

## Chương 5 LÝ THUYẾT BỀN

### 5.1 KHÁI NIỆM VỀ LÝ THUYẾT BỀN

♦ Điều kiện bền thanh chịu kéo hoặc nén đúng tâm ( chương 3), ( TTÚS đơn) :

$$\sigma_{\max} = \sigma_1 \leq [\sigma]_k ; \quad |\sigma_{\min}| = |\sigma_3| \leq [\sigma]_n$$

trong đó,  $[\text{Ứng suất cho phép}] = \frac{\text{Ứng suất nguy hiểm của vật liệu } (\sigma_0)}{\text{Hệ số an toàn}} ; \quad [\sigma] = \frac{\sigma_0}{n}$

Ứng suất nguy hiểm  $\sigma_0$  có được từ những thí nghiệm kéo (nén) đúng tâm:

- Đối với vật liệu dẻo là giới hạn chảy  $\sigma_{ch}$
- Đối với vật liệu giòn là giới hạn bền  $\sigma_b$ .

♦ Để viết điều kiện bền ở một điểm của vật thể ở TTÚS phức tạp (phẳng hay khối), cần phải có kết quả thí nghiệm phá hỏng những mẫu thử ở TTÚS tương tự. Việc thực hiện những thí nghiệm như thế rất khó khăn vì:

- Ứng suất nguy hiểm phụ thuộc vào độ lớn của các ứng suất chính và phụ thuộc vào tỉ lệ giữa những ứng suất này. Do đó phải thực hiện một số lượng rất lớn các thí nghiệm mới đáp ứng được tỉ lệ giữa các ứng suất chính có thể gặp trong thực tế

- Thí nghiệm kéo, nén theo ba chiều cần những thiết bị phức tạp, không phổ biến rộng rãi như thí nghiệm kéo nén một chiều

Vì vậy, không thể căn cứ vào thí nghiệm trực tiếp mà phải dựa trên các giả thiết về nguyên nhân gây ra phá hỏng của vật liệu hay còn gọi là những **thuyết bền** để đánh giá độ bền của vật liệu.

**Định nghĩa** :Thuyết bền là những giả thuyết về nguyên nhân phá hoại của vật liệu, nhờ đó đánh giá được độ bền của vật liệu ở mọi TTÚS khi chỉ biết độ bền của vật liệu ở TTÚS đơn ( do thí nghiệm kéo, nén đúng tâm).

Nghĩa là, với phân tử ở TTÚS bất kỳ có các ứng suất chính  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ , ta phải tìm ứng suất tính theo thuyết bền là một hàm của  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  rồi so sánh với  $[\sigma]_k$  hay  $[\sigma]_n$  ở TTÚS đơn.

⇒ **Điều kiện bền** của vật liệu có thể biểu diễn dưới dạng tổng quát như sau:  $\sigma_t = \sigma_{td} = f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) \leq [\sigma]_k$  ( hay  $\sigma_t = f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) \leq [\sigma]_n$  )

$\sigma_t, \sigma_{td}$  được gọi là **ứng suất tính** hay **ứng suất tương đương**. Vấn đề là phải xác định hàm  $f$  hay là tìm được thuyết bền tương ứng.

## 5.2 CÁC THUYẾT BỀN (TB) CƠ BẢN

### 1- Thuyết bền ứng suất pháp lớn nhất (TB 1)

◆ Nguyên nhân vật liệu bị phá hỏng là do ứng suất pháp lớn nhất của phân tử ở TTÚS phức tạp đạt đến ứng suất nguy hiểm ở TTÚS đơn.

◆ Nếu ký hiệu:

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  : ứng suất chính của TTÚS phức tạp

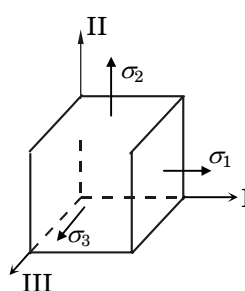
$\sigma_{0k}$  hay  $\sigma_{0n}$  - ứng suất nguy hiểm về kéo và nén

$n$  - hệ số an toàn

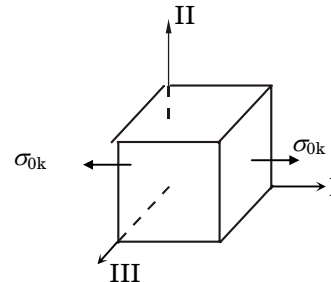
⇒ Điều kiện bền theo TB 1:

$$\sigma_{t1} = \sigma_1 \leq \frac{\sigma_{0k}}{n} = [\sigma]_k \quad (5.1a)$$

$$\sigma_{t1} = |\sigma_3| \leq \frac{\sigma_{0n}}{n} = [\sigma]_n \quad (5.1b)$$



H.5.1. TTÚS khối H.5.2. Trạng thái nguy hiểm của TTÚS đơn



trong đó:  $\sigma_{t1}$  - là ứng suất tính hay ứng suất tương đương theo TB 1

◆ **Ưu khuyết điểm:** TB 1, trong nhiều trường hợp, không phù hợp với thực tế. Thí dụ trong thí nghiệm mẫu thử chịu áp lực giống nhau theo ba phương (áp lực thủy tĩnh), dù áp lực lớn, vật liệu hầu như không bị phá hoại. Nhưng theo TB 1 thì vật liệu sẽ bị phá hỏng khi áp lực đạt tới giới hạn bền của trường hợp nén theo một phương.

TB 1 không kể đến ảnh hưởng của các ứng suất khác cho nên TB này **chỉ đúng đối với TTÚS đơn**.

### 2- Thuyết bền biến dạng dài tương đối lớn nhất (TB 2)

◆ Nguyên nhân vật liệu bị phá hỏng là do biến dạng dài tương đối lớn nhất của phân tử ở TTÚS phức tạp đạt đến biến dạng dài tương đối lớn nhất ở trạng thái nguy hiểm của phân tử ở TTÚS đơn.

◆ Gọi  $\varepsilon_1$  : biến dạng dài tương đối lớn nhất của phân tử ở TTÚS phức tạp

$\varepsilon_{0k}$  : biến dạng dài tương đối ở trạng thái nguy hiểm của phân tử bị kéo theo một phương ( TTÚS đơn).

Theo định luật Hooke, ta có:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)] \quad (a)$$

$$\varepsilon_{0k} = \frac{\sigma_{0k}}{E} \quad (b)$$

Thanhđng Tuấn

Kết hợp (a) và (b), kể đến hệ số an toàn n

⇒ **Điều kiện bền** theo TB 2:

$$\frac{1}{E}[\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)] \leq \frac{1}{n} \frac{\sigma_{0k}}{E} \quad (c)$$

hay  $\sigma_{t2} = \sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3) \leq [\sigma]_k$  (5.2a)

Đối với trường hợp biến dạng co ngắn, ta có

$$\sigma_{t2} = |\sigma_3 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)| \leq [\sigma]_k \quad (5.2b)$$

♦ **Ưu khuyết điểm:** TB biến

dạng dài tương đối tiến bộ hơn so với TB ứng suất pháp vì có kể đến ảnh hưởng của cả ba ứng suất chính. Thực nghiệm cho thấy TB này chỉ phù hợp với vật liệu giòn và ngày nay **ít được dùng trong thực tế.**

### 3- Thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất (TB 3)

♦ Nguyên nhân vật liệu bị phá hỏng là do ứng suất tiếp lớn nhất của phân tố ở TTÚS phức tạp đạt đến ứng suất tiếp lớn nhất ở trạng thái nguy hiểm của phân tố ở TTÚS đơn.

♦ Gọi:  $\tau_{max}$  - ứng suất tiếp lớn nhất của phân tố ở TTÚS phức tạp ;

$\tau_{0k}$  - ứng suất tiếp lớn nhất ở trạng thái nguy hiểm của phân tố bị kéo theo một phương ( TTÚS đơn).

n – Hệ số an toàn

⇒ Điều kiện bền theo TB 3:  $\tau_{max} \leq \frac{\tau_{0k}}{n}$  (d)

trong đó, theo (4.18), chương 4, ta có:

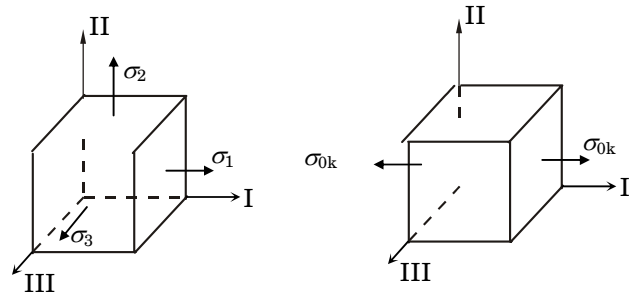
$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}; \quad \tau_{0k} = \frac{\sigma_{0k}}{2} \quad (e)$$

(e) vào (d), ⇒  $\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \leq \frac{\sigma_{0k}}{2n}$

⇒ **Điều kiện bền** theo TB 3:

$$\sigma_{t3} = \sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma]_k \quad (5.3)$$

♦ **Ưu khuyết điểm:** TB ứng suất tiếp lớn nhất phù hợp với thực nghiệm hơn nhiều so với hai TB 1 và TB 2 . Tuy không kể tới ảnh hưởng của ứng suất chính  $\sigma_2$  song TB này tỏ ra khá **thích hợp với vật liệu dẻo** và ngày nay **được sử dụng nhiều trong tính toán cơ khí và xây dựng.** Nó cũng phù hợp với kết quả mẫu thử chịu áp lực theo ba phương.



**H.5.1.** TTÚS khối **H.5.2.** Trạng thái nguy hiểm của TTÚS đơn

#### 4- Thuyết bền thế năng biến đổi hình dáng (TB 4)

♦ Nguyên nhân vật liệu bị phá hỏng là do thế năng biến đổi hình dáng của phân tử ở TTÚS phức tạp đạt đến thế năng biến đổi hình dáng ở trạng thái nguy hiểm của phân tử ở TTÚS đơn.

♦ Gọi:  $u_{hd}$  - Thế năng biến đổi hình dáng của phân tử ở TTÚS phức tạp

$(u_{hd})_o$  - Thế năng biến đổi hình dáng ở trạng thái nguy hiểm của phân tử bị kéo theo một phương (ở TTÚS đơn).

$n$  – Hệ số an toàn

⇒ Điều kiện để phân tử ở TTÚS

phức tạp không bị phá hỏng là bền theo TB 4 là:

$$u_{hd} < (u_{hd})_o \quad (g)$$

Theo 4.5 ,chương 4, ta đã có:

$$u_{hd} = \frac{1+\nu}{3E} (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1) \quad (h)$$

$$(u_{hd})_o = \frac{1+\nu}{3E} \sigma_{0k}^2$$

Thế (h) vào (g) , lấy căn bậc hai của hai vế , kể đến hệ số an toàn  $n$

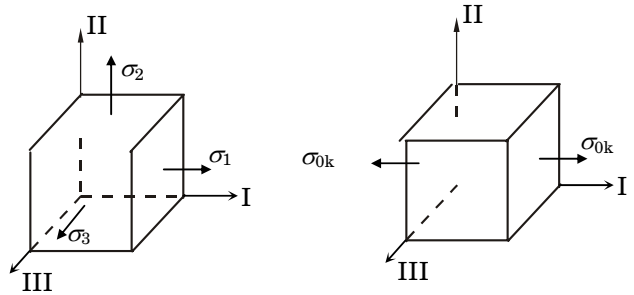
⇒ **Điều kiện bền** theo TB 4:

$$\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1} \leq [\sigma]_k$$

hay là:  $\sigma_{t4} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1} \leq [\sigma]_k \quad (5.4)$

trong đó:  $\sigma_{t4}$  - là ứng suất tương đương theo thuyết bền thứ tư.

♦ **Ưu khuyết điểm:** TB thế năng biến đổi hình dáng được dùng phổ biến trong kỹ thuật vì khá **phù hợp với vật liệu dẻo**. Ngày nay **được sử dụng nhiều trong tính toán cơ khí và xây dựng** .



**H.5.1.** TTÚS khối **H.5.2.** Trạng thái nguy hiểm của TTÚS đơn

**CÁC KẾT QUẢ ĐẶC BIỆT:****1- TTÚS phẳng đặc biệt (H.5.3):**

$$\text{Các ứng suất chính : } \sigma_{1,3} = \frac{\sigma}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2}; \quad \sigma_2 = 0$$

Theo TB ứng suất tiếp (5.3):

$$\sigma_{t3} = \sigma_1 - \sigma_3 = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma] \quad (5.5)$$

Theo TB thế năng biến đổi hình dáng (5.4):

$$\sigma_{t4} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_3 - \sigma_2\sigma_1 - \sigma_3\sigma_2} \leq [\sigma]$$

$$\text{hay: } \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq [\sigma] \quad (5.6)$$

**2- TTÚS trượt thuần túy (H.5.4):**

$$\text{Các ứng suất chính : } \sigma_1 = -\sigma_3 = |\tau|; \quad \sigma_2 = 0$$

Theo TB ứng suất tiếp:

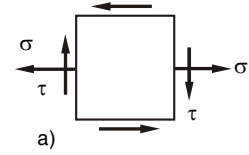
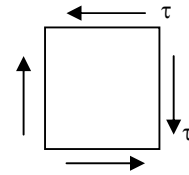
$$\sigma_{t3} = \sigma_1 - \sigma_3 = 2|\tau| \leq [\sigma]$$

$$\text{hay: } |\tau| \leq \frac{[\sigma]}{2} \quad (5.7)$$

Theo TB thế năng biến đổi hình dáng:

$$\sigma_{t4} = \sqrt{3\tau^2} \leq [\sigma]$$

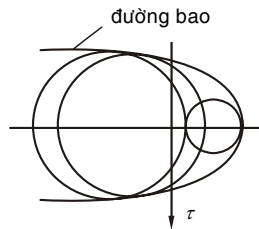
$$\text{hay: } |\tau| \leq \frac{[\sigma]}{\sqrt{3}} \quad (5.8)$$

**H. 5.3****H.5.4**

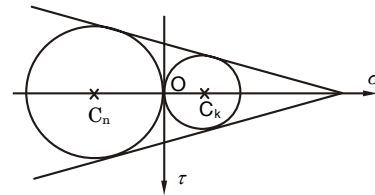
### 5- Thuyết bền về các TTÚS giới hạn (TB 5 hay là TB Mohr)

TB Mohr được xây dựng trên cơ sở các kết quả thực nghiệm, khác với các TB trước xây dựng trên cơ sở các giả thuyết.

Ở chương 4, ta đã biết một TTÚS khối với ba ứng suất chính  $\sigma_1, \sigma_2$  và  $\sigma_3$  có thể biểu diễn bằng ba vòng tròn Mohr 1, 2 và 3 với đường kính tương ứng là  $\sigma_2 - \sigma_3, \sigma_1 - \sigma_3$  và  $\sigma_1 - \sigma_2$  như Hình.4.22. Nếu vật liệu ở trạng thái nguy hiểm thì những vòng tròn tương ứng với TTÚS nguy hiểm được gọi là những vòng tròn Mohr giới hạn. Thực nghiệm cho thấy, ứng suất pháp  $\sigma_2$  ít ảnh hưởng đến sự phá hoại của vật liệu nên ta chỉ để ý đến vòng tròn Mohr lớn nhất gọi là *vòng tròn chính* xác định bởi đường kính  $\sigma_1 - \sigma_3$ .



**H. 5.5** Các vòng tròn Mohr giới hạn và đường cong giới hạn



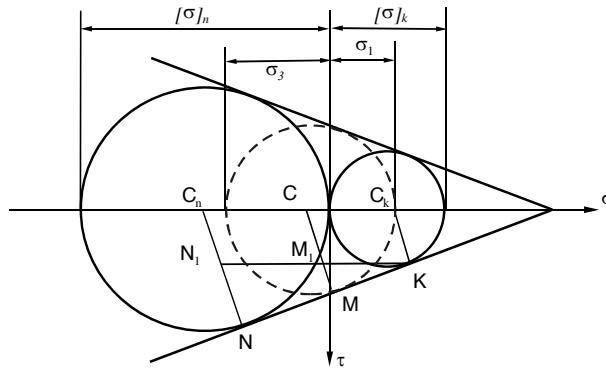
**H. 5.6** Đường bao giới hạn đơn giản hóa

Tiến hành thí nghiệm cho các TTÚS khác nhau và tìm trạng thái giới hạn tương ứng của chúng, trên mặt phẳng tọa độ  $\sigma, \tau$  ta vẽ được một họ các đường tròn chính giới hạn như ở H.5.5. Nếu vẽ đường bao những vòng tròn đó ta sẽ thu được một *đường cong giới hạn*, đường cong này cắt trục hoành ở điểm tương ứng với trạng thái có ba ứng suất chính là ứng suất kéo có giá trị bằng nhau. Giả thiết rằng đường bao là duy nhất đối với mỗi loại vật liệu, ta nhận thấy nếu TTÚS nào biểu thị bằng một vòng tròn chính nằm trong đường bao thì vật liệu đảm bảo bền, vòng tròn chính tiếp xúc với đường bao thì TTÚS đó ở giới hạn bền còn nếu vòng tròn chính cắt qua đường bao thì vật liệu bị phá hỏng.

Việc phải thực hiện một số lượng lớn các thí nghiệm để xác định các vòng tròn giới hạn và vẽ chính xác đường cong giới hạn là không đơn giản. Vì vậy, người ta thường vẽ gần đúng đường bao bằng cách dựa trên cơ sở hai vòng tròn giới hạn kéo và nén theo một phương với đường kính tương ứng là  $[\sigma]_k$  và  $[\sigma]_n$ . Ở đây, để cho tiện ta thay thế các ứng suất nguy hiểm  $\sigma_{0k}$  và  $\sigma_{0n}$  bằng ký hiệu ứng suất cho phép  $[\sigma]_k$  và  $[\sigma]_n$  tức là đã có kể tới hệ

Thanhđng Tuấn

số an toàn. Đường bao được thay thế bằng đường thẳng tiếp xúc với hai vòng tròn giới hạn như trên H.5.6.



**H. 5.7** Trạng thái ứng suất giới hạn và đường bao

Xét một TTÚS khối có vòng tròn Mohr lớn nhất  $\sigma_1$  và  $\sigma_3$  tiếp xúc với đường bao, nằm ở giới hạn về độ bền. Trên H.5.7, vòng tròn này được vẽ bằng đường nét đứt. Sau đây, ta thiết lập liên hệ giữa những ứng suất chính  $\sigma_1$  và  $\sigma_3$  với các ứng suất cho phép  $[\sigma]_k$  và  $[\sigma]_n$ . Từ hình vẽ ta có tỷ lệ thức:

$$\frac{NN_1}{KN_1} = \frac{MM_1}{KM_1}$$

Thay thế các trị số:

$$NN_1 = \frac{1}{2}([\sigma]_n - [\sigma]_k); \quad KN_1 = \frac{1}{2}([\sigma]_n + [\sigma]_k)$$

$$MM_1 = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3 - [\sigma]_k); \quad KM_1 = \frac{1}{2}([\sigma]_k - (\sigma_1 + \sigma_3))$$

vào tỷ lệ thức trên, ta nhận được điều kiện giới hạn:

$$\frac{[\sigma]_n - [\sigma]_k}{[\sigma]_n + [\sigma]_k} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3 - [\sigma]_k}{[\sigma]_k - (\sigma_1 + \sigma_3)}$$

hoặc: 
$$\sigma_1 - \frac{[\sigma]_k}{[\sigma]_n} \sigma_3 = [\sigma]_k$$

Như vậy, điều kiện bền theo TB Mohr (TB 5) được viết là:  $\sigma_1 - \alpha \sigma_3 \leq [\sigma]_k$

(5.9a)

với hệ số: 
$$\alpha = \frac{[\sigma]_k}{[\sigma]_n} \quad (5.9b)$$

Tuy bỏ qua ảnh hưởng của ứng suất chính  $\sigma_2$  và đơn giản hóa đường cong giới hạn thành đường thẳng, thuyết bền Mohr có ưu điểm hơn những thuyết bền trên vì nó không dựa vào giả thuyết nào mà căn cứ trực tiếp vào trạng thái giới hạn của vật liệu. Thực tế cho thấy **TB này phù hợp với vật liệu giòn**, tuy nhiên nó cho kết quả chính xác chỉ khi vòng tròn giới hạn của TTÚS đang xét nằm trong khoảng hai vòng tròn giới hạn kéo và nén.

### 5.3 VIỆC ÁP DỤNG CÁC TB

Trên đây là những TB được dùng tương đối phổ biến. Việc áp dụng TB này hay TB khác để giải quyết bài toán cụ thể phụ thuộc vào loại vật liệu sử dụng và TTÚS của điểm kiểm tra.

Đối với TTÚS đơn, người ta dùng TB 1 để kiểm tra độ bền.

Đối với TTÚS phức tạp, nếu là vật liệu giòn, người ta thường dùng TB 5 (TB Mohr) hay TB 2, nếu là vật liệu dẻo người ta dùng TB 3 hay TB 4.

Hiện nay, có nhiều TB mới được xây dựng, tổng quát hơn và phù hợp hơn với kết quả thực nghiệm. Tuy vậy, những TB này cũng có những nhược điểm nhất định nên chưa được sử dụng rộng rãi.

**Thí dụ:** Kiểm tra bền phân tố vật thể ở TTÚS khối như trên H.5.8. Ứng suất cho theo  $\text{kN/cm}^2$ . Cho biết:  $[\sigma] = 16 \text{ kN/cm}^2$ .

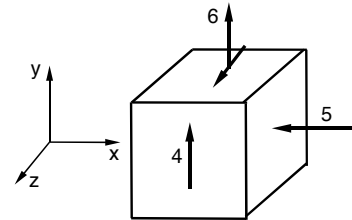
#### Giải.

Chọn hệ tọa độ như trên H.5.8.

Theo quy ước ta có:

$$\sigma_x = -5 \text{ kN/cm}^2, \sigma_y = 6 \text{ kN/cm}^2, \tau_{zy} = -\tau_{yz} = 4 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_z = 0, \tau_{xz} = \tau_{zx} = \tau_{yx} = \tau_{xy} = 0$$



H. 5.8

Mặt vuông góc với trục  $x$  là mặt chính với ứng suất chính  $\sigma_x = -5 \text{ kN/cm}^2$ . Hai ứng suất chính còn lại nằm trong mặt phẳng vuông góc với ứng suất chính đã cho và có giá trị bằng:

$$\sigma_{\max/\min} = \frac{\sigma_z + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_z - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{zy}^2} = 3 \pm 5 = \begin{cases} 8 \text{ kN/cm}^2 \\ -2 \text{ kN/cm}^2 \end{cases}$$

$$\text{Do đó: } \sigma_1 = 8 \text{ kN/cm}^2; \sigma_2 = -2 \text{ kN/cm}^2; \sigma_3 = -5 \text{ kN/cm}^2$$

Theo TB ứng suất tiếp:

$$\sigma_{t3} = \sigma_1 - \sigma_3 = 8 - (-5) = 13 \text{ kN/cm}^2 < 16 \text{ kN/cm}^2$$

Theo TB thế năng biến đổi hình dáng:

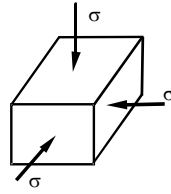
$$\begin{aligned} \sigma_{t4} &= \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_1\sigma_3 - \sigma_2\sigma_3} \\ &= \sqrt{8^2 + 2^2 + 5^2 - (-2) \times 8 - 8(-5) - (-2)(-5)} \\ &= 11,79 \text{ kN/cm}^2 < 16 \text{ kN/cm}^2 \end{aligned}$$

Như vậy, theo cả hai TB phân tố này đảm bảo bền.

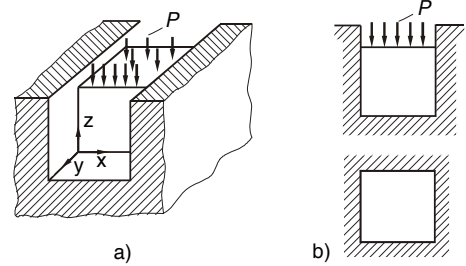


**BÀI TẬP CHƯƠNG 5**

**5.1** Khi nén vật liệu theo ba phương cùng với trị số ứng suất pháp (H.5.1), người ta thấy vật liệu không bị phá hoại. Hãy kiểm tra bền đối với phân tố trên bằng TB ứng suất tiếp lớn nhất và TB thế năng biến đổi hình dáng lớn nhất.



**H. 5.1**

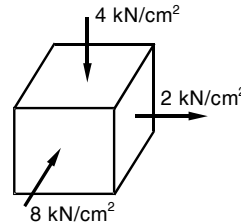


**H. 5.2**

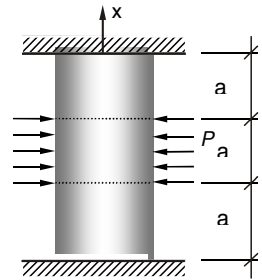
**5.2** Dùng TB ứng suất tiếp lớn nhất để tính áp lực  $p$  lớn nhất tác dụng trên khối thép trên H.5.2. Khối thép đó được đặt khít vào trong khối thép lớn.

Cho  $E = 2 \cdot 10^7 \text{ N/cm}^2$ ;  $\mu = 0,28$ ;  
 $[\sigma] = 16 \text{ kN/cm}^2$ .

**5.3** Cho TTÚS như H.5.3. Tính ứng suất tương đương (vế trái của công thức kiểm tra bền) theo TB thế năng biến đổi hình dáng và TB Mohr. Cho  $\sigma_{ok}/\sigma_{on} = 0,25$ .

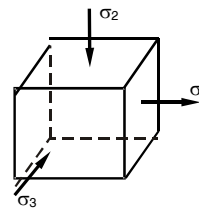


**H. 5.3**

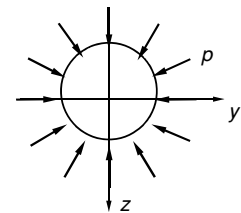


**5.4** Cho TTÚS tại một điểm của vật thể chịu lực như H.5.4:

$\sigma_1 = 20 \text{ kN/cm}^2$ ;  $\sigma_2 = - 40 \text{ kN/cm}^2$ ;  
 $\sigma_3 = - 80 \text{ kN/cm}^2$



**H. 5.4**



**H. 5.5**

Kiểm tra độ bền theo TB 3 và TB 4.

Biết  $[\sigma] = 120 \text{ kN/cm}^2$ .

**5.5** Một trụ tròn bằng thép ( $\mu= 0,3$ ) đặt khít giữa hai tường cứng như H.5.5. Phần giữa của trụ chịu áp lực  $p$  phân bố đều. Tính ứng suất tương đương theo TB 4 ở phần giữa và phần đầu của hình trụ.