Các tiêu chuẩn ổn định

Bởi:

Khoa CNTT ĐHSP KT Hưng Yên

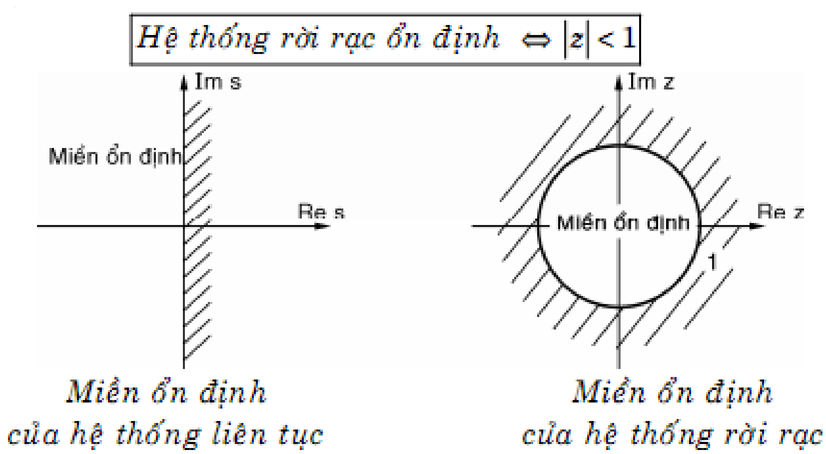
Điều kiện ổn định của hệ thống điều khiển rời rạc

Hệ thống được gọi là ổn định nếu tín hiệu vào bị chặn thì tín hiệu ra bị chặn (ổn định BIBO – Bounded Input Bounded Output).

Ta đã biết hệ thống điều khiển liên tục ổn định nếu tất cả các nghiệm của phương trình đặc tính đều nằm bên trái mặt phẳng phức. Do quan hệ giữa biến z và biến s là

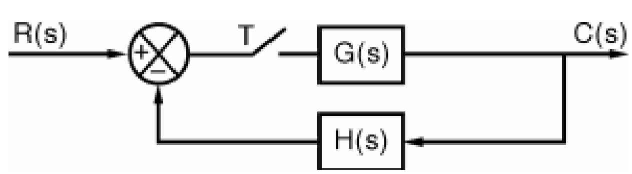
$$z = e^{Ts}$$

nên s nằm bên trái mặt phẳng phức tương đương với z nằm bên trong vòng tròn đơn vị. Do đó hệ thống điều khiển rời rạc ổn định nếu tất cả các nghiệm của phương trình đặc trưng đều nằm bên trong vòng tròn đơn vị.



Lưu ý:

- Hệ thống rời rạc cho bởi sơ đồ khối



Phương trình đặc tính là:

$$\boxed{1 + GH(z) = 0}$$

- Hệ thống rời rạc cho hệ phương trình biến trạng thái

$$\begin{cases} x(k+1) = A_d x(k) + B_d r(k) \\ c(k) = C_d x(k) \end{cases}$$

Phương trình đặc tính là

$$\boxed{\det(zI - \mathbf{A}_d) = 0}$$

Tiêu chuẩn Routh–Hurwitz

- Tiêu chuẩn Routh–Hurwitz cho phép đánh giá phương trình đại số

$$a_o x^n + a_1 x^{n-1} + \cdots + a_{n-1} x + a_n = 0$$

có nghiệm nằm bên phải mặt phẳng phức hay không.

- Ta đã sử dụng kết quả này để đánh giá nghiệm của phương trình đặc tính của hệ liên tục

$$a_o s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_{n-1} s + a_n = 0$$

.

Nếu phương trình trên có nghiệm nằm bên phải mặt phẳng phức thì hệ liên tục không ổn định.

- Không thể sử dụng trực tiếp tiêu chuẩn Routh–Hurwitz để đánh giá tính ổn định của hệ rời rạc vì miền ổn định của hệ rời rạc nằm bên trong đường tròn đơn vị.

- Muốn dùng tiêu chuẩn Routh-Hurwitz để đánh giá tính ổn định của hệ rời rạc ta phải thực hiện phép đổi biến

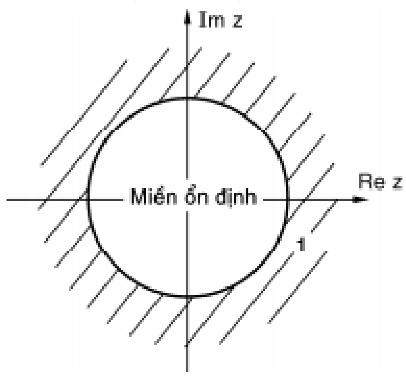
$$z = \frac{w+1}{w-1} \qquad \Leftrightarrow \qquad w = \frac{z+1}{z-1}$$

Với cách đổi biến như trên, miền nằm trong vòng trong đơn vị của mặt phẳng z tương ứng với nửa trái của mặt phẳng w.

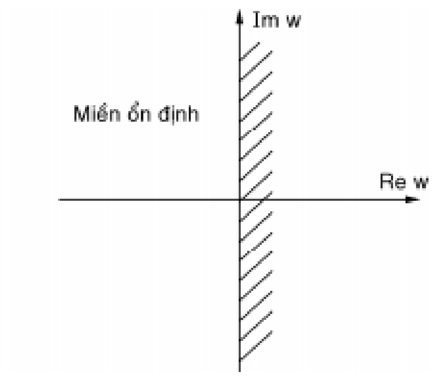
Áp dụng tiêu chuẩn Routh-Hurwitz đối với phương trình đặc tính theo biến w: nếu không tồn tại nghiệm w nằm bên phải mặt phẳng phức thì không tồn tại nghiệm z nằm ngoài vòng tròn đơn vị

$$\Rightarrow$$

hệ rời rạc ổn định.



Miền ổn định của hệ thống rời rạc theo biến z



Miền ổn định của hệ thống rời rạc theo biến w

Tiêu chuẩn Jury

Xét ổn định hệ rời rạc có phương trình đặc tính:

$$a_o z^n + a_1 z^{n-1} + \cdots + a_{n-1} z + a_n = 0$$

Bảng Jury

1- Hàng 1 là các hệ số của phương trình đặc tính theo thứ tự chỉ số tăng dần.

2- Hàng chẵn (bất kỳ) gồm các hệ số của hàng lẻ trước đó viết theo thứ tự ngược lại.

3- Hàng lẻ thứ i k = + 2 1 (k = 1) gồm có (n k -) phần tử, phần tử c_{ij} xác định bởi công thức

$$c_{ij} = \frac{1}{c_{i-2,1}} \begin{vmatrix} c_{i-2,1} & c_{i-2,n-j-k+3} \\ c_{i-1,1} & c_{i-1,n-j-k+3} \end{vmatrix}$$

Phát biểu tiêu chuẩn Jury

Điều kiện cần và đủ để hệ thống ổn định là tất cả các hệ số ở hàng lẻ, cột 1 của bảng Jury đều dương.

Ví dụ : Cho hệ thống rời rạc có phương trình đặc tính

$$5z^3 + 2z^2 + 3z + 1 = 0$$

Xét tính ổn định của hệ thống trên.

Giải

Bảng Jury

Hàng 1	5	2	3	1
Hàng 2	1	3	2	5
Hàng 3	$\frac{1}{5}\begin{vmatrix}5 & 1\\1 & 5\end{vmatrix} = 4,8$	$\frac{1}{5}\begin{vmatrix}5 & 3\\1 & 2\end{vmatrix} = 1,4$	$\frac{1}{5}\begin{vmatrix}5 & 2\\1 & 3\end{vmatrix} = 2,6$	
Hàng 4	2,6	1.4	4,8	
Hàng 5	$\frac{1}{4,8}\begin{vmatrix}4,8 & 2,6\\2,6 & 4,8\end{vmatrix} = 3,39$	$\frac{1}{4,8}\begin{vmatrix}4,8 & 1,4\\2,6 & 1,4\end{vmatrix} = 0,61$		
Hàng 6	0,61	3,39		
Hàng 7	$\frac{1}{3,39}\begin{vmatrix}3,39 & 0,61\\0,61 & 3,39\end{vmatrix} = 3,28$			

Do các hệ số ở hàng lẻ cột 1 bảng Jury đều dương nên hệ thống ổn định.

$$\Rightarrow$$