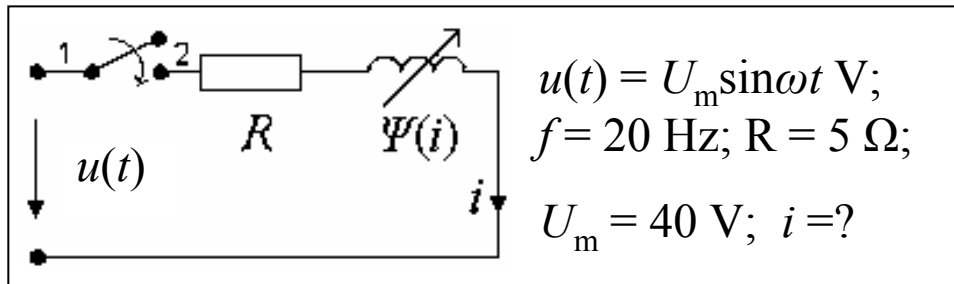
**VD1**





# Mạch quá độ (2)

**VD2**



## Không gian trạng thái (1)

$$\ddot{x} = -x + k\dot{x} - kx^2\dot{x} + u(t)$$

$$x_0 = -2$$

$$\dot{x}_0 = 2$$

## Không gian trạng thái (2)

$$\ddot{x} = -a \sin x - b\dot{x} + u(t)$$

$$x_0 = 45$$

$$\dot{x}_0 = 0$$

S. E. Lyshevski. *Engineering and Scientific Computations Using Matlab*. Wiley, 2003



