

TRƯỜNG CAO ĐẲNG NGHỀ CÔNG NGHIỆP HÀ NỘI
KHOA CƠ KHÍ

NGUYỄN QUANG TUYẾN



GIÁO TRÌNH

CƠ KỸ THUẬT

(Lưu hành nội bộ)

Hà Nội năm 2012

Tuyên bố bản quyền

Giáo trình này sử dụng làm tài liệu giảng dạy nội bộ trong trường cao đẳng nghề Công nghiệp Hà Nội

Trường Cao đẳng nghề Công nghiệp Hà Nội không sử dụng và không cho phép bất kỳ cá nhân hay tổ chức nào sử dụng giáo trình này với mục đích kinh doanh.

Mọi trích dẫn, sử dụng giáo trình này với mục đích khác hay ở nơi khác đều phải được sự đồng ý bằng văn bản của trường Cao đẳng nghề Công nghiệp Hà Nội

MỤC LỤC

MỤC LỤC	4
PHẦN I: CƠ HỌC VẬT RẮN TUYẾT ĐỐI	8
A: TĨNH HỌC	8
Chương 1: Những khái niệm cơ bản và các tiên đề tĩnh học.....	8
1.1 Những khái niệm cơ bản.....	8
1.2 Các định luật tĩnh học	9
1.3 Liên kết và phản lực liên kết.....	11
1.4 Các liên kết thường gặp.....	11
Chương II Hệ lực phẳng.....	14
2.1 Hệ lực phẳng đồng quy.....	14
2.1.1 Các khái niệm.....	14
2.2 Ngẫu lực.....	19
2.3 Hệ lực phẳng bất kỳ.....	22
2.5 Ma sát và bài toán cân bằng khi có ma sát.....	25
Chương 3: Hệ lực không gian.....	29
3.1 Véc tơ chính, véc tơ mômen chính của hệ lực không gian:.....	29
3.2 Thu gọn hệ lực không gian.....	31
3.3 Điều kiện cân bằng của hệ lực không gian.....	31
B: ĐỘNG HỌC	33
Chương 4: Động học điểm.....	33
4.1 Các khái niệm cơ bản.....	33
4.2 Các phương pháp xác định chuyển động của điểm.....	34
4.3 Khảo sát chuyển động theo phương pháp tự nhiên.....	35
4.4 Khảo sát chuyển động theo phương pháp tọa độ.....	38
Chương V: Chuyển động cơ bản của vật rắn.....	39
5.1 Chuyển động tịnh tiến của vật rắn.....	39
5.2 Chuyển động quay của vật rắn quanh một trục cố định.....	39

5.3	Khảo sát chuyển động.....	40
5.4	Chuyển động của điểm thuộc vật quay quanh một trục cố định.....	41
Chương VI: Chuyển động song phẳng của vật rắn. .		43
6.1	Khái niệm chung.....	43
6.2	Khảo sát chuyển động song phẳng.....	43
6.3.3	Khảo sát chuyển động bằng phương pháp quay tâm tức thời.....	46
Chương VII: Chuyển động tổng hợp của vật rắn. .		49
7.1	Khái niệm.....	49
7.2	Khảo sát chuyển động tổng hợp của điểm... .	50
7.2	Khái niệm về chuyển động tổng hợp của vật rắn.....	51
7.3	Hợp hai chuyển động quay cùng chiều có hai trục song song.	51
7.4	Hai chuyển động quay ngược chiều.....	53
7.5	Hợp hai chuyển động quay có trục giao nhau.	54
PHẦN II: CƠ HỌC VẬT RẮN BIẾN DẠNG.....		55
Chương VIII: Những khái niệm.....		55
8.1.	Nhiệm vụ và đối tượng nghiên cứu của môn học:.....	55
8.2.	Khái niệm về thanh:.....	55
8.3.	Nội lực - ứng suất:.....	56
8.4.	Các thành phần nội lực trên mặt cắt ngang.	59
8.5.	Quan hệ giữa nội lực và ứng suất trên mặt cắt ngang.....	61
8.6.	Biến dạng:.....	62
8.7.	Các giả thuyết cơ bản về vật liệu:.....	63
.....		64
Chương 9: Kéo và nén đúng tâm.....		65
9.1.	Định nghĩa:.....	65
9.2.	Biểu đồ nội lực:.....	65
9.3.	Ứng suất pháp trên mặt cắt ngang:.....	66
9.4.	Biến dạng, tính dãn dài của thanh:..	68
9.5.	Điều kiện bền:.....	69
9.6.	Ví dụ - Bài tập:.....	70
Chương 10: CẮT - DẬP.....		72
10.1.	Cắt.....	72
10.2.	Dập:.....	73
10.3.	Bài tập áp dụng:.....	74
Chương 11: Xoắn thuần túy của thanh thẳng.....		76

11.1. Định nghĩa:.....	76
11.2. Mô men xoắn - Biểu đồ mô men xoắn.....	76
11.3. Thiết lập công thức ứng suất tiếp trên mặt cắt ngang của thanh tròn chịu xoắn thuần túy..	78
11.4. Biến dạng của thanh tròn chịu xoắn.....	82
11.5. Điều kiện bền và điều kiện cứng.....	82
11.6. Khái niệm về mặt cắt ngang hợp lý:.....	84
11.7. Bài tập áp dụng:.....	84
Chương 12 Uốn phẳng của thanh thẳng.....	86
12.1. Định nghĩa và phân loại:.....	86
12.2. Nội lực và biểu đồ nội lực.....	86
12.3. Biểu đồ nội lực:.....	88
12.3. Dầm chịu uốn thuần túy phẳng:.....	94
12.4. Uốn ngang phẳng.....	101
Chương 13 thanh chịu lực phức tạp.....	110
13.1. Thanh uốn xiên:.....	110
13.2. Uốn và kéo - nén đồng thời.....	115
13.3. Kéo nén lệch tâm:.....	118
13.4. Xoắn và uốn đồng thời.....	119
13.5. Thanh chịu lực tổng quát.....	122
PHẦN 3 NGUYÊN LÝ MÁY.....	126
Chương 14: Cấu trúc cơ cấu.....	126
14.1 Khái niệm và định nghĩa.....	126
Chương 15: Cơ cấu phẳng toàn khớp thấp.....	130
15.1 Khái niệm chung.....	130
15.2 Cơ cấu phẳng toàn khớp thấp.....	131
15.3 Các cơ cấu phẳng toàn khớp thấp thông dụng.....	131
Chương 16 Cân bằng máy và ma sát trong các khớp động.....	136
16.1 Cân bằng máy.....	136
16.2 Ma sát trong các khớp trượt.....	137
Chương 17 Cơ cấu bánh răng.....	141
17.1 Khái niệm.....	141
17.2 Cơ cấu bánh răng phẳng.....	141
17.3 Cơ cấu bánh răng không gian.....	146
17.4 Hệ bánh răng.....	149
Chương 18: Cơ cấu cam, cơ cấu đai và các cơ cấu truyền động đặc biệt.....	153
18.1 Cơ cấu cam.....	153
18.2 Cơ cấu đai.....	154
18.3 Truyền động đai.....	156
18.4 Một số cơ cấu đặc biệt.....	157

TÀI LIỆU THAM KHẢO:.....159

PHẦN I: CƠ HỌC VẬT RẮN TUYỆT ĐỐI

A: TĨNH HỌC

Chương 1: Những khái niệm cơ bản và các tiên đề tĩnh học

1.1 Những khái niệm cơ bản

1.1.1 Một số định nghĩa

Cơ học lý thuyết là môn học nghiên cứu các định luật tổng quát nhất về cân bằng và chuyển động của các vật thể.

Theo tính chất của bài toán người ta chia cơ học lý thuyết ra làm 3 phần tĩnh học động học và động lực học. Nhiệm vụ cụ thể của từng phần như sau:

Tĩnh học nghiên cứu về sự cân bằng của vật thể.

Động học nghiên cứu các quy luật của chuyển động mà không xét đến nguyên nhân gây ra các chuyển động đó..

Động lực học nghiên cứu các quy luật chuyển động dưới tác dụng của các lực.

Cơ học lý thuyết mở đường cho việc nghiên cứu các môn cơ sở kỹ thuật hiện đại như sức bền vật liệu, chi tiết máy, nguyên lý máy v.v.

Đối tượng nghiên cứu của cơ học lý thuyết là vật thể hay còn gọi là vật rắn. Trong thực tế tất cả các vật thể trong không gian chịu sự tác động tương hỗ với các vật thể khác do đó chúng ít nhiều bị biến dạng. Nhưng đối với các chi tiết máy hay các kết cấu công trình người ta phải tính toán và thiết kế sao cho sự biến dạng đó không ảnh hưởng tới chức năng của máy hay công trình, có nghĩa là sự biến dạng đó phải coi như không đáng kể. Trong trường hợp này chúng được coi như không bị biến dạng, nói cách khác là rắn tuyệt đối. Vậy vật rắn tuyệt đối là một vật thể mà khoảng cách giữa hai điểm bất kỳ thuộc vật luôn luôn không đổi.

Tĩnh học là một phần của môn cơ học vật rắn tuyệt đối nghiên cứu về các lực và điều kiện cân bằng của các vật thể dưới tác dụng của các lực.

Lực

Đối tượng nghiên cứu thứ nhất của tĩnh học là các lực được hiểu như một đại lượng đặc trưng cho sự tác dụng tương hỗ giữa các vật thể mà kết quả là gây nên sự thay đổi trạng thái hay vị trí của các vật thể đó.

Để xác định được một lực ta cần có ba yếu tố:

Điểm đặt của lực là nơi lực tác động vào.

Hướng chỉ phương và chiều tác dụng của lực.

Cường độ tác động hay còn gọi là trị số biểu thị độ mạnh hay yếu của lực.

Đối chiếu với các khái niệm toán học đã biết ta thấy về mặt hình học có thể biểu diễn lực dưới dạng một véc tơ trong đó:

Gốc của véc tơ là điểm đặt lực.

Phương và chiều của véc tơ là phương và chiều của lực

Chiều dài véc tơ là trị số của lực được lấy theo một tỷ lệ nhất định.

Đơn vị đo lực là Niuton (N) và các bội số của nó.

Vật rắn cân bằng

Đối tượng nghiên cứu thứ hai của tĩnh học là vật rắn cân bằng. Vật rắn ở trạng thái cân bằng nếu nó nằm yên hay chuyển động thẳng đều so với hệ trục tọa độ đã được chọn làm chuẩn.

Ngoài các khái niệm trên để tiện cho việc nghiên cứu người ta cũng cần xác lập một số các khái niệm khác:

Hệ lực: là toàn thể các lực tác động lên cùng một vật thể.

Hệ lực cân bằng là hệ lực giữ cho vật thể ở trạng thái cân bằng, còn nói là chúng cân bằng lẫn nhau.

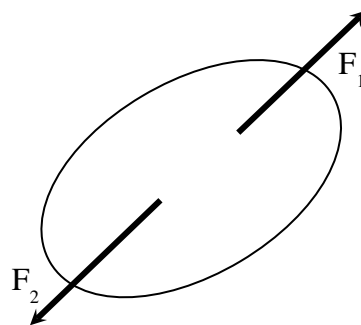
Hệ lực tương đương: Hai hệ lực được gọi là tương đương nếu chúng cùng gây cho một vật thể các tác dụng như nhau.

Ký hiệu: F R

Hợp lực: Một lực được gọi là hợp lực của hệ nếu nó tương đương với hệ lực đó.

1.2 Các định luật tĩnh học

Trước khi bắt đầu nghiên cứu một môn học bất kỳ ta cần xem xét một số các định luật (còn gọi là tiên đề) trong lĩnh vực đó. Tĩnh học cũng không phải là một ngoại lệ, ở đây cũng có một số các định luật ta thừa



Hình 1.1

nhận trước khi nghiên cứu nó.

Định luật 1: điều kiện cần và đủ để vật rắn chịu sự tác dụng của hai lực cân bằng là hai lực đó phải có cùng trị số, cùng đường tác dụng là đường nối giữa hai điểm đặt, và ngược chiều nhau.

$$F_1 = F_2 \text{ hay } (F_1, F_2) = 0$$

Định luật 2: Tác dụng của một hệ lực lên một vật rắn sẽ không thay đổi nếu ta thêm vào hay bớt đi hai lực cân bằng nhau.

Hệ quả của tiên đề 1 và 2: (định lý trượt lực).

Tác dụng của một lực lên vật rắn không thay đổi nếu ta trượt lực dọc theo đường tác dụng của nó.

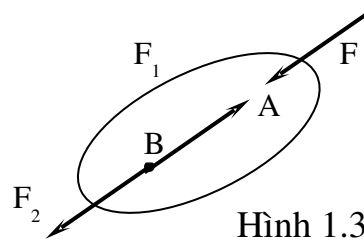
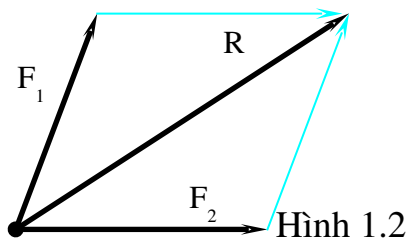
Chứng minh: Giả sử có một vật rắn chịu sự tác động của lực F đặt tại điểm A . Trên đường tác dụng của F ta thêm vào hai lực F_1, F_2 đặt tại điểm B biết rằng $(F_1, F_2) = 0$ có trị số $F_1 = F_2 = F$ và có cùng đường tác dụng với lực F .

Theo định luật 1 ta có $(F, F_1) = 0$

Theo định luật 2 ta có thể bỏ hệ (F, F_1) , như vậy chỉ còn có lực F_2 tác dụng lên hệ.

Kết quả là lực F đã được rời từ vị trí A đến vị trí B của F_2 . Định lý đã được chứng minh.

Định luật 3 (tiên đề hình bình hành lực):



Hợp lực của hai lực có cùng điểm đặt là một lực đặt tại điểm đó và xác định bằng đường chéo hình bình hành lập bởi hai lực thành phần.

$$R = F_1 + F_2$$

Nếu biểu diễn lực là các vectơ thì về mặt toán học có thể nói hợp lực của hai lực tác dụng lên cùng một vật thể bằng tổng hình học của các lực thành phần.

Định luật 4 (lực tương hỗ): Lực mà hai vật tác dụng lẫn nhau bằng nhau về trị số, cùng phương và ngược chiều.

Về bản chất hai lực này không phải là hai lực cân bằng vì chúng có điểm đặt tại hai vật thể khác nhau.

Định luật 5 (tiên đề hóa rắn): Nếu dưới tác dụng của một hệ lực nào đó mà vật biến dạng đã cân bằng thì khi hoá rắn lại nó vẫn cân bằng.

Ý nghĩa: Dưới tác dụng của lực vật có thể bị biến dạng nhưng sau khi biến dạng rồi nó ở trạng thái cân bằng thì ta có thể xem nó như vật rắn đang ở trạng thái cân bằng và tiến hành khảo sát lực mà không ảnh hưởng gì đến kết quả. Tiên đề này cho phép ứng dụng các phương trình

tĩnh học để giải các bài toán tìm phản lực trong phần cơ học biến dạng sau này.

1.3 Liên kết và phản lực liên kết

Vật tự do và vật chịu liên kết

Vật tự do là vật không có liên quan gì đến các vật khác và có thể thực hiện được mọi di chuyển trong không gian tại thời điểm đang xét.

Một vật trong không gian ba chiều có thể có 6 di chuyển khác nhau gọi là 6 bậc tự do (dọc theo ba trục và quay quanh ba trục). Mọi chuyển động của vật trên thực tế đều có thể quy về sự tổng hợp của một trong các chuyển động đó.

Vật chịu liên kết là vật có một hay nhiều phương di chuyển bị hạn chế hay cản trở bởi những vật khác.

Tất cả những đối tượng có tác dụng khống chế dịch chuyển của vật đang khảo sát được gọi là các liên kết.

Những lực mà các vật khác tác dụng lên vật đang khảo sát làm hạn chế hay cản trở chuyển động của nó gọi là các phản lực liên kết (lực phản tác dụng do các liên kết gây ra).

Phản lực liên kết được xác định theo các nguyên tắc sau:

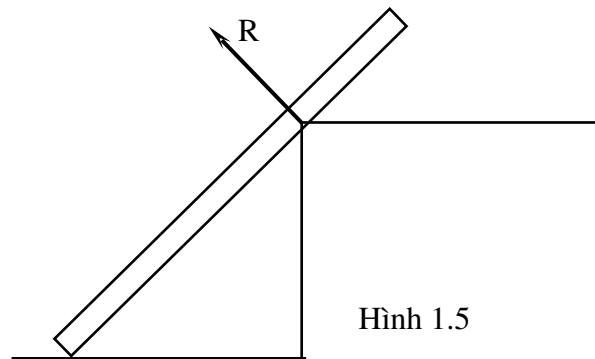
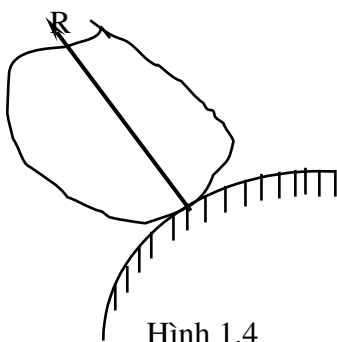
Phản lực liên kết bao giờ cũng đặt vào vật thể khảo sát tại điểm tiếp xúc giữa nó và vật gây liên kết.

Phản lực liên kết cùng phương và ngược chiều với chuyển động bị cản trở. Nói cách khác nó vuông góc với phương của chuyển động.

Trị số của phản lực liên kết phụ thuộc vào các lực chủ động tác dụng lên vật.

1.4 Các liên kết thường gặp

Liên kết tựa:



Vật tựa lên một mặt hay giá tựa, con lăn .v.v. Lực liên kết hướng theo phương pháp tuyến với bề mặt tựa.

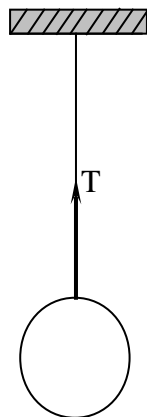
Vật tựa lên một điểm nhọn. Lực liên kết hướng theo phương pháp tuyến với bề mặt vật.

Liên kết dây mềm: Phản lực liên kết hướng dọc theo dây.

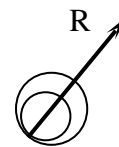
Liên kết bản lề:

Bản lề trụ: lực liên kết có phương bất kỳ đi qua tâm trục và vuông góc với trục quay. Sau này để tiện cho việc khảo sát người ta coi như đã biết điểm đặt lực liên kết và phân tích lực thành hai thành phần vuông góc với nhau theo một hệ trục đã chọn nằm trong mặt phẳng vuông góc với trục quay.

Bản lề cầu: Lực liên kết có phương đi qua tâm hình cầu. Tương tự như phần trên để xác định trị số của lực người ta phân tích nó theo hệ trục ba chiều trong không gian



Hình 1.6

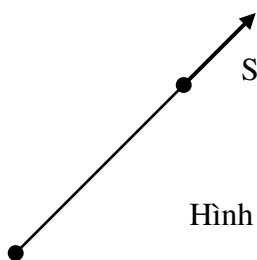


Hình 1.7

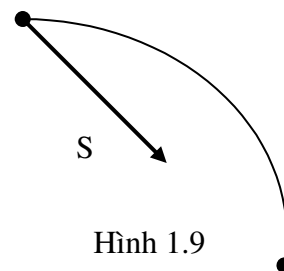
Liên kết thanh:

Thanh thẳng: Phản lực liên kết hướng dọc theo trục của thanh.

Thanh cong: Phản lực liên kết hướng theo đường nối giữa tâm của hai đầu bản lề.



Hình 1.8



Hình 1.9

Tiên đề giải phóng liên kết

Mọi vật không tự do có thể xem như vật tự do nếu ta vứt bỏ mọi liên kết và thay chúng bằng các phản lực liên kết.

Ý nghĩa: Nhờ tiên đề này ta có thể chuyển việc xem xét một bài toán cân bằng của một vật thể bất kỳ về bài toán cân bằng của một vật thể tự do, khi đó các phản lực liên kết được coi như các ngoại lực do đó có thể áp dụng các định luật về tĩnh học.

Chương II Hệ lực phẳng

2.1 Hệ lực phẳng đồng quy

2.1.1 Các khái niệm

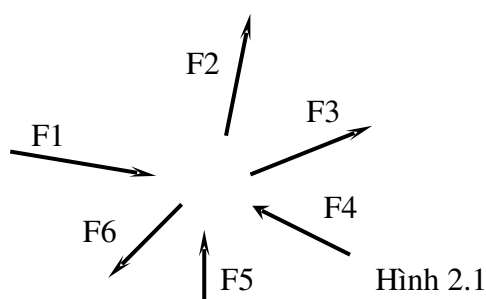
Hệ lực phẳng là hệ lực mà tất cả các lực đều nằm trong cùng một mặt phẳng.

Hệ lực phẳng đồng quy là một hệ lực phẳng mà đường tác dụng của chúng đều đồng quy (cắt nhau) tại một điểm.

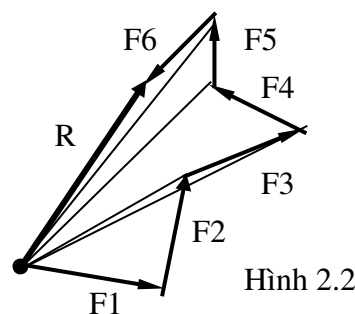
Theo định luật 1 và 2 cùng định lý trượt lực có thể coi hệ lực phẳng đồng quy như một hệ lực có cùng chung điểm đặt là điểm đồng quy của hệ.

Thu gọn một hệ lực phẳng đồng quy

Định lý: Hệ lực phẳng đồng quy có hợp lực. Hợp lực R của hệ đặt



Hình 2.1



Hình 2.2

tại điểm đồng quy.

Chứng minh: Giả sử ta có hệ lực $(F_1, F_2, F_3, \dots, F_n)$ đồng quy tại điểm O .

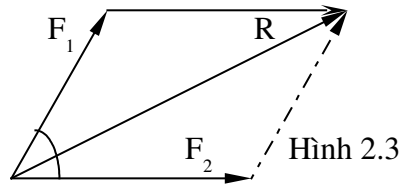
Theo định luật 3 ta dễ dàng chứng minh được R_1 là hợp lực của F_1 và F_2 có điểm đặt tại O $R_1 = (F_1, F_2)$.

Tương tự như vậy ta có $R_2 = (F_3, R_1)$ cũng đặt tại O .

Làm liên tiếp cho tới khi ta có $R = (F_n, R_{n-1})$ đặt tại O . R chính là hợp lực của hệ.

Xác định hợp lực R bằng phương pháp hình học

Quy tắc tam giác lực: Hợp lực R của hai lực F_1 và F_2 được xác định bằng cách đặt hai véc tơ F_1 và F_2 kế tiếp nhau giữ nguyên phương chiều và trị số của chúng sao cho gốc của véc tơ F_2 trùng với ngọn của véc tơ F_1 . Hợp lực R của hệ sẽ là cạnh còn lại của tam giác có điểm đặt trùng với điểm đặt của véc tơ F_1 , ngọn trùng với ngọn của véc tơ F_2 . Nói cách khác R sẽ đóng kín tam giác lực.



Hình 2.3

Thực tế đây chính là một phát biểu khác của định luật 3 (quy tắc hình bình hành lực)

Giải tam giác lực nói trên tìm trị số của R

$$R^2 = F_1^2 + F_2^2 - 2F_1 \cdot F_2 \cdot \cos(180^\circ - \alpha)$$

$$R^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cdot \cos \alpha$$

Trong đó: R là trị số của hợp lực

F_1, F_2 là trị số của hai lực thành phần
góc hợp bởi hai lực

Dễ dàng suy ra các trường hợp đặc biệt:

Khi hai lực cùng chiều và cùng đường tác dụng:

$$\alpha = 0 \quad R = F_1 + F_2$$

Khi hai lực cùng đường tác dụng nhưng ngược chiều:

$$\alpha = 180^\circ \quad R = F_1 - F_2$$

Khi hai lực vuông góc với nhau:

$$\alpha = 90^\circ \quad R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$

Quy tắc đa giác lực

Cho một hệ lực ($F_1, F_2, F_3, \dots, F_n$) đồng quy tại điểm O. Hợp lực R của hệ được xác định như sau:

Đặt $F_1, F_2, F_3, \dots, F_n$ kế tiếp nhau sao cho gốc của véc tơ lực này trùng với ngọn của véc tơ lực kia, vẫn giữ nguyên phương chiều cùng trị số của chúng. Hợp lực R của hệ sẽ đóng kín đa giác lực hợp bởi các lực thành phần. Gốc của R sẽ là điểm đồng quy, còn ngọn trùng với điểm ngọn của véc tơ lực cuối cùng.

Chứng minh: Nối hai điểm O và 2 ta thấy R_1 chính là véc tơ O_2 đồng thời cũng chính là hợp lực của F_1, F_2 . Nối O với 3 tương tự O_3 chính là véc tơ R_2 là hợp lực của R_1 và F_3 . Cứ làm như vậy tới khi R là hợp lực của R_{n-1} và F_n .

Xác định hợp lực R bằng phương pháp giải tích (hình chiếu)

Trước tiên ta sẽ xem xét khái niệm về hình chiếu của một véc tơ lực.

Cho một lực F nằm trong một mặt phẳng xác định bởi hai trục tọa độ xoy. Góc giữa véc tơ lực F với chiều dương của trục ox được ký hiệu là α . Chiếu lực F lên các trục tọa độ bằng cách hạ các đường vuông góc từ các điểm mút của véc tơ lực xuống các trục tọa độ tương ứng.

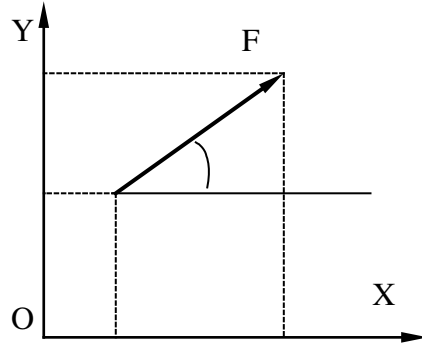
Gọi X là hình chiếu của lực F trên ox, Y là hình chiếu của lực F trên oy.

Để thấy $X = F \cdot \cos$

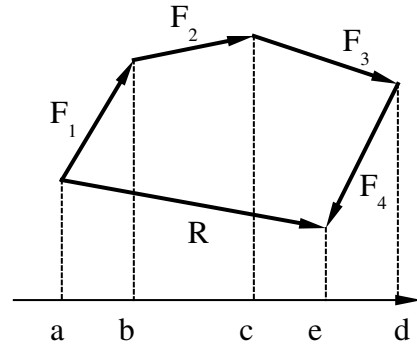
$Y = F \cdot \sin$

Trong đó F là trị số của lực F

Đôi khi trong thực tế người ta xác định được các thành phần X và Y



Hình 2.4



Hình 2.5

của lực trước, khi đó cần tìm F như sau:

về trị số $F^2 = X^2 + Y^2$

hướng của F được xác định theo góc

$$\text{tg} \frac{X}{Y}$$

biểu thức lấy theo cả dấu của X và Y

Trên cơ sở khái niệm về hình chiếu của lực ta sẽ xác định hợp lực R của hệ.

Định lý: hình chiếu của véc tơ hợp lực R của hệ trên một trục tọa độ nào đó bằng tổng đại số hình chiếu của tất cả các véc tơ lực thành phần trên trục ấy.

Chứng minh:

Cho $R \quad F_1 \quad F_2 \quad F_3 \quad \dots \dots \dots \quad F_n$

R đóng kín đa giác lực. Lần lượt chiếu tất cả các lực lên trục x bất kỳ ta thấy

$$F_{1x} = ab; F_{2x} = bc; F_{3x} = cd; F_{nx} = -de$$

$$R_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + F_{nx}$$

$$= ab + bc + cd - de$$

Hay $R_x = ae$

đó chính là điều phải chứng minh.

Vậy có thể viết

$$R \quad F_i$$

Vì trục x là trục bất kỳ nên ta có:

$$R_x = F_{ix} = X_i$$

$$R_y = F_{iy} = Y_i$$

Nếu ký hiệu $X; Y$ là hình chiếu của hợp lực R thì

$$X = X_i$$

$$Y = Y_i$$

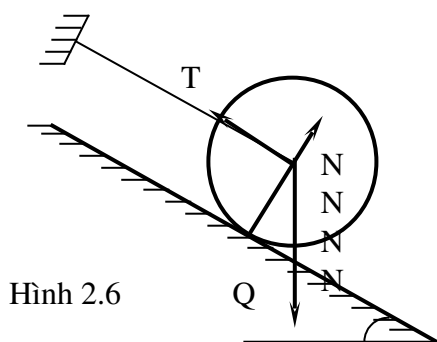
$$R^2 = X^2 + Y^2$$

2.1.2 Điều kiện cân bằng của hệ lực phẳng đồng quy

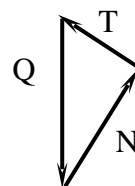
Định lý 1: Điều kiện cần và đủ để một hệ lực phẳng đồng quy cân bằng là đa giác lực của hệ phải tự đóng kín.

$$F_1 + F_2 + F_3 + \dots + F_n = 0$$

Bài tập ví dụ: Một bánh xe có trọng lượng G lăn không trượt trên một mặt phẳng nghiêng có góc nghiêng là α . Bánh xe được giữ thẳng bằng một sợi dây mềm căng // với mặt phẳng.



Hình 2.6

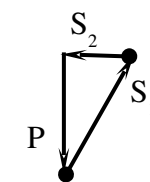
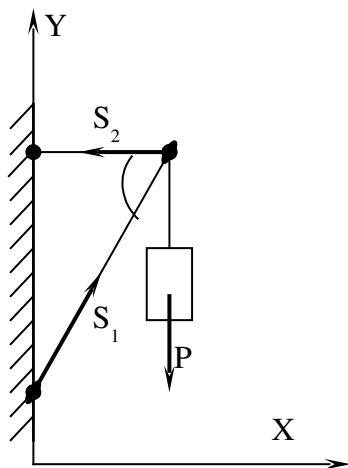


Hình 2.8

Định lý 2 :Điều kiện cần và đủ để một hệ lực phẳng đồng quy ở trạng thái cân bằng là tổng đại số các hình chiếu của các lực lên hai trục tọa độ phải bằng 0.

$$X = \sum X_i = 0$$

$$Y = \sum Y_i = 0$$



Hình 2.9

Bài tập ví dụ: Một khung cầu treo một vật nặng trọng lượng P ở đầu mút như hình vẽ. Biết góc $= 60^\circ$. Tìm các phản lực tác dụng lên các thanh?

Bài có thể giải theo hai cách:

Dùng phương pháp hình chiếu

$$Y = Y_i = -P + S_1 \cdot \sin = 0$$

$$S_1 = \frac{P}{\sin}$$

$$X = X_i = S_1 \cdot \cos - S_2 = 0$$

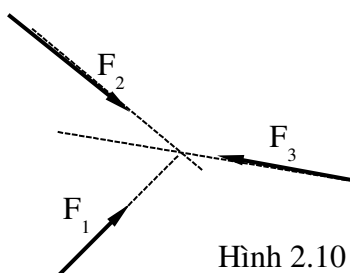
$$S_2 = \frac{P \cdot \cos}{\sin}$$

Dùng phương pháp hình học
(hình 2.9)

2.1.3 Định lý ba lực đồng quy cân bằng

Định lý: Nếu ta có ba lực phẳng không song song cân bằng thì chúng phải đồng quy tại một điểm.

Chứng minh: giả sử ta có $(F_1, F_2, F_3) = 0$



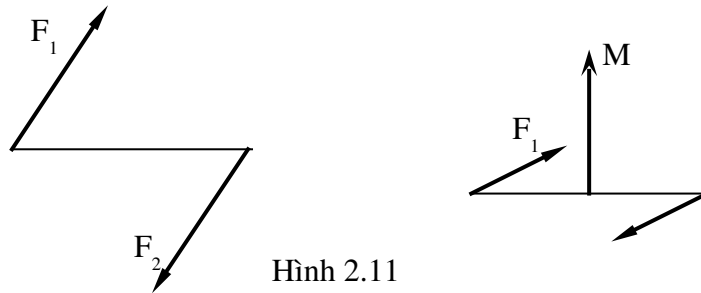
Thay F_1 và F_2 bằng R_1 , R_1 đặt tại điểm O là giao điểm của hai đường tác dụng của các lực F_1 và F_2 .

Theo đầu bài ta có $(F_3, R_1) = 0$

Theo định luật 1 R_1 và F_3 phải có cùng đường tác dụng, tức là F_3 cũng phải đi qua O . Định lý đã được chứng minh.

2.2 Ngẫu lực

2.2.1 Khái niệm



Hình 2.11

Định nghĩa: hệ lực gồm hai lực song song trái chiều cùng trị số gọi là một ngẫu lực.

Ngẫu lực có các tính chất sau:

Ngẫu lực không làm cho vật cân bằng.

Ngẫu lực không tương đương với một lực.

Ngẫu lực có xu hướng làm cho vật chuyển động quay.

Từ ba nhận xét trên ta thấy để xác định được một ngẫu lực ta cần có các yếu tố :

Mặt phẳng tác dụng của ngẫu lực là mặt phẳng chứa các lực.

Chiều quay của ngẫu lực là chiều quay vòng theo chiều tác dụng của các lực với quy ước: chiều dương là chiều thuận chiều kim đồng hồ, còn chiều âm là chiều quay ngược với chiều kim đồng hồ.

Trị số mô men của ngẫu lực: là đại lượng xác định bởi tích số

$$M = F.d$$

Trong đó d là khoảng cách giữa hai lực, còn gọi là cách tay đòn của ngẫu.

F là trị số của các lực.

M là đại lượng vô hướng có đơn vị là N.m

Ta thấy các yếu tố xác định ngẫu lực gần tương tự như các yếu tố xác định lực

Vậy có thể nói ngẫu lực cũng là một dạng tối giản của hệ lực phẳng.

Người ta cũng có thể biểu diễn ngẫu lực bằng một véc tơ sao cho:

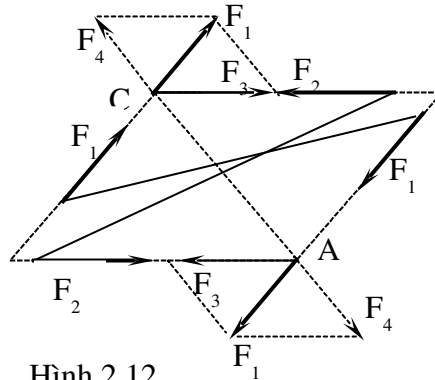
Phương của véc tơ ngẫu lực vuông góc với mặt phẳng tác dụng của ngẫu.

Hướng của véc tơ sao cho nhìn từ ngọn véc tơ xuống mặt phẳng tác dụng, ngẫu lực có xu hướng quay theo chiều kim đồng hồ.

Độ dài của véc tơ biểu diễn trị số của momen ngẫu lực.

2.2.2 Các định lý về ngẫu lực

Định lý 1: Hai ngẫu lực nằm trong cùng một mặt phẳng, có cùng chiều quay và trị số momen thì tương đương với nhau.



Hình 2.12

Chứng minh: giả sử có hai ngẫu lực (F_1, F_1') và (F_2, F_2') tác dụng trên cùng một mặt phẳng tương đương với nhau, đường tác dụng của chúng cắt nhau tại A, B, C, D.

Trượt lực F_1 về A và F_1' về C

Phân tích các lực F_1 và F_1' thành các lực F_3, F_4 và F_3', F_4' sao cho:

$$F_1 = (F_3, F_4)$$

$$F_2 = (F_3', F_4')$$

Trong đó F_3, F_3' có cùng đường tác dụng với F_2 và F_2' ; F_4, F_4' hướng theo đường nối AC.

Hiển nhiên do tính đối xứng ta phải có $F_4 = F_4'$

Như vậy ngẫu lực $(F_1, F_1') = (F_3, F_3')$

$$\text{Hay } m_1 = m_3$$

Theo giả thiết ta có: $m_1 = m_2 \Rightarrow m_2 = m_3$

$$\text{Mà } m_2 = F_2 \cdot d$$

$$m_3 = F_3 \cdot d$$

$$\text{suy ra: } F_2 = F_3$$

định lý đã được chứng minh.

Định lý 2: Một ngẫu lực có thể dời đến mặt phẳng song song mà tác dụng của nó không thay đổi.

Định lý này ta thừa nhận mà không chứng minh. Việc chứng minh có thể tham khảo theo (4).

Qua hai định lý trên ta thấy việc xác định một ngẫu lực không phụ thuộc vào vị trí cụ thể của mặt phẳng tác dụng cũng như hình dạng cụ thể (phương, trị số các lực) của hai ngẫu lực đó. Để có hai ngẫu lực tương đương ta cần có:

Mặt phẳng tác dụng song song với nhau.

Cùng chiều quay.

Cùng trị số.

Đối với những ngẫu lực cùng nằm trong mặt phẳng thì chỉ cần hai yếu tố:

Cùng chiều quay.

Cùng trị số.

Nếu coi momen ngẫu lực là một giá trị đại số có dấu thì điều kiện này tương đương với:

$$m_1 = m_2$$

Hệ quả

Hệ quả 1: ngẫu lực có thể dời đến một vị trí tùy ý trong mặt phẳng tác dụng nếu giữ nguyên chiều quay và trị số momen của nó.

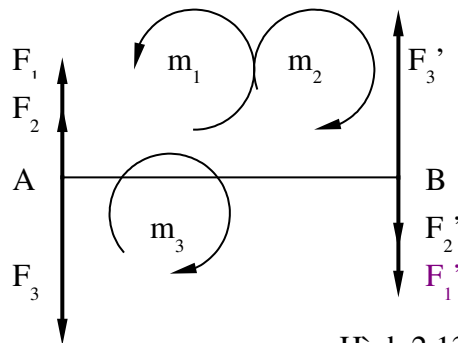
Hệ quả 2: Có thể thay đổi cánh tay đòn cũng như trị số của lực một cách tùy ý miễn là giữ nguyên trị số momen và chiều quay của nó.

2.2.3 Hợp ngẫu lực trong cùng mặt phẳng:

Định lý: Hệ ngẫu lực phẳng tương đương với một ngẫu lực tổng hợp có trị số momen bằng tổng đại số các momen ngẫu lực thành phần thuộc hệ.

$$m \quad (m_1, m_2, m_3, \dots, m_n) \Rightarrow m = m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_n$$

Chứng minh: Giả sử trên một mặt phẳng có một hệ ngẫu lực m_i tác dụng. Chọn một đoạn AB làm cánh tay đòn chung



Hình 2.13

Theo hệ quả 1 ta có thể thay thế $m_1 = F_1$ và F_1' lần lượt đặt tại A, B có phương vuông góc với AB có trị số:

$$F_1 \quad F_1' \quad \frac{m_1}{AB}$$

Tương tự ta có thể thay thế các ngẫu lực m_1, m_3, \dots, m_i bằng các cặp lực F_i và F_i' lần lượt đặt tại A và B.

Tính các hợp lực $R = F_i$ và $R' = F_i'$

Do tính đối xứng nên về mặt trị số ta có $R = R'$

Hệ ngẫu đã được thay thế bằng một hệ ngẫu mới

$$M = R \cdot AB$$

$$\text{Thay } R = F_i \Rightarrow m = F_i \cdot AB = m_i$$

2.3 Hệ lực phẳng bất kỳ

2.3.1 Véc tơ chính, momen chính của hệ lực phẳng

Véc tơ chính của hệ lực phẳng

Định nghĩa: véc tơ R gọi là véc tơ chính của hệ lực phẳng F_i nếu nó là tổng của các véc tơ lực thuộc hệ.

$$\vec{R} = F_1 + F_2 + F_3 + \dots + F_n = F_i$$

Xác định véc tơ chính

Phương pháp hình học (vẽ)

Bắt đầu từ gốc tọa độ lần lượt đặt các lực F_1, F_2, \dots, F_n nối tiếp nhau gốc của véc tơ này trùng với ngọn của véc tơ kia, giữ nguyên phương chiều cùng trị số của chúng. Véc tơ R sẽ đóng kín đa giác lực hợp bởi các lực thành phần.

Phương pháp hình chiếu

Hoàn toàn tương tự như đối với hệ lực phẳng đồng quy ta có.

$$R_x = \sum F_{ix} = \sum X_i$$

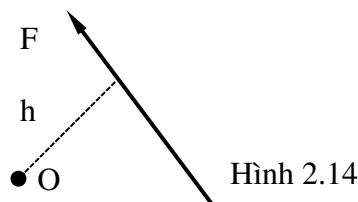
$$R_y = \sum F_{iy} = \sum Y_i$$

Trong đó: R_x, R_y là hình chiếu của véc tơ chính của hệ lực
 F_i là hình chiếu của các véc tơ của các lực trong hệ

2.3.2 Momen chính của hệ lực phẳng đối với 1 điểm

Momen của một lực đối với 1 điểm

Định nghĩa: momen của một lực đối với 1 điểm là lượng đại số có trị số bằng tích số giữa trị số của lực với khoảng cách từ điểm đến đường tác dụng của lực và có dấu dương nếu chiều quay của lực ngược chiều quay của kim đồng hồ so với điểm đó, dấu âm khi quay theo chiều ngược lại.



Hình 2.14

$$m_o(F) = F \cdot h$$

Trong đó: $m_o(F)$ gọi là momen của lực F lấy đối với điểm O
điểm O gọi là tâm

h gọi là cánh tay đòn của lực.

Momen chính của hệ lực phẳng lấy đối với điểm O

Định nghĩa: Momen chính của một hệ lực phẳng lấy đối với một điểm O là tổng đại số momen của tất cả các lực thuộc hệ đối với điểm đó.

$$M_o = m_o(F_i)$$

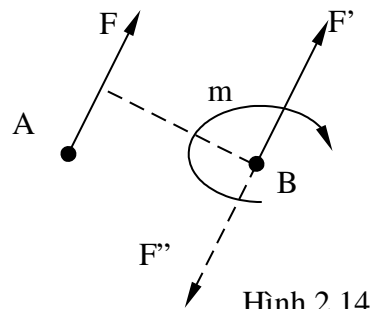
Trong đó M_o là momen chính của hệ lực phẳng lấy đối với điểm O

$M_o(F_i)$ momen của lực F_i lấy đối với điểm O

2.3.3 Thu gọn hệ lực phẳng

Định lý dời lực song song

Định lý thuận: Một lực F tác dụng tại điểm A có thể dời song song đến điểm B mà tác dụng của nó không thay đổi nếu ta thêm vào đó một ngẫu lực phụ. Momen của ngẫu lực phụ bằng momen của ngẫu lực lấy



Hình 2.14

đối với điểm định dời đến.

$$F = (F' \text{ và } M_B(F))$$

Chứng minh: giả sử có lực F đặt tại điểm A

Tại điểm định dời đến B ta thêm vào đó một hệ lực cân bằng gồm hai lực F' và F'' với điều kiện:

F' và F'' có trị số bằng nhau và bằng trị số của lực F .

F' và F'' có phương song song với lực F .

Theo định luật 2 ta có $F = (F, F' \text{ và } F'')$ F' và (F, F'')

Mà (F, F'') là một ngẫu lực có momen $m = m_B(F)$

định lý đã được chứng minh.

Định lý đảo: Một lực và một ngẫu lực đặt cùng trong một mặt phẳng thì tương đương với một lực.

Định lý này ta thừa nhận không chứng minh. Tuy nhiên khi cần có thể tham khảo chứng minh trong (4).

Thu gọn hệ lực phẳng về một tâm

Định lý: Một hệ lực phẳng bất kỳ có thể thu về một tâm O tùy ý thành một lực và một ngẫu lực. Lực đặt tại điểm O và có véc tơ bằng véc tơ chính của hệ. Ngẫu lực nằm trong mặt phẳng chứa lực và có momen bằng momen chính của hệ lấy đối với điểm O.

Chứng minh: Lần lượt thu các lực F_i về tâm O ta thu được các lực F_i' và các momen $m_o(F_i)$

Các lực F_1', F_2', \dots, F_n là các lực đồng quy cùng tương đương với một hợp lực R ,

$$R = (F_1, F_2, \dots, F_n)$$

Các dạng chuẩn của hệ lực phẳng

Theo định lý trên ta thấy khi thu hệ ngẫu lực về một tâm có thể xảy ra một trong các trường hợp sau:

Hệ lực cân bằng, Véc tơ chính bằng không và momen chính bằng không.

$$R = 0$$

$$m_o = m_o(F_i) = 0$$

Hệ lực tương đương với một lực, Hợp lực đặt tại tâm O và bằng véc tơ chính của hệ.

$$R = (F_1, F_2, F_3, \dots, F_n); \quad R = F_1$$

Hệ lực tương đương với một ngẫu lực (F_1, F_2, \dots, F_n)

$$m_o(F_i)$$

$$R = 0; \quad m_o = m_o(F_i)$$

Hệ lực tương đương với một lực và một momen

$$R \neq 0; \quad m_o \neq 0$$

Các dạng trên gọi là trường hợp tối giản của hệ lực phẳng.

2.3.4 Điều kiện cân bằng, phương trình cân bằng của hệ lực phẳng

Điều kiện cân bằng

Định lý: Điều kiện cần và đủ để một hệ lực phẳng bất kỳ cân bằng là véc tơ chính của hệ và momen chính của hệ lấy đối với một tâm bất kỳ phải đồng thời bằng không.

Tức là: với một điểm O bất kỳ ta phải có:

$$R = 0 \text{ và } M_o = 0$$

Phương trình cân bằng của hệ lực phẳng:

Thực tế cho thấy khi thu một hệ lực phẳng về một tâm ta được một hệ lực phẳng đồng quy và một momen ngẫu lực. Áp dụng điều kiện cân bằng của hệ lực phẳng đồng quy kết hợp với điều kiện về ngẫu lực ta có ba dạng phương trình cân bằng sau:

Dạng 1: Điều kiện cần và đủ để hệ lực phẳng cân bằng là tổng hình chiếu của các lực nên hai trục tọa độ vuông góc với nhau và tổng momen của các lực lấy đối với một điểm bất kỳ trên mặt phẳng phải đồng thời bằng 0. Biểu diễn dưới dạng toán học điều kiện này tương đương với:

$$X = \sum X_i = 0$$

$$Y = \sum Y_i = 0$$

$$M_o(F_i) = \sum m_o(F_i) = 0$$

Trong đó: X, Y là hình chiếu trên hai trục x, y của hợp lực R

X_i, Y_i là hình chiếu của các lực F_i trên hai trục tọa độ x, y .

M_o là momen lấy đối với tâm O của các lực.

Dạng 2: Điều kiện cần và đủ để hệ lực phẳng cân bằng là tổng hình chiếu của các lực nên một trục bất kỳ và tổng momen của các lực lấy đối với hai tâm tùy ý phải đồng thời bằng 0. Với điều kiện đường nối hai tâm không vuông góc với trục chiếu.

$$X = \sum X_i = 0$$

$$M_A(F_i) = \sum m_A(F_i) = 0$$

$$M_B(F_i) = \sum m_B(F_i) = 0$$

Dạng 3: Điều kiện cần và đủ để hệ lực phẳng cân bằng là tổng momen của các lực lấy đối với ba tâm bất kỳ không thẳng hàng phải đồng thời bằng không.

$$m_A(F_i) = m_B(F_i) = m_C(F_i) = 0$$

Phần chứng minh ba dạng này có thể tìm thấy trong (4).

2.5 Ma sát và bài toán cân bằng khi có ma sát

Tất cả các bài toán cân bằng trước đây đều xây dựng trên cơ sở giả thiết bề mặt vật trơn nhẵn và các phản lực liên kết hướng theo phương pháp tuyến với bề mặt tựa hoặc vật tựa. Trên thực tế điều này không đúng và nhiều khi kết quả tính toán khác khá xa so với thực tế. Ví dụ khi một vật nằm không trượt trên một mặt phẳng nghiêng một góc α so với mặt nằm ngang. Theo định luật giải phóng liên kết đã học phản lực liên kết phải hướng theo phương vuông góc với mặt nghiêng. Mặt khác ta cũng biết trọng lượng G của vật bao giờ cũng hướng xuống theo phương thẳng đứng. Rõ ràng rằng nếu chỉ có hai lực này vật không thể ở trạng thái cân bằng mà phải chuyển động. Điều này không đúng trong thực tế là vật vẫn đứng yên. Chỉ có thể giải thích được hiện tượng trên nếu giả sử rằng ngoài phản lực N hướng vuông góc với mặt nghiêng còn một lực khác có xu hướng cản trở chuyển động của vật sao cho hợp lực của nó với phản lực N cân bằng với trọng lượng G của vật. Lực cản trở chuyển động này gọi là lực ma sát.

2.5.1 Ma sát trượt

Thí nghiệm Cu Lông

Cho một vật nằm trên mặt phẳng nằm ngang. Một lực F tác động vào vật theo phương ngang. Tăng dần giá trị của lực F ta nhận thấy vật chỉ bắt đầu chuyển động trượt khi lực F đạt đến một giá trị nhất định F_{\max} . Từ đó suy ra rằng lực ma sát trượt có thể có một giá trị bất kỳ trong khoảng xác định:

$$0 \quad F_{ms} \quad F_{ms}^{\max} \quad F_{\max}$$

Định luật ma sát trượt:

Lực ma sát trượt lớn nhất tỷ lệ thuận với phản lực pháp tuyến của vật.

$$F_{ms} = f \cdot N$$

Trong đó : N phản lực pháp tuyến tác dụng lên vật.

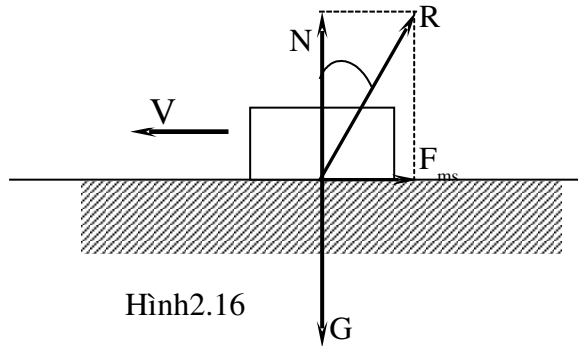
f hệ số tỷ lệ còn gọi là hệ số ma sát trượt.

Các thí nghiệm cũng chỉ ra rằng hệ số ma sát trượt phụ thuộc vào nhiều yếu tố như vật liệu, trạng thái bề mặt tiếp xúc, nhiệt độ .v.v. Các hệ số này có thể tra trong các sổ tay kỹ thuật.

Góc ma sát

Xét một vật chịu tác dụng của một lực F nằm ngang. Hợp lực R của phản lực pháp tuyến N và lực ma sát trượt lớn nhất sẽ hợp với phương thẳng đứng một góc α_{ms} . góc này gọi là góc ma sát. dễ dàng thấy rằng

$$\tan \alpha_{ms} = f \text{ hay } \arctan f = \alpha_{ms}$$



Hình2.16

Bài toán cân bằng khi kể đến ma sát trượt

Theo định luật 1 khi vật rắn cân bằng thì hợp lực của các lực đặt vào vật phải bằng không. Hay nói cách khác ta phải có biểu thức:

$$R \quad F_i \quad F \quad N \quad G \quad F_{ms} \quad 0$$

Đây chính là phương trình cân bằng của vật trong điều kiện có ma sát.

trong đó: R là hợp lực của hệ.

N phản lực pháp tuyến đặt tại điểm tiếp xúc.

G trọng lượng của bản thân vật.

F Tổng các ngoại lực tác động lên vật vào thời điểm đang xét.

F_{ms} là lực ma sát giữ cho vật cân bằng

Mặt khác nếu coi khả năng trượt của vật theo tất cả các phương ngang là như nhau góc ma sát đã nói ở phần trên sẽ vẽ nên một hình nón

có góc ở đỉnh là $2 \alpha_{ms}$. Để thấy khi hợp lực của các lực đặt vào vật nằm bên trong hình nón ma sát thì vật cân bằng, nghĩa là vật bị tự hãm.

Điều kiện để vật bị tự hãm là hợp lực của các lực đặt vào vật cắt nằm bên trong hình nón ma sát.

2.5.2 Ma sát lăn

Tương tự như ma sát trượt ma sát lăn là hiện tượng cản trở chuyển động khi một vật lăn hoặc có xu hướng lăn đối với một vật khác.

Bản chất của ma sát lăn

Một vật có xu hướng lăn trên một mặt phẳng. Do vật liệu có tính đàn hồi nên hai vật tiếp xúc với nhau không phải theo điểm mà theo một đường hoặc một mặt. Do đó xuất hiện không phải một phản lực liên kết mà là một hệ các phản lực phân bố trên đường hoặc mặt tiếp xúc đó. Sự phân bố của các lực này không đều nhưng đều có điểm chung là hướng theo phương pháp tuyến, tức là hướng vào tâm của vật lăn. Hợp các phản lực R sẽ hướng vào tâm và có điểm đặt bị lệch ra ngoài trục đối xứng. Phân tích lực đó thành hai thành phần theo phương thẳng đứng N và phương nằm ngang F_{ms} .

Vì vật vẫn còn ở trạng thái cân bằng nên khi chiếu tất cả các lực lên trục thẳng đứng ta có:

$$N = - P$$

N và P hợp thành một ngẫu lực có trị số momen M gọi là ngẫu lực ma sát

Bằng thí nghiệm tương tự như ma sát trượt có thể xác định được rằng ngẫu lực ma sát có thể có trị số bất kỳ trong khoảng từ 0 đến m_{ms}^{max} và tỷ lệ thuận với trị số của lực pháp tuyến N .

$$0 \leq m_{ms} \leq m_{ms}^{max}$$

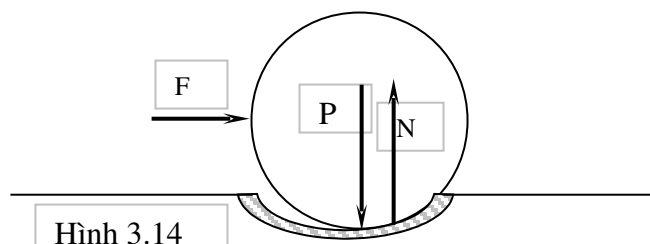
Định luật ma sát lăn:

tương tự như đối với ma sát trượt người ta xác định được rằng

$$m_{ms}^{max} = k.N$$

Trong đó: m là momen ma sát lăn

k là hệ số tỷ lệ phụ thuộc vào vật liệu, trạng thái bề mặt, độ biến dạng của bề mặt tiếp xúc. So với hệ số f ma sát trượt thì hệ số k có giá trị nhỏ hơn nhiều.



Hình 3.14

Về ý nghĩa có thể coi k là cánh tay đòn của ngẫu lực ma sát, tức là khoảng cách giữa hai lực P và N .

Cân bằng vật khi kể đến ma sát lăn

Để vật cân bằng ta phải có tổng các ngẫu lực tác động nên vật bằng không. Tức là:

$$m_i - m - k.N = 0$$

Trong đó m là momen ngoại lực làm vật có xu hướng lăn.

Đây cũng chính là phương trình cân bằng của vật lăn khi có ma sát.

Từ đó suy ra điều kiện để vật không lăn là:

$$m \leq k.N$$

Kết hợp hai trường hợp ma sát lăn và ma sát trượt ta có điều kiện để một vật lăn không trượt trên một vật khác sẽ là:

$$F \leq f.N$$

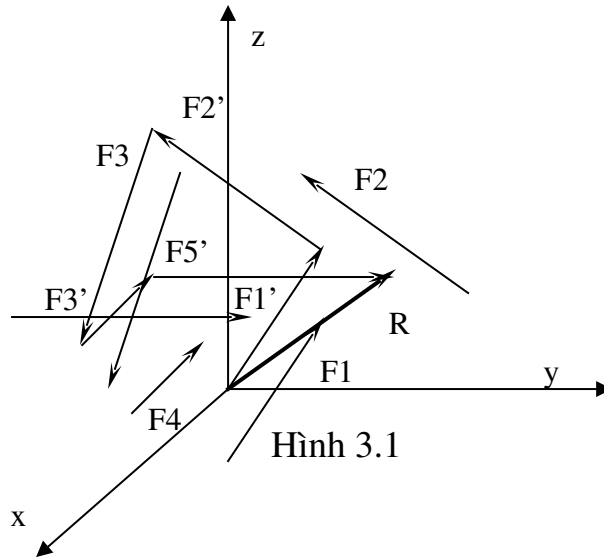
$$M \leq k.N$$

Chương 3: Hệ lực không gian

3.1 Véc tơ chính, véc tơ mômen chính của hệ lực không gian:

3.1.1 véc tơ chính

Định nghĩa: véc tơ chính của hệ lực không gian là véc tơ tổng của các véc tơ lực thành phần.



Giả sử có hệ lực không gian gồm n lực $F_1, F_2, F_3, \dots, F_n$. Véc tơ R sẽ được xác định như sau:

$$R = F_1 + F_2 + F_3 + \dots + F_n = F_k$$

Tương tự như đối với hệ lực phẳng việc xác định véc tơ chính có thể theo hai phương pháp:

Phương pháp hình học (vẽ)

Chọn một điểm bất kỳ làm tâm (thông thường người ta chọn gốc tọa độ) đặt lần lượt các lực kế tiếp nhau, giữ nguyên phương chiều và trị số của chúng. Véc tơ R đóng kín đa giác lực hợp bởi các lực thành phần sẽ là véc tơ chính của hệ.

Phương pháp giải tích (Phương pháp hình chiếu)

Giả sử X_i, Y_i, Z_i lần lượt là hình chiếu của các lực F_i trên ba trục tọa độ, Tổng đại số của các hình chiếu của các lực trên mỗi trục chính là hình chiếu của véc tơ chính của hệ trên trục tọa độ đó.

$$R_x = X_i = X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n$$

$$R_y = Y_i = Y_1 + Y_2 + Y_3 + \dots + Y_n$$

$$R_z = Z_i = Z_1 + Z_2 + Z_3 + \dots + Z_n$$

Trị số của R sẽ là:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}$$

Nếu gọi α , β , γ là góc giữa véc tơ R với các trục tọa độ xyz sẽ có:

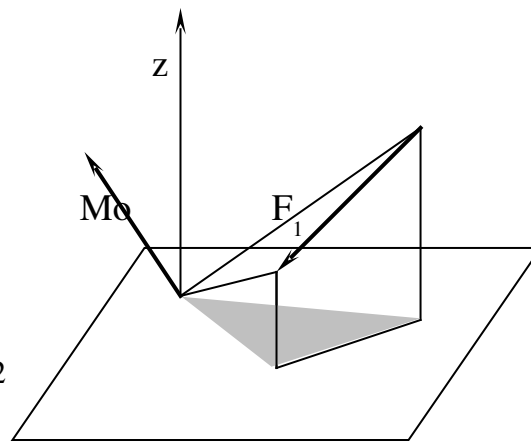
$$\cos \alpha = \frac{R_x}{R} \quad \cos \beta = \frac{R_y}{R} \quad \cos \gamma = \frac{R_z}{R}$$

3.1.2 Mô men chính của hệ lực không gian

Trong phần hệ lực phẳng mômen của một lực đối với một điểm là lượng đại số xác định bằng tích số giữa trị số của lực và khoảng cách từ điểm đó đến đường tác dụng của lực. Mômen có trị số dương nếu nó quay theo chiều kim đồng hồ và có dấu âm trong trường hợp ngược lại.

Căn cứ vào điểm trên có thể biểu diễn mômen bằng một véc tơ với quy ước sau:

Điểm đặt của véc tơ là điểm cần lấy mômen.



Hình 3.2

Phương của véc tơ vuông góc với mặt phẳng chứa lực và điểm

Chiều của véc tơ mômen sao cho từ ngọn véc tơ nhìn xuống lực có xu hướng quay ngược chiều kim đồng hồ.

Mômen của một lực đối với một trục

Định nghĩa: Mômen của một lực đối với một trục là một lượng đại số xác định bằng tích số giữa hình chiếu của lực lên mặt phẳng vuông góc với trục và khoảng cách giữa điểm O là giao điểm của mặt phẳng với trục đến hình chiếu của lực lên mặt phẳng đó.

$$M_x(F) = m_o(F') = F' \cdot d$$

Theo định nghĩa trên ta thấy: Nếu F song song với trục hoặc cắt trục thì mômen của nó với trục sẽ bằng không (có nghĩa là nếu trục và lực đồng phẳng thì mômen của lực với trục sẽ bằng không).

Định lý: Mômen của một lực đối với một trục bằng hình chiếu trên trục của véc tơ mômen của lực lấy đối với điểm O nằm trên trục.

$$M_x(F) = M_{ox}(F)$$

Momen chính của hệ lực không gian đối với một điểm.

Mômen chính của hệ lực không gian đối với một điểm là một véc tơ xác định bằng tổng các véc tơ mômen của các lực thuộc hệ lấy đối với điểm đó.

$$M_o \quad m_o(F_i) \quad m_o(F_1) \quad m_o(F_2) \quad m_o(F_3) \dots m_o(F_n)$$

Tương tự như véc tơ chính, véc tơ mômen chính của hệ có thể xác định bằng phương pháp hình học hoặc phương pháp giải tích.

$$M_x = m_x(F_i) = m_x(F_1) + m_x(F_2) + m_x(F_3) + \dots + m_x(F_n)$$

$$M_y = m_y(F_i) = m_y(F_1) + m_y(F_2) + m_y(F_3) + \dots + m_y(F_n)$$

$$M_z = m_z(F_i) = m_z(F_1) + m_z(F_2) + m_z(F_3) + \dots + m_z(F_n)$$

3.2 Thu gọn hệ lực không gian

Trong phần hệ lực phẳng một lực có thể dời đến một điểm bất kỳ và tương đương với một lực và một mômen. Nếu biểu diễn mômen đó dưới dạng một véc tơ ta có định lý: Một lực đặt tại điểm A sẽ tương đương với một lực song song và cùng chiều với nó đặt tại điểm B và một véc tơ mômen bằng với véc tơ của lực lấy đối với điểm B.

Chứng minh định lý này tương tự như chứng minh định lý dời lực trong hệ phẳng.

Thu gọn một hệ lực không gian về một tâm

Định lý: Hệ lực không gian tương đương với một lực và một ngẫu lực đặt tại một điểm O bất kỳ. Lực có véc tơ bằng véc tơ chính của hệ đặt tại điểm O. Momen có véc tơ bằng véc tơ mômen chính của hệ lấy đối với điểm O.

$$(F_1, F_2, F_3, \dots, F_n) \quad (R, m_o)$$

Chứng minh định lý này tương đối đơn giản. Thay thế mỗi lực F_i bằng một véc tơ lực F_i' và một véc tơ momen $m_o(F_i)$ đặt tại điểm O. Kết quả là hệ lực không gian bất kỳ đã được thay thế bằng một hệ các véc tơ lực và véc tơ mômen đồng quy tại điểm O.

$$R \quad F_i \quad F_1 \quad F_2 \quad F_3 \quad \dots \quad F_n$$

$$m_o \quad m_o(F_i) \quad m_o(f_1) \quad m_o(F_2) \quad \dots \quad m_o(F_n)$$

3.3 Điều kiện cân bằng của hệ lực không gian

3.3.1 Điều kiện

Điều kiện cân và đủ để một hệ lực không gian cân bằng là véc tơ chính và mômen chính của hệ lấy đối với điểm O bất kỳ phải đồng thời bằng không.

$$R \quad F_i \quad 0$$

$$M_o \quad m_o(F_i) \quad 0$$

3.3.2 Phương trình cân bằng của hệ lực không gian

Từ điều kiện cân bằng trên nếu chiếu các véc tơ lực và véc tơ mômen lên hệ trục tọa độ thì tổng đại số của chúng cũng phải bằng không.

$$\begin{array}{ccc} \sum_{k=1}^n F_{kx} = 0 & \sum_{k=1}^n F_{ky} = 0 & \sum_{k=1}^n F_{kz} = 0 \\ \sum_{k=1}^n m_x(F_k) = 0 & \sum_{k=1}^n m_y(F_k) = 0 & \sum_{k=1}^n m_z(F_k) = 0 \end{array}$$

Đây cũng chính là hệ phương trình cân bằng của một hệ lực trong không gian.

Từ hệ phương trình trên có thể suy ra hệ phương trình cân bằng của hệ lực đồng quy, hệ lực phẳng và hệ lực song song.

B: ĐỘNG HỌC

Chương 4: Động học điểm

4.1 Các khái niệm cơ bản.

Động học:

Là một phần của môn cơ học lý thuyết nghiên cứu các đặc tính hình học của chuyển động mà không xét đến các nguyên nhân gây ra chúng.

Hệ quy chiếu:

Hệ tọa độ gắn với một vật (chuẩn) người ta dùng để xét chuyển động của các vật khác tương đối so với nó gọi là một hệ quy chiếu.

Trong cơ học lý thuyết vật chuẩn thường được chọn là mặt đất.

Không gian, thời điểm và thời gian.

Không gian trong cơ học là không gian Ơclit ba chiều. trong đó các đại lượng đo lường xác định theo phương pháp hình học Ơclit mà chúng ta đã học.

Thời gian trong cơ học lý thuyết là một đại lượng vô hướng luôn luôn biến đổi và được xem như là biến số độc lập. Tất cả các đại lượng biến đổi khác đều được coi là một hàm số của thời gian (vận tốc, gia tốc .v.v)

Thời gian xảy ra như nhau đối với mọi hệ quy chiếu

Để tính thời gian ta phải chọn một thời điểm nào đó làm thời điểm đầu ($t=0$), thời điểm t là thời gian kể từ thời điểm đầu đến thời điểm đang xét, giữa hai thời điểm liên tiếp là một khoảng thời gian. Tất cả các giá trị khảo sát đều chỉ đúng cho một thời điểm và trong một khoảng thời gian nhất định.

Quỹ đạo:

Đường cong liên tục mà động điểm vạch trong không gian được gọi là quỹ đạo chuyển động của điểm (khái niệm chuyển động thẳng, chuyển động cong).

Phương trình chuyển động.

Để xác định vị trí của vật trong không gian người ta phải dùng một số thông số nào đó (Ví dụ: tọa độ, góc, các thông số này gọi là các thông số định vị)

Một chuyển động được coi là xác định khi tại bất cứ thời điểm nào có thể xác định vị trí của nó trong không gian, tức là biết được các thông số định vị của nó.

Phương trình biểu diễn sự biến đổi của các thông số định vị theo thời gian gọi là phương trình chuyển động.

Vận tốc:

là đại lượng biểu diễn cho phương, chiều và tốc độ chuyển động của động điểm

Để có thể biểu diễn vận tốc tại một điểm người ta dùng một vectơ V trong đó:

Phương của vectơ V là phương tiếp tuyến với quỹ đạo chuyển động tại thời điểm đang xét.

Chiều của vectơ V trùng với chiều chuyển động.

Trị số của vectơ V là giá trị vận tốc tại thời điểm đó.

Gia tốc: là đại lượng biểu thị cho sự biến thiên của vận tốc

Đây là đại lượng vectơ ký hiệu a

4.2 Các phương pháp xác định chuyển động của điểm.

4.2.1 Phương pháp véc tơ:

Vị trí của điểm M trong không gian hoàn toàn có thể được xác định bằng một vectơ r gốc là một điểm cố định bán kính OM . Khi vị trí của điểm M thay đổi theo thời gian thì vectơ r thay đổi cả về phương, chiều và trị số. Như vậy, để xác định vị trí của điểm M ta cần thiết quy luật sự biến thiên của vectơ r theo thời gian nói cách khác là ta cần có phương trình:

$$r = r(t)$$

4.2.2 Phương pháp tọa độ:

Tương tự như trường hợp trên vị trí của một điểm M tại một thời điểm hoàn toàn có thể xác định bằng tọa độ của nó trên một hệ trục tọa độ cố định xyz . Nói cách khác cần phải có phương trình:

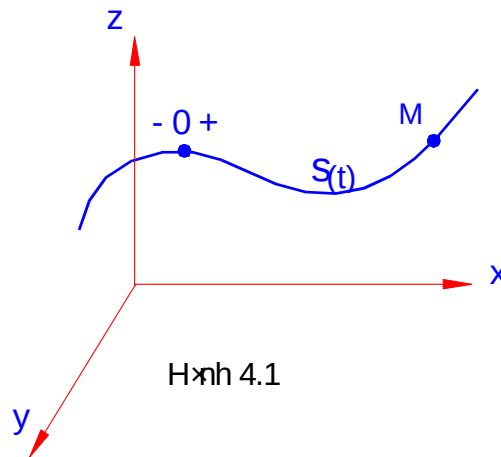
$$x = x(t); y = y(t); z = z(t)$$

Trong đó $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ là các hàm số biểu diễn sự biến thiên tọa độ của động điểm.

4.2.3 Phương pháp tự nhiên:

Khác với hai phương pháp trên phương pháp tự nhiên được sử dụng khi đã biết quỹ đạo chuyển động của điểm. Trên quỹ đạo người ta lấy một điểm O làm gốc và quy định hai chiều âm dương của chuyển động. Vị trí của điểm M tại một thời điểm có thể xác định nếu biết độ dài đại số cung OM (còn gọi là tọa độ cong). Vậy chuyển động gọi là xác định nếu ta biết quy luật biến thiên của đoạn đường $s = OM$ theo thời gian. Tức là ta cần có phương trình:

$$s = s(t)$$



Hình 4.1

4.3 Khảo sát chuyển động theo phương pháp tự nhiên.

4.3.1 Khảo sát chuyển động.

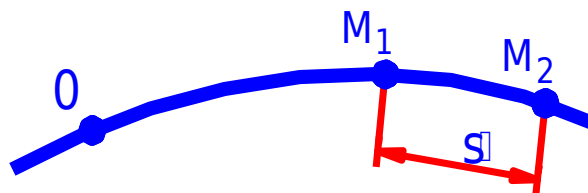
Như trên đã trình bày để xác định một chuyển động theo phương pháp tự nhiên người ta cần phải biết.

Quỹ đạo chuyển động.

Gốc toạ độ bắt đầu khảo sát chuyển động O và quy định chiều.

Phương trình chuyển động $s = s(t)$

Căn cứ vào các yếu tố đó ta phải tìm những đại lượng đặc trưng còn lại của chuyển động V và a.



Hình 4.2

4.3.2 Xác định vận tốc.

Cho một chuyển động có phương trình $s = s(t)$

Giả sử trong một thời gian t rất nhỏ $t = t_2 - t_1$, điểm di chuyển được một đoạn $M_2M_1 = s = s_2 - s_1$

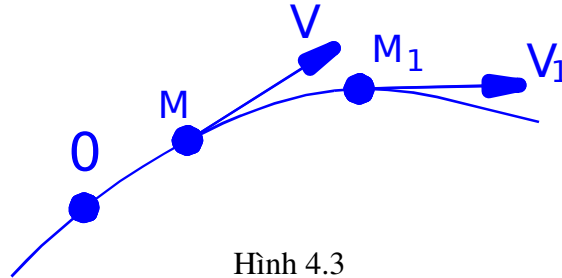
Vận tốc trung bình của điểm trên đoạn đang xét sẽ là:

$$V_{tb} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \frac{s}{t}$$

Nếu lấy giới hạn công thức $t \rightarrow 0$ ta sẽ được vận tốc tức thời của điểm tại thời điểm t .

$$V = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$$

Kết luận: Vận tốc tức thời của động điểm tại thời điểm t có giá trị bằng đạo hàm bậc nhất của phương trình chuyển động theo thời gian t tại thời điểm đó.



Hình 4.3

4.3.3 Xác định gia tốc

Việc chứng minh công thức xác định gia tốc của điểm chuyển động theo phương pháp tự nhiên tương đối phức tạp, ta có thể tham khảo trong các giáo trình khác (4) ở đây ta thừa nhận mà không chứng minh các điểm sau:

Gia tốc a của động điểm tại một thời điểm t bao giờ cũng nằm trong mặt phẳng hợp bởi tiếp tuyến và pháp tuyến n với đường cong quỹ đạo tại thời điểm đang xét.

Gia tốc a bao giờ cũng có thể phân tích thành hai thành phần:

a_t là thành phần tiếp tuyến còn gọi là gia tốc tiếp

a_n là thành phần gia tốc pháp tuyến hay gọi tắt là gia tốc pháp



Hình 4.4

$$a = a_t + a_n$$

$$a_t = \frac{dv}{dt} = v' = s''$$

$$a_n = \frac{v^2}{r}$$

vì a_t và a_n vuông góc với nhau nên ta có:

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$

Trong đó v là vận tốc của động điểm.
 v' là đạo hàm bậc nhất của vận tốc.

ρ là bán kính cong của quỹ đạo chuyển động tại thời điểm đang xét.

Ý nghĩa vật lý của a và a_n :

a đặc trưng cho sự biến thiên của gia tốc trị số

a_n đặc trưng cho sự biến thiên của gia tốc về hướng.

Nhận xét:

Vì a là đạo hàm bậc nhất của vận tốc và đạo hàm bậc hai của quãng đường nên do quy luật biến thiên của các đại lượng này mà nó có thể có các giá trị dương, âm hoặc bằng không.

Nếu a cùng dấu với v ta có hai véc tơ a và v cùng chiều và chuyển động đang khảo sát là chuyển động nhanh dần. Ngược lại nếu a khác dấu với v ta có hai véc tơ ngược chiều và chuyển động là chuyển động chậm dần.

Nếu như $a = 0$ suy ra $v = \text{const}$ ta có chuyển động đều.

Giá trị a_n luôn lớn hơn không và luôn luôn có hướng vào phía tâm của đường cong.

Các chuyển động thường gặp

Chuyển động thẳng: $s = v \cdot t + s_0$

Rút ra ta có $a_n = 0$

$a = a = v' = s''$

chuyển động thẳng đều: $s = v \cdot t + s_0$, $v = \text{const}$

Thay vào các biểu thức phía trên ta có

$a_n = 0$

$a = 0$

$a = 0$

$s = v \cdot t + s_0$

Chuyển động thẳng biến đổi đều: $s = v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2} + s_0$, $a = \text{const}$

$V = a \cdot t + v_0$

$$s = \frac{a \cdot t^2}{2} + v_0 \cdot t + s_0$$

Chuyển động tròn: $\rho = R = \text{const}$

Chuyển động tròn đều: $\rho = R = \text{const}$, $v = \text{const}$

Khi đó $a = v' = 0$

$a_n = v^2/R = \text{const}$

$a = a_n$

$s = s_0 + v \cdot t$

Chuyển động tròn biến đổi đều: $\rho = R = \text{const}$, $a = \text{const}$

Khi đó $v = v_0 + a \cdot t$

$$s = \frac{a \cdot t^2}{2} + v_0 \cdot t + s_0$$

Trong tất cả các công thức trên v_0 và s_0 là vận tốc và quãng đường ban đầu của chuyển động. Nếu ta lấy thời điểm bắt đầu khảo sát là $t = 0$ thì thông thường quãng đường s_0 sẽ bằng không.

4.4 Khảo sát chuyển động theo phương pháp tọa độ

Trong phương pháp tọa độ vị trí của điểm trong không gian hoàn toàn xác định được nếu biết rõ quy luật biến thiên tọa độ của nó. Nghĩa là nếu biết 3 phương trình chuyển động:

$$X = x(t)$$

$$Y = y(t)$$

$$Z = z(t)$$

Nếu gọi x' , y' , z' là tốc độ biến thiên các tọa độ của động điểm M theo thời gian t thì hiển nhiên ta có:

$$v_x = x'(t)$$

$$v_y = y'(t)$$

$$v_z = z'(t)$$

Người ta cũng chứng minh được rằng tại mọi thời điểm t thì các đại lượng v_x , v_y , v_z chính là hình chiếu của vận tốc v tại thời điểm đó trên hệ trục tọa độ. Vì vậy:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

Gia tốc: tương tự như trường hợp xác định vận tốc, đối với gia tốc ta có:

$$a_x = v'_x = x''$$

$$a_y = v'_y = y''$$

$$a_z = v'_z = z''$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

Chương V: Chuyển động cơ bản của vật rắn

5.1 Chuyển động tịnh tiến của vật rắn.

Định nghĩa:

Chuyển động tịnh tiến là chuyển động của vật rắn trong đó bất kỳ đường thẳng nào thuộc vật đều chuyển động song song với chính nó.

Chú ý:

Không nhầm lẫn chuyển động tịnh tiến với chuyển động thẳng

Tính chất:

Với chuyển động tịnh tiến ta có định lý sau đây:

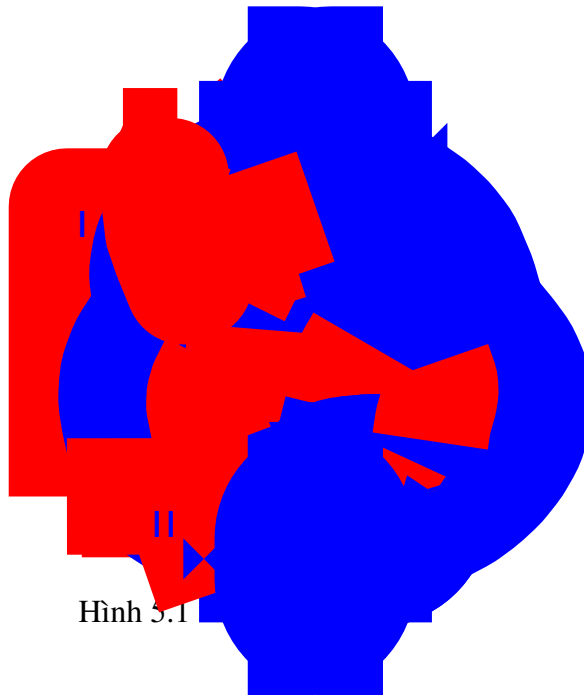
Trong chuyển động tịnh tiến mọi điểm của vật vẽ lên những quỹ đạo đồng nhất và ở mỗi thời điểm chúng có vận tốc và gia tốc như nhau.

Kết luận:

Như vậy để khảo sát chuyển động tịnh tiến của vật rắn ta chỉ cần khảo sát chuyển động của một điểm thuộc vật.

5.2 Chuyển động quay của vật rắn quanh một trục cố định.

Định nghĩa:



Hình 5.1

Chuyển động quay của vật rắn là chuyển động trong đó có hai điểm nào đó thuộc vật (hoặc gắn liền với vật) luôn luôn cố định trong suốt thời gian chuyển động

Để dàng thấy rằng nếu nối liền hai điểm cố định A,B thì mọi điểm trên đoạn AB sẽ luôn luôn cố định trong suốt thời gian chuyển động (vật rắn tuyệt đối).

AB gọi là trục quay.

Nếu lấy một điểm M thuộc vật hạ đường MC vuông góc với trục quay AB, C nằm trên trục. Có thể thấy rằng do đoạn CM không đổi nên điểm M sẽ nằm trên vòng tròn bán kính CM thuộc mặt phẳng vuông góc AB tại C.

Kết luận:

Tất cả các điểm trên vật rắn đều chuyển động quay tròn trên mặt phẳng vuông góc với trục và có tâm nằm ngay trên trục quay.

5.3 Khảo sát chuyển động

5.3.1 Phương trình chuyển động.

Để xác định vị trí của vật thể người ta làm như sau: Dùng hai mặt phẳng, mặt phẳng 1 cố định qua trục, mặt phẳng 2 cắt qua trục gắn liền với vật và quay cùng với vật. Góc giữa hai mặt phẳng ký hiệu là

Rõ ràng với mỗi vị trí của góc φ là có một vị trí xác định của vật thể.

Như vậy để biểu diễn được quy luật biến thiên của vật thể người ta chỉ cần biết được phương trình biểu diễn sự biến thiên của góc φ theo thời gian t.

$$\varphi = \omega t \quad \text{tính ra radian}$$

Đây chính là phương trình chuyển động của vật quay.

Dấu của ω được quy định như sau:

$\omega > 0$ nếu nhìn từ trục z vật có xu hướng quay ngược chiều kim đồng hồ. $\omega < 0$ nếu ngược lại.

5.3.2 Vận tốc của chuyển động (Vận tốc góc)

Để xác định tốc độ biến thiên của góc φ theo thời gian người ta dùng một đại lượng đặc trưng là ω gọi là vận tốc góc. Cũng như các trường hợp khác khi xác định vận tốc góc người ta dùng công thức.

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} \quad (\text{rad/s})$$

Trong kỹ thuật vận tốc góc thường tính bằng vòng/phút giữa hai đơn vị tồn tại mối liên hệ:

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{n}{30} \quad (\text{rad/s})$$

Vận tốc góc ω có thể có giá trị dương hoặc âm và nó cho biết chiều quay của vật thể.

Nếu $\omega > 0$ vật quay theo chiều dương.

Nếu $\omega < 0$ vật quay theo chiều âm.

5.3.3 Gia tốc góc:

Vật rắn có thể quay nhanh, chậm hay không đổi nói cách khác vận tốc góc có thể dương, âm hoặc bằng không tùy theo từng thời điểm của thời gian. Đại lượng đặc trưng cho sự biến thiên của vận tốc góc theo thời gian gọi là gia tốc góc .

$$\frac{d}{dt} \quad \frac{d^2}{dt^2} \quad , \quad " \quad \left(\frac{1}{s^2}\right)$$

Để đánh giá một chuyển động quay cần phải căn cứ vào cả hai giá trị và .

Nếu và cùng dấu vật có chuyển động nhanh dần.

Nếu và ngược dấu vật có chuyển động chậm dần.

Các chuyển động quay thường gặp.

Chuyển động quay đều: $\omega = \text{const}$

$$= d / dt = 0$$

$$d = \omega \cdot dt$$

$$= \omega_0 + \omega t$$

Chuyển động quay biến đổi đều: $\alpha = \text{const}$

$$d = \alpha dt$$

$$= \omega_0 + \alpha t$$

$$d = \omega_0 t + \alpha t^2 / 2$$

$$= \omega_0 + \omega_0 t + \alpha t^2 / 2$$

Trong các công thức trên ϕ , ω , α là góc quay, vận tốc góc và gia tốc góc của chuyển động.

ϕ_0 , ω_0 , α_0 góc quay, vận tốc góc và gia tốc góc ban đầu khi khảo sát

5.4 Chuyển động của điểm thuộc vật quay quanh một trục cố định

5.4.1 Quỹ đạo chuyển động.

Phần trên ta đã trình bày và chứng minh một điểm M bất kỳ thuộc vật đều chuyển động trong mặt phẳng vuông góc với trục quay và quay tròn quanh trục với tâm quay nằm ngay trên trục. Vậy quỹ đạo của điểm M sẽ là một vòng tròn bán kính R.

5.4.2 Vận tốc.

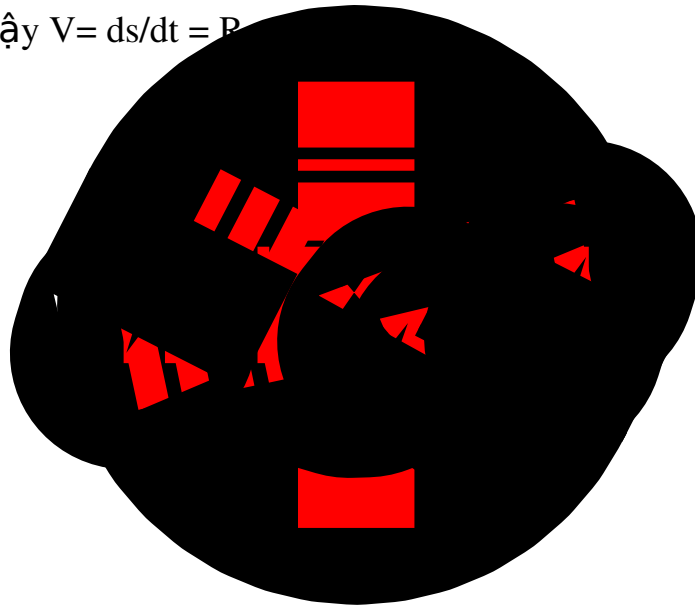
Vận tốc chuyển động của điểm M khi đã biết quỹ đạo được xác định theo công thức của chuyển động tròn.

$$V = ds/dt$$

Nếu biết góc quay φ và bán kính R ta có thể tính được quãng đường s theo công thức.

$$s = R\varphi.$$

$$\text{Vậy } V = ds/dt = R \cdot d\varphi/dt = R\omega.$$



Để phân biệt với vận tốc góc người ta gọi vận tốc V của M là vận tốc dài.

Vì tại cùng một thời điểm vật chỉ có một giá trị xác định của vận tốc góc nên theo công thức trên suy ra:

Vận tốc của các điểm thuộc vật quay tỷ lệ thuận với khoảng cách của chúng tới trục quay.

5.4.3 Gia tốc.

Theo phương pháp tự nhiên ta chia gia tốc a thành hai phần: $a = a_t + a_n$

Ta lại có

$$a_t = \frac{dV}{dt}$$

Kết hợp $v = R\omega$ ta có:

$$a_t = \frac{dV}{dt} = R \frac{d\omega}{dt} = R\alpha.$$

$$a_n = \frac{V^2}{R} = \frac{R^2 \omega^2}{R} = R\omega^2$$

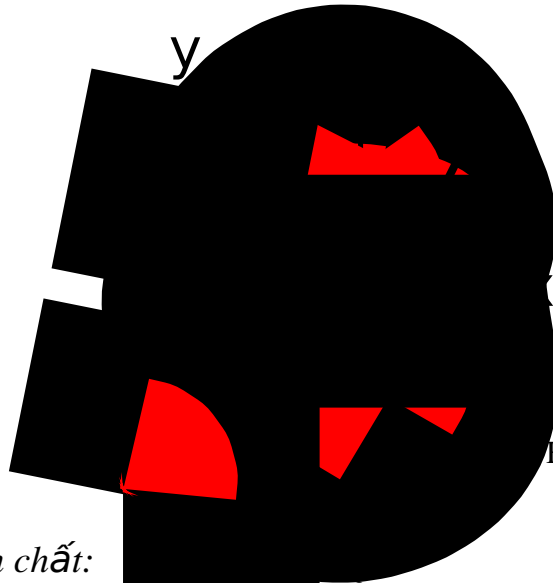
$$a = \sqrt{R^2 \alpha^2 + R^2 \omega^4} = R\sqrt{\alpha^2 + \omega^4}$$

Chương VI: Chuyển động song phẳng của vật rắn

6.1 Khái niệm chung.

Định nghĩa:

Chuyển động song phẳng của vật rắn là chuyển động mà tất cả các điểm thuộc vật trong suốt quá trình chuyển động đều song song với (đều giữ nguyên khoảng cách) mặt phẳng cố định nào đó.



Hình 5.3

Tính chất:

Nếu ta dùng một mặt phẳng xOy song song với P cắt vật rắn theo một tiết diện S thì:

Trong quá trình chuyển động diện tích S luôn nằm trong mặt phẳng xoy đã chọn.

Vị trí của tất cả các điểm còn lại trên vật thể đều có thể xác định được nếu ta xác định được vị trí của tiết diện S trên mặt phẳng xOy song song với chuẩn.

6.2 Khảo sát chuyển động song phẳng

6.2.1 Thực chất của chuyển động.

Định lý 1

Chuyển động song phẳng của vật rắn thực chất là một sự thực hiện đồng thời chuyển động tịnh tiến của vật cùng với một điểm O nào đó gọi là cực và chuyển động quay quanh cực.

Chứng minh:

Giả sử vật rắn chuyển động song phẳng tại vị trí như khi đoạn thẳng AB, sang



thời điểm t_1 vật có vị trí khác và đoạn AB sẽ giữ vị trí A_1B_1

Nếu lấy A làm cực và coi chuyển động của A là xác định ta có thể di chuyển vật từ vị trí t đến t_1 như sau:

Tịnh tiến vật theo A đến vị trí A_1 khi đó sẽ ở vị trí B_1' .

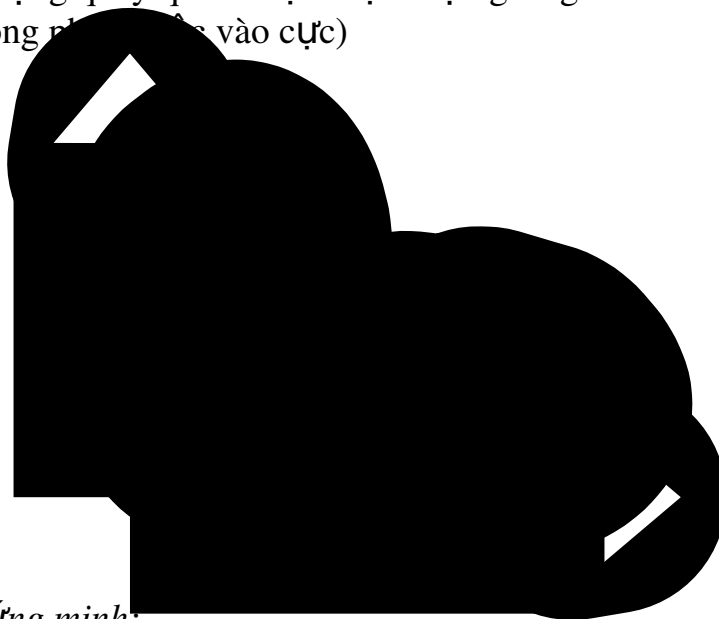
Quay vật quanh A_1 cho đến khi B_1' trùng với B góc quay ký hiệu là

Nếu biết sự biến thiên vị trí của A để xác định vị trí các điểm còn lại ta chỉ cần biết thêm sự phụ thuộc của góc quay theo thời gian tức là cần phải có phương trình :

$$= (t)$$

Định lý 2:

Trong một chuyển động song phẳng tại cùng một thời điểm nếu ta chọn cực khác nhau sẽ có các chuyển động tịnh tiến khác nhau nhưng chuyển động quay quanh cực thực hiện giống như nhau (các chuyển động quay không phụ thuộc vào cực)



Chứng minh:

Có thể chứng minh dễ dàng như sau: Từ C kẻ $CM \parallel AB$ góc giữa CM và CD là α . Vì vật rắn nên α không đổi trong suốt quá trình chuyển động

Khi đi từ vị trí t đến t_1 , AB phải quay đi một góc $\Delta\theta$. Hiển nhiên CM cũng quay đi một góc $\Delta\theta$. Để giữ cho $\angle C_1D_1M_1 = \alpha$ rõ ràng CD cũng phải quay đi một góc $\Delta\theta$. Định lý đã được chứng minh.

6.2.2 Vận tốc của một điểm thuộc vật.

Định lý 1:

Vận tốc của mọi điểm M thuộc vật thể trong chuyển động song phẳng bằng tổng hình học vận tốc của điểm cực O và vận tốc của điểm M trong chuyển động quay quanh cực O

$$\mathbf{V}_M = \mathbf{V}_O + \mathbf{V}_{OM} \quad (2.30)$$

Chú ý:

\mathbf{V}_{OM} là vận tốc quay của điểm M quanh O (cực viết sau)

Chứng minh:

Vận dụng kiến thức đã học ta có thể chứng minh như sau:

Gắn vào O một hệ trục x_1Oy_1 song song với hệ đầu. Ta thấy điểm O chuyển động tịnh tiến so với hệ trục xyz . Điểm M trong hệ x_1Oy_1 chuyển động quay $OM = \text{const}$. Vậy chuyển động của hệ x_1Oy_1 là chuyển động đồng theo, chuyển động của M trong hệ x_1Oy_1 là chuyển động tương đối.

$$\mathbf{V}_{td} = \mathbf{V}_M = \mathbf{V}_{tgd} + \mathbf{V}_t = \mathbf{V}_{OM} + \mathbf{V}_O$$

Chú ý: Vì điểm O không nói cụ thể nên ta có thể chọn làm cực bất kỳ điểm nào mà ta biết vận tốc. Vận tốc quay OM có thể xác định bằng công thức:

$$\mathbf{V}_{OM} = \omega \cdot \overrightarrow{MO}$$

Chiều của \mathbf{V}_{OM} phụ thuộc vào chiều quay của

Định lý 2:

Hình chiếu vận tốc của hai điểm bất kỳ trong chuyển động song phẳng lên đường thẳng nối 2 điểm đặt của chúng phải bằng nhau.

$$\text{Nếu chọn } O \text{ làm cực: } \mathbf{V}_M = \mathbf{V}_O + \mathbf{V}_{MO}$$

$$\text{Chiếu lên } OM \text{ ta được: } (\mathbf{V}_M)_{OM} = (\mathbf{V}_O)_{OM} = 0 \text{ suy ra } (\mathbf{V}_M)_{OM} = (\mathbf{V}_O)_{OM}$$

6.2.3 Gia tốc của một điểm thuộc vật.

Định lý:

Gia tốc của mọi điểm M trong chuyển động song phẳng bằng tổng hình học gia tốc của điểm cực A và gia tốc của điểm M trong chuyển động quay quanh A .

$$\mathbf{a}_m = \mathbf{a}_A + \mathbf{a}_{MA}$$

Chứng minh:

Tương tự như đối với vận tốc nên ta có:

$$a_{MA} = a_{MA} = a_{MA}^n$$

$$a_{MA} \text{ hướng theo } AM.$$

$$a_{MA}^n \text{ hướng theo } AM. \quad ^2$$

6.3.3 Khảo sát chuyển động bằng phương pháp quay tâm tức thời.

Định nghĩa:

Điểm P thuộc mặt cắt tiết diện S được gọi là tâm vận tốc tức thời trong chuyển động song phẳng nếu vận tốc của nó bằng 0 tại thời điểm khảo sát.

Chú ý: Điểm P không nhất thiết phải thuộc vật.

Chứng minh sự tồn tại của P.

Nếu chọn O làm cực vật thì tất cả mọi điểm đều có:

$$V_M = V_O + V_{MO}$$

Hiển nhiên có thể chọn M = P sao cho:

$$V_P = V_O + V_{PO} = 0 \text{ suy ra } V_{PO} = -V_O$$

Tức là vận tốc của P quay quanh O ngược chiều với O nếu $V_{PO} = \dots$

PO

Ta rút ra cách xác định P nếu biết V_O và

Sự phân bố vận tốc

Định lý: Vận tốc của mọi điểm trong chuyển động song phẳng tại một thời điểm phân bố giống như là vật đó đang quay quanh tâm vận tốc tức thời tại thời điểm đó.

Chứng minh:

Tại thời điểm đã chọn lấy P làm điểm cực $V_P = 0$

$$\text{Vậy } V_M = V_{MP} = MP.$$

Rõ ràng V_M vuông góc với MP phù hợp với chiều quay

Cách xác định tâm vận tốc tức thời P.

Khi biết V_A và V_B ta nói ở phần trên.

Khi biết V_A và V_B (V_A và V_B không song song) ta có:

$$V_A = PA. \quad P \text{ nằm trên đường vuông góc với } V_A \text{ tại } A.$$

$$V_B = PB. \quad P \text{ nằm trên đường vuông góc với } V_B \text{ tại } B$$

P nằm trên giao điểm của hai đường vuông góc tại A và B

Nếu biết V_A và V_B , V_A/V_B và vuông góc với AB ta có

$$V_A = PA.$$

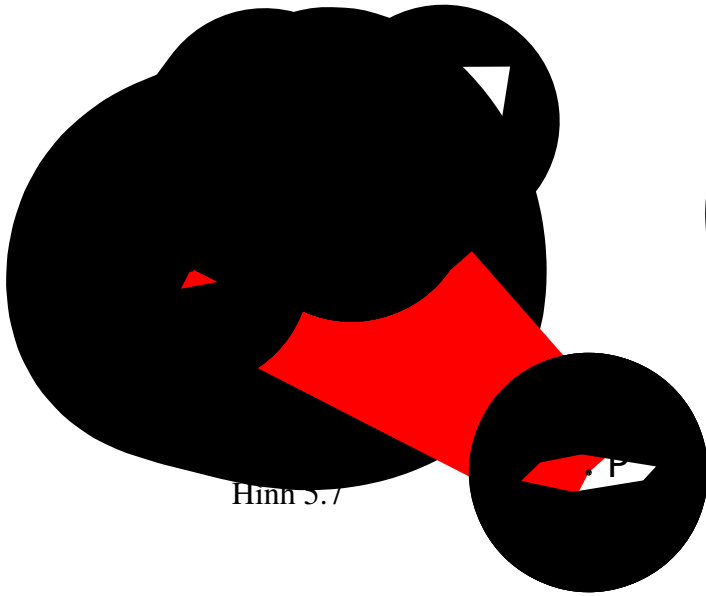
$$V_B = PB.$$

Rút ta có:

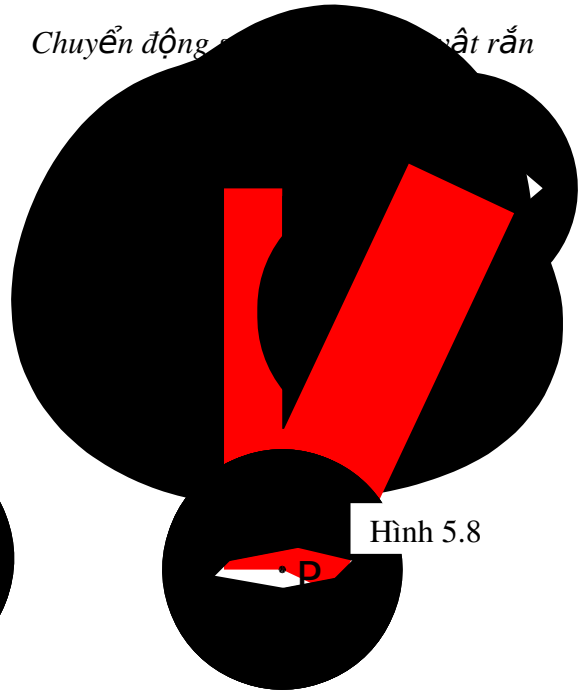
$$\frac{V_A}{V_B} = \frac{PA}{PB}$$

Tỷ lệ trên chứng tỏ P là giao điểm giữa AB là đường nối giữa hai đầu mút của V_A và V_B

Khi biết V_A và V_B , $V_A // V_B$ và không vuông góc với AB $V_A = V_B$ ta có chuyển động tịnh tiến tức thời.



Hình 5.7

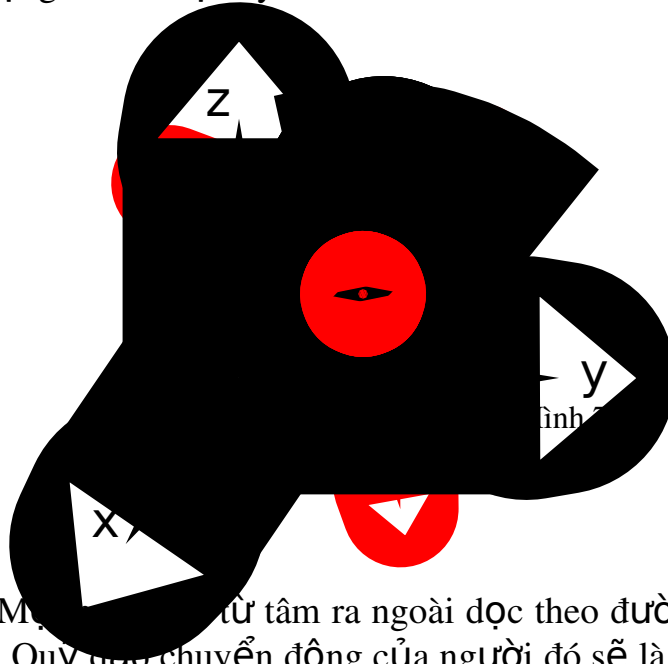


Hình 5.8

Chương VII: Chuyển động tổng hợp của vật rắn

7.1 Khái niệm.

Từ trước đến nay khi khảo sát chuyển động ta chỉ xem xét đối với một hệ quy chiếu và thường là hệ cố định. Nhưng trong nhiều trường hợp quỹ đạo chuyển động hết sức phức tạp và việc khảo sát như vậy gặp rất nhiều khó khăn, bài toán sẽ đơn giản hơn nhiều nếu như ta dùng thêm một hệ quy chiếu nữa chuyển động tương đối so với hệ thứ nhất và khảo sát việc chuyển động so với hệ này.



Ví dụ : Một người đi từ tâm ra ngoài dọc theo đường kính của một chiếc đu quay. Quỹ đạo chuyển động của người đó sẽ là một đường cong aximét rất phức tạp. Bài toán này sẽ đơn giản hơn nhiều nếu ta lấy một trục tọa độ cố định còn hệ trục thứ hai đi qua tâm quay và có một trục hướng theo đúng bán kính đi của người đó. Ta thấy hệ thứ hai quay quanh hệ thứ nhất với vận tốc quay của đu quay, người chuyển động thẳng so với hệ thứ hai mà cả hai hệ chuyển động này ta đều đã biết cách khảo sát.

Căn cứ vào việc chọn hệ quy chiếu và xét xem chuyển động của điểm đối với hệ quy chiếu nào ta có các khái niệm.

Chuyển động tuyệt đối: là chuyển động của điểm M so với hệ quy chiếu cố định. Tương ứng trong trường hợp này ta có quỹ đạo, vận tốc, gia tốc tuyệt đối

Chuyển động tương đối: là chuyển động của điểm M so với hệ quy chiếu chuyển động. Tương ứng ta có quỹ đạo, vận tốc, gia tốc tương đối.

Chuyển động theo: là chuyển động của hệ quy chiếu động so với hệ quy chiếu cố định.

7.2 Khảo sát chuyển động tổng hợp của điểm.

7.2.1 Hai bài toán cơ bản:

Bài toán tổng hợp chuyển động: khi biết chuyển động của điểm so với hệ quy chiếu chuyển động và chuyển động của hệ động so với hệ tĩnh cần xác định chuyển động của điểm so với hệ cố định.

Bài toán phân tích chuyển động: Trong thực tế, đặc biệt trong kỹ thuật đôi khi người ta chỉ biết chuyển động cuối cùng từ đó người ta phải xác định các chuyển động hợp thành chuyển động đó. Trong trường hợp này ta có bài toán phân tích chuyển động.

7.2.2 Định lý hợp vận tốc.

Nếu ta ký hiệu V_{td} là vận tốc tuyệt đối, V_{tgd} là vận tốc tương đối, V_t là vận tốc theo ta có định lý sau:

Vận tốc tuyệt đối của điểm bằng tổng hình học các vận tốc tương đối và vận tốc theo.

$$V_{td} = V_{tgd} + V_t$$



Định lý này ta thừa nhận không chứng minh.

Theo định lý trên nếu ta biết V_{tgd} và V_t thì có thể xác định giá trị của V_{td} theo định lý cosin:

$$\begin{aligned} V_{td}^2 &= V_{tgd}^2 + V_t^2 - 2V_{tgd} \cdot V_t \cos(\alpha) \\ &= V_{tgd}^2 + V_t^2 + 2V_{tgd} \cdot V_t \cdot \cos \end{aligned}$$

Chiều của vectơ V_{td} phải xác định theo nguyên tắc hình bình hành

7.2.2 Định lý hợp gia tốc.

Gia tốc tuyệt đối của điểm bằng tổng hình học các gia tốc tương đối, gia tốc theo và côriolit

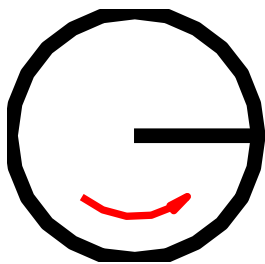
$$a_{td} = a_{tgd} + a_t + a_c$$

Trong đó gia tốc côriolit được xác định như sau:

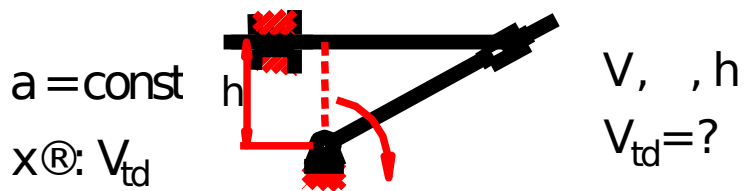
$$\text{Trị số: } a_c = 2 \cdot V_t \cdot V_{tgd} \cdot \sin$$

Trong đó:

ω : vận tốc góc trong chuyển động theo
 V_{tgd} : vận tốc tương đối
 α : góc xen giữa ω và V_{tgd}
 Thông thường góc α thường bằng 90° khi đó ta có
 $a_c = 2 \cdot \omega V_{tgd}$
 Chiều: ta quay V_{tgd} đi một góc $\alpha/2$ theo đúng chiều quay của ω
 Các bài toán ứng dụng: xem hình bên



Hình 7.3



Hình 7.4

7.2 Khái niệm về chuyển động tổng hợp của vật rắn.

7.2.1 Phân loại các chuyển động theo cách chọn hệ quy chiếu.

Tương tự như đối với trường hợp của điểm tùy theo trường hợp ta xét chuyển động của vật rắn so với hệ quy chiếu nào mà ta có chuyển động tuyệt đối, chuyển động tương đối và chuyển động theo.

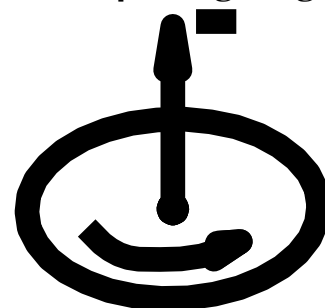
7.2.2 Khái niệm về vectơ vận tốc góc.

Vận tốc góc của một chuyển động quay là một đại lượng vectơ hướng dọc theo trục quay, có giá trị bằng giá trị của ω và có chiều sao cho nhìn từ ngọn vectơ xuống ta thấy vật quay ngược chiều kim đồng hồ.

7.3 Hợp hai chuyển động quay cùng chiều có hai trục song song.



Hình 7.5



Hình 7.6

Giả sử có một vật quay quanh trục II và trục II quay quanh trục I như hình vẽ.

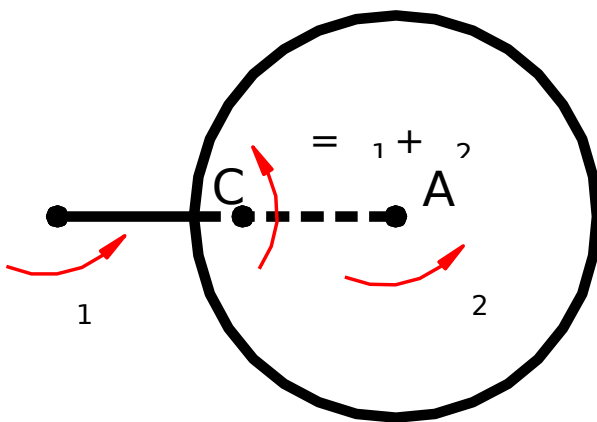
Chọn hệ quy chiếu cố định gắn với trục I và hệ quy chiếu di động gắn với trục II.

Mặt phẳng của đĩa có thể coi như một chuyển động song phẳng lấy điểm A làm cực.

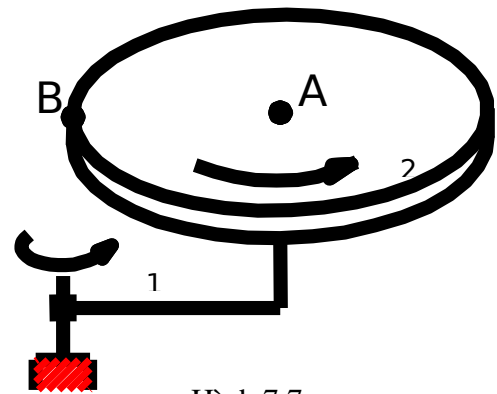
Như trên đã nói mặt phẳng đĩa thực hiện chuyển động song phẳng. Vậy tại một thời điểm t nào đó phải tồn tại điểm C sao cho $V_C=0$ tức là tâm vận tốc tức thời của chuyển động.

Nhưng theo công thức hợp vận tốc thì.

$$V_{ct} = V_{C.tg} + V_{ct} = 0$$



Hình 7.8



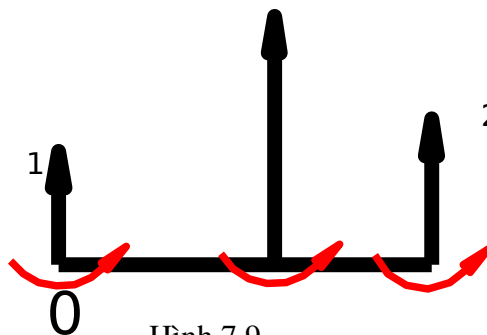
Hình 7.7

Để $V_C=0$ $V_{C.tg}$ và V_{CT} phải cùng trị số và ngược chiều. Vì ω_1 và ω_2 cùng chiều nên.

Điều này chỉ xảy ra nếu C nằm trên đoạn nối OA và khi đó:

$$V_{C.tg} = AC \cdot \omega_2$$

$$V_{CT} = OC \cdot \omega_1$$



Hình 7.9

Rút ra : $\frac{v_1}{v_2} = \frac{OC}{AC}$

Gọi v là vận tốc góc tổng hợp trong chuyển động song phẳng ta sẽ có:

$v_A = v \cdot AC$

Nhưng A là điểm cực trong chuyển động theo và $v_A = v \cdot OA$

Nên $AC = OA$

Hay $\frac{v_1}{v_2} = \frac{OA}{AC}$

Trên ta có: $\frac{v_1}{v_2} = \frac{OC}{AC} = \frac{OA}{AC}$

So sánh 2.33 và 2.34 rút ra: $v = v_1 + v_2$

Kết luận:

Hợp hai chuyển động quay có trục song song cùng chiều là một chuyển động song phẳng có cùng chiều với hai chuyển động đó có trục vận tốc tức thời C nằm trong đoạn nối hai trục và chia đoạn thẳng đó ra làm hai đoạn đó ra làm hai đoạn tỷ lệ nghịch với giá trị vận tốc góc đã cho. Vận tốc góc của chuyển động tổng hợp bằng tổng hai vận tốc góc tạo thành

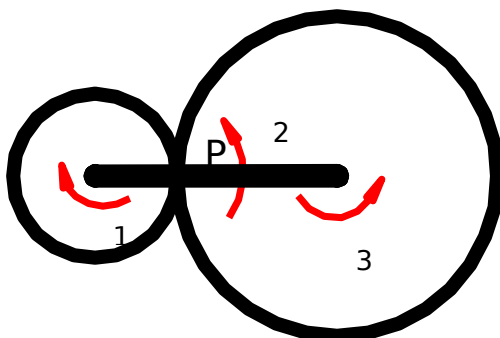
7.4 Hai chuyển động quay ngược chiều.

Hoàn toàn tương tự như trên ta có thể chứng minh như sau:

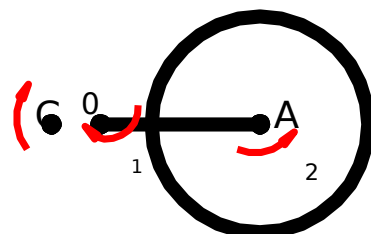
Hợp hai chuyển động quay có trục song song ngược chiều là một chuyển động song phẳng có vận tốc góc bằng hiệu hai vận tốc góc đã cho, có chiều cùng chiều với chiều chuyển động của vận tốc góc lớn hơn, tâm vận tốc góc tức thời nằm trên đoạn thẳng nối hai trục kéo dài và chia đoạn thẳng đó thành hai đoạn tỷ lệ nghịch với vận tốc góc đã cho.

Công thức Vilít.

Cho hai bánh xe lăn không trượt trên nhau cùng gắn trên một tay quay. Vận tốc góc bánh thứ nhất là ω_1 , bánh thứ hai là ω_2 , tay quay là ω_0 . Tìm mối liên hệ giữa chúng.



Hình 7.11



Hình 7.10

Nếu tay quay cố định $\omega_0=0$. Đây là hợp hai vận tốc song song ta có

$$\frac{v_1}{R_2} = \frac{v_2}{R_1}$$

Nếu tay quay chuyển động $\omega_0 \neq 0$

Để có thể áp dụng công thức trên ta phải quay cả hệ một vận tốc góc bằng $-\omega_0$. Khi đó:

$$v_1' = v_1 - \omega_0 R_1 \quad \omega_0' = \omega_0 - \omega_0 = 0$$

$$v_2' = v_2 - \omega_0 R_2$$

Và ta áp dụng

$$\frac{v_1'}{R_2} = \frac{v_2'}{R_1} = \frac{v_1 - \omega_0 R_1}{R_2} = \frac{v_2 - \omega_0 R_2}{R_1}$$

Công thức trên gọi là công thức Vilít được lấy kèm theo dấu:

Dấu (+) nếu ăn khớp ngoài

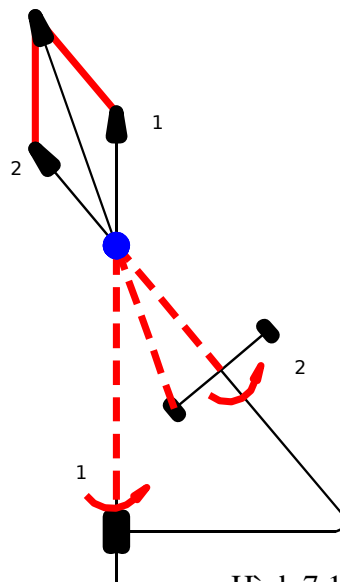
Dấu (-) nếu ăn khớp trong.

Trong cơ cấu trên nếu bánh xe một cố định gọi là cơ cấu hành tinh, nếu không gọi là cơ cấu vi sai

7.5 Hợp hai chuyển động quay có trục giao nhau.

Định lý: Hợp hai chuyển quay có trục giao nhau sẽ là một chuyển động quay có trục đi qua giao điểm và có vectơ vận tốc góc bằng tổng hình học các vectơ vận tốc góc đã biết.

Nếu như trong chuyển động đã biết một điểm có tâm vận tốc tức



Hình 7.12

thời bằng 0 tại một thời điểm nào đó thì có thể coi rằng tại thời điểm đó trục quay của chuyển động tổng hợp đi qua giao điểm và điểm ấy.

Định lý này ta thừa nhận không chứng minh.

PHẦN II: CƠ HỌC VẬT RẮN BIẾN DẠNG

Chương VIII: Những khái niệm

8.1. Nhiệm vụ và đối tượng nghiên cứu của môn học:

8.1.1. Nhiệm vụ:

Cơ học vật rắn biến dạng nghiên cứu các hình thức biến dạng của vật thực, để tìm ra những kích thước thích đáng cho mỗi cơ cấu hoặc tiết máy sao cho bền nhất và rẻ nhất.

Trong ngành chế tạo máy hoặc trong các công trình, các vật liệu như thép gang, bê tông... là các vật rắn thực. Nghĩa là vật thể sẽ biến dạng, bị phá huỷ dưới tác dụng của ngoại lực, nhiệt độ.

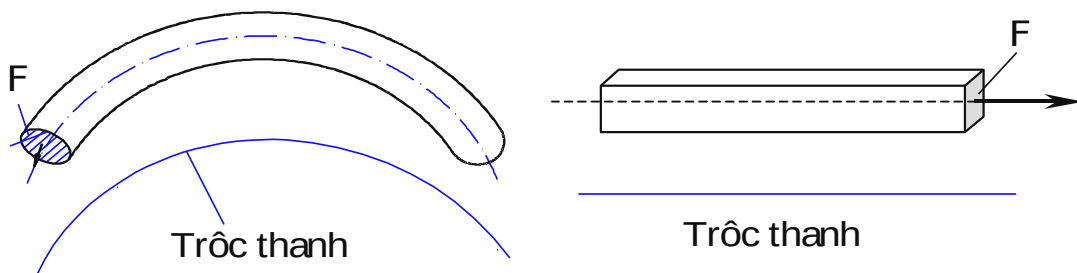
Khi thiết kế các bộ phận công trình hoặc các chi tiết máy ra phải đảm bảo:

- Chi tiết máy không bị phá huỷ tức là đủ bền.
- Chi tiết máy không bị biến dạng quá lớn tức là đủ cứng.
- Chi tiết máy luôn giữ được hình dạng cân bằng ban đầu tức là đảm bảo điều kiện ổn định.

Môn cơ học vật rắn biến dạng có nhiệm vụ đưa ra các phương pháp tính toán độ bền, độ cứng và độ ổn định của các bộ phận công trình hoặc các chi tiết máy.

8.1.2. Đối tượng nghiên cứu của môn học là vật rắn biến dạng, mà chủ yếu là các thanh.

8.2. Khái niệm về thanh:



Hình 8-1

Thanh là một vật thể được tạo ra do một hình phẳng F có tiết diện là hình tròn hay hình chữ nhật... di chuyển trong không gian sao cho trọng tâm C của nó luôn luôn ở trên một đoạn đường cong trong không gian, còn hình phẳng thì luôn vuông góc với đường cong. Chiều dài đường

cong lớn gấp nhiều lần so với kích thước của tiết diện F . Khi di chuyển như vậy hình phẳng F dựng lên trong không gian một vật thể gọi là Thanh (Hình 8-1).

- Đoạn đường cong được gọi là trục của thanh. Hình phẳng F được gọi là mặt cắt của thanh.

- Trục thanh và mặt cắt ngang của thanh là hai yếu tố đặc trưng cho khái niệm thanh.

- Thanh có mặt cắt ngang không thay đổi hoặc thay đổi theo từng đoạn. Trong tính toán ta thường biểu diễn thanh bằng đường trục của nó (trục thanh có thể là đường thẳng hoặc đường cong).

- Tóm lại, dựa theo kích thước theo ba phương: thanh là vật thể có kích thước theo hai phương nhỏ so với phương thứ ba.

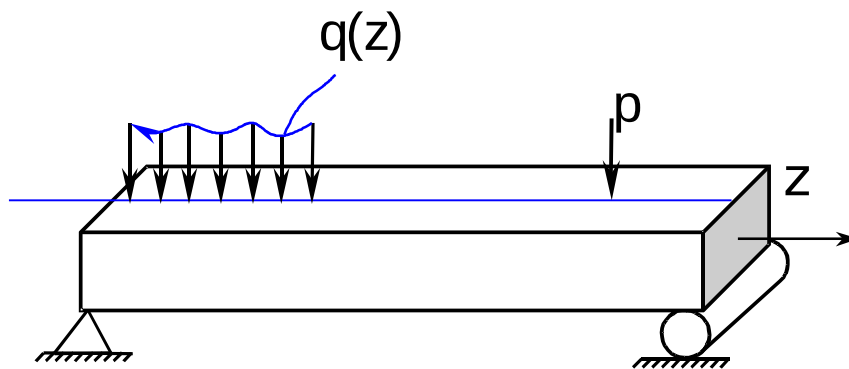
8.3. Nội lực - ứng suất:

8.3.1. Ngoại lực:

Những lực tác động từ môi trường bên ngoài hay từ các vật khác lên vật thể đang xét gọi là ngoại lực. Ngoại lực bao gồm tải trọng tác động và phản lực tại các liên kết. Căn cứ vào hình thức tác dụng, ngoại lực được phân ra lực tập trung và lực phân bố.

- Lực tập trung là lực tác dụng trên một diện tích truyền lực bé, có thể coi là một điểm trên vật (lực P).

- Lực phân bố là lực tác dụng trên một đoạn dài hay trên một diện tích truyền lực đáng kể của vật (hình 8-2).

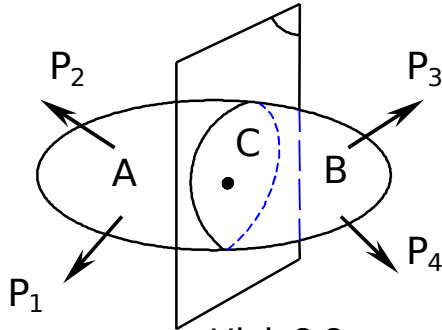


Hình 8-2

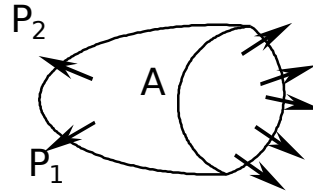
8.3.2. Nội lực:

Dưới tác động của ngoại lực, vật thể bị biến dạng, các lực liên kết giữa các phân tử của vật tăng lên để chống lại sự biến dạng của vật. Độ tăng của lực liên kết chống lại sự biến dạng của vật được gọi là nội lực. Nếu tăng dần ngoại lực thì nội lực cũng tăng dần để cân bằng với ngoại

lực. Tùy từng loại vật liệu, nội lực chỉ tăng đến một giới hạn nhất định. Nếu tăng ngoại lực quá lớn, nội lực không đủ sức chống lại, vật liệu sẽ bị phá hỏng.



Hình 8-3



Hình 8-4

Muốn xác định nội lực ta dùng phương pháp mặt cắt. Xét vật thể chịu lực ở trạng thái cân bằng (hình 8-3). Để tìm nội lực tại điểm C nào đó ta tưởng tượng dùng một mặt phẳng qua C. Cắt vật thể ra làm hai phần A và B. Ta xét một phần nào đó. Ví dụ phần A (hình 8-4), phần A cân bằng dưới tác dụng của các ngoại lực tác động lên nó (P1, P2) và hệ lực tương hỗ phân bố trên mặt cắt tác động từ phần B lên phần A. Hệ lực đó chính là nội lực trên mặt cắt. Từ đó ta có thể xác định được nội lực qua giá trị của ngoại lực ở phần A.

8.3.3. Ứng suất:

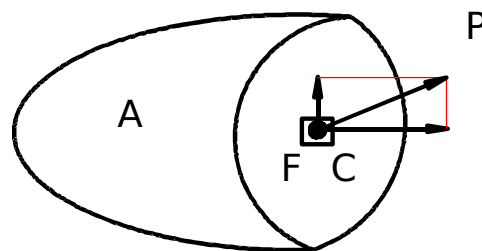
Trị số nội lực trên một đơn vị diện tích của mặt cắt được gọi là ứng suất. Thứ nguyên của ứng suất là N/cm², KN/cm², ký hiệu \bar{P} .

- Giả sử lấy một điểm

C nào đó trên mặt cắt phần A. Ta lấy một diện tích F chứa C. Trên diện tích F có nội lực phân bố với hợp lực có véc tơ \bar{P} : ta có:

$$\frac{\bar{P}}{F} = \bar{P}_{tb}$$

\bar{P}_{tb} : được gọi là ứng suất trung bình tại C.



Hình 8-5

Chiều của véc tơ \bar{P}_{tb} cùng chiều với véc tơ \bar{P} . Nếu F tiến đến không thì \bar{P}_{tb} tiến đến một giới hạn. Giới hạn đó được gọi là ứng suất toàn phần tại điểm C. Ký hiệu \bar{P} .

$$\bar{P} = \lim_{F \rightarrow 0} \frac{\bar{P}}{F}$$

F 0

Trong tính toán người ta phân ứng suất toàn phần ra làm hai thành phần (Hình 8-5).

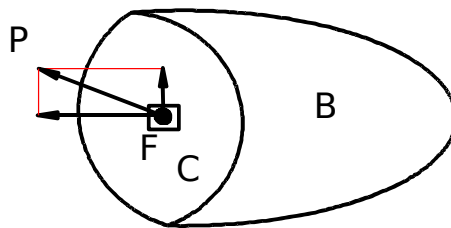
- Thành phần vuông góc với mặt cắt được gọi là ứng suất pháp: ký hiệu

- Thành phần nằm trong mặt cắt được gọi là ứng suất tiếp. Ký hiệu: . Như vậy:

$$P = \sqrt{\sigma^2 + \tau^2}$$

Những điều vừa phân tích ở trên đối với A cũng làm tương tự như phần

B

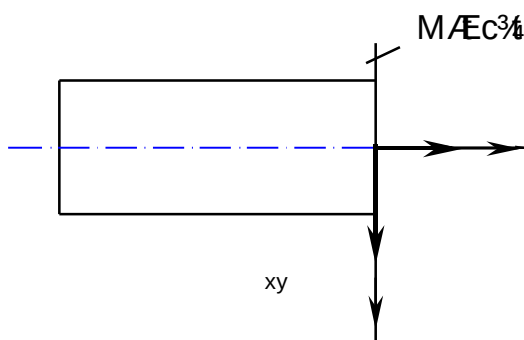


Hình 8-6

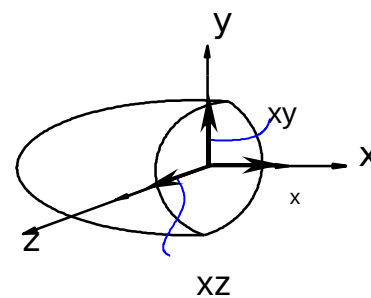
Từ nay về sau ta quy ước về dấu và cách viết ứng suất như sau:

- Ứng suất pháp được coi là dương khi véc tơ biểu diễn có chiều cùng với chiều dương pháp tuyến ngoài mặt cắt. Ký hiệu: σ_x .

- Ứng suất tiếp được coi là dương khi pháp tuyến ngoài của mặt cắt quay một góc 90° theo chiều quay của kim đồng hồ sẽ trùng với chiều của ứng suất tiếp (hình 8-7)



Hình 8-7



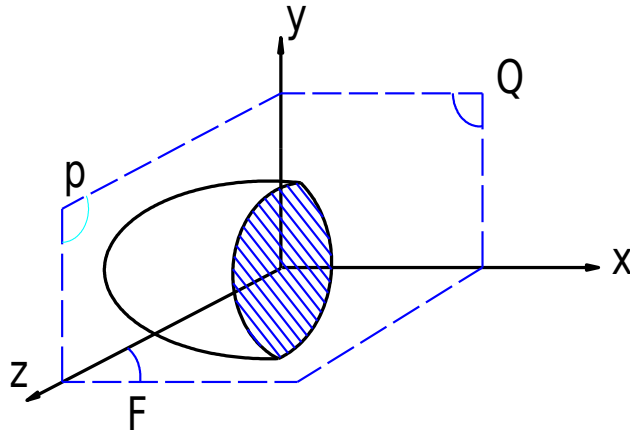
Hình 8-8

Ứng suất tiếp kèm theo hai chỉ số. Chỉ số thứ nhất chỉ chiều pháp tuyến ngoài, chỉ số thứ hai chỉ chiều ứng suất tiếp. Ví dụ: τ_{xz} , τ_{xy} , (hình 8-8).

8.3.4. Trạng thái ứng suất:

Nếu qua C xét các mặt cắt khác nhau thì tương ứng với mỗi vị trí của mặt cắt ta được một véc tơ \bar{P} có giá trị khác nhau. Tập hợp mọi ứng suất \bar{P} ứng với tất cả các mặt cắt qua C được gọi là trạng thái ứng suất.

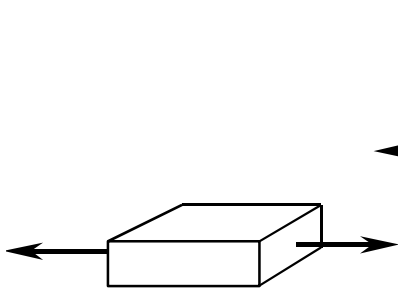
Người ta đã chứng minh được: Qua một điểm ta luôn tìm được ba mặt cắt vuông góc với nhau. Trên ba mặt cắt đó thành phần ứng suất tiếp = 0. Các mặt cắt đó được gọi là mặt cắt chính, ứng suất trên mặt cắt đó được gọi là ứng suất chính.



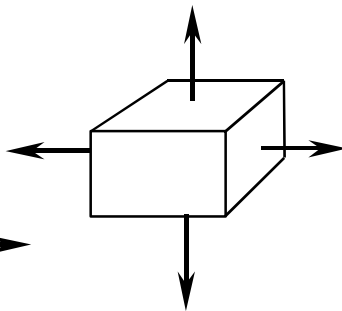
Hình 8-9

Đối với ba mặt chính xảy ra ba trường hợp:

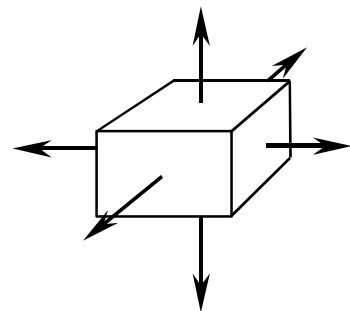
- Trạng thái ứng suất đơn: Trên một mặt chính có ứng suất pháp. Trên hai mặt chính còn lại ứng suất pháp bằng không (hình 8-8).
- Trạng thái ứng suất phẳng: Trên hai mặt chính có ứng suất pháp. Trên một mặt chính còn lại ứng suất pháp bằng không (hình 8-9).
- Trạng thái ứng suất khối: Trên ba mặt chính đều có ứng suất pháp (hình 8-10).



Hình 8-8



Hình 8-9



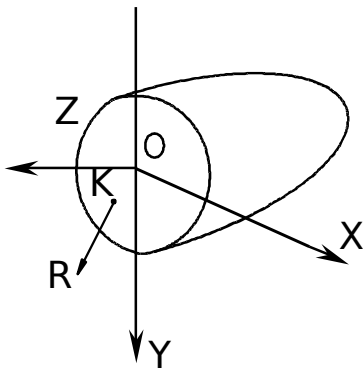
Hình 8-10

- Các ứng suất chính được quy ước $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ (vẽ giá trị đại số)

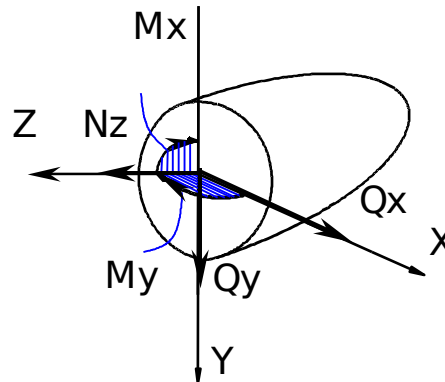
8.4. Các thành phần nội lực trên mặt cắt ngang.

Muốn xác định nội lực ta phải dùng phương pháp mặt cắt (đã trình bày ở mục 8.3).

Giả sử xét sự cân bằng của phần phải hợp lực của hệ nội lực đặc trưng cho tác dụng của phần trái lên phần phải được biểu diễn bằng véc tơ \bar{P} đặt tại điểm K nào đó (hình 8-11)



Hình 8-11



Hình 8-12

Thu gọn hợp lực \bar{P} đặt tại điểm K về trọng tâm O của mặt cắt ngang. Ta sẽ được một lực \bar{R} có véc tơ bằng \bar{R} và một ngẫu lực có mô men \bar{M} (véc tơ chính và mô men chính của hệ nội lực).

Lực \bar{R} và \bar{M} có phương chiều bất kỳ trong không gian. Để thuận lợi ta phân \bar{R} làm ba thành phần trên hệ trục tọa độ vuông góc chọn như hình 8-12.

- Thành phần nằm trên trục Z gọi là lực dọc.

Ký hiệu: N_z

- Thành phần nằm trên các trục X và Y trong mặt cắt ngang gọi là lực cắt. Ký hiệu Q_x, Q_y . Ngẫu lực \bar{M} cũng được phân làm ba thành phần.

- Thành phần mô men quay xung quanh các trục X, Y (tác dụng trong các mặt phẳng ZOY và ZOX vuông góc với mặt cắt ngang) gọi là mô men uốn. Ký hiệu M_x và M_y .

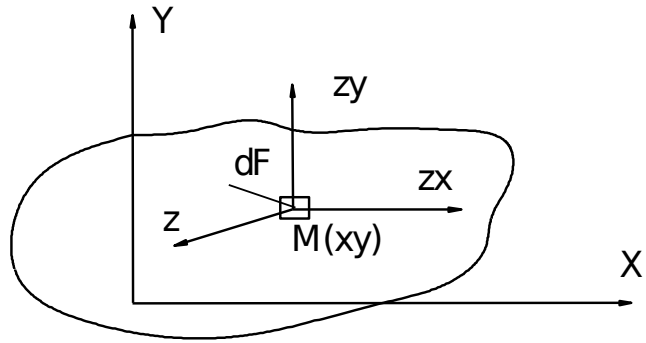
- Thành phần mô men quay xung quanh trục Z (tác dụng trong mặt phẳng của mặt cắt ngang) gọi là mô men xoắn. Ký hiệu M_z (hình 8-12).

$N_z, Q_x, Q_y, M_x, M_y, M_z$ là sáu thành phần nội lực trên mặt cắt ngang. Chúng được xác định từ điều kiện cân bằng tĩnh học để xác định nội lực dưới tác dụng của ngoại lực.

8.5. Quan hệ giữa nội lực và ứng suất trên mặt cắt ngang.

Gọi ứng suất tại một điểm $M(X,Y)$ bất kỳ trên mặt cắt ngang (hình 8-13) các thành phần hình chiếu của \bar{P} là:

- Ứng suất pháp σ_z
- Ứng suất tiếp τ_{zx}, τ_{zy} được phân tích làm hai thành phần



Hình 8-13

Lấy một diện tích phân tố dF bao quanh M . Các lực phân tố do các ứng suất gây ra là $\sigma_z dF, \tau_{zy} dF, \tau_{zx} dF$.

Tổng cộng tất cả các tác dụng của các lực phân tố đó trên toàn thể mặt cắt, chính là các thành phần nội lực trên mặt cắt ngang. Từ ý nghĩa đó ta có các biểu thức liên hệ giữa ứng suất và các thành phần nội lực như sau:

$$N_z = \int_F \sigma_z dF; \tag{8-1}$$

$$M_x = \int_F z Y dF; \tag{8-2}$$

$$M_y = \int_F z X dF \tag{8-3}$$

$$Q_y = \int_F \tau_{zy} dF; \tag{8-4}$$

$$Q_x = \int_F \tau_{zx} dF \tag{8-5}$$

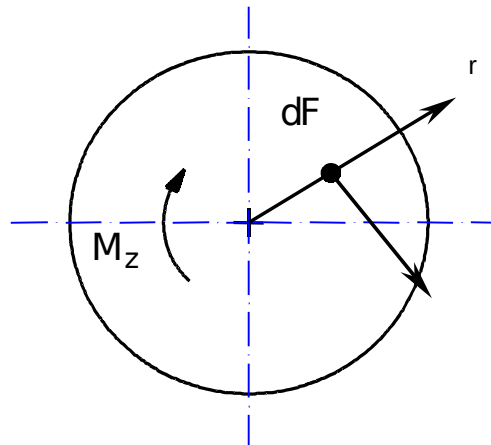
$$M_z = \int_F (z_y X - z_x Y) dF \tag{8-6}$$

- Riêng mặt cắt ngang tròn tại điểm M ta phân ra làm hai thành phần:

- Một thành phần vuông góc với bán kính. Ký hiệu dF .

- Một thành phần hướng theo bán kính. Ký hiệu r .

Ta có: $M_z = \int r^2 dF$

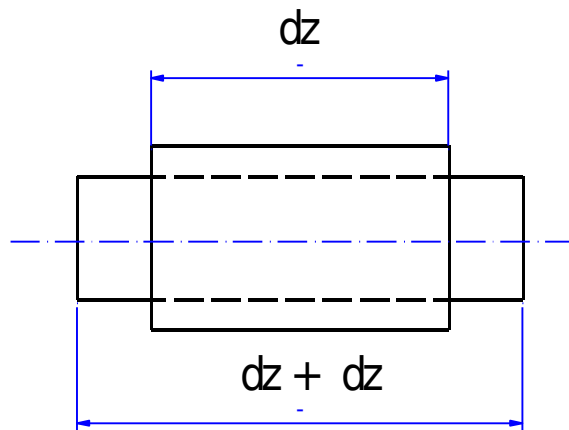


Hình 8-14

8.6. Biến dạng:

8.6.1. Biến dạng dài:

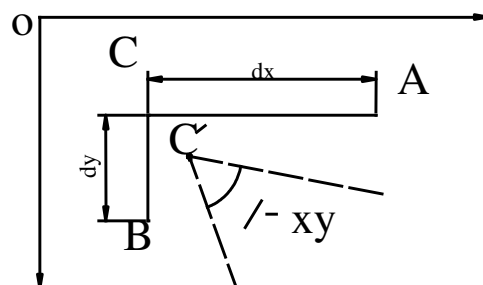
Xét một đoạn thẳng vi phân, dz tại điểm C. Sau khi biến dạng đoạn vi phân dz này dài ra đoạn $dz + \epsilon_{zz} dz$. Ta gọi ϵ_{zz} là độ dãn dài tuyệt đối của đoạn dz (hình 8-14). Tỷ số $\frac{dz + \epsilon_{zz} dz}{dz}$ gọi là độ dãn dài tỷ đối.



Hình 8.15

8.6.2. Biến dạng góc:

Giả sử trong mặt phẳng OXY, ta lấy hai đoạn thẳng vi phân dx và dy vuông góc tại C (hình 8-15). Sau khi biến dạng dx và dy trở thành dx' và dy' ; hình chiếu dx' và dy' trên mặt phẳng OXY không vuông góc với nhau mà hợp lại với nhau một góc bằng $(\frac{1}{2} \gamma_{xy})$. Ta gọi γ_{xy} là biến dạng góc trong mặt phẳng OXY tại điểm C.



Hình 8-16

Ký hiệu độ biến dạng góc là γ không theo hai chỉ số chỉ mặt phẳng xét biến dạng góc.

8.7. Các giả thuyết cơ bản về vật liệu:

8.7.1. Tính đàn hồi của vật thể:

Dưới tác dụng của ngoại lực hay nhiệt độ, vật thể đều bị biến dạng. Qua thí nghiệm chứng tỏ rằng, đối với mỗi loại vật liệu, nếu lực tác dụng chưa vượt quá một giới hạn xác định, khi bỏ lực vật thể trở lại hình dạng và kích thước ban đầu, tức là biến dạng bị mất đi. Ta nói vật thể bị biến dạng đàn hồi, những vật thể có tính chất biến dạng như vậy được gọi là vật thể đàn hồi hoàn toàn.

- Nếu lực tác dụng vượt quá một giới hạn xác định nói trên, thì khi bỏ lực, vật thể không trở lại hình dạng và kích thước ban đầu. Ta nói các vật thể này được gọi là vật thể đàn hồi không hoàn toàn.

- Phần biến dạng không phục hồi được gọi là biến dạng dư.

8.7.2. Các giả thuyết cơ bản về vật liệu:

Giả thuyết 1: Vật liệu có tính chất đồng nhất và đẳng hướng, nghĩa là:

- Thể tích của vật thể có vật liệu, không có khe hở.
- Tính chất của vật liệu ở mọi nơi trong vật thể đều giống nhau.
- Tính chất vật liệu theo mọi phương đều như nhau (giả thuyết này đúng với vật liệu là kim loại, còn gỗ, gạch, bê tông là không đúng).

Giả thuyết 2: Vật liệu có tính chất đàn hồi hoàn toàn khi có lực tác dụng vật thể bị biến dạng, khi thôi tác dụng lực vật thể trở lại hình dạng và kích thước ban đầu. Như vậy vật thể làm việc trong miền đàn hồi. Trong miền này theo định luật Húc ta có: Biến dạng của vật thể tỷ lệ bậc nhất với lực gây ra biến dạng.

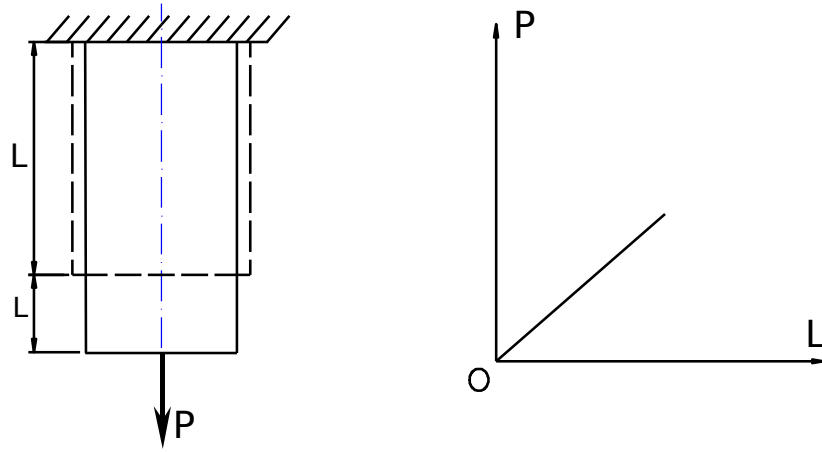
- Thực tế giả thuyết này chỉ đúng với kim loại.

Biểu thức toán học của định luật Húc có dạng sau:

- Trạng thái ứng suất đơn - kéo dãn theo một trục: $\sigma = E \cdot \epsilon$ (8-8)

- Trạng thái trượt thuần túy - chỉ có biến dạng trượt:

$$\tau = G \cdot \gamma \quad (8-9)$$

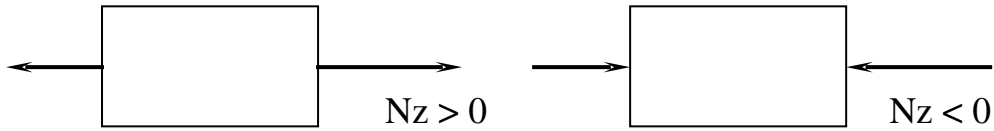


Hình 8-17

Chương 9: Kéo và nén đúng tâm

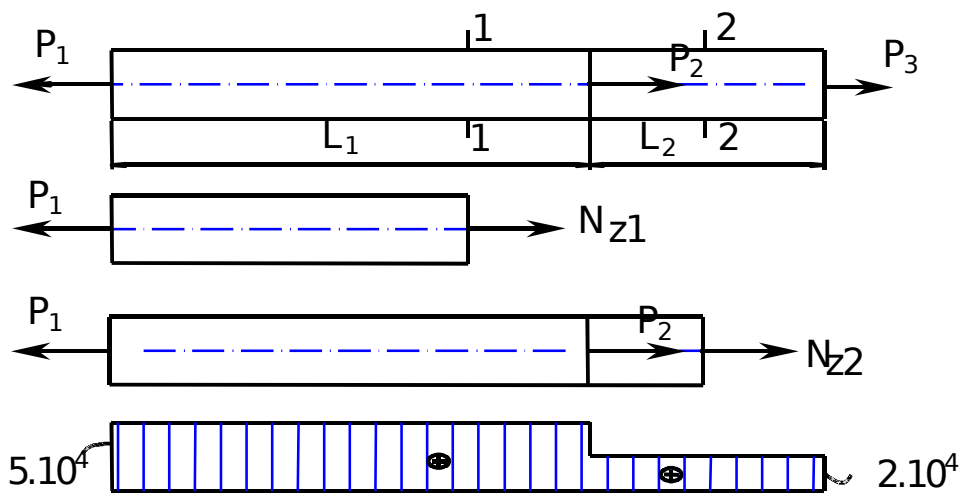
9.1. Định nghĩa:

Một thanh gọi là chịu kéo hoặc nén đúng tâm khi trên mặt cắt ngang của thanh chỉ có một thành phần nội lực là lực dọc.



9.2. Biểu đồ nội lực: Hình 9.2

Nội lực trong thanh chịu kéo hoặc nén là lực dọc \bar{N}_z vuông góc với mặt



Hình 9-3

cắt.

- Biểu đồ nội lực là đường biểu diễn sự biến thiên của lực dọc theo trục của thanh.

- Quy ước dấu:

Lực dọc dương khi thanh chịu kéo (hình 9-1)

Lực dọc âm khi thanh chịu nén (hình 9-2)

Ví dụ 1: Vẽ biểu đồ lực dọc của một thanh chịu lực như hình vẽ (H.9-3) biết $P_1 = 5.10^4 N$; $P_2 = 3.10^4 N$; $P_3 = 2.10^4 N$

Để vẽ biểu đồ ta chia thanh làm hai đoạn l_1 và l_2 .

- Xét đoạn l_1 : Dùng mặt cắt 1-1, khảo sát sự cân bằng bên trái ta có:

$$Z = P_1 - N_1 = 0$$

$$P_1 = N_1 = 5.10^4 N$$

Khi mặt cắt 1-1 biến thiên trong đoạn l_1 ($0 < Z_1 < l_1$) lực dọc N_{z1} không đổi và bằng $5.10^4 N$.

- Xét đoạn l_2 : dùng mặt cắt 2-2, khảo sát sự cân bằng bên trái. Ta có:

$$Z = P_1 - N_2 - P_2 = 0 \quad N_{z2} = P_1 - P_2$$

$$N_{z_2} = 5 \cdot 10^4 - 3 \cdot 10^4 = 2 \cdot 10^4 \text{N.}$$

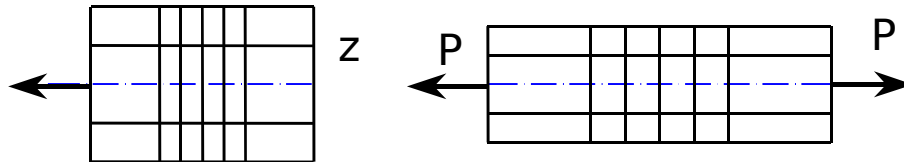
Khi mặt cắt 2-2 biến thiên trong đoạn l_2 ($0 \leq z_2 \leq l_2$) lực dọc N_{z_2} không đổi và bằng $2 \cdot 10^4$.

- Biểu đồ lực dọc trên suốt chiều dài thanh được biểu diễn trên (H.9-3). Hoàn đồ biểu diễn trực thanh, tung độ biểu diễn lực dọc tương ứng với mặt cắt trên trục của thanh.

9.3. Ứng suất pháp trên mặt cắt ngang:

9.3.1. Quan sát mẫu thí nghiệm chịu kéo.

Mẫu là một thanh có mặt cắt là hình chữ nhật, trước khi làm thí nghiệm ta kẻ các đường vạch song song và vuông góc với trục thanh trên bề mặt thanh (H.9-4). Những vạch vuông góc với trục thanh xem là vết của mặt cắt ngang. Khi thanh chịu kéo hay nén ta nhận thấy:



Hình 9-4

- Trục thanh vẫn thẳng.
- Những vạch song song với trục thanh vẫn thẳng và song song với trục thanh.
- Những vạch vuông góc với trục thanh vẫn thẳng và vuông góc với trục thanh, nhưng khoảng cách giữa các vạch đó có sự thay đổi. Khi chịu kéo các vạch cách xa nhau ra, khi chịu nén các vạch sát gần nhau.

a) Từ các nhận xét trên ta thừa nhận hai giả thiết sau:

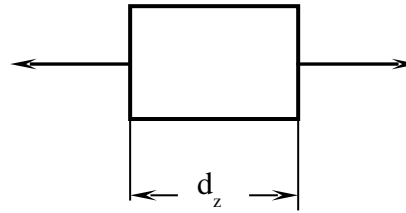
Giả thiết về mặt cắt ngang phẳng: Trong quá trình biến dạng mặt cắt ngang của thanh luôn luôn phẳng và vuông góc với trục thanh.

Giả thiết về các thớ dọc: Trong quá trình biến dạng các thớ dọc không ép lên nhau và cũng không đẩy xa nhau. Theo giả thiết này ta thừa nhận giữa các thớ dọc với nhau không phát sinh ứng suất pháp (tức $\sigma_x = \sigma_y = 0$).

b) Kết luận: Dựa vào hai giả thiết trên ta thấy trên mặt cắt ngang của thanh chỉ có thành phần ứng suất pháp σ_z còn thành phần ứng suất tiếp bằng không.

9.3.2. Định luật Húc:

Ta tách một phần tử bởi hai mặt cắt ngang cách nhau một đoạn dz và các mặt song song với trục thanh (hình 9-5). Phần tử ở trạng thái ứng suất đơn.



- Định luật Húc: Khi vật thể làm việc trong miền đàn hồi, ứng suất (σ_z) tỷ lệ với độ biến dạng tỉ đối ϵ_z

$$\sigma_z = E \cdot \epsilon_z \quad (E: \text{mô đun đàn hồi của vật liệu})$$

đơn vị: N/m²; MN/m².

9.3.3. Biểu thức liên hệ giữa ứng suất pháp và lực dọc.

Từ biểu thức ở &5 ta có:

$$N_z = \int_F \sigma_z \cdot dF = \int_F \sigma_z F$$

Hay $\sigma_z = \frac{N_z}{F}$

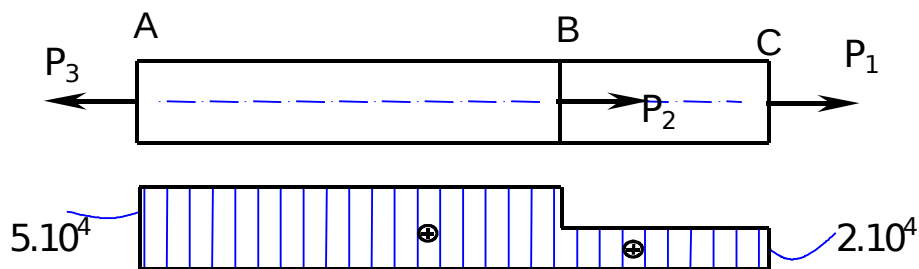
Nz: lực dọc - đơn vị là Niu Tơn, ký hiệu: N, MN...

F: diện tích mặt cắt của thanh - đơn vị là m².

σ_z : ứng suất pháp trên mặt cắt ngang - đơn vị là N/cm² hoặc $\frac{MN}{m^2}$

Dấu (+) khi thanh chịu kéo, dấu (-) khi thanh chịu nén.

Ví dụ 2: Hãy tính ứng suất trong thanh chịu lực như hình 9-3. Biết P₁=5.10⁴N; P₂=3.10⁴N; P₃=2.10⁴N; F = 0,5.10⁻²cm².



Hình 9-4

Bài giải:

- Biểu đồ lực dọc đã được vẽ ở ví dụ 1.

- Nhìn trên biểu đồ lực dọc ta thấy trên đoạn AB có giá trị lực dọc lớn nhất. N_{zAB} = 5.10⁴N, đồng thời mặt cắt ngang không đổi (F = 0,5.10⁻²cm²) nên ứng suất pháp lớn nhất sẽ xuất hiện tại mặt cắt trong đoạn AB.

Ta có: $\sigma_{z \max} = \frac{5 \cdot 10^4 \text{ N}}{0,5 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^2} = 107 \text{ N/cm}^2 = 10^4 \text{ KN/cm}^2$

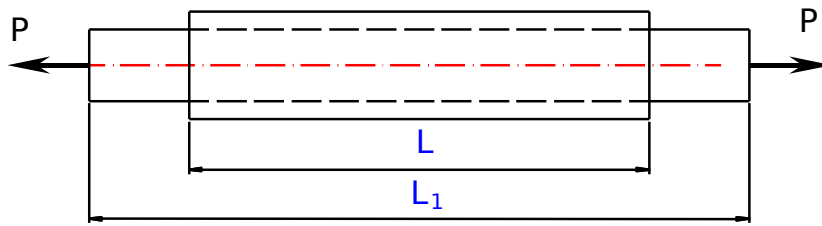
- Trong đoạn BC có N_{zBc} = 2.10⁴N

Vậy ứng suất trong đoạn BC là:

$$\sigma_{BC} = \frac{N_{z_{BC}}}{F} = \frac{2 \cdot 10^4}{0,5 \cdot 10^{-2}} = 4 \cdot 10^6 \text{ N/cm}^2$$

9.4. Biến dạng, tính độ giãn dài của thanh:

Gọi l là chiều dài ban đầu của thanh, khi chịu kéo thanh dài ra một đoạn Δl . Ngược lại khi chịu nén thanh co lại. Ta gọi Δl là độ giãn dài tuyệt đối của thanh. Ký hiệu: Δl .



Hình 9-5

- Độ giãn dài tuyệt đối của thanh $\Delta l = L_1 - L$

- Độ biến dạng tỷ đối $\epsilon = \frac{\Delta l}{L}$

Theo định luật Húc: Khi lực tác dụng chưa vượt quá một giới hạn nhất định thì độ giãn dài tuyệt đối tỷ lệ thuận với lực tác dụng (H.9-5).

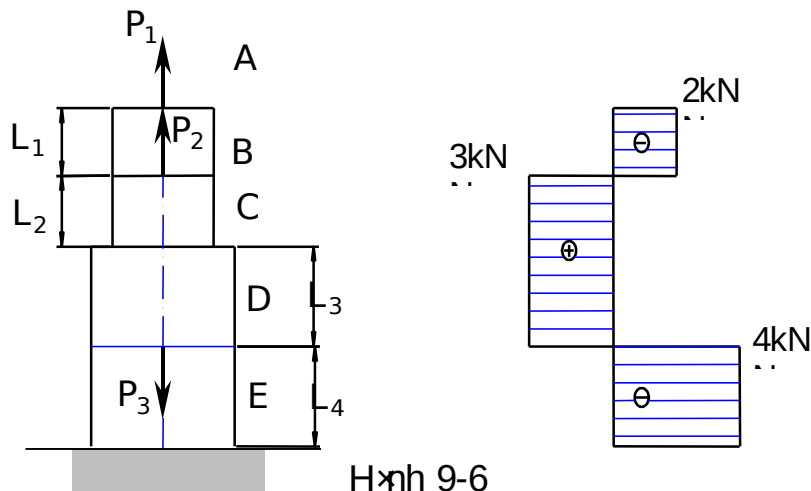
$P = N_z \cdot F$ (diện mặt cắt trên suốt chiều dài thanh). Ta có:

$$\Delta l = \frac{N_z \cdot L}{E \cdot F} \text{ (m)}$$

N_z : lực dọc (N)

F : diện tích mặt cắt (cm^2, m^2)

E : mô đun đàn hồi của vật liệu (N/cm^2)



Hình 9-6

Ví dụ: Tính độ biến dạng dài tuyệt đối có bậc chịu lực như H.9-6.

Biết $l_1 = 50\text{cm}$; $l_2 = 60\text{cm}$; $l_3 = 20\text{cm}$; $l_4 = 60\text{cm}$; $F_1 = 10\text{cm}^2$; $F_2 = 20\text{cm}^2$;

$E = 2.10^4 \text{KN/cm}^2$. $P_1 = 2\text{KN}$; $P_2 = 5\text{KN}$, $P_3 = 7\text{KN}$

Bài giải:

Biểu đồ lực dọc được vẽ trên hình 9-6 chia thành làm 4 đoạn AB, BC, CD và DE. Trong mỗi đoạn tỷ số N_z/EF là hằng số. Ta có:

$$l \quad \frac{N_1 l_1}{E_1 F_1} \quad \frac{N_2 l_2}{E F_2} \quad \frac{N_3 l_3}{E F_3} \quad \frac{N_4 l_4}{E F_4}$$

$$l \quad \frac{2.50}{2.10^4 \cdot 10} \quad \frac{3.20}{2.10^4 \cdot 10} \quad \frac{3.20}{2.10^4 \cdot 20} \quad \frac{4.60}{2.10^4 \cdot 20}$$

$$l = -0,5 \cdot 10^{-4} \text{cm}$$

* Như vậy cột bị co lại.

9.5. Điều kiện bền:

9.5.1. Ứng suất cho phép:

Khi tính sức bền các chi tiết, các kết quả tính toán phải đảm bảo cho chúng không bị phá hỏng. Muốn vậy ứng suất tính toán lớn nhất tại một điểm nào đó trong quá trình chịu lực không được vượt quá một giới hạn quy định cho từng loại vật liệu. Ta gọi đó là ứng suất giới hạn nguy hiểm. Trong bài toán kéo, nén đúng tâm, đối với vật liệu giòn ta chọn ứng suất nguy hiểm là giới hạn bền (σ_B). Vật liệu dẻo ta chọn ứng suất nguy hiểm là giới hạn chảy (σ_{ch}).

- Để đảm bảo an toàn trong thực tế người ta thường sử dụng một giá trị ứng suất bé hơn ứng suất nguy hiểm gọi là ứng suất cho phép. Ký hiệu $[\sigma]$.

- Đối với vật liệu dẻo: $[\sigma]_K = [\sigma]_n = \frac{\sigma_{ch}}{n}$

- Đối với vật liệu giòn, khả năng chịu nén tốt hơn chịu kéo, nên ta có:

$$[\sigma]_n = \frac{\sigma_B}{n} \quad [\sigma]_K = \frac{\sigma_B}{n}$$

- n : là hệ số an toàn, có giá trị lớn hơn 1.

9.5.2. Điều kiện bền của thanh chịu kéo - nén đúng tâm:

Đối với vật liệu dẻo: $\left| \sigma \right|_{\max} = \frac{N_z}{F} \leq [\sigma]$

Đối với vật liệu giòn: $\max \frac{N_z}{F} \leq [\sigma]_K$; $\min \frac{N_z}{F} \leq [\sigma]_n$

Trong đó:

\max : Ứng suất kéo lớn nhất

\min : Ứng suất kéo nén có trị số bé nhất

(hay có giá trị tuyệt đối lớn nhất khi nén)

Ý nghĩa: phương pháp tìm những điểm có trị số ứng suất pháp lớn nhất khi kéo hoặc khi nén cho phép xác định các điểm nguy hiểm. Khi điểm nguy hiểm đã thỏa mãn điều kiện bền thì tất cả các điểm còn lại đều thỏa mãn. Rõ ràng phương pháp kiểm tra là đơn giản nhưng độ an toàn lớn.

- Từ điều kiện bền ta suy ra ba bài toán cơ bản sau:

a) Kiểm tra bền:

Giả sử biết vật liệu (biết ứng suất cho phép) biết kích thước mặt cắt (F) và lực tác dụng, ta có thể kiểm tra được độ bền của thanh theo

công thức: $\left| \frac{N_z}{F} \right|_{\max} [\]$

Thoả mãn điều kiện này, ta kết luận là thanh đủ bền.

b) Chọn kích thước mặt cắt ngang:

$$F \geq \frac{N_z}{[\]}$$

c) Xác định tải trọng cho phép:

$$N_{z_{\max}} = F \cdot [\]$$

9.6. Ví dụ - Bài tập:

Ví dụ 4: Kiểm tra bền của thanh chịu nén hình 9-6 bằng thép xây dựng có mặt cắt $F_1 = 10\text{cm}^2$, $F_2 = 20\text{cm}^2$; $[\] = 1,4 \cdot 10^2 \text{MN/m}^2$.

Bài giải:

Ở ví dụ 3 chúng ta đã vẽ được biểu đồ lực dọc của thanh có:

$$N_{z_{1\max}} = 3\text{KN}; N_{z_{2\max}} = -4\text{KN}$$

Từ công thức điều kiện bền: $\left| \frac{N_z}{F} \right|_{\max} [\]$ ta có ứng suất trong thanh là:

$$\left| \frac{N_{z_1}}{F_1} \right| = \frac{3}{10} = 0,3\text{KN/cm}^2 \quad \left| \frac{N_{z_2}}{F_2} \right| = \frac{4}{20} = 0,2\text{KN/cm}^2$$

- Vật liệu dẻo: $[\]_k = [\]_n = 1,4 \cdot 10^2 \text{MN/m}^2 = 1,4 \cdot \text{KN/cm}^2$.

$$\left| \frac{N_{z_1}}{F_1} \right| = \frac{3}{10} = 0,3\text{KN/cm}^2 < 1,4\text{KN/cm}^2$$

Kết luận: Thanh đủ bền.

Ví dụ 5: Thanh thép tròn 1 và 2 bắt bản lề vào tường thẳng đứng. Tại nút bản lề B tác dụng lực thẳng đứng $P = 10\text{KN}$, $\alpha = 30^\circ$; $\beta = 60^\circ$. Xác định đường kính của thanh biết $[\sigma]_k = [\sigma]_n = 100\text{MN/m}^2$.

Bài giải:

9.6.1. Xác định các lực P_1 và P_2 tác dụng lên các thanh 1 và 2

$$P_1 = P \cdot \tan \alpha = 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = 5,78\text{KN}$$

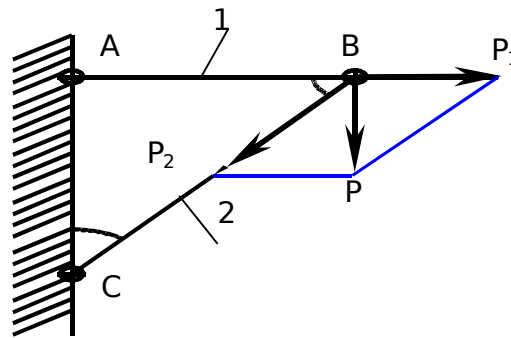
$$P_2 = \frac{P}{\sin \beta} = \frac{20\sqrt{3}}{3} = 11,5\text{KN}$$

9.6.2. Xác định kích thước thanh 1

Thanh 1 chịu lực kéo P_1 . Từ công thức điều kiện bền ta có:

$$F_1 = \frac{N_{z_1}}{[\sigma]_k} = \frac{P_1}{[\sigma]_k} = \frac{5,78 \cdot 10^3}{100} = \frac{d_1^2}{4} = \frac{5,78 \cdot 10^3}{100}$$

$$d_1 = 8,6 \cdot 10^{-3}\text{m} = 8,6\text{mm}$$



Hình 9-7

9.6.3. Xác định kích thước thanh 2:

Thanh 2 chịu nén, ta có:

$$F_2 = \frac{N_{z_2}}{[\sigma]_n} = \frac{P_2}{[\sigma]_n}; \quad \frac{d_2^2}{4} = \frac{11,5 \cdot 10^3}{100}$$

$$d_2 = 1,22 \cdot 10^{-2}\text{m} = 12,2\text{mm}$$

Ví dụ 6: Một dây cáp bện bằng 36 dây nhỏ, đường kính mỗi dây $d_L = 2\text{cm}$. Hỏi tải trọng tác dụng bằng bao nhiêu để dây cáp được an toàn, biết $[\sigma]_k$ của cáp là 60MN/m^2 .

Bài giải:

Áp dụng công thức bài toán cơ bản 3 xác định tải trọng cho phép:

$$P = F \cdot [\sigma]_k = \frac{(2 \cdot 10^{-2})^2}{4} \cdot 36 \cdot 60 = 0,68\text{MN}$$

Vậy dây cáp chịu tải trọng lớn nhất là 680kN .

Chương 10: CẮT – DẬP

10.1. Cắt.

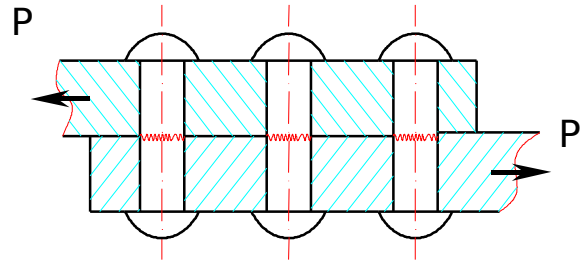
10.1.1. Định nghĩa:

Một thanh gọi là chịu cắt khi ngoại lực tác dụng là hai lực song song ngược chiều, có cùng trị số và nằm trên hai mặt cắt rất gần nhau của thanh.

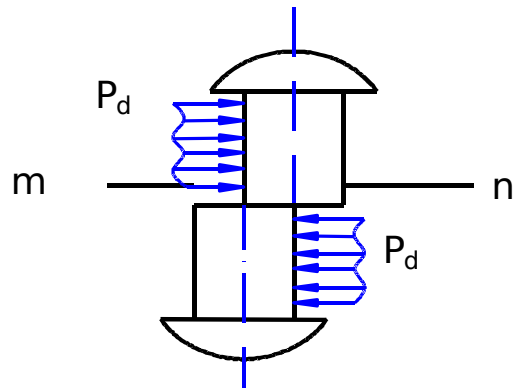
Mối ghép bằng đinh tán (Hình 10-1) là một thí dụ đơn giản về thanh chịu cắt. Mỗi đinh tán là một thanh chịu cắt.

10.1.2. Ứng suất - Biến dạng:

Dưới tác động của lực P mỗi đinh tán chịu tác dụng của hai lực bằng nhau $P_1 = \frac{P}{n}$ (n là số đinh). Tác dụng của lực P_1 trên mặt cắt hình



Hình 10-1



Hình 10-2

Lưu ý theo mặt phẳng gi, p nhau m - n (hình 10 - 2) của hai tấm ghép. Lúc cắt trên mặt cắt này lực $Q = P_1$. Vậy nếu lúc lực lúc cắt Q nằm trên mặt cắt ngang ứng suất cắt lực ứng suất tiếp. Với giả thiết ứng suất cắt phân bố đều trên mặt cắt ta có:

$$c \cdot F_c = Q$$

$$\text{Hay } c = \frac{Q}{F_c} \tag{10 -}$$

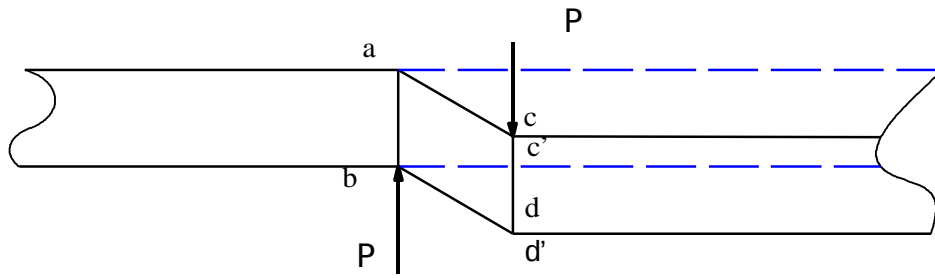
1)

Trong đó: Q_i là lực cắt; F_c là diện tích mặt cắt.

- Biến dạng: Trong quá trình chịu cắt, hai mặt cắt gần nhau phát sinh hiện tượng trượt.

$$\text{Độ trượt tuyệt đối } S = Cc' = dd'$$

$$\text{Độ trượt tương đối } \frac{S}{ac}$$



Hình 10-3

- Định luật Húc về cắt: Khi lực chưa vượt quá một giới hạn nhất định, ứng suất cắt τ tỷ lệ thuận với độ trượt tương đối:

$$\tau = \mu \cdot G$$

G: Mô đun đàn hồi trượt, đơn vị đo là MN/m².

10.1.3. Điều kiện bền của thanh chịu cắt:

Một thanh chịu cắt bảo đảm điều kiện bền khi τ lớn nhất phát sinh trong thanh nhỏ hơn $[\tau]$

$$\tau = \frac{Q}{F_c} [\tau] \quad (10 - 2)$$

- Từ điều kiện bền (10 - 2) ta có ba bài toán cơ bản về cắt:
- Kiểm tra bền
- Chọn kích thước mặt cắt
- Chọn tải trọng cho phép

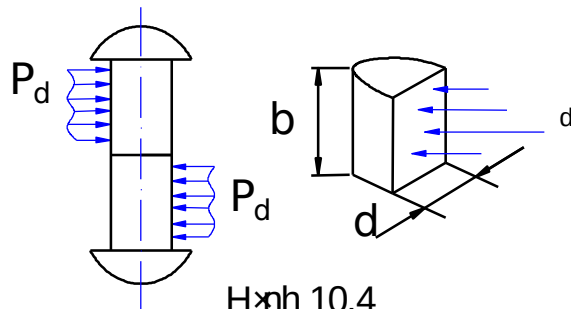
10.2. Dập:

10.2.1. Định nghĩa:

Dập là hiện tượng nén cục bộ xảy ra trên một diện tích truyền lực tương đối nhỏ của hai cấu kiện ép vào nhau.

Ví dụ: Thân đinh chịu dập do thành lỗ ép vào nó.

Như vậy tại mỗi ghép đinh tán ngoài chịu cắt còn chịu dập với lực dập: $P_d = \frac{P}{n}$ (n: số đinh)



Hình 10.4

10.2.2. Ứng suất:

Dưới tác dụng của lực dập ta quy ước, mặt cắt dọc trục b-d của đỉnh tán phát sinh ứng suất dập. Giả thiết ứng suất dập σ_d phân bố đều trên mặt cắt ta có:

$$\sigma_d = \frac{P_d}{F_d} \quad (10 - 3)$$

Trong đó: P_d là lực dập

F_d là hình chiếu của diện tích mặt bị dập lên mặt phẳng vuông góc với lực dập ($F_d = d.b$).

10.2.3. Điều kiện bền của thanh chịu dập:

Một thanh chịu dập đảm bảo điều kiện bền khi ứng suất dập lớn nhất phát sinh trong thanh chịu dập nhỏ hơn ứng suất dập cho phép.

$$\sigma_d = \frac{P_d}{F_d} \leq [\sigma_d] \quad (10 - 4)$$

Từ điều kiện bền (10 - 4) ta cũng có ba bài toán cơ bản về dập:

- Kiểm tra bền
- Chọn kích thước mặt cắt
- Chọn tải trọng cho phép

10.3. Bài tập áp dụng:

Ví dụ 1: Mỗi ghép gồm 3 đỉnh tán chịu tác dụng bởi lực $P = 15\text{KN}$. Kiểm tra bền mỗi ghép, biết chiều dày mỗi tấm ghép là 10mm, đường kính đỉnh tán $d=10\text{mm}$ $[\sigma_d]=30\text{MN/m}^2$;

$$[\sigma_c]= 80\text{MN/m}^2.$$

Bài giải:

$$\text{Mỗi đỉnh tán chịu lực cắt: } Q = \frac{P}{n} = \frac{15}{3} = 5\text{KN}$$

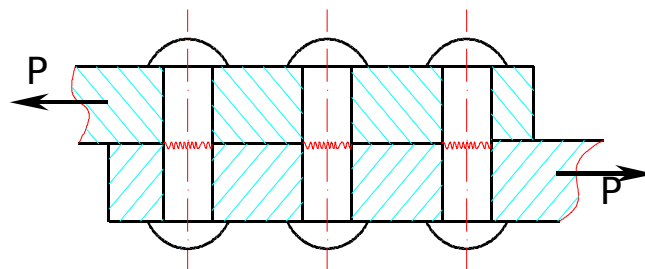
$$\text{Chịu lực dập } P_d = \frac{P}{n} = \frac{15}{3} = 5\text{KN}$$

Kiểm tra bền cắt, áp dụng công thức 10 - 2 ta có:

$$\sigma_c = \frac{Q}{F_c} = \frac{5 \cdot 10^3}{3,14(10 \cdot 10^{-3})^2} = 63,7\text{MN/m}^2$$

$\sigma_c = 63,7\text{MN/m}^2 < 80\text{MN/m}^2$, mỗi ghép đỉnh tán chịu bền cắt.

Kiểm tra bền dập, áp dụng công thức (10 - 4)



Hình 10-1

$$\frac{P_d}{F_d} = \frac{5 \cdot 10^3}{20 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10^3} = 25 \text{ MN/m}^2.$$

$\sigma_d = 25 \text{ MN/m}^2 < 30 \text{ MN/m}^2$ mỗi ghép đảm bảo bền dậ.

Ví dụ 2: Tính số đinh tán cần thiết cho mỗi ghép đinh tán chịu tải trọng $P = 720 \text{ kN}$. dùng loại đinh tán có $d = 20 \text{ mm}$, $[\sigma_c] = 100 \text{ MN/m}^2$, $[\sigma_d] = 24 \text{ MN/m}^2$.

Bài giải: Tính số đinh tán chịu cắt, áp dụng công thức (10 - 2)

$$\frac{Q}{F_c} = \frac{\frac{P}{n}}{\frac{d^2}{4}}$$

Rút ra: $n = \sqrt{\frac{P}{\frac{d^2}{4} \cdot c}}$

$$n = \sqrt{\frac{720 \cdot 10^3}{\frac{20^2 \cdot 10^6}{4} \cdot 100}} = 24$$

Tính số đinh tán chịu dậ, áp dụng công thức 10 - 4

$$\frac{P_d}{F_d} = \frac{\frac{P}{n}}{b \cdot d}$$

Rút ra $n = \frac{P}{bd [\sigma_d]}$

$$n = \frac{720 \cdot 10^3}{20 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 100} = 15$$

Như vậy, nếu tính theo cắt đòi hỏi phải 24 đinh tán, còn tính theo dậ đòi hỏi 15 đinh tán. Để thoả mãn cả hai điều kiện bền khi cắt và khi dậ ta phải chọn 24 đinh tán.

Chương 11: Xoắn thuần túy của thanh thẳng

1/ Mục đích:

Cung cấp những kiến thức khi khảo sát các thanh chịu xoắn thuần túy đó là: nội lực, biểu đồ nội lực, ứng suất, biến dạng và xét điều kiện bền của thanh.

2/ Yêu cầu:

Xác định được nội lực của thanh, vẽ được biểu đồ nội lực, xác định được loại và giá trị ứng suất của thanh. Xác định được biến dạng của thanh và giải được các bài toán bền cho thanh.

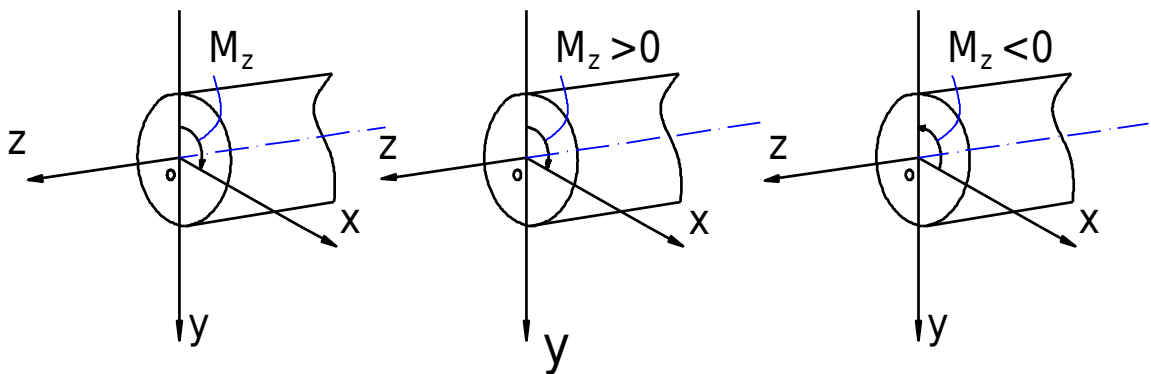
11.1. Định nghĩa:

Một thanh chịu xoắn thuần túy khi trên mặt cắt ngang thanh chỉ có một thành phần nội lực là mô men xoắn M_z (hình 11-1).

11.2. Mô men xoắn - Biểu đồ mô men xoắn.

11.2.1. Mô men xoắn:

Để xác định mô men xoắn nội lực trên các mặt cắt ngang của thanh, ta dùng phương pháp mặt cắt. Dấu của mô men xoắn nội lực quy ước như sau: Nếu nhìn vào mặt cắt ta thấy mô men xoắn nội lực quay cùng chiều kim đồng hồ thì nó có dấu dương (> 0). Ngược lại là dấu (< 0).



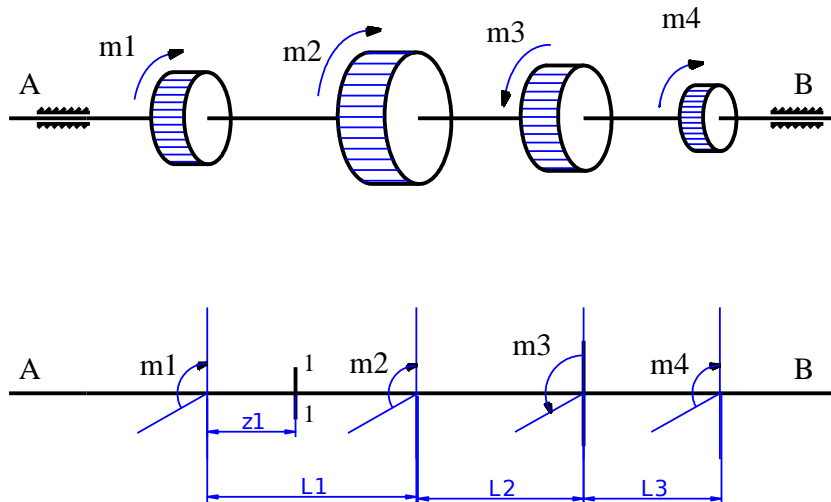
Hình 11-1

Hình 11-2

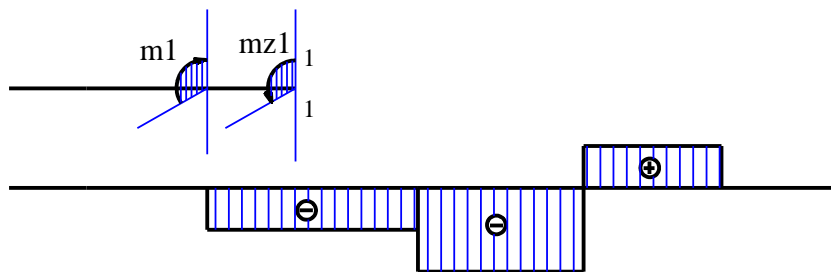
11.2.2. Biểu đồ mô men xoắn:

Ví dụ (11-1) vẽ biểu đồ mô men xoắn cho thanh chịu lực như hình (11-3) cho biết $m_1 = 2387\text{N.m}$; $m_2 = 1432\text{N.m}$; $m_3 = 7162\text{N.m}$; $m_4 = 3343\text{N.m}$;

- Trục quay đều với tốc độ $n = 150\text{v/phút}$



Hình 11-3



Hình 11-4

Bài giải:

Chia trục làm 3 đoạn l_1, l_2, l_3 .

+ Xét đoạn l_1 : dùng mặt cắt 1-1 cắt thanh ở mặt cắt z_1 ($0 < z_1 < l_1$) và xét sự cân bằng bên trái ta được $M_{z_1} = -m_1 = 2387\text{N.m}$. Vậy nội lực trong đoạn l_1 có giá trị không đổi.

+ Xét đoạn l_2 : dùng mặt cắt 2-2 cắt thanh ở mặt cắt z_2 ($0 < z_2 < l_2$) và xét sự cân bằng bên trái ta được $M_{z_2} = -m_1 - m_2 = 2387 + 1432 = 3819\text{N.m}$

Mặt cắt 2-2 dịch chuyển trong đoạn l_2 và nội lực trong đoạn l_2 có giá trị không đổi, $M_{z_2} = 3819\text{N.m}$.

+ Xét đoạn l_3 : dùng mặt cắt 3-3 cắt thanh ở mặt cắt z_3 ($0 < z_3 < l_3$) và xét sự cân bằng bên trái ta được: $M_{z_3} = -m_1 - m_2 + m_3 = -3819 + 7162 = +3343\text{Nm}$

+ Biểu đồ được vẽ trên hình (11-4).

- Qua biểu đồ ta thấy mặt cắt trên đoạn l_2 có mô men xoắn nội lực lớn nhất: $M_{z_{\max}} = 3819\text{N.m}$ là mặt cắt nguy hiểm.

11.2.3. Quan hệ giữa mô men xoắn ngoại lực với công suất và số vòng quay của trục truyền:

Công suất của động cơ truyền đến các trục và mô men xoắn ngoại lực tác dụng lên các trục có mối quan hệ sau:

- Công A do mô men M thực hiện khi trục quay một góc trong thời gian t là:

$$A = M \cdot \theta$$

$$\text{- Công suất: } N = \frac{A}{t} = M \cdot \frac{\theta}{t} = M \cdot \omega \quad (11-1)$$

$$\text{Từ đó rút ra } M = \frac{N}{\omega}$$

Trong đó:

M: là mô men xoắn ngoại lực (Nm)

N: công suất (W); ω : vận tốc góc (rad/s)

n: số vòng quay trong một phút (v/phút)

$$\text{- Vận tốc góc: } \omega = \frac{2\pi \cdot n}{60} = \frac{\pi \cdot n}{30} \text{ rad/s}$$

Trong kỹ thuật người ta còn sử dụng công thức sau: Nếu N tính bằng Kw ta có: $M = 9500 \frac{N}{n} |N.m|$ (11-2)

$$\text{Nếu N tính bằng mã lực ta có: } M = 7162 \frac{N}{n} |N.m| \quad (11-3)$$

11.3. Thiết lập công thức ứng suất tiếp trên mặt cắt ngang của thanh tròn chịu xoắn thuần túy.

Trước khi cho một thanh tròn chịu xoắn thuần túy, trên mặt ngoài của thanh ta kẻ các vạch song song và vuông góc với trục thanh (hình 11-5). Những vạch vuông góc với trục thanh được xem là các vết của mặt cắt. Sau khi chịu lực ta thấy:

- Các vạch vuông góc với trục thanh vẫn giữ nguyên hình là đường tròn và vuông góc với trục thanh, khoảng cách giữa chúng vẫn không đổi.

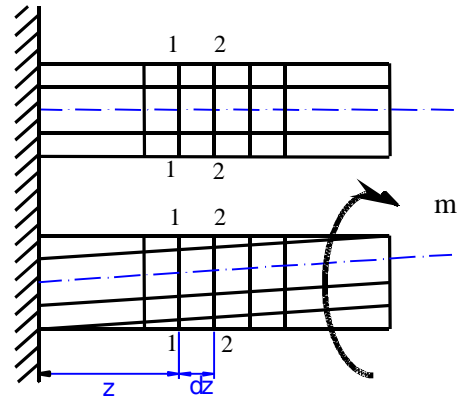
- Các đường song song với trục trở thành đường xoắn ốc, mạng lưới ô vuông trở thành gần như mạng lưới bình hành.

11.3.1. Các giả thuyết:

1. Giả thuyết về mặt cắt phẳng
2. Giả thuyết về thớ dọc.

Nội dung hai giả thuyết này như ở Chương 9 (Kéo - Nén đúng tim)

3. Giả thuyết chiều dài không **đổi**. Khoảng cách giữa các mặt cắt ngang vẫn giữ nguyên trong quá trình biến dạng

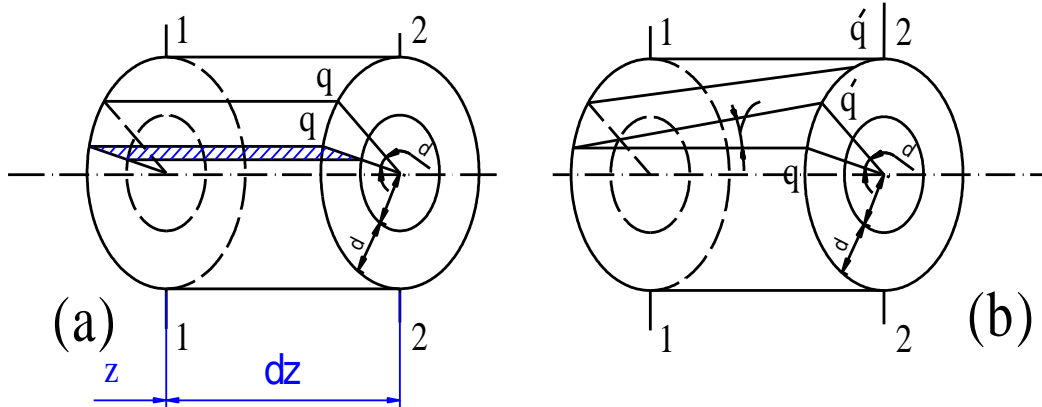


Hình 11-5

4. Giả thuyết về bán kính thẳng và không đổi. Sau khi biến dạng, bán kính của mặt cắt ngang vẫn thẳng và có độ dài không đổi.

Tưởng tượng tách ra khỏi thanh một phần tố giới hạn bởi hai mặt phẳng cách nhau một đoạn dz vô cùng bé, hai mặt trụ đồng tâm có bán kính r và $r + dr$, hai mặt phẳng chứa trục thanh và hợp với nhau một góc $d\phi$.

Sau khi biến dạng mặt cắt 1-1 sẽ xoay đi một góc ϕ so với mặt cắt ngang. Mặt cắt 2-2 có hoành độ $z + dz$ sẽ bị xoay đi một góc $\phi + d\phi$ so với mặt cắt ngang. Vậy góc xoắn tương đối giữa hai mặt cắt 1-1 và 2-2 là $d\phi$ (Hình 11-6b). Theo giả thuyết 1, 2, 3, các mặt cắt 1-1 và 2-2 chỉ xoay đi đối với nhau nhưng vẫn phẳng và khoảng cách không đổi. Ta thấy trên mặt cắt ngang chỉ có thành phần ứng suất tiếp. Không có thành phần ứng suất pháp. Phần tố tách ra như trên rõ ràng ở trạng thái trượt thuần túy.



Hình 11-6

Gọi ϕ là góc trượt tỷ đối của phần tử cách trục một bán kính bằng r . Từ hình 11-6b ta có:

$$\tan \phi = \frac{qq'}{dz} = \frac{.d}{dz}$$

Trong đó $qq' = d$ do giả thuyết 1 và 4. Xét vật liệu làm việc trong miền đàn hồi nên biến dạng thực chất là rất bé nên ta suy ra:

$$\tan \phi = \frac{d}{dz} \quad (a)$$

Theo định luật Húc ta có: $\phi = \tau . G$ (b)

Từ (a) và (b) rút ra: $\tau = G . \frac{d}{dz}$ (11-4)

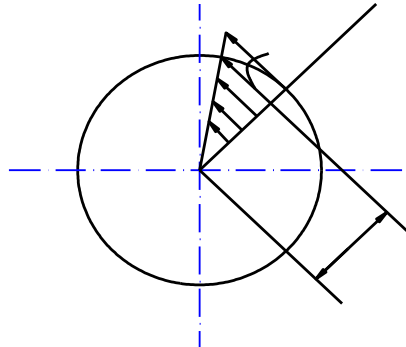
Trong đó: $\frac{d}{dz}$ là hằng số đối với một mặt cắt ngang và được gọi là góc xoắn tỷ đối.

G: mô đun đàn hồi khi trượt

Do đó trên mặt cắt ngang ứng suất tiếp phân bố bậc nhất theo

11.3.2. Biểu thức liên hệ giữa ứng suất tiếp và thành phần mô men xoắn nội lực:

- Theo (8-7) ta có: $M_z = \int_F \tau . r . dF$ (a)



Hình 11-7

Thay giá trị từ biểu thức (11-4) vào (a) ta được:

$$M_z = \int_F G \frac{d}{dz} \tau^2 \cdot dF = \int_F G \frac{d}{dz} \tau^2 dF \quad (b)$$

$$M_z = G \frac{d}{dz} \int_F \tau^2 dF$$

$\int_F \tau^2 dF$ chính là mô men quán tính độ cực của mặt cắt ngang tròn:

$$J = 0,1d^4$$

Từ (11-4) $G \cdot \frac{d}{dz}$ và (b)

Ta rút ra biểu thức ứng suất tiếp theo nội lực như sau:

$$\frac{M_z}{J} \quad (11-5)$$

- Ứng suất tiếp lớn nhất tại các điểm ngoài chu vi là:

$$\max \frac{M_z}{J} R$$

Đặt: $w = \frac{J}{R}$ là mô đun chống xoắn có

$$\max \frac{M_z}{W} \quad (11-6)$$

- Mặt cắt ngang hình tròn: $W = 0,2d^3$ (11-7)

- Mặt cắt ngang hình vành khăn:

$$W = 0,2D^3 (1 - \alpha^4) \quad (11-8)$$

$\frac{d}{D}$; d: đường kính trong

D: đường kính ngoài

11.4. Biến dạng của thanh tròn chịu xoắn.

Khi thanh tròn chịu xoắn biến dạng của thanh được đặc trưng bởi:

$$\text{- Góc xoắn tỷ đối } \frac{d}{dz} \quad (11-9)$$

$$\text{Từ (b) ta có } \frac{M_z}{G.J} \quad (11-10)$$

- Góc xoắn tương đối giữa hai mặt cắt cách nhau một đoạn có chiều dài l. Ký hiệu .

$$\text{Từ (11-9) ta có: } d \quad dz \quad \frac{M_z}{G.J} .dz$$

$$\text{Vậy } \int_0^l \frac{M_z}{G.J} dz = \frac{M_z.l}{GJ} \quad (11-11)$$

G.J : độ cứng khi xoắn

Tỷ số $\frac{M_z}{J .G}$ không đổi trong suốt chiều dài l.

- Nếu tỷ số $\frac{M_z}{J .G}$ thay đổi trong từng đoạn của thanh, ta chia thanh ra từng đoạn sao cho trong từng đoạn $\frac{M_z}{J .G}$ không đổi, khi đó

$$\sum_{i=1}^n \frac{M_{z_i}.l_i}{G_i . J_i} \quad (11-12)$$

- Góc tính bằng radian còn theo nguyên của góc xoắn tỷ đối là rad/chiều dài.

11.5. Điều kiện bền và điều kiện cứng.

11.5.1. Điều kiện bền:

Tại các điểm ở ngoài chu vi phân tử ở trạng thái trượt thuần túy. Nếu mặt cắt ngang không đổi thì điều kiện bền có dạng:

$$\max \frac{|M_{z,\max}|}{w} \quad (11-13)$$

Trong đó [] được gọi là ứng suất cho phép khi xoắn. Trị số ứng suất cho phép được xác định bằng thực nghiệm theo tiêu chuẩn.

Nếu đường kính của thanh thay đổi, điều kiện bền phải viết:

$$\max \left(\frac{M_z}{w} \right)_{\max} \quad (11-14)$$

- Giữa [] và [] tùy theo các thuyết bền có mối quan hệ sau:

+ Theo thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất:

$$[] = []/2$$

+ Theo thuyết bền thế năng biến đổi hình dáng:

$$[\varphi] = [\varphi] / \sqrt{3}$$

11.5.2. Điều kiện cứng:

Các chi tiết máy chịu xoắn khi truyền động phải có độ cứng đủ lớn, tức là góc xoắn tỷ đối lớn nhất về trị số tuyệt đối không được quá một trị số cho phép nào đó.

$$(11-15) \quad \max \frac{M_z}{GJ} \max \quad \text{rad/chiều dài.}$$

Trong đó $[\varphi]$ là góc xoắn tỷ đối cho phép.

$$[\varphi] = (0,15 \quad 2)^\circ/\text{m}$$

- Nếu $[\varphi]$ cho là độ/chiều dài thì ta phải đổi.

$$[\varphi] \text{ rad/chiều dài} = \frac{1}{180} [\varphi] \text{ độ/chiều dài.}$$

Từ điều kiện bền và điều kiện cứng ta suy ra ba bài toán cơ bản sau:

Kiểm tra thanh thỏa mãn điều kiện bền và điều kiện cứng theo (11-13) và (11-15).

- Chọn kích thước mặt cắt ngang

$$\text{Theo điều kiện bền } W \quad \frac{M_z}{[\sigma]} \quad (11-16)$$

$$\text{Theo điều kiện cứng } J \quad \frac{M_z}{G[\varphi]} \quad (11-17)$$

Ta sẽ chọn đường kính có trị số lớn.

- Tìm tải trọng cho phép

$$\text{Theo điều kiện bền } M_z \quad W \cdot [\sigma] \quad (11-18)$$

$$\text{Theo điều kiện cứng } M_z \quad GJ \cdot [\varphi] \quad (11-19)$$

Từ đó sẽ chọn tải trọng bé hơn, để đảm bảo mô men xoắn nội lực thỏa mãn đồng thời cả hai bất đẳng thức trên.

Ví dụ: 11-2: Kiểm tra bền của trục chịu xoắn AB (Hình 11-4), cho biết trục làm bằng thép $d=65\text{mm}$. $[\sigma] = 80\text{MN/m}^2$, $G = 8 \cdot 10^4 \text{MN/m}^2$; $[\varphi] = 0,18^\circ/\text{m}$.

Bài giải:

Ta đã vẽ được biểu đồ nội lực M_z trong đoạn l_2 có mô men xoắn nội lực lớn nhất. $M_{z_{\max}} = 3819\text{N.m}$. Do đó ứng suất lớn nhất trong đoạn thanh này là ứng suất nguy hiểm. Góc xoắn tương đối trong đoạn này cũng là góc xoắn tương đối lớn nhất φ_{\max} .

$$W = 0,2d^3 = 0,2(65 \cdot 10^{-3})^3 = 54 \cdot 10^{-6} \text{m}^3.$$

$$\text{a) Áp dụng công thức 11-13: } \max \frac{M_{z_{\max}}}{W}$$

$$\sigma_{\max} = \frac{3,819 \cdot 10^3}{54 \cdot 10^{-6}} \cdot 70 \text{ MN/m}^2 \quad [\] = 80 \text{ MN/m}^2$$

Ứng suất σ_{\max} nhỏ hơn ứng suất xoắn cho phép trục AB đủ bền.

b) Tính θ_{\max} : áp dụng công thức 11-15

$$\theta_{\max} = \frac{M_z}{GJ} \cdot J = 0,1 \text{ d}^4 = 0,1(65 \cdot 10^{-3})^4 = 1,7 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4.$$

$$\theta_{\max} = \frac{3,819 \cdot 10^3}{8 \cdot 10^4 \cdot 1,7 \cdot 10^{-6}} \cdot \frac{180^\circ}{6} = 0,159^\circ / \text{m}$$

- Góc xoắn trong đoạn l_2 : $\theta_{\max} < [\] = 0,18^\circ / \text{m}$

11.6. Khái niệm về mặt cắt ngang hợp lý:

So sánh hai mặt cắt ngang tròn và hình vành khăn, cùng diện tích F , ta thấy mặt cắt ngang hình vành khăn chống xoắn tốt hơn. Ta nói mặt cắt ngang hình vành khăn hợp lý hơn hình tròn đặc. Để đánh giá mức độ hợp lý ta dùng một đại lượng không thứ nguyên để so sánh:

$$K_m = \frac{W}{\sqrt{F^3}}$$

Trong đó W : mô men chống xoắn

F : diện tích mặt cắt ngang

Trị số K_m càng lớn mặt cắt ngang càng hợp lý. Ở đây ta cần chú ý một điều là ta không thể tăng trị số W tùy ý bằng cách cho bề dày hình vành khăn quá mỏng. Vì khi bề dày quá mỏng sẽ làm cho thanh dễ bị mất ổn định khi chịu xoắn (lúc đó trên toàn thanh sẽ hình thành nếp nhăn).

11.7. Bài tập áp dụng:

Một trục tròn rỗng chịu lực như hình vẽ. Các ngoại lực: mô men $m_c = 3 \text{ KN.m}$; $m_B = m_D = m_E = 1 \text{ KN.m}$ đường kính trong $d = 5 \text{ cm}$, đường kính ngoài $= 1 \text{ KN.m}$; $D = 10 \text{ cm}$, các đoạn $BC = CD = DE = 2 \text{ cm}$.

a) Tính ứng suất nguy hiểm nhất của trục.

b) Tính góc xoắn tương đối lớn nhất và góc xoắn toàn bộ của trục. Biết $G = 8 \cdot 10^4 \text{ MN/m}^2$.

Bài giải:

a) Vẽ biểu đồ nội lực M_z :

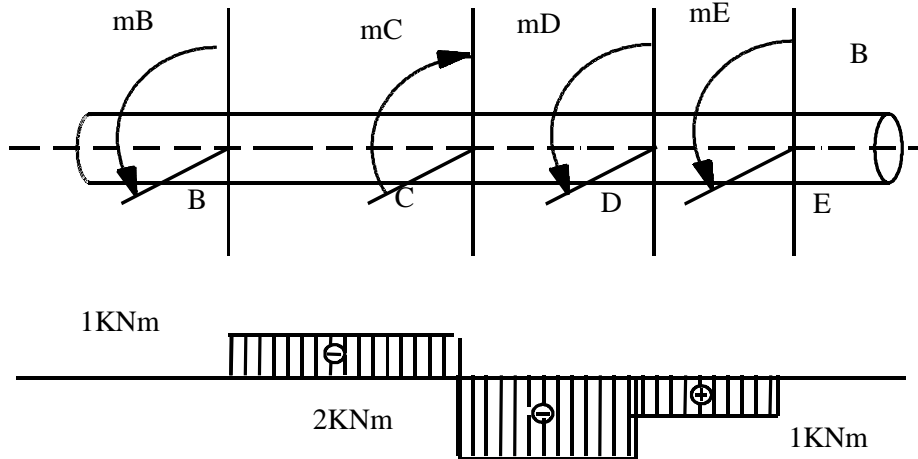
Vì tiết diện của thanh không đổi nên đoạn CD là đoạn nguy hiểm nhất, có nội lực $M_{z\max} = 2 \text{ KN.m}$ do đó ứng suất lớn nhất trong đoạn thanh này là ứng suất nguy hiểm nhất. Góc xoắn tương đối trong đoạn này cũng là góc xoắn tương đối lớn nhất θ_{\max} .

b) Tính θ_{\max} : Mô men chống xoắn của mặt cắt ngang trong đoạn CD

$$I_W = 0,2D^3(1 - \nu^2) = 0,2 \cdot 0,1^3 \cdot 1 = \frac{0,05}{0,1} = 187,5 \cdot 10^{-6} m^3$$

Vậy: $\sigma_{\max} = \frac{Mz_{\max}}{I_W} = \frac{2 \cdot 10^3}{187,5 \cdot 10^{-6}} = 10,7 \cdot 10^6 N/m^2 = 10,7 \cdot 10 MN/m^2$

b) Tính τ_{\max} : Mô men quán tính độc cực của mặt cắt ngang hình vành khăn $J = 0,1D^4(1 - \nu^2)$



Hình 11.4

$$J = 0,1(0,1)^4 \cdot 1 = \frac{0,05}{0,1} = 937,5 \cdot 10^{-8} m^4$$

Trong đó: $\phi_{\max} = \frac{Mz_{CD}}{G \cdot J} = \frac{2 \cdot 10^3}{8 \cdot 10^{10} \cdot 937,5 \cdot 10^{-8}} \cdot 180^\circ$

$\phi_{\max} = 0,153^\circ$

c) Tính góc xoắn toàn bộ trục:

$$\phi_{CD} = \frac{Mz_{CD} \cdot l}{GJ} = 2 \cdot \phi_{\max} = 306^\circ$$

$$\phi_{DE} = \frac{Mz_{BC} \cdot l}{GJ} = \frac{2 \cdot 10^3}{GJ} = 0,153^\circ$$

Vậy góc xoắn toàn phần của trục là:

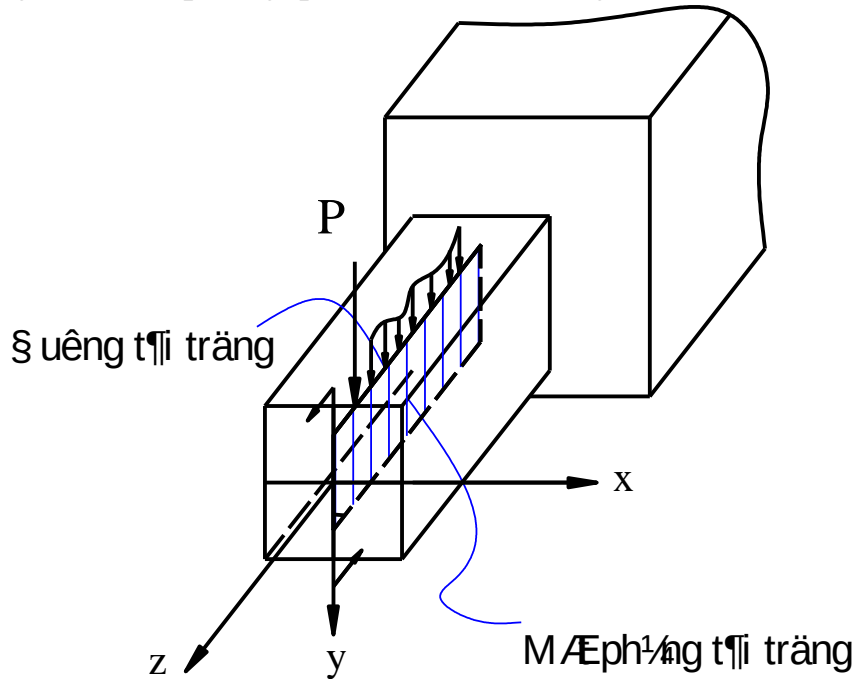
$$\phi_{BE} = \phi_{BC} + \phi_{CD} + \phi_{DE} = 0,153^\circ - 306^\circ - 0,153^\circ = -306^\circ$$

Chương 12 Uốn phẳng của thanh thẳng

12.1. Định nghĩa và phân loại:

12.1.1. Định nghĩa:

Thanh bị uốn ngang phẳng là thanh chịu tác dụng của hệ lực phẳng (gồm những lực vuông góc với trục thanh hay những ngẫu lực) nằm trong mặt phẳng chứa trục thanh và một trục quán tính chính trung tâm (mặt phẳng này gọi là mặt phẳng quán tính chính trung tâm).



Hình 12-1

- Ngoại lực tác dụng có thể là lực tập trung, lực phân bố hoặc mô men tập trung. Mặt phẳng chứa lực gọi là mặt phẳng tải trọng.
- Thanh chủ yếu chịu uốn gọi là dầm.
- Trục của dầm sau khi chịu uốn cong vẫn nằm trong một mặt phẳng quán tính trung tâm thì sự uốn đó được gọi là uốn phẳng.

12.1.2. Phân loại:

Ta chia uốn phẳng làm hai loại:

- * Uốn thuần túy phẳng
- * Uốn ngang phẳng

12.2. Nội lực và biểu đồ nội lực.

12.2.1. Nội lực - Quy ước dấu của nội lực.

Xét một dầm chịu lực như trên hình 12 - 2. Ngoại lực tác dụng lên dầm là lực tập trung P nằm trong mặt phẳng quán tính trung tâm OYZ.

- Đầu tiên phải xác định được các phần lực tại các gối A và B.

Từ phương trình cân bằng tĩnh học:

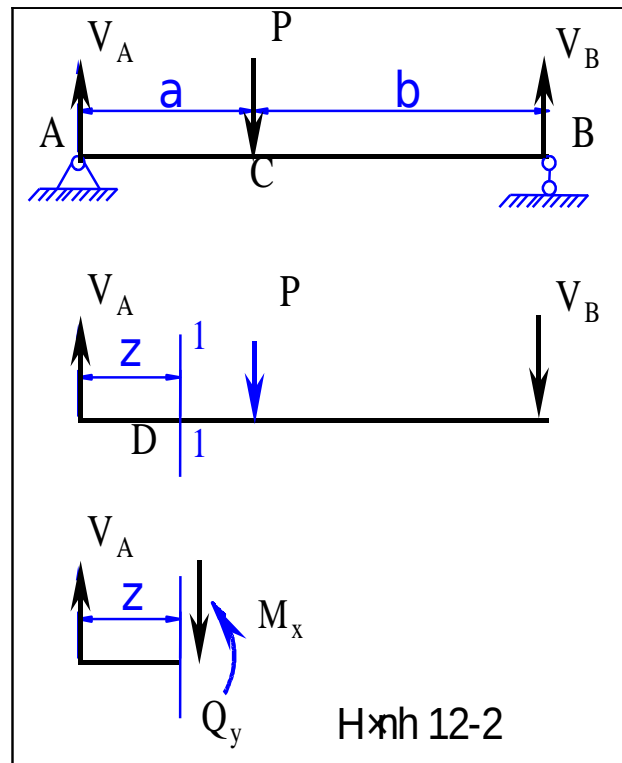
$$M_A = v_B \cdot l - P \cdot a = 0$$

$$M_B = -v_A \cdot l - P \cdot b = 0$$

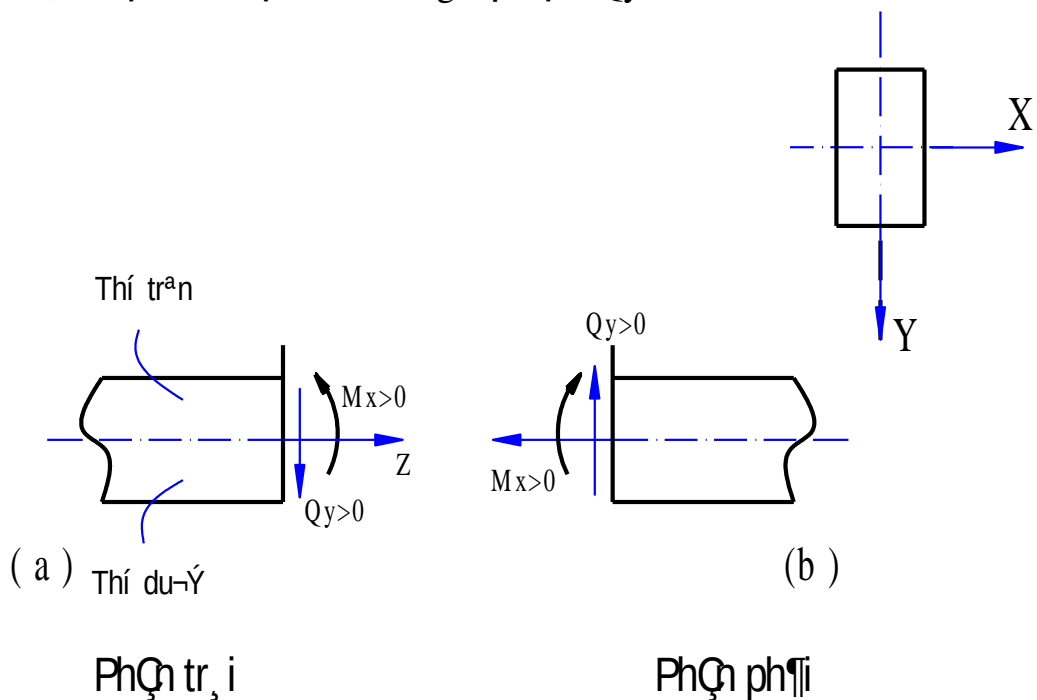
0

Suy ra: $v_B = \frac{P \cdot a}{l}$

$$v_A = \frac{P \cdot b}{l}$$



- Dùng mặt cắt 1-1 cắt thanh tại điểm D. Khảo sát sự cân bằng của phần trái, ta đặt vào mặt cắt những nội lực: Q_y và M_x .



Hình 12-3

Quy ước dấu của nội lực:

- Lực cắt Q_y được coi là dương, nếu pháp tuyến ngoài của mặt cắt ngang quay một góc 90° thuận chiều kim đồng hồ thì gập chiều của lực cắt Q_y .

- Mô men uốn được coi là dương nếu nó làm cho thớ dưới trục dầm bị kéo tức là làm căng các thớ về phía dương của trục y (trong dầm chọn chiều dương y hướng xuống dưới). Các thành phần nội lực được quy ước là dương (hình 12 - 3a và hình 12 - 3b).

12.3. Biểu đồ nội lực:

- Biểu đồ nội lực là đồ thị biểu diễn sự biến thiên của lực cắt và mô men uốn dọc theo trục của dầm. Nhờ nó ta dễ dàng tìm được các mặt cắt và mô men uốn có trị số lớn nhất. Các mặt cắt đó thường là mặt cắt nguy hiểm. Sau này thường chọn để tính toán điều kiện bền. Trong giáo trình này khi vẽ đồ thị ta quy ước hệ trục được chọn như sau:

- Đối với biểu đồ lực cắt Q hệ trục chọn như hình 12-4a
- Đối với biểu đồ mô men uốn hệ trục chọn như hình 12-4b



Hình 12-4

Ví dụ: Vẽ biểu đồ lực cắt và mô men uốn của dầm tựa trên hai khớp bản lề A và B chịu tải trọng P như hình (12 - 5)

Bài giải:

a) Xác định phản lực tại điểm tựa A và B.

Từ phương trình cân bằng tĩnh học

$$M_A = R_B \cdot l - P \cdot a = 0$$

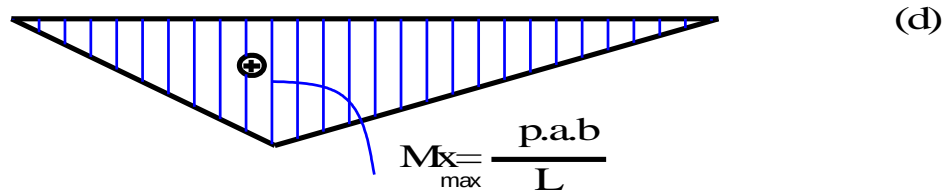
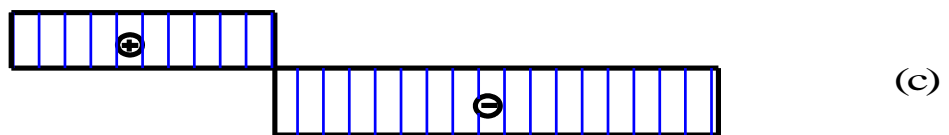
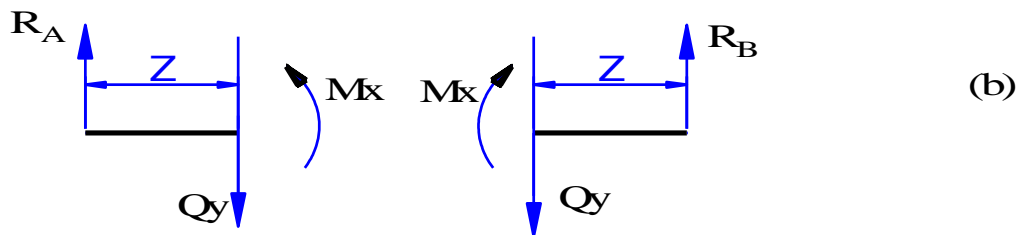
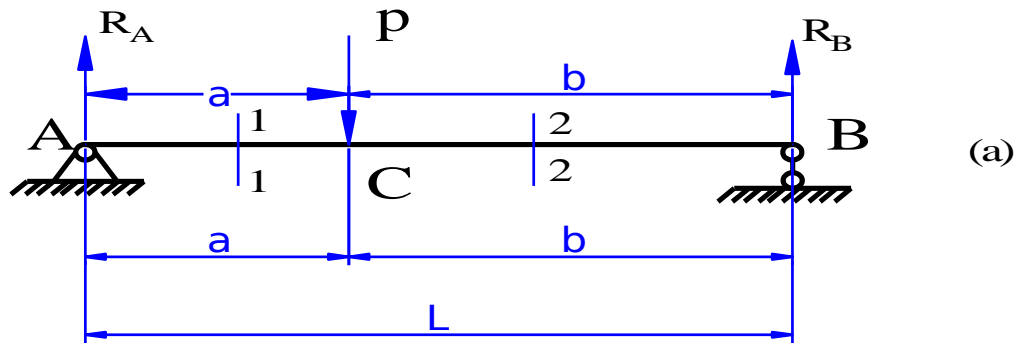
$$M_B = -R_A \cdot l - P \cdot b = 0$$

$$\text{Suy ra: } R_B = \frac{P \cdot a}{l}$$

$$R_A = \frac{P \cdot b}{l}$$

Nếu dùng phương pháp mặt cắt và xét phần dầm có bản lề A thì trên đoạn AC lực cắt và mô men uốn chỉ phụ thuộc vào R_A . Nhưng trên đoạn CB chúng phụ thuộc cả R_A và P . Quy luật biến thiên của Q_y và M_x trên hai đoạn AC và CB khác nhau. Vì vậy phải xét riêng từng đoạn.

b) Biểu đồ lực cắt $Q_y(z)$



Hình 12-5

Tại mặt cắt 1-1 trong đoạn AC ($0 < z < a$) ta thấy:

$$Q_y = R_A - \frac{P \cdot b}{l}$$

Theo quy ước ở 12.2 thì $Q_y = \frac{P \cdot a}{l} > 0$

Tại mặt cắt 2-2 trong đoạn CB ($a < z < l$)

$$Q_y = R_B - \frac{P \cdot a}{L} \quad (Q_y < 0)$$

Biểu đồ lực cắt Q_y có dạng hình (12 - 5c). Ở mặt cắt có lực tập trung P , biểu đồ lực cắt có bước nhảy với trị số bằng P .

c) Biểu đồ mô men uốn M_x .

Tại mặt cắt 1-1 trong đoạn $0 < z < a$

$$M_x = R_A \cdot z - \frac{P \cdot b}{l} \cdot z$$

Theo quy ước dấu ở 12.2 thì $M_x > 0$. Đường biểu diễn là một đường thẳng xác định bởi hai điểm:

$$Z = 0 \quad M_x = 0; \quad Z = a \quad M_x = \frac{Pba}{l}$$

Tại mặt cắt 2-2 trong đoạn a $Z = 1$

$$M_x = R_B (1 - z)$$

Đường biểu diễn cũng là đường thẳng xác định bởi hai điểm:

$$Z = a \quad M_x = R_B \cdot b = \frac{Pba}{l}$$

$$Z = 1 \quad M_x = R_B \cdot 0 = 0$$

Như vậy biểu đồ mô men uốn M_x có dạng hình (12-5a) M_x đạt giá trị lớn nhất $-\frac{Pab}{L}$ tại điểm Q_y đối dấu.

Khi lực tập trung P đặt tại trung điểm của dầm:

$$a = b = \frac{l}{2} \text{ thì:}$$

$$Q_y = \frac{P}{2}; \quad M_{x_{\max}} = \frac{P \cdot L}{4}$$

Ví dụ 2: Vẽ biểu đồ lực cắt và mô men uốn của dầm chịu tải trọng phân bố với cường độ q (N/m).

Giải:

a) Xác định phản lực tại điểm tựa A và B.

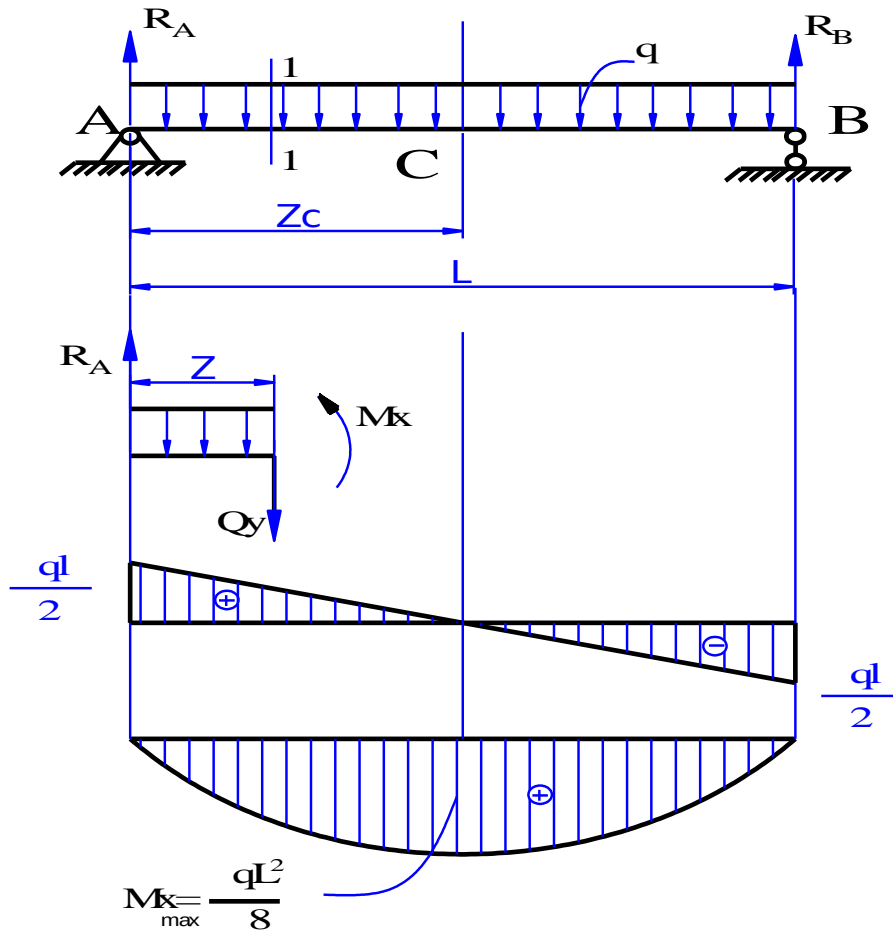
$$\text{Ta có: } Q = ql; \quad Z_c = \frac{l}{2}$$

$$M_A = Q \frac{l}{2} - R_B \cdot l = 0$$

$$M_B = Q \frac{l}{2} - R_A \cdot l = 0$$

$$\text{Suy ra: } R_B = \frac{Q \cdot l}{2l} = \frac{q \cdot l}{2}$$

$$R_A = \frac{Q \cdot l}{2l} = \frac{q \cdot l}{2}$$



Hình 12-6

b) Biểu đồ lực cắt Q_y :

Tại mặt cắt A một đoạn là Z

Ta có: $Q_y = R_A - qz = \frac{ql}{2} - qz = q(\frac{l}{2} - z)$

$Z = 0 \quad Q_y = \frac{ql}{2} ; Z = l \quad Q_y = -\frac{ql}{2}$

$Z = \frac{l}{2} \quad Q_y = 0$; biểu đồ lực cắt Q_y (hình 12 - 6c)

c) Biểu đồ mô men uốn M_x :

Tại mặt cắt bất kỳ cách A một đoạn là Z, ta có:

$M_x = R_A \cdot z - qz \cdot \frac{z}{2} = \frac{q}{2} (lz - z^2)$

Vậy $M_x = 0$ khi $z = 0$

$M_x = 0$ khi $z = l$

$M_x = \frac{ql^2}{8}$ khi $z = \frac{l}{2}$

Biểu đồ mô men uốn M_x có dạng parabol (hình 12 - 6d). Tại điểm giữa của dầm, nơi lực cắt đổi dấu, mô men uốn đạt cực trị: $M_{x_{max}} = \frac{ql^2}{8}$

Ví dụ 3: Vẽ biểu đồ lực cắt và mô men uốn của dầm chịu tác dụng của ngẫu lực tập trung m tại điểm C.

Bài giải:

a) Xác định phản lực tại các điểm tựa

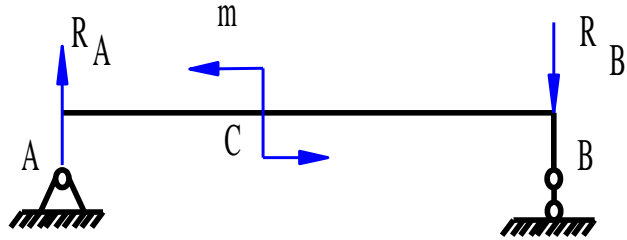
$$M_A = m - R_B \cdot l = 0$$

$$M_B = m - R_A \cdot l = 0$$

$$\text{Suy ra: } R_B = \frac{m}{l}$$

$$R_A = \frac{m}{l}$$

Các phản lực tại điểm tựa R_A R_B tạo thành một ngẫu lực cân bằng với ngẫu lực m .



b) Biểu đồ lực cắt Q_y :

Tại mặt cắt bất kỳ 1-1 trong đoạn AC ($0 \leq z \leq a$) a) $Q_y = R_A = \frac{m}{l}$

Tại mặt cắt bất kỳ 2-2 trong đoạn CB ($a \leq z \leq l$) b) ta vẫn có: $Q_y = R_A = \frac{m}{l}$

Vậy biểu đồ lực cắt Q_y là một đường thẳng song song với trục hoành (hình 12-7b).

c) Biểu đồ mô men uốn M_x :

Tại mặt cắt 1-1 trong đoạn $0 \leq z \leq a$

$$M_x = R_A \cdot z = \frac{m}{l} z \quad M_x > 0$$

$$z = 0 \quad M_x = 0$$

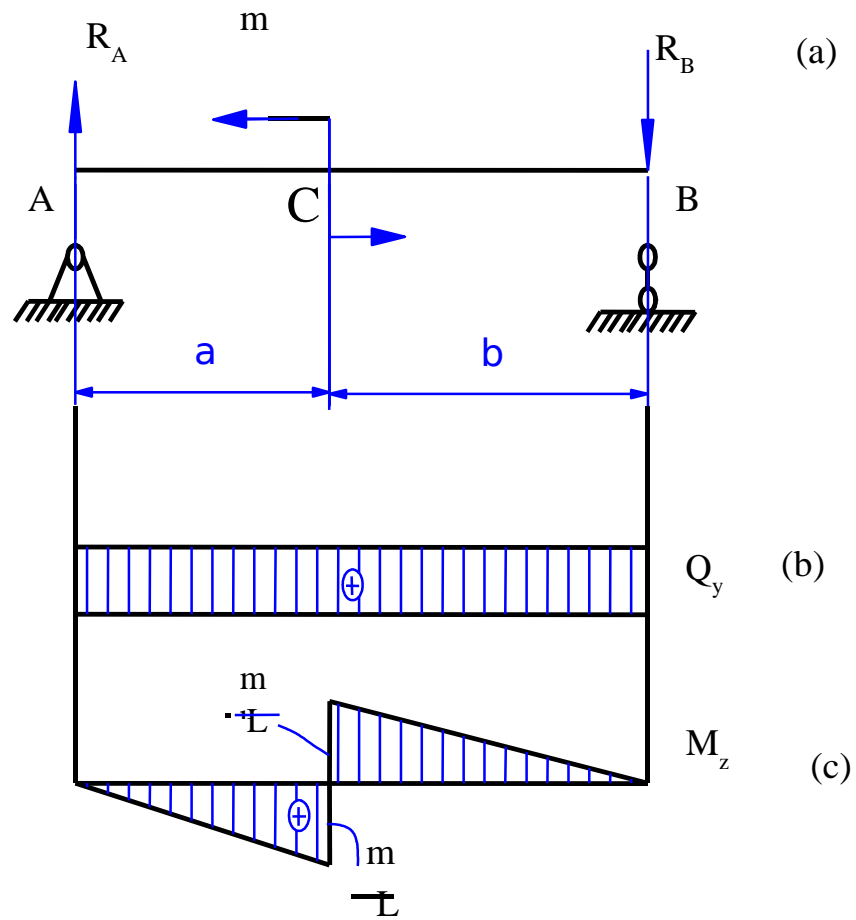
$$z = a \quad M_x = \frac{m}{l} a$$

Tại mặt cắt 2-2 trong đoạn $a \leq z \leq l$

$$M_z = R_A z - m = \frac{m}{l} z - m = m \cdot \frac{z - l}{l}$$

$$z = a \quad M_x = -\frac{mb}{L}$$

$$z = l \quad M_x = 0$$



Hình 12-7

Biểu đồ mô men uốn M_x gồm hai đoạn song song với độ dốc $\frac{m}{l}$.
 Tại mặt cắt có ngẫu lực tập trung m , biểu đồ mô men uốn có bước nhảy
 với trị số m . (Hình 12-7c)

Ví dụ 4: Vẽ biểu đồ lực cắt và mô men uốn của dầm AB chịu tác dụng của tải trọng tập trung P tại nút tự do B.

Giải: Với bài toán này không cần phải xác định trước các phản lực tại điểm tựa. Tại mặt cắt bất kỳ cách nút B một đoạn z (hình 12-8b) ta thấy:

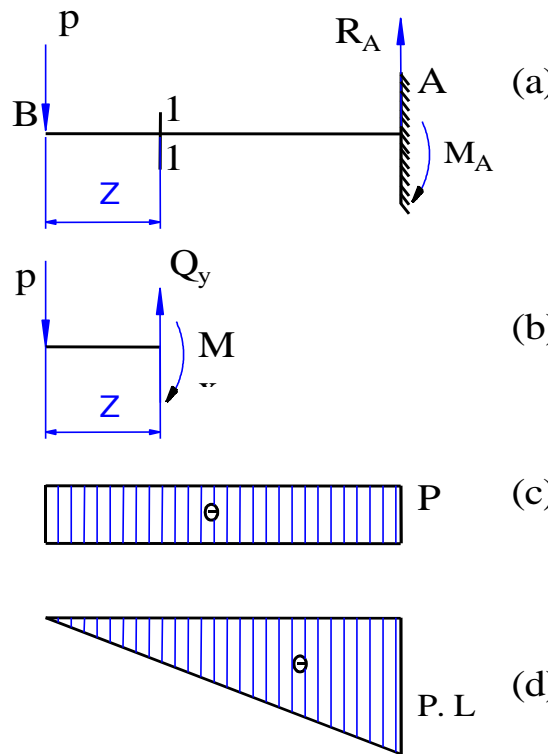
$$Q_y = -P$$

$$M_x = -P.z$$

Vậy $z = 0 \quad M_x = 0$

$$z = 1 \quad M_x = -P.l$$

Biểu đồ lực cắt Q_y và mô men uốn M_x có dạng như hình (12-8c), (12-8d)



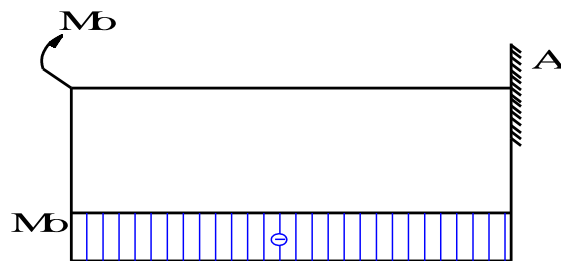
Hình

Phản lực tại A gồm hai thành phần: lực $R_A = P$ và ngẫu lực có mô men $M_A = P.l$

12.3. Dầm chịu uốn thuần túy phẳng:

12.3.1. Định nghĩa:

Một dầm gọi là uốn thuần túy phẳng khi trên mặt cắt ngang của dầm chỉ có một thành phần nội lực là mô men uốn nằm trong mặt phẳng quán tính chính trung tâm. Ví dụ M_x hoặc M_y (hình 12-9).



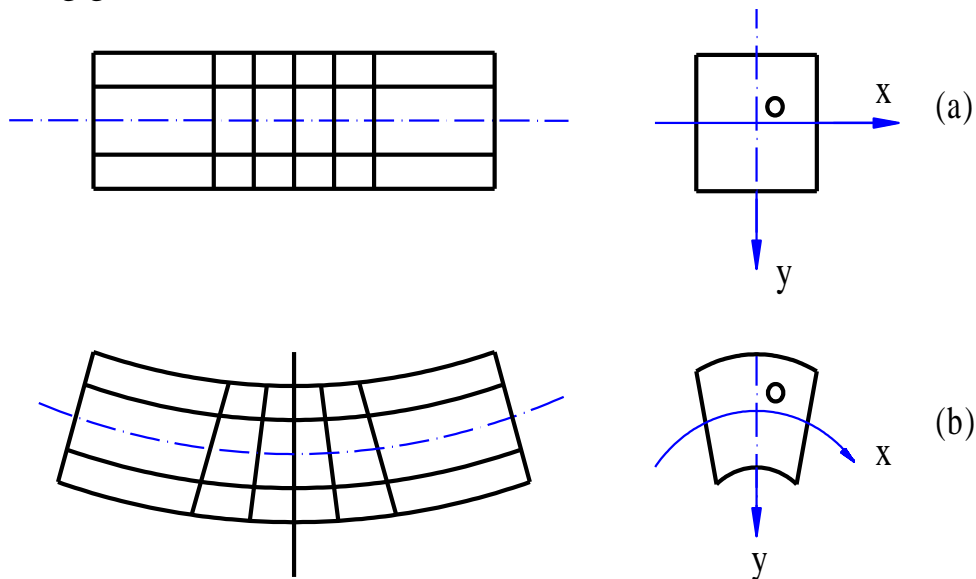
Hình 12-9

12.3.2. Ứng suất pháp trên mặt cắt:

Quan sát một dầm chịu uốn phẳng thuần túy có mặt cắt ngang hình chữ nhật. Trước khi dầm chịu uốn ta vạch lên mặt bên của nó những đường thẳng song song với trục, tượng trưng cho các thớ dọc và những đường thẳng vuông góc với trục biểu thị các mặt cắt ngang (Hình 12 - 10a).

Sau khi dầm bị uốn ta nhận thấy:

- Trục của dầm bị cong đi
- Các vạch song song với trục cũng bị cong đi nhưng vẫn song song với trục.
- Các vạch vuông góc với trục vẫn thẳng và vuông góc với trục dầm đã bị uốn cong.
- Các góc vuông tại giao điểm các vạch dọc và ngang vẫn được duy trì và vuông góc (hình 12 - 10b).

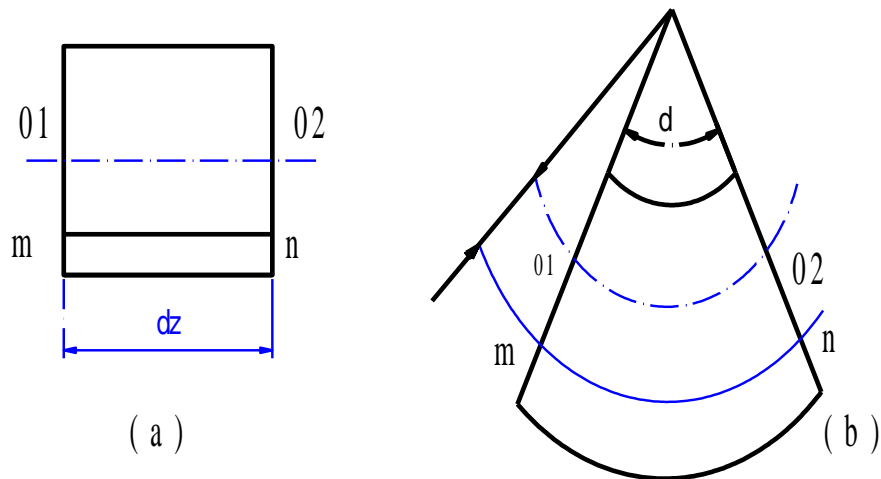


Hình 12-10

Từ những nhận xét trên ta đưa ra hai giả thiết sau:

Giả thiết mặt cắt ngang phẳng và giả thiết về thớ dọc như chương Kéo - Nén.

Tiếp tục quan sát biến dạng của dầm ta thấy các thớ dọc ở phía trên trục dầm bị co lại và các thớ ở phía dưới trục dầm bị giãn ra. Như vậy từ thớ bị co sang thớ bị giãn sẽ có thớ không bị giãn, không bị co, tức là thớ không bị biến dạng. Ta gọi thớ này là thớ trung hòa. Giao tuyến của lớp trung hòa với mặt cắt ngang gọi là đường trung hòa. Đường trung hòa chia mặt cắt ngang thành hai miền: một miền gồm các thớ bị co và miền kia gồm các thớ bị giãn.



Hình 12-11

Vì các thớ ở phía trên bị co nên bề rộng của mặt cắt ngang sẽ bị phình ra ở phía trên. Còn các thớ dưới bị giãn nên bề rộng của mặt cắt ngang sẽ bị hẹp lại ở phía dưới (hình 12 - 10b). Mặt cắt không còn giữ nguyên hình chữ nhật như trước khi biến dạng. Đường trung hòa là một đường cong. Nhưng vì biến dạng nhỏ nên chúng ta có thể coi mặt cắt ngang sau khi biến dạng vẫn là hình chữ nhật và coi đường trung hòa là một đường thẳng. Mặt khác chúng ta chỉ xét trường hợp tải trọng tác dụng trong mặt phẳng chứa trục dầm và trục đối xứng của mặt cắt ngang nên đường trung hòa sẽ vuông góc với đường tải trọng, tức là vuông góc với trục đối xứng của mặt cắt ngang. Biến dạng của dầm chịu uốn phẳng thuần túy chỉ là sự quay của mặt cắt ngang đối với đường trung hòa.

Xét một mặt cắt ngang nào đó và chọn hệ trục tọa độ như sau: Trục Ox là trục đường trung hòa, trục Oy là trục đối xứng. Trục Oz vuông góc với mặt cắt ngang (hình 12 - 10). Theo giả thiết về mặt cắt ngang phẳng. Với nhận xét các ô vuông sau khi biến dạng vẫn vuông. Ta có thể nói rằng trên mặt cắt ngang chỉ có ứng suất pháp, không có ứng suất tiếp. Vì nếu có ứng suất tiếp thì dưới tác dụng của nó mặt cắt ngang sẽ vênh đi và các ô vuông sẽ không giữ nguyên góc vuông nữa. Theo giả thiết về thớ dọc thì $\epsilon_x = \epsilon_y = 0$. Như vậy tại một điểm nào đó trên mặt cắt là trạng thái ứng suất đơn. Sự liên hệ giữa ứng suất pháp σ_z và biến dạng dài ϵ_z . Theo định luật Húc có dạng:

$$\sigma_z = E \cdot \epsilon_z \quad (a)$$

Nếu biết được biến dạng, chúng ta dễ dàng tìm được sự phân bố ứng suất trên mặt cắt ngang. Muốn vậy ta xét một đoạn dầm dz được cắt bởi hai mặt cắt 1-1 và 2-2 (hình 12 - 11a). Sau khi biến dạng hai mặt cắt này tạo với nhau một góc d (hình 12 - 11b). Gọi r là bán kính cong của thớ trung hòa O_1O_2 . Vì thớ trung hòa không biến dạng nên:

$$\overline{O_1O_2} = dz = O_1O_2 = d$$

Xét biến dạng của một thớ mn cách thớ trung hòa một khoảng cách y. Chiều dài của thớ này trước khi biến dạng là:

$$mn = dz = d$$

và sau khi biến dạng: $mn = (d + y) d$

Độ dẫn dài tỷ đối của thớ mn bằng:

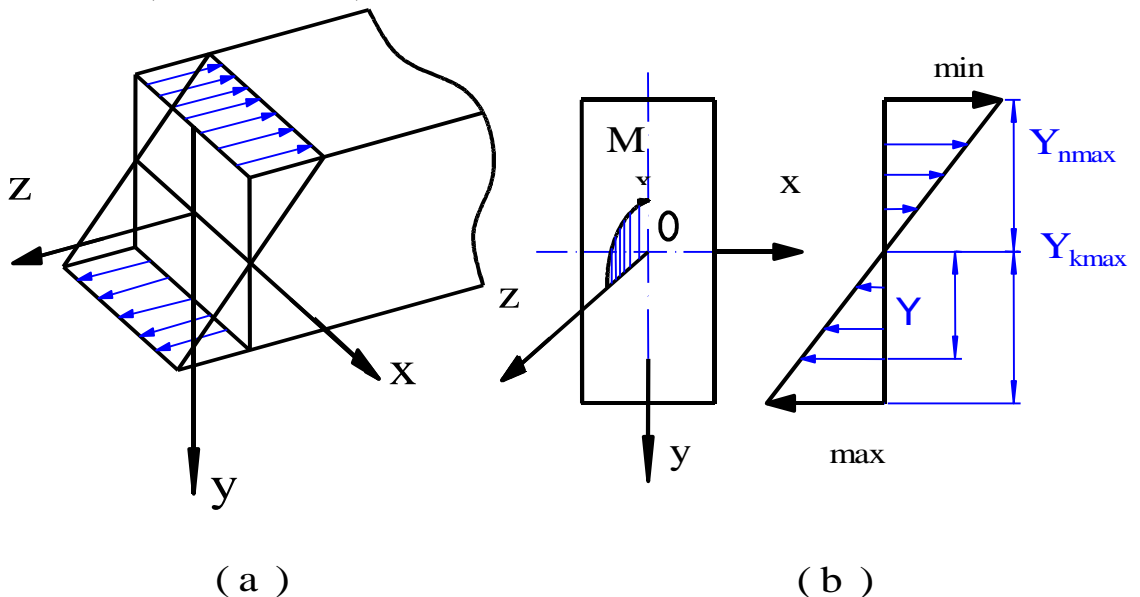
$$\epsilon = \frac{(d + y)d - d}{d} = \frac{y}{d} \tag{b}$$

Thay (a) vào (b) ta được:

$$\epsilon = \frac{y}{d} = \frac{y}{r} = \frac{y}{\rho} \tag{12 - 1}$$

Tại một mặt cắt ngang bán kính () có trị số xác định E là một hằng số. Vậy quy luật phân bố ứng suất pháp trên mặt cắt ngang là phẳng (hình 12-12). Giao tuyến của mặt phẳng ứng suất với mặt cắt chính là trục trung hòa. Rõ ràng ứng suất pháp trên các đường thẳng song song với trục trung hòa có trị số như nhau. Do đó ta có thể vẽ biểu đồ phân bố ứng suất pháp đơn giản như trên (hình 12 - 12b) qua biểu đồ phân bố ứng suất pháp trên mặt cắt ngang ta thấy:

- Trên mặt cắt ngang chia làm hai miền: một miền chịu kéo và miền kia chịu nén.
- Các điểm có trị số ứng suất pháp lớn nhất là các điểm xa trục trung hòa nhất (hình 12 - 12b).



Hình 12-12

12.3.3. Biểu thức liên hệ giữa ứng suất pháp với thành phần mô men uốn nội lực.

Xét mặt cắt ngang có mô men uốn M_x theo ta có:

$$M_x = \int_F z y \cdot dF \quad (a)$$

Thay giá trị từ (12 - 1) vào (a) ta có quan hệ:

$$M_x = \int_F y^2 dF = \frac{E}{F} \int_F y^2 dF$$

Trong đó $J_x = \int_F y^2 dF$ là mô men quán tính của mặt cắt ngang đối với trục trung hòa:

$$\text{Vậy } M_x = \frac{E}{J_x} \int_F y^2 dF \quad (12 - 2)$$

So sánh (12 - 1) và (12 - 2) ta suy ra công thức ứng suất pháp trên mặt cắt ngang như sau: $\sigma_z = \frac{M_x}{J_x} \cdot y$ (12 - 3)

3)

12.3.4. Vị trí trục trung hòa:

Từ định nghĩa về uốn phẳng thuần túy ta suy ra trên mọi mặt cắt ngang thành phần lực dọc bằng không ($N_z = 0$) theo ta có:

$$N_z = \int_F z \cdot dF = 0$$

Thay giá trị từ (12 - 1) vào biểu thức trên ta được:

$$N_z = \frac{E}{F} \int_F y \cdot dF = 0$$

Trong đó $S_x = \int_F y \cdot dF$ là mô men tĩnh của mặt cắt ngang đối với trục trung hòa.

$$\text{Vậy } N_z = \frac{E}{F} \cdot S_x = 0$$

Vì $\frac{E}{F} \neq 0$ nên suy ra $S_x = 0$. Vậy trục trung hòa là một trục trung tâm trong hệ trục tọa độ như đã chọn, trục y là một trục quán tính chính trung tâm trùng với đường tải trọng. Khi đó trục trung hòa chính là một trục quán tính chính trung tâm thứ hai và vuông góc với đường tải trọng (hình 12 - 2).

12.3.5. Ứng suất kéo và nén lớn nhất.

Từ biểu đồ phân bố ứng suất pháp trên mặt cắt ngang ta đã có nhận xét là ứng suất pháp có trị số tuyệt đối lớn nhất tại các điểm xa nhất tính từ trục trung hòa nhất.

Nếu trục trung hòa là một trục đối xứng, ví dụ mặt cắt ngang hình chữ nhật, hình tròn, chữ I... thì ta thấy ứng suất kéo và ứng suất nén lớn nhất có trị số tuyệt đối bằng nhau.

Ví dụ: Mặt cắt ngang là hình chữ nhật có kích thước là $b \times h$ (12 - 13)

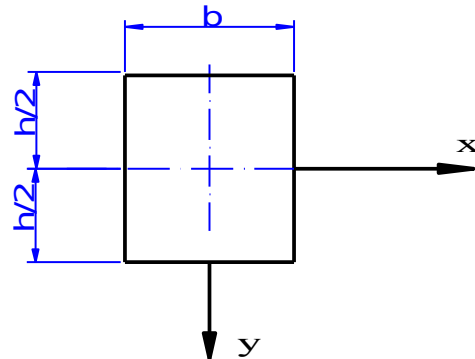
$$| \sigma_z |_{\max} = \frac{M_x}{W_x}$$

Trong đó $W_x = \frac{J_x}{h/2} = \frac{2bh^3}{12h} = \frac{bh^2}{6}$

Mặt cắt ngang là hình tròn có

bán kính R: $| \sigma_r |_{\max} = \frac{M_x}{W_x}$

Trong đó $W_x = 0,1d^3$.



Hình 12-13

Đại lượng W_x gọi là mô đun chống uốn của mặt cắt ngang. Nó phụ thuộc vào hình dạng, kích thước của mặt cắt ngang và có thứ nguyên là [chiều dài]³.

Nếu mặt cắt ngang không đối xứng qua trục trung hòa, thì ứng suất kéo lớn nhất và ứng suất nén có trị số tuyệt đối lớn nhất được xác định bởi các công thức sau:

- Ứng suất kéo lớn nhất $\max \sigma_z = \frac{M_x}{J_x} |y^k| = \frac{|M_x|}{w_x^k}$

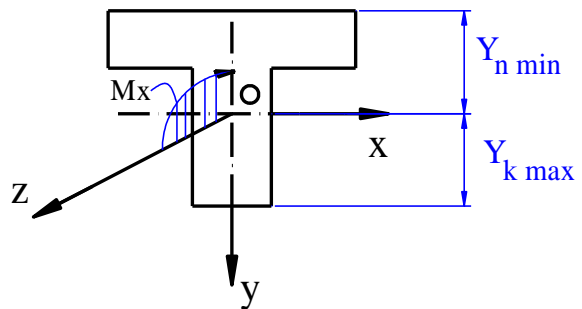
Trong đó $w_x^k = \frac{J_x}{|y^k|_{\max}}$; $|y^k|_{\max}$ là tọa độ của điểm biên chịu kéo có giá trị lớn nhất.

- Ứng suất nén lớn nhất về trị số tuyệt đối.

$$\max | \sigma_z^n | = \frac{|M_x|}{J_x} |y^n|_{\max} = \frac{|M_x|}{w_x^n}$$

Trong đó $w_x^n = \frac{J_x}{|y^n|_{\max}}$; $|y^n|_{\max}$ là tọa độ của điểm biên chịu nén có trị số tuyệt đối lớn nhất.

$w_x^k; w_x^n$ là các mô đun chống uốn của mặt cắt ngang trong miền kéo hoặc nén. Ta thấy với cùng một trị số mô men uốn thì các trị số ứng suất lớn nhất trên mặt cắt ngang tỷ lệ nghịch với trị số mô đun chống uốn. Như vậy cùng với mặt cắt ngang có diện tích F, nếu mô men chống uốn càng lớn thì



Hình 12-14

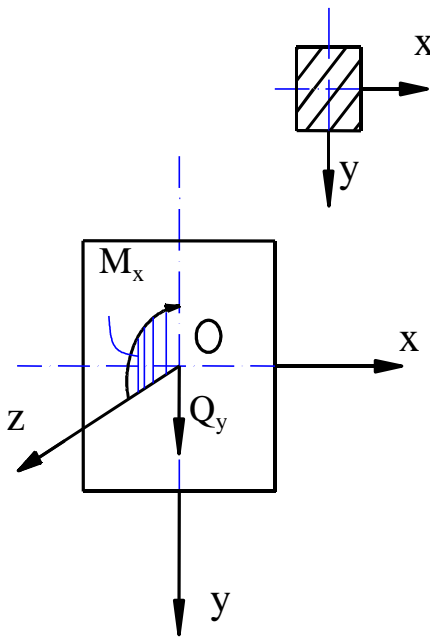
12.4. Uốn ngang phẳng.

12.4.1. Định nghĩa:

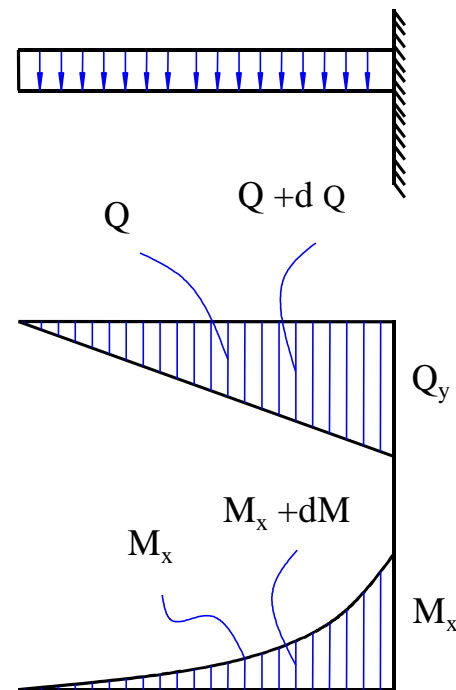
Một dầm gọi là chịu uốn ngang phẳng khi trên mặt cắt ngang của nó có hai thành phần nội lực là lực cắt Q_y và mô men uốn M_x (hoặc Q_x và M_y).

12.4.2. Ứng suất pháp trên mặt cắt:

Trong uốn ngang phẳng, mặt cắt ngang có lực cắt. Lực cắt này do ứng suất tiếp tạo thành. Các ứng suất tiếp trên mặt cắt ngang phân bố không đều theo chiều cao của nó. Do ảnh hưởng đó các biến dạng góc cũng có trị số thay đổi theo chiều cao của mặt cắt ngang làm cho mặt cắt ngang sau khi bị uốn không còn phẳng nữa mà hơi bị vênh theo hình chữ S (hình 12 - 17). Tuy nhiên trong trường hợp lực cắt bằng hằng số thì các mặt cắt ngang đều vênh như nhau, do đó sự vênh không có ảnh hưởng đến độ dẫn hoặc độ co như đã nghiên cứu trong uốn phẳng thuần túy. Bởi vậy công thức tính ứng suất pháp (12 - 3) vẫn còn đúng trong trường hợp uốn ngang phẳng.



Hình 12-15



Hình 12-16

Nếu mặt cắt ngang hoặc lực cắt thay đổi theo chiều dọc trục thì công thức (12 - 3) sẽ có một sai sót trong phạm vi bé hơn 5%, sai số đó có thể bỏ qua được.

Tóm lại, ứng suất pháp trên mặt cắt ngang vẫn được tính theo công thức (12 - 3).

$$\sigma_z = \frac{M_x}{J_x} \cdot y$$

12.4.3. Ứng suất tiếp trên mặt cắt ngang:

Trong tính toán sau này người ta thường bỏ qua ảnh hưởng của ứng suất tiếp do lực cắt. Khi cần kể đến ảnh hưởng đó người ta có thể sử dụng công thức của Juraxki dưới dạng:

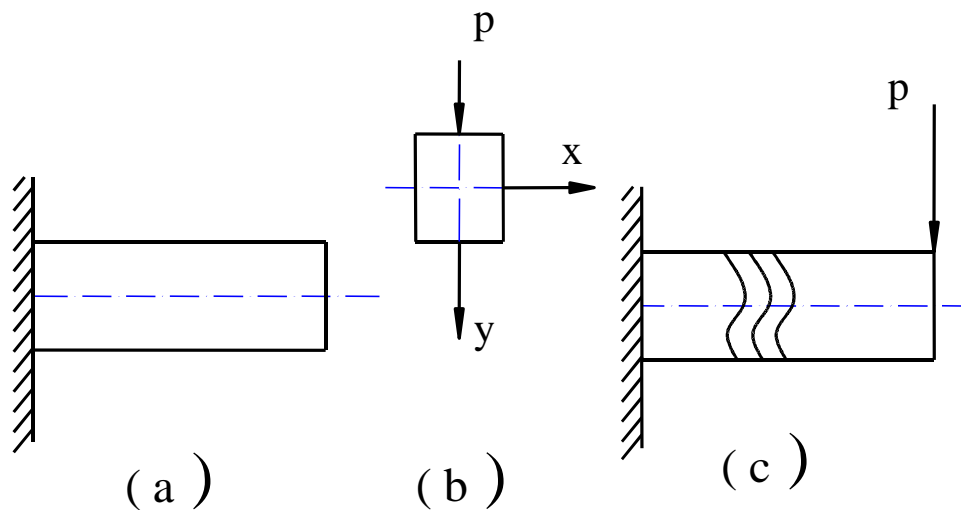
$$\tau_{zy} = \frac{Q_y \cdot S_x^c}{b^c \cdot J_x} \quad (12 - 8)$$

Trong đó:

τ_{zy} : ứng suất tiếp có phương của lực cắt Q_y

J_x : mô men quán tính của mặt cắt ngang đối với trục trung hòa.

b : là chiều rộng của mặt cắt đi qua điểm tính ứng suất vuông góc với chiều của ứng suất tiếp; S_x^c : mô men tĩnh của phần mặt cắt ngang bị cắt đối với trục trung hòa (hình 12 - 17).



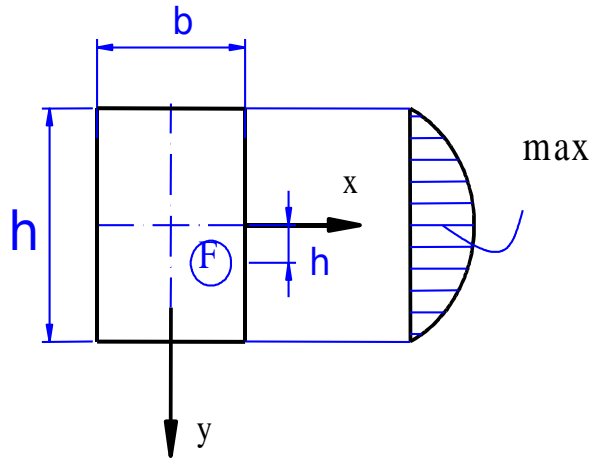
Hình 12-17

Ví dụ: Mặt cắt ngang hình chữ nhật theo (H12 - 18a)

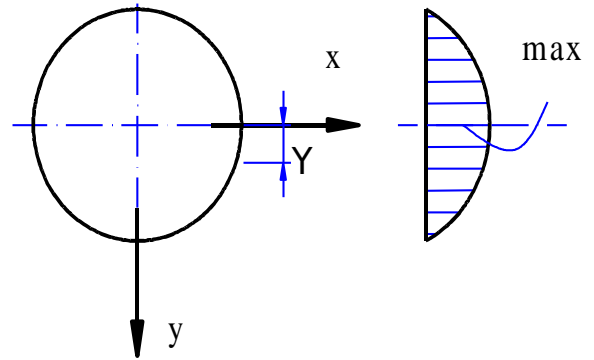
$$S_x^c = \frac{b}{2} \frac{h^2}{4} y^2 ; J_x = \frac{bh^3}{12}$$

$$\text{Suy ra: } \tau_{zy} = \frac{3Q_y}{2bh} \left(1 - \frac{4y^2}{h^2} \right)$$

Biểu đồ phân bố ứng suất tiếp trên mặt cắt ngang, chữ nhật được biểu diễn trên (hình 12 - 18a). Tại các điểm trên trục trung hòa ứng suất tiếp đạt trị số lớn nhất: $\max \frac{3Qy}{2bh} \quad \frac{3Qy}{2F}$



Hình 12-18a



Hình 12-18b

- Mặt cắt ngang là hình tròn:

$$\tau_y = \frac{4Qy}{3 R^4} (R^2 - Y^2)$$

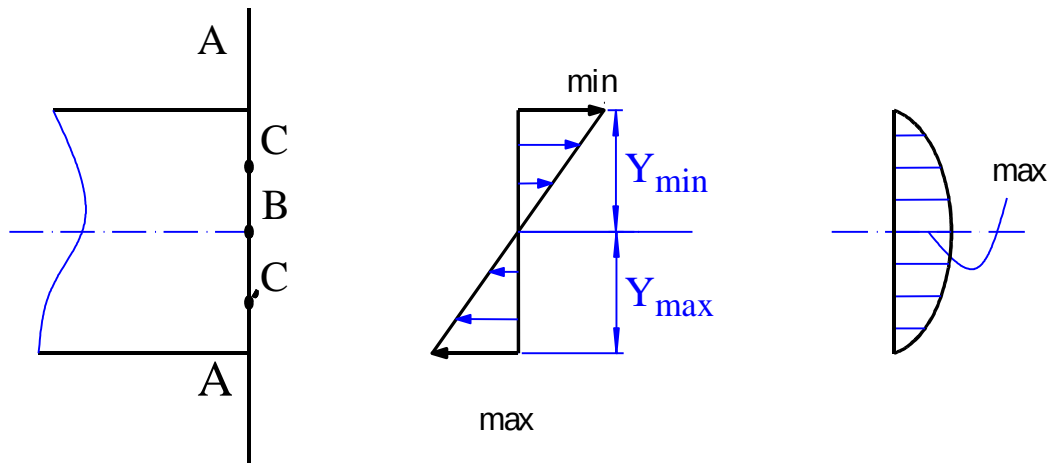
Biểu đồ ứng suất tiếp trên mặt cắt ngang cho trên hình (12 - 18a) ứng suất tiếp tại các điểm trên trục trung hòa đạt giá trị lớn nhất.

$$\max \frac{4Qy}{3 R^2} \quad \frac{4Qy}{3F}$$

12.4.4. Điều kiện bền của dầm chịu uốn ngang phẳng, mặt cắt hợp lý của dầm:

Đối với dầm chịu uốn ngang phẳng, do trên mặt cắt ngang có cả ứng suất tiếp và ứng suất pháp nên việc tìm vị trí nguy hiểm và viết điều kiện bền có phức tạp hơn. Dựa vào biểu đồ phân bố ứng suất pháp và tiếp dọc theo chiều cao, ta thấy có ba loại trạng thái ứng suất (hình 12 - 19).

- Ở các điểm ngoài mép, xa trục trung hòa nhất. Ví dụ các điểm A, trạng thái ứng suất đơn.



Hình 12-19

Điều kiện bền là:

a) Đối với vật liệu dẻo:

$$\left| z \right|_{\max} \frac{Mx}{W_x} \leq [\sigma] \quad (12 - 9)$$

b) Đối với vật liệu giòn:

$$\max_z \frac{Mx}{W_x^k} \leq [\sigma]^k \quad (12 - 10)$$

$$\max_z \frac{Mx}{W_x^n} \leq [\sigma]^n$$

- Điểm trên trục trung hòa. Ví dụ điểm B, phân tố ở trạng thái trượt thuần túy. Điều kiện bền là:

$$\max_{\tau} \tau \leq [\tau] \quad (12 - 11)$$

- Những điểm có cả ứng suất tiếp và ứng suất pháp, ví dụ điểm C. Phân tố này ở trạng thái ứng suất phẳng nên để kiểm tra bền ta không thể làm như ở trạng thái ứng suất đơn. Độ bền của phân tố đang xét tương đương với độ bền của trạng thái ứng suất tương đương. Vậy điều kiện bền được viết là:

$$\max_{\sigma_{td}} \sigma_{td} \leq [\sigma] \quad (12 - 12)$$

Trong đó σ_{td} là ứng suất tính toán ở trạng thái ứng suất đơn tương đương cho trạng thái ứng suất phẳng đang xét.

Để tìm quan hệ σ_{td} với các ứng suất đang xét ta đưa vào các giả thuyết. Mỗi giả thuyết căn cứ vào một đại lượng cơ học nào đó để suy diễn. Người ta gọi đó là các thuyết bền.

Ví dụ: Theo thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất. Ứng suất tính toán tương đương của một điểm C nào đó $\sigma_{td}(c)$ và τ_c như (hình 12 - 20) có dạng:

Theo thuyết bền thế năng biến đổi hình dáng

$$\sigma_{td(c)} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2}{z(c)} \frac{4}{c^2}}$$

$$\sigma_{zc} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2}{z(c)} \frac{4}{c^2}}$$

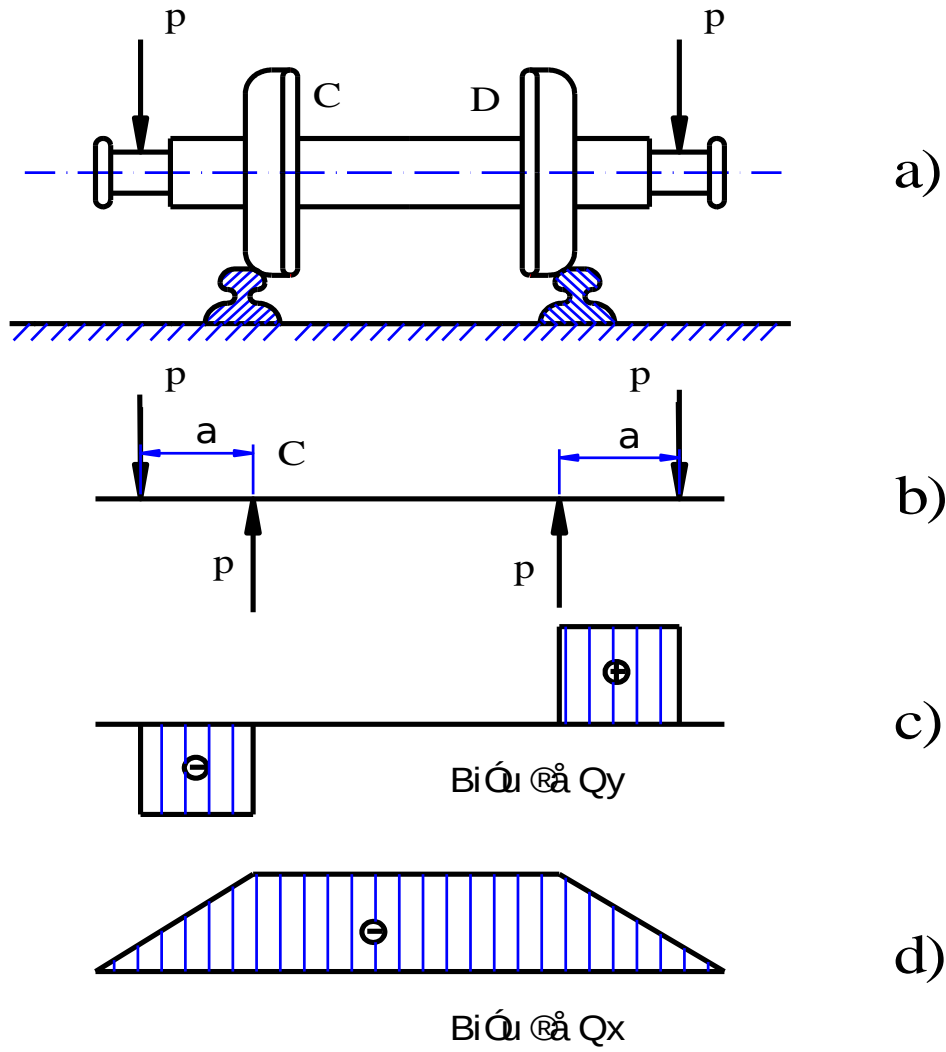
Hai thuyết bền trên dùng cho vật liệu dẻo, thuyết bền Mo dùng cho vật liệu giòn trong đó $\sigma = [\sigma]_k / [\sigma]_n$.

Thực tế do trị số của ứng suất tiếp trong trường hợp dầm chịu uốn thường rất bé so với trị số ứng suất pháp nên nó thường được bỏ qua. Do đó điều kiện bền (12 - 9) và (12 - 10) gọi là điều kiện bền cơ bản khi uốn.

Ví dụ 5:

Xác định đoạn trục bánh xe hoả nằm giữa hai bánh chịu lực như trên hình 12-20. Cho biết $P = 63\text{kN}$; $a = 22,8\text{cm}$. Vật liệu có giới hạn chảy $\sigma_{ch} = 26\text{kN/cm}^2$. Lấy hệ số an toàn $n = 6,3$.

Giải: Trước hết ta chọn sơ đồ lực (hình 12-20a) và vẽ biểu đồ lực cắt Q_y (hình 12-20c) và mô men uốn (hình 12-20d). Đoạn trục nằm giữa hai bánh chịu uốn phẳng thuần túy. Giá trị mô men uốn $M_x = P \cdot a = 63 \cdot 22,8 = 1436,4\text{kNcm}$.



Hình 12-20

Mô men chống uốn của mặt cắt ngang tròn có giá trị $W_x = 0,1d^3$.

Trị số ứng suất cho phép:

$$\frac{ch}{n} = \frac{26}{6,3} \left(\frac{KN}{cm^2} \right)$$

Theo công thức (12-6) ta có:

$$0,1d^3 = \frac{M_x}{[\]}$$

$$\text{hay } d = \sqrt[3]{\frac{1436,4 \cdot 6,3}{0,1 \cdot 26}} = 15,2 \text{ cm}$$

Ví dụ 6: Cho dầm chịu lực như trên hình 12-21. Chọn đường kính của dầm. Cho hai trường hợp: dầm có mặt cắt ngang không đổi, dầm có ba bậc (hình 12-22). Biết $l = 80 \text{ mm}$, $P = 5000 \text{ N}$, $[\] = 16000 \text{ N/cm}^2$. Bỏ qua trọng lượng bản thân.

Giải:

a) Dầm có mặt cắt ngang không đổi:

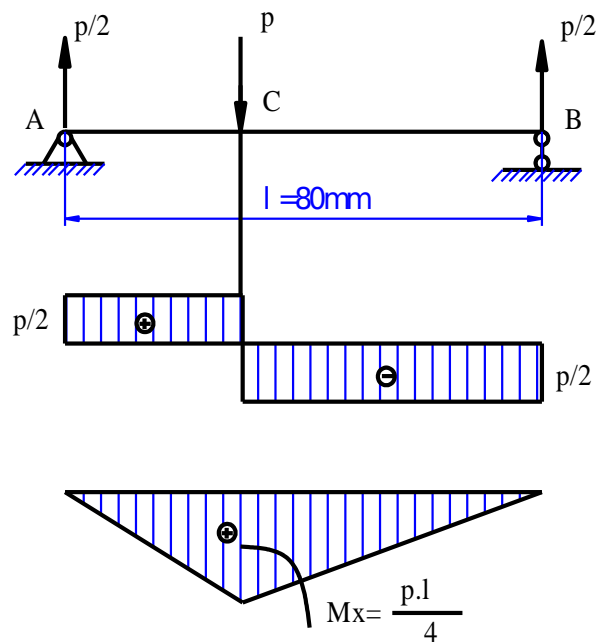
Từ điều kiện (12-9) ta

có:

$$0,1d^3 = \frac{M_x}{[\]}$$

Trong đó:

$$M_{x \max} = \frac{5000 \cdot 80}{4} = 10^5 \text{ N.cm}$$



Hình 12-21

Với kích thước $d_2 = 3,6\text{cm}$, nếu kiểm tra điều kiện bền theo ứng suất tiếp lớn nhất ta thấy vẫn thỏa mãn. Ở đây ta không kiểm tra điều kiện bền theo (12-12) vì mặt cắt ngang là tròn.

Chương 13 thanh chịu lực phức tạp

1/ Mục đích:

Cung cấp những kiến thức khi khảo sát thanh chịu lực phức tạp: Uốn xiên, uốn và kéo (nén) đồng thời, uốn và xoắn đồng thời.

2/ Yêu cầu:

Xác định được nội lực của thanh, vẽ được biểu đồ nội lực, giải được các bài toán xét điều kiện bền.

Khi trên mặt cắt ngang của thanh xuất hiện nhiều thành phần nội lực, ta gọi thanh đó là thanh chịu lực phức tạp. Để thiết lập các công thức về ứng suất, biến dạng ta sẽ áp dụng "nguyên lý cộng tác dụng" có nghĩa: ứng suất, biến dạng do nhiều yếu tố gây ra đồng thời trên một thanh bằng tổng ứng suất hay biến dạng do từng yếu tố một gây ra trên thanh đó.

Trong bài toán về chịu lực phức tạp, ảnh hưởng của lực cắt đến độ bền thường là nhỏ ta có thể bỏ qua, nên không đề cập trong chương này. Khi cần kể đến ảnh hưởng của nó ta vẫn sử dụng theo nguyên lý cộng tác dụng.

Trong thực tế ta thường gặp một số bài toán chịu lực tác dụng sau:

13.1. Thanh uốn xiên:

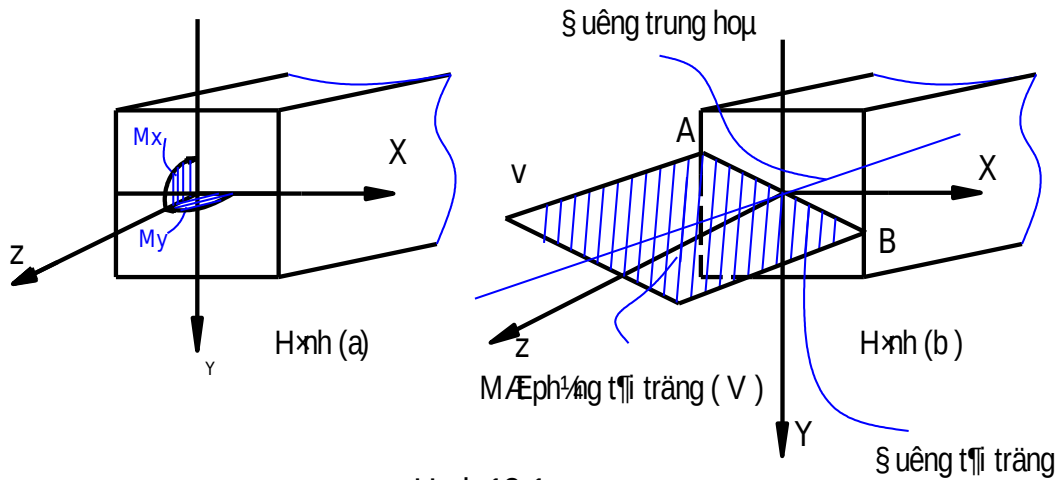
13.1.1. Định nghĩa:

Một thanh gọi là chịu uốn xiên khi trên mặt cắt ngang có hai thành phần nội lực là: M_x và M_y nằm trong các mặt phẳng quán tính chính trung tâm của mặt cắt ngang (hình 13-1). Khi chú ý đến lực cắt trên mặt cắt ngang có thể có các thành phần nội lực M_x , Q_y , M_y và Q_x .

Gọi \bar{M} là vectơ tổng của các vectơ \bar{M}_x, \bar{M}_y . Ta có:

$$M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}$$

Mô men uốn M nằm trong mặt phẳng V , chứa trục z , nhưng không trùng với một mặt phẳng quán tính chính trung tâm nào. Giao tuyến của mặt phẳng này với mặt phẳng cắt ngang gọi là đường tải trọng. Trong uốn xiên đường tải trọng đi qua trọng tâm nhưng không trùng với một trục quán tính chính trung tâm nào (Hình 13-1b).



Hình 13-1

13.1.2. Ứng suất pháp trên mặt cắt ngang.

Theo nguyên lý cộng tác dụng, ứng suất pháp tại một điểm bất kỳ trên mặt cắt ngang có tọa độ x, y được tính theo công thức:

$$\sigma = \frac{M_x}{j_x} y + \frac{M_y}{j_y} x \tag{13-1}$$

Trong đó quy ước M, được coi là dương khi làm căng chiều dương của trục y và M, được coi là dương khi làm căng chiều dương của trục x.

Trong kỹ thuật người ta dùng công thức sau để không cần chú ý đến dấu của M_x, M_y, tọa độ x, y:

$$\sigma = \frac{|M_x|}{j_x} |y| + \frac{|M_y|}{j_y} |x| \tag{13-2}$$

Trong đó các giá trị đều lấy trị số tuyệt đối. Còn lấy dấu "+" hoặc dấu (-) trước mỗi số hạng tùy theo các mô men uốn M_x, và M_y gây ra ứng suất kéo hay nén ở điểm đang xét.

Nếu gọi α là góc của đường tải trọng hợp với trục x (hình 13-1b) thì phương của đường tải trọng được xác định theo công thức:

$$\tan \alpha = \frac{M_x}{M_y}$$

suy ra $M_x = M \sin \alpha$; $M_y = M \cos \alpha$

Góc α được gọi là dương khi quay từ chiều dương trục x đến chiều dương trục y gặp đường tải trọng.

13.1.3. Vị trí đường trung hòa:

Từ (13-1) phương trình đường trung hòa là:

$$\frac{M_x}{j_x} y + \frac{M_y}{j_y} x = 0 \tag{13-3}$$

hay $y = -x \tan \alpha$ (13-4)

$$\text{Trong đó } \operatorname{tg} \alpha = \frac{M_y \cdot j_x}{M_x \cdot j_y} \text{ hay } \operatorname{tg} \beta = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \cdot \frac{j_x}{j_y} \quad (13-5)$$

Vậy đường trung hòa là một đường thẳng đi qua trọng tâm mặt cắt ngang và không vuông góc với đường tải trọng như trong uốn phẳng. Từ biểu thức (13-5) ta rút ra một nhận xét là đối với các mặt cắt ngang có vô số hệ trục quán tính chính trung tâm như hình tròn, các đa giác đều cạnh... thì không xảy ra hiện tượng uốn xiên phẳng. Vì khi đó đường tải trọng sẽ trùng với một trục quán tính chính trung tâm, còn đường trung hòa sẽ trùng với một trục quán tính chính trung tâm thứ hai vuông góc với đường tải trọng, đối với các hình này $I_x = I_y$ nên $\operatorname{tg} \alpha = -1$. Bài toán khi đó chỉ là uốn phẳng.

13.1.4. Biểu đồ ứng suất pháp trên mặt cắt ngang

Theo (13-1) mặt ứng suất là mặt phẳng, nên ứng suất pháp phân bố đều trên đường thẳng song song với đường trung hòa. Do đó ta có thể vẽ biểu đồ phân bố ứng suất pháp trên mặt cắt ngang trong hệ tọa độ như hình 13-2. Trục tung là đường trung hòa, trục hoành vuông góc với đường trung hòa.

13.1.5. Điều kiện bền:

Từ biểu đồ phân bố ứng suất pháp trên mặt cắt ngang ta thấy điểm nguy hiểm là các điểm xa đường trung hòa nhất về phía kéo hoặc phía nén. Trạng thái ứng suất của điểm nguy hiểm là trạng thái ứng suất đơn. Vậy điều kiện bền có dạng:

- Đối với vật liệu dẻo:

$$\sigma_{\max} \leq \sigma_k \quad (13-6)$$

- Đối với vật liệu giòn:

$$\sigma_{\max} \leq \sigma_k \quad (13-7)$$

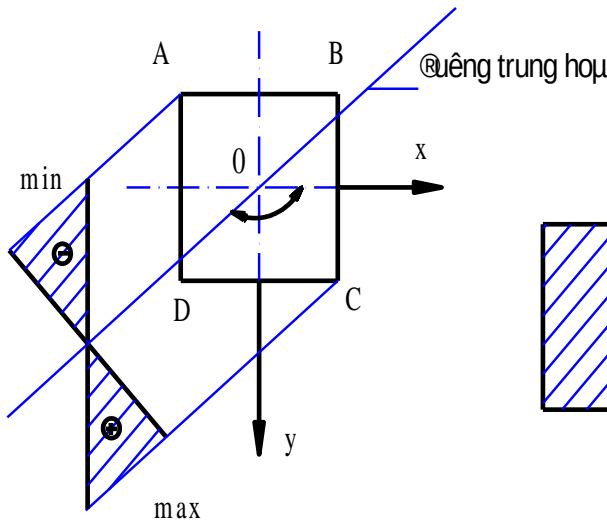
trong đó:

$$\sigma_{\max} = \frac{|M_x|}{I_x} |y_k| \leq \frac{|M_y|}{I_y} |x_k| \quad (13-8)$$

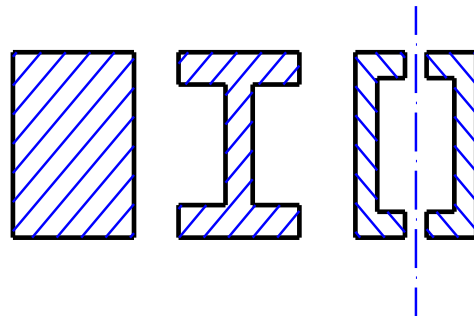
$$\sigma_{\min} = \frac{|M_x|}{I_x} |y_n| \leq \frac{|M_y|}{I_y} |x_n| \quad (13-9)$$

x_k, y_k là tọa độ của điểm chịu kéo cách xa đường trung hòa nhất.

x_n, y_n là tọa độ của điểm chịu nén cách xa đường trung hòa nhất.



Hình 13-2



Hình 13-3

Nếu mặt cắt ngang của thanh là những mặt cắt có thể nội tiếp trong hình chữ nhật có dạng như trên hình 13-3 thì:

$$x_k = x_n = x_{\max} \quad \text{khi đó} \quad y_k = y_n = y_{\max}$$

$$\begin{matrix} \max \\ \min \end{matrix} \quad (13-10)$$

trong đó:

$$W_x = \frac{J_x}{|y_{\max}|}; \quad W_y = \frac{J_y}{|x_{\max}|}; \quad (13-11)$$

Trường hợp này điều kiện bền sẽ là:

- Đối với vật liệu dẻo:

$$\frac{|M_x|}{W_x} \leq \frac{|M_y|}{W_y} \quad (13-12)$$

- Đối với vật liệu giòn:

$$\frac{|M_x|}{W_x} \leq \frac{|M_y|}{W_y} \cdot k \quad (13-13)$$

Từ điều kiện bền trên ta suy ra ba bài toán cơ bản sau:

- Kiểm tra bền theo (13-7) hoặc (13-8) hoặc (13-9):

- Tìm tải trọng cho phép. Gọi $[P_i]$ tải trọng suy rộng cho phép (tải trọng tập trung, tải trọng phân bố, mô men tập trung hay mô men phân bố) thì tại mặt cắt nguy hiểm ta có:

$$M_x = k_1[P_i]; \quad M_y = k_2[P_i];$$

k_1, k_2 là các hằng số. Từ điều kiện bền, ví dụ theo (13-13) ta suy ra:

$$\frac{k_1[P_i]}{W_x} \leq \frac{k_2[P_i]}{W_y} \quad []$$

$$\text{hay} \quad [P_i] \leq \frac{[]}{\frac{k_1}{W_x} - \frac{k_2}{W_y}} \quad (13-14)$$

- Chọn kích thước mặt cắt ngang:

Vì chưa biết trị số $I_x, I_y, x_k, x_n, y_k, y_n$, nên đầu tiên ta có thể chọn thử bằng cách tính theo uốn phẳng do thành phần mô men đòi hỏi kích thước lớn sau đó thử dần.

Đối với các mặt cắt nội tiếp được trong hình chữ nhật (hình 13-3) đầu tiên ta có thể tính theo công thức:

$$W_x \frac{M_x + C.M_y}{[\sigma]} \tag{13-15}$$

trong đó $C = W_x/W_y$ (13-16)

Đối với hình chữ nhật có chiều cao h và bề rộng b thì $c = h/b$.

Đối với mặt cắt hình chữ I lúc đầu có thể lấy $c=8$, và hình chữ U, $c=6$; sau đó kiểm tra tính toán lại.

Ví dụ 13-2: Cho dầm chịu lực như hình 13-4a. Xác định số hiệu mặt cắt dầm thép chữ I, vị trí đường trung hòa. Cho $P = 2.400N$; $q=4.000N/m$; $L= 2m$; $\alpha = 30^\circ$; $[\sigma] = 16.000N/cm^2$.

Bài giải:

Mặt cắt nguy hiểm tại ngàm

có:

$$M_x = \frac{ql^2}{2} + Pl \cos \alpha$$

$$= \frac{4000 \cdot 4}{2} + 2400 \cdot 2 \cdot 0,866 = 12160 Nm$$

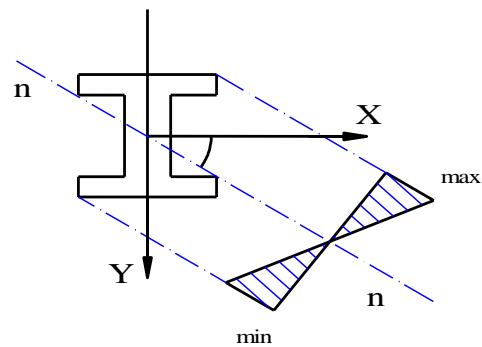
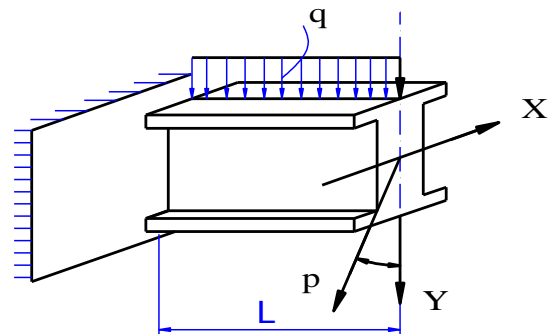
$$M_y = Pl \sin \alpha = 2400 \cdot 2 \cdot 0,5 = 2400 Nm$$

Thử lần thứ nhất ta lấy $c = 8$

Theo công thức (13-16):

$$W_x \frac{M_x + C.M_y}{[\sigma]} = \frac{12160 + 8 \cdot 2400}{16000} \cdot 10^8$$

$$= 196 cm^3$$



Hình 13-4

Ta chọn mặt cắt chữ I số 20. Có các trị số nhỏ hơn và gần nhất $W_x = 184 cm^3$; $W_y = 23,1 cm^3$.

Thử lại:

$$\sigma_{max} = - \sigma_{min} =; \sigma_{max} = \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} = \frac{1216000}{184} + \frac{240000}{23,1} = 17000 N/cm^2$$

$$\text{Vĩ} \frac{\frac{\max}{[\]} [\]}{[\]} \cdot 100 = \frac{17000}{16000} \cdot 100 = 6,2\% \quad 5\%$$

Do đó ta lấy mặt cắt số 20a có $W_x = 203\text{cm}^3$; $W_y = 28,2\text{cm}^3$.

$$\text{Khi đó} \quad \frac{\max}{[\]} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{M_y}{W_y} = \frac{1216000}{203} = \frac{240000}{28,2} = 14500\text{N/cm}^2$$

Ứng suất nhỏ hơn:

$$\frac{\frac{\max}{[\]} [\]}{[\]} \cdot 100 = \frac{16000}{16000} \cdot 100 = 9,4\%$$

Vì giữa thép có số hiệu 20 và 20a không còn số hiệu nào khác nên ta chọn dầm thép có số hiệu 20a.

Xác định vị trí đường trung hòa. Tra bảng với I (20a) ta có $I_x = 2.030\text{cm}^4$; $I_y = 155\text{cm}^4$. Do đó tại mặt cắt ngàm, phương của đường trung hòa là:

$$\text{tg} \quad \frac{I_x M_{y\max}}{I_y M_{x\max}} = \frac{2030 \cdot 2400}{155 \cdot 12160} = 2,58 \quad \text{hay} \quad 68^\circ 50'$$

13.1.6. Độ võng và góc xoay:

Độ võng và góc xoay tổng hợp của mặt cắt nào đó bằng tổng hình học độ võng và góc xoay do các thành phần mô men uốn tác dụng trong các mặt phẳng quán tính chính trung tâm của dầm. Ta có:

$$f = \sqrt{f_x^2 + f_y^2} \quad (13-17)$$

$$\sqrt{\frac{2}{y} + \frac{2}{y}} \quad (13-18)$$

Trong đó: f_x , f_y là độ võng theo phương trục x do M_y gây nên và phương trục y do M_x gây nên α_x và α_y là góc xoay của mặt cắt xoay quanh trục x do M_y gây nên và xoay quanh trục y do M_x gây nên.

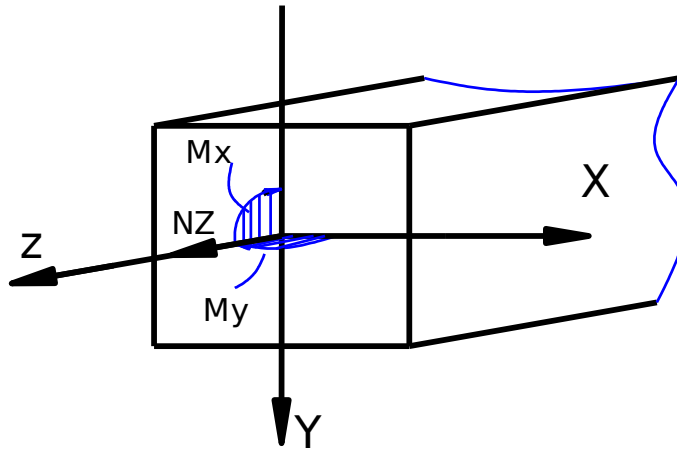
Phương của độ võng tổng hợp f so với trục tại một mặt cắt là:

$$\text{tg} \quad \alpha = f_y / f_x \quad (13-19)$$

13.2. Uốn và kéo - nén đồng thời.

13.2.1 Định nghĩa

Một thanh gọi là uốn và kéo - nén đồng thời khi trên mặt cắt ngang của thanh có các thành phần nội lực là lực dọc N_z , mô men uốn M_x , M_y . Nếu kể đến lực cắt do uốn thì trên mặt cắt có N_z , Q_y , M_x , M_y , Q_x (hình 13-5).



Hình 13-5

13.2.2. Ứng suất pháp trên mặt cắt ngang:

Ứng suất pháp tại một điểm trên mặt cắt ngang được xác định theo công thức:

$$\sigma_z = \frac{N_z}{F} + \frac{M_x}{I_x} y + \frac{M_y}{I_y} x \quad (13-20)$$

$$\text{hoặc: } \sigma_z = \frac{N_z}{F} \left(1 + \frac{M_x}{N_z i_x^2} y + \frac{M_y}{N_z i_y^2} x \right) \quad (13-21)$$

Trong đó: F - Diện tích mặt cắt ngang. i_x, i_y - bán kính quán tính chính $i_x = \sqrt{I_x / F}$, $i_y = \sqrt{I_y / F}$. I_x, I_y - mô men quán tính chính trung tâm của mặt cắt ngang x và y - tọa độ của điểm tính ứng suất.

Dấu của N_z theo quy ước của chương kéo - nén đúng tâm. Dấu của M_x, M_y được quy ước như trong uốn xiên.

Công thức kỹ thuật có dạng:

$$\sigma_z = \frac{|N_z|}{F} + \frac{|M_x|}{I_x} |y| + \frac{|M_y|}{I_y} |x| \quad (13-22)$$

Trong đó các giá trị đều lấy giá trị tuyệt đối. Còn lấy dấu (+) hoặc (-) trước mỗi số hạng tùy theo lực dọc là kéo hay nén và các mô men uốn M_x , và M_y gây ra ứng suất kéo hay nén ở điểm đang xét.

13.2.3. Vị trí đường trung hòa:

Từ (13-21) ta suy ra phương trình đường trung hòa là:

$$\frac{N_z}{F} + \frac{M_x}{I_x} y + \frac{M_y}{I_y} x = 0 \quad (13-23)$$

hay theo (13-22)

$$1 + \frac{M_x}{N_z i_x^2} y + \frac{M_y}{N_z i_y^2} x = 0 \quad (13-24)$$

Đường trung hòa là một đường thẳng không đi qua trọng tâm của mặt cắt ngang như trong uốn xiên.

13.2.4. Biểu đồ ứng suất pháp trên mặt cắt ngang:

Tương tự như trong uốn xiên do mặt cắt ứng suất là phẳng nên ứng suất pháp phân bố đều trên đường thẳng song song với đường trung hòa. Biểu đồ phân bố ứng suất được vẽ như trên hình 13-6.

13.2.5. Điều kiện bền:

Từ biểu đồ phân bố ứng suất pháp trên mặt cắt ngang, ta thấy điểm nguy hiểm là các điểm ở chu vi, xa đường trung hòa nhất về phía kéo hoặc phía nén. Trạng thái ứng suất của điểm nguy hiểm là trạng thái ứng suất đơn. Vậy điều kiện bền là:

- Đối với vật liệu dẻo:

- Đối với vật liệu giòn:

$$\frac{\sigma_{\max}}{k} \leq \frac{\sigma_{\min}}{n} \tag{13-26}$$

Trong đó:

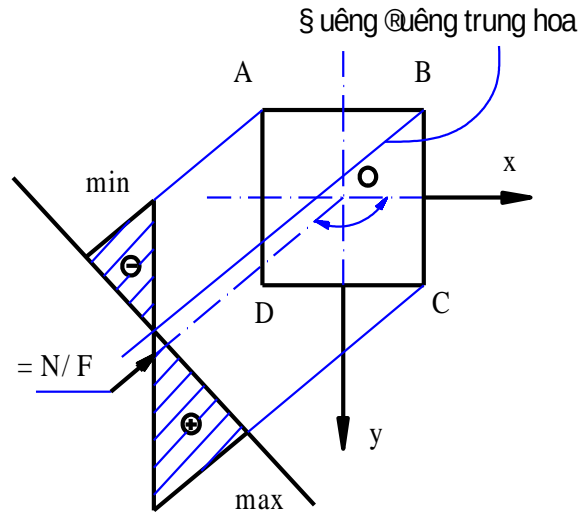
$$\sigma_{\max} = \frac{|N_z|}{F} + \frac{|M_x|}{I_x}|y| + \frac{|M_y|}{I_y}|x| \tag{13-27}$$

$$\sigma_{\min} = \frac{|N_z|}{F} - \frac{|M_x|}{I_x}|y| - \frac{|M_y|}{I_y}|x| \tag{13-28}$$

x_k, y_k là tọa độ của điểm chịu kéo cách xa đường trung hòa nhất
 x_n, y_n là tọa độ của điểm chịu nén cách xa đường trung hòa nhất

Nếu mặt cắt ngang của thanh có dạng (hình 13-3) thì lý luận tương tự như trong uốn xiên ta có:

$$\sigma_{\max} = \frac{|N_z|}{F} + \frac{|M_x|}{W_x} + \frac{|M_y|}{I_y} \tag{13-29}$$



Hình 13-6

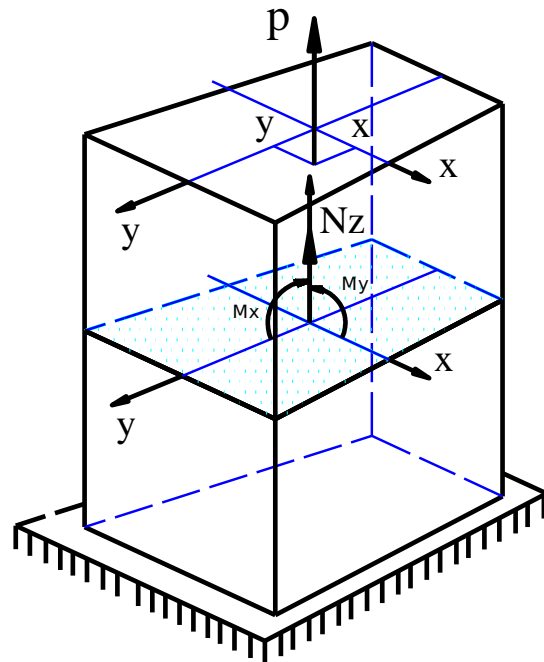
$$\min \frac{|N_z|}{F} \quad \frac{|M_x|}{W_x} \quad \frac{|M_y|}{W_y} \quad (13-30)$$

13.3. Kéo nén lệch tâm:

13.3.1. Định nghĩa:

Kéo nén lệch tâm là trường hợp ngoại lực có phương song song với trục thanh, nhưng điểm đặt ở ngoài trọng tâm mặt cắt ngang (hình 13-8)

Trong trường hợp tổng quát khi tải trọng đặt lệch tâm, thanh hình lăng trụ sẽ chịu lực kéo hoặc nén và uốn xiên thuần túy. Nội lực trên mặt cắt ngang thu gọn thành lực dọc có trị số:



Hình 13-7

$$N_z = P$$

$$\text{Mô men uốn: } M_y = P x_p, \quad M_x = P y_p \quad (13-31)$$

Trong đó x_p, y_p là tọa độ của điểm đặt lực P trong hệ trục quán tính chính trung tâm.

Về phương diện tính toán ứng suất, ta thấy bài toán kéo - nén lệch tâm chỉ là một trường hợp của uốn và kéo - nén đồng thời. Do đó các kết quả nhận được từ trường hợp uốn và kéo - nén đồng thời đều được áp dụng ở đây (hình 13-7).

13.3.2. Ứng suất pháp trên mặt cắt ngang.

Ứng suất pháp trên mặt cắt ngang có giá trị:

$$z \quad \frac{N_z}{F} \quad \frac{M_x}{I_x} y \quad \frac{M_y}{I_y} x \quad (13-32)$$

Thay giá trị M_x, M_y theo (13-32) ta được:

$$z \quad \frac{P}{F} \left[1 - \frac{x_p x}{i_y^2} - \frac{y_p y}{i_x^2} \right] \quad (13-33)$$

13.3.3. Phương trình đường trung hòa:

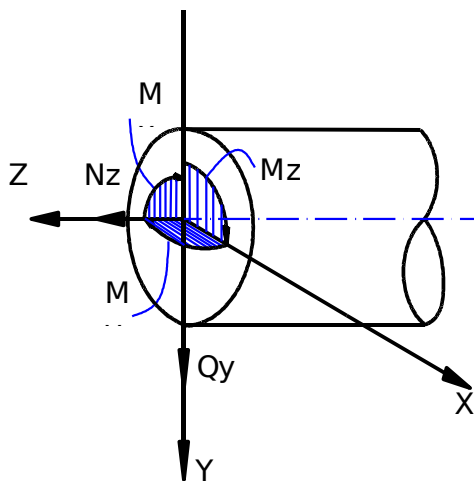
$$1 - \frac{x_p x}{i_y^2} - \frac{y_p y}{i_x^2} = 0 \quad (13-34)$$

Từ tính chất đường trung hòa có thể nằm ngoài mặt cắt ngang, ta luôn tìm được một diện tích có chứa trọng tâm, sao cho lực đặt trong diện tích đó thì mặt cắt ngang chỉ chịu lực kéo hoặc chỉ chịu nén. Diện tích đó được gọi là lõi của mặt cắt (lõi tiết diện).

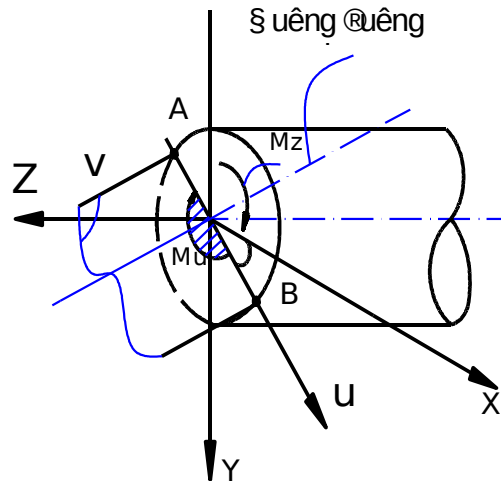
13.4. Xoắn và uốn đồng thời.

13.4.1. Định nghĩa:

Một thanh gọi là xoắn và uốn đồng thời. Khi trên mặt cắt ngang của thanh có hai thành phần nội lực là mô men xoắn và mô men uốn (khi kể đến ảnh hưởng của lực cắt Q do uốn thì có thêm thành phần lực cắt) (hình 13-9).



Hình 13-8



Hình 13-9

13.4.2. Ứng suất trên mặt cắt ngang tròn:

Trên mặt cắt ngang của thanh có hai thành phần ứng suất:

Ứng suất pháp do mô men gây nên như trường hợp uốn phẳng hoặc uốn xiên, và ứng suất tiếp do mô men xoắn gây nên phân bố như trường hợp xoắn thuần túy (bỏ qua ảnh hưởng của lực cắt Q).

13.4.3. Điều kiện bền:

Điểm nguy hiểm trên mặt cắt nguy hiểm là giao điểm của đường tải trọng với chu vi: điểm A hoặc B (hình 13-9). Tại đó ứng suất pháp và tiếp có giá trị:

$$\max \frac{M_u}{W_u} \frac{\sqrt{M_x^2 + M_y^2}}{W_u} \tag{15-35}$$

$$\max \frac{M_z}{W_p} \tag{13-36}$$

Vì phần tử ở trạng thái ứng suất phẳng nên điều kiện bền có dạng:

$$\sigma_{tdmax} \leq [\sigma] \tag{13-37}$$

Trong đó ứng suất tương đương được tính theo một thuyết bền thích hợp. Theo thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất ta có:

thay các giá trị của σ_{td} và τ_{td} theo (13-35), (13-36) và chú ý $W_p = 2W_u$ ta có:

$$\max \frac{\sqrt{M_x^2 + M_y^2} + M_z}{W_u} \frac{M_{td}}{W_u}$$

Với $M_{td} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2} + M_z$ (13-31)

Theo thuyết bền thế năng biến đổi hình dáng:

$$\max \frac{\sqrt{M_x^2 + M_y^2} + 0,75M_z}{W_u} \frac{M_{td}}{W_u}$$

Với $M_{td} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2} + 0,75M_z$ (13-39)

Theo thuyết bền Mo ta có:

$$\sigma_{td} = \frac{1}{2} \sqrt{M_x^2 + M_y^2} + \frac{1}{2} \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2}$$

hay $\sigma_{td} = \frac{1}{2} \sqrt{M_x^2 + M_y^2} + \frac{1}{2} \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2} \cdot \frac{1}{W_u} \frac{M_{td}}{W_u}$

với $M_{td} = \frac{1}{2} \sqrt{M_x^2 + M_y^2} + \frac{1}{2} \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2}$ (13-40)

$$= [\sigma] / [\tau]$$

Tóm lại điều kiện bền được viết gọn dưới dạng:

$$\sigma_{td} \leq [\sigma] \tag{13 - 41}$$

Trong đó $W_u = 0.1d^3$

M_{td} được tính theo các thuyết bền thích hợp (13-38), (13-39), (13-40).

Ví dụ (13-5). Một trục truyền bằng thép chịu lực như trên hình 13-11. Trọng lượng Puli $G = 3kN$, công suất và số vòng quay của mô tơ là $N = 50kw$, $n = 500v/phút$. Kiểm tra bền trục theo thuyết bền thế năng biến đổi hình dáng biết $[\sigma] = 12kN/cm^2$.

Bài giải:

Sơ đồ chịu lực của trục biểu diễn trên hình 13-11a, trong đó:

$$\frac{n}{30} = \frac{3,14 \cdot 500}{30} = 52,4 \text{ rad / s}$$

$$M = \frac{N}{52,4} = \frac{5 \cdot 10^3}{52,4} = 0,955 \cdot 10^3 \text{ Nm} = 95,5 \text{ kNcm}$$

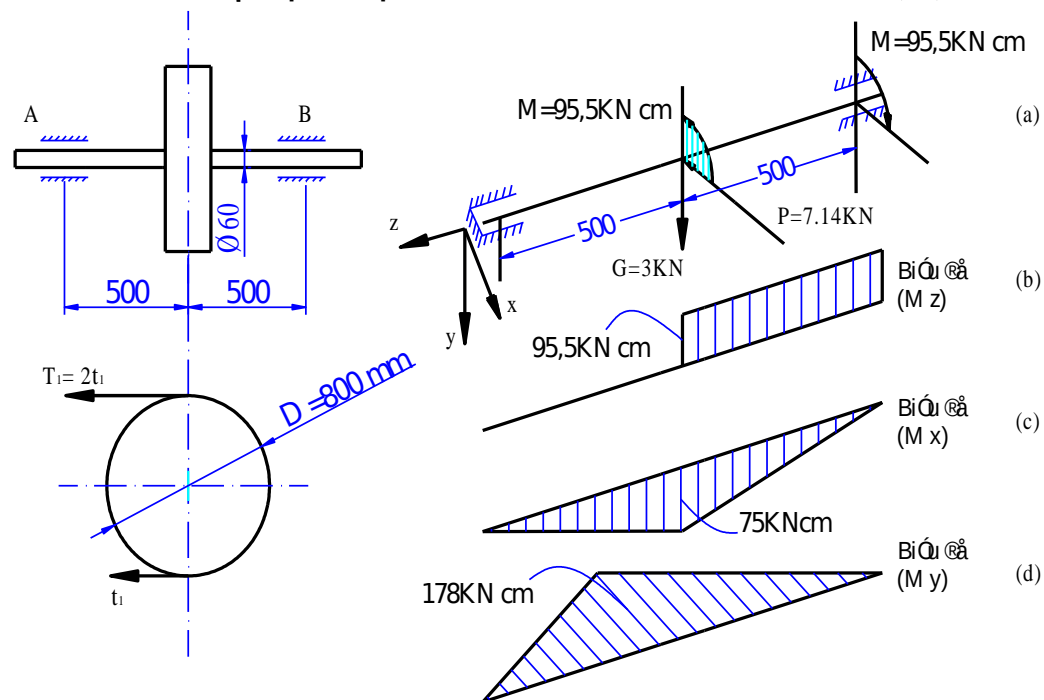
Lực căng dây đai được xác định theo điều kiện cân bằng của mô men xoắn:

$$M = \frac{T_1 D}{2} = \frac{t_1 D}{2} = \frac{t_1 D}{2}$$

Rút ra: $t_1 = \frac{2M}{D} = \frac{2 \cdot 95,5}{80} = 2,38 \text{ kN}$; $T_1 = 2t_1 = 2 \cdot 2,38 = 4,76 \text{ kN}$.

$P = T_1 + t_1 = 4,76 + 2,38 = 7,14 \text{ kN}$

Các biểu đồ nội lực được biểu diễn trên các hình 13-10 b, c, d.



Hình 13-11

Ứng suất tương đương tính theo thuyết bền thế năng biến đổi hình dáng sẽ bằng:

$$\sigma_{td} = \frac{M_{td}}{W_x} = \frac{\sqrt{M_x^2 + M_y^2 + 0,75M_z^2}}{0,1.d^3}$$

Mặt cắt nguy hiểm tại C về phía CB, tại đó:

$$M_x = \frac{Gl}{4} = \frac{3.100}{4} = 75kNcm; \quad M_y = \frac{Pl}{4} = \frac{7,14.100}{4} = 178kNcm$$

$$M_z = 95,5kNcm.$$

Thay số vào ta được:

$$\sigma_{td} = \frac{\sqrt{75^2 + 178^2 + 0,75.95,5^2}}{0,1.6^3} = 9,72kN/cm^2 < [\sigma] = 12kN/cm^2.$$

Vậy trục thỏa mãn điều kiện bền.

13.5. Thanh chịu lực tổng quát.

Một thanh gọi là chịu lực tổng quát khi trên mặt cắt ngang của nó có đầy đủ 6 thành phần nội lực. Theo nguyên lý cộng tác dụng, ứng suất pháp trên mặt cắt ngang do các thành phần nội lực là lực dọc N_z , mô men uốn M_x, M_y còn ứng suất tiếp do các thành phần nội lực là mô men xoắn M_z , lực cắt Q_x, Q_y . Việc kiểm tra điều kiện bền thanh chịu lực tổng quát được tiến hành theo trình tự sau:

Chọn điểm nguy hiểm hoặc nghi ngờ nguy hiểm trên mặt cắt nguy hiểm hay các mặt cắt nghi ngờ nguy hiểm. Điểm nguy hiểm là điểm có ứng suất tương đương lớn nhất được tính theo một thuyết bền nào đó.

- Viết điều kiện bền.

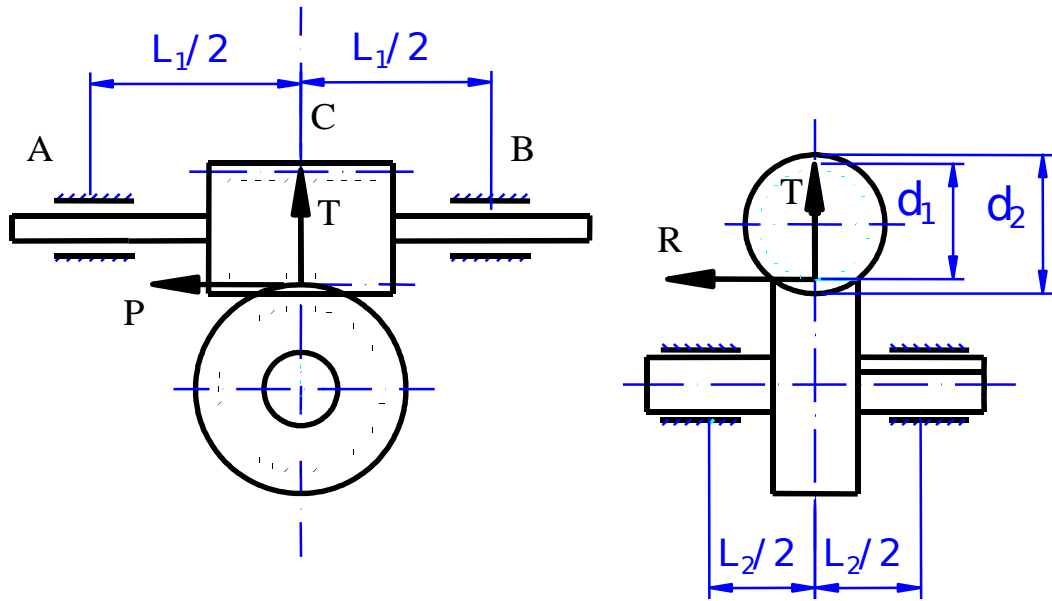
Cách tiến hành được trình bày thông qua ví dụ sau:

Ví dụ 13-6: Kiểm tra bền trong hộp giảm tốc (hình 13-12) biết:

$$P = 5,26kN; \quad T = 1,70kN; \quad R = 1,58kN.$$

$$d_1 = 4,62cm; \quad d_2 = 6,30cm; \quad l = 24 \text{ cm}.$$

Vật liệu có ứng suất cho phép $[\sigma] = 16kN/cm^2$.



Hình 13-10

Bài giải:

Tìm sơ đồ chịu lực của thanh bằng cách đưa các lực tác dụng về trọng tâm mặt cắt, sơ đồ chịu lực của trục vít được trình bày trên hình 13-13a.

Vẽ các biểu đồ nội lực để xác định được mặt cắt nguy hiểm hoặc nghi ngờ nguy hiểm. Biểu đồ nội lực được vẽ trên các hình 13-3b, c, d, e (bỏ qua ảnh hưởng của lực cắt Q_x, Q_y). Dựa vào biểu đồ nội lực ta thấy ngay mặt cắt ngang thuộc phần AC là mặt cắt ngang nguy hiểm. Trên mặt cắt ngang này các nội lực có giá trị:

$$N_z = P = 5,26\text{kN}; \quad M_x = 18,50\text{kNcm}; \quad M_y = 9,48\text{kNcm}.$$

Xác định điểm nguy hiểm, phân tích trạng thái ứng suất của điểm nguy hiểm.

Ta biết dưới tác dụng của mô men xoắn, ứng suất tiếp có trị số lớn nhất ở các điểm ngoài chu vi.

$$\max \frac{M_z}{W_p} = \frac{4,98}{0,2 \cdot (4,62)^3} = 0,25\text{kN/cm}^2.$$

Ứng suất pháp do lực dọc N_z , mô men uốn M_x có trị số:

$$\max \frac{|N_z|}{F} + \frac{\sqrt{M_x^2 + M_y^2}}{W_x} = \frac{5,26}{3,14(4,62)^2} + \frac{\sqrt{(18,50)^2 + (9,48)^2}}{0,1(4,62)^3} = -0,31 + 2,10 = 1,79\text{ kN/cm}^2.$$

$$\min \frac{|N_z|}{F} - \frac{\sqrt{M_x^2 + M_y^2}}{W_x} = \frac{5,26}{3,14(4,62)^2} - \frac{\sqrt{(18,50)^2 + (9,48)^2}}{0,1(4,62)^3}$$

$$= -0,31 - 2,10 = -2,41 \text{ kN/cm}^2.$$

Đó là hai giá trị của đường tải trọng do M_x , M_y gây nên với chu vi.

Vì vật liệu là dẻo nên ta chọn điểm nguy hiểm là điểm có σ_{\max} tức là điểm có σ_{\min} . Trạng thái ứng suất của điểm là trạng thái ứng suất phẳng có:

$$\sigma_{\max} = 2,41 \text{ kN/cm}^2.$$

$$\sigma_{\min} = 0,25 \text{ kN/cm}^2.$$

Tính toán theo yêu cầu. Để kiểm tra bền trục vít ta dựa vào một thuyết bền nào đó. Ví dụ, theo thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất:

$$\sigma_{td} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} = \sqrt{(2,41)^2 + 4(0,25)^2}$$

$$= 2,461 \text{ kN/cm}^2 < [\sigma]$$

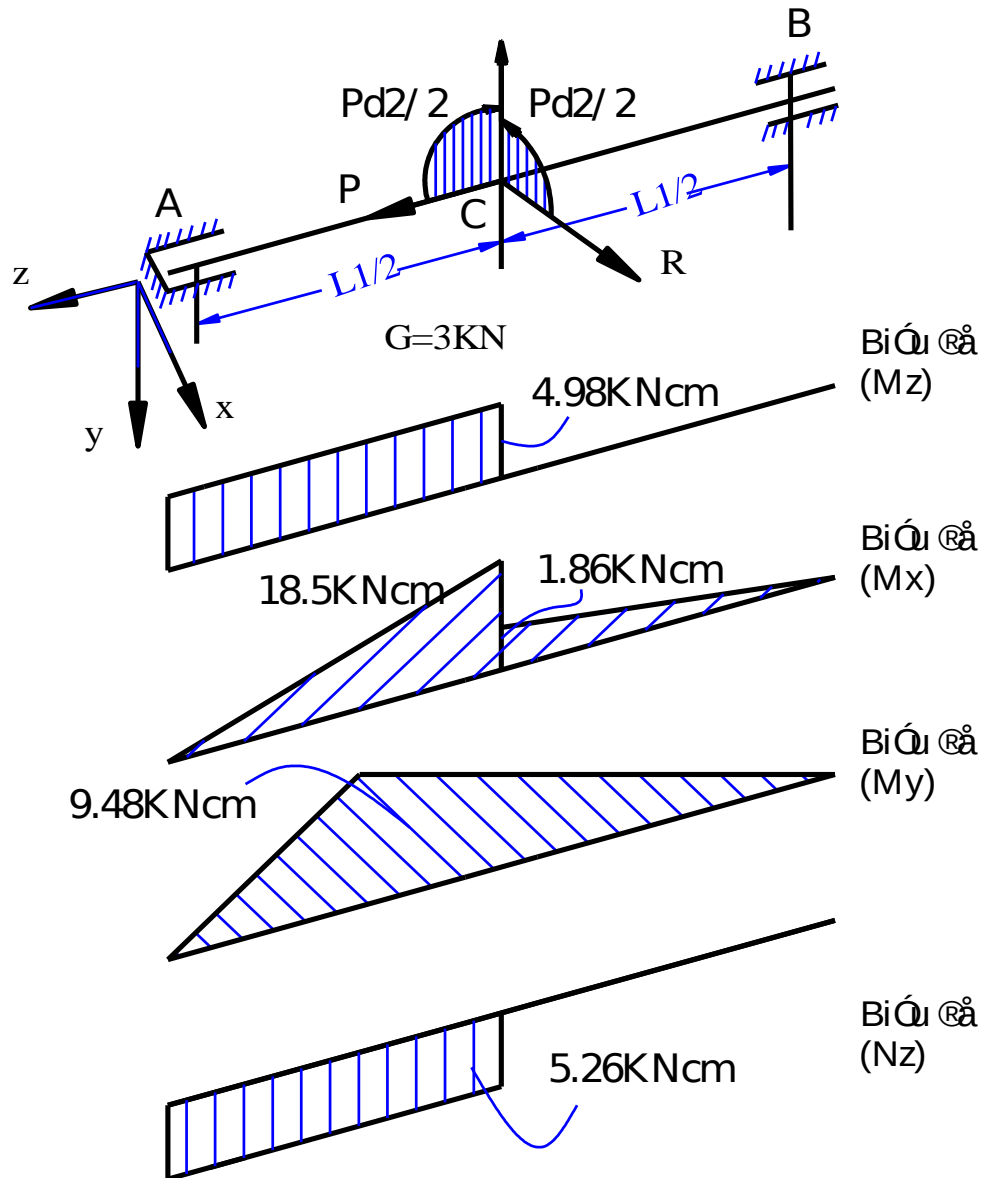
$$= 16 \text{ kN/cm}^2.$$

Hoặc theo thuyết thế năng biến đổi hình dáng:

$$\sigma_{td} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} = \sqrt{(2,41)^2 + 3(0,25)^2}$$

$$= 2,44 \text{ kN/cm}^2 < [\sigma] = 16 \text{ kN/cm}^2$$

Vậy trục đủ bền.



Hình 13-11

PHẦN 3 NGUYÊN LÝ MÁY

Chương 14: Cấu trúc cơ cấu

1/ Mục đích:

Cung cấp những khái niệm và định nghĩa như: Khâu khớp, chuỗi động và cơ cấu, bậc tự do của cơ cấu.

2/ Yêu cầu:

Nắm vững kết cấu của cơ cấu, bậc tự do của cơ cấu.

14.1 Khái niệm và định nghĩa

14.1.1 Máy

Định nghĩa: Máy là một tập thể các vật thể nhân tạo nhằm thay thế và mở rộng chức năng lao động của con người.

Có nhiều tiêu chí khác nhau để phân loại máy, trong mỗi ngành lại có một cách phân loại riêng nhưng nhìn chung có thể tạm phân loại máy ra làm các nhóm sau:

Máy truyền và biến đổi năng lượng: Các máy thuộc nhóm này dùng nhằm mục đích biến đổi năng lượng từ dạng này sang dạng khác như các loại máy phát thủy điện, nhiệt điện, các loại động cơ như động cơ điện, động cơ đốt trong .v.v.

Máy truyền và biến đổi thông tin: Thuộc nhóm này có các máy như điện thoại, các loại thiết bị vô tuyến truyền thông, máy vi tính v.v.

Máy biến đổi vị trí, trạng thái của vật thể: Đây là các loại máy kỹ thuật nhiệt, các loại máy nâng chuyển, vận tải v.v.

Máy chấp hành thực hiện các chức năng lao động cụ thể của con người: Thuộc nhóm này có tất cả các loại máy ứng dụng trong ngành cơ khí.

Trên thực tế các loại máy hiện đại có thể tổng hợp chức năng của một số hay tất cả các loại máy trên và mỗi chức năng đó tham gia như một quá trình của một máy thống nhất.

Sơ đồ khối của một máy:



Hình 14.1

14.1.2 Cơ cấu

Định nghĩa: Cơ cấu là một tập hợp các vật thể liên kết với nhau trong đó mỗi vật đều có chuyển động tương đối so với các vật khác nhưng theo một quy luật xác định nhằm truyền hay biến đổi chuyển động.

Căn cứ vào các tính chất và đặc điểm của các vật thể tham gia cơ cấu người ta có thể chia cơ cấu ra thành các nhóm sau.

Theo đặc điểm của các vật thể hợp thành cơ cấu:

Cơ cấu gồm toàn các vật rắn.

Cơ cấu có vật thể đàn hồi: khi trong thành phần cơ cấu có ít nhất một vật thể có tính chất đàn hồi.

Cơ cấu của các môi trường liên tục: Đây là các cơ cấu hoạt động trên cơ sở thủy lực, khí lực.

Cơ cấu dùng tác dụng điện từ.

Theo chức năng hoạt động:

Cơ cấu truyền chuyển động dùng để truyền chuyển động từ vật thể này sang vật thể khác.

Cơ cấu biến đổi chuyển động dùng để truyền và biến đổi các chuyển động thành một chuyển động có quy luật nhất định.

Đối tượng nghiên cứu trong cơ học kỹ thuật chủ yếu là các cơ cấu theo chức năng hoạt động.

Một cơ cấu bao gồm có nhiều khâu trong đó khâu cố định được gọi là giá, khâu tạo chuyển động gọi là khâu dẫn, khâu đưa chuyển động ra gọi là khâu bị dẫn, còn lại là các khâu trung gian.

14.1.3 Khâu

Khâu là một hay nhiều chi tiết máy được ghép cứng lại với nhau và có chuyển động tương đối so với các thành phần khác của máy.

Như vậy một khâu không phụ thuộc vào kích thước hay số lượng chi tiết. ví dụ như tay biên là một khâu tuy nhỏ nhưng có rất nhiều chi tiết được ghép cứng lại với nhau, ngược lại một bánh đà của máy nổ có kích thước rất lớn cũng là một khâu nhưng lại chỉ có một chi tiết.

14.1.4 Chi tiết máy

Chi tiết máy (hay còn gọi là tiết máy) là một phần không thể tháo rời ra được nữa của một máy hay một khâu, một cơ cấu.

Như vậy phân biệt chi tiết máy cũng không căn cứ vào kích thước, khối lượng hay độ phức tạp của nó. Một chốt chẻ tuy nhỏ và đơn giản hay một thân máy tuy lớn, có cấu trúc phức tạp cũng đều là một chi tiết máy.

14.1.5 Khớp động

Khớp hay khớp động là phần nối giữa hai khâu, đảm bảo cho chúng có chuyển động tương đối so với nhau.

Một khâu trong không gian có 6 bậc tự do tức là có 6 khả năng chuyển động, nhưng khi hai khâu nối với nhau bằng một khớp động sẽ có những chuyển động bị hạn chế. Người ta căn cứ vào đặc điểm liên kết

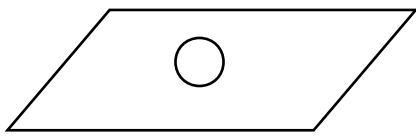
giữa hai khâu và số bậc tự do mà nó bị hạn chế để đưa ra phân loại khớp sau:

Theo đặc điểm liên kết ta có khớp cao và khớp thấp. Khớp cao là khớp có hai khâu tiếp xúc theo điểm hoặc theo đường, còn khớp thấp là khớp có hai khâu tiếp xúc với nhau theo mặt.

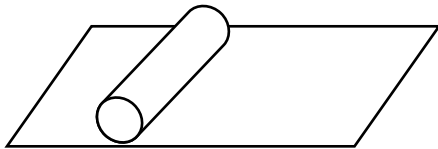
Theo số bậc tự do mà nó hạn chế ta có các khớp bậc 1,2 cho tới 5.

Các loại khớp thông dụng và lược đồ của chúng được trình bày trên các hình minh họa sau:

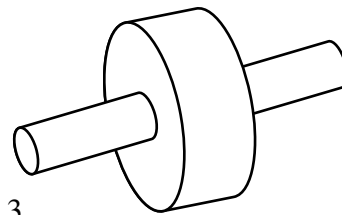
Lược đồ khâu



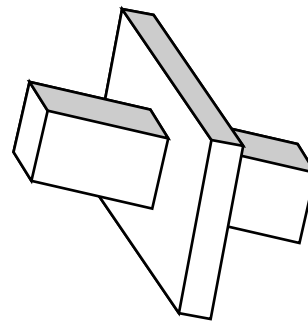
Hình 14.2



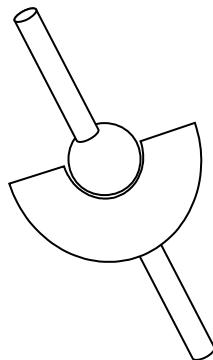
Hình 14.4



Hình 14.3



Hình 14.5



Hình 14.6

Để đơn giản trong việc nghiên cứu người ta lược đồ hoá các khâu và khớp bằng cách chỉ giữ lại những yếu tố ảnh hưởng tới chuyển động của cơ cấu.

Lược đồ khâu được biểu diễn bằng các đoạn thẳng nối tâm khớp hoặc các đường cong biểu diễn các hình dạng đặc biệt tại chỗ ăn khớp.

Chuỗi động

Chuỗi động là tập hợp các khâu được nối với nhau bằng các khớp động.

Chuỗi động có thể kín hoặc hở: chuỗi kín là chuỗi trong đó các khâu được nối kín với nhau. Trong chuỗi kín mỗi khâu tham gia ít nhất hai khớp.

Bậc tự do của cơ cấu

Cơ cấu có thể coi là một chuỗi động có ít nhất một khâu cố định gọi là giá.

Trong cơ cấu mỗi khâu về mặt lý thuyết có 6 bậc tự do. Tuy nhiên do các khâu nối với nhau bằng các khớp nên số bậc tự do của cơ cấu có thể được tính bằng cách lấy tổng số bậc tự do lý thuyết của các khâu trừ đi tổng số bậc tự do mà các khớp hạn chế.

Ý nghĩa: số bậc tự do của cơ cấu là số chuyển động độc lập của cơ cấu để cơ cấu có chuyển động xác định, đó cũng chính là số thông số độc lập dùng để xác định vị trí của cơ cấu và từng khâu của nó trong không gian.

Công thức tổng quát để tính bậc tự do của một cơ cấu.

$$6n - (5T_1 + 4T_2 + 3T_3 + 2T_4 + T_5)$$

Trong đó $6n$ là số bậc tự do của cơ cấu

n là số khâu trong cơ cấu

T_1, T_2, \dots, T_5 là số khớp cấp 1, 2, ..., 5 trong cơ cấu.

Chương 15: Cơ cấu phẳng toàn khớp thấp

15.1 Khái niệm chung

Định nghĩa: Cơ cấu phẳng là cơ cấu bao gồm các khâu chuyển động trong một mặt phẳng hay trong các mặt phẳng song song với nhau.

15.1.1 Khâu phẳng

Các khâu trong cơ cấu phẳng chỉ có thể chuyển động trong một mặt phẳng chứa nó, suy ra khâu phẳng chỉ có thể có ba bậc tự do: chuyển động tịnh tiến theo hai trục vuông góc trong mặt phẳng và chuyển động quay quanh trục vuông góc với mặt phẳng đó.

Vị trí của khâu tại một thời điểm bất kỳ được xác định bởi 3 thông số: X_A , Y_A và góc α . Trong đó:

X_A , Y_A là tọa độ của một điểm cực A bất kỳ thuộc khâu

α là góc quay của một đoạn thẳng AB thuộc khâu so với trục x. (lược đồ)

15.1.2 Khớp phẳng

Do đặc điểm chuyển động của khâu phẳng nên các khớp phẳng chỉ có thể hạn chế tối đa 2 bậc tự do vì vậy có thể thấy chỉ có các loại khớp sau: Khớp quay, khớp trượt và khớp tiếp xúc. (lược đồ)

Như vậy phân loại khớp phẳng có ít nhiều khác với phân loại ban đầu, nó chỉ gồm hai loại:

Khớp thấp hạn chế 2 bậc tự do

Khớp cao hạn chế 1 bậc tự do

Công thức tính bậc tự do của cơ cấu vì thế cũng biến thành:

$$3n - (2T + C)$$

Trong đó: n là bậc tự do của cơ cấu.

T và C là số khớp thấp và khớp cao trong cơ cấu.

Ví dụ: xác định bậc tự do của cơ cấu 4 khâu bản lề trên hình vẽ. (hình vẽ)

Ở đây các khâu 1, 2, 3 là các khâu động; còn các khớp quay A, B, C, D là các khớp quay (khớp cao). Theo công thức ta có bậc tự do của cơ cấu là:

$$3 \cdot 3 - (2 \cdot 4 + 1)$$

Thực tế cho thấy ta chỉ cần biết quy luật chuyển động của góc giữa khâu 1 và phương nằm ngang là hoàn toàn có thể xác định được vị trí của cơ cấu, tức là chỉ cần biết 1 thông số định vị.

15.2 Cơ cấu phẳng toàn khớp thấp

Điều kiện: cơ cấu phẳng toàn khớp thấp là một cơ cấu gồm các khâu phẳng được nối với nhau bằng các khớp quay và các khớp tịnh tiến (các khớp thấp).

Cơ cấu này được sử dụng phổ biến hơn các cơ cấu khớp cao vì chúng có ưu điểm:

Áp suất tại khớp thấp nhỏ hơn nên bị mòn chậm hơn.

Cấu tạo của khớp thấp đơn giản và dễ chế tạo hơn, bền vững hơn.

Tuy nhiên cơ cấu phẳng toàn khớp thấp cũng có những nhược điểm:

Trong nhiều trường hợp khi cần thiết kể một cơ cấu thực hiện một chuyển động chính xác theo một quy luật nào đó thì cơ cấu toàn khớp thấp chỉ cho một chuyển động gần đúng.

Thực tế các khớp tịnh tiến có thể coi như là khớp quay có bán kính quay vô cùng lớn vuông góc với phương tịnh tiến.

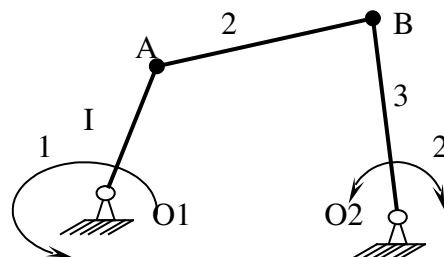
Mỗi cơ cấu có F bậc tự do vì vậy để cơ cấu xác định được ta cần chọn F khâu dẫn (khâu dẫn là khâu nối với giá và mỗi khâu dẫn có một bậc tự do). Các khâu còn lại là khâu bị dẫn và có tổng số bậc tự do bằng không.

15.3 Các cơ cấu phẳng toàn khớp thấp thông dụng

Lược đồ các cơ cấu phẳng toàn khớp thấp thông dụng được cho trong hình vẽ gồm: Cơ cấu bốn khâu bản lề, cơ cấu tay quay thanh truyền con trượt, cơ cấu cu lít

15.3.1 Cơ cấu bốn khâu bản lề

Lược đồ (Hình vẽ)



Hình 15.1

Trong cơ cấu bốn khâu bản lề khâu cố định được gọi là giá, khâu đối diện với giá gọi là thanh truyền, khâu nối giá nếu quay được toàn vòng gọi là tay quay nếu không gọi là cần lắc.

Nguyên lý hoạt động. Tay quay 1 quay đều xung quanh tâm O gắn cố định trên giá. Thanh truyền 2 thực hiện một chuyển động song phẳng truyền chuyển động quay sang khâu 3. Tuy nhiên khâu 3 có thể quay tròn

xung quanh O' nhưng cũng có thể chỉ lắc qua lắc lại tùy theo cấu tạo cụ thể của cơ cấu.

Tỷ số truyền:

Tỷ số truyền giữa hai khâu là tỷ số giữa vận tốc góc của hai khâu đó. Với cơ cấu bốn khâu bản lề tỷ số truyền giữa khâu 1 và khâu 3 được xác định:

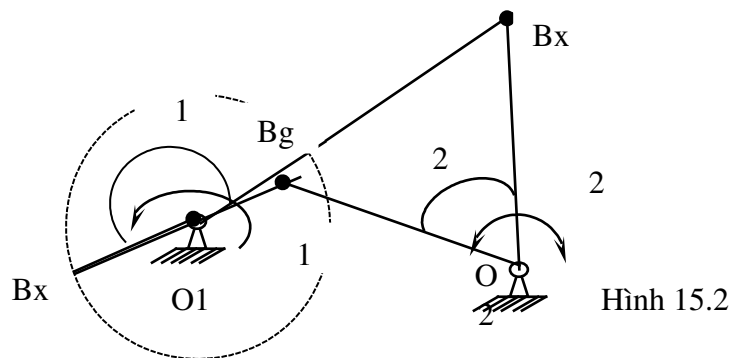
$$i_{13} = \frac{\omega_3}{\omega_1}$$

Trong đó i_{13} là tỷ số truyền giữa khâu tay quay và cần lắc.

ω_1, ω_3 là vận tốc góc của khâu 1 và khâu 3.

Muốn xác định vận tốc của một điểm bất kỳ trên thanh truyền 2 ta có thể dùng phương pháp tâm vận tốc tức thời.

Điều kiện quay toàn vòng của khâu nối giá



Trong nhiều trường hợp các cơ cấu dẫn động yêu cầu khâu nối giá 1 phải quay trọn một vòng tròn để có thể nối chúng với các động cơ dẫn động. Với cơ cấu 4 khâu bản lề điều kiện đó có thể xác định như sau: gọi chiều dài của các khâu 1, 2, 3 lần lượt là a, b, c ; khoảng cách giữa hai tâm quay OO' là d . Tháo khớp nối B để cho khâu 1 có thể quay một vòng tròn. Trên quỹ đạo của điểm B thuộc 1 lấy hai điểm B_x và B_g là hai điểm xa và gần nhất so với điểm cố định O' . B_x và B_g chính là giao điểm của đường nối OO' với đường tròn tâm O bán kính a .

Điều kiện để 1 có thể quay được toàn vòng là điểm B thuộc 2 phải với tới hai điểm B_x và B_g có nghĩa là phải thỏa mãn hệ thức:

$$B_x O' = d + a \leq b + c$$

$$B_g O' = |d - a| \leq |b - c|$$

Khi a đã là tay quay thì c là cần lắc (điều này có thể chứng minh nếu ta đổi giá giữa hai khâu 1 và 3). Trừ trường hợp $d = b$ và $a = c$ khi đó cả 1 và 3 đều quay toàn vòng.

Hệ số về nhanh

Với cơ cấu bốn khâu bản lề có cần lắc quá trình làm việc chia thành hai giai đoạn chính: Giai đoạn làm việc (giai đoạn đi) ứng với hành trình của cần lắc từ vị trí biên này đến vị trí biên kia. Thời gian phải đi là T_d . Giai đoạn về không (Hay về) ứng với chuyển động ngược lại của cần. Thời gian về là T_v .

Tỷ số giữa thời gian đi và về của cần gọi là hệ số năng suất hay hệ số về nhanh của cơ cấu.

$$k = \frac{T_d}{T_v}$$

Để năng suất cao người ta có xu hướng chọn hành trình sao cho hệ số k lớn hơn 1.

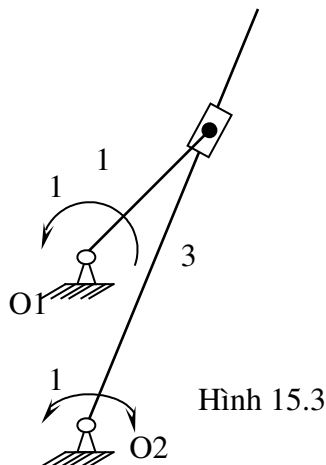
Trong cơ cấu bốn khâu bản lề khi tay quay là khâu dẫn hai vị trí tay quay 1 và thanh truyền 2 thẳng hàng gọi là hai vị trí biên. Còn khi cần lắc 3 là khâu dẫn hai vị trí này gọi là hai điểm chết.

15.3.2 Cơ cấu culit

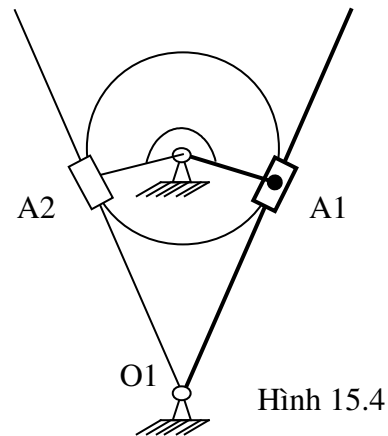
Cơ cấu culit là một biến thể của cơ cấu bốn khâu bản lề khi khâu 2 được thay thế bằng một con trượt và nối với khâu 1 bằng một khớp quay còn nối với khâu 3 bằng một khớp trượt.

Sơ đồ nguyên lý:

Sơ đồ (hình vẽ)



Hình 15.3



Hình 15.4

Nguyên lý: Tay quay 1 quay tròn xung quanh tâm O, con trượt 2 thực hiện chuyển động song phẳng (quay cùng với 1 và xoay quanh điểm B) chuyển động được truyền sang 3 làm cần lắc 3 lắc qua lại quanh O'.

Điều kiện quay toàn vòng của khâu nối giá:

Ta thấy trong cơ cấu Culit khâu 3 có chiều dài không hạn chế, khâu 2 có chiều dài không đáng kể nên trong mọi trường hợp khâu 1 bao giờ cũng có thể quay đủ vòng tròn. Ngược lại khâu 3 chỉ có thể quay toàn vòng khi khoảng cách giữa hai tâm quay nhỏ hơn bán kính quay của khâu

1. Nhìn chung cơ cấu Culit được ứng dụng khi khâu 1 là khâu dẫn và khâu 3 hoạt động như một cần lắc.

Hệ số về nhanh

Để thấy điểm biên trong cơ cấu Culit là điểm khi khâu 3 tiếp xúc với đường tròn quỹ đạo bán kính a của khâu 1. Ta có tất cả 2 điểm biên là A_1 và A_2 . Nếu coi vận tốc quay của khâu 1 là không đổi hệ số về nhanh của cơ cấu có thể được xác định bằng tỷ số giữa hai cung lớn và cung nhỏ A_1A_2 và đó cũng chính là tỷ số giữa hai góc ở tâm tính bằng radian

$$k = \frac{T_d}{T_v} = \frac{A_1A_2}{A_2A_1} = \frac{\text{góc lớn}}{\text{góc nhỏ}}$$

Nếu biết khoảng cách của hai tâm và bán kính a ta có thể tính được góc nhỏ.

$$\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{a}{OO'} \quad \text{hay} \quad \alpha = 2 \arccos\left(\frac{a}{OO'}\right)$$

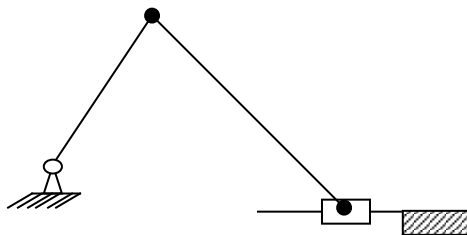
Ứng dụng:

Cơ cấu Culit được ứng dụng chủ yếu trong máy bào ngang. Hệ số k càng lớn khi khoảng cách giữa hai tâm càng gần và ngược lại.

15.3.3 Cơ cấu Tay quay con trượt

Cơ cấu tay quay con trượt là một biến thể khác của cơ cấu Culit khi khâu nối giá 3 suy biến thành một con trượt và nối với khâu 2 bằng một khớp quay còn nối giá bằng một khớp trượt.

Sơ đồ nguyên lý (hình vẽ)



Hình 15.2

Nguyên lý hoạt động:

Tay quay 1 quay tròn quanh tâm O, thanh truyền 2 thực hiện một chuyển động song phẳng và truyền chuyển động sang con trượt 3. Khớp trượt giữ cho con trượt có chuyển động tịnh tiến qua lại dọc rãnh trượt. Chuyển động có thể truyền theo chiều ngược lại từ con trượt sang tay quay.

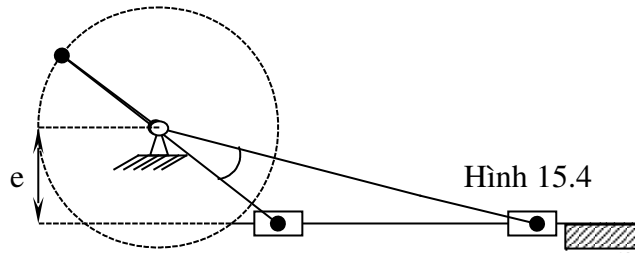
Điều kiện quay toàn vòng của khâu nối giá

Do con khâu 3 suy biến thành con trượt có chiều dài không đáng kể điều kiện quay toàn vòng của khâu nối giá sẽ là:

$$a + e > b$$

e - a b

Trong đó a, b là chiều dài của khâu 1 và 2.



e là khoảng cách giữa tâm quay O của khâu dẫn tới đường trượt của khâu 3.

Hệ số về nhanh

Trong cơ cấu tay quay thanh truyền con trượt vị trí biên của vơ cấu được xác định khi tay quay thanh truyền hợp với nhau thành một đường thẳng. Có hai vị trí như vậy ứng với hành trình gần nhất và xa nhất của con trượt. Nếu trục rãnh trượt đi qua tâm O hệ số về nhanh bằng 1. trong trường hợp trục con trượt không đi qua tâm O mà cách O một khoảng cách e gọi là tâm sai. Cho rằng tay quay 1 quay đều, hệ số về nhanh của cơ cấu thực chất là tỷ số giữa hai cung lớn và nhỏ A_1A_2 . hay nói cách khác là tỷ số giữa hai góc ở tâm tính bằng radian. Hai góc này khác nhau một giá trị tức là:

$$k \text{ —————}$$

$$\arctg \frac{e}{a} \quad \arctg \frac{e}{b}$$

Chương 16 Cân bằng máy và ma sát trong các khớp động

16.1 Cân bằng máy

16.1.1 Khái niệm

Trong quá trình làm việc của máy ngoại trừ khâu dẫn ban đầu còn hầu hết các khâu còn lại đều chuyển động có gia tốc. Các gia tốc này sinh ra các lực quán tính, Momen quán tính hoặc đôi khi cả hai. Do tác động của lực và Momen quán tính, trên các khâu xuất hiện những áp lực biến thiên có chu kỳ theo chu kỳ làm việc của khâu dẫn. Kết quả là máy bị rung, các chi tiết máy bị giảm tuổi thọ do mỏi, cá biệt còn gây hiện tượng cộng hưởng gây hỏng máy và ảnh hưởng tới môi trường bên ngoài.

Ngoài ra các chi tiết khi sản xuất có những sai lệch nhất định, bản thân các chi tiết không phải hoàn toàn cân đối, quá trình lắp ráp không đảm bảo làm cho trọng tâm của chi tiết và tâm quay không trùng nhau dẫn tới hiện tượng phát sinh lực ly tâm khi làm việc. Lực ly tâm này có giá trị càng lớn khi vận tốc làm việc càng lớn. Thực tế đã chỉ ra rằng lực ly tâm có thể tạo ra một áp lực lớn gấp vài trăm lần bản thân trọng lượng của máy tác động lên móng hay ổ trục.

Nhiệm vụ của cân bằng máy chính là làm giảm các áp lực phát sinh do máy sinh ra khi hoạt động nhằm nâng cao tuổi thọ cho các chi tiết, giữ gìn môi trường và đảm bảo an toàn cho người sử dụng.

Phân loại

Cân bằng máy gồm các nội dung chính:

Cân bằng tĩnh: áp dụng cho các vật quay mỏng, khi khối lượng của vật coi như phân bố tập trung trong một mặt phẳng vuông góc với trục quay. Ví dụ như bánh răng, bánh đai, bánh đà .v.v.

Cân bằng động: áp dụng cho các chi tiết dày, khi khối lượng của vật tập trung trên nhiều mặt phẳng vuông góc với trục quay. Cân bằng động chỉ xảy ra khi vật chuyển động.

Cân bằng trên móng: áp dụng cho các cơ cấu hay máy nhằm làm giảm áp lực của các lực quán tính tác động lên móng máy. mục đích của nó là làm cho các lực quán tính nếu có phát sinh thì có xu hướng triệt tiêu lẫn nhau, nhờ thế máy giảm độ rung và làm việc ổn định hơn.

16.1.2 Cân bằng tĩnh vật quay mỏng

cân bằng tĩnh áp dụng khi các vật quay có kích thước chiều trục nhỏ hơn rất nhiều so với bán kính r của vật, do đó khối lượng của vật coi như phân bố tập trung trong một mặt phẳng vuông góc với trục quay. Nội dung của cân bằng tĩnh là phân bố lại khối lượng của vật sao cho ở trạng thái tĩnh trọng tâm của vật nằm trên trục quay.

Nguyên tắc:

Nếu vật quay có khối lượng m_1, m_2 nằm lệch khỏi tâm quay, khi vật quay sẽ phát sinh các lực ly tâm F_i có trị số bằng $m_i \cdot r_i \cdot \omega^2$, các lực này đồng quy tại tâm quay. Hợp lực R của các lực này cũng sẽ đi qua tâm quay. Mục đích của cân bằng tĩnh là xác định một đối trọng M đặt trên vật sao cho lực ly tâm do đối trọng này sinh ra cân bằng với R . tức là ta phải có

$$P = m \cdot r_d \cdot \omega^2 = R = \sum m_i \cdot r_i \cdot \omega^2$$

Suy ra

$$m \cdot r_d = \sum m_i \cdot r_i$$

$$\text{hay } m = \sum m_i \cdot \frac{r_i}{r_d}$$

Phương pháp thực hiện

Cân bằng tĩnh nhìn chung được thực hiện bằng phương pháp dò trực tiếp trên một giá chuyên dùng nhằm xác định vị trí trọng tâm của vật so với tâm quay. Sau đó bằng cách thêm khối lượng vào phía đối diện hoặc bớt đi các khối lượng thừa sao cho trọng tâm rơi đúng vào tâm quay. Việc xác định các khối lượng cần thêm vào hay bớt đi này có thể làm thủ công nhưng cũng có thể tiến hành nhờ thiết bị đặc biệt gọi là cân đòn, tuy nhiên chúng đều có đặc điểm là mất rất nhiều thời gian mà không khử hết được các áp lực ly tâm sinh ra khi làm việc.

Các phương pháp cân bằng động cũng như cân bằng móng tương đối phức tạp, đòi hỏi phải dùng các kỹ thuật và các thiết bị chuyên dùng do đó không có điều kiện xem xét ở đây. có thể tham khảo chúng trong các tài liệu khác.

16.1.3 Cân bằng cơ cấu

Nguyên tắc: Khi cơ cấu làm việc mỗi khâu có một lực quán tính nhưng lực quán tính tổng hợp có thể coi như đặt tại khối tâm của cơ cấu. Vị trí khối tâm này càng ít thay đổi thì lực quán tính do khối tâm gây ra càng nhỏ. Với nguyên tắc cân bằng cơ cấu trên móng là phân bố lại khối lượng các khâu sao cho khi cơ cấu chuyển động khối tâm luôn luôn cố định hoặc ít chuyển động nhất.

Thực hiện: Việc thực hiện cân bằng cơ cấu trên móng rất phức tạp, chủ yếu thông qua việc xác định các đối trọng hay tập trung khối lượng của cơ cấu vào những chi tiết có trọng tâm ít thay đổi nhất. Đó cũng chính là lý do người ta chế tạo các thân máy hay bộ máy, bánh đà có khối lượng rất lớn so với tỷ trọng chung của toàn máy hay cơ cấu.

16.2 Ma sát trong các khớp trượt

16.2.1 Khái niệm

Khi vật một chuyển động tương đối so với một vật khác, tại chỗ tiếp xúc trực tiếp giữa hai vật phát sinh lực ma sát. Lực ma sát này không

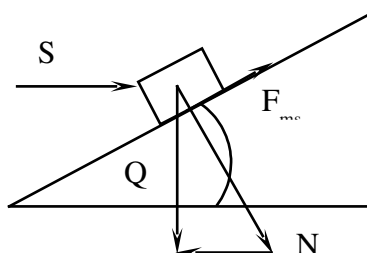
chỉ cản trở chuyển động của vật mà còn làm cho bề mặt tiếp xúc bị nóng lên, cơ tính của vật liệu giảm, tiêu hao năng lượng ảnh hưởng tới chất lượng làm việc của chi tiết.

Tuỳ theo điều kiện tiếp xúc giữa hai bề mặt vật mà người ta chia ra: ma sát khô khi bề mặt hai chi tiết tiếp xúc trực tiếp với nhau; ma sát ướt khi giữa hai bề mặt có một lớp chất lỏng ngăn cách; ma sát nửa ướt khi lớp chất lỏng ngăn cách không được hoàn toàn.

Theo chuyển động tương đối giữa hai bề mặt ta có ma sát trượt hay ma sát lăn.

16.2.2 Ma sát trượt khô trong các khớp trượt

Trong khớp trượt nghiêng



Hình 16.1

Gọi Q là trọng lượng của vật, S là lực đẩy ngang làm vật trượt lên, α là góc nghiêng của bề mặt trượt, ϕ là góc ma sát, f là hệ số ma sát giữa hai bề mặt. Phân tích lực ta thấy để làm vật trượt dưới tác dụng của lực đẩy S phải thỏa mãn điều kiện

$$S \cdot \cos \alpha \geq Q \cdot \sin \alpha + (S \cdot \sin \alpha + Q \cdot \cos \alpha) \cdot f$$

Hay
$$S \geq Q \cdot \frac{\sin \alpha + \cos \alpha \cdot f}{\cos \alpha - \sin \alpha \cdot f}$$

thay $f = \tan \phi$

$$S \geq Q \cdot \tan(\alpha + \phi)$$

Tương tự để vật trượt xuống ta phải có một lực đẩy tối thiểu là

$$S = Q \cdot \tan(\alpha - \phi)$$

Và điều kiện để vật tự hãm sẽ là

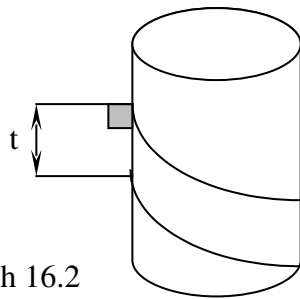
Trong khớp ren vít vuông

Thực chất ren vuông chính là một mặt phẳng nghiêng chịu lực ở mặt trên. góc nghiêng chính là góc nâng của ren được xác định bằng công thức:

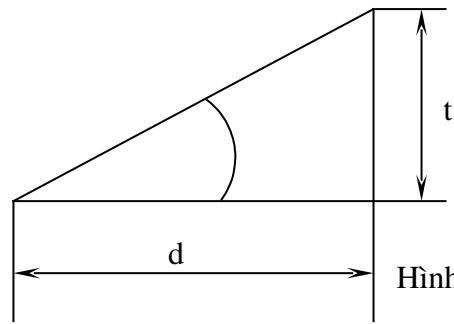
$$\tan \alpha = \frac{t}{\pi \cdot d_{tb}}$$

Trong đó: t là bước nâng của ren

d_{tb} là đường kính trung bình của ren



Hình 16.2



Hình 16.3

Mặt khác lực đẩy ngang P được xác định bằng công thức

$$P \cdot d_{tb} = 2 \cdot M$$

Với M là momen vặn ren.

Kết hợp lại thu được:

$$P = \frac{M}{r_{tb}} \cdot Q \cdot \text{tg}(\quad)$$

$$\text{hay } M_{ms} = r_{tb} \cdot Q \cdot \text{tg}(\quad)$$

16.2.3 Ma sát trong các khớp quay

Ma sát khô:

Đặc điểm trong các khớp quay là áp lực phân bố không đều trên bề mặt tiếp xúc. Nếu chia bề mặt tiếp xúc của khớp ra từng phần tử nhỏ thì áp lực dN của mỗi phần tử đều hướng vào tâm quay. Vậy có thể giả sử rằng áp lực tổng hợp cũng sẽ hướng vào tâm quay. Mỗi áp lực dN sẽ sinh ra một mômen ma sát dF có xu hướng chống lại chiều quay của chi tiết.

$$dM_{ms} = r \cdot dN$$

trong đó r bán kính khớp quay.

Tổng quát với khớp quay bất kỳ ta có

$$M_{ms} = \int_0^M r \cdot dN$$

Trong đó α là góc ôm của diện tích tiếp xúc.

Công thức trên cho thấy mômen ma sát trong khớp quay phụ thuộc vào hai yếu tố:

Quy luật phân bố áp lực trong khớp quay.

Trạng thái bề mặt tiếp xúc hay góc áp lực của khớp quay. Tùy theo từng loại ổ mà người ta tìm gia được các quy luật khác nhau. Có thể tra cứu các giá trị này trong các tài liệu kỹ thuật.

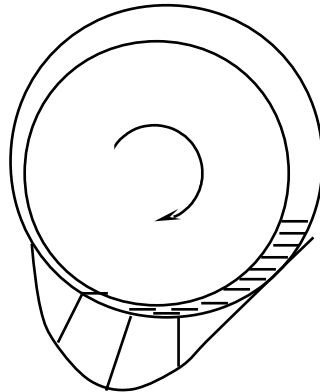
Ma sát ướt

Điều kiện để xảy ra hoạt động của khớp ở trạng thái ma sát nửa ướt là khi có một lớp dầu ngăn cách giữa hai bề mặt chi tiết. Tức là phải có:

$$h > R_1 + R_2$$

trong đó h là khe hở lớp dầu giữa hai bề mặt

R_1, R_2 là chiều cao nhấp nhô (trị số nhám bề mặt) của hai chi tiết.



Hình 16.4

Nhưng nếu chỉ có yếu tố này thì không đủ. Để có hiện tượng ma sát ướt vận tốc tương đối giữa hai bề mặt tiếp xúc phải đủ lớn. Do khe hở giữa hai chi tiết có hình chêm, nhờ có độ nhớt các lớp dầu sẽ liên tục bị dồn vào phần hẹp của khe hở và bị nén lại tạo nên một áp suất dư, áp suất này sẽ cân bằng với tải trọng N làm chi tiết nổi lên trên dầu. Lúc này chuyển động được thực hiện trong chế độ ma sát ướt và áp suất thay đổi theo chế độ dòng chảy và có thể dùng phương trình Raynon

$$\frac{dp}{dx} = 6 \nu \frac{h}{h_m^3}$$

trong đó p là áp suất của dầu

là độ nhớt của dầu

h và h_m khe hở của dầu ứng với áp suất p và p_{\max}

Ngoài các điều kiện trên tất nhiên còn phải có điều kiện là tồn tại dầu trên bề mặt tiếp xúc, tức là dầu phải luôn luôn được bơm vào bề mặt tiếp xúc.

Chương 17 Cơ cấu bánh răng

17.1 Khái niệm

Định nghĩa: Cơ cấu bánh răng là cơ cấu truyền chuyển động khớp cao trong đó việc truyền chuyển động được thực hiện nhờ các răng trên hai khâu dẫn và bị dẫn lần lượt vào tiếp xúc và đẩy nhau. Quá trình tiếp xúc như vậy gọi là quá trình ăn khớp. Khâu có răng gọi là bánh răng.

Phân loại: căn cứ vào vị trí giữa các trục trong không gian người ta chia cơ cấu bánh răng ra thành cơ cấu bánh răng phẳng và cơ cấu bánh răng không gian.

Cơ cấu bánh răng phẳng là cơ cấu bánh răng với hai bánh răng chuyển động trong cùng một mặt phẳng hay trong hai mặt phẳng song song. Hai trục của hai bánh răng vuông góc với mặt phẳng chuyển động và song song với nhau.

Cơ cấu bánh răng không gian là cơ cấu bánh răng với hai bánh răng truyền chuyển động giữa hai trục chéo hoặc cắt nhau trong không gian.

17.2 Cơ cấu bánh răng phẳng

Với cơ cấu bánh răng phẳng do mặt phẳng làm việc vuông góc với trục quay khi xem xét cơ cấu ta có thể xem xét trong tiết diện vuông góc với trục. Căn cứ vào một số tiêu chí người ta có thể phân loại cơ cấu bánh răng phẳng như sau:

Dựa vào đặc điểm ăn khớp người ta chia ra ăn khớp trong và ăn khớp ngoài

Cặp bánh răng được gọi là ăn khớp trong nếu quá trình ăn khớp xảy ra nằm về một phía của hai tâm quay.

Nếu quá trình ăn khớp xảy ra ở khoảng giữa hai tâm quay ta có cặp bánh răng ăn khớp ngoài.

Theo đặc điểm của tỷ số truyền người ta chia ra thành:

Cơ cấu bánh răng có tỷ số truyền không đổi.

Cơ cấu bánh răng có tỷ số truyền thay đổi theo quy luật xác định.

Giáo trình này chỉ giới hạn trong việc xem xét cơ cấu bánh răng có tỷ số truyền không đổi.

Theo các dạng đường cong dùng làm biên hình của răng người ta chia thành:

Bánh răng thân khai

Bánh răng hypoloit

Bánh răng Novicov

Việc lựa chọn đường cong làm biên hình của bánh răng rất quan trọng vì ngoài việc đảm bảo tỷ số truyền còn phải đảm bảo các yếu tố:

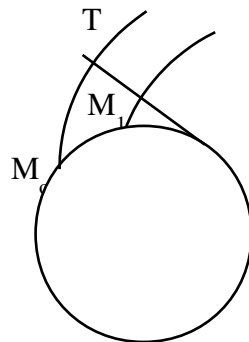
Đơn giản, dễ chế tạo

Có khả năng truyền lực lớn
 Chống mài mòn tốt
 Chạy êm
 Ít bị ảnh hưởng bởi các sai số chế tạo.

Trong số các đường cong kể trên Đường thân khai đáp ứng được các yêu cầu trên tốt nhất do đó nó được sử dụng nhiều hơn cả.

17.2.1 Bánh răng thân khai

Bánh răng thân khai là bánh răng có biên hình dùng để truyền động



Hình 17.1

là đường thân khai của vòng tròn.

Đường thân khai T của đường tròn là quỹ đạo của điểm M trên đường thẳng d khi đường thẳng d lăn không trượt trên đường tròn. Đường tròn được gọi là vòng tròn cơ sở.

Tính chất của đường thân khai:

đường thân khai nằm ngoài vòng tròn cơ sở.

Pháp tuyến của đường thân khai là tiếp tuyến của vòng tròn cơ sở và ngược lại.

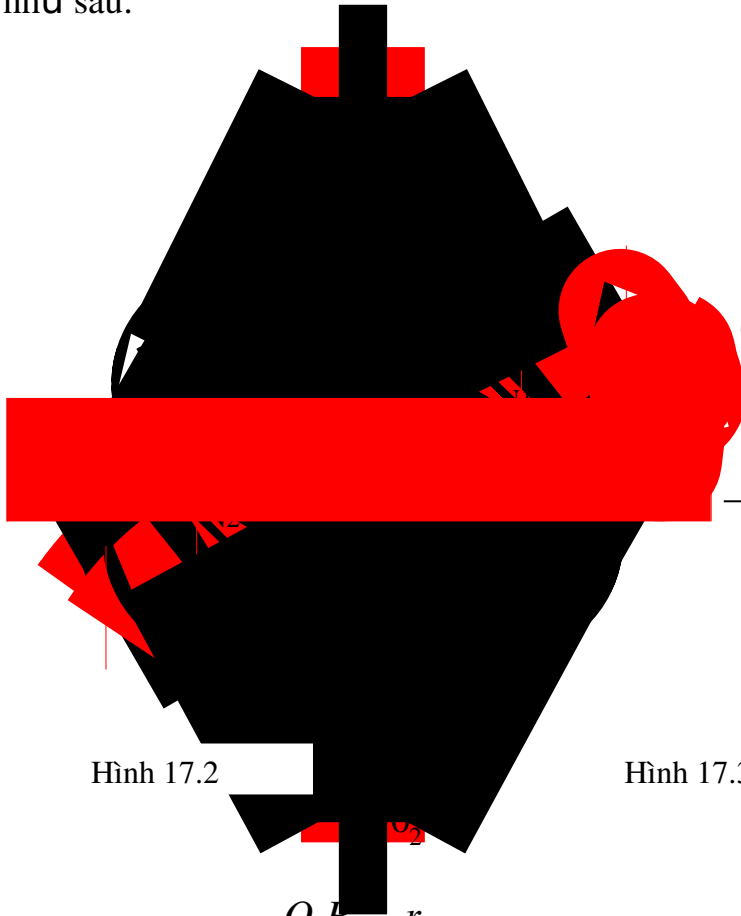
Tâm cong của đường thân khai là điểm N nằm trên vòng tròn cơ sở, bán kính cong NM bằng cung lẩn NM_c của vòng tròn cơ sở.

Khoảng cách giữa các đường thân khai của cùng một vòng tròn cơ sở là những đường cách đều nhau, khoảng cách giữa hai đường theo phương pháp tuyến chung bằng khoảng cách của chúng trên vòng tròn cơ sở.

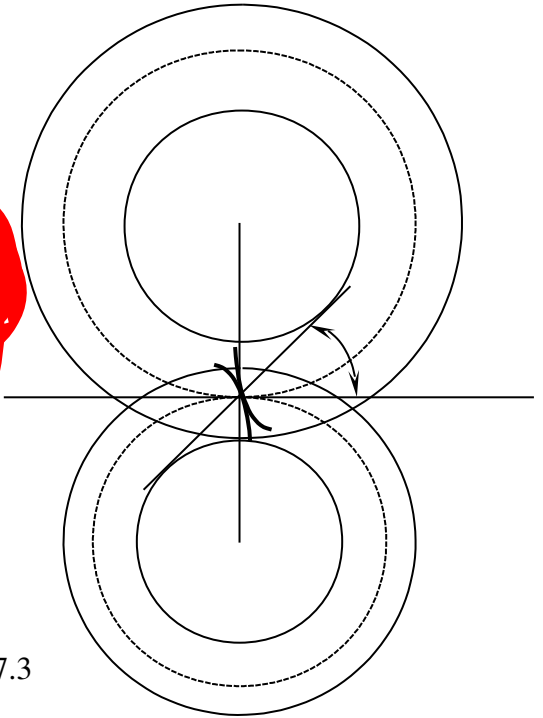
Tỷ số truyền

Xét một cặp bánh răng thân khai ăn khớp với nhau, tại thời điểm ăn khớp giả sử rằng hai biên hình lăn không trượt khi đó tâm vận tốc tức thời của cả hai bánh răng nằm tại một điểm nào đó trên pháp tuyến chung của chúng. Kẻ pháp tuyến chung của hai biên hình. Vì hai biên hình là hai đường thân khai của hai vòng tròn cơ sở r_{o1} , r_{o2} nên pháp tuyến chung phải là tiếp tuyến chung N_1, N_2 của hai vòng tròn đó. Gọi P là giao điểm giữa

đường nối tâm O_1O_2 với pháp tuyến chung N_1N_2 , P chính là tâm vận tốc tức thời của chuyển động. Tỷ số truyền của cặp bánh răng sẽ được tính như sau:



Hình 17.2



Hình 17.3

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_1P}{O_2P} = \frac{r_{o1}}{r_{o2}}$$

Trong đó:

i_{12} là tỷ số truyền của cặp bánh răng.

ω_1, ω_2 là vận tốc góc của mỗi bánh răng.

r_{o1}, r_{o2} là bán kính của hai vòng tròn cơ sở.

Từ biểu thức trên ta nhận thấy:

Nếu hai tâm quay O_1O_2 cố định thì điểm P cũng cố định.

Tỷ số truyền chỉ phụ thuộc vào bán kính vòng tròn cơ sở chứ không phụ thuộc vào khoảng cách giữa hai tâm quay.

Một số khái niệm

Tâm ăn khớp: điểm P là tâm quay tức thời trong chuyển động tương đối của cặp bánh răng gọi là tâm ăn khớp của bộ truyền.

Đường ăn khớp: quỹ tích của các điểm tiếp xúc của các cặp biên hình trong quá trình truyền chuyển động gọi là đường ăn khớp, đó chính là tiếp tuyến chung N_1N_2 . Trên thực tế biên hình chỉ là một đoạn của đường thân khai, chúng bị giới hạn bởi hai vòng đỉnh răng. Giao điểm của hai vòng đỉnh này với đường N_1N_2 tại A và B, AB chính là đoạn ăn khớp thực.

Vòng lăn hay vòng chia: Các vòng tròn bán kính O_1P , O_2P lăn không trượt với nhau tại điểm P gọi là vòng tròn lăn.

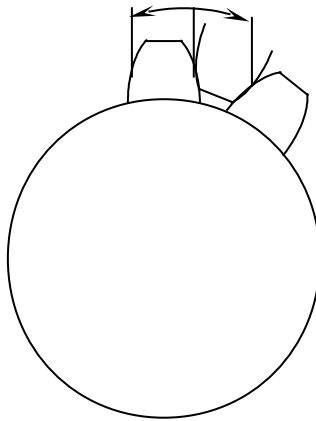
Góc ăn khớp: góc α là góc giữa tiếp tuyến chung N_1N_2 và tiếp tuyến chung tt của hai vòng tròn lăn tại P gọi là góc ăn khớp. Đây cũng chính là góc áp lực tại tâm ăn khớp. Với bánh răng thân khai thường $\alpha = 20^\circ$

Các thông số hình học của bánh răng thân khai

Vòng đỉnh là đường giới hạn răng nằm phía ngoài thân bánh răng.

Vòng chân răng là đường giới hạn răng nằm phía trong thân bánh răng.

Khoảng cách giữa hai vòng tròn đỉnh và chân răng gọi là chiều cao



Hình 17.4

của răng. Khoảng cách giữa vòng đỉnh răng và vòng chia gọi là chiều cao đầu răng, còn giữa vòng chia và vòng chân răng gọi là chiều cao chân răng.

Cung giới hạn bởi hai biên hình của một răng gọi là chiều dày răng S_x . Cung giới hạn bởi hai biên hình khác phía của hai răng liền kề nhau gọi là chiều rộng chân răng W_x . Cung giới hạn bởi hai biên hình cùng phía của hai răng kề nhau gọi là bước răng.

$$T_x = S_x + W_x$$

Các điều kiện ăn khớp của cặp bánh răng thân khai

Điều kiện ăn khớp đúng.

Điều kiện ăn khớp đúng của một cặp bánh răng nhằm đảm bảo cho chúng có một tỷ số truyền không đổi trong suốt quá trình chuyển động. Muốn vậy tại một thời điểm bất kỳ tối thiểu phải có một cặp biên hình đang tiếp xúc với nhau. Gọi MM_x là khoảng cách theo phương pháp tuyến của hai biên hình cùng phía của hai răng liên tiếp. Để thấy điều kiện ăn khớp đúng ở đây sẽ là:

$$MM_x \leq AB$$

Hay nói cách khác ta phải có:

$$\frac{AB}{T_N} \geq 1$$

gọi là hệ số trùng khớp.

Nếu $\frac{t_1}{z_1} = \frac{t_2}{z_2}$ ta sẽ có tại một thời điểm bất kỳ tối thiểu là một cặp bánh răng và tối đa là hai cặp bánh răng ăn khớp với nhau. Thông thường ta lấy $\frac{t_1}{z_1} < \frac{t_2}{z_2}$. Nếu một trong hai quan hệ trên không đảm bảo ta không thể có bộ truyền có tỷ số truyền không đổi.

Điều kiện ăn khớp khít

Để một cặp bánh răng hoạt động được êm không va đập, nhất là khi đổi chiều chuyển động cặp biên hình phía phải và cặp biên hình phía trái phải đồng thời tiếp xúc với nhau. Điều này chỉ xảy ra khi bước răng trên vòng tròn lăn của hai bánh răng bằng nhau.

$$t_{L1} = t_{L2}$$

Mô đun

Để tạo thuận tiện cho việc đo bánh răng người ta dùng một đại lượng gọi là mô đun, ký hiệu m thay thế cho bước răng t .

$$m = \frac{t}{z}$$

Mô đun càng lớn kích thước răng càng lớn. Hai bánh răng ăn khớp được với nhau khi và chỉ khi chúng có cùng một modun. Mô đun được tiêu chuẩn hoá theo một dãy kích thước nhất định.

0,1	0,12	0,15	0,2	0,25	0,30	0,40
0,50	0,60	0,80	1,00	1,25	1,50	2,00
2,50	3,0	4,0	5,0	6,0	8,0	10,0

Hiện tượng cắt chân răng và hệ số dịch dao

Người ta tạo hình răng bằng một dụng cụ gọi là thanh răng. Thanh răng có thể coi như một bánh răng đặc biệt có bán kính vòng tròn cơ sở vô cùng lớn. Khi đó đường đỉnh răng và đường chân răng đều suy biến thành những đường thẳng. Đường thẳng chia đều đường đỉnh và đường chân răng gọi là đường trung bình của thanh răng. Bình thường khi tạo hình đường trung bình của thanh răng trùng với đường lăn của bánh răng. Tuy nhiên do các yêu cầu đặc biệt khi chế tạo người ta có thể để đường trung bình của thanh răng không trùng với đường lăn của bánh răng mà dịch đi một khoảng cách gọi là độ dịch dao.

Khi $x < 0$ Đường trung bình dịch vào gần tâm quay hơn và răng có hình dạng thon thả hơn, chân răng nhỏ lại, đầu răng to ra.

Khi $x > 0$ đường trung bình dịch xa tâm quay hơn và răng có hình dạng bầu hơn, đầu răng nhỏ lại, chân răng to ra.

Đại lượng đặc trưng cho độ dịch dao gọi là hệ số dịch dao.

—
m

Trong đó là hệ số dịch dao.

Việc dịch dao làm cải thiện điều kiện làm việc của bánh răng khi ăn khớp sau này như: thay đổi hệ số trượt trên từng phần, thay đổi sức chịu uốn, thay đổi khả năng chịu tải.

Tuy nhiên việc dịch dao cũng chỉ có thể thực hiện trong một giới hạn nhất định. Nếu dịch dao quá sâu sẽ dẫn đến hiện tượng một phần chân răng bị cắt lẹm, thậm chí cắt lẹm cả phần thân khai ở chân răng làm cho răng yếu đi đáng kể.

Quan hệ hình học các thông số bánh răng

Môđun m

Số răng z

Đường kính vòng chia (vòng lẩn)

$d = mz$

góc ăn khớp $\alpha = 20^\circ$ cũng có khi lấy $\alpha = 14^\circ 30'$

Chiều cao đầu răng $h'_t = f'm$

Trong đó f' là hệ số chiều cao răng, thông thường $f' = 1,25$

Chiều cao chân răng $h''_t = f''m$

Trong đó f'' là hệ số chiều cao chân răng, thông thường $f'' = 1,25$

Phần lượn đầu răng và chân răng

$C = f_0m$

f_0 là hệ số khoảng hở hướng tâm, thông thường $f_0 = 0,25$

Chiều cao răng $h = h'_t + h''_t + C = m(h'_t + h''_t + C)$

Đường kính vòng chân răng

$d_f = d - 2(h''_t + C) = mz - 2(mf'' + mf_0) = m(z - 2(f'' + f_0))$

Đường kính vòng đỉnh răng

$d_e = d + 2h'_t = mz + 2mf' = m(z + 2f')$

Bước răng $t = m$

17.3 Cơ cấu bánh răng không gian

17.3.1 Khái niệm và phân loại

Cơ cấu bánh răng không gian là cơ cấu bánh răng với hai bánh răng truyền chuyển động giữa hai trục chéo hoặc cắt nhau trong không gian.

Các cơ cấu bánh răng không gian thông dụng gồm:

Cơ cấu bánh răng côn dùng để truyền chuyển động giữa hai trục cắt nhau và thường vuông góc với nhau.

Cơ cấu bánh răng trụ chéo: gồm hai bánh răng trụ hypoloit dùng để truyền chuyển động giữa hai trục chéo nhau trong không gian. Góc chéo nhau giữa hai trục .

$$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 = 90^\circ \quad \text{và} \quad \alpha_1 - \alpha_2$$

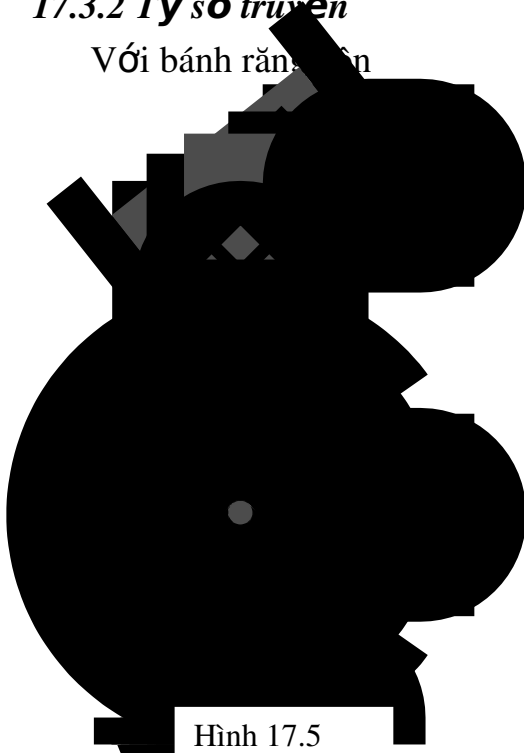
trong đó α_1, α_2 là góc nghiêng của từng bánh răng.

Cơ cấu bánh vít trụ vít: là cơ cấu bánh răng đặc biệt dùng để truyền chuyển động giữa hai trục chéo nhau thường là vuông góc với nhau trong không gian thông qua một kết cấu đặc biệt của bánh vít.

Người ta cũng phân loại các cơ cấu này theo hình dáng và kết cấu của răng tương tự như đối với bánh răng phẳng.

17.3.2 Tỷ số truyền

Với bánh răng trụ chéo



Hình 17.5

$$i_{12} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{z_2}{z_1} \frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_1} \quad \text{tg} \alpha_2 = \frac{1}{\cot \alpha_1}$$

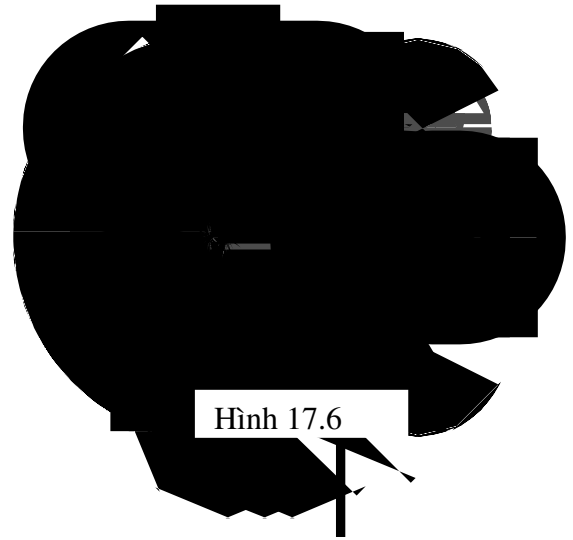
với bánh răng trụ chéo

$$i_{12} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1} \frac{r_2}{r_1} \text{tg} \alpha_1$$

Trong đó: α_1, α_2 là góc côn của bánh răng 1 và 2.

α_1 là góc nghiêng của bánh răng trụ chéo.

Công thức này cho thấy tỷ số truyền của cặp bánh răng trụ chéo ngoài việc phụ thuộc vào bán kính lăn r còn phụ thuộc vào góc nghiêng của đường răng. Muốn đổi chiều quay của bánh răng ta chỉ cần đổi chiều nghiêng của bánh răng 1 từ $+$ sang $-$ mà không cần thêm bánh răng trung gian.



Hình 17.6

Với cặp bánh vít trục vít

$$i_{12} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1}$$

trong công thức này Z_i là số đường ren của trục vít.

17.3.3 Các thông số chế tạo

Bánh răng côn:

Số răng z

Mô đun m (quy định theo tiêu chuẩn như với bánh răng trụ)

Góc côn 2α

Các kích thước của bánh răng nón quy ước lấy ở đáy lớn trên mặt nón trục giao với mặt nón lặn.

$$t = m, s = \frac{m}{2}$$

$$h = h' + h'' = m + 1,25m = 2,25m$$

$$d = mz$$

$$d_e = d + 2h' \cos \alpha = m(z + 2 \cos \alpha)$$

$$d_f = d - 2h'' \cos \alpha = m(z + 2,5 \cos \alpha)$$

và đường sinh của nón lặn

$$L = \frac{mz}{2 \sin \alpha}$$

trong các công thức trên:

t là bước răng

s chiều rộng của răng tính theo vòng chia

h, h', h'' là chiều cao của răng, chiều cao đỉnh răng và chân răng

d, d_e, d_f là đường kính vòng chia, vòng đỉnh và vòng chân răng

L đường sinh của nón lặn tính đến giao điểm của đường tâm.

một nửa góc côn của nón.

Với trục vít

Số đầu mối ren z

Bước xoắn $s = t.z$

Góc xoắn $\alpha = 90^\circ - \alpha$

Đường kính vòng chia: $d = mq$

Trong đó q là hệ số tỷ lệ quy định theo tiêu chuẩn để hạn chế số dao cắt bánh vít.

Các thông số khác và các thông số của bánh vít giống như của bánh răng.

17.3.4 đặc điểm ăn khớp và ưu nhược điểm của các bộ truyền không gian

Cặp bánh răng côn có ưu điểm là dễ chế tạo, kết cấu đơn giản, kích thước gọn, số răng tối thiểu nhỏ hơn 17 không bị cắt chân răng. Tuy nhiên bánh răng côn, đặc biệt là bánh răng côn răng thẳng làm việc có nhiều va đập, do đó có nhiều tiếng ồn. Ngoài ra hiệu suất làm việc của cặp bánh răng côn cũng thấp hơn so với bánh răng trụ.

Cặp bánh răng trụ chéo có hai trục không song song với nhau nên hai mặt lăn tiếp xúc với nhau theo một điểm do đó tải trọng trên bánh răng lớn hơn. Ngoài ra cặp bánh răng trụ chéo cũng nhanh mòn hơn so với cặp bánh răng trụ phẳng vì vận tốc trượt bề mặt răng quá lớn. Hiệu suất truyền của cặp bánh răng trụ chéo cũng thấp hơn so với bánh răng trụ thẳng nhưng làm việc êm và ít ồn hơn.

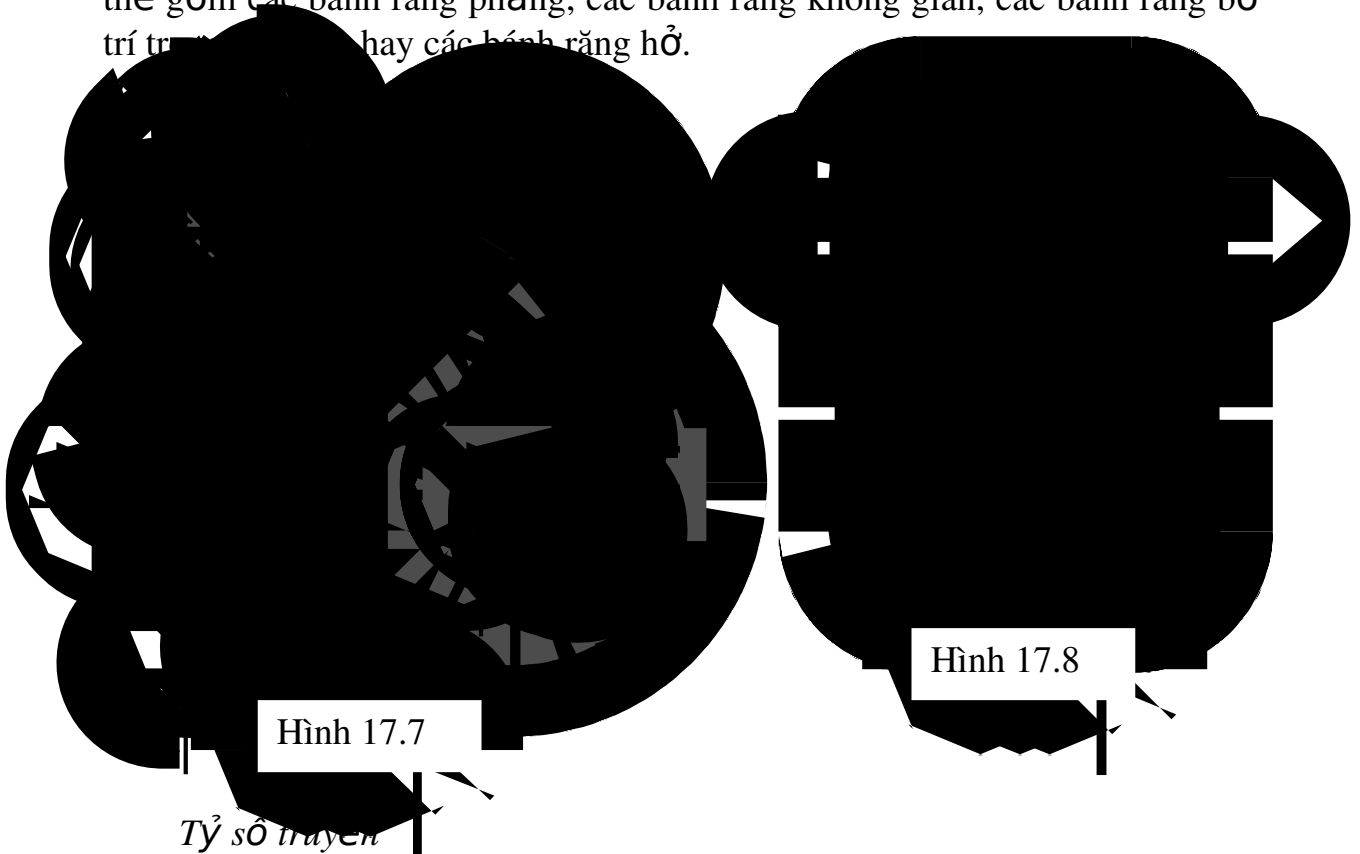
So với cặp bánh răng thẳng, cặp trục vít- bánh vít có tỷ số truyền lớn hơn nhiều, khả năng làm việc êm hơn, có thể truyền được công suất tương đối lớn. Bộ truyền chỉ có thể thực hiện theo một chiều từ trục vít sang bánh vít mà không thể truyền ngược lại. Hiệu suất của bộ truyền trục vít thấp hơn bánh răng nhiều lần, việc chế tạo lắp ráp cũng đòi hỏi độ chính xác cao hơn, yêu cầu về vật liệu cũng đắt hơn do đó giá thành cao hơn. Một nhược điểm nữa của bộ truyền này là toả ra rất nhiều nhiệt, vì thế phải tính toán và thiết kế hệ thống tản nhiệt tốt.

17.4 Hệ bánh răng

17.4.1 Hệ bánh răng thường

Định nghĩa: hệ bánh răng thường là một hệ mà tất cả các bánh răng đều quay quanh các trục cố định.

Phần lớn các hệ bánh răng đều là hệ bánh răng thường. Chúng có thể gồm các bánh răng phẳng, các bánh răng không gian, các bánh răng bố trí trục song song hay các bánh răng hở.



Tỷ số truyền của một cặp bánh răng

$$i_{12} = \frac{n_1}{n_2} \frac{z_2}{z_1}$$

trong đó n_1, n_2 là số vòng quay của trục 1 và trục 2

Z_1, z_2 là số răng của bánh răng lắp trên trục 1 và trục 2.

Dấu (+) hay (-) là dùng để chỉ bánh răng bị dẫn sẽ quay cùng chiều hay ngược chiều với bánh răng dẫn. Có thể thấy với cặp bánh răng ăn khớp ngoài i sẽ có dấu (-) còn với cặp bánh răng ăn khớp trong i sẽ có dấu (+).

Tỷ số truyền của hệ bánh răng

$$i_{1n} = \frac{n_1}{n_n} (-1)^k i_{12} \cdot i_{23} \cdot i_{34} \dots i_{n(n-1)}$$

trong đó: k là số cặp bánh răng ăn khớp ngoài của hệ.

$i_{12}, i_{23}, i_{24} \dots$ là tỷ số truyền từ trục 1 sang trục 2, trục 2 sang 3 .v.v.

Ứng dụng

Hệ bánh răng thường được dùng để truyền chuyển động với tỷ số truyền lớn mà một cặp bánh răng không đảm nhiệm được. Trong trường hợp này chúng đóng trong một hộp kín gọi là hộp giảm tốc.

Hệ bánh răng thường cũng được dùng để truyền chuyển động giữa các trục cố định nhưng có tỷ số truyền thay đổi theo từng bậc do thay đổi cặp bánh răng ăn khớp. Trong trường hợp này ta các hộp số.

Hệ bánh răng thường dùng để truyền chuyển động giữa hai trục xa nhau thông qua các bánh răng trung gian mà không thay đổi tỷ số truyền mà chỉ đổi dấu của nó.

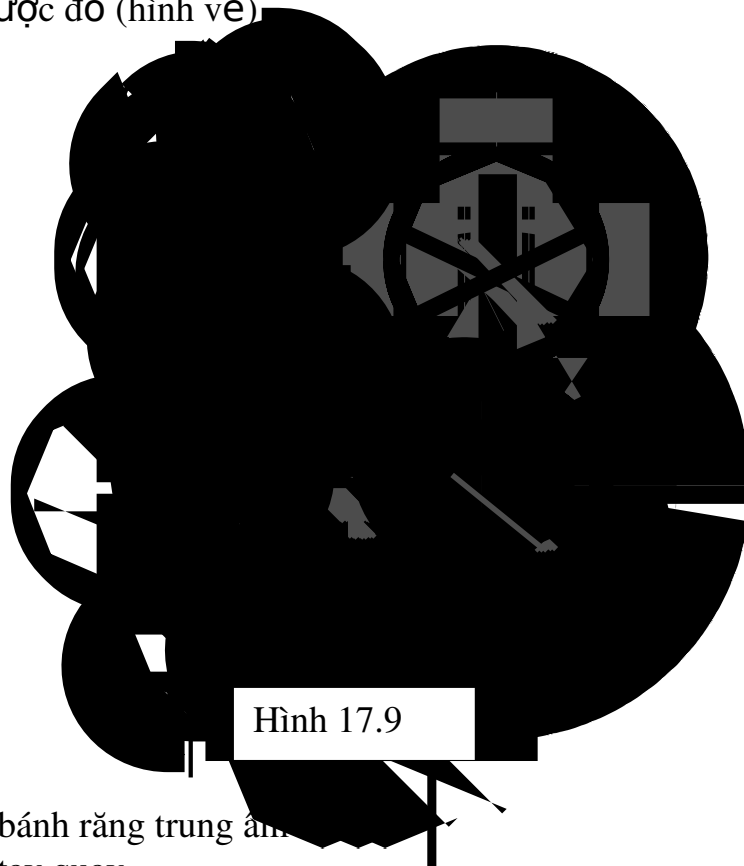
Hệ thường còn dùng để ta đổi chiều quay của trục bị động trong khi trục chủ động không đổi chiều quay nhờ điều chỉnh các cặp bánh răng trung gian.

17.4.2 Hệ bánh răng phức tạp

Khái niệm

Định nghĩa: hệ bánh răng phức tạp là hệ bánh răng trong đó có ít nhất một bánh răng quay quanh một trục di động trong quá trình ăn khớp

Lược đồ (hình vẽ)



Hình 17.9

- 1 bánh răng trung tâm
- 2 tay quay
- 3 Bánh răng di động

Phân loại

Cơ cấu bánh răng hành tinh khi bánh trung tâm cố định

Cơ cấu bánh răng vi sai khi bánh trung tâm quay.

Tỷ số truyền

Để tính tỷ số truyền của một hệ bánh răng phức tạp ta đưa nó về một hệ bánh răng thường. Muốn vậy ta phải làm cho trục di động trở thành trục cố định. Giả sử trong hệ đang xét từng chi tiết có i_1, i_2, \dots, i_H lần lượt là vận tốc góc của các bánh răng 1, 2 và tay quay H. Ta tiến hành đổi giá bằng cách cho toàn bộ hệ quay với vận tốc góc $(-i_H)$ khi đó vận tốc góc của cần sẽ là $i_H - i_H = 0$ tức là H cố định, ta có thể áp dụng công thức của hệ bánh răng thường.

$$i_{12}^H = \frac{1}{2} \frac{Z_2}{Z_1}$$

Chỉ số H trong ký hiệu chỉ ra rằng tỷ số truyền đang xét là trong chuyển động đổi giá.

Tương tự với hệ ba bánh răng ta có (Hình vẽ)

$$i_{12}^H = \frac{1}{2} \frac{Z_2}{Z_1}$$

$$i_{23}^H = \frac{2}{3} \frac{Z_3}{Z_2}$$

$$i_{13}^H = i_{12}^H \cdot i_{23}^H$$

Nếu là hệ bánh răng hành tinh với $i_3 = 0$ thay vào ta có

$$i_{13}^H = \frac{1}{3} \frac{Z_3}{Z_1} \cdot 1 = \frac{1}{3} \frac{Z_3}{Z_1}$$

17.4.3 Phạm vi ứng dụng

Hệ bánh răng hành tinh có ưu điểm là tỷ số truyền lớn trong khi số lượng bánh răng ít, cơ cấu gọn nhẹ vì thế được dụng nhiều trong các dụng cụ đo đòi hỏi độ khuếch đại lớn

Hệ bánh răng hành tinh cho phép từ một chuyển động vào của khâu dẫn có thể lấy ra hai chuyển động khác nhau phụ thuộc lẫn nhau của khâu bị dẫn do đó nó được ứng dụng trong ngành công nghiệp Ôtô. nhờ có bộ vi sai khi ô tô đi vào quãng đường vòng hai bánh xe trên cùng một trục có hai tốc độ khác nhau, bánh phía trong chậm lại trong khi bánh phía ngoài nhanh lên vì thế ô tô không bị lật.

Chương 18: Cơ cấu cam, cơ cấu đai và các cơ cấu truyền động đặc biệt

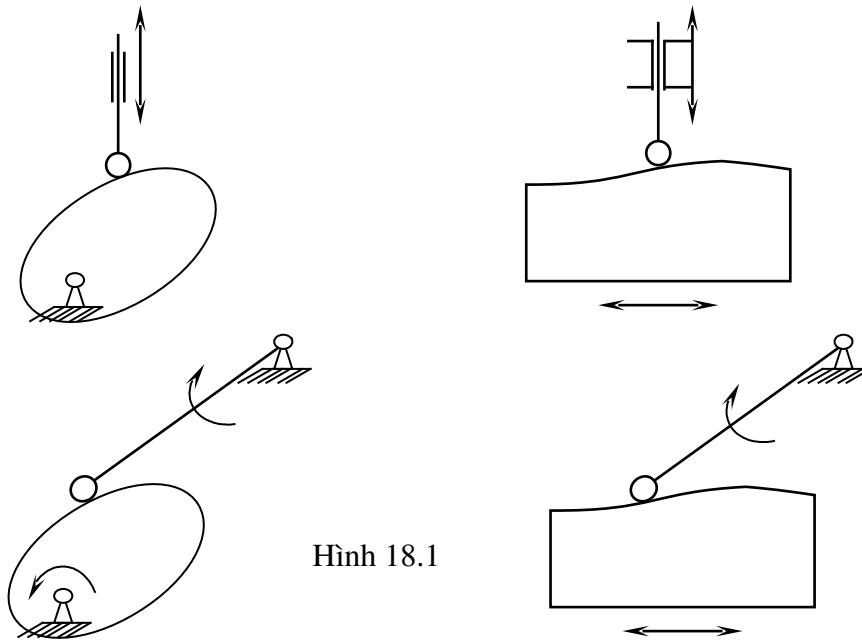
18.1 Cơ cấu cam

18.1.1 Khái niệm

Cơ cấu cam là một cơ cấu khớp cao dùng để biến chuyển động của khâu dẫn thành chuyển động có chu kỳ theo những quy luật xác định của khâu bị dẫn nhờ biên hình đặc biệt của khâu dẫn gọi là cam. Cơ cấu cam có ba khâu chủ yếu là giá, khâu dẫn (cam), khâu bị dẫn gọi là cần, ngoài ra còn có thể có một khâu trung gian là con lăn dùng để giảm lực ma sát tiếp xúc giữa bề mặt của cần và cam, lò xo để giữ cho khâu dẫn và khâu bị dẫn luôn tiếp xúc với nhau.

18.1.2 Phân loại

Theo chuyển động của cam ta có cơ cấu cam quay, Cam tịnh tiến



Hình 18.1

Theo chuyển động của cần ta có cơ cấu cam cần đẩy (khi cần đẩy chuyển động tịnh tiến) và cơ cấu cam cần lắc khi cần lắc qua lắc lại một góc nhất định.

Theo vị trí tâm quay so với đường trượt của cần ta có cơ cấu cam cần đẩy trùng tâm và cần đẩy lệch tâm. Khoảng cách giữa tâm và đường quỹ đạo chuyển động của cần gọi là tâm sai e .

Theo vị trí tương đối của cần và quỹ đạo của nó so với bề mặt của cam ta có cơ cấu cam phẳng khi chuyển động của cả cam và cần đều nằm trong một mặt phẳng hay các mặt phẳng song song. Cơ cấu cam không gian khi các khâu chuyển động trong những mặt phẳng không song song.

Việc xác định các thông số động học của cam có thể thực hiện được thông qua nhiều phương pháp, trong số đó có phương pháp xác định chuyển động thực của cần. Ta có hai bài toán cơ bản.

Biết bề mặt thực của cam và quy luật chuyển động của cam ta có thể dùng đồ thị suy ra quy luật biến thiên của quãng đường hay góc quay của cần. Từ đó có thể dùng phương pháp lấy đạo hàm đồ thị để xác định các thông số chuyển động khác như vận tốc, gia tốc chuyển động tại một thời điểm bất kỳ.

Biết quy luật biến thiên chuyển động của cần ta có thể dùng phương pháp tích phân đồ thị tìm ra quy luật thay đổi quãng đường của cần sau đó dùng đồ thị xác định biên hình của cam dẫn.

Quá trình khảo sát này tiến hành cho một chu kỳ chuyển động của cần hay của cam dẫn. Cụ thể ta có thể tham khảo trong (2)

18.1.3 Phạm vi ứng dụng của cơ cấu cam

Ưu điểm:

Truyền động êm ít tiếng ồn do không có sự va đập trong quá trình làm việc.

Có thể tạo được các chuyển động có chu kỳ theo một quy luật bất kỳ, đa dạng.

Nhược điểm:

Hiệu suất bộ truyền không cao do mất nhiều năng lượng cho ma sát hay quay một chuyển động không tải.

Bề mặt cam nhanh bị mài mòn, chuyển động mất chính xác, đặc biệt sự mài mòn bề mặt diễn ra không đều áp lực tại các vị trí khác nhau cũng khác nhau.

Biên độ chuyển động của cần không lớn vì kích thước cam có hạn.

Việc chế tạo cam phức tạp và khó sản xuất hàng loạt lớn, khó kiểm tra đánh giá.

Ứng dụng: Dùng trong các cơ cấu máy tự động, các loại động cơ chạy xăng, trong máy khâu và các máy thuộc ngành công nghiệp dệt may.

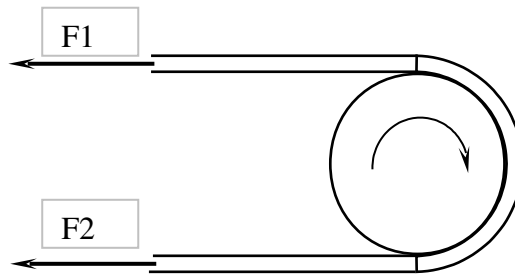
18.2 Cơ cấu đai

18.2.1 Khái niệm

Cơ cấu đai dùng để truyền chuyển động giữa hai trục đặt cách xa nhau thông qua sự tiếp xúc giữa hai khâu dẫn và bị dẫn với một khâu trung gian đàn hồi là dây đai.

Lược đồ (hình vẽ)

18.2.2 Nguyên lý hoạt động:



Hình 18.2

Bánh đai 1 và 2 được gắn cố định trên hai trục. Khi bánh chủ động quay, dây đai được ép chặt vào bề mặt bánh đai, lực ma sát làm dây đai quay theo, đến lượt mình dây đai lại kéo theo bánh đai bị động.

Xét bánh đai bị động. Gọi lực F_1 là lực căng trên nhánh đai trên (nhánh căng), còn F_2 là lực căng trên nhánh đai kia (nhánh trùng). để có được chuyển động ta phải có

$$F_t = F_1 - F_2$$

Trong đó F_t chính là lực kéo của động cơ

$$F_t = \frac{N}{v} = \frac{2M}{d}$$

Trong đó N là công suất truyền của bộ truyền đai
 v vận tốc dây đai.

M mômen quay của bộ truyền.

d đường kính bánh đai

Mặt khác dây đai được căng với lực căng cho trước F_0 , lực căng này sẽ gây ra một lực ma sát giữa dây đai và bánh đai. Lực ma sát này phân bố trên đoạn dây đai tiếp xúc với bánh đai theo một cung chắn góc α gọi là góc ôm đai. Bằng phương pháp tích phân người ta đã chứng minh được rằng giữa F_1 và F_2 có mối liên hệ.

$$F_1 = F_2 \cdot e^f$$

Trong đó f là hệ số ma sát giữa bánh đai và dây đai, nó phụ thuộc vào vật liệu chế tạo dây đai, bánh đai. Ngoài ra f còn phụ thuộc vào sức căng đai ban đầu. Tuy nhiên người ta không thể tăng sức căng ban đầu quá lớn vì sẽ phát sinh các lực tác động lên ổ trục làm ổ trục nhanh hỏng, nhanh mòn. Vì vậy để tăng lực F_1 người ta tìm cách tăng hệ số ma sát f và góc ôm α . Với mỗi một loại đai người ta xác định được một góc ôm tối thiểu.

Công thức trên là công thức Euler.

18.3 Truyền động đai

18.3.1 Phân loại

Tuỳ theo các tiêu chí khác nhau mà người ta có thể phân loại truyền động đai khác nhau.

Căn cứ vào cách bắt đai người ta chia ra:

Truyền động đai thường: dùng truyền chuyển động giữa hai trục song song quay cùng chiều với nhau. Loại này dùng phổ biến hơn cả.

Truyền động chéo: dùng để truyền chuyển động giữa hai trục song song quay ngược chiều nhau. So với truyền động thường cách bắt đai này làm truyền động êm hơn (do góc ôm lớn hơn và lực ma sát tăng hơn) lên truyền được công suất lớn hơn, nhưng có nhược điểm là đai nhanh bị mòn hơn và tuổi thọ thấp hơn do bị thay đổi trạng thái ứng suất trong quá trình làm việc và bị mài mòn ở chỗ tiếp xúc.

Truyền động nửa chéo: chuyển động này ít dùng, thường dùng để truyền chuyển động giữa hai trục chéo nhau trong không gian. Thông thường chuyển động này chỉ thực hiện theo một chiều.

Truyền động góc: dùng để truyền chuyển động giữa hai trục cắt nhau thông qua một bánh đối hướng.

Theo loại đai sử dụng người ta có: đai dẹt, đai thang, đai tròn và đai răng cưa. Trong đó phổ biến hơn cả là đai thang và đai dẹt.

18.3.2 Tỷ số truyền

Tỷ số truyền của bộ truyền đai được tính theo công thức

$$i_{12} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{D_2}{D_1(1 - \epsilon)}$$

Trong đó: n_1, n_2 là số vòng quay của trục 1 và trục 2

D_1, D_2 là đường kính bánh đai 1 và 2.

ϵ là hệ số trượt đai. Thông thường được lấy trong khoảng 1-3/100.

18.3.3..Phạm vi ứng dụng

Ưu điểm:

Truyền được chuyển động giữa hai trục cách xa nhau (có khi đến 15m)

Giữ được an toàn cho thiết bị khi quá tải. Khi bộ truyền quá tải sẽ dẫn tới hiện tượng đứt đai hoặc trượt đai mà không hỏng trục bánh răng hay các thiết bị khác. chính vì vậy bộ truyền đai thường được dùng như bộ truyền đầu tiên từ động cơ đến hộp tốc độ.

Chuyển động êm, ít tiếng ồn, khắc phục được dao động do đai có tính đàn hồi cao.

Chế tạo đơn giản, giá thành hạ.

Nhược điểm:

Kích thước và khuôn khổ lớn đặc biệt khi tỷ số truyền cao.

Tỷ số truyền không ổn định do có sự trượt đai.

Làm tăng tải trọng lên các ổ trục và gối đỡ do dây đai phải được căng trước.

Tuổi thọ dây đai thấp, phải thay thường xuyên.

Nguy hiểm khi làm việc trong môi trường không được che chắn và dễ cháy nổ.

18.4 Một số cơ cấu đặc biệt

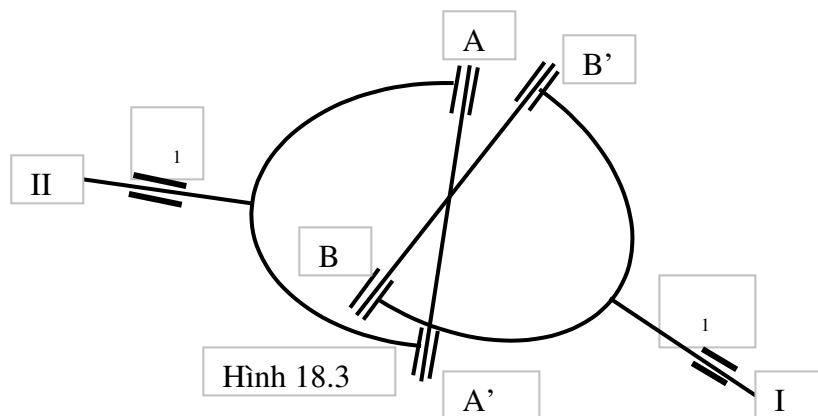
18.4.1 Cơ cấu các đặng

Khái niệm

Cơ cấu các đặng đơn, còn gọi là khớp các đặng dùng để nối và truyền chuyển động giữa hai trục giao nhau một góc rất nhỏ nhưng có thể thay đổi được.

Lược đồ (hình vẽ)

Nguyên lý hoạt động



Trục dẫn 1 chuyển động với vận tốc không đổi $\omega_1 = \text{const}$ qua khâu trung gian chữ thập sang trục 2 quay với vận tốc góc thay đổi ω_2 . Cấu tạo đặc biệt ở đây là đầu trục có dạng chạc có hai khớp quay AA' và BB'. AA' // BB'. Khâu chữ thập T có thể quay quanh các trục 1 và 2, mặt khác T cũng có thể quay quanh trục AA' và BB'.

Tỷ số truyền của cơ cấu các đặng được xác định qua công thức

$$i_{12} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{1 - \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}$$

trong đó n_1, n_2 là số vòng quay của trục 1 và trục 2

góc nghiêng giữa hai trục

α_1 góc quay của trục AA' so với vị trí ban đầu

Công thức trên cho thấy vận tốc góc của trục 2 sẽ đạt giá trị lớn nhất với $\alpha_1 = 0, \pi/2, 3\pi/2, \dots$

$$\omega_{2max} = \frac{\omega_1}{\cos \alpha}$$

trục 2 cũng sẽ có vận tốc góc nhỏ nhất khi $\alpha_1 = \pi/2, 3\pi/2, \dots$

$$\omega_{2min} = \omega_2 \cdot \cos \alpha$$

Công dụng đặc biệt của khớp nối các răng là góc giao nhau giữa hai trục có thể thay đổi, do đó được ứng dụng trong các máy vận chuyển trên đường và công trường.

18.4.2 Cơ cấu khớp các răng kép

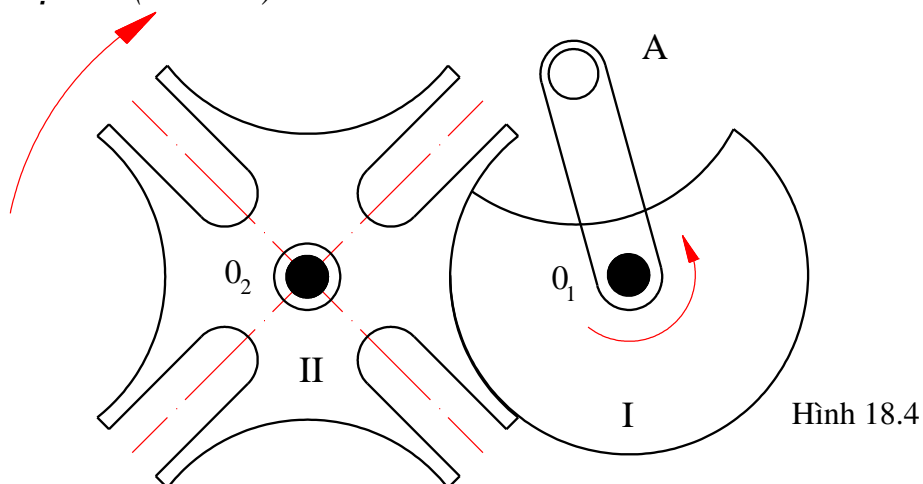
Người ta cũng có thể lắp động hai khớp các răng với nhau rồi đầu với hai trục, khi đó góc giao nhau sẽ là 2α . có thể thay đổi được. Khớp này còn gọi là cơ cấu các răng kép. Trong cơ cấu các răng kép trục 3 quay với vận tốc giống hệt như trục 1 vì thế gọi là khớp đẳng tốc. Các loại khớp này được sử dụng và đề cập đến nhiều trong ngành chế tạo ô tô nên không xem xét trong phạm vi giáo trình này.

18.4.3 Cơ cấu Man

Khái niệm

Cơ cấu man dùng để biến chuyển động quay liên tục của khâu dẫn thành một chuyển động gián đoạn có quy luật.

Lược đồ (hình vẽ)



Nguyên lý hoạt động

Khâu dẫn là một tay quay quay tròn với vận tốc góc cho trước. Trên khâu dẫn có một hay nhiều chốt 3.

Khâu 2 là một đĩa có hình dạng đặc biệt trên đĩa có cắt nhiều rãnh, số lượng rãnh phụ thuộc vào quy luật chuyển động mong muốn của khâu bị dẫn.

Tại vị trí A chốt 3 đi vào ăn khớp với rãnh và đẩy khâu 2 quay theo 1 nhưng khi qua khỏi đường nối tâm thì chốt có xu hướng đi ra. Nó thoát ra ngoài hẳn tại vị trí B sau đó khâu 1 tiếp tục quay đều còn chuyển động của khâu 2 bị gián đoạn cho đến khi chốt 3 lại vào ăn khớp với khâu 2 theo một rãnh khác tại vị trí A.

Ứng dụng: Cơ cấu man có rất nhiều ứng dụng trong ngành cơ khí chế tạo các máy tự động trước đây. ngày nay do kỹ thuật điện tử phát triển mạnh nên ứng dụng của cơ cấu loại này ít nhiều bị hạn chế.

TÀI LIỆU THAM KHẢO:

- Atobolevski N B Nguyên lý máy, NXB Chế tạo máy Maxcova 1972.
- Tal M I Cơ lý thuyết NXB Đại học Kiev 1976
- V. Dorop N.M, BeXpanko A.G Tuyển tập bài tập cơ học kỹ thuật NXB ĐH -THCN 1980.
- Đỗ san, Nguyễn Văn Vượng Cơ kỹ thuật, NXB Giáo dục 2002.
- Nguyễn Văn Đạm Cơ kỹ thuật.. NXB GD 1992
- Vũ Đình Lai. Nguyễn văn Nhâm. Cơ học kỹ thuật. NXB GD 1992.
- Nguyễn Văn Vượng. Cơ học ứng dụng. NXB ĐH-THCN 2001.
- Nguyễn Văn Vượng. Sức bền vật liệu. NXB ĐH-THCN 1998.
- Đinh Gia Tường. Nguyên lý máy. NXB ĐH-THCN 2000.
- Nguyễn Văn Nhậm, Vũ Duy Thiện Cơ kỹ thuật. NXB ĐH-THCN 1982.
- Đỗ San, Nguyễn Văn Vượng, Cơ học ứng dụng, Trường Đại học Bách Khoa Hà Nội, 1993, giáo trình dành cho các trường cao đẳng kỹ thuật CHLB Đức
- Tạ Ngọc Hải, Phan Văn Đồng; Giáo trình Nguyên lý Máy, Đại học Bách khoa Hà Nội, 1983
- Nguyễn Quang Tuyển, Nguyễn Thị Thạch.Cơ Kỹ thuật. Trung học Công nghiệp Hà Nội 2004.

