

## ĐỀ THI TOÁN RỜI RẠC 2003-2004

1. Trong dịp nghỉ hè năm ngoái các bạn trong lớp D02CNTT có trao đổi e-mail cho nhau. Tuy nhiên cũng có thể có người không trao đổi e-mail với ai cả. Chỉ ra rằng có ít nhất 2 bạn mà số sinh viên trong lớp trao đổi e-mail với họ là bằng nhau.
2. Phương trình  $x_1 + x_2 + x_3 = 12$  có bao nhiêu nghiệm nguyên không âm thỏa mãn điều kiện  $x_1 > 1, x_2 > 3$ ? (Chỉ cần lập luận và đưa ra công thức tính toán được, không cần tính đến kết quả cuối cùng).
3. Tìm hệ thức truy hồi và điều kiện đầu cho số các xâu nhị phân độ dài  $n$  chứa 3 số 0 liên tiếp. (Cần trình bày rõ cách suy luận để đưa ra công thức, không cần giải để tìm công thức hiện).
4. Giải hệ thức truy hồi (tức là tìm công thức hiện) với điều kiện đầu sau:  
$$a_n = 4a_{n-1} + 5a_{n-2} \text{ với } n \geq 2, a_0 = 1, a_1 = 0$$
5. Cho tập  $A = \{1, 2, \dots, n\}$  và  $x = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$  là tổ hợp chập  $k$  của tập  $A$ . Hãy mô tả vấn đề thuật toán tìm tổ hợp liên tiếp theo thứ tự từ điển của tổ hợp  $x$  trên đây và trên cơ sở đó hoàn thiện hàm tìm tổ hợp kế sau bằng ngôn ngữ C++:  

```
void ToHopKe(int a[], int n, int k)
{
    //Các lệnh biến đổi dãy input a[1], a[2],...,a[k] thành dãy Output a[1],
    a[2],...,a[k] là tổ hợp kế của Input.
}
```

Cho tập  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ , hãy tạo tổ hợp liên tiếp của tổ hợp  $\{1, 4, 5, 6\}$  ( $n=6, k=4$ ).

Hãy chứng minh rằng nếu tổ hợp  $x$  không phải là tổ hợp cuối cùng thì thuật toán trên luôn luôn thực hiện được.

1. Trong dịp nghỉ hè năm ngoài bạn Nhân lớp D02CNTT vào nghỉ 3 tuần (21 ngày) ở nhà bà ngoại ở Cần Thơ và đã có dịp thưởng thức đặc sản xoài ở miền vườn đồng bằng Nam bộ. Suốt trong thời gian nghỉ, ngày nào bạn Nhân cũng ăn ít nhất 1 quả xoài, nhưng tính ra cả đợt nghỉ bạn ăn không quá 30 quả. Hãy chỉ ra rằng có một khoảng thời gian liên tục (ví dụ như từ ngày thứ 11 đến ngày thứ 16 chẳng hạn) bạn Nhân ăn đúng 10 quả xoài.
2. Phương trình  $x_1 + x_2 + x_3 = 15$  có bao nhiêu nghiệm nguyên không âm thỏa mãn điều kiện  $x_2 > 3, x_3 > 5$ ? (Chỉ cần lập luận và đưa ra công thức tính toán được, không cần tính đến kết quả cuối cùng).
3. Tìm hệ thức truy hồi và điều kiện đầu cho số các xâu nhị phân độ dài  $n$  không chứa 3 số 1 liên tiếp. (Cần trình bày rõ cách suy luận để đưa ra công thức, không cần giải để tìm công thức hiện).
4. Giải hệ thức truy hồi (tức là tìm công thức hiện) với điều kiện đầu sau:  
 $a_n = 3a_{n-1} + 4a_{n-2}$  với  $n \geq 2, a_0 = 2, a_1 = 1$
5. Cho tập  $A = \{1, 2, \dots, n\}$  và dãy  $x = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$  là một hoán vị của tập  $A$ . Hãy mô tả vấn đề thuật toán tìm hoán vị liên tiếp theo thứ tự tự nhiên của hoán vị  $x$  trên đây và trên cơ sở đó hoàn thiện hàm tìm hoán vị kế sau bằng ngôn ngữ C++:  

```
void HoanViKe(int a[], int n)
{ //Các lệnh biến đổi dãy input a[1], a[2],...,a[n] thành dãy Output a[1],
  a[2],...,a[n] là hoán vị kế của Input.
}

```

Cho  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ . Hãy tạo hoán vị liên tiếp của hoán vị  $\{1, 4, 5, 7, 6, 3, 2\}$ .  
Hãy chứng minh rằng nếu hoán vị  $x$  không phải là hoán vị cuối cùng thì thuật toán trên luôn luôn thực hiện được.

1. Có bao nhiêu cách sắp xếp các chữ a, b, c và d sao cho chữ b không đi liền sau chữ a?
2. Có bao nhiêu biển đăng ký xe nếu mỗi biển số bắt đầu bằng hai hoặc ba chữ cái tiếp theo là hai hoặc ba chữ số?
3. Giải hệ thức truy hồi với điều kiện đầu sau:  
$$a_n = 4a_{n-1} + 5a_{n-2} \text{ với } n \geq 2, a_0 = 1, a_1 = 0$$
4. Có bao nhiêu số nguyên dương nhỏ hơn 1000 000 có tổng các chữ số của nó bằng 19?
5. Cho mảng các số thực  $x[0], x[1], \dots, x[n-1]$  và một số thực  $a$ . Giả sử các giá trị  $n, a$  và mảng  $x$  đều đã được khai báo toàn cục và đã được nhập giá trị. Hãy mô tả thuật toán, sau đó dùng ngôn ngữ C viết hàm đệ quy trả về giá trị  $k$  nếu tồn tại giá trị  $x[k] = a$ , và trả về giá trị -1 nếu  $a$  không xuất hiện trong dãy trên. Viết đoạn lệnh gọi hàm để cho kết quả.

## ĐỀ 2004-2005

1. Trong dịp nghỉ hè vừa rồi các bạn trong lớp D03CNTT trao đổi e-mail cho nhau (có thể có bạn không tham gia). Chỉ ra rằng có ít nhất 2 bạn mà số sinh viên trong lớp trao đổi e-mail với họ là bằng nhau.
2. Phương trình  $x_1 + x_2 + x_3 = 12$  có bao nhiêu nghiệm nguyên không âm thỏa mãn điều kiện  $x_1 > 1, x_2 > 3$ ? (Chỉ cần lập luận và đưa ra công thức tính toán được, không cần tính đến kết quả cuối cùng).
3. Tìm hệ thức truy hồi và điều kiện đầu cho số các xâu nhị phân độ dài  $n$  chứa 3 số 0 liên tiếp. (Cần trình bày rõ cách suy luận để đưa ra công thức, không cần giải để tìm công thức hiện).
4. Giải hệ thức truy hồi (tức là tìm công thức hiện) với điều kiện đầu sau:

$$a_n = 4a_{n-1} + 5a_{n-2} \quad \text{với } n \geq 2, a_0 = 1, a_1 = 0$$

5. Cho tập  $A = \{1, 2, \dots, n\}$  và  $x = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$  là tổ hợp chập  $k$  của tập  $A$ . Hãy mô tả vấn đề thuật toán tìm tổ hợp liên tiếp theo thứ tự tự nhiên của tổ hợp  $x$  trên đây và trên cơ sở đó hoàn thiện hàm tìm tổ hợp kế sau bằng ngôn ngữ C++:

```
void ToHopKe(int a[], int n, int k)
```

```
{ //Các lệnh biến đổi dãy input a[1], a[2],...,a[k] thành dãy Output a[1],  
  a[2],...,a[k] là tổ hợp kế của Input.  
}
```

Cho tập  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ , hãy tạo tổ hợp liên tiếp của tổ hợp  $\{1, 4, 5, 6\}$  ( $n=6, k=4$ ).

Hãy chứng minh rằng nếu tổ hợp  $x$  không phải là tổ hợp cuối cùng thì thuật toán trên luôn luôn thực hiện được.

## ĐỀ 2006-2007

1. Sinh viên trong một lớp học thường nhắn tin cho nhau. Hãy sử dụng các nguyên lý đếm để chỉ ra rằng trong một ngày bất kỳ thì có ít nhất 2 bạn mà số sinh viên trong lớp trao đổi tin nhắn với họ là bằng nhau (kể cả trường hợp số người nhắn bằng 0).
2. Phương trình  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 22$  có bao nhiêu nghiệm nguyên không âm thỏa mãn điều kiện  $x_1 \geq 1, x_2 \geq 3$ ? (Chỉ cần lập luận và đưa ra công thức tính toán được, tức là công thức có chứa các số hoặc giai thừa của chúng, không cần tính đến kết quả cuối cùng).
3. Tìm hệ thức truy hồi và điều kiện đầu cho số các xâu nhị phân độ dài  $n$  chứa 3 số 0 liên tiếp. Có bao nhiêu xâu như vậy có độ dài 7?
4. a. Có bao nhiêu số nguyên không âm có 6 chữ số mà tổng các chữ số bằng 18?  
(Chỉ cần lập luận cách áp dụng các nguyên lý đếm và đưa ra công thức tính toán được, tức là công thức có chứa các số hoặc giai thừa của chúng, không cần tính đến kết quả cuối cùng).  
b. Hãy viết đoạn chương trình để kiểm tra tính chính xác của các công thức đưa ra và mô tả thuật toán và cách thức thực hiện các câu lệnh.

(Chỉ cần viết các câu lệnh sau đó giải thích, không cần viết đầy đủ ở dạng chạy được).

1. Bạn Loan rất thích ăn hồng xiêm và ngày nào bạn cũng ăn ít nhất một quả. Tuy nhiên 21 ngày vừa qua trong tháng 6 này bạn ăn không quá 30 quả. Hãy chỉ ra rằng có một khoảng thời gian liên tục (ví dụ như từ ngày 11 đến ngày 17 tháng 6 chẳng hạn) bạn Loan ăn đúng 10 quả hồng xiêm.
2. Phương trình  $x_1 + x_2 + x_3 = 15$  có bao nhiêu nghiệm nguyên không âm thỏa mãn điều kiện  $x_2 > 3, x_3 \leq 5$ ? (Chỉ cần lập luận và đưa ra công thức tính toán được, tức là công thức có chứa các số hoặc giai thừa của chúng, không cần tính đến kết quả cuối cùng).
3. Giải hệ thức truy hồi (tức là tìm công thức hiện) với điều kiện đầu sau:  
$$a_n = 4a_{n-1} + 5a_{n-2} \text{ với } n \geq 2, a_0 = 1, a_1 = 0$$
4. a. Có bao nhiêu số nguyên không âm có 5 chữ số mà tổng các chữ số bằng 19?  
(Chỉ cần lập luận cách áp dụng các nguyên lý đếm và đưa ra công thức tính toán được, tức là công thức có chứa các số hoặc giai thừa của chúng, không cần tính đến kết quả cuối cùng).  
b. Hãy viết đoạn chương trình để kiểm tra tính chính xác của các công thức đưa ra và mô tả thuật toán và cách thức thực hiện các câu lệnh.  
(Chỉ cần viết các câu lệnh sau đó giải thích, không cần viết đầy đủ ở dạng chạy được).

## ĐỀ 2007-2008

1. Cho  $p$ ,  $q$  và  $r$  là các mệnh đề logic. Hãy lập bảng giá trị cho mệnh đề sau:

$$(p \vee q) \wedge (\neg q \vee r)$$

2. Tìm hoán vị liên kê theo thứ tự tự điển của hoán vị 215698743 (tập  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ) và giải thích cách làm (bằng lời hoặc mã giả, tức là pseudo-code).
3. Phương trình  $x_1 + x_2 + x_3 = 12$  có bao nhiêu nghiệm nguyên không âm thỏa mãn điều kiện  $x_1 > 1$ ,  $x_2 > 3$ ? (Chỉ cần lập luận và đưa ra công thức tính toán được, không cần tính đến kết quả cuối cùng).
4. Tìm hệ thức truy hồi và điều kiện đầu cho số các xâu nhị phân độ dài  $n$  chứa 3 số 0 liên tiếp. (Cần trình bày rõ cách suy luận để đưa ra công thức, không cần giải để tìm công thức hiện).
5. Giải hệ thức truy hồi (tức là tìm công thức hiện) với điều kiện đầu sau:

$$a_n = 4a_{n-1} + 5a_{n-2} \quad \text{với } n \geq 2, a_0 = 1, a_1 = 0$$

1. Cho  $d = (a_1, a_2, \dots, a_n)$  là một hoán vị của tập  $A = \{1, 2, \dots, n\}$ . Hãy mô tả vấn tắt thuật toán tìm hoán vị liên kê (theo thứ tự tự điển) của  $d$  (dùng mã giả, tức là pseudo-code, hoặc viết vài dòng lệnh bằng ngôn ngữ C mà không cần khai báo biến hoặc hàm). áp dụng để tìm hoán vị liên kê của hoán vị 21458763 ( $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ).
3. Hãy chứng minh rằng ở Mỹ luôn tồn tại 2 hai thành phố mà số đường bay được thiết lập từ các thành phố khác đến mỗi thành phố này là bằng



nhau (kể cả trường hợp số số đường bay thiết lập bằng 0 và giả sử các đường bay luôn là hai chiều).

4. Có bao nhiêu xâu nhị phân độ dài  $n$  chứa một số lẻ bit 0? Có bao nhiêu xâu như vậy với  $n=6$ ?

3. Giải hệ thức truy hồi với điều kiện đầu sau:

$$a_n = 4a_{n-1} + 5a_{n-2} \quad \text{với } n \geq 2, a_0 = 1, a_1 = 0$$

5. Có bao nhiêu số nguyên dương nhỏ hơn 1000 000 có tổng các chữ số của nó bằng 19?

(Chỉ cần lập luận cách áp dụng các nguyên lý đếm và đưa ra công thức tính toán được, tức là công thức có chứa các số hoặc giai thừa của chúng, không cần tính đến kết quả cuối cùng).

1. Cho  $p$  và  $q$  là các mệnh đề logic. Hãy dùng bảng chân lý chứng minh rằng:

a)  $[p \vee (p \wedge q)] = p$

b)  $[p \wedge (p \vee q)] = p$

2. Cho  $d = (a_1, a_2, \dots, a_n)$  là một hoán vị của tập  $A = \{1, 2, \dots, n\}$ . Hãy mô tả vấn đề thuật toán tìm hoán vị liên kế (theo thứ tự tự nhiên) của  $d$  (dùng mã giả, tức là pseudo-code, hoặc viết vài dòng lệnh bằng ngôn ngữ C mà không cần khai báo biến hoặc hàm). áp dụng để tìm hoán vị liên kế của hoán vị 21548763 ( $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ).

3. Hãy chứng minh rằng trong một làng bất kỳ trên thế giới luôn tồn tại 2 người mà số người có quan hệ họ hàng với họ trong làng đó là bằng nhau (kể cả trường hợp số người quan hệ họ hàng bằng 0).

4. Có bao nhiêu xâu nhị phân độ dài  $n$  chứa một số lẻ bit 1? Có bao nhiêu xâu như vậy với  $n=7$ ?

5. Giải các hệ thức truy hồi với các điều kiện đầu sau:

$$a_n = 2a_{n-1} + 3a_{n-2} \quad \text{với } n \geq 2, a_0 = 1, a_1 = 2.$$

6. Có bao nhiêu số nguyên không âm có 6 chữ số mà tổng các chữ số bằng 19?

(Chỉ cần lập luận cách áp dụng các nguyên lý đếm và đưa ra công thức tính toán được, tức là công thức có chứa các số hoặc giai thừa của chúng, không cần tính đến kết quả cuối cùng).

1. Cho  $p$  và  $q$  là các mệnh đề logic. Hãy dùng bảng chân lý chứng minh rằng:

a)  $[p (p \vee q)] = p$

b)  $[p (p \wedge q)] = p$

2. Cho  $d = (a_1, a_2, \dots, a_n)$  là một hoán vị của tập  $A = \{1, 2, \dots, n\}$ . Hãy mô tả vấn đề thuật toán tìm hoán vị liên tiếp (theo thứ tự tự nhiên) của  $d$  (dùng mã giả, tức là pseudo-code, hoặc viết vài dòng lệnh bằng ngôn ngữ C mà không cần khai báo biến hoặc hàm). áp dụng để tìm hoán vị liên tiếp của hoán vị 215987643 ( $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ).

3. Hãy chứng minh rằng trong một nhóm gồm 6 sinh viên thì có một nhóm 3 người là trao đổi email cho nhau từng đôi hoặc không trao đổi email từng đôi. (Một nhóm được gọi là trao đổi email từng đôi nếu hai người bất kỳ của nhóm có trao đổi email cho nhau).

4. Có bao nhiêu xâu nhị phân độ dài  $n$  chứa một số chẵn bit 1? Có bao nhiêu xâu như vậy với  $n=6$ ?

5. Giải các hệ thức truy hồi với các điều kiện đầu sau:

$$a_n = -a_{n-1} + 2a_{n-2} \quad \text{với } n \geq 2, a_0 = 2, a_1 = 1.$$

6. Có bao nhiêu cách sắp xếp  $n$  học sinh thành  $k$  hàng, nếu thứ tự của các học sinh trong hàng cũng quan trọng?

(Cần lập luận cách áp dụng các nguyên lý đếm và đưa ra công thức tính toán được, tức là công thức có chứa các số hoặc giai thừa của chúng).

1. Cho  $p$ ,  $q$  và  $r$  là các mệnh đề logic. Hãy lập bảng giá trị cho mệnh đề sau:

$$(p \vee q) \wedge (\neg q \vee r)$$

2. Tìm hoán vị liên kê theo thứ tự tự nhiên của hoán vị 21568743 (tập  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ) và giải thích cách làm (bằng lời hoặc mã giả, tức là pseudo-code).

3. Phương trình  $x_1 + x_2 + x_3 = 15$  có bao nhiêu nghiệm nguyên không âm thỏa mãn điều kiện  $x_1 \geq 2$ ,  $x_2 > 3$ ? (Chỉ cần lập luận và đưa ra công thức tính toán được, không cần tính đến kết quả cuối cùng).

4. Tìm hệ thức truy hồi và điều kiện đầu cho số các xâu nhị phân độ dài  $n$  không chứa 3 số 1 liên tiếp. (Cần trình bày rõ cách suy luận để đưa ra công thức, không cần giải để tìm công thức hiện).

5. Giải hệ thức truy hồi (tức là tìm công thức hiện) với điều kiện đầu sau:

$$a_n = 3a_{n-1} + 4a_{n-2} \quad \text{với } n \geq 2, a_0 = 2, a_1 = 1$$

## ĐỀ 2008-2009

1. Phương trình  $x_1 + x_2 + x_3 = 15$  có bao nhiêu nghiệm nguyên không âm thỏa mãn điều kiện  $x_2 > 3$ ? (Chỉ cần lập luận và đưa ra công thức tính toán được, không cần tính đến kết quả cuối cùng).
2. Một tập hợp 100 phần tử có bao nhiêu tập con có nhiều hơn hai phần tử?
3. Giải các hệ thức truy hồi với các điều kiện đầu sau:  
$$a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2} \text{ với } n \geq 2, a_0 = 1, a_1 = 0.$$
4. Có bao nhiêu cách sắp xếp  $n$  cuốn sách lên  $k$  giá sách khác nhau nếu:
  - a) Các cuốn sách là các bản chụp của cùng một đầu sách.
  - b) Không có hai cuốn cùng đầu sách, và có kể tới vị trí của các cuốn sách trên giá.(Chỉ cần lập luận cách áp dụng các nguyên lý đếm và đưa ra công thức tính toán được, tức là công thức có chứa các số hoặc giai thừa của chúng).
5. a) Tìm hệ thức truy hồi cho số các xâu nhị phân độ dài  $n$ , không chứa 3 số 0 liên tiếp.  
b) Tìm điều kiện đầu.  
c) Có bao nhiêu xâu có độ dài 7 không chứa 3 số 0 liên tiếp?

1. Phương trình  $x_1 + x_2 + x_3 = 17$  có bao nhiêu nghiệm nguyên không âm thỏa mãn điều kiện  $x_2 > 5$ ? (Chỉ cần lập luận và đưa ra công thức tính toán được, không cần tính đến kết quả cuối cùng).
  2. Cô dâu và chú rể mời 4 người bạn đứng thành một hàng để chụp ảnh cùng với mình. Hỏi có bao nhiêu cách sắp hàng nếu cô dâu không đứng cạnh chú rể?
  3. Giải các hệ thức truy hồi với các điều kiện đầu sau:
 
$$a_n = 2a_{n-1} + 3a_{n-2} \text{ với } n \geq 2, a_0 = 1, a_1 = 2.$$
  4. a) Tìm hệ thức truy hồi cho số các xâu nhị phân độ dài  $n$ , không chứa 3 số 1 liên tiếp.  
 b) Tìm điều kiện đầu.  
 c) Có bao nhiêu xâu có độ dài 8 không chứa 3 số 0 liên tiếp?
  5. Có bao nhiêu số nguyên dương nhỏ hơn 100 000 có tổng các chữ số bằng 16?  
 (Cần lập luận cách áp dụng các nguyên lý đếm và đưa ra công thức tính toán được, tức là công thức có chứa các số hoặc giai thừa của chúng).
- 
1. Chỉ ra rằng trong một tổ sản xuất có ít nhất 2 công nhân mà số người đồng hương với họ trong tổ là bằng nhau, trong đó kể cả trường hợp số người đồng hương bằng không và hai người được gọi là đồng hương nếu có cùng nơi sinh, ví dụ cùng một xã chẳng hạn.
  2. Phương trình  $x_1 + x_2 + x_3 = 12$  có bao nhiêu nghiệm nguyên không âm thỏa mãn điều kiện  $x_1 > 1, x_2 > 3$ ? (Chỉ cần lập luận và đưa ra công thức tính toán được, không cần tính đến kết quả cuối cùng).

3. Tìm hệ thức truy hồi và điều kiện đầu cho số các xâu nhị phân độ dài  $n$  chứa 3 số 0 liên tiếp. (Cần trình bày rõ cách suy luận để đưa ra công thức, không cần giải để tìm công thức hiện).

4. Giải hệ thức truy hồi (tức là tìm công thức hiện) với điều kiện đầu sau:

$$a_n = 4a_{n-1} + 5a_{n-2} \text{ với } n \geq 2, a_0 = 1, a_1 = 0$$

5. Cho tập  $A = \{1, 2, \dots, n\}$  và  $x = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$  là một hoán vị của tập  $A$ . Hãy mô tả vắn tắt thuật toán tìm hoán vị liên kế theo thứ tự tư'điển của hoán vị  $x$  trên đây và chứng minh rằng nếu  $x$  không phải là hoán vị cuối cùng thì thuật toán trên luôn luôn thực hiện được.

áp dụng thuật toán trên để liệt kê 7 hoán vị đầu tiên của tập hợp  $A$  cho trường hợp  $n = 8$ , trong đó tập  $A$  ban đầu được coi là hoán vị 1. Hãy giải thích một trường hợp tìm hoán vị kế phải sử dụng bước trung gian.

1. Một sinh viên vốn ưa thích bưởi Canh nên trong kỳ nghỉ 3 tuần (21 ngày) đã tranh thủ thưởng thức đặc sản này. Suốt trong thời gian nghỉ, mỗi ngày sinh viên này ăn ít nhất 1 quả bưởi, nhưng tính ra cả kỳ nghỉ ăn không quá 30 quả. Hãy chỉ ra rằng có một khoảng thời gian liên tục (ví dụ như từ ngày thứ 11 đến ngày thứ 16 chẳng hạn) sinh viên đã ăn đúng 10 quả bưởi.
2. Phương trình  $x_1 + x_2 + x_3 = 15$  có bao nhiêu nghiệm nguyên không âm thỏa mãn điều kiện  $x_2 > 3, x_3 > 5$ ? (Chỉ cần lập luận và đưa ra công thức tính toán được, không cần tính đến kết quả cuối cùng).
3. Tìm hệ thức truy hồi và điều kiện đầu cho số các xâu nhị phân độ dài  $n$  không chứa 3 số 1 liên tiếp. (Cần trình bày rõ cách suy luận để đưa ra công thức, không cần giải để tìm công thức hiện).
4. Giải hệ thức truy hồi (tức là tìm công thức hiện) với điều kiện đầu sau:  

$$a_n = 3a_{n-1} + 4a_{n-2} \text{ với } n \geq 2, a_0 = 2, a_1 = 1$$
5. Cho tập  $A = \{1, 2, \dots, n\}$  và  $x = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$  là một hoán vị của tập  $A$ . Hãy mô tả vắn tắt thuật toán tìm hoán vị liên kế theo thứ tự từ điển của hoán vị  $x$  trên đây và chứng minh rằng nếu  $x$  không phải là hoán vị cuối cùng thì thuật toán trên luôn luôn thực hiện được.  
 áp dụng thuật toán trên để liệt kê 7 hoán vị đầu tiên của tập hợp  $A$  cho trường hợp  $n = 8$ , trong đó tập  $A$  ban đầu được coi là hoán vị 1. Hãy giải thích một trường hợp tìm hoán vị kế phải sử dụng bước trung gian.

## PHU

1. Phương trình  $x_1 + x_2 + x_3 = 11$  có bao nhiêu nghiệm nguyên không âm thỏa mãn điều kiện  $x_1 > 1, x_2 > 2$ ?
2. Giả sử  $S$  là tập hợp có hữu hạn phần tử. Hãy chứng minh rằng số các tập con có số phần tử là lẻ cũng bằng số các tập con có số phần tử là chẵn.
3. Có bao nhiêu số nguyên dương nhỏ hơn 100 000 có tổng các chữ số bằng 16?
4. Tìm hệ thức truy hồi và điều kiện đầu cho số các xâu nhị phân độ dài  $n$  chứa 3 số 0 liên tiếp. Có bao nhiêu xâu như thế này có độ dài 7?



5. Cho  $R$  là quan hệ trên tập  $n$  phần tử  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ .

Giả sử  $A = (a[i][j]), i, j = 1, 2, \dots, n$  là ma trận logic biểu diễn quan hệ  $R$ .

Giả sử ma trận  $W = (w[i][j]), i, j = 1, 2, \dots, n$  ban đầu được đặt bằng ma trận  $A$ , tức là  $w[i][j] = a[i][j], i, j = 1, 2, \dots, n$ .

a. Hãy lập luận và đưa ra ví dụ cụ thể (càng đơn giản càng tốt) để chỉ ra rằng đoạn chương trình sau không mô tả chính xác thuật toán Warshall tìm bao đóng bắc cầu của quan hệ:

```
for(i=1;i<=n;i++)
```

```
    for(j=1;j<=n;j++)
```

```
        for(k=1;k<=n;k++) w[i][j] = w[i][j] || (w[i][k] && w[k][j])
```

b. Tuy nhiên cũng có trường hợp đoạn chương trình trên vẫn cho kết quả đúng. Hãy lập luận và đưa ra ví dụ.

(Gợi ý: dùng đồ thị có hướng để biểu diễn quan hệ và lập luận thông qua khái niệm đường đi trong đồ thị có hướng)

1. Có bao nhiêu cách sắp xếp  $n$  bản photocopy của một cuốn sách lên  $k$  giá sách?
2. Trong dịp nghỉ hè vừa rồi bạn Ngân lớp D03CNTT vào nghỉ 2 tuần (14 ngày) ở nhà bà ngoại ở miền Trung và đã có dịp thưởng thức đặc sản bưởi Phúc Trạch. Suốt trong thời gian nghỉ, ngày nào bạn Ngân cũng ăn ít nhất 1 quả bưởi, nhưng tính ra cả đợt nghỉ bạn ăn không quá 20 quả. Hãy chỉ ra rằng có một khoảng thời gian liên tục (ví dụ như từ ngày thứ 8 đến ngày thứ 12 chẳng hạn) bạn Ngân ăn đúng 7 quả bưởi.
3. Có bao nhiêu số nguyên dương nhỏ hơn 100 000 có tổng các chữ số bằng 18?

4. Giải hệ thức truy hồi (tức là tìm công thức hiện) với điều kiện đầu sau:

$$a_n = 3a_{n-1} + 4a_{n-2} \quad \text{với } n \geq 2, a_0 = 2, a_1 = 1$$

5. Cho  $R$  là quan hệ trên tập  $n$  phần tử  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ .

Giả sử  $A = (a[i][j])$ ,  $i, j = 1, 2, \dots, n$  là ma trận logic biểu diễn quan hệ  $R$ .

Giả sử ma trận  $W = (w[i][j])$ ,  $i, j = 1, 2, \dots, n$  ban đầu được đặt bằng ma trận  $A$ , tức là  $w[i][j] = a[i][j]$ ,  $i, j = 1, 2, \dots, n$ .

- a. Hãy lập luận và đưa ra ví dụ cụ thể (càng đơn giản càng tốt) để chỉ ra rằng đoạn chương trình sau không mô tả chính xác thuật toán Warshall tìm bao đóng bắc cầu của quan hệ:

```
for(i=1;i<=n;i++)
```

```
  for(j=1;j<=n;j++)
```

```
    for(k=1;k<=n;k++) w[i][j] = w[i][j] || (w[i][k] && w[k][j])
```

- b. Tuy nhiên cũng có trường hợp đoạn chương trình trên vẫn cho kết quả đúng. Hãy lập luận và đưa ra ví dụ.

(Gợi ý: dùng đồ thị có hướng để biểu diễn quan hệ và lập luận thông qua khái niệm đường đi trong đồ thị có hướng)