BÀI TOÁN ĐỘNG HỌC, ĐỘNG LỰC HỌC VÀ PHƯƠNG PHÁP THIẾT KẾ HÌNH HỌC CHO ROBOT DELTA KIỂU BA KHỚP QUAY

KINEMATIC AND DYNAMIC SOLUTIONS AND GEOMETRICAL DESIGN METHOD FOR RUU DELTA ROBOT

Lê Xuân Hoàng, Lê Hoài Nam

Trường Đại học Bách khoa – Đại học Đà Nẵng; lehoainam@dut.udn.vn

Tóm tắt - Bài báo đề cập đến các vấn đề cơ bản của robot Delta như mô hình hóa bài toán, bài toán động học, động lực học. Bên cạnh đó, bài báo còn phân loại chi tiết vùng làm việc cũng như xác định được khối cầu nội tiếp bên trong vùng làm việc. Các công thức được đưa ra như một tham chiếu cho việc thiết kế. Kết quả cho thấy có bốn vùng làm việc phù hợp với thực tiễn thiết kế. Từ đó, nhóm tác giả đề xuất hai phương án thiết kế robot Delta dựa theo vùng làm việc cho trước. Phương án thứ nhất thích hợp để thiết kế các robot cỡ nhỏ, còn phương án thứ hai được khuyên dùng để thiết kế các robot cỡ lớn. Phần cuối cùng sẽ là việc ứng dụng các công thức đã được xác lập để thiết kế mô hình robot Delta và chọn ra các kích thước tối ưu.

Từ khóa - Robot Delta; động học; động lực học; vùng làm việc; thiết kế hình học.

Abstract - This article presents fundamental issues of the Delta robot such as problem modelling, kinematic and dynamic solutions. Besides, the article also demonstrates a meticulous classification of workspaces as well as identification of inscribed spheres inside the workspaces. Formulae have been put forward as parameters for the designing. Results show that there are four workspaces suitable for designing reality. Therefore, the authors propose two alternatives for designing the Delta robot based on a given workspace. The first one is suitable for designing small-sized robots and the second one is recommended for designing big-sized robots. Finally, the formulae established are applied to build up a Delta robot and select optimum dimensions.

Key words - Delta robot; kinematics; dynamics; workspace; geometrical design.

1. Đặt vấn đề

Robot Delta là robot song song nổi tiếng được phát minh vào những năm 1980 bởi Reymond Clavel [1]. Loại robot này được áp dụng trong nhiều lĩnh vực y học, quân sự, mô phỏng, sản xuất công nghiệp và được biết đến là robot gắp - thả có tốc độ rất nhanh.

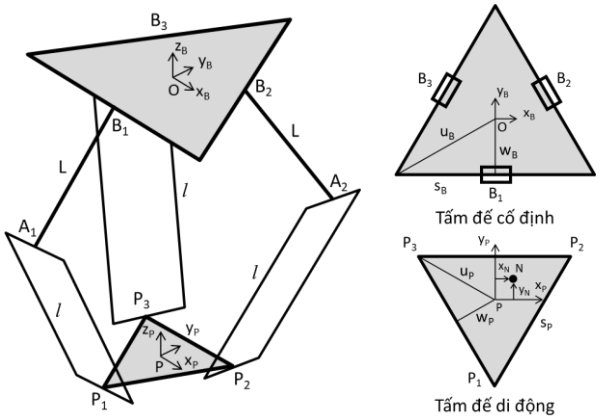
Có rất nhiều công trình nghiên cứu về loại robot này. Nghiên cứu của Williams [2] đã dùng phép giải tích véctơ để giải bài toán động học. Kết quả cho ra hệ 3 phương trình động học và có thể giải bài toán động học ngược bằng phép phân tích giải tích. Tuy nhiên, cách giải yêu cầu chọn một nghiệm từ bộ 8 nghiệm. Ngoài ra, ta cũng có thể giải bài toán động học ngược bằng cách sử dụng 12 tọa độ suy rộng [3]. Một cách đơn giản, ta có thể kết hợp hai phương pháp trên bằng cách sử dụng phương trình động học của [2] với 6 tọa suy rộng và dùng phương pháp số Newton-Raphson [4] để chọn một nghiệm phù hợp nhất. Cách giải này khiến bài toán động học trở nên đơn giản nhưng nó sẽ giới hạn việc mô tả bài toán động lực học. Điều kiện áp dụng sẽ được đề cập trong bài báo. Bên cạnh đó, mười vùng phân loại vùng làm việc đã được nêu ra chi tiết trong [5]. Tuy vậy, các thông số đặc trưng của vùng làm việc chưa được nêu rõ. Bài báo này sẽ làm rõ các thông số của vùng làm việc bằng cách xét tiết diện của chúng và phân loại vùng làm việc theo tiết diện. Tiếp đến, hai phương án thiết kế hình học sẽ được đưa ra dựa theo các thông số cho trước.

2. Động học, động lực học, vùng làm việc

2.1. Mô hình hóa

Để thuận tiện cho các phần sau, tác giả sẽ sử dụng lại mô hình hóa đã được xây dựng bởi Williams [2] (Hình 1).

Robot Delta gồm 3 cánh tay được liên kết với nhau nhằm duy trì chuyển động tịnh tiến của tấm đế di động so với tấm đế cố định; mỗi cánh tay gồm một khớp quay (Revolute joint) là khớp dẫn động (đặt tại các điểm B_i với $i = 1, 2, 3$) và hai khớp các - đăng (Universal joint) là hai khớp gắn với cơ cấu hình bình hành (đặt tại các điểm A_i và P_i với $i = 1,2,3$); hệ tọa độ {B} gắn với tấm đế cố định và hệ {P} gắn với tấm đế di động; các biến khớp là $\theta = \{\theta_1, \theta_2, \theta_3\}^T$; tọa độ điểm P trong hệ tọa độ {B} là ${}^B P_p = [x\ y\ z]^T$. Ý nghĩa của các thông số được tóm tắt trong Bảng 1.



***Hình 1**. Các thông số hình học của robot Delta [2]*

***Bảng 1.** Ý nghĩa các thông số hình học của robot Delta*

Kí hiệu	Ý nghĩa
P_i	điểm nối giữa cánh tay hình bình hành và tấm đế di động ($i = 1, 2, 3$)
s_B	chiều dài cạnh tam giác đều tấm đế cố định
w_B	khoảng cách từ tâm O đến cạnh của tấm đế cố định
u_B	khoảng cách từ tâm O đến đỉnh của tấm đế cố định
s_P	chiều dài cạnh tam giác đều tấm đế di động

w_P	khoảng cách từ tâm P đến cạnh của tấm đế di động
u_P	khoảng cách từ tâm P đến đỉnh P_i $(i = 1,2,3)$ của tấm đế di động
L	chiều dài cánh tay B_iA_i $(i = 1,2,3)$
l	chiều dài của mỗi cánh tay hình bình hành
h	chiều rộng của mỗi cánh tay hình bình hành

2.2. Động học

Trong [2], 3 phương trình động học được xác định và được biểu diễn như trong (1):

$$\begin{aligned} f_1 &= 2L(y+a)\cos\theta_1 + 2zL\sin\theta_1 + x^2 + y^2 \\ &\quad + z^2 + a^2 + L^2 + 2ya - l^2 \\ &\quad = 0 \\ f_2 &= -L\left(\sqrt{3}(x+b) + y + c\right)\cos\theta_2 \\ &\quad + 2zL\sin\theta_2 + x^2 + y^2 + z^2 \\ &\quad + b^2 + c^2 + L^2 + 2xb + 2yc \\ &\quad - l^2 = 0 \\ f_3 &= L\left(\sqrt{3}(x-b) - y - c\right)\cos\theta_3 + 2zL\sin\theta_3 \\ &\quad + x^2 + y^2 + z^2 + b^2 + c^2 + L^2 \\ &\quad - 2xb + 2yc - l^2 = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

Trong đó:

$$a = w_B - u_P \qquad b = \frac{s_p}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}w_B \qquad c = w_p - \frac{1}{2}w_B$$

Các phương trình động học được biểu diễn dưới dạng véctơ chứa các tọa độ suy rộng:

$$\boldsymbol{s} = \begin{bmatrix}\boldsymbol{q}\\ \boldsymbol{x}\end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{q} = \begin{bmatrix}\theta_1\\ \theta_2\\ \theta_3\end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{x} = \begin{bmatrix}x\\ y\\ z\end{bmatrix} \quad (2)$$

Trong đó:

s là véctơ chứa các tọa độ suy rộng đầy đủ;

$\boldsymbol{q}$ là véctơ chứa các tọa độ suy rộng độc lập tối thiểu;

$\boldsymbol{x}$ là véctơ chứa các tọa độ thao tác.

Ba phương trình liên kết f_1, f_2, f_3 với 6 tọa độ suy rộng trong đó có 3 tọa độ độc lập được viết dưới dạng véctơ:

$$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{s}) = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{q},\boldsymbol{x}) = 0, \boldsymbol{f} \in \mathbb{R}^3, \boldsymbol{q} \in \mathbb{R}^3, \boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^3 \quad (3)$$

Đạo hàm phương trình (3) theo thời gian:

$$\dot{\boldsymbol{f}} = \boldsymbol{J}_q\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{J}_x\dot{\boldsymbol{x}} = 0 \quad (4)$$

Trong đó $\boldsymbol{J}_q, \boldsymbol{J}_x$ là các ma trận Jacobian.

Tiếp tục đạo hàm bậc hai:

$$\ddot{\boldsymbol{f}} = \dot{\boldsymbol{J}}_q\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{J}_q\ddot{\boldsymbol{q}} + \dot{\boldsymbol{J}}_x\dot{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{J}_x\ddot{\boldsymbol{x}} = 0 \quad (5)$$

Phương trình động học ngược có thể được giải bằng cách đưa về dạng $E_i\cos\theta_i + F_i\sin\theta_i + G_i = 0$ với $i = 1,2,3$ [2]. Tuy nhiên, cách giải cho ra 8 nghiệm hợp lệ nhưng chỉ có một nghiệm được chọn. Để giải quyết vấn đề này, [4] đã đề xuất sử dụng phương pháp số Newton-Raphson.

Các phương trình (4) và (5) cho ra vận tốc và gia tốc khớp suy rộng.

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{q}} &= -\boldsymbol{J}_q^{-1}\boldsymbol{J}_x\dot{\boldsymbol{x}} \\ \ddot{\boldsymbol{q}} &= -\boldsymbol{J}_q^{-1}(\dot{\boldsymbol{J}}_q\dot{\boldsymbol{q}} + \dot{\boldsymbol{J}}_x\dot{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{J}_x\ddot{\boldsymbol{x}}) \end{aligned} \quad (6)$$

Trong [4], các bước áp dụng phương pháp Newton-Raphson đã được trình bày chi tiết.

2.3. Động lực học

Hệ gồm $p = 7$ vật rắn, số bậc tự do $f = 3$, số tọa độ suy rộng dư $m = 6$, $r = 3$ phương trình liên kết với $(j = 1, \dots, r)$:

$$\boldsymbol{f_j} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{s},\boldsymbol{t}) = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{q_1},\boldsymbol{q_2},\dots,\boldsymbol{q_m},\boldsymbol{t}) = \boldsymbol{0} \quad (7)$$

Phương trình Lagrange dạng nhân tử:

$$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{s})\ddot{\boldsymbol{s}} + \boldsymbol{C}(\boldsymbol{s},\dot{\boldsymbol{s}})\dot{\boldsymbol{s}} + \boldsymbol{g}(\boldsymbol{s}) + \boldsymbol{J}_s^T(\boldsymbol{s})\boldsymbol{\lambda} = \boldsymbol{Q}^{np} \quad (8)$$

Trong đó:

$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{s})$ là ma trận khối lượng suy rộng 6×6;

$\boldsymbol{C}(\boldsymbol{s},\dot{\boldsymbol{s}})$ là ma trận quán tính và Coriolis 6×6;

$$\boldsymbol{C}(\boldsymbol{s},\dot{\boldsymbol{s}}) = \frac{d\boldsymbol{M}(\boldsymbol{s})}{dt} - \frac{1}{2}\left(\frac{\partial(\boldsymbol{M}(\boldsymbol{s})\dot{\boldsymbol{s}})}{\partial \boldsymbol{s}}\right)^T \quad (9)$$

$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{s})$ là ma trận do trọng trường gây ra 6×1;

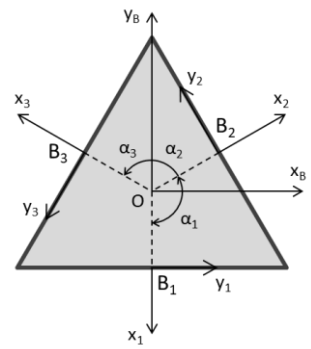
$$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{s}) = \left(\frac{\partial \boldsymbol{\Pi}}{\partial \boldsymbol{s}}\right)^T \quad (10)$$

$\boldsymbol{J}_s$ là ma trận Jacobian của tọa độ suy rộng đầy đủ 3×6;

$\boldsymbol{\lambda}$ là véctơ các nhân tử Lagrange 3×1;

$\boldsymbol{Q}^{np}$ là véctơ chứa lực suy rộng của các lực không thế 6×1.

Các hệ tọa độ cố định $\{B_i\} = B_ix_iy_iz_i$ với $i = 1,2,3$ được xác định bằng cách biến đổi hệ tọa độ gốc qua hai phép: tịnh tiến gốc O về B_i và xoay quanh trục z_B một góc α_i (với $\alpha_1 = -90°$, $\alpha_2 = 30°$, $\alpha_3 = 150°$) (Hình 2). Ma trận cosin chỉ hướng của $\{B_i\}$ so với $\{B\}$ là $A_Z(\alpha_i)$.



Hình 2. *Thiết lập các hệ tọa độ*

Gọi C_{1i} là khối tâm của khâu B_iA_i. Hệ tọa độ động $\{C_{1i}\} = C_{1i}x_{1i}y_{1i}z_{1i}$ được gắn cứng vào khâu B_iA_i sao cho B_iA_i luôn nằm trên trục x_{1i}. $\{C_{1i}\}$ được xác định bằng cách biến đổi hệ $\{B_i\}$ bằng 2 phép: tịnh tiến về gốc C_{1i} và quay quanh trục y_i một góc θ_i.

Tọa độ các véctơ ${}^B\boldsymbol{C}_{1i}$ với $i = 1,2,3$:

$${}^B\boldsymbol{C}_{1i} = {}^BB_1 + A_Z(\alpha_i){}^{B1}\boldsymbol{C}_{1i} \quad (11)$$

Vì khối lượng các thanh hình bình hành thường nhỏ hơn các khâu còn lại, nên để đơn giản hóa quá trình tính toán, khối lượng khâu bị động A_iP_i được quy về hai đầu khớp, khối lượng sẽ tập trung tại $C_{2ai} \equiv A_i$, $C_{2bi} \equiv P_i$. Với việc quy khối lượng về hai đầu khớp, vận tốc góc và tenxơ quán tính của khâu bị động được bỏ qua khiến bài toán đơn giản hơn rất nhiều.

Tọa độ các véctơ ${}^B\boldsymbol{C}_{2ai}$ và ${}^B\boldsymbol{C}_{2bi}$ với $i = 1,2,3$:

$$^{B}\boldsymbol{C}_{2ai} = {}^{B}B_1 + A_Z(\alpha_i)^{B1}\boldsymbol{C}_{2ai} \quad (12)$$

$$^{B}\boldsymbol{C}_{2bi} = {}^{B}\boldsymbol{P} + {}^{P}\boldsymbol{P}_i \quad (13)$$

a. Ma trận khối lượng $\boldsymbol{M(s)}$

$$\boldsymbol{M(s)} = \sum_{i=1}^{3}\Big(m_1\boldsymbol{J}_{T_{1i}}^{T}\boldsymbol{J}_{T_{1i}} + \frac{1}{2}m_2\big(\boldsymbol{J}_{T_{2ai}}^{T}\boldsymbol{J}_{T_{C2ai}} + \boldsymbol{J}_{T_{2bi}}^{T}\boldsymbol{J}_{T_{2bi}}\big) + \boldsymbol{J}_{R_{1i}}^{(1i)T}\boldsymbol{I}_{C1i}{}^{(1i)}\boldsymbol{J}_{R_{1i}}{}^{(1i)}\Big) + m_P\boldsymbol{J}_{T_P}^{T}\boldsymbol{J}_{T_P} \quad (14)$$

Với $\boldsymbol{J}_{T_{1i}}, \boldsymbol{J}_{T_{2ai}}, \boldsymbol{J}_{T_{2bi}}, \boldsymbol{J}_{T_P}$ là ma trận Jacobian tịnh tiến của khối tâm các khâu chủ động, bị động, khâu chấp hành cuối trong hệ qui chiếu cố định. $\boldsymbol{J}_{R_{1i}}{}^{(1i)}$ là ma trận Jacobian xoay của các khâu chủ động khi chiếu véctơ vận tốc góc $\vec{\omega}_{1i}$ lên hệ qui chiếu $\{C_{1i}\}$. m_1, m_2, m_P là khối lượng khâu chủ động, bị động và khâu chấp hành cuối. Tenxơ quán tính của khâu chủ động so với khối tâm của nó (15).

$$\boldsymbol{I}_{C1i}{}^{(1i)} = \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \quad (15)$$

Tính các ma trận $\boldsymbol{J}_{T_{1i}}, \boldsymbol{J}_{T_{2ai}}, \boldsymbol{J}_{T_{2bi}}, \boldsymbol{J}_{T_P}, \boldsymbol{J}_{R_{1i}}^{(1i)}$ và thay vào (14), ta được một ma trận chỉ có các phần tử trên đường chéo như trong các phương trình (16) và (17), các phần tử còn lại bằng 0:

$$m_{11} = m_{22} = m_{33} = I_y + \frac{L^2}{4}(m_1 + 2m_2) \quad (16)$$

$$m_{44} = m_{55} = m_{66} = \frac{3}{2}m_2 + m_P \quad (17)$$

b. Ma trận quán tính và Coriolis $\boldsymbol{C(s,\dot{s})}$

$$\boldsymbol{C(s,\dot{s})} = \frac{d\boldsymbol{M(s)}}{dt} - \frac{1}{2}\left(\frac{\partial(\boldsymbol{M(s)\dot{s}})}{\partial \boldsymbol{s}}\right)^{T} = 0 \quad (18)$$

c. Ma trận do trọng trường gây ra $\boldsymbol{g(s)}$

Thế năng robot Delta:

$$\boldsymbol{\Pi} = -\sum_{i=1}^{3}\left[\frac{1}{2}m_1 gLsin\theta_i + \frac{1}{2}m_2 gLsin\theta_i\right] + (m_P + \frac{3}{2}m_2)gz \quad (19)$$

Kết quả:

$$\boldsymbol{g(s)} = \left(\frac{\partial \boldsymbol{\Pi}}{\partial \boldsymbol{s}}\right)^{T} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}(m_1 gL + m_2 gL)cos\theta_1 \\ -\frac{1}{2}(m_1 gL + m_2 gL)cos\theta_2 \\ -\frac{1}{2}(m_1 gL + m_2 gL)cos\theta_3 \\ 0 \\ 0 \\ \left(\frac{3}{2}m_2 + m_P\right)g \end{bmatrix} \quad (20)$$

d. Ma trận các lực không thế suy rộng $\boldsymbol{Q^{np}}$

Các mômen dẫn động đặt tại các khớp chủ động $\vec{\tau}_1, \vec{\tau}_2, \vec{\tau}_3$:

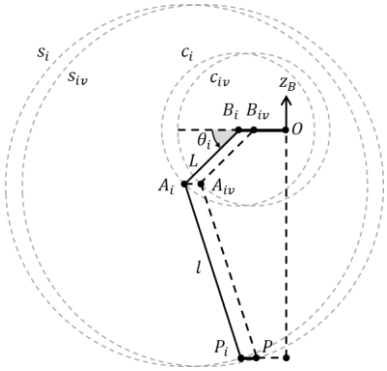
$$\boldsymbol{Q}^{np} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \vec{\omega}_1}{\partial \dot{\boldsymbol{q}}_1} & \cdots & \frac{\partial \vec{\omega}_p}{\partial \dot{\boldsymbol{q}}_1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \vec{\omega}_1}{\partial \dot{\boldsymbol{q}}_m} & \cdots & \frac{\partial \vec{\omega}_p}{\partial \dot{\boldsymbol{q}}_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{\tau}_1 \\ \vec{\tau}_2 \\ \vec{\tau}_3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$\boldsymbol{Q}^{np} = [\tau_1 \quad \tau_2 \quad \tau_3 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T \quad (22)$$

Bài toán động lực học ngược có thể được giải trực tiếp hoặc bằng cách biến đổi về các tọa độ suy rộng độc lập.

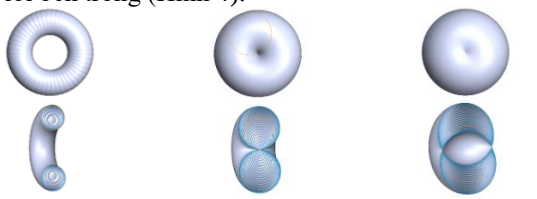
2.4. Vùng làm việc

Với mỗi giá trị θ_i, ta xác định được một mặt cầu $s_i(\{^{B}A_i\}, l)$ với $i = 1,2,3$. Mỗi điểm trên mặt cầu $s_i(\{^{B}A_i\}, l)$ thể hiện vị trí có thể có của điểm P_i. Nếu θ_i thay đổi từ $[0,2\pi]$, tâm A_i sẽ thay đổi theo và di chuyển trên đường tròn $c_i(\{^{B}B_i\}, L)$ với $i = 1,2,3$ (Hình 3).



Hình 3. *Các thông số hình học của một cánh tay*

Khi A_i di chuyển trên c_i mặt cầu s_i cũng sẽ thay đổi theo và "quét" trong không gian một vùng có hình xuyến, kí hiệu là t_i. Nếu $L > l$ hình xuyến có dạng *ring torus*; $L = l$ có dạng *horn torus*; $L < l$ có dạng *spindle torus* chứa phần lõi bên trong (Hình 4).



(a) Ring torus *(b) Horn torus* *(c) Spindle torus*

Hình 4*. Ba dạng hình xuyến*

Bằng cách tịnh tiến vùng không gian các điểm P_i theo vector $\overrightarrow{P_iP}$ thì sẽ tìm được vùng không gian của điểm P. Giao điểm ba vùng không gian như vậy ở mỗi cánh tay chính là vùng làm việc của robot.

Phương trình động học có thể được viết dưới dạng:

$$(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z_P - z_i)^2 = l^2 \quad (23)$$

Với x_i, y_i, z_i là tọa độ của điểm ảo A_{iv} được đề cập trong [2]. Phương trình (23) là phương trình của 3 mặt cầu tâm A_{iv} và bán kính là l.

Vì tâm mặt cầu nội tiếp nằm trên z_B nên phương trình (23) được viết lại:

$$(x)^2 + (y)^2 + (z - z_i)^2 = l^2 \text{ với } i = 1,2,3 \quad (24)$$

Nếu $z_1 = z_2 = z_3 = z_{int}$ thì ba mặt cầu sẽ giao nhau tại một mặt cầu nội tiếp. Điều kiện để $x_i = y_i = 0$ với $i = 1, 2, 3$ là:

$$cos\theta_1 = cos\theta_2 = cos\theta_3 = \frac{-R_3}{L} \quad (25)$$

Với $R_3 = w_B - u_P$. Các phương trình (25) có nghiệm nếu:

$$L \geq |R_3| \quad (26)$$

Khi đó $z_{int} = -\sqrt{L^2 - R_3^2}$.

Như vậy, tồn tại một mặt cầu nội tiếp trong vùng làm việc có tâm là $A'_{int}(0,0,z_{int})$ và bán kính l nếu thỏa mãn điều kiện (24). Vì tồn tại duy nhất 1 mặt cầu nội tiếp, nên đây là mặt cầu nội tiếp lớn nhất bên trong vùng làm việc.

Mười vùng làm việc Ia, Ib, IIa, IIb, IIc, IId, Iie, IIf, IIIa, IIIb đã được phân loại bởi Liu và các cộng sự [5]. Tuy vậy, không có sự phân biệt rõ ràng giữa các vùng này. Tác giả đã dùng phần mềm SolidWorks 2013 vẽ lại các điểm thuộc đường biên là giao nhau giữa các vùng và phân loại chúng vào các vùng cụ thể. Từ đó, tác giả xác định được các hệ bất phương trình (27) phân biệt một cách chi tiết các vùng.

$$Ia\begin{cases} 1,5 \leq r_1 < 3 \\ 0 < r_2 < 0,75 \\ 0 < |r_3| < 1,5 \\ r_1 > |r_3| > r_2 \\ r_2 = |r_3| = 0,75;\ r_1 = 1,5 \end{cases} \quad Ib\begin{cases} 1,5 < r_1 < 3 \\ 0 < r_2 < 1,5 \\ 0 \leq |r_3| < 0,75 \\ r_1 > r_2 \geq |r_3| \end{cases}$$

$$IIa\begin{cases} 0 < r_1 < 1 \\ 0,75 < r_2 < 1,5 \\ 1 < |r_3| < 1,5 \\ |r_3| > r_2 > r_1 \end{cases} \quad IIb\begin{cases} 0,75 < r_1 < 1,5 \\ 0 < r_2 < 1 \\ 1 < |r_3| < 1,5 \\ |r_3| \geq r_1 \geq r_2 \\ r_1 = r_2 = |r_3| = 1 \end{cases}$$

$$IIc\begin{cases} 0 < r_1 < 1 \\ 1 < r_2 < 1,5 \\ 0,75 < |r_3| < 1,5 \\ r_2 \geq r_3 > r_1 \end{cases} \quad IId\begin{cases} 1 < r_1 < 1,5 \\ 0 < r_2 < 1 \\ 0,75 < |r_3| < 1,5 \\ r_1 > |r_3| \geq r_2 \end{cases}$$

$$IIe\begin{cases} 0,75 < r_1 < 1,5 \\ 1 < r_2 < 1,5 \\ 0 < |r_3| < 1 \\ r_2 > r_1 \geq |r_3| \\ r_1 = |r_3| = 0,75;\ r_2 = 1,5 \end{cases} \quad IIf\begin{cases} 1 < r_1 \leq 1,5 \\ 0,75 < r_2 < 1,5 \\ 0 < |r_3| < 1 \\ r_1 \geq r_2 > |r_3| \\ r_1 = r_2 = 1,5;\ |r_3| = 0 \end{cases}$$

$$IIIa\begin{cases} 0 < r_1 < 0,75 \\ 1,5 \leq r_2 < 3 \\ 0 < |r_3| < 1,5 \\ r_2 > |r_3| > r_1 \end{cases} \quad IIIb\begin{cases} 0 < r_1 < 1,5 \\ 1,5 \leq r_2 < 3 \\ 0 \leq |r_3| < 0,75 \\ r_2 > r_1 \geq |r_3| \end{cases} \quad (27)$$

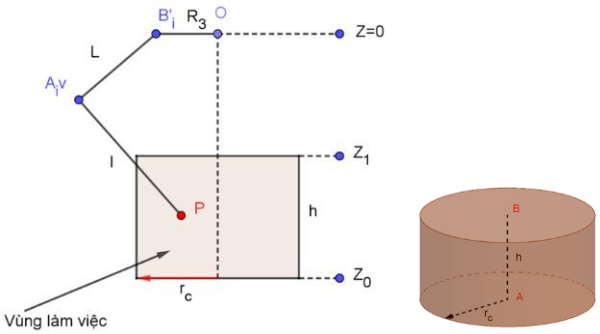
Trong đó:

$$r_1 = \frac{L}{D} \quad r_2 = \frac{l}{D} \quad r_3 = \frac{R_3}{D} \quad D = \frac{L + l + |R_3|}{3}$$

Bốn vùng Ib, IIe, IIf, IIIb có thể tích làm việc lớn nhất so với các vùng còn lại [5]. Bài toán thiết kế sẽ sử dụng các hệ bất phương trình (27) và dựa vào mặt cầu nội tiếp để quyết định các thông số thiết kế.

3. Thiết kế hình robot Delta theo vùng làm việc cho trước

Vùng làm việc của robot Delta được quy về một hình trụ nằm bên trong mặt cầu nội tiếp. Hình trụ đặc trưng bởi hai thông số đó là bán kính đường tròn đáy r_c và chiều cao h. Hình trụ được giới hạn bởi hai mặt phẳng là z_1, z_0 với $z_1 > z_0$ (Hình 5).



Hình 5. *Xem vùng làm việc như một hình trụ*

Bài toán thiết kế: Xác định các kích thước hình học của robot L, l, R_3 thỏa mãn vùng làm việc cho ở trên. Tác giả thiết lập được bảng phân bố các tham số thiết kế bao gồm các điểm phân bố đều nhau thuộc các vùng Ib, IIf, IIe, IIIb. Mỗi điểm chứa ba tham số $\{r_1, r_2, |r_3|\}$ và 2 điểm gần nhau nhất thỏa mãn:

$$r_{1i+1} = r_{1i} + 0,1 \quad (28)$$

$$r_{2i+1} = r_{2i} + 0,1 \quad (29)$$

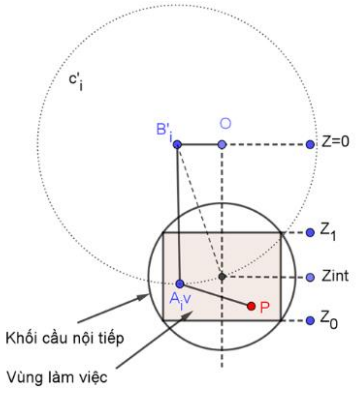
$$|r_{3i+1}| = |r_{3i}| + 0,1 \quad (30)$$

Để xét ảnh hưởng của phần lõi lên mặt cầu nội tiếp, cần xác định mặt phẳng z_{P1} như sau:

$$z_{P1} = \begin{cases} z_{int}\dfrac{L-l}{L} & \text{đối với vùng Ib, IIf} \\ L - l & \text{đối với vùng IIe, IIIb} \end{cases} \quad (31)$$

3.1. Phương án 1

Tâm khối cầu nội tiếp trùng với tâm hình trụ. Cho trước các kích thước r_c và h, tìm kích thước tối ưu L, l, R_3. Hình trụ sẽ xác định duy nhất một khối cầu ngoại tiếp hình trụ. Hình trụ sẽ chiếm thể tích lớn nhất bên trong khối cầu.



Hình 6*. Phương án 1*

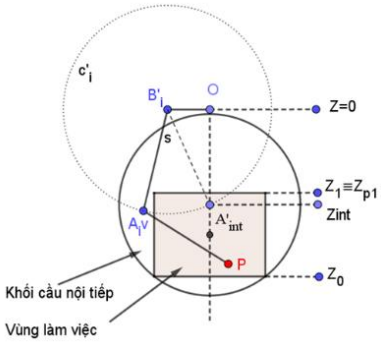
Sau khi lập bảng các tham số thiết kế, có thể xác định:

- Bán kính khối cầu nội tiếp: $l = \sqrt{\left(\frac{h}{2}\right)^2 + r_c^2}$
- Bảng giá trị trung bình D: $D = \frac{l}{r_2}$
- Lập bảng các kích thước còn lại: $L = r_1 \times D$; $|R_3| = r_3 \times D$
- Xác định z_1: $z_1 = z_{int} + \frac{h}{2}$

Chọn các kích thước thỏa mãn điều kiện $z_1 \le z_{P1}$. Kích thước L không quá lớn gây ảnh hưởng đến truyền động. Chọn z_1 thích hợp để có không gian cho các cơ cấu gá.

3.2. Phương án 2

Cho trước 3 thông số r_c, h, z_1. Tìm kích thước tối ưu L, l, R_3. Chọn mặt phẳng z_{P1} trùng với mặt phẳng z_1. Hình trụ phải chiếm thể tích lớn nhất trong phần còn lại của khối cầu nội tiếp giới hạn bởi mặt phẳng z_{P1}. Chú ý rằng phương án này chỉ áp dụng cho vùng IIe, IIIB (Hình 7).



Hình 7. *Phương án 2*

Sau khi lập bảng các tham số thiết kế, có thể xác định:

- Tính giá trị trung bình D: $D = \frac{l-L}{r_2-r_1} = \frac{-z_{p1}}{r_2-r_1}$;
- Lập bảng các kích thước $L = r_1 \times D$; $l = r_2 \times D$; $|R_3| = r_3 \times D$

Để hình trụ chiếm thể tích lớn nhất của phần còn lại của khối cầu nội tiếp, hình trụ phải có z_1 trùng với mặt phẳng z_{P1}, đồng thời đường tròn đáy phải tiếp xúc với mặt cầu nội tiếp lớn nhất, điều kiện l phải gần với giá trị l_t tối ưu.

$$l_t = \sqrt{r_c^2 + (z_1 - h - z_{int})^2} \qquad (32)$$

Từ bảng các kích thước robot, chọn các kích thước có giá trị l gần bằng với l_t. Tiếp tục chọn số gia nhỏ hơn để tìm ra các kích thước có giá trị l gần với l_t nhất.

3.3. Ví dụ áp dụng

Giả sử robot Delta được sử dụng cho việc hàn các bo mạch điện tử có kích thước vùng làm việc bằng khổ giấy A4: $a \times b = 210 \times 297mm^2$. Độ cao vùng làm việc là $h = 150mm$. Từ đó, bán kính đường tròn đáy của hình trụ:

$$r_c = \sqrt{(a/2)^2 + (b/2)^2} \approx 181{,}87mm$$

Lập bảng theo các phương án:

Bảng 2*. Phương án 1 vùng IIe*

r_2	r_1	r_3	D	L	l	R_3	z_{int}	z_1	z_{p1}
1,1	1	0,8	179	179	197	143	-107	-32	-18
1,2	1,1	0,7	164	180	197	115	-139	-64	-16
1.3	1,1	0,6	151	166	197	91	-140	-65	-30
1,4	1,2	0,4	141	169	197	56	-159	-84	-28

Bảng 3*. Phương án 1 vùng IIIb*

r_2	r_1	r_3	D	L	l	R_3	z_{int}	z_1	z_{p1}
1,5	1,4	0,1	131	184	197	13	-183	-108	-13
1,6	1,4	0	123	172	197	0	-172	-97	-25
1,7	1,3	0	116	150	197	0	-150	-75	-46
1,8	1,2	0	109	131	197	0	-131	-56	-66

Bảng 4*. Phương án 1 vùng Ib*

r_2	r_1	r_3	D	L	l	R_3	z_{int}	z_1
1,6	1	0,4	197	315	197	79	-305	-230
1,7	0,9	0,4	219	372	197	87	-361	-286
1,8	0,8	0,4	246	443	197	98	-432	-357
1,9	0,8	0,3	246	467	197	74	-461	-386

Bảng 5*. Phương án 1 vùng IIf*

r_2	r_1	r_3	D	L	l	R_3	z_{int}	z_1
1,1	1	0,9	197	216	197	177	-124	-49
1,2	1,4	0,4	141	169	197	56	-159	-84
1,3	1,2	0,5	164	213	197	82	-197	-122
1,3	1,3	0,4	151	197	197	61	-187	-112
1,4	1,1	0,5	179	250	197	89	-234	-159
1,5	**1,3**	**0,2**	**151**	**227**	**197**	**30**	**-225**	**-150**

Bảng 6*. Phương án 2 vùng IIe*

r_2	r_1	r_3	D	L	l	R_3	z_{int}	l_t
1,1	0,95	0,95	1000	950	1100	950	-900	918
1,2	0,9	0,9	500	450	600	450	-450	485
1,3	0,85	0,85	333	283	433	283	-155	239
1,4	0,8	0,8	250	200	350	200	-170	249

Bảng 7*. Phương án 2 vùng IIIb*

r_2	r_1	r_3	D	L	l	R_3	z_{int}	l_t
1,6	0,8	0,6	188	150	300	113	-99	271
1,7	0,8	0,5	167	133	283	83	-104	267
1,8	0,8	0,4	150	120	270	60	-104	267
1,9	0,9	0,2	150	135	285	30	-132	248

Chọn các kích thước $L = 227mm$, $l = 197mm$, $R_3 = 30mm, z_1 = -150mm$ vùng IIf phương án 1 là tối ưu.

4. Kết luận

Trong bài báo, tác giả đã giải quyết vấn đề đa nghiệm của bài toán động học ngược bằng cách áp dụng phương pháp số Newton-Raphson. Việc quy khối lượng khâu hình bình hành về hai đầu khớp giúp đơn giản hóa bài toán động lực học. Tuy vậy, đây chỉ là cách giải gần đúng, cần được nghiên cứu thêm. Hai phương án thiết kế hình học được đưa ra có thể được áp dụng trong thực tiễn. Tuy vậy, việc cân nhắc các thông số thiết kế còn phụ thuộc vào thực tế của người thiết kế. Việc thiết kế hình học cho robot Delta là tiền đề của việc thiết kế chi tiết sau này cho các ứng dụng cụ thể trong công nghiệp của robot Delta như hàn mạch, gắp-thả...

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] R. Clavel, "DELTA, A fast robot with parallel geometry", *18th International Symposium on Industrial Robot*, Lausane, pp. 91-100, 1988.

[2] R. Williams II, *The Delta Parallel Robot: Kinematics Solutions*, Mechanical Engineering, Ohio University, 2016.

[3] Nguyễn Đức Sang, *Tính toán động học và điều khiển robot song song không gian Delta*, Đại học Bách khoa Hà Nội, 2014.

[4] Nguyễn Văn Khang, Lương Anh Tuấn, "Tính toán so sánh một vài phương pháp số giải bài toán động học ngược robot song song dư dẫn động", *Tạp chí Tin học và Điều khiển, Hà Nội*, T.29, 2013.

[5] X.-J. Liu, J. Wang, H. Zheng, "Workspace atlases for the computer aided design of the Delta robot", *Proc. IMECHE part C: J. Mech. Engrg. Sci.*, vol. 217, pp. 861-869, 2003.

(BBT nhận bài: 26/9/2018, hoàn tất thủ tục phản biện: 17/10/2018)