

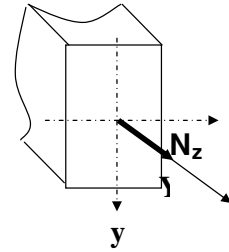
## Chương 3. KÉO - NÉN ĐÚNG TÂM

### 3.1 KHÁI NIỆM

◆ Định nghĩa: Thanh được gọi là chịu kéo hay nén đúng tâm khi trên mọi mặt cắt ngang của thanh chỉ có một thành phần nội lực là lực dọc  $N_z$ .

$N_z > 0$  khi hướng ra ngoài mặt cắt- Kéo

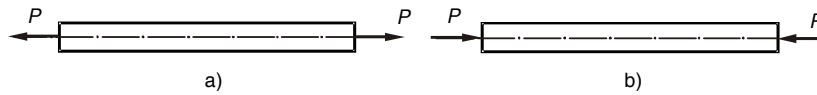
$N_z < 0$  khi hướng vào trong mặt cắt- Nén



H. 3.1

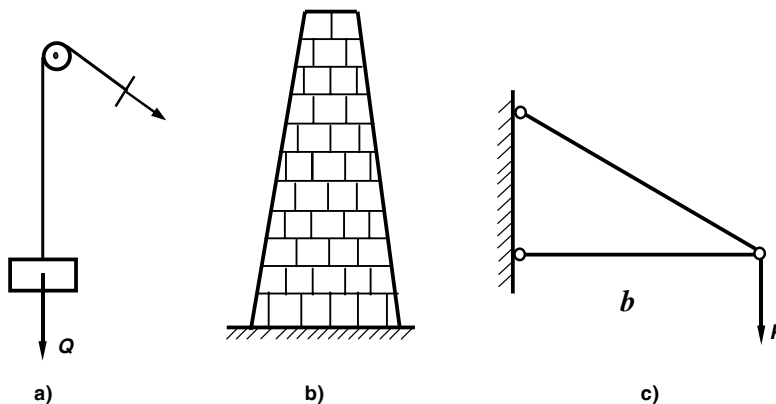
Đây là trường hợp chịu lực đơn giản nhất. Ta gặp trường hợp này khi thanh chịu 2 lực ở bằng nhau và trái chiều ở hai đầu dọc trục thanh .

Thanh chịu kéo đúng tâm (H.3.2a) hay chịu nén đúng tâm (H.3.2b).



**H. 3.2 Định nghĩa thanh chịu kéo nén đúng**

◆ Thực tế : có thể gặp các cấu kiện chịu kéo hay nén đúng tâm như: dây cáp trong cần cầu (H.3.3a), ống khói (H.3.3b), các thanh trong dàn (H.3.3c).

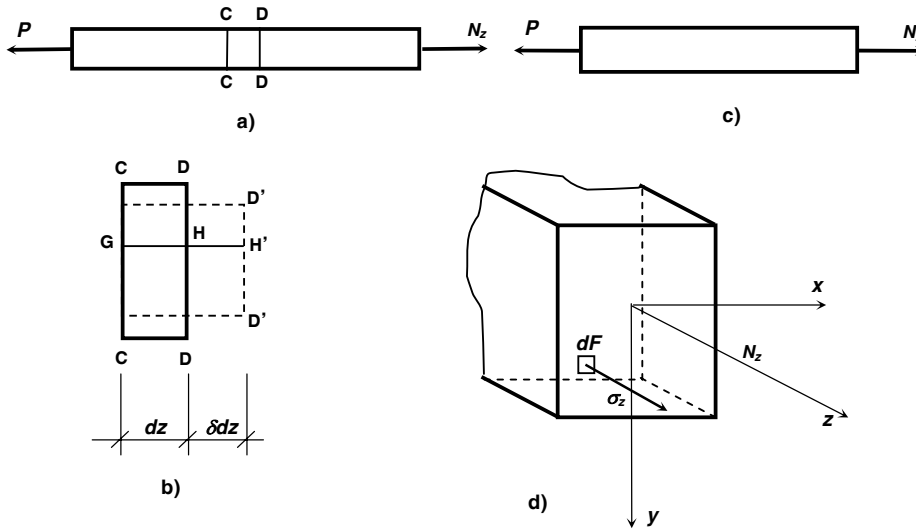


**H. 3.3 Một số cấu kiện chịu kéo nén đúng tâm**

### 3.2. ỨNG SUẤT TRÊN MẶT CẮT NGANG

Xét thanh thẳng chịu kéo (nén) đúng tâm (H.3.3a) các mặt cắt ngang CC và DD trước khi thanh chịu lực cách nhau đoạn  $dz$  và vuông góc trục thanh. Các thớ dọc trong đoạn CD (như là GH) bằng nhau (H.3.3b).

Khi thanh chịu kéo (nén), nội lực trên mặt cắt ngang DD hay bất kỳ mặt cắt ngang khác là  $N_z = P$  (H.3.3c) thanh sẽ dãn ra, mặt cắt DD di chuyển dọc trục thanh  $z$  so với mặt cắt CC một đoạn bé  $\delta dz$  (H.3.3b).



Ta thấy biến dạng các thớ dọc như GH đều bằng HH' và không đổi, mặt cắt ngang trong suốt quá trình biến dạng vẫn phẳng và vuông góc với trục thanh, điều này cho thấy các điểm trên mặt cắt ngang chỉ có ứng suất pháp  $\sigma_z$  không đổi (H.3.3d).

Ta có: 
$$\int_F \sigma_z dF = N_z \quad \text{vì} \quad \left( \varepsilon_z = \frac{\delta dz}{dz} \quad \varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E} \right)$$

Nên  $\sigma_z = \text{const}$  ta được:  $\sigma_z F = N_z$

hay: 
$$\sigma_z = \frac{N_z}{F} \quad (3.1)$$

với:  $F$ - diện tích mặt cắt ngang của thanh.

### 3.3. BIẾN DẠNG CỦA THANH CHỊU KÉO (NÉN) ĐÚNG TÂM

#### 1- Biến dạng dọc

Biến dạng dọc trục  $z$  của đoạn dài  $dz$  chính là  $\delta dz$  (H.3.3b).

Như vậy biến dạng dài tương đối của đoạn  $dz$  là:  $\varepsilon_z = \frac{\delta dz}{dz}$  (a)

Theo định luật Hooke ta có:  $\varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E}$  (b)

trong đó:  $E$  - là hằng số tỷ lệ, được gọi là mô đun đàn hồi khi kéo (nén), nó phụ thuộc vào vật liệu và có thứ nguyên  $\left[ \frac{\text{lực}}{(\text{chiều dài})^2} \right]$ , đơn vị  $\text{N/m}^2$ , xác định từ thí nghiệm.

Bảng 3.1 cho trị số  $E$  của một số vật liệu.

Vật liệu	$E$ (kN/cm <sup>2</sup> )	$\mu$
Thép (0,15 ÷ 0,20)%C	$2 \times 10^4$	0,25 ÷ 0,33
Thép lò xo	$2,2 \times 10^4$	0,25 ÷ 0,33
Thép niken	$1,9 \times 10^4$	0,25 ÷ 0,33
Gang xám	$1,15 \times 10^4$	0,23 ÷ 0,27
Đồng	$1,2 \times 10^4$	0,31 ÷ 0,34
Đồng thau	$(1,0 \div 1,2)10^4$	0,31 ÷ 0,34
Nhôm	$(0,7 \div 0,8)10^4$	0,32 ÷ 0,36
Gỗ dọc thớ	$(0,08 \div 0,12)10^4$	
Cao su	0,8	0,47

T

Từ (a) tính  $\delta dz$ , thế (b) vào, ta được biến dạng dài dọc trục của đoạn  $dz$  là:

$$\delta dz = \varepsilon_z dz = \frac{\sigma_z}{E} dz = \frac{N_z}{EF} dz \quad (c)$$

Suy ra biến dạng dài (dãn khi thanh kéo, co khi thanh nén) của đoạn thanh dài  $L$ :

$$\Delta L = \int_L \delta dz = \int_L \frac{N_z}{EF} dz \quad (3.2)$$

Nếu  $E$ ,  $F$  là hằng số và  $N_z$  cũng không đổi trên chiều dài  $L$  của thanh, ta sẽ được:

$$\Delta L = \frac{N_z}{EF} \int_L dz = \frac{N_z L}{EF} \quad (3.3)$$

Nếu thanh gồm nhiều đoạn chiều dài  $L_i$  và trên mỗi đoạn  $N_z$ ,  $E$ ,  $A$  không đổi thì:

$$\Delta L = \sum \Delta L_i = \sum \frac{N_{zi} L_i}{E_i F_i} \quad (3.3')$$

Tích số  $EF$  gọi là độ cứng khi chịu kéo hay nén đúng tâm của thanh.

## 2- Biến dạng ngang

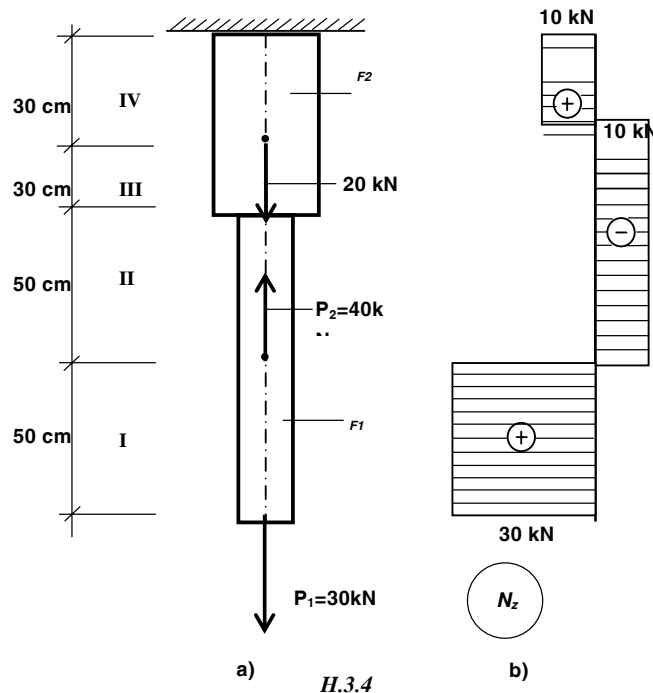
Theo phương ngang thanh cũng có biến dạng, ta đã chọn  $z$  là trục thanh,  $x$ ,  $y$  là các phương vuông góc với  $z$  (H.3.3d). Nếu ta gọi  $\varepsilon_x$  và  $\varepsilon_y$  là biến dạng dài tương đối theo hai phương  $x$  và  $y$ , thì ta có quan hệ sau:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = -\nu \varepsilon_z \quad (3.4)$$

trong đó:  $\nu$  - hệ số Poisson, là hằng số vật liệu

Dấu (-) trong biểu thức chỉ rằng biến dạng theo phương dọc và ngang ngược nhau.

Thí dụ 3.1. Vẽ biểu đồ dọc  $N_z$  tính ứng suất và biến dạng dài toàn phần của thanh trên H.3.4a cho biết  $E = 2.10^4 \text{ kN/cm}^2$ ;  $F_1 = 10 \text{ cm}^2$ ;  $F_2 = 20 \text{ cm}^2$ .



Giải. Dùng phương pháp mặt cắt ta dễ dàng vẽ được biểu đồ  $N_z$  (H.3.4b)

Từ đó ta tìm được ứng suất trên mặt cắt ngang mỗi đoạn là:

$$\sigma_I = \frac{N_z^I}{F_1} = \frac{30}{10} = 3 \text{ kN/cm}^2, \quad \sigma_{II} = \frac{N_z^{II}}{F_1} = \frac{-10}{10} = -1 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{III} = \frac{N_z^{III}}{F_2} = \frac{-10}{20} = -0,5 \text{ kN/cm}^2, \quad \sigma_{IV} = \frac{N_z^{IV}}{F_2} = \frac{10}{20} = 0,5 \text{ kN/cm}^2$$

Để xác định biến dạng dọc toàn phần chính là biến dạng dài tuyệt đối của thanh ta sử dụng công thức (3.3') áp dụng cho bốn đoạn của thanh.

$$\Delta L = \frac{30 \times 50}{2 \times 10^4 \times 10} + \frac{-10 \times 50}{2 \times 10^4 \times 10} + \frac{-10 \times 30}{2 \times 10^4 \times 20} + \frac{10 \times 30}{2 \times 10^4 \times 20} = 0,005 \text{ cm}$$

Biến dạng dọc mang dấu + nghĩa là thanh bị dài ra.

Ta có thể tính biến dạng bằng phương pháp cộng tác dụng.

$$\Delta L = \frac{30 \times 100}{2 \times 10^4 \times 10} + \frac{+ 30 \times 60}{2 \times 10^4 \times 20} + \frac{- 40 \times 50}{2 \times 10^4 \times 10} + \frac{- 40 \times 60}{2 \times 10^4 \times 20} + \frac{20 \times 30}{2 \times 10^4 \times 20} = 0,005 \text{ cm}$$

### 3.4. ĐẶC TRƯNG CƠ HỌC CỦA VẬT LIỆU

#### 1. Khái niệm

Vấn đề của chúng ta là cần phải so sánh độ bền, độ cứng của vật liệu khi chịu lực với ứng suất biến dạng của vật liệu cùng loại đã biết. Ta cần thí nghiệm kéo, nén để tìm hiểu tính chất chịu lực và quá trình biến dạng từ lúc bắt đầu chịu lực đến lúc phá hỏng của các loại vật liệu khác nhau.

Người ta phân vật liệu thành hai loại cơ bản: Vật liệu dẻo, vật liệu giòn.

Như vậy có bốn thí nghiệm cơ bản sau:

#### 2. Thí nghiệm kéo vật liệu dẻo (thép)

##### 1- Mẫu thí nghiệm

Theo tiêu chuẩn TCVN 197 - 85

(H.3.5)

Chiều dài  $L_0$  thí nghiệm là đoạn thanh đường kính  $d_0$ , diện tích  $F_0$

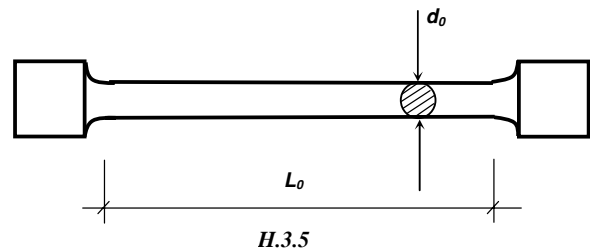
##### 2- Thí nghiệm

Tăng lực kéo từ 0 đến khi mẫu đứt, với bộ phận vẽ biểu đồ của máy kéo, ta nhận được đồ thị quan hệ giữa lực kéo  $P$  và biến dạng dài  $\Delta L$  của mẫu như H.3.6. Ngoài ra sau khi mẫu bị đứt ta chấp mẫu lại, mẫu sẽ có hình dáng như H.3.7.

##### 3- Phân tích kết quả

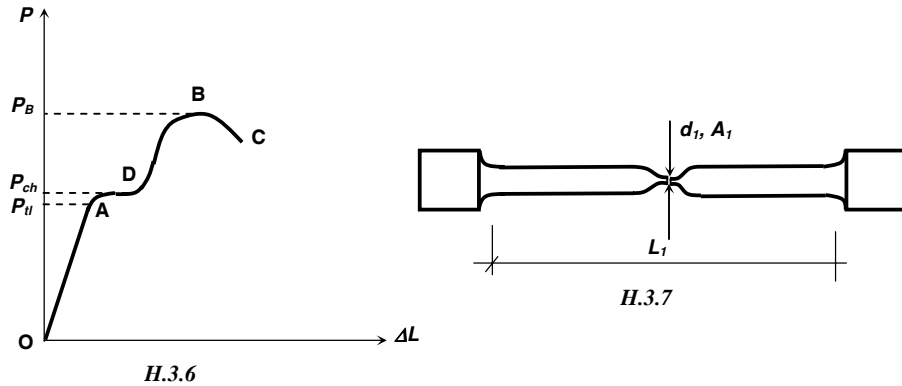
Quá trình chịu lực của vật liệu có thể chia làm ba giai đoạn.

OA: đàn hồi,  $P$  và  $\Delta L$  bậc nhất, Lực lớn nhất là lực tỉ lệ  $P_{tl}$ .  $\sigma_{tl} = \frac{P_{tl}}{F_0}$  (3.5)



AD: giai đoạn chảy, lực kéo không tăng nhưng biến dạng tăng liên tục. Lực kéo tương ứng là lực chảy  $P_{ch}$  và ta có giới hạn chảy.  $\sigma_{ch} = \frac{P_{ch}}{F_o}$  (3.6)

DBC: giai đoạn củng cố (tái bền), tương quan giữa lực  $P$  và biến dạng  $\Delta L$  là đường cong. Lực lớn nhất là lực bền  $P_B$  và ta có giới hạn bền.  $\sigma_b = \frac{P_b}{F_o}$  (3.7)



Nếu chiều dài mẫu sau khi đứt (H.3.7) là  $L_I$  và diện tích mặt cắt ngang nơi đứt là  $A_I$  thì ta có các định nghĩa đặc trưng cho tính dẻo của vật liệu như sau:

Biến dạng dài tương đối (tính bằng phần trăm):  $\delta = \frac{L_o - L_I}{L_o} 100\%$  (3.8)

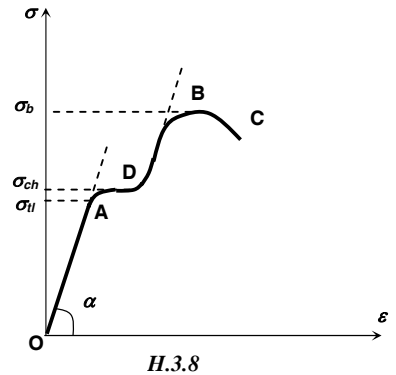
Độ thắt tỷ đối (tính bằng phần trăm):  $\psi = \frac{F_o - F_I}{F_o} 100\%$  (3.9)

4- Biểu đồ  $\sigma - \varepsilon$  (biểu đồ qui ước)

Từ biểu đồ  $P - \Delta L$  ta dễ dàng suy ra biểu đồ tương quan giữa ứng suất  $\sigma_z = P/F_o$  và biến dạng dài tương đối  $\varepsilon_z = \Delta L/L_o$ .

Biểu đồ này có hình dạng giống như biểu đồ  $P - \Delta L$  (H.3.8). Trên biểu đồ chỉ rõ  $\sigma_{II}, \sigma_{ch}, \sigma_b$  và cả mô đun đàn hồi:

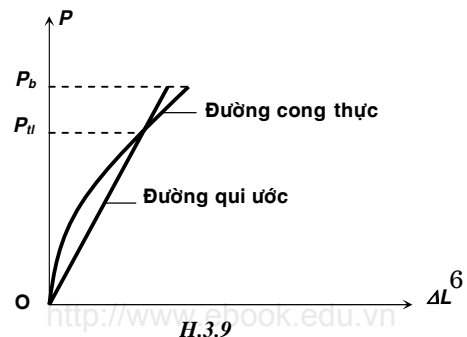
$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \tan \alpha$$



Nếu kể đến sự biến đổi diện tích mặt cắt ngang ta sẽ có biểu đồ tương quan giữa  $\varepsilon_z$  và ứng suất thực (đường nét đứt).

3. Thí nghiệm kéo vật liệu dòn

Biểu đồ kéo vật liệu dòn có dạng đường cong (H.3.9). Vật liệu không có giới hạn tỷ lệ và giới hạn chảy mà chỉ có giới hạn bền.

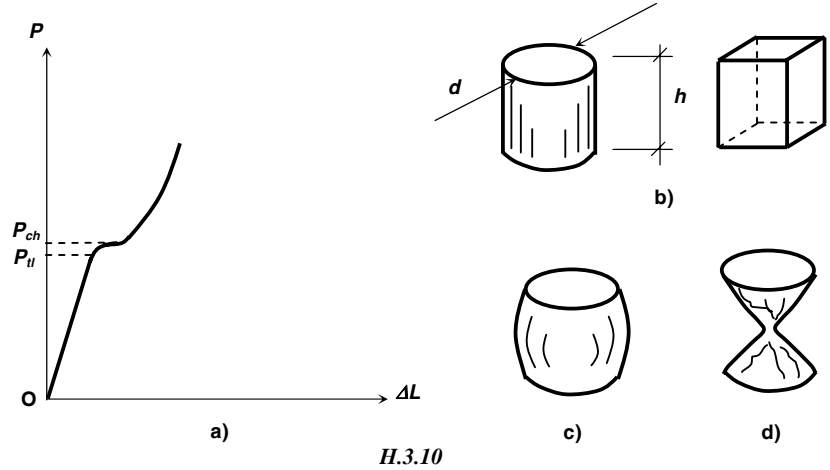


$$\sigma_b = \frac{P_b}{F_o} \quad (3-10)$$

Tuy vậy người ta cũng qui ước một giới hạn đàn hồi nào đó và xem đồ thị quan hệ lực kéo và biến dạng là đường thẳng (đường qui ước).

#### 4. Nén vật liệu dẻo

Biểu đồ nén vật liệu dẻo như H.3.10a. Ta chỉ xác định được giới hạn tỷ lệ và giới hạn chảy, mà không xác định được giới hạn bền do sự phình ngang của mẫu làm cho diện tích mặt cắt ngang mẫu liên tục tăng lên. Sau thí nghiệm mẫu có dạng hình trống (H.3.10c).



#### 5. Nén vật liệu giòn. Đường cong tương tự biểu đồ kéo vật liệu giòn. $P_b$ .

Nghiên cứu các thí nghiệm kéo và nén các vật liệu dẻo và giòn, người ta thấy rằng: giới hạn chảy của vật liệu dẻo khi kéo và nén như nhau, còn đối với vật liệu giòn giới hạn bền khi kéo bé hơn nhiều so với giới hạn bền khi nén.

### 3.6. THỂ NĂNG BIẾN DẠNG ĐÀN HỒI (TNBDDH)

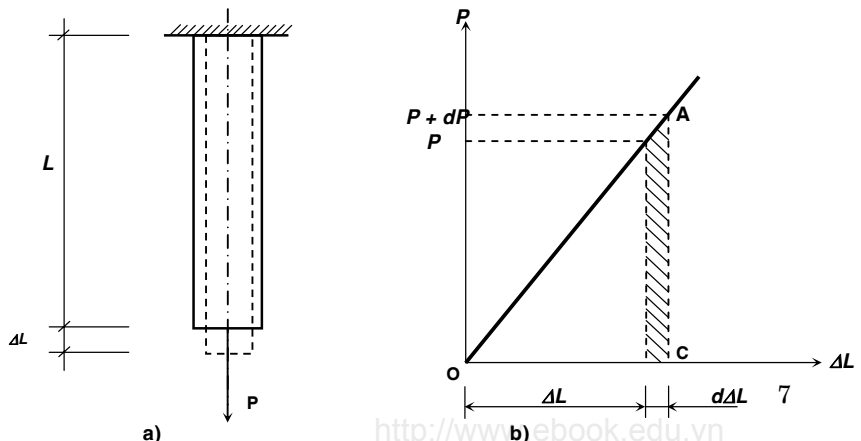
#### 1- Khái niệm

Xét thanh chịu kéo làm việc trong giai đoạn đàn hồi (H.3.13a). Lực tăng dần từ 0 đến giá trị  $P$ , thanh dãn ra từ từ đến giá trị  $\Delta L$ . Bỏ lực, thanh về vị trí ban đầu.

Người ta nói công của  $W$  của ngoại lực phát sinh trong quá trình di chuyển đã chuyển hóa thành thể năng biến dạng đàn hồi  $U$  tích lũy trong thanh và chính thể năng này làm cho thanh đàn hồi sau khi không tác dụng lực.

#### 2- Tính thể năng biến dạng đàn hồi

$P$  và  $\Delta L$  biểu diễn như H.3.13b. Công của lực  $P$  trên chuyển dời  $\Delta L$ .



H.3.13

$$dW = (P + dP)d\Delta L = Pd\Delta L + dPd\Delta L = Pd\Delta L$$

Suy ra công của lực kéo  $P$  tăng từ 0 đến  $P$  được biểu thị bằng diện tích tam giác OAC.

$$W = \frac{P\Delta L}{2}$$

Công này biến thành TNBD ĐH  $U$ :  $U = W = \frac{P\Delta L}{2} = \frac{P^2 L}{2EF}$  (3.11)

Gọi  $u$  là TNBDĐH riêng (thế năng tích lũy trong một đơn vị thể tích), ta có:

$$u = \frac{U}{V} = \frac{\sigma_z^2}{2E} = \frac{\sigma_z \varepsilon_z}{2} \quad (3.12)$$

Xét đoạn thanh có chiều dài  $dz$  có nội lực  $N_z$  (H.3.14):  $dU = \frac{N_z^2 dz}{2EF}$

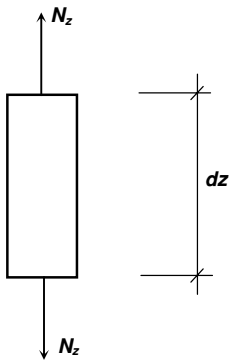
Suy ra thế năng biến dạng đàn hồi của đoạn thanh dài  $L$ , có nội lực  $N_z$  là:

$$U = \int_L dU = \int_L \frac{N_z^2 dz}{2EF}$$

Khi trong đoạn thanh  $\frac{N_z}{EF}$  không đổi ta có:  $U = \frac{N_z^2 L}{2EF}$  (3.13)

Với nhiều đoạn dài  $L_i$  ta sẽ có:  $U = \sum U_i = \sum \frac{N_{zi}^2 L_i}{2E_i F_i}$  (3.13')

Thế năng biến dạng đàn hồi thường dùng để tính chuyển vị của hệ thanh.



H.3.14

Ví dụ 3.2. Xác định chuyển vị đứng của điểm đặt lực. Cho  $E = 20000 \text{ kN/cm}^2$ ; (H.3.15a). Cho  $L = 200 \text{ cm}$ ;  $P = 300 \text{ (KN)}$ ;  $\alpha = 30^\circ$ ;  $F = 10 \text{ cm}^2$

Giải

- Xác định nội lực

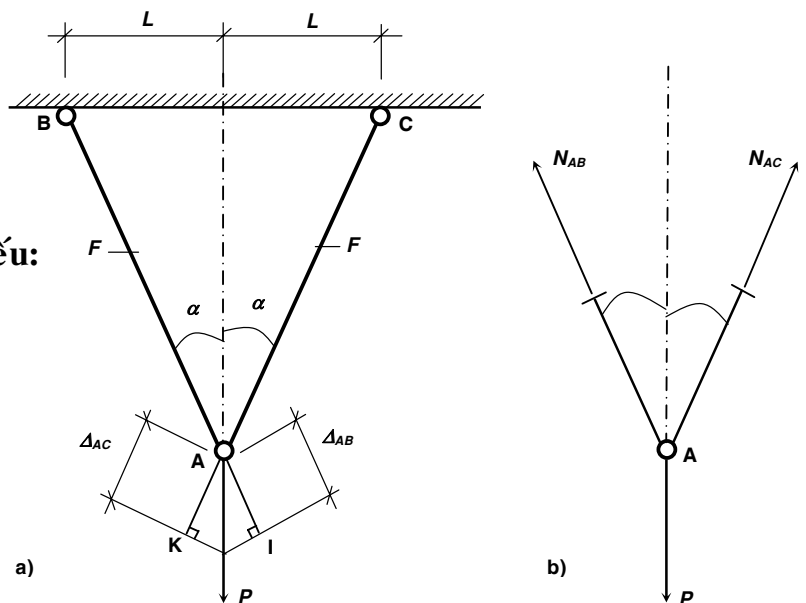
Tách mắt A (H.3.15b).

Dùng hai phương trình hình chiếu:

$$\sum X = 0: N_{AB} = N_{AC} = N$$

$$\sum Y = 0: 2N \cos \alpha = P$$

suy ra:  $N = \frac{P}{2 \cos \alpha}$



H. 3.15



- Chuyển vị đứng của điểm A

a) Phương pháp dùng cách tính theo biến dạng hình học.

Gọi  $\Delta_{AB}$ ,  $\Delta_{AC}$  các biến dạng của đoạn AB, AC (H.3.15a).

Từ I, K kẻ hai đường vuông góc với AB và AC, chúng cắt nhau ở A', AA' chính là độ di chuyển của điểm A.

Trường hợp hệ thanh trên vì  $N_{AB} = N_{AC}$  nên  $\Delta_{AB} = \Delta_{AC}$  và A' nằm trên đường thẳng đứng kẻ từ A, hay AA' chính là chuyển vị cần tìm.

Xét tam giác AIA' ta có:

$$AA' \cos \alpha = AI \quad \text{hay:} \quad AA' = \frac{AI}{\cos \alpha} = \frac{\Delta_{AB}}{\cos \alpha}$$

$$AA' = \frac{N_{AB} L_{AB}}{(EF)_{AB} \cos \alpha} = \frac{PL}{2EF \cos^2 \alpha}$$

Với  $P = 300 \text{ kN}$ ,  $E = 20000 \text{ kN/cm}^2$ ,  $A = 10 \text{ cm}^2$ ,  $\alpha = 30^\circ$  ta được:  $AA' = 0,4 \text{ cm}$

b) Phương pháp dùng thế năng biến dạng đàn hồi

Ta có:  $W = U$  (\*)

Công ngoại lực:

$$W = \frac{1}{2} P.AA'$$

Thế năng biến dạng đàn hồi của hệ:  $U = \frac{N_{AB}^2 L_{AB}}{2(EF)_{AB}} + \frac{N_{AC}^2 L_{AC}}{2(EF)_{AC}} = 2 \frac{N^2 L}{2EF}$

Thế vào (\*) ta được:  $\frac{1}{2} P.AA' = 2 \frac{N^2 L}{2EF}$

suy ra:  $AA' = \frac{2}{P} \frac{N^2 L}{EF} = \frac{PL}{2EF \cos^2 \alpha} = 0,4 \text{ cm}$

### 3.7. ỨNG SUẤT CHO PHÉP - HỆ SỐ AN TOÀN - BA BÀI TOÁN CƠ BẢN

Ta gọi ứng suất nguy hiểm, ký hiệu  $\sigma_o$ , là trị số ứng suất mà ứng với nó vật liệu được xem là bị phá hoại. Đối với vật liệu dẻo  $\sigma_o = \sigma_{ch}$ , đối với vật liệu giòn  $\sigma_o = \sigma_b$ .

Nhưng khi chế tạo, vật liệu thường không đồng chất hoàn toàn, và trong quá trình sử dụng tải trọng tác dụng có thể vượt quá tải trọng thiết kế, điều kiện làm việc của kết cấu hay chi tiết chưa được xem xét đầy đủ, các giả thiết khi tính toán chưa đúng với sự làm việc của kết cấu. Vì thế ta không tính toán theo  $\sigma_o$ . Chúng ta phải chọn một hệ số an toàn  $n$  lớn hơn 1 để xác định ứng suất cho phép.

$$[\sigma] = \frac{\sigma_o}{n} \quad (3.15)$$

Và dùng trị số  $[\sigma]$  để tính toán.

Hệ số an toàn do nhà nước hay hội đồng kỹ thuật của nhà máy qui định.

Để chọn hệ số an toàn được chính xác, nhiều khi người ta phải chọn nhiều hệ số theo riêng từng nguyên nhân dẫn đến sự không an toàn của công trình hay chi tiết máy, có thể kể đến:

- Hệ số kể đến độ đồng chất của vật liệu
- Hệ số kể đến sự vượt quá tải trọng thiết kế
- Hệ số kể đến sự làm việc tạm thời hay lâu dài

Như vậy muốn đảm bảo sự làm việc an toàn về độ bền khi thanh chịu kéo (nén) đúng tâm, ứng suất trong thanh phải thỏa mãn điều kiện bền là:

$$\sigma_z = \frac{N_z}{F} \leq [\sigma] \quad (3.16)$$

Từ điều kiện bền, ta có ba bài toán cơ bản:

Kiểm tra bền:  $\sigma_z = \frac{N_z}{F} \leq [\sigma] \pm 5\%$

Chọn kích thước mặt cắt ngang:  $F \geq \frac{N_z}{[\sigma]} \pm 5\%$

Định tải trọng cho phép:  $N_z \leq [\sigma]F \pm 5\%$       hay:  $[N_z] = [\sigma]F$

Thí dụ 3.4. Cho hệ như H.3.17a. Định tải trọng cho phép  $[P]$  theo điều kiện bền của các thanh 1, 2, 3. Cho biết  $[\sigma] = 16 \text{ kN/cm}^2$ ,  $F_1 = 2 \text{ cm}^2$ ,  $F_2 = 1 \text{ cm}^2$ ,  $F_3 = 2 \text{ cm}^2$ .

Giải. Trước tiên ta cần tính nội lực trong các thanh. Cô lập hệ như H.3.17b.

Xét cân bằng với các phương trình:

$$\sum X = 0 \Rightarrow N_2 \cos 45^\circ + N_3 = 0$$

$$\sum Y = 0 \Rightarrow -P + N_1 + N_2 \sin 45^\circ = 0$$

$$\sum M/A = 0 \Rightarrow -P2a + N_1a = 0$$

Ta được  $N_1 = 2P$ ,  $N_2 = -P\sqrt{2}$  (nén),  $N_3 = P$

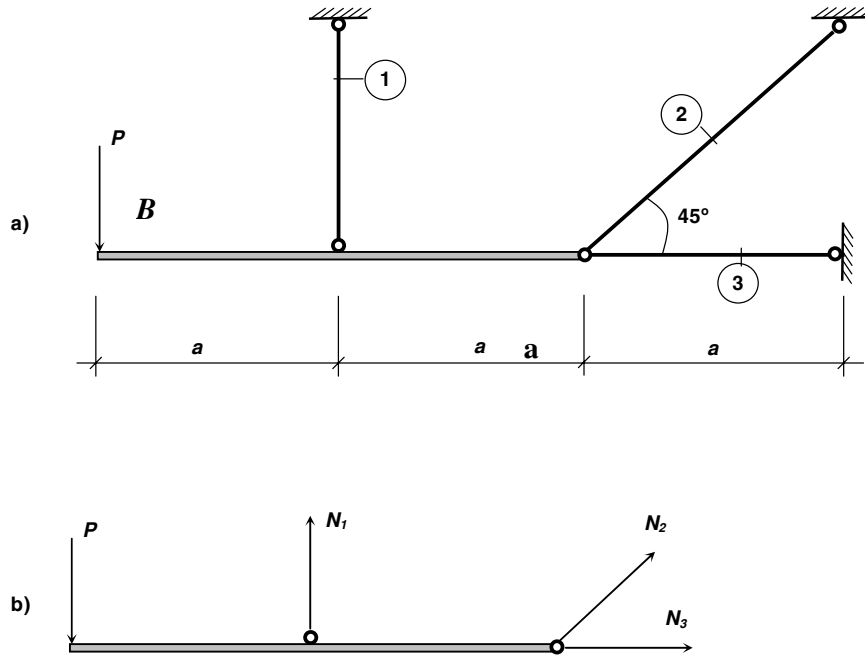
Viết điều kiện bền của các thanh 1, 2, 3:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{F_1} = \frac{2P}{F_1} \leq [\sigma] \Rightarrow P \leq \frac{[\sigma]F_1}{2} = \frac{16 \cdot 2}{2} = 16 \text{ kN}$$

$$|\sigma_2| = \frac{|N_2|}{F_2} = \frac{P\sqrt{2}}{F_2} \leq [\sigma] \Rightarrow P \leq \frac{[\sigma]F_2}{\sqrt{2}} = \frac{16 \cdot 1}{\sqrt{2}} = 11,3 \text{ kN}$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{F_3} = \frac{P}{F_3} \leq [\sigma] \Rightarrow P \leq [\sigma] F_3 = 16 \cdot 2 = 32 \text{ kN}$$

So sánh ta được  $[P] = 11,3 \text{ kN}$ .



H. 3.17

### 3.8. BÀI TOÁN SIÊU TĨNH

Định nghĩa: *Bài toán siêu tĩnh là bài toán mà chỉ với các phương trình cân bằng tĩnh học sẽ không đủ để giải được tất cả các phản lực hay nội lực trong hệ.*

Cách giải. Cần tìm thêm các phương trình diễn tả điều kiện biến dạng của hệ sao cho cộng số phương trình này với các phương trình cân bằng tĩnh học vừa đủ bằng số ẩn số phản lực, nội lực cần tìm.

Thí dụ 3.5. Xét thanh chịu lực như H.3.18a. Ở hai ngàm có hai phản lực  $V_A$  và  $V_B$ . Ta có phương trình cân bằng:  $V_A + V_B - P = 0$  (a)

Phương trình này có hai ẩn, muốn giải được ta phải tìm thêm phương trình điều kiện biến dạng của thanh.

Tưởng tượng bỏ ngàm B và thay bằng phản lực  $V_B$  (H.3.18b). Điều kiện biến dạng của hệ là:  $\Delta L = \Delta_{BA} = \Delta_{BC} + \Delta_{CA} = 0$  (b)

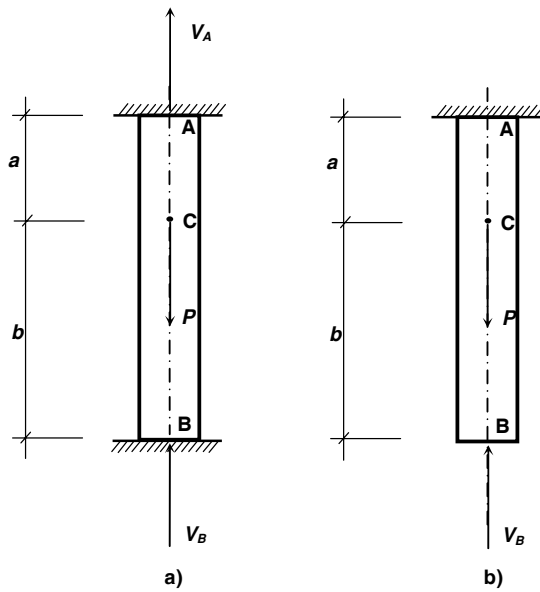
Gọi  $N_{BC}$  và  $N_{CA}$  là nội lực trên các mặt cắt của các đoạn BC và CA ta sẽ được:

$$\Delta L = \frac{N_{BC}L_{BC}}{EF} + \frac{N_{CA}L_{CA}}{EF} = 0 \quad (c)$$

với  $N_{BC} = -V_B$ ;  $N_{CA} = -V_B + P$ , (c) trở thành:  $\frac{-V_B b}{EF} + \frac{(-V_B + P)a}{EF} = 0$

suy ra: 
$$V_B = \frac{Pa}{a+b}$$

Ta đã tính được phản lực  $V_B$ , bài toán trở thành bài toán tĩnh định bình thường



H.3.18

Thí dụ 3.6. Xét hệ gồm ba thanh treo lực  $P$  (H.3.19a) hãy tính nội lực trong các thanh treo.

Giải. Ta có hai phương trình cân bằng ( tách nút A):

$$\sum X = N_{AB} \sin \alpha + N_{AD} \sin \alpha = 0 \quad (a)$$

$$\sum Y = -P + N_{AB} \cos \alpha + N_{AC} + N_{AD} \cos \alpha = 0 \quad (b)$$

Để giải ba ẩn số nội lực ta cần thêm một phương trình điều kiện biến dạng. Xét hệ thanh sau khi chịu lực. Vì đối xứng nên điểm A di chuyển theo phương AC đến A'. Từ A kẻ đường AI và AK lần lượt vuông góc với A'B và A'D. Biến dạng nhỏ nên góc A'BA và A'DA vô cùng bé và góc BA'C và DA'C vẫn  $\alpha$ . Suy ra IA' là độ dãn dài của AB và tương tự KA' là độ dãn dài của AD.

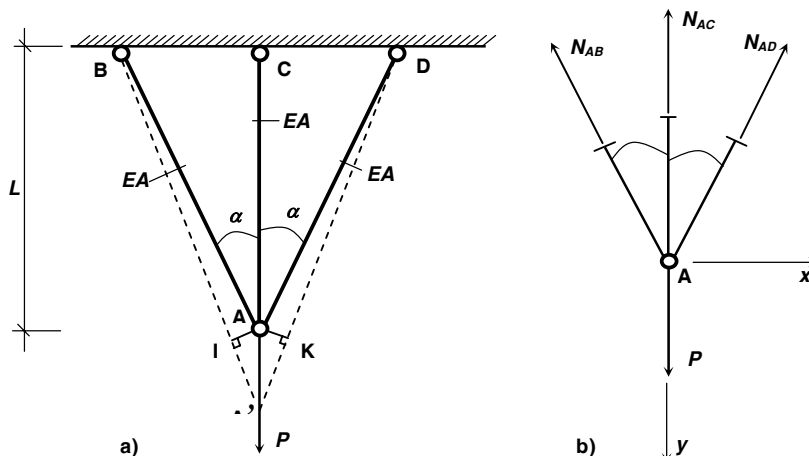
Ngoài ra AA' cũng chính là độ dãn dài của AC

Xét tam giác A'IA và A'KA ta có liên hệ:

$$IA' = KA' = AA' \cos \alpha \quad (c)$$

Thay  $IA' = \frac{N_{AB}L}{EF \cos \alpha}$  ;  $KA' = \frac{N_{AD}L}{EF \cos \alpha}$  ;  $AA' = \frac{N_{AC}L}{EF}$  vào (c) rồi vào (a) và (b) ta

$$\text{sẽ được } N_{AB} = N_{AD} = \frac{P \cos^2 \alpha}{1 + 2 \cos^3 \alpha} ; N_{AC} = \frac{P}{1 + 2 \cos^3 \alpha}$$



H.3.19

**Thí dụ 3.7. Cho thanh ABC tuyệt đối cứng liên kết khớp tại A được treo bởi dây CD có tiết diện F và có chiều dài L như hình vẽ.**

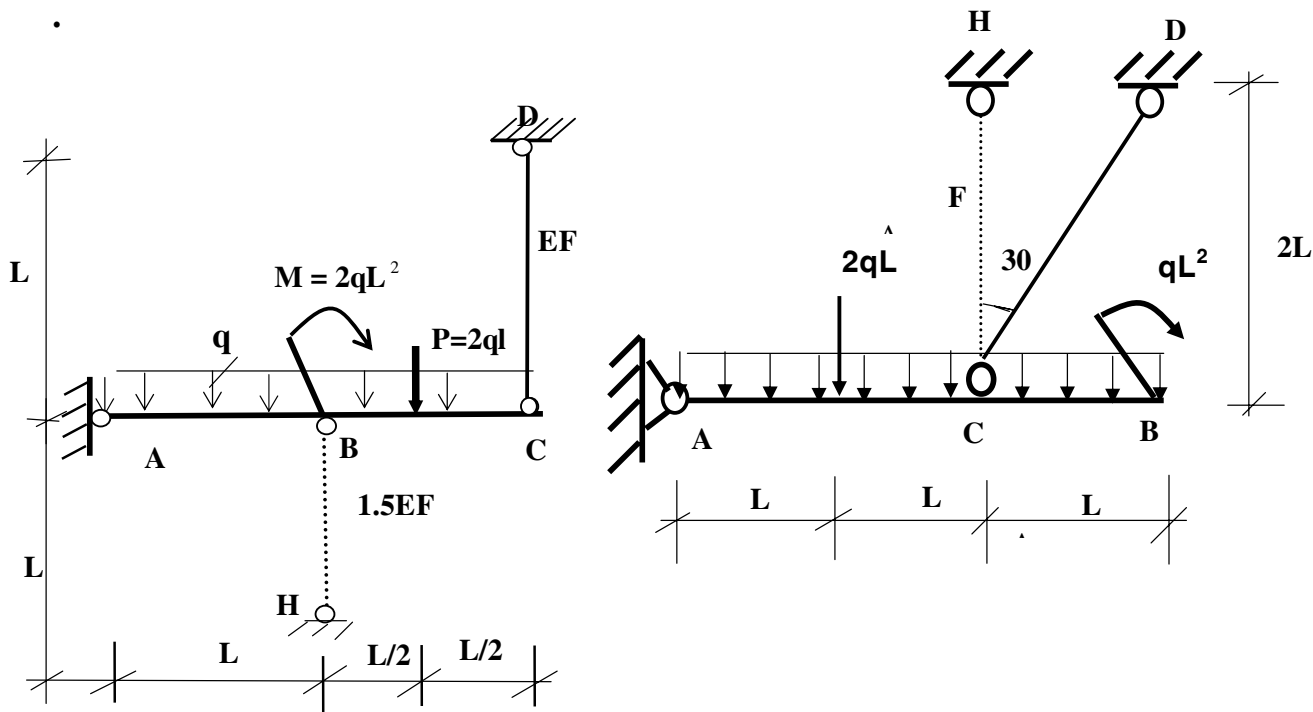
**1/ Tính nội lực của CD.**

**2/ Tính  $[q]$  theo điều kiện bền của thanh CD .**

Cho biết  $[\sigma] = 16 \text{ kN/cm}^2$ ,  $L=2\text{m}$   $F= 2 \text{ cm}^2$  .

**3/ Tính chuyển vị đứng của điểm C . Cho  $E = 20000 \text{ kN/cm}^2$**

**4/ Bây giờ thêm thanh chống BH hay thanh treo CH (nét chấm) . Tính lại nội lực của các thanh chống CD vàBH**



Cho  $q = 10 \text{ kN/m}$ ,  $L = 1 \text{ m}$ ,  $F = 1.5 \text{ cm}^2$ ,  $E = 20000 \text{ kN/cm}^2$ ,  $[\sigma] = 16 \text{ kN/cm}^2$

-Kiểm tra bền thanh CD.

-Tính chuyển vị đứng của điểm C