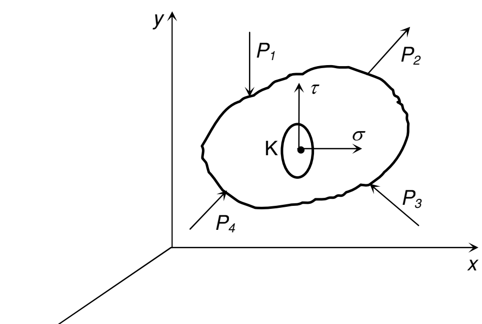
Chương 4

TRẠNG THÁI ỨNG SUẤT

4.1 NHỮNG KHÁI NIỆM VỀ TRẠNG THÁI ỨNG SUẤT.

4.1.1 TRẠNG THÁI ỨNG SUẤT (TTƯS)TẠI MỘT ĐIỂM.

Xét một điểm K trong một vật thể cân bằng và các mặt cắt qua K, trên các mặt cắt ấy có các ứng suất pháp σ và ứng suất tiếp τ. Các ứng suất này thay đổi tùy vị trí mặt cắt (H.4.1).



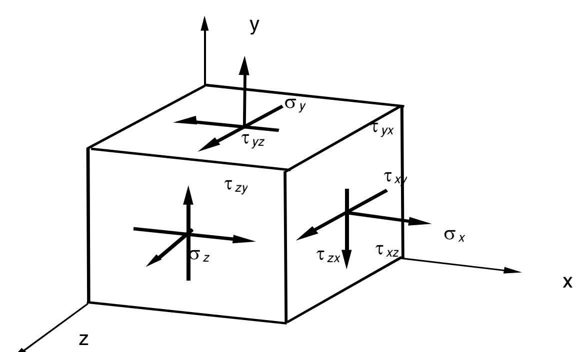
H.4.1. Ứng suất tại một điểm

Định nghĩa TTỨS: TTƯS tại một điểm là tập hợp tất cả những ứng suất trên các mặt đi qua điểm ấy.

TTƯS tại một điểm đặc trưng cho mức độ chịu lực của vật thể tại điểm đó. Nghiên cứu TTƯS là tìm đặc điểm và liên hệ giữa các ứng suất σ , τ, xác định ứng suất lớn nhất, nhỏ nhất để tính toán độ bền hay giải thích, đoán biết dạng phá hỏng của vật thể chịu lực.

4.1.2 Biểu diễn TTƯS tại một điểm

Tưởng tượng tách một phân tố hình hộp vô cùng bé bao quanh điểm K. Các mặt phân tố song song với các trục toạ độ (H 4.2).



H.4.2
Các thành phần ứng suất

Trên các mặt của phân tố sẽ có chín thành phần ứng suất:

+Ba ứng suất pháp: σ_x , σ_y , σ_z

+Sáu ứng suất tiếp. τ_{xy} , τ_{yx} , τ_{xz} , τ_{zx} , τ_{yz} , τ_{zy} ,

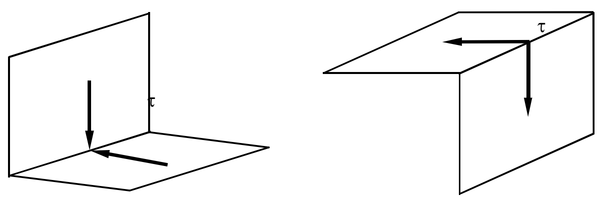
Ứng suất pháp σ có 1 chỉ số chỉ phương pháp tuyến mặt có σ .
Ứng suất tiếp τ có hai chỉ số: Chỉ số thứ nhất chỉ phương *pháp tuyến* của mặt cắt có τ, chỉ số thứ hai chỉ *phương* của τ.

4.1.3 Định luật đối ứng của ứng suất tiếp

Trên hai mặt vuông góc, nếu mặt nầy có ứng suất tiếp hướng vào cạnh (hướng ra khỏi cạnh) thì mặt kia cũng có ứng suất tiếp hướng vào cạnh (hướng ra khỏi cạnh), trị số hai ứng suất bằng nhau (H.4.3)

$$|\tau_{xy}| = |\tau_{yx}|; \; |\tau_{xz}| = |\tau_{zx}|; \; |\tau_{yz}| = |\tau_{zy}| \qquad (4.1)$$

TTỨS tại một điểm còn 6 thành phần ứng suất



4.1.4 Mặt chính, phương chính và ứng suất chính. Phân loại TTƯS

Lý thuyết đàn hồi đã chứng minh rằng tại một điểm bất kỳ của vật thể chịu lực luôn tìm được một phân tố hình hộp vuông góc mà trên các mặt của phân tố đó chỉ có ứng suất pháp, mà không có ứng suất tiếp (H4.4a).

Những mặt đó gọi là ***mặt chính***.

Pháp tuyến của mặt chính gọi là ***phương chính***.

Ứng suất pháp trên mặt chính gọi là ***ứng suất chính*** và ký hiệu là:

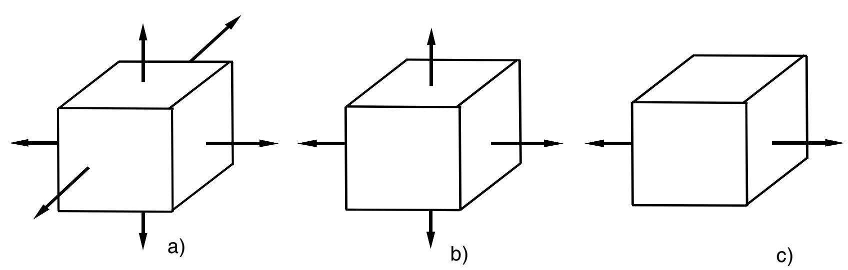
σ_1 , σ_2 và σ_3. Quy ước: $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$.

Thí dụ :

$\sigma_1 = 200$ N/cm^2;

$\sigma_2 = -400$ N/cm^2;

$\sigma_3 = -500$ N/cm^2



H. 4.4 Các loại trạng thái ứng suất

Phân loại TTƯS :

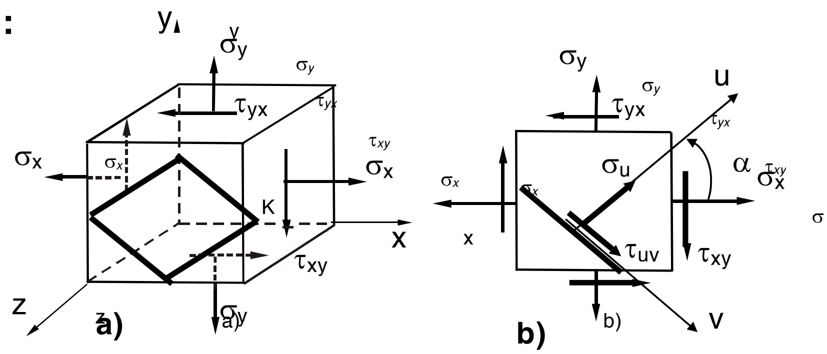
- **TTƯS khối** : Ba ứng suất chính khác không (H.4.4a).
- **TTƯS phẳng**: Hai ứng suất chính khác không (H.4.4b).
- **TTƯS đơn**: Một ứng suất chính khác không (H.4.4c).

TTƯS khối và TTƯS phẳng gọi là **TTƯS phức tạp.**

4.2 TTỨS TRONG BÀI TOÁN PHẲNG- PHƯƠNG PHÁP GIẢI TÍCH.

4.2.1 Cách biểu diễn – Quy ước dấu

Cách biểu diển:



H. 4.5 TTỨS trong bài toán phẳng

Xét một phân tố (H.4.5a). Ứng suất trên **mặt vuông góc với trục *z* bằng không** và mặt này là một mặt chính vì có ứng suất tiếp bằng không.

Để dễ hình dung, ta biểu diễn phân tố đang xét bằng hình chiếu của toàn phân tố lên mặt phẳng K*xy* (H.4.5b).

Quy ước dấu: + $\sigma > 0$ khi gây kéo (hướng ra ngoài mặt cắt)

+ $\tau > 0$ khi làm cho phân tố quay thuận kim đồng hồ

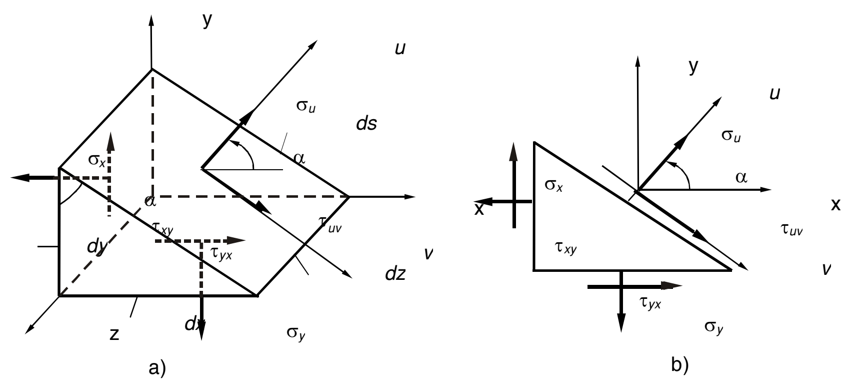
Hình 4.5b biểu diển các ứng suất > 0

(qui ước nầy phù hợp với bài toán thanh)

4.2.2 Ứng suất trên mặt cắt nghiêng bất kỳ

Vấn đề: Xác định ứng suất trên mặt cắt nghiêng song song với trục *z* và có pháp tuyến *u* tạo với trục *x* một góc α ($\alpha > 0$ khi quay ngược chiều kim đồng hồ kể từ trục *x*) (H.4.6a). Giả thiết đã biết ứng suất σ_x, σ_y và τ_{xy}.

♦ **Tính σ_u và τ_{uv}** : Tưởng tượng cắt phân tố bằng mặt cắt nghiêng đã nêu, mặt cắt chia phân tố ra làm hai phần, xét cân bằng của một phần phân tố (H.4.6b)



H.4.6 Ứng suất trên mặt nghiêng

Trên mặt nghiêng có ứng suất σ_u và τ_{uv} , chúng được xác định từ phương trình cân bằng tĩnh học.

* $\sum$U=0 $\Rightarrow$ $\sigma_u dsdz - \sigma_x dzdy\cos\alpha + \tau_{xy} dzdy\sin\alpha - \sigma_y dzdx\sin\alpha + \tau_{xy} dzdx\cos\alpha = 0$

* $\sum$V=0 $\Rightarrow$ $\tau_{uv} dsdz - \sigma_x dzdy\sin\alpha - \tau_{xy} dzdy\cos\alpha + \sigma_y dzdx\cos\alpha + \tau_{xy} dzdx\sin\alpha = 0$

Kể đến: $|\tau_{xy}| = |\tau_{yx}|$; *dx = ds* $\sin\alpha$; *dy = ds* $\cos\alpha$,

$$\cos^2\alpha = \frac{1}{2}(1+\cos 2\alpha); \quad \sin^2\alpha = \frac{1}{2}(1-\cos 2\alpha)$$

$$\sin\alpha\cos\alpha = \frac{1}{2}\sin 2\alpha$$

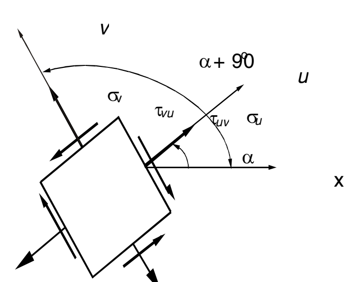
$$\Rightarrow \qquad \sigma_u = \frac{\sigma_x+\sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\cos 2\alpha - \tau_{xy}\sin 2\alpha \qquad (4.2a)$$

$$\tau_{uv} = +\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\sin 2\alpha + \tau_{xy}\cos 2\alpha \qquad (4.2b)$$

♦ **Tính σ_v :** Xét mặt nghiêng có pháp tuyến v, vuông góc mặt có pháp tuyến u (H.4.7). Thay thế α bằng (α + 90°) vào (4.2a) ,

$\Rightarrow$ ứng suất pháp tác dụng trên mặt có pháp tuyến *v*:

$$\sigma_v = \frac{\sigma_x+\sigma_y}{2} - \frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\cos 2\alpha + \tau_{xy}\sin 2\alpha \qquad (4.3)$$



H. 4.7 Ứng suất trên 2 mặt vuông góc nhau

Tổng (4.2a) và (4.3), $\Rightarrow$

$$\sigma_u + \sigma_v = \sigma_x + \sigma_y \qquad (4.4)$$

Biểu thức trên cho thấy, tổng ứng suất pháp tác dụng trên hai mặt vuông góc của phân tố ứng suất phẳng tại một điểm là hằng số và không phụ thuộc vào góc α.

Đó là **Bất Biến Thứ Nhất** của ứng suất pháp

Thí dụ 4.1 Thanh có diện tích 5 cm^2, chịu kéo với lực P = 40 kN. Xác định ứng suất trên mặt cắt nghiêng một góc 30^o với mặt cắt ngang (H.4.8).

Giải

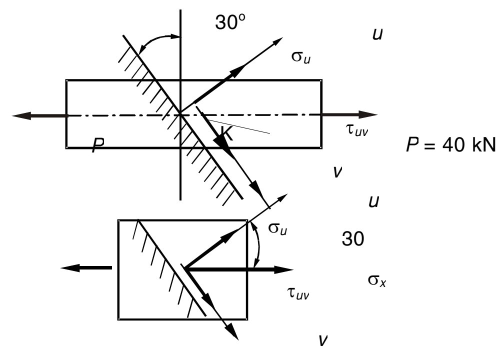
Ứng suất pháp trên mặt cắt ngang (Chương 3)

$$\sigma_x = \frac{P}{F} = \frac{40}{5} = 8\ \mathrm{kN/cm^2}$$

Tách phân tố hình hộp bao điểm K nằm trên mặt cắt ngang.

Ta có: $\sigma_x = +8\ \mathrm{kN/cm^2}$, $\sigma_y = 0$

Mặt cắt nghiêng có pháp tuyến hợp với trục với trục x (trục thanh) một góc(+30^o).



H.4.8

Từ (4.2) $\Rightarrow$

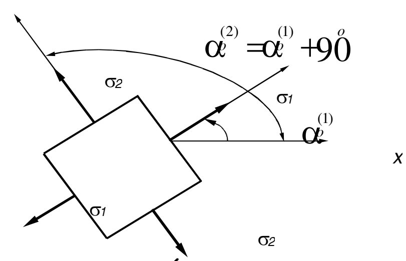
$$\sigma_n = \frac{\sigma_x}{2} + \frac{\sigma_x}{2}\cos 2\alpha = \frac{8}{2}\left(1 + \cos 2.30^o\right) = 6\ \mathrm{kN/cm^2}$$

$$\tau_{uv} = +\frac{\sigma_x}{2}\sin 2\alpha = +\frac{8}{2}\sin 2.30^o = +3{,}46\ \mathrm{kN/cm^2}$$

4.2.3 Ứng suất chính - Phương chính - Ứng suất pháp cực trị

1- Ứng suất chính - phương chính

Ngoài mặt chính là mặt đã biết vuông góc với trục z, hai mặt chính còn lại là những mặt song song với trục z (vì phải vuông góc với mặt chính đã có).



H. 4.9 Ứng suất chính

Mặt chính là mặt có ứng suất tiếp = 0 $\Rightarrow$ Tìm hai mặt chính còn lại bằng cách cho τ_{uv} =0

Nếu gọi α_o là góc của trục x hợp với phương chính thì điều kiện để tìm phương chính là: τ_{uv} =0 $\Leftrightarrow + \dfrac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\sin 2\alpha + \tau_{xy}\cos 2\alpha = 0$

$\Rightarrow$ Phương trình xác định α_0 : $\tan 2\alpha_o = -\dfrac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} = \tan\beta$ (4.5)

$$\alpha_o = \frac{\beta}{2} \pm k\frac{\pi}{2} \quad \Rightarrow \quad \alpha_{01} = \frac{\beta}{2} \quad \text{và} \quad \alpha_{02} = \frac{\beta}{2} \pm \frac{\pi}{2}$$

(4.5) cho thấy có hai giá trị α_0 sai biệt nhau 90°. Vì vậy, có **hai mặt chính vuông góc với nhau** và song song với trục *z*. Trên mỗi mặt chính có một ứng suất chính tác dụng.

Hai **ứng suất chính này cũng là ứng suất pháp cực trị** (ký hiệu là σ_{max} hay σ_{min}) bởi vì

$$\frac{d\sigma_u}{dz} = 0 \Leftrightarrow \tan 2\alpha = -\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$$ giống với (4.5)

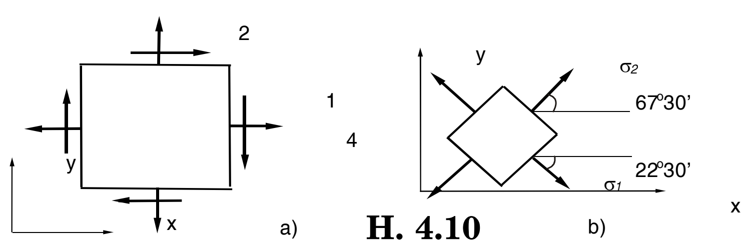
Giá trị **ứng suất chính** hay **ứng suất pháp cực trị** có thể tính được bằng cách thế ngược trị số của α trong (4.5) vào (4.2a).

Để ý rằng: $\sin 2\alpha_o = \pm\dfrac{\tan 2\alpha_o}{\sqrt{1+\tan^2 2\alpha_o}}$; $\cos 2\alpha_o = \pm\dfrac{1}{\sqrt{1+\tan^2 2\alpha_o}}$

$$\Rightarrow \quad \sigma_{\substack{max\\min}} = \sigma_{1,3} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \qquad (4.6)$$

Ta lại thấy $\sigma_{max} + \sigma_{min} = \sigma_1 + \sigma_3 = \sigma_x + \sigma_y$

Thí dụ 4.2 Tìm ứng suất chính và phương chính của TTƯS (H.4.10a). Đơn vị của ứng suất là kN/cm^2.



H. 4.10

Giải

Theo quy ước dấu, ta có:

$\sigma_x = 4\,\text{kN/cm}^2$; $\sigma_y = 2\,\text{kN/cm}^2$ $\tau_{xy} = +1\,\text{kN/cm}^2$

Phương chính xác định từ (4.5):

$$\tan 2\alpha_o = -\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} = \frac{-2}{4-2} = -1 \Rightarrow 2\alpha_o = -45^o + k180^o$$

$$\Rightarrow \quad \alpha_o^{(1)} = -22^o30'; \quad \alpha_o^{(2)} = 67^o30' \qquad (i)$$

Có 2 phương chính (2 mặt chính) vuông góc nhau

Các ứng suất chính được xác định từ (4.6):

$$\sigma_{\substack{\max\\ \min}} = \frac{4+2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{4-2}{2}\right)^2 + 1} = 3 \pm \sqrt{2} = \begin{cases} 4{,}41\ \text{kN/cm}^2 \\ 1{,}58\ \text{kN/cm}^2 \end{cases} \qquad \text{(ii)}$$

Để xác định mặt chính nào từ (i) có ứng suất chính (ii) tác dụng, ta dùng (4.2b), chẳng hạn với $\alpha_o^{(1)} = -22^o30'$, ta có:

$$\sigma_u = \frac{4+2}{2} + \frac{4-2}{2}\cos 2\left(-22^o30'\right) - 1\sin 2\left(-22^o30'\right) = 4{,}41\ \text{kN/cm}^2$$

Vậy : σ_1 = 4,41 kN/cm^2 ứng với góc nghiêng $\alpha_o^{(1)} = -22^o30'$,

σ_2 = 1,58 kN/cm^2 tác dụng trên mặt có $\alpha_o^{(2)} = -67^o30'$.

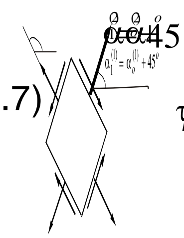
Các mặt và ứng suất chính biểu diễn trên phân tố ở H.4.10b.

2- Ứng suất tiếp cực trị

Tìm ứng suất tiếp cực trị và mặt nghiêng trên đó có ứng suất tiếp cực trị bằng cách cho $\frac{d\tau_{uv}}{d\alpha} = 0$

$$\frac{d\tau_{uv}}{d\alpha} = (\sigma_x - \sigma_y)\cos 2\alpha - 2\tau_{xy}\sin 2\alpha = 0 \qquad (4.7)$$

$$\Leftrightarrow \quad \tan 2\alpha = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau_{xy}} = \qquad (4.7)$$



H. 4.11 Ứng suất tiếp cực trị

So sánh (4.7) với (4.5) $\Rightarrow$ $\tan 2\alpha = -\frac{1}{\tan 2\alpha_o}$

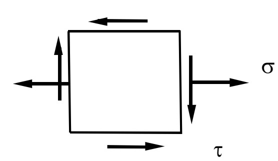
(4.8)

$\Rightarrow 2\alpha = 2\alpha_o \pm k90^o$ hay $\alpha = \alpha_o \pm k45^o$ $\Rightarrow$

Mặt có ứng suất tiếp cực trị hợp với những mặt chính một góc 45°.

Thế (4.8) vào (4.2b), ta được :

$$\tau_{\substack{\max\\ \min}} = \pm\sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \qquad (4.9)$$



TTUSphẳng đặc biệt

H.4.12

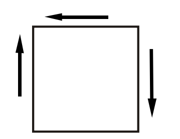
4.2.4 Các trường hợp đặc biệt

1- TTƯS phẳng đặc biệt

Phân tố trên H.4.12 có: $\sigma_x = \sigma;\ \ \sigma_y = 0;\ \ \tau_{xy} = \tau$

Từ (4.6)

$\Rightarrow$



H. 4.13 **TTUS** Trượt thuần tuý

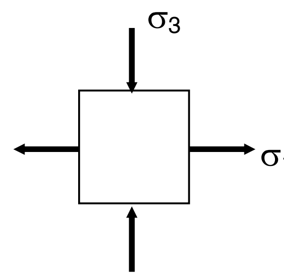
$$\sigma_{\substack{\max\\\min}} = \sigma_{1,3} = \frac{\sigma}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \qquad (4.10)$$

Phân tố có 2 ứng suất chính (sẽ gặp ở trường hợp thanh chịu uốn).

2- TTƯS trượt thuần túy (H.4.13)

Ở đây, $\sigma_x = \sigma_y = 0;\ \tau_{xy} = \tau$;Thay vào (4.6)

$$\Rightarrow \quad \sigma_{\substack{\max\\\min}} = \sigma_{1,3} = \pm\tau \ \text{ hay } \quad \sigma_1 = -\sigma_3 = \tau \qquad (4.11)$$



H. 4.14

Hai phương chính được xác định theo (4.5):

$$\tan 2\alpha_o = \infty \quad \Leftrightarrow \quad \alpha_o = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \qquad (4.12)$$

Những phương chính xiên góc 45^o với trục *x* và *y*.

3- Trường hợp phân tố chính (H.4.14)

Phân tố chính chỉ có σ_1, σ_3, $\tau = 0$;

Thay vào (4.9), ta được: $\tau_{\max,\min} = \pm\dfrac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$ (4.13)

4.3 TTỨS TRONG BÀI TOÁN PHẲNG- PHƯƠNG PHÁP ĐỒ THỊ.

1- Vòng tròn Mohr ứng suất.

Công thức xác định ứng suất trên mặt cắt nghiêng (4.2) có thể biểu diễn dưới dạng hình học bằng vòng tròn Mohr. Để vẽ vòng tròn Mohr, ta sắp xếp lại (4.2) như sau:

$$\sigma_u - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos 2\alpha - \tau_{xy}\sin 2\alpha \qquad (4.14)$$

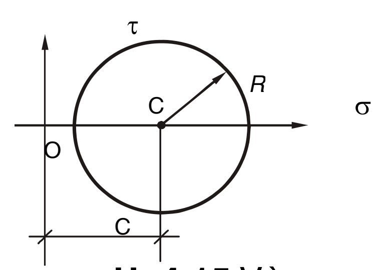
$$\tau_{uv} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\sin 2\alpha + \tau_{xy}\cos 2\alpha \qquad (4.14)'$$

Bình phương cả hai vế của hai đẳng thức trên rồi cộng lại, ta được:

$$\left(\sigma_u - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{uv}^2 = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2 \qquad (4.15)$$

Đặt: $c = \dfrac{\sigma_x + \sigma_y}{2};\ \mathrm{R}^2 = \left(\dfrac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2$ (4.16)

(4.15) thành: $(\sigma_u - c)^2 + \tau_{uv}^2 = R^2$ (4.17)



H. 4.15 Vòng tròn ứng suất

Trong hệ trục tọa độ, với trục hoành σ và trục tung τ, (4.17) là phương trình của một đường tròn có tâm nằm trên trục hoành với hoành độ là *c* và có bán kính *R* . Như vậy, các giá trị ứng suất pháp và ứng suất tiếp trên tất cả các mặt song song với trục z của phân tố đều biểu thị bằng tọa độ những điểm trên vòng tròn. Ta gọi vòng tròn biểu thị TTƯS của phân tố là **vòng tròn ứng suất** hay **vòng tròn Mohr ứng suất** của phân tố.

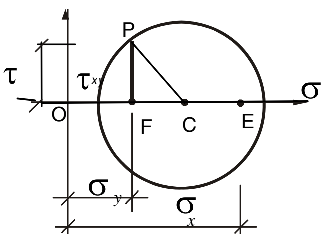
Cách vẽ vòng tròn: (H.4.16)

- Định hệ trục tọa độ $\sigma O \tau$: trục hoành σ // trục x, trục tung τ // trục y của phân tố và hướng lên trên.

-Trên trục σ định điểm $E(\sigma_x, 0)$ và điểm $F(\sigma_y, 0)$ Tâm C là trung điểm của EF

- Định **điểm cực** P (σ_y, τ_{xy}) .

- Vòng tròn tâm C, qua P là **vòng tròn Mohr** cần vẽ



Cách vẽ vòng tròn ứng suất

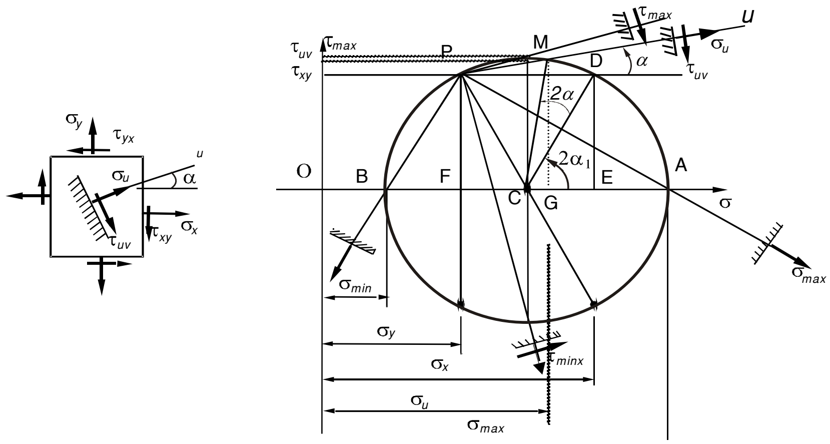
H.4.16

Chứng minh: + C là trung điểm của EF $\Rightarrow$ $\overline{OC} = \dfrac{\overline{OE} + \overline{OF}}{2} = \dfrac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = c$

Trong tam giác vuông CPF: $\overline{FC} = \dfrac{\overline{OE} - \overline{OF}}{2} = \dfrac{\sigma_x - \sigma_y}{2}$; $\overline{FP} = \tau_{xy}$

Do đó $\Rightarrow$ $\overline{CP} = \overline{FC}^2 + \overline{FP}^2 = \left(\dfrac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2 = R^2$

2- Ứng suất trên mặt cắt nghiêng



H. 4.17 Định ứng suất trên mặt nghiêng

Dùng vòng tròn Mohr để tìm ứng suất trên mặt cắt nghiêng của phân tố có pháp tuyến *u* hợp với trục *x* một góc α.

Cách tìm σ_u ; τ_{uv}

Vẽ vòng tròn Mohr như H.4.17.

Từ cực P vẽ tia Pu // với phương *u* cắt vòng tròn tại điểm M.

Hoành độ của M = σ_u ; Tung độ của M = τ_{uv}

Chứng minh:

Ký hiệu $2\alpha_1$ là góc (CA,CD), 2α là góc (CD,CM).

Hình 4.17 cho:

$$\overline{OG} = \overline{OC} + \overline{CG} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + R\cos(2\alpha_1 + 2\alpha)$$

$$= \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + R\cos 2\alpha_1 \cos 2\alpha - R\sin 2\alpha_1 \sin 2\alpha$$

nhưng: $R\cos 2\alpha_1 = \overline{CE} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}$; $\quad \mathrm{R}\sin 2\alpha_1 = \overline{ED} = \tau_{xy}$

nên: $$\overline{OG} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos 2\alpha - \tau_{xy}\sin 2\alpha = \sigma_u$$

Tương tự, ta có:

$$\overline{GM} = R\sin(2\alpha_1 + 2\alpha) = R\cos 2\alpha_1 \sin 2\alpha + R\sin 2\alpha_1 \cos 2\alpha$$

$$= \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)\sin 2\alpha + \tau_{xy}\cos 2\alpha = \tau_{uv}$$

Ta nhận lại được phương trình (4.2)

3- Định ứng suất chính- phương chính- Ứng suất pháp cực trị

Trên vòng tròn ứng suất (H.4.17)

Điểm A có hoành độ lớn nhất, tung độ = 0 $\Rightarrow \sigma_{max} = \overline{OA}$; $\tau = 0$

Tia PA biểu diễn một phương chính.

Điểm B có hoành độ nhỏ nhất, tung độ = 0 $\Rightarrow \sigma_{min} = \overline{OB}$; $\tau = 0$

Tia PB biểu diễn phương chính thứ hai.

4- Định ứng suất tiếp cực trị

Trên vòng tròn (H.4.17): hai điểm I và J là những điểm có tung độ τ lớn và nhỏ nhất. Do đó, tia PI và PJ xác định pháp tuyến của những mặt trên đó có ứng suất tiếp cực đại và cực tiểu. Những mặt này tạo với những mặt chính một góc 45^o.

Ứng suất tiếp cực trị có trị số bằng bán kính đường tròn.

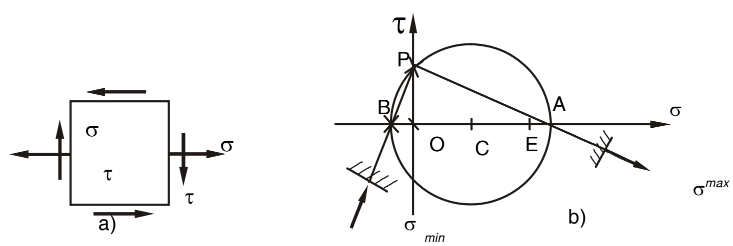
Ứng suất pháp trên mặt có ứng suất tiếp cực trị có giá trị bằng hoành độ điểm *C*, tức là giá trị trung bình của ứng suất pháp:

$$\sigma_{tb} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$$

5- Các trường hợp đặc biệt

- TTƯS phẳng đặc biệt

Phân tố có hai ứng suất chính σ_1 và σ_3 (H.4.18).



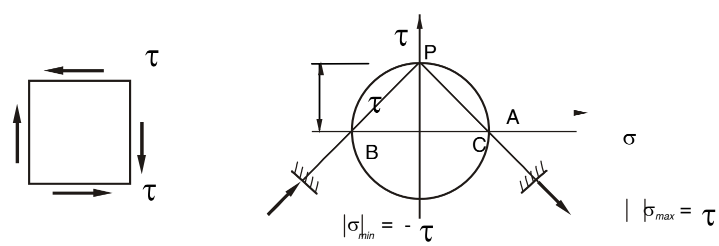
H. 4.18 TTỨS phẳng đặc biệt và vòng Morh

- TTƯS trượt thuần túy

Phân tố có 2 ứng suất chính:

$$\sigma_1 = -\sigma_3 = |\tau|$$

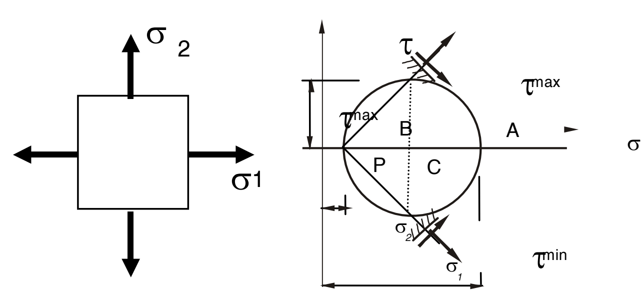
Các phương chính xiên góc 45^o với trục *x* và *y* (H.4.19)



H. 4.19 TTỨS trượt thuần túy và vòng Morh

- TTƯS chính (H.4.20)

$$\tau_{\max,\min} = \pm \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}$$



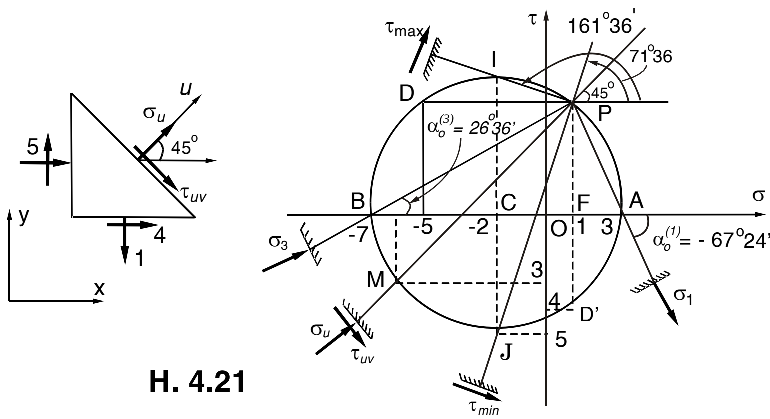
H. 4.20 TTỨS CHÍNH- Vòng Morh

Thí dụ 4.3 Phân tố ở TTƯS phẳng (H.4.21),các ứng suất tính theo kN/cm^2. Dùng vòng tròn Mohr, xác định:

a) Ứng suất trên mặt cắt nghiêng $\alpha = 45^o$

b) Ứng suất chính và phương chính

c) Ứng suất tiếp cực trị.



H. 4.21

Giải.

Theo quy ước ta có:

$$\sigma_x = -5 \text{ kN/cm}^2; \quad \sigma_y = 1 \text{ kN/cm}^2; \quad \tau_{xy} = +4 \text{ kN/cm}^2$$

♦Tâm vòng tròn ở C$\left(\frac{-5+1}{2}, 0\right)$.

♦ Cực P(1, + 4). Từ P vẽ tia song song với trục *u* cắt vòng tròn Mohr tại M. Tọa độ điểm M biểu thị ứng suất trên mặt cắt nghiêng với $\alpha = 45^o$:

$$\sigma_u = -6 \text{ kN/cm}^2; \quad \tau_{uv} = -3 \text{ kN/cm}^2$$

♦Hoành độ A và B biểu thị ứng suất chính có giá trị bằng:

$$\sigma_1 = \sigma_A = 3 \text{ kN/cm}^2; \quad \sigma_3 = \sigma_B = -7 \text{ kN/cm}^2$$

Hai phương chính xác định bởi góc α_o:

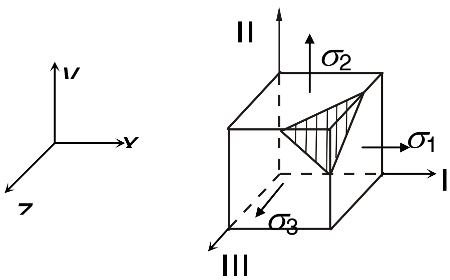
$$\alpha_o^{(1)} = -67^o 42'; \quad \alpha_o^{(3)} = 26^o 36'$$

♦Tung độ I và J có giá trị bằng ứng suất tiếp cực trị:

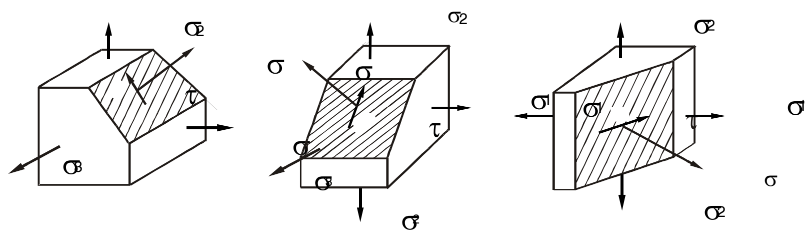
$$\tau_{max} = 5 \text{ kN/cm}^2; \quad \tau_{min} = -5 \text{ kN/cm}^2$$

Các ứng suất này tác dụng lên các mặt, tương ứng với các góc nghiêng: $\alpha_1^{(1)} = 71^o 36'; \quad \alpha_1^{(2)} = 161^o 36'$

4.3 BIỂU DIỄN HÌNH HỌC TTƯS KHỐI



H.4.22. TTƯS khối với mặt cắt nghiêng bất kỳ



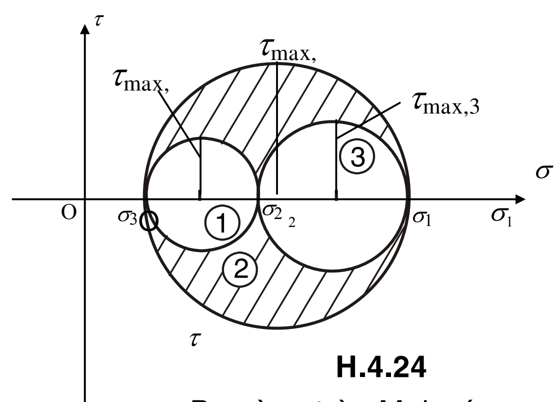
H. 4.23TTỨS khối và các mặt // trục chính

♦ Tổng quát, TTƯS tại một điểm là TTƯS khối (H.4.22).

♦ Xét những mặt // một phương chính (thí dụ phương III) , ứng suất chính σ_3 không ảnh hưởng đến σ, τ trên các mặt này (H.4.23). ⇒ có thể nghiên cứu ứng suất trên những mặt này tương tự TTƯS phẳng.

Vẽ vòng tròn ứng suất biểu diễn các ứng suất trên mặt nghiêng này (vòng tròn số 3 trên H.4.24) .

Từ vòng tròn này, ta thấy trên những mặt song song với phương chính III có mặt có ứng suất tiếp cực đại (ký hiệu $\tau_{max,3}$) , $\tau_{max,3} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}$



H.4.24
Ba vòng tròn Mohr ứng suất

♦ Tương tự, đối với những mặt song song với phương chính thứ I và thứ II, ta cũng vẽ được các vòng tròn ứng suất (Vòng tròn số 1 và vòng tròn số 2) (H.4.24).

♦ Lý thuyết đàn hồi đã chứng minh rằng giá trị của σ và τ trên một mặt bất kỳ của một phân tố trong TTƯS khối có thể biểu thị bằng tọa độ của một điểm nằm trong miền gạch chéo (H.4.24).

♦ Qua hình vẽ, ứng suất tiếp lớn nhất của phân tố biểu thị bằng bán kính của vòng tròn lớn nhất, (H.4.24).

$$\tau_{max,2} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \qquad (18)$$

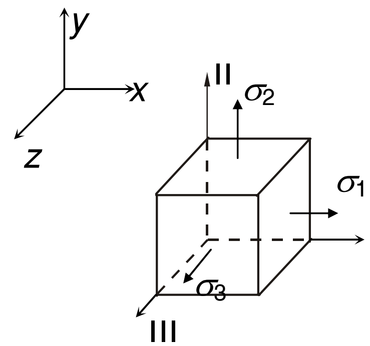
4.4 LIÊN HỆ ỨNG SUẤT VÀ BIẾN DẠNG

4.4.1 Định luật Hooke tổng quát

1- Liên hệ ứng suất pháp và biến dạng dài

♦**TTƯS đơn:** trong chương 3, đã có:

Định luật Hooke liên hệ giữa ứng suất pháp và biến dạng dài : $\varepsilon = \dfrac{\sigma}{E}$ (4.19)



H.4.25. TTƯS khối

ε - biến dạng dài tương đối theo phương σ.

Theo phương vuông góc với σ cũng có biến dạng dài tương đối ε' ngược dấu với ε: $\varepsilon' = -\mu\varepsilon = -\mu\dfrac{\sigma}{E}$ (4.20)

♦ **TTƯS khối:** với các ứng suất chính $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ theo ba phương chính I, II, III (H.4.25). **Tìm biến dạng dài tương đối ε_1 theo phương I .**

Biến dạng dài theo phương I do σ_1 gây ra: $\varepsilon_1(\sigma_1) = \dfrac{\sigma_1}{E}$

Biến dạng dài theo phương I do σ_2 gây ra: $\varepsilon_1(\sigma_2) = -\mu\dfrac{\sigma_2}{E}$

Biến dạng dài theo phương I do σ_3 gây ra: $\varepsilon_1(\sigma_3) = -\mu\dfrac{\sigma_3}{E}$

Biến dạng dài tương đối theo phương I do cả ba ứng suất $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ sinh ra sẽ là tổng của ba biến dạng trên:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_1(\sigma_1) + \varepsilon_1(\sigma_2) + \varepsilon_1(\sigma_3) = \frac{1}{E}\left[\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)\right] \qquad (4.21)$$

Tương tự, biến dạng dài tương đối theo hai phương chính II , III còn lại:

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E}\left[\sigma_2 - \mu(\sigma_3 - \sigma_1)\right] \qquad (4.22)$$

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{E}\left[\sigma_3 - \mu(\sigma_1 + \sigma_2)\right] \qquad (4.23)$$

♦ **TTƯS tổng quát:** Lý thuyết đàn hồi đã chứng minh đối với vật liệu đàn hồi đẳng hướng, σ chỉ sinh ra biến dạng dài mà không sinh ra biến dạng góc , τ chỉ sinh ra biến dạng góc mà không sinh ra biến dạng dài.

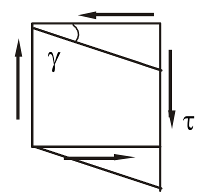
⇒ Trong trường hợp phân tố ở TTƯS tổng quát, vẫn có

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}\left[\sigma_x - \mu\left(\sigma_y + \sigma_z\right)\right] \quad (4.24)$$
$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}\left[\sigma_y - \mu\left(\sigma_z + \sigma_x\right)\right]$$
$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}\left[\sigma_z - \mu\left(\sigma_x + \sigma_y\right)\right]$$

2-Liên hệ giữa ứng suất tiếp và biến dạng góc

(Định luật Hooke về trượt)

Phân tố ở TTƯS trượt thuần tuý (H.4.26). Biến dạng góc (góc trượt) γ biểu thị độ thay đổi góc vuông.



H. 4.26 TTỨS trượt thuần tuý-Biến dạng góc

Định luật Hooke về trượt:

$$\gamma = \frac{\tau}{G} \qquad (4.25)$$

trong đó: G - là môđun đàn hồi trượt. Thứ nguyên của G là [lực/(chiều dài)^2] và đơn vị thường dùng là N/m^2 hay MN/m^2.

Liên hệ giữa E, ν và G như sau: $G = \dfrac{E}{2(1+\mu)}$

(4.26)

4.4.2 Định luật Hooke khối

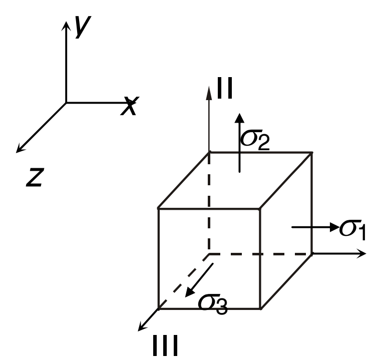
Tính độ biến đổi thể tích của một phân tố hình hộp có các cạnh bằng da_1, da_2 và da_3 .

Thể tích của phân tố trước biến dạng là:

$$V_o = da_1 da_2 da_3$$

Sau biến dạng, phân tố có thể tích là:

$$V_1 = (da_1 + \Delta da_1)(\mathrm{da}_2 + \Delta da_2)(\mathrm{da}_3 + \Delta da_3)$$



H.4.27. TTƯS khối

Gọi **biến dạng thể tích tương đối là** θ**,** ta có:

$$\theta = \frac{V_1 - V_o}{V_o} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \qquad (4.27)$$

Thế (4.21)(4.22),(4.23) vào (4.27) $\Rightarrow$

$$\theta = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = \frac{1-2\mu}{E}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \qquad (4.28)$$

đặt tổng ứng suất pháp là: $\Sigma = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$

(4.28) thành: $$\theta = \frac{1-2\mu}{E}\Sigma \qquad (4.29)$$

công thức (4.29) được gọi là **định luật Hooke khối** biểu thị quan hệ tuyến tính giữa biến dạng thể tích tương đối và tổng ứng suất pháp.

Nhận xét :

♦Từ (4.29), nếu vật liệu có hệ số Poisson $\mu = 0{,}5$ (cao su), thì θ luôn luôn bằng không tức là thể tích không đổi dưới tác dụng của ngoại lực.

♦ Công thức trên cho thấy θ phụ thuộc vào tổng ứng suất pháp chứ không phụ thuộc vào riêng từng ứng suất pháp. Như vậy, nếu cũng với phân tố ấy ta thay các ứng suất chính bằng một ứng suất trung bình σ_{tb} có giá trị bằng trung bình cộng của ba ứng suất chính nói trên:

$$\sigma_{tb} = \frac{\Sigma}{3} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$$

thì biến dạng thể tích tương đối của phân tố trên vẫn không thay đổi.

Thật vậy, với những ứng suất chính là σ_{tb}, biến dạng thể tích bằng:

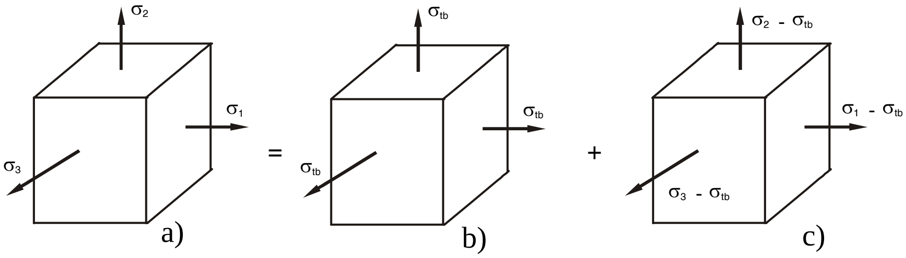
$$\theta_1 = \frac{1-2\mu}{E}(\sigma_{tb} + \sigma_{tb} + \sigma_{tb}) = \frac{1-2\mu}{E}\Sigma$$

Kết quả trên có ý nghĩa như sau: với phân tố ban đầu là hình lập phương, trong hai trường hợp trên ta thấy thể tích phân tố đều biến đổi như nhau.

- Tuy nhiên, trong trường hợp đầu khi các ứng suất chính khác nhau, phân tố vừa **biến đổi thể tích** vừa **biến đổi hình dáng** tức là trở thành phân tố hình hộp chữ nhật sau khi biến dạng.

- Còn trong trường hợp thứ hai, khi thay các ứng suất chính bằng ứng suất trung bình, phân tố chỉ biến đổi về thể tích mà không biến đổi hình dáng, nghĩa là sau khi biến dạng phân tố vẫn giữ hình lập phương.

- Về mặt lý luận, có thể phân phân tố ở TTUS khối chịu các ứng suất chính σ_1 , σ_2 , σ_3 thành 2 phân tố (H. 4.28). Phân tố b) chỉ biến đổi thể tích, phân tố c) chỉ biến đổi hình dáng.



H.4.28 Phân tích TTUS khối thành 2 TTUS

4.5 THẾ NĂNG BIẾN DẠNG ĐÀN HỒI

♦ Ở chương 3, phân tố ở TTƯS đơn (thanh bị kéo hoặc nén):

Thế năng biến dạng đàn hồi riêng $u = \sigma\varepsilon/2$ (4.30)

♦ Trong TTƯS khối, sử dụng nguyên lý độc lập tác dụng, ta có thế năng biến dạng đàn hồi riêng bằng:

$$u = \frac{\sigma_1\varepsilon_1}{2} + \frac{\sigma_2\varepsilon_2}{2} + \frac{\sigma_3\varepsilon_3}{2} \qquad (4.31)$$

thay $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ theo định luật Hooke trong (4.21) - (4.23) vào , ⇒

$$u = \frac{1}{2E}\{\sigma_1[\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)] + \sigma_2[\sigma_2 - \mu(\sigma_3 + \sigma_1)] + \sigma_3[\sigma_3 - \mu(\sigma_2 + \sigma_1)]\}$$

hay $$u = \frac{1}{2E}\left[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)\right] \qquad (4.32)$$

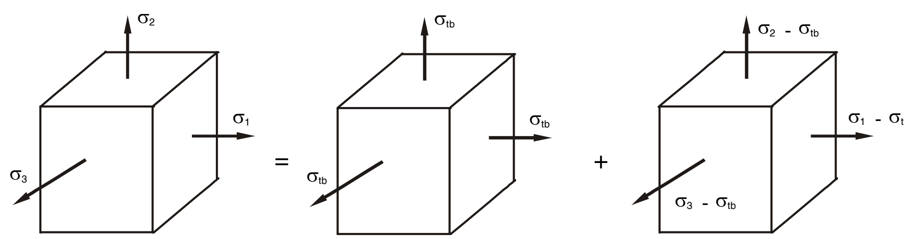
Ta có thể phân tích thế năng biến dạng đàn hồi *u* thành hai thành phần:

-Thành phần làm đổi thể tích gọi là **thế năng biến đổi thể tích u_{tt}**

-Thành phần làm đổi hình dáng gọi là **thế năng biến đổi hình dáng u_{hd}**

Ta có: $u = u_{tt} + u_{hd}$

Để tính thế năng biến đổi hình dáng, ta thay các ứng suất σ_1, σ_2 và σ_3 bằng ứng suất $(\sigma_1 - \sigma_{tb})$, $(\sigma_2 - \sigma_{tb})$, $(\sigma_3 - \sigma_{tb})$, tác dụng lên các mặt phân tố.



H.4.29 Phân tích TTỨS thành hai TTỨS

Thế vào (4.32) ta có thế năng biến đổi hình dáng bằng:

$$u_{hd} = \frac{1}{2E}\left[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\nu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)\right] - \frac{1-2\mu}{6E}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2$$

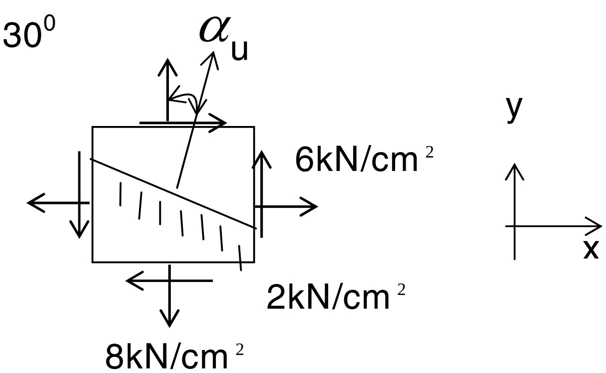
hay : $$u_{hd} = \frac{1+\mu}{3E}\left(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_1\sigma_3\right) \quad (4.33)$$

♦ **TTƯS đơn** , thay $\sigma_1 = \sigma;\ \sigma_2 = 0;\ \sigma_3 =$ 0 vào (4.32) và (4.33), ta được thế năng riêng và thế năng biến đổi hình dáng như sau:

$$u = \frac{\sigma^2}{2E};\qquad u_{hd} = \frac{1+\mu}{3E}\sigma^2 \qquad (4.34$$

Thí dụ 4.4: Cho phân tố như hình vẽ:
ở trạng thái ứng suất phẳng.
Tính $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_u$ (phương utạo vứi trục x một góc 30^0 .

Cho E=10^{4}kN/cm^2 , μ=0,34 , α =30^0



Ta có $\sigma_x = 6kN/cm^2$

$\sigma_y = 8kN/cm^2$

$\tau = -2kN/cm^2$

$\alpha = 60^0$

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}\left[\sigma_x - \mu\sigma_y\right] = \frac{1}{10^4}\left[6-(0{,}34)8\right] = 3{,}28\times10^{-4}$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}\left[\sigma_y - \mu\sigma_{\tilde{y}y}\right] = \frac{1}{10^4}\left[8-(0{,}34)6\right] = 5{,}96\times10^{-4}$$

$$\sigma_u = \frac{\sigma_{\tilde{x}} + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos 2\alpha - \tau_{xy}\sin 2\alpha = 9{,}232kN/cm^2$$

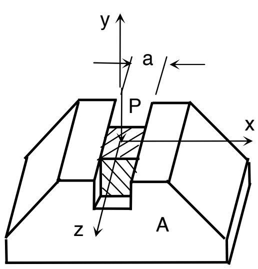
$$\varepsilon_u = \frac{1}{E}\left[\sigma_u - \mu\sigma_v\right] = \frac{1}{E}\left[\sigma_u - \mu(\sigma_x + \sigma_y - \sigma_u\right] = 7{,}611kN/cm^2$$

Thí dụ 4.5:

Một khối lập phương bằng bê tông đặt vừa khít vào rãnh của vật thể A (tuyệt đối cứng) chịu áp suất phân bố đều ở mặt trên P= 1kN/cm^2 (H.4.11).

Xác định áp lực nén vào vách rãnh, liên hệ giữa ứng suất và biến dạng dài tương đối theo các phương. Độ biến dạng thể tích tuyệt đối. Cho cạnh a = 5 cm; E = 8.10^2 kN/cm^2; μ= 0,36.

Chọn hệ trục như hình vẽ.Ta có: khối bê tông ở TTỨSphẳng .



H.4.11

$$\sigma_x \neq 0; \quad \sigma_y = -p \quad \text{kN/cm}^2; \qquad \sigma_z = 0$$

$$\varepsilon_z \neq 0; \quad \varepsilon_y \neq 0 \quad ; \qquad \varepsilon_x = 0$$

Định luật Hooke cho biến dạng dài:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}\left[\sigma_x - \mu(\sigma_y + \sigma_z)\right] = 0$$

$$\Rightarrow \quad \sigma_x = -\mu p = -(0,36 \times 1) = -0,36 \text{ kN/cm}^2$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}\left[\sigma_y - \mu(\sigma_x + \sigma_z)\right] = \frac{-p}{E}\ (1 - \eta^2)$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}\left[\sigma_z - \mu(\sigma_x + \sigma_y)\right] = \frac{1}{E}\left[0 - \mu(-\mu\text{p} - \text{p})\right] = \frac{\mu\text{p}}{E}(1+\mu)$$

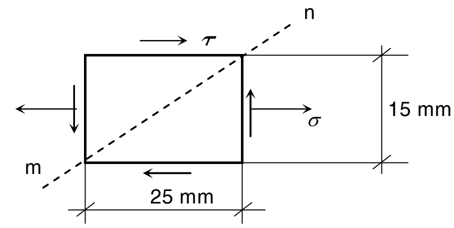
Biến dạng thể tích tuyệt đối:

$$\Delta_v = \theta V = \frac{1-2\mu}{E}\left[\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)\right]V$$

$$= \frac{1-(2\times 0,36)}{800}\left[-0,36 - 1\right](5\times 5\times 5) = -0,0559\text{cm}^3$$

Thídụ4.6

Một tấm mỏng có kích thước như trên H.4.5 chịu tác dụng của ứng suất kéo $\sigma = 30$ kN/cm^2 theo phương chiều dài của tấm và ứng suất tiếp $\tau =$ 15 kN/cm^2.



H.4.5

a) Xác định ứng suất pháp theo phương đường chéo mn và phương vuông góc với đường chéo

b) Tính biến dạng dài tuyệt đối của đường chéo mn.

Cho $E = 2.10^4$ kN/cm^2, $\mu = 0,3$

.Gọi $\sigma_u = \sigma_{mm}$, $\varepsilon_u = \dfrac{\Delta l_{mm}}{l_{mm}} \Rightarrow \Delta l_{mm} = l_{mm} \times \varepsilon_u$

$$\varepsilon_u = \frac{1}{E}\left[\sigma_u - \eta\sigma_v\right]$$

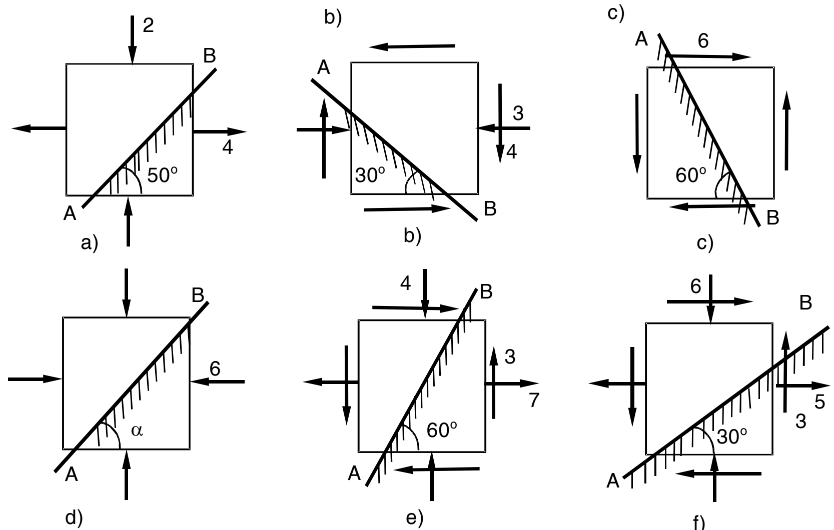
$$\sigma_u = \frac{30+0}{2} + \frac{30-0}{2}\cos 60^0 - (-15)\sin 60^0 = 35{,}5kN/cm^2$$

$$\varepsilon_u = \varepsilon_{mm} = \frac{1}{E}\left[\sigma_u - \eta(\sigma_u - \sigma_u)\right] = 1{,}8575\ .10^{-3}$$

$$\Delta l_u = \Delta l_{mm} = 1{,}8575.10^{-3} \times 50 = 0{,}093mm$$

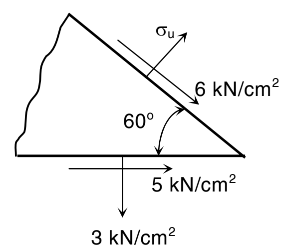
BÀI TẬP CHƯƠNG 4

4.1 Tìm giá trị ứng suất pháp và ứng suất tiếp trên mặt cắt AB của phân tố như trên H.4.1 bằng phương pháp giải tích và đồ thị. Đơn vị ứng suất tính bằng kN/cm^2.



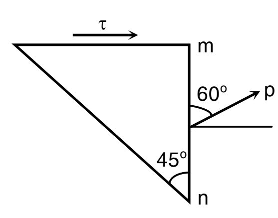
H. 4.1

4.2 Trên hai mặt tạo với nhau một góc α = 60^o và đi qua một điểm ở TTƯS phẳng có các ứng suất như trên H.4.2. Hãy tính các ứng suất chính tại điểm đó, ứng suất pháp σ_u và biến dạng tương đối ε_u theo phương u. Cho: E = 2.10 kN/cm^2; μ= 0,3.



H.4.2

4.3 Trên mặt cắt m - n đi qua một điểm trong vật thể ở TTƯS phẳng có ứng suất toàn phần p = 3000 N/cm^2, ứng suất này có phương tạo thành góc 60^o với mặt cắt. Trên mặt vuông góc với mặt cắt đó chỉ có ứng suất tiếp (H.4.3).



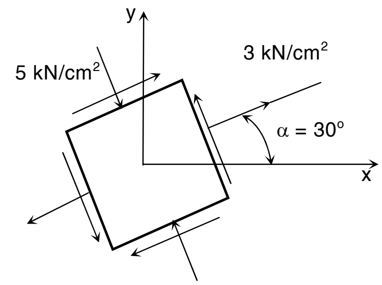
H. 4.3

Tính ứng suất pháp và ứng suất tiếp trên mặt cắt hợp với mặt cắt m - n một góc 45^o. Tính ứng suất pháp lớn nhất tại điểm đó.

4.4 Tại một điểm trên bề mặt của vật thể, ứng suất tác dụng lên phân tố nghiêng một góc 30^o với trục x có trị số và hướng như trên H.4.30.

a) Xác định ứng suất chính và phương chính.

b) Xác định ứng suất tiếp cực trị và ứng suất pháp trên bề mặt có ứng suất tiếp cực trị. Biểu diễn các ứng suất đó trên H.4.4.



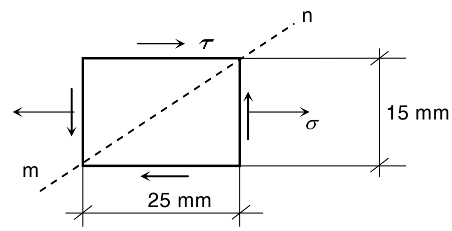
H. 4.4

4.5 Một tấm mỏng có kích thước như trên H.4.5 chịu tác dụng của ứng suất kéo σ = 30 kN/cm^2 theo phương chiều dài của tấm và ứng suất tiếp $\tau =$ 15 kN/cm^2.

a) Xác định ứng suất pháp theo phương đường chéo mn và phương vuông góc với đường chéo

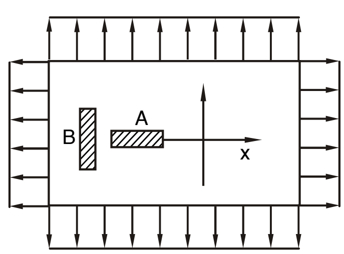
b) Tính biến dạng dài tuyệt đối của đường chéo mn.

Cho $E = 2.10^4$ kN/cm^2, μ= 0,3.

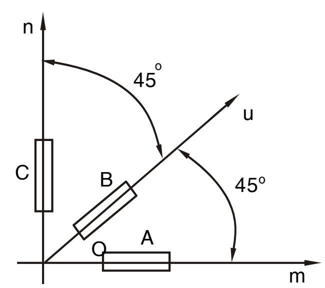


H.4.5

4.6 Một tấm thép mỏng hình chữ nhật chịu ứng suất pháp phân bố đều σ_x và σ_y như trên H.4.6. Các tấm điện trở A và B được gắn lên tấm theo hai phương x và y cho các số đo như sau: ε_x = 4,8.10^{-4} và ε_y = 1,3.10^{-4}. Tính σ_x và σ_y, biết $E = 2.10^4$ kN/cm^2; μ= 0,3.



H. 4.6



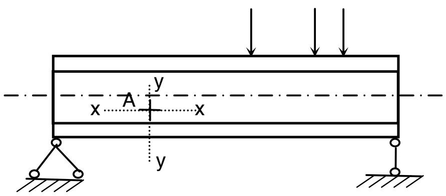
H. 4.7

4.7 Tại một điểm trên mặt vật thể chịu lực, người ta gắn các tấm điện trở A, B, C để đo biến dạng tỷ đối theo các phương Om, On và Ou (H.4.7). Các số đo thu được: $\varepsilon_m = -2{,}81.10^{-4}$; $\varepsilon_n = -2{,}81.10^{-4}$; $\varepsilon_u = 1{,}625.10^{-4}$

Xác định ứng suất chính, phương chính tại điểm đó.

Cho : E = 2.10^4 kN/cm^2 ; μ= 0,3.

4.8 Tại điểm A của một dầm cầu có gắn hai tenxômét để đo biến dạng theo phương nằm ngang và phương thẳng đứng (H.4.8). Khi xe chạy qua cầu, người ta đo được: $\varepsilon_x = 0{,}0004$; $\varepsilon_y = -0{,}00012$.Tính ứng suất pháp theo phương dọc và phương thẳng đứng của dầm. Cho biết $E = 2.10^4$ kN/cm^2; $\mu = 0{,}3$.



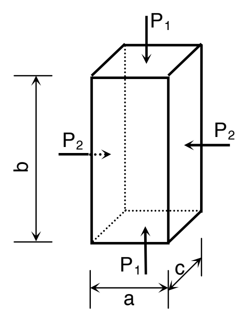
H.4.8

4.9 Có một phân tố hình hộp có các cạnh: a = 2cm;

b = 4 cm; c = 2 cm, chịu tác dụng của các lực P_1, P_2 trên bốn mặt của phân tố (xem H.4.9). Cho : P_1 = 60 kN; P_2 = 120 kN; E = 2.10^4 kN/cm^2; μ= 0,3.

a) Xác định các biến dạng dài Δ_a, Δ_b, Δ_c của các cạnh a, b, c và biến đổi thể tích của phân tố hình hộp.

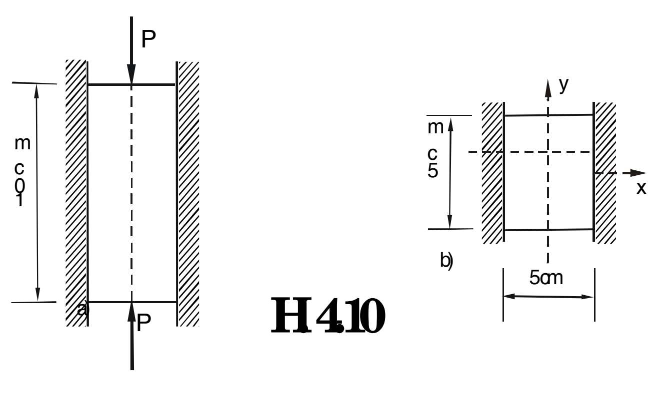
b) Muốn biến đổi thể tích $\Delta V = 0$ thì phải đặt thêm lực pháp tuyến P_3 bằng bao nhiêu vào hai mặt còn lại? Tính τ_{max} trong trường hợp này.



H.4.9

4.10 Một khối hình hộp làm bằng thép có kích thước cho trên H.4.10, được đặt giữa hai tấm cứng tuyệt đối, chịu lực nén P = 250 kN. Tính lực tác dụng tương hỗ giữa mặt tiếp xúc của hình hộp với các tấm cứng. Cho μ= 0,3.

.



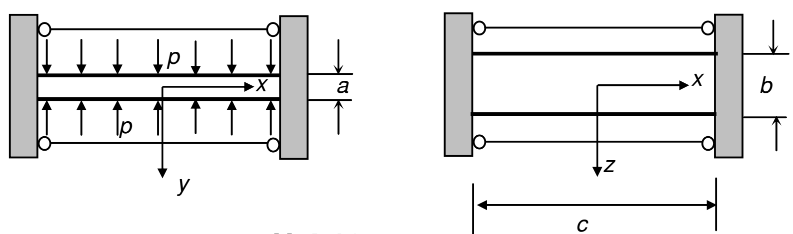
H4.10

4.11 Một khối lập phương bằng bê tông đặt vừa khít rãnh của vật thể A chịu áp suất phân bố đều ở mặt trên P = 1 kN/cm^2 (H.4.11).

Xác định áp lực nén vào vách rãnh và độ biến dạng thể tích tuyệt đối. Cho cạnh a = 5 cm;   E = 8.10^2 kN/cm^2; μ= 0,36.

. Vật thể A coi như cứng tuyệt đối.

4.12 Một tấm thép kích thước a × b × c đặt giữa hai tấm tuyệt đối cứng, hai tấm này được liên kết với nhau bằng bốn thanh như H.4.12. Khi tấm thép chịu áp lực p phân bố trên hai mặt bên thì ứng suất kéo của thanh là bao nhiêu? Tính ứng suất chính trong tấm thép. Cho $E_{tấm}$ = E_{thanh} và diện tích F của thanh.



H.4.12