

Chương 2 Hệ đếm

2.1. Hệ đếm và cách biểu diễn.

- Định nghĩa: Hệ đếm là một tập các ký hiệu và quy tắc sử dụng tập các ký hiệu đó để biểu diễn và xác định các giá trị số.
- Phân loại hệ đếm:
 - Hệ đếm la mã và hệ thập phân
 - Hệ nhị phân, bát phân và thập lục phân.(dùng trong tin học)

a. Hệ thập phân

- Hệ đếm thập phân chỉ là một trường hợp riêng khi chọn cơ số là 10. Một số N trong hệ đếm cơ số b nếu có biểu diễn là :

$$N = (d_n d_{n-1} d_{n-2} \dots d_1 d_0, d_{-1} d_{-2} \dots d_{-m})$$

thì giá trị của N được tính theo công thức :

$$N = d_n b^n + d_{n-1} b^{n-1} + d_{n-2} b^{n-2} \dots + d_0 b^0 + d_{-1} b^{-1} + \dots + d_{-m} b^{-m}$$

di thỏa mãn điều kiện $0 \leq d_i < b$ còn n là số lượng các chữ số bên trái, và m là số lượng các chữ số bên phải dấu phân chia phần nguyên và phần lẻ của số N.

- **Ví dụ1:** cho số $N=3578696,345_{10}$ thì ta có

$$d_n=3, d_{n-1}=5, d_{n-2}=7 \dots d_0=6, d_{-1}=3, \dots, d_{-m}=5 \text{ và } b=10 \text{ (Là cơ số 10).}$$

Khi đó ta có

$$N=3 \cdot 10^6 + 5 \cdot 10^5 + \dots + 6 + 3 \cdot 10^{-1} + \dots 5 \cdot 10^{-3} = 3578696,345_{10}$$

Ví dụ2: Theo cách trên hãy phân tích số $N_1= 13,24_{10}$ và $N_2=324,55_{10}$

$$N_1=1 \cdot 10^1 + 3 + 2 \cdot 10^{-1} + 4 \cdot 10^{-2}, \quad N_2=3 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 4 + 5 \cdot 10^{-1} + 5 \cdot 10^{-2}$$

Trong tin học người ta thường dùng một số hệ đếm sau đây:

b.Hệ đếm nhị phân

- Là hệ đếm cơ số 2 nghĩa là chỉ dùng hai chữ số 0 và chữ số 1 làm kí hiệu.
- Ví dụ. 0 , 1 , 10 , 11 , 1011001.

c Hệ đếm mười sáu

- Còn gọi là hệ Hexa là hệ đếm cơ số 16, sử dụng các kí hiệu : 0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 , 9 , A , B , C , D ,E , F.
- Ví dụ. C65FB , -D32F , -47 , 20 ,
- để phân biệt số được biểu diễn ở hệ đếm nào người ta viết cơ số làm chỉ số cho số đó. Ví dụ. 101_2 , 5_{16} .

2.2. Biến đổi giữa các hệ đếm

- 2.2.1 Biến đổi số thập phân sang số nhị phân.
- 2.2.1.1. Đổi số nguyên.

Muốn đổi số nguyên thập phân s thành số nguyên nhị phân x ta chia s cho 2 rồi tiếp tục chia thương nhận được cho 2 ... cứ tiếp tục chia như vậy cho đến khi nhận được thương cuối cùng là 0 thì thôi. Phần dư lần lượt nhận được từ dưới lên trên là các chữ số của x.

Ví dụ1: Hãy đổi số thập phân 52_{10} sang số nhị phân

- $52 \underline{) 2}$
 - $0 \ 26 \underline{) 2}$
 - $0 \ 13 \underline{) 2}$
 - $1 \ 6 \underline{) 2}$
 - $0 \ 3 \underline{) 2}$
 - $1 \ 1 \underline{) 2}$
 - $1 \ 0$
-

- Như vậy $52_{10} = 110100_2$

2.2.1.2. Đổi phần thập phân.

Muốn đổi phần thập phân s thành số nhị phân x ta nhân s với 2 sau đó nhân phần thập phân của tích nhận được với 2... cứ nhân mãi như vậy cho đến khi nhận được tích của 2 với phần thập phân bằng 0 hoặc đã đạt được độ chính xác cần thiết thì thôi. Phần nguyên của tích nhận được đầu tiên là chữ số đầu sau dấu phẩy của x, phần nguyên của tích thứ hai là chữ số thứ 2...

Ví dụ 1: Đổi 0.40625_{10} và 0.927_{10}

0.9375	0.927
x2	x2
1.8750	1.854
x2	x2
1.7500	1.708
x2	x2
1.5000	1.416
x2	x2
1.0000	0.832
	x2
	1.664

$0.9375_{10} = 0.1111_2$ và $0.927_{10} = 0.11101_2$

2.2.1.3.Đổi hỗn hợp.

Đổi riêng từng phần nguyên và phần thập phân rồi ghép lại

Ví dụ. $52.9375_{10}=110100.1111_2$

Bài tập: Đổi các số sau ra số nhị phân

[8.96₁₀](#), [19.74₁₀](#), [2008.63₁₀](#), [1758.56₁₀](#), [1456.45₁₀](#), [3456.2₁₀](#)

2.2.2. Đổi số hệ nhị phân sang số hệ thập phân.

Biến đổi số nhị phân X sang số thập phân S.

Giả sử $X_2=b_{n-1}b_{n-2}\dots b_1b_0b_{-1}b_{-2}\dots b_{-m}$ thì

Ta có $S_{10}=b_{n-1}*2^{n-1}+b_{n-2}*2^{n-2}+\dots+b_0*2^0+b_{-1}*2^{-1}+\dots+b_{-m}*2^{-m}$

Ví dụ 1: $101.1_2=(1*2^2+0*2^1+1*2^0+1*2^{-1})=5.5_{10}$

Ví dụ 2: $110100.1111_2=1*2^5+1*2^4+0*2^3+1*2^2+0*2^1+0*2^0+1*2^{-1}+1*2^{-2}+1*2^{-3}+1*2^{-4}=52.9375_{10}$

Bài tập: Biến đổi các số nhị phân sau sang số thập phân.

[10.10₂](#); [110.11₂](#); [101101.01₂](#); [11001.100₂](#); [110101.01₂](#)

2.2.3. Đổi số hệ thập phân sang số hệ thập lục phân.

0;1;2;3;4;5;6;7;8;9;A;B;C;D;E;F

Quy tắc biến đổi tương tự như đổi từ hệ 10 sang hệ 2 nhưng nhân và chia cho 16.

Ví dụ: Đổi $52_{10}=?_{16}$

$$\begin{array}{r} 52 \overline{)16} \\ \underline{4} \\ 4 \overline{)16} \\ \underline{3} \\ 3 \overline{)0} \end{array}$$

Vậy $52_{10} = 34_{16}$

Bài tập: đổi các số hệ 10 sau sang hệ 16; [16₁₀](#); [18₁₀](#); [105₁₀](#); [346₁₀](#); [5675₁₀](#)
[8765.5₁₀](#)

2.2.4. Đổi số hệ thập lục phân sang số hệ thập phân.

Tương tự hệ nhị phân ta áp dụng công thức.

$X_{16} = b_n b_{n-1} b_{n-2} \dots b_1 b_0 b_{-1} b_{-2} \dots b_{-m}$ thì

Ta có $S_{10} = b_n * 16^n + b_{n-1} * 16^{n-1} + \dots + b_0 * 16^0 + b_{-1} * 16^{-1} + \dots + b_{-m} * 16^{-m}$

- Ví dụ: $1A.74_{16} = 1 * 16^1 + A * 16^0 + 7 * 16^{-1} + 4 * 16^{-2}$
 $= 16 + 10 + 0.4375 + 0.015625 = 26.452625_{10}$

Bài tập: Đổi các số hệ thập lục phân sang các số hệ thập phân.

[2B₁₆](#); [1C₁₆](#); [2F.10₁₆](#)

2.2.5. Biến đổi hệ nhị phân sang hệ thập lục phân

Quy tắc: * gộp các chữ số hệ nhị phân thành từng nhóm 4 số cả về 2 phía từ dấu phẩy (phân cách phân nguyên và phần thập phân).

* Thay mỗi nhóm 4 chữ số bởi ký tự tương ứng ở hệ 16 theo bảng

Hệ 2	0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111
Hệ 10	0	1	2	3	4	5	6	7
Hệ 2	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111
Hệ 10	8	9	A	B	C	D	E	F

sau:

Ví dụ: 1011100101.11_2 gộp $0010\ 1110\ 0101.1100_2=2E.C_{16}$

Bài tập: [11110001.1₂](#); [100111.1010₂](#); [101010111.101₂](#)

2.2.6. Biến đổi hệ nhị phân sang hệ thập lục phân

- Chúng ta có thể đổi ngược lại từ hệ thập lục phân sang hệ nhị phân dựa vào bảng trên.

Ví dụ: $3.DE_{16}=0011.11011110_2$.

Bài tập: Đổi các số hệ thập lục phân sau sang hệ nhị phân.

D42E.1C; 3A2B.D2; C1F.0D; 1AB.5C

2.3. Các phép toán trên hệ đếm

- Cộng, trừ, nhân, chia số nhị phân

Muốn thực hiện các phép tính số học trên hệ nhị phân ta dựa vào bảng sau.

Cộng	Trừ	Nhân
$0+0=0$	$0-0=0$	$0*0=0$
$0+1=1$	$1-0=1$	$0*1=0$
$1+0=1$	$1-1=0$	$1*0=0$
$1+1=10$	$10-1=1$	$1*1=1$

Các bài tập mẫu.

* Đổi cơ số:

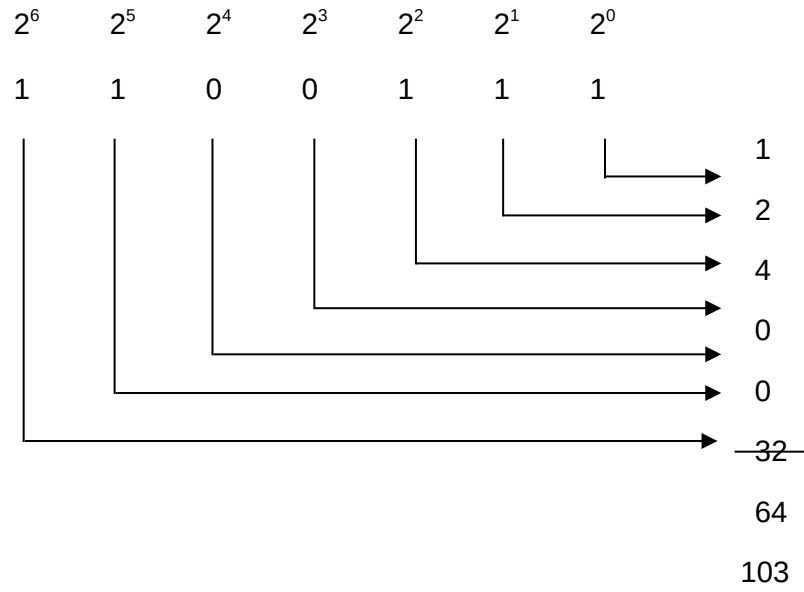
Ví dụ: Đổi số từ hệ nhị phân sang thập phân

a) 1100111

b) 1010011

c) 1101011

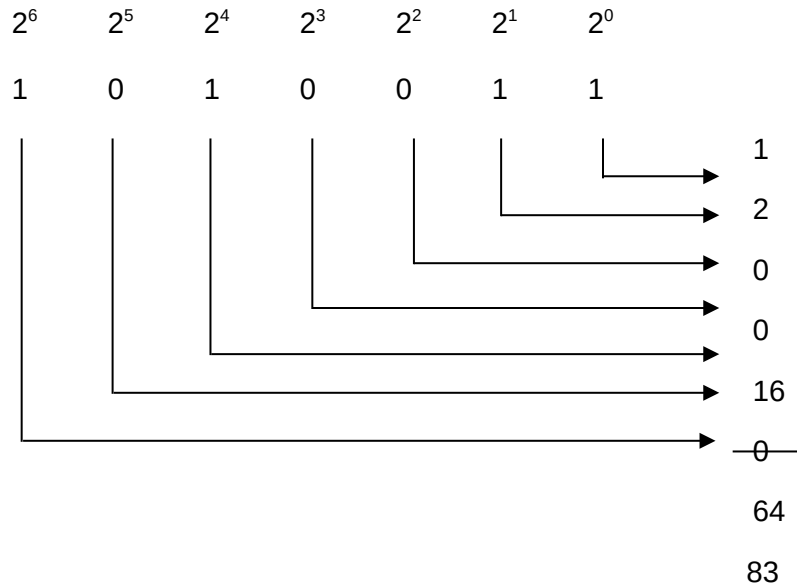
a) Cách 1:



Cách 2:

	1	1	0	0	1	1	1
		3	6	12	25	51	103
	$1 \times 2 + 1 = 3$	$3 \times 2 + 0$					

b) 1010011



	1	0	1	0	0	1	1
		2	5	10	20	41	83

c) 110.1011

	1	1	0	1	0	1	1
		3	6	13	2		

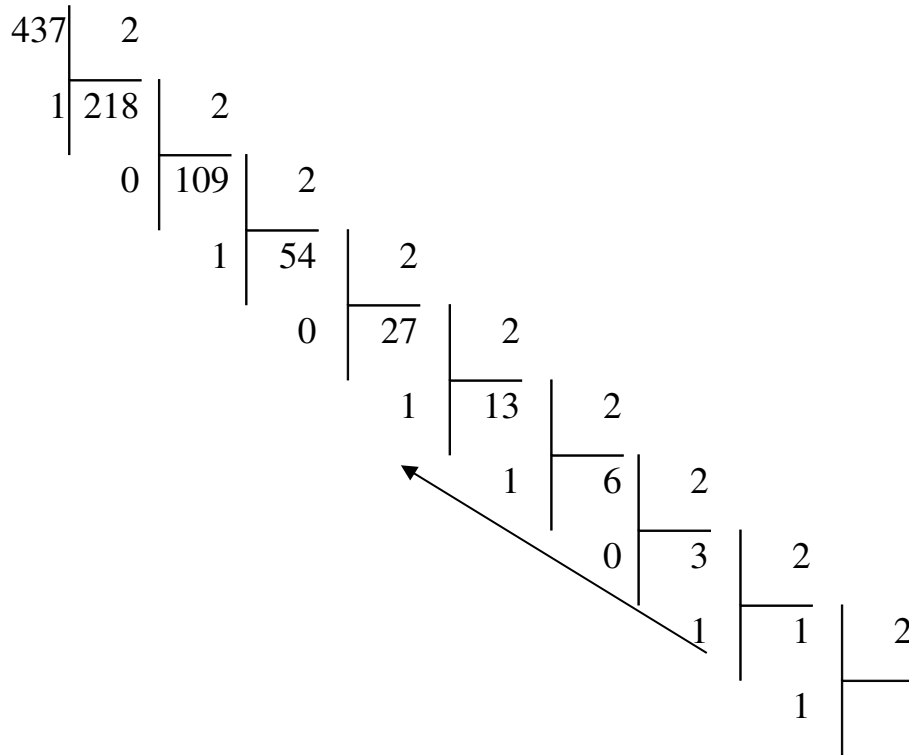
$$101.1011_{(2)} = 1.2^2 + 1.2^1 + 0.2^0 + 1.2^{-1} + 0.2^{-2} + 1.2^{-3} + 1.2^{-4}$$

$$= 4 + 2 + 0 + \frac{1}{2} + 0 + \frac{1}{8} + \frac{1}{16}$$

$$= \frac{8 \ 16 \ 8 \ 2 \ 1}{16} \ \frac{139}{12}$$

Ví dụ: Đổi số từ hệ thập phân sang nhị phân

a)



Vậy: $437_{(10)} = 110110101_{(2)}$

b) $0.40625_{(10)}$

c) $437.40625_{(10)} = 110110101 . 01101_{(2)}$

b)

$$\begin{array}{r} 0.40625 \\ \hline \times 2 \\ \hline 0.81250 \\ \hline \times 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \hline
 1.25000 \\
 \hline
 \times 2 \\
 \hline
 0.50000 \\
 \hline
 \times 2 \\
 \hline
 1.00000
 \end{array}$$

Vậy: $0.01101_{(2)}$

Muốn đổi số thập phân từ cơ số 10 -> cơ số 2 ta đổi phần nguyên và phần thập phân riêng biệt sau đó đặt dấu chấm giữa 2 kết quả.

Các phép toán số học trong hệ nhị phân

- Phép cộng: $100101.10101 + 101.1011$

Cách làm:

$$\begin{array}{r}
 100101.10101 \\
 + 101.1011 \\
 \hline
 101011. \\
 01011
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1001.10011 \\
 + 11.1101 \\
 \hline
 10001. \\
 01101
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1101.101 \\
 + \\
 \hline
 \end{array}$$

$$\overline{1010.011}$$

$$\overline{11000.000}$$

- Phép trừ:

$$\begin{array}{r} 1101.101 \\ - 1010.011 \\ \hline 0011.010 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1101.0011 \\ - 110.1101 \\ \hline 0110.0001 \\ 1 \end{array}$$

- Phép nhân:

$$\begin{array}{r} 110110 \\ \times 101 \\ \hline 110110 \\ 000000 \\ 110110 \\ \hline 10001110 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 111.001 \\ \times 1.11 \\ \hline 111001 \\ 111001 \\ 111001 \\ \hline 1100.0111 \\ 1 \end{array}$$

- Phép chia:

$$111001 : 1001 = 11 \text{ dư } 11$$

* Hệ bát phân:

1. Đổi số từ thập phân sang bát phân:

a) $1476_{10} = 2704_{(8)}$

$$\begin{array}{r|l} 147 & \\ 6 & 8 \\ \hline & \end{array}$$

$8^1 = 8$

$8^2 = 64$

$8^3 = 512$

b) 165 ; c) 0.5 d) 0,4

0.4	0.2	0.6	0.8	0.4
x 8	x 8	x 8	x 8	x 8
<hr style="width: 100%;"/>	<hr style="width: 100%;"/>	<hr style="width: 100%;"/>	<hr style="width: 100%;"/>	<hr style="width: 100%;"/>
3.2	1.6	4.8	6.4	3.2

Vậy: $0.4^{10} = 0.31463146 (3146)_8$

c)

0.5	0.0
x 8	x 8
<hr style="width: 100%;"/>	<hr style="width: 100%;"/>
4.0	0

Vậy: $0.5_{10} = 0.4_8$

b)

$$\begin{array}{r|l} 165 & 8 \\ \hline 5 & 20 & 8 \\ & | & \\ & 4 & 2 & 8 \\ & & | & \\ & & 2 & \hline & & & \end{array}$$

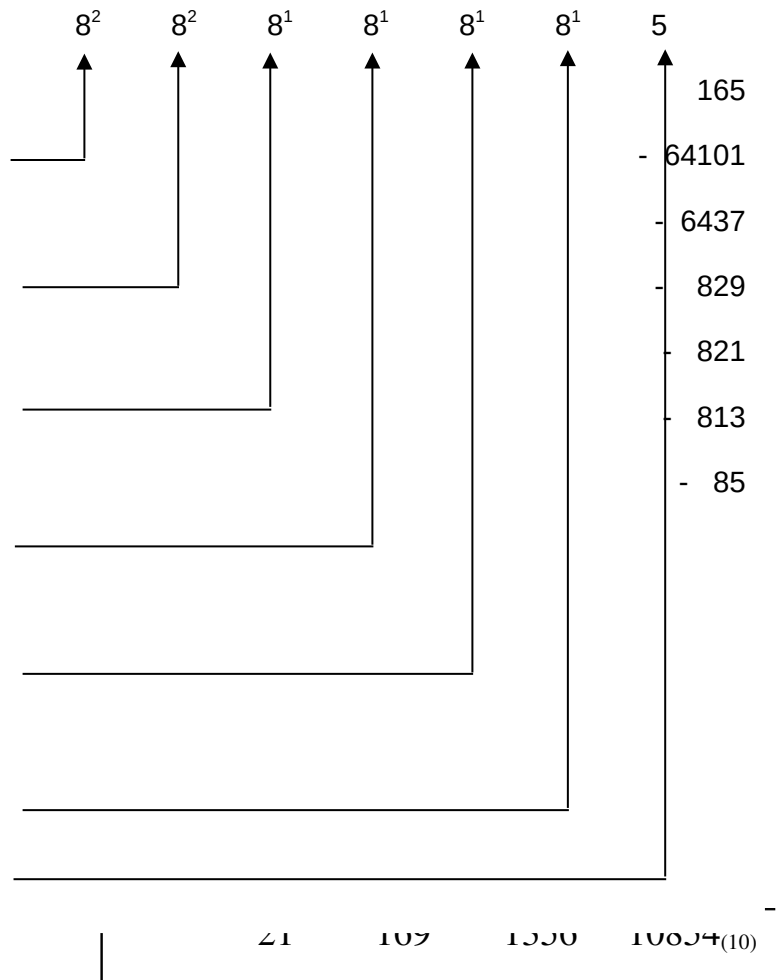
$$\text{Vậy: } 165_{10} = 245_{(8)}$$

2. Đổi

a) $1000_{(10)}$

$= 2^3$

$= 8$



3. Các phép toán trong hệ bát phân

a) $6254_8 + 4176_8$

b) $6214_8 - 3527_8$

c) $36517_8 + 64753_8$

d) $671354_8 - 213604_8$

Bài làm:

$$\begin{array}{r} 6254_8 \\ + 4176_8 \\ \hline 12452_8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6214_8 \\ - 3527_8 \\ \hline 2465_8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \hline 36517_8 \\ + 64753_8 \\ \hline 123472_8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \hline 671354_8 \\ - 213604_8 \\ \hline 455550_8 \end{array}$$

* Hệ thập lục phân

Đổi từ hệ thập phân sang hệ thập lục phân

a) 15321

Cách 1:

$$\begin{array}{r|l} 15321 & \\ \hline 1 & 16 \\ \hline 9 & 957 & 16 \\ \hline & 13 & 59 & 16 \\ \hline & \text{D} & 11 & 3 & 16 \\ \hline & & \text{B} & 3 & 0 \end{array}$$

$$\Rightarrow 15321_{10} = 3BD9_{16}$$

Cách 2:

$$\begin{array}{r} 3 \times 16^3 + \text{B} \times 16^2 + 13 \times 16 + 9 \times 16 \\ \uparrow \qquad \qquad \qquad \uparrow \qquad \qquad \qquad \uparrow \qquad \qquad \qquad \uparrow \\ \text{---} \qquad \qquad \qquad \text{---} \qquad \qquad \qquad \text{---} \qquad \qquad \qquad \text{---} \\ 15321 \\ - 3 \times 4096 \quad 3033 \\ - 11 \times 16^2 \quad 217 \\ - 13 \times 169 \end{array}$$

$$\text{Vậy: } 15321_{10} = 3 \times 16^3 + B \times 16^2 + D \times 16^1 + 9 \times 16^0 = 3BD9_{10}$$

b) 12.5

$$N_1 = 12$$

$$N_2 = 0.5$$

$$12_{10} = C_{16}$$

$$N_2 = 0.5 \quad \Rightarrow N_2 = 0.8$$

$$\begin{array}{r} \times 16 \\ \hline 8.0 \end{array}$$

$$\Rightarrow 12.5_{10} = C.8_{16}$$

2. Đổi từ hệ thập lục phân sang hệ cơ số 10

a) Cách 1:

$$1A.74_{16} = 1.16^1 + A.16^0 + 7.16^{-1} + 4.16^{-2}$$

$$= 16 + 10 + \frac{7}{16} + \frac{4}{16^2}$$

$$= 26 + 0.4375 + 0.015625$$

$$= 26.452625_{10}$$

Cách 2:

$$\begin{array}{r} 1B34 \\ \hline 1 \quad B \quad 3 \quad 4 \\ \hline 27 \quad 435 \quad 6964 \end{array}$$

$$1B34_{16} = 6964_{10}$$

3. Các phép toán

- Phép cộng:

$$a) 82C4_{16} + 9D8C_{16}$$

$$b) 13C \cdot A_{16} + 35 \cdot 2C_{16}$$

$$\begin{array}{r} 82C4_{16} \\ + 9D8C_{16} \\ \hline 12050_{16} \\ 172 \cdot C_{16} \\ + 8DE \cdot F_{16} \\ \hline A51 \cdot B_{16} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1325_{16} \\ + A3_{16} \\ \hline 13C8_{16} \\ 13C \cdot A_{16} \\ 35 \cdot 2C_{16} \\ \hline 171 \cdot CC_{16} \end{array}$$

- Phép trừ:

$$a) 74B2_{16} - 135A_{16}$$

$$b) 23A \cdot 7_{16} - 142 \cdot 2A_{16}$$

$$\begin{array}{r} 74B2_{16} \\ + 135A_{16} \\ \hline 6158_{16} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 23A \cdot 7_{16} \\ + 142 \cdot 3A_{16} \\ \hline F8 \cdot 36_{16} \end{array}$$

$$327A \cdot BC_{16}$$

$$- 35C \cdot FE_{16}$$

$$\hline 3F1E \cdot BE_{16}$$

Phương pháp đổi nhanh giữa các hệ cơ số 2, 8, 16

Ví dụ:

$$8 = 2^3$$

$$753_8 = \underset{\dots}{111} \underset{\dots}{101} \underset{\dots}{011}_2$$

$$7 = a \times 2^2 + b \times 2^1 + c \times 2^0$$

$$6423_8 = \underset{\dots}{110} \underset{\dots}{100} \underset{\dots}{010} \underset{\dots}{011}_2$$

$$VD: 1101 101_2 = 001 101 101 = 155_8$$

$$\text{VD: } 8A9_{16} = 1000101010 \text{ 01}_2$$

$$\begin{aligned} \text{VD: } 11110011111011_2 &= 0011 \ 1100 \ 1111 \ 1011_2 \\ &= 3CFB_{16} \end{aligned}$$