# Bài tập đo lượng tin

1. Thực hiện một phép thử con xúc sắc đồng chất đồng thời với một đồng tiền cũng đồng chất. Trong đó, con xúc sắc có các mặt điểm từ 1 đến 6, đồng tiền một mặt có đầu hình và mặt kia không có đầu hình. Trước tiên thử con xúc sắc, nếu số điểm $\leq 4$ thì tung đồng tiền một lần, ngược lại thì tung đồng tiền hai lần. Tính lượng tin về số điểm con xúc sắc khi biết thông tin về số đầu hình đếm được.
2. Có hai chiếc hộp đựng bi, hộp thứ nhất chứa hai bi đỏ, một bi vàng, một bi xanh. Hộp thứ hai chứa một bi vàng và một bi xanh. Lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai, sau đó lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ hai. Hãy tính lượng tin về màu viên bi bốc được trong hộp thứ nhất khi biết thông tin về màu sắc viên bi bốc được trong hộp thứ hai.
3. An và Bình hẹn gặp nhau. Nếu trời không mưa thì khã năng An đến điểm hẹn là 90% còn Bình là 60%. Nếu trời mưa thì khã năng An đến điểm hẹn là 30% còn Bình là 40%. Giả sử thời tiết chổ An và Bình là như nhau và xác suất mưa sẽ là 60%. Hãy tìm lượng tin về thời tiết khi biết số lượng người đến điểm hẹn

**Hướng dẫn giải bài 1**

Gọi X là BNN về số điểm xúc sắc, Y là BNN về số đầu hình
Ta cần tính I(X/Y)
:
Gọi $x_n$ là sự kiện số điểm xúc sắc từ 1 đến 4, $x_l$ là sự kiện số điểm xúc sắc là 5 hoặc 6,

Ta lập các bảng phân phối của X:

| X | $x_n$ | $x_l$ |
|---|---|---|
| P | 2/3 | 1/3 |

Số đầu hình đếm được từ 0 đến 2, ta lập bảng phân phối sx điều kiện:

+Khi $X=x_n$, chỉ gieo đồng tiền một lần, nên ta có bảng phân phối $P(Y/X=x_n)$

| $Y/X=x_n$ | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| P | 1/2 | 1/2 | 0 |

+Khi $X=x_l$, gieo đồng tiền hai lần, ta có bảng phân phối $P(Y/X=x_l)$:

| $Y/X=x_l$ | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| P | 1/4 | 1/2 | 1/4 |

Lập bảng phân phối của BNN Y:
+ Ta có thể tính XS số đầu hình đếm được là 0:
$P(Y=0) = P(Y=0/X=x_n)* P(X=x_n) + P(Y=0/X=x_l)* P(X=x_l) = 1/2*2/3+1/4*1/3= = = 5/12$
+ Tương tự ta có: P(Y=1)=1/2; P(Y=2)= 1/12
Từ đó ta có bảng phân phối $P(Y/X=x_l)$

| Y | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| P | 5/12 | 1/2 | 1/12 |

*(Ta có nhận xét: để tính I(X/Y)=H(X)-H(X/Y) ta cần tính H(X) và H(X/Y), để tính H(X/Y) ta cần bảng phân phối P(X/Y). Để đỡ phức tạp, ta có thể vận dụng tính chất I(X/Y)=I(Y/X) để tính)*

Ta có:
H(Y) = H(5/12, 1/2, 1/12)= 1.33 bit
$H(Y/X=x_n) = H(1/2, 1/2, 0) = 1$ bit
$H(Y/X=x_l) = H(1/4, 1/2, 1/4) = 1.5$ bit
=> $H(Y/X)= P(X=x_n) * H(Y/X=x_n) + P(X=x_l) * H(Y/X=x_l) = 2/3* 1+ 1/3 * 1.5 = 1.17$ bit

=> I(X/Y)=I(Y/X)= H(Y)-H(Y/X)= 1.33 – 1.17= 0.16 bit
Vậy lượng tin về số điểm con xúc sắc khi biết thông tin về số đầu hình đếm được là 0.16 bit