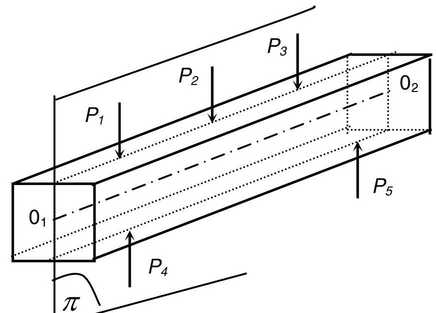
Chương 7
UỐN PHẲNG THANH THẲNG

7.1 KHÁI NIỆM CHUNG



H.7.1. Tải trọng tác dụng lên dầm

♦ Thanh chịu uốn là thanh có **trục bị uốn cong** dưới tác dụng của ngoại lực. Thanh có trục nằm ngang chịu uốn được gọi là **dầm.**
(Thanh có trục thẳng đứng gọi là cột)

♦ **Ngoại lực**: Lực tập trung P, lực phân bố q tác dụng vuông góc với trục dầm hay momen (ngẫu lực) M nằm trong mặt phẳng chứa trục dầm (H.7.1).

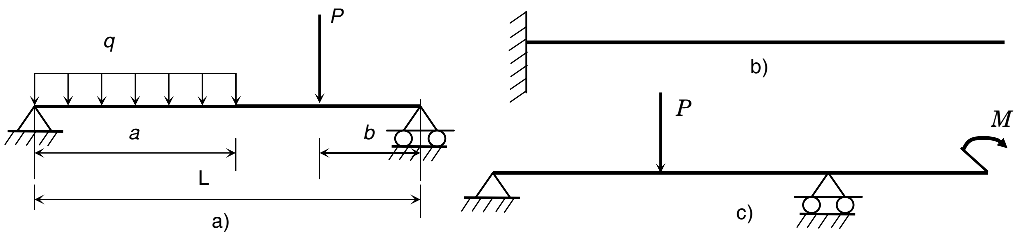
♦ **Mặt phẳng tải trọng:** Mặt phẳng (π) chứa ngoại lực và trục dầm. **Đường tải trọng:** Giao tuyến của mặt phẳng tải trọng với mặt cắt ngang.

♦**Giới hạn bài toán:**

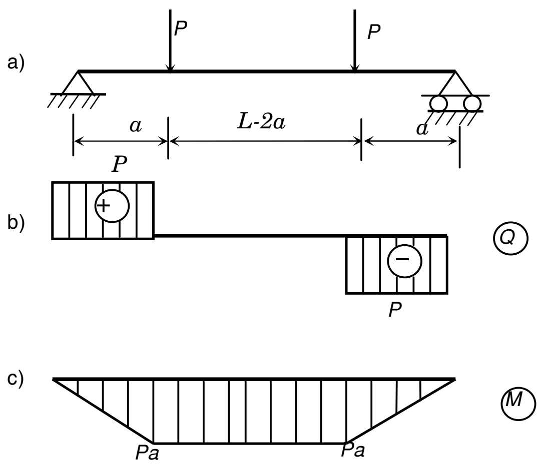
+ Chỉ khảo sát các thanh mặt cắt ngang có ít nhất một trục đối xứng.
Trục đối xứng nầy và trục thanh hợp thành mặt phẳng đối xứng.
Tải trọng nằm trong mặt phẳng đối xứng.
Mặt phẳng tải trọng trùng mặt phẳng đối xứng,
Đường tải trọng cũng là trục đối xứng của mặt cắt ngang
Trục dầm sau khi bị cong vẫn nằm trong mặt phẳng (π)được gọi là **uốn phẳng.**

+ Mặt cắt ngang dầm có chiều rộng bé so với chiều cao.

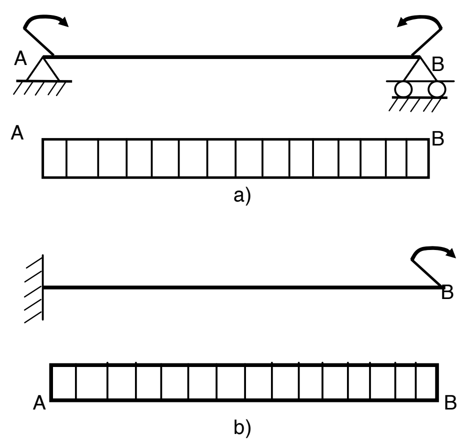
♦ H.7.3 ,7.4,7.5 : giới thiệu một số loại dầm đơn giản thường gặp



H.7.3. Các loại dầm: a) Dầm đơn giản
b) Dầm chèn kẹp; c) Dầm có đầu mút thừa



H.7.4. Dầm với vùng ở giữa chịu uốn thuần túy



H.7.5. Dầm chịu uốn thuần túy

♦ **Nội lực:** Tuỳ theo ngoại lực tác dụng mà trên mặt cắt ngang dầm có các nội lực là **lực cắt Q_y** và **mômen uốn M_x** .

♦ **Phân loại:**

Uốn thuần túy phẳng: Nội lực chỉ có mômen uốn **M_x**=hằng số.

Uốn ngang phẳng : Nội lực gồm lực cắt **Q_y** và mômen uốn **M_x**

♦ Dầm ở H.7.4 có đoạn giữa CD chịu uốn thuần túy, dầm ở H. 7.5 chịu uốn thuần túy. Đoạn dầm AC và DB của dầm ở H.7.4 chịu uốn ngang phẳng.

 http://www.ebook.edu.vn

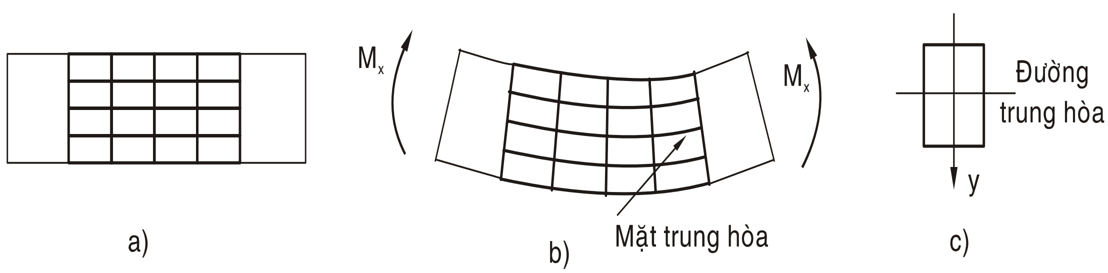
7.2 UỐN THUẦN TÚY PHẲNG

7.2.1 Định nghĩa: Thanh chịu uốn thuần túy phẳng khi trên mọi mặt cắt ngang chỉ có một nội lực $\mathbf{M_x}$.

Dấu của $\mathbf{M_x}$: $M_x > 0$ khi căng (kéo) thớ dưới (thớ $y > 0$) của dầm

7.2.2 Tính ứng suất trên mặt cắt ngang:

1. Thí nghiệm và quan sát biến dạng:



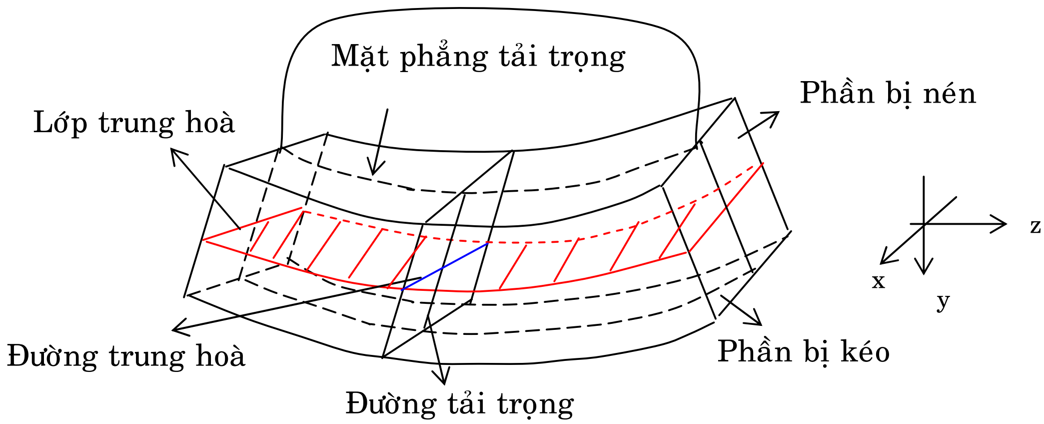
H.7.6. a) Thanh trước khi biến dạng
b) Sau biến dạng; c) Mặt cắt ngang sau biến dạng

H. 7.6 a) Thanh trước khi biến dạng
b) Sau biến dạng; c) Mặt cắt ngang sau biến dạng

Kẻ lên mặt ngoài một thanh thẳng chịu uốn như H.7.6a, những đường song song với trục thanh tượng trưng cho các thớ dọc và những đường vuông góc với trục thanh tượng trưng cho các mặt cắt ngang; các đường này tạo thành các lưới ô vuông (H.7.6a).

Sau khi biến dạng (H.7.6b), trục thanh bị cong, các đường thẳng song song với trục thanh thành các đường cong song song với trục thanh; những đường vuông góc với trục thanh vẫn còn vuông góc với trục thanh, nghĩa là các **góc vuông được bảo toàn** trong quá trình biến dạng.

Ngoài ra, nếu quan sát thanh thì thấy các thớ bên dưới dãn ra(*bị kéo*) và các thớ bên trên co lại (*bị nén*). Như thế, từ thớ bị dãn sang thớ bị co sẽ tồn tại các thớ mà chiều dài không thay đổi trong quá trình biến dạng, gọi là **thớ trung hòa**. Các thớ trung hòa tạo thành **lớp trung hòa**. Giao tuyến của lớp trung hoà với mặt cắt ngang tạo thành **đường trung hòa**. Vì mặt cắt ngang có chiều rộng bé nên đường trung hòa xem như thẳng (H.7.6.c)

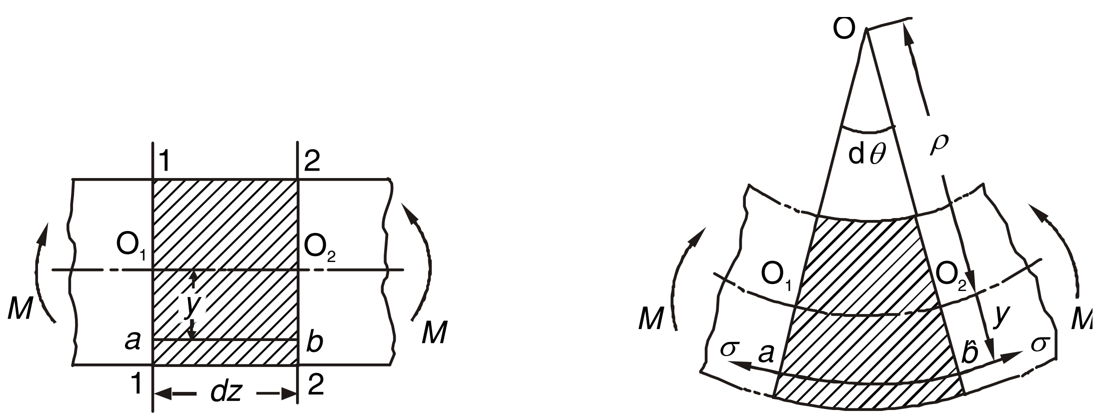


Sau biến dạng các mặt cắt ngang 1-1 và 2-2 ban đầu cách nhau một đoạn vi phân *dz* sẽ cắt nhau tại tâm cong O' (H.7.7b) và hợp thành một góc $d\theta$. Gọi ρ là bán kính cong của thớ trung hòa, tức khoảng cách từ O' đến thớ trung hòa. Độ dãn dài tương đối của một thớ *ab* ở cách thớ trung hòa một khoảng cách *y* cho bởi:

$$\varepsilon_z = \frac{ab - 0_1 0_2}{0_1 0_2} = \frac{(\rho + y)d\theta - dz}{dz} = \frac{(\rho + y)d\theta - \rho d\theta}{\rho d\theta} = \frac{y}{\rho} = \kappa y \quad \text{(a)}$$

trong đó: κ - là độ cong của dầm.

Hệ thức này chứng tỏ biến dạng dọc trục dầm tỉ lệ với độ cong và biến thiên tuyến tính với khoảng cách *y* từ thớ trung hòa



a) Trước biến dạng

b) Sau biến dạng

H.7.7 Đoạn dầm vi phân dz

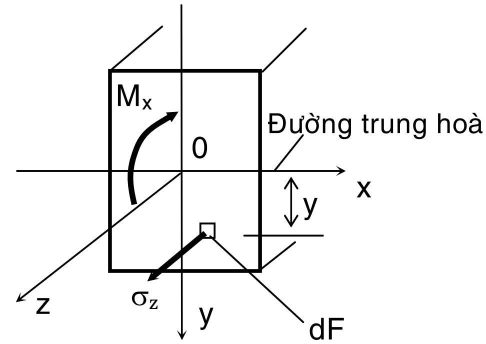
2. Thiết lập công thức tính ứng suất:

Mỗi thớ dọc của dầm chỉ chịu kéo hoặc nén (các điểm bất kỳ trên mặt cắt ngang ở trạng thái ứng suất đơn).

Định luật Hooke ứng với trạng thái ứng suất đơn cho ta:

$$\sigma_z = E\varepsilon_z = E\kappa y \qquad \text{(b)}$$

Ứng suất pháp tác dụng trên mặt cắt ngang biến thiên bậc nhất với khoảng cách *y* từ thớ trung hòa.



H.7.8. Ứng suất pháp và mô men uốn trên mặt cắt ngang của dầm chịu uốn

Xét hợp lực của các ứng suất pháp trên toàn mặt cắt ngang.

+ Liên hệ giữa σ_z và N_z

$$\int_F \sigma_z dF = \int_F E\kappa y F = 0 \quad \text{(định nghĩa } N_z = 0\text{)} \quad \text{(c)}$$

Vì độ cong κ và môđun đàn hồi *E* là hằng số nên có thể đem ra ngoài dấu tích phân, $\Rightarrow \quad \int_F y dF = 0$ (d)

(d) cho thấy mômen tĩnh của diện tích mặt cắt ngang đối với trục trung hoà x bằng không $\Leftrightarrow$ **trục trung hoà x đi qua trọng tâm mặt cắt ngang.**

Tính chất này cho phép xác định trục trung hoà của bất kỳ mặt cắt ngang nào. **Nếu trục *y* là trục đối xứng, thì hệ trục (*x,y*) chính là hệ trục quán tính chính trung tâm.**

+ Liên hệ giữa σ_z và M_x

$$M_x = \int_F \sigma_z y dF = \kappa E \int_F y^2 dF = \kappa E J_x \qquad \text{(e)}$$

trong đó: $J_x = \int_F y^2 dF$ (g)

là mômen quán tính của mặt cắt ngang đối với trục trung hòa *x*.

Biểu thức (e) được viết lại như sau:

$$\kappa = \frac{1}{\rho} = \frac{M_x}{EJ_x} \qquad (7.1)$$

EJ_x gọi là **độ cứng uốn** của dầm.

Thế(7.1) vào (b) $\Rightarrow$ Công thức tính ứng suất pháp tại một điểm trên mặt cắt ngang dầm: $\sigma_z = \frac{M_x}{J_x} y$ (7.2)

Ứng suất biến thiên bậc nhất theo tung độ y.*và* y là khoảng cách của điểm tính ứng suất kể từ trục trung hoà x .**(M_x và y mang dấu đại số**)

 http://www.ebook.edu.vn

Công thức kỹ thuật:

Nếu mômen uốn dương, dầm bị căng (bị kéo) thớ dưới, các thớ trên bị nén . Kết quả ngược lại nếu mômen uốn âm. Do vậy trong thực hành, ta có thể sử dụng công thức kỹ thuật để tính ứng suất,

$$\sigma_z = \pm \frac{|M_x|}{J_x} |\, y \,| \qquad (7.3)$$

ta sẽ lấy: dấu (**+**) nếu M_x gây ***kéo*** tại điểm cần tính ứng suất.

dấu (**–**) nếu M_x gây ***nén*** tại điểm cần tính ứng suất.

.

7.2.3 Biểu đồ ứng suất pháp - Ứng suất pháp cực trị:

♦ **Biểu đồ ứng suất pháp:**

+Những điểm càng ở xa trục trung hòa có trị số ứng suất càng lớn.

+Những điểm cùng có khoảng cách tới thớ trung hòa sẽ có cùng trị số ứng suất pháp.

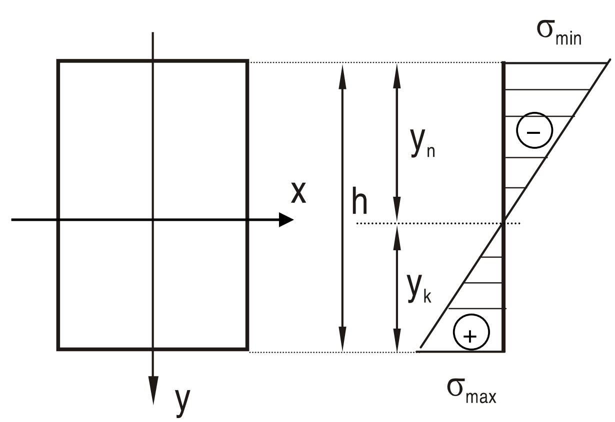
Biểu đồ phân bố ứng suất pháp là đồ thị biểu diễn giá trị các ứng suất tại các điểm trên mặt cắt ngang.

*Trường hợp mặt cắt ngang có hai trục đối xứng (Hình tròn, chữ nhật..) cho bởi H.7.9

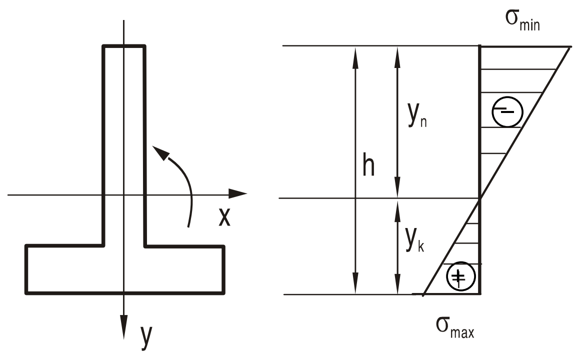
*Trường hợp mặt cắt ngang chỉ có một trục đối xứng (chữ I,U) cho bởi H.7.10.

Dấu (+) chỉ ứng suất kéo.

Dấu (-) chỉ ứng suất nén.



H. 7.9 Biểu đồ ứng suất pháp cho các mặt cắt có hai trục đối xứng



H. 7.10 Biểu đồ ứng suất pháp cho các mặt cắt có một trục đối xứng

♦ **Ứng suất pháp cực trị:**

Tính ứng suất pháp khi kéo và khi nén lớn nhất trên mặt cắt ngang dầm ở những điểm xa đường trung hòa nhất.

Gọi $y^k_{\max}$, $y^n_{\max}$ lần lượt là khoảng cách thớ chịu kéo và thớ chịu nén ở xa đường trung hòa nhất. Khi đó ứng suất chịu kéo lớn nhất σ_{max} và ứng suất chịu nén lớn nhất σ_{min} sẽ tính bởi các công thức:

$$\sigma_{\max} = \frac{|M_x|}{J_x}\left|y^k_{\max}\right| = \frac{|M_x|}{W^k_x} \qquad (7.4a)$$

$$\sigma_{\min} = \frac{|M_x|}{J_x}\left|y^n_{\max}\right| = \frac{|M_x|}{W^n_x} \qquad (7.4b)$$

với:
$$W^k_x = \frac{J_x}{\left|y^k_{\max}\right|}; \quad W^n_x = \frac{J_x}{\left|y^n_{\max}\right|} \qquad (7.5)$$

Các đại lượng W^k_x và W^n_x gọi là các suất tiết diện hoặc **mômen chống uốn** của mặt cắt ngang.

Trường hợp đặt biệt: Nếu trục *x* (<u>trục trung hoà</u>) cũng là trục đối xứng (mặt cắt chữ nhật, tròn, I,…) thì:

$$\left|y^k_{\max}\right| = \left|y^n_{\max}\right| = \frac{h}{2}$$

khi đó:
$$W^k_x = W^n_x = W_x = \frac{2J_x}{h} \qquad (7.6)$$

và ứng suất nén và kéo cực đại có trị số bằng nhau:

$$\sigma_{\max} = \left|\sigma_{\min}\right| = \frac{|M_x|}{W_x} \qquad (7.7)$$

∗ Mặt cắt ngang hình chữ nhật với bề rộng *b* và chiều cao *h* :

http://www.ebook.edu.vn

$$J_x = \frac{bh^3}{12}; \quad W_x = \frac{bh^2}{6} \qquad (7.8)$$

∗ Mặt cắt ngang hình tròn:

$$J_x = \frac{\pi d^4}{64} \approx 0{,}05d^4; \quad W_x = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0{,}1d^3 \qquad (7.9)$$

∗ Mặt cắt ngang hình vành khăn : đường kính ngoài D, trong, d

$$J_x = \frac{\pi D^4}{64}(1-\eta^4); \quad W_x = \frac{\pi D^3}{32}(1-\eta^4) \quad \text{với} \quad \eta = d/D$$

∗ Mặt cắt ngang hình I, C: Tra bảng thép định hình.

Ý nghĩa vật lý của mômen chống uốn: **khi mômen chống uốn càng lớn dầm chịu được mômen uốn càng lớn.**

7.2.4 Điều kiện bền- Ba bài toán cơ bản

Điều kiện bền:

+ Dầm bằng vật liệu dòn: $[\sigma]_k \neq [\sigma]_n$

$$|\sigma_{min}| \leq [\sigma]_n$$
$$\sigma_{max} \leq [\sigma]_k \qquad (7.10a)$$

+ Dầm bằng vật liệu dẻo: $[\sigma]_k = [\sigma]_n = [\sigma]$

$$\max |\sigma_z| \leq [\sigma] \qquad (7.10b)$$

Ba bài toán cơ bản:

+Bài toán kiểm tra bền,(*Đây là bài toán thẩm kế*.)

+Bài toán chọn kích thước mặt cắt ngang,(*bài toán thiết kế*).

+Bài toán chọn tải trọng cho phép.(*bài toán sũa chữa,nâng cấp*)

Bài toán cơ bản 1: Kiểm tra bền- Kiểm tra thanh chịu lực có đảm bảo độ bền hay không. Dùng (7.10a) hay (7.10b) để kiểm tra.

Thí dụ 7.1 Trên mặt cắt ngang của một dầm chữ T ngược (H.7.11), mômen uốn M_x = 7200 Nm. Dầm làm bằng vật liệu có ứng suất cho phép khi kéo và nén khác nhau:

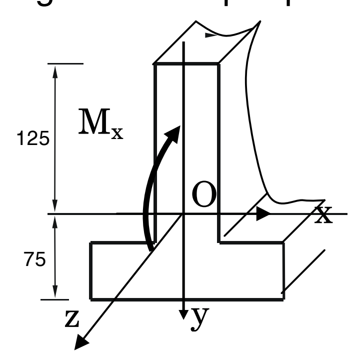
` $[\sigma]_k$ = 20 MN/m$^2$; $[\sigma]_n$ = 30 MN/m$^2$ `

` Kiểm tra bền biết rằng: J_x = 5312,5 cm^4

Giải.

Ta có: y^k_{max} = 75 mm= $7{,}5.10^{-2}$ m

y^n_{max} = 125 mm = $12{,}5.10^{-2}$ m



Dầm chữ T chịu uốn

http://www.ebook.edu.vn

H. 7.11

$$W_x^k = \frac{J_x}{y_{\max}^k} = \frac{5312{,}5\times10^{-8}}{7{,}5\times10^{-2}} = 708{,}3\times10^{-6}\ \text{m}^3$$

$$W_x^n = \frac{J_x}{y_{\max}^n} = \frac{5312{,}5\times10^{-8}}{12{,}5\times10^{-2}} = 425\times10^{-6}\ \text{m}^3$$

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x^k} = \frac{7200}{708{,}3\times10^{-6}} = 10{,}20\times10^6\text{N/m}^2 = 10{,}20\ \text{MN/m}^2 < [\sigma_k]$$

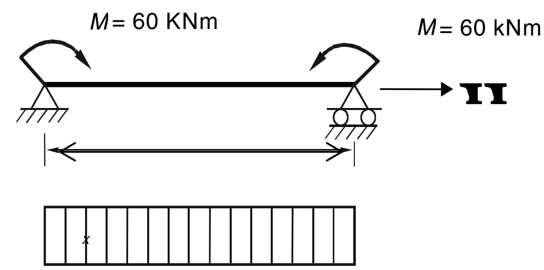
$$|\sigma_{\min}| = \frac{M_x}{W_x^n} = \frac{7200}{425\times10^{-6}} = 17\times10^6\text{N/m}^2 = 17\ \text{MN/m}^2 < [\sigma_n]$$

vậy dầm đủ bền.

Bài toán cơ bản 2: Chọn kích thước mặt cắt ngang sao cho dầm thỏa điều kiện bền.

Từ điều kiện bền tổng quát (7.10a,b) $\Rightarrow$ mômen chống uốn và kích thước của mặt cắt ngang sẽ được xác định.

Thí dụ 7.2 Cho dầm chịu lực như H.7.12. Dầm làm bằng hai thép chữ I, Chọn số hiệu của thép chữ I để dầm thỏa điều kiện bền. Biết $[\sigma] = 16$ kN/cm^2.



H.7.12

Giải.

Dầm chịu uốn thuần túy; trên mọi mặt cắt ngang của dầm có mômen uốn M_x=60 kNm.

Áp dụng công thức (7.7) và (7.10b) ta được: $W_x \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{60.100}{16} = 375\ \text{cm}^3$

Tra bảng thép hình ta chọn 2 I 20 có $W_x = 2 \times 184 = 368$ cm^3.

Kiểm tra lại điều kiện bền ta có:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} = \frac{60.100}{368} = 16{,}3\ \ \text{kN/cm}^2$$

sai số tương đối: $\frac{16{,}3-16}{16}\times100\% = 1{,}9\%$; vậy dầm đủ bền. Chọn 2 I 20

Bài toán cơ bản 3: **Định tải trọng cho phép [P] để dầm thỏa điều kiện bền.**

Thí dụ 7.3 Một dầm bằng gang có mặt cắt ngang như H.7.13. Xác định trị số mômen uốn cho phép(mômen có chiều như hình vẽ). Biết: $[\sigma]_\kappa = 1{,}5$ kN/cm^2 .

Hỏi với trị số mômen uốn cho phép đó, ứng suất nén lớn nhất trong dầm là bao nhiêu?

Cho biết $J_x = 25470$ cm^4

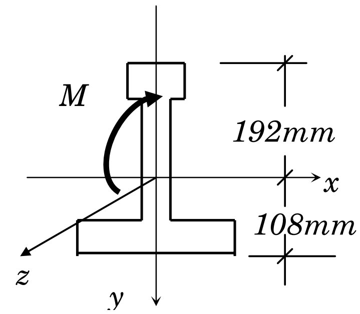
Giải.

Từ điều kiện bền $\sigma_{max} = \frac{|M_x|}{J_x}|y^k_{max}| = \frac{|M_x|}{W^k_x} \le [\sigma]_k$

$$\Rightarrow \quad [M_x] = [\sigma_k]\frac{J_x}{y^k_{max}} = 1{,}5 \times \frac{25470}{10{,}8} = 3537{,}5\,k\text{Ncm}$$

Tương ứng ta có:

$$\sigma_{min} = -\frac{[M_x]}{J_x}|y^n_{max}| = -\frac{3537{,}5}{25470} \times 19{,}2 = -2{,}67\ k\text{N/cm}^2$$



H.7.13

7.2.5 Hình dáng hợp lý của mặt cắt ngang.

Hình dáng hợp lý là sao cho khả năng chịu lực của dầm là lớn nhất nhưng đồng thời ít tốn vật liệu nhất. Điều kiện:

$$\sigma_{max} = \frac{|M_x|}{J_x}|y|^k_{max} = |\sigma|_k \quad , \quad |\sigma|_{min} = \frac{|M_x|}{J_x}|y|^n_{max} = |\sigma|_n$$

Lập tỉ số các ứng suất : $\frac{|y|^k_{max}}{|y|^n_{max}} = \frac{[\sigma]_k}{|\sigma|_n} = \alpha$

- Nếu vật liệu dòn: $\alpha < 1$ vì : $|\sigma|_k \prec |\sigma|_n$ nên $|y^k_{max}| \prec |y^n_{max}|$

Ta chọn mặt cắt ngang không đối xứng qua trục trung hoà.

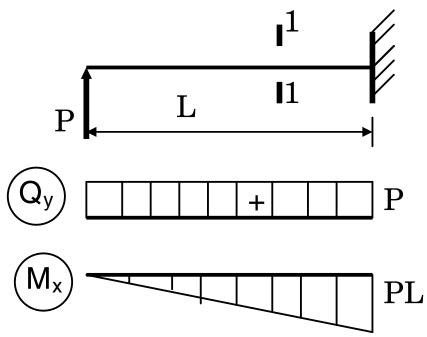
- Nếu vật liệu dẻo: $\alpha = 1$ nên $|y|^k_{max} = |y|^n_{max}$

Ta chọn mặt cắt ngang đối xứng qua trục trung hoà.

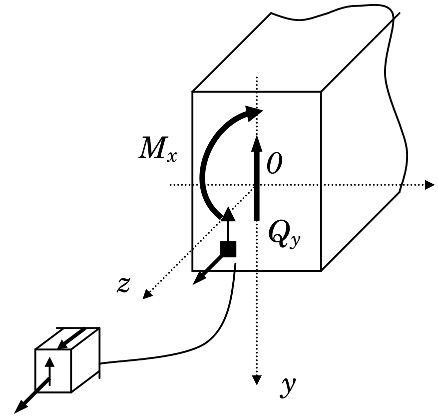
Theo biểu đồ ứng suất ta thấy càng gần trục trung hoà ứng suất càng nhỏ, nên tại đó vật liệu làm việc ít hơn ở những điểm xa trục trung hòa, vì vậy thường cấu tạo hình dáng mặt cắt sao cho vật liệu xa trục trung hòa . ví dụ hình chữ I,U,vành khăn ,hình rỗng…

7.3 UỐN NGANG PHẲNG

7.3.1 Định nghĩa- Dầm gọi là chịu uốn ngang phẳng khi trên mặt cắt ngang có 2 nội lực là: mômen uốn M_x và lực cắt Q_y (H 7.14).



H.7.14. Só đồ dầm chịu uốn ngang

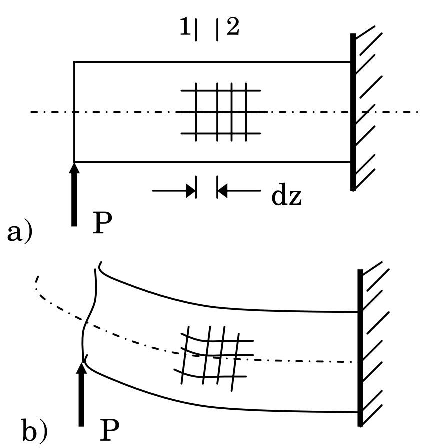


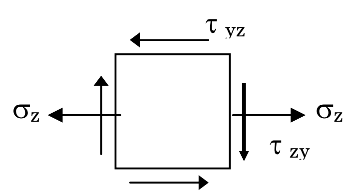
H.7.15 Mặt cắt ngang dầm chịu uốn ngang phẳng

7.3.2 Các thành phần ứng suất:

1- Thí nghiệm và quan sát biến dạng

Kẻ những đường song song và vuông góc với trục thanh (H.7.16a). Sau biến dạng các góc vuông không còn vuông (H.7.16b).





c)

H. 7.16. a) Thanh trước biến dạng
b) Thanh sau biến dạng
c) Trạng thái ứng suất phẳng

2- Trạng thái ứng suất:

Khác với trường hợp uốn thuần túy, ngoài ứng suất pháp σ_z do mômen M_x gây ra còn có ứng suất tiếp τ_{zy} do lực cắt Q_y gây ra. Trạng thái ứng suất của một phân tố có các mặt song song các trục tọa độ biểu diễn như hình 7.15 và 7.16c

 http://www.ebook.edu.vn

3. Công thức tính ứng suất pháp:

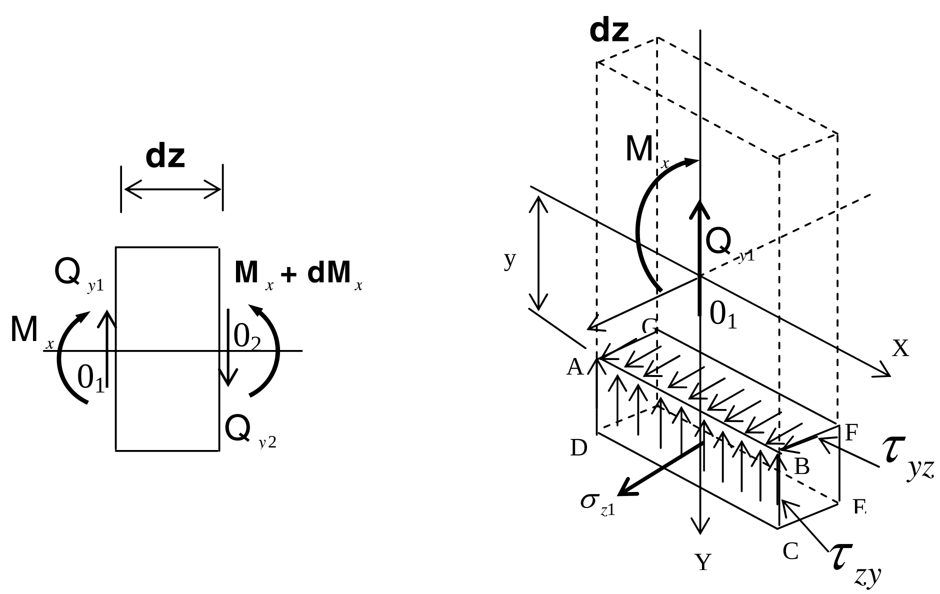
Chấp nhận với sai số không lớn dùng công thức (7.2) để tính ứng suất pháp trong thanh chịu uốn ngang phẳng.(Lý thuyết đàn hồi đã chứng minh)

$$\sigma_z = \frac{M_x}{J_x} y \qquad (7.2)$$

4. Công thức tính ứng suất tiếp:

Giả thiết:

- Mặt cắt ngang dầm có chiều rộng bé so với chiều cao.
- Ứng suất tiếp phân bố đều theo bề rộng của mặt cắt và cùng chiều với lực cắt (nghĩa là mọi điểm nằm cách đều đường trung hòa thì có cùng trị số ứng suất tiếp).



Ta xác định quy luật phân bố ứng suất tiếp dọc theo chiều cao của mặt cắt ngang.

Xét đoạn dầm giới hạn bởi 2 mặt cắt 1-1 và 2-2 cách nhau dz (H.7.17a). Để khảo sát ứng suất tiếp tại điểm K cách đường trung hòa x một khoảng y, ta dùng mặt cắt đi qua K vuông góc với lực cắt.

Xét cân bằng của phần dưới ABCDEFGH (H.7.17b)

Theo các giả thiết đã nêu, các ứng suất tiếp τ_{zy} thẳng đứng có phương song song với lực cắt thì phân bố đều trên mặt thẳng đứng ABCD. Ngoài ra theo định luật đối ứng của ứng suất tiếp , trên mặt vuông góc với mặt cắt ngang ABFE cũng có ứng suất tiếp τ_{yz} có giá trị bằng với τ_{zy} (H.7.17b).

Như vậy, tồn tại ứng suất tiếp theo phương ngang giữa các lớp song song với trục dầm cũng như các ứng suất tiếp thẳng đứng trên các mặt cắt ngang của dầm. Tại một điểm, các ứng suất này có giá trị bằng nhau.

Phương trình cân bằng theo phương ***z*** dọc trục thanh cho:

$$N_1 - N_2 + T = 0 \qquad \text{(a)}$$

trong đó: N_1 - là hợp của các lực tác dụng trên mặt 1-1 được tính bởi:

$$N_1 = \int_{Fc} \sigma_{z1} dF = \int_{Fc} \frac{M}{J_x} y dF \qquad \text{(b)}$$

N_2 - là hợp của các lực tác dụng trên mặt 2-2 được tính bởi:

$$N_2 = \int_{Fc} \sigma_{z2} dF = \int_{Fc} \frac{M_x + dM_x}{J_x} y dF \qquad \text{(c)}$$

T - là hợp của các lực tác dụng trên mặt trên ABEF của phần tử:

$$T = \tau_{yz} b^c dz \qquad \text{(d)}$$

Thay (b), (c), (d) vào (a) $\Rightarrow$

$$\int_{F_c} \frac{M_x}{J_x} y dF - \int_{F_c} \frac{M_x + dM_x}{J_x} y dF + \tau_{yz} b^c dz = 0 \qquad \text{(e)}$$

$$\Rightarrow \qquad \tau_{zy} = \tau_{yz} = \frac{dM_x}{dz} \left(\frac{1}{J_x b^c} \right) \int_{F_c} y dF \qquad \text{(f)}$$

thay $Q_y = dM_x/dz$ ta được:

$$\tau_{zy} = \tau_{yz} = \frac{Q_y}{J_x b^c} \int_{F_c} y dF \qquad \text{(g)}$$

Đặt: $$S_x^c = \int_{F_c} y dF \qquad \Rightarrow \qquad \tau_{zy} = \tau_{yz} = \frac{Q_y S_x^c}{J_x b^c} \qquad (7.11)$$

Công thức (7.11) gọi là công thức **D.I. Zhuravski**

S_x^c:momen tỉnh của phần diện tích *bị cắt* (F_c)đối với trục trung hòa.

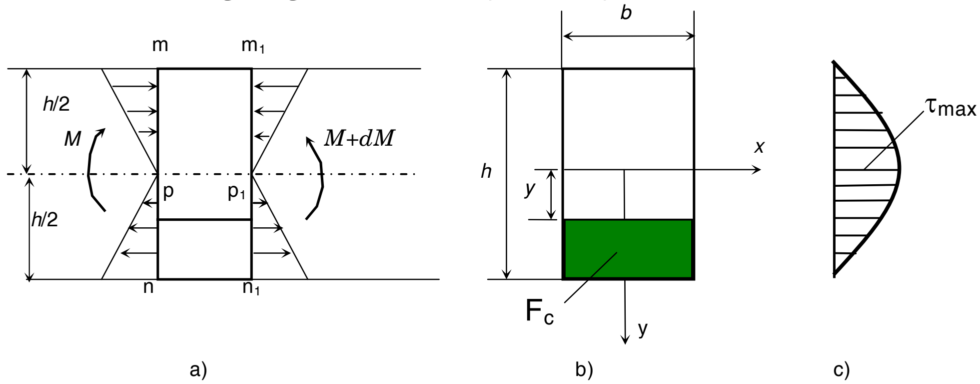
b^c: bề rộng tiết diện cắt.

J_x:Momen quán tính của tiết diện.

Q_y: Lực cắt tại tiết diện đang tính.

5-Phân bố ứng suất tiếp trên một số mặt cắt thường gặp:

+ Mặt cắt ngang chữ nhật (H.7.18):



H.7.18. Phân bố của ứng suất tiếp trên mặt cắt ngang chữ nhật

Diện tích bị cắt F_c là hình chữ nhật , nên

$$S_x^c = b\left(\frac{h}{2} - y\right)\left(y + \frac{h/2 - y}{2}\right) = \frac{b}{2}\left(\frac{h^2}{4} - y^2\right) \qquad \text{(i)}$$

Thay vào (7.11) $\Rightarrow \quad \tau_{zy} = \dfrac{Q_y}{2J_x}\left(\dfrac{h^2}{4} - y^2\right) \qquad (7.12)$

Hệ thức này chứng tỏ ứng suất tiếp trong dầm tiết diện chữ nhật biến thiên theo quy luật bậc hai theo khoảng cách y từ trục trung hòa và biểu đồ theo chiều cao của dầm có dạng như trên H.7.18c.

$\tau_{zy} = 0$ khi $y = \pm h/2$ (các điểm ở biên trên, dưới của mặt cắt)

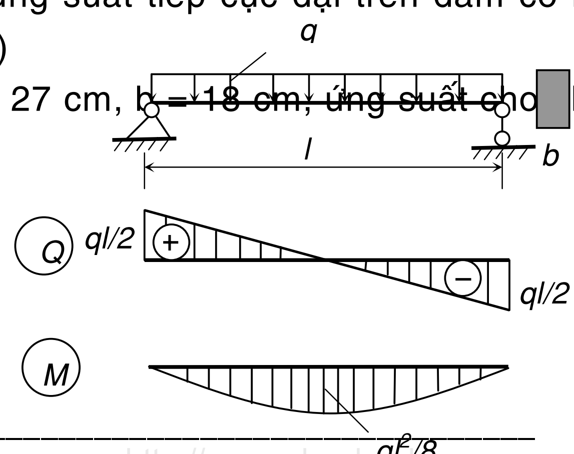
$\tau_{zy} = \tau_{max}$ khi y= 0 (các điểm trên trục trung hòa):

$$\tau_{\max} = \frac{Q_y h^2}{8J_x} = \frac{3}{2}\frac{Q_y}{F} \qquad (7.13)$$

trong đó: $F = bh$ - là diện tích của mặt cắt ngang.

Thí dụ 7.4 Tính ứng suất pháp và ứng suất tiếp cực đại trên dầm có mặt cắt ngang hình chữ nhật bxh (H. 7.19)

Cho biết: q = 12 kN/m , l = 4 m; h = 27 cm, b = 18 cm; ứng suất cho phép $[\sigma] = 1{,}1$ kN/cm^2, $[\tau] = 0{,}22$ kN/cm^2.



Giải.

Mômen cực đại ở giữa dầm:

$$M_{\max} = \frac{ql^2}{8} = \frac{12 \times 4 \times 4 \times 10^2}{8} = 2400 \text{ kNcm}$$

http://www.ebook.edu.vn

Lực cắt cực đại ở hai gối tựa:

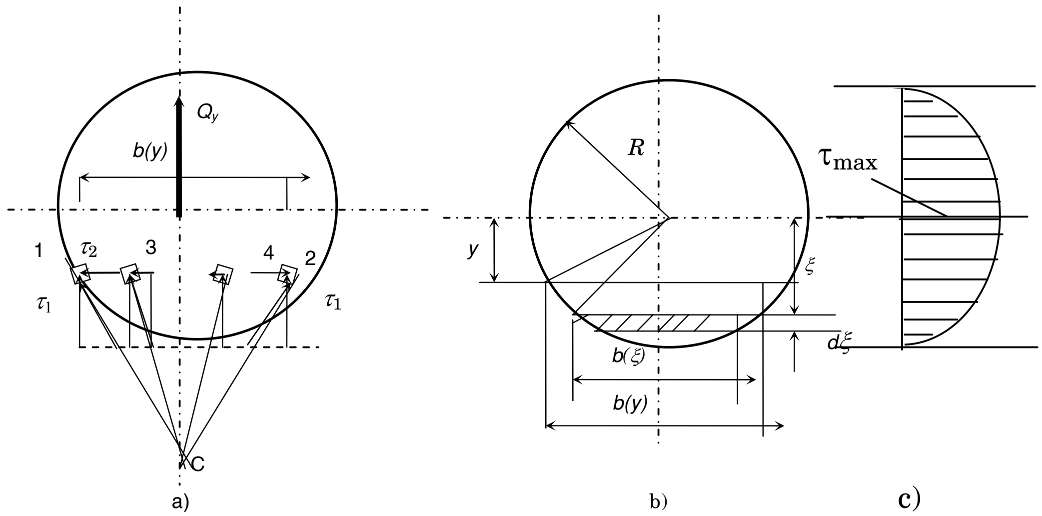
$$Q_{\max} = \frac{ql}{2} = \frac{12 \times 4}{2} = 24 \text{ kN}$$

Ứng suất cực đại:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W} = \frac{2400 \times 6}{18 \times 27^2} = 1{,}095 \text{kN/cm}^2 < 1{,}1 \text{kN/cm}^2$$

$$\tau_{\max} = \frac{3Q_{\max}}{2bh} = \frac{3 \times 24}{2 \times 18 \times 27} = 0{,}075 \text{ kN/cm}^2 < 0{,}22 \text{ kN/cm}^2$$ **H.7.19**

+ Mặt cắt ngang hình tròn và hình vành khăn (H.7.20)



H.7.20. Ứng suất tiếp trên mặt cắt ngang hình tròn

Khi dầm có mặt cắt ngang là hình tròn, ứng suất tiếp trên mặt cắt ngang không còn song song với lực cắt nữa. Nếu không có lực tác dụng trên mặt ngoài của dầm, ứng suất tiếp trên hai diện tích vi phân tại các điểm 1 và 2 trên vùng sát chu vi của mặt cắt ngang phải hướng theo phương tiếp tuyến với chu vi này (H.7.20a).

Các tiếp tuyến này có phương đồng quy tại điểm C trên phương tác dụng của lực cắt. Bởi vì lực cắt Q_y là hợp của các ứng suất tiếp (H.7.20), nên các ứng suất tiếp tại các diện tích vi phân tại 3 và 4 có cùng khoảng cách *y* tới trục trung hòa sẽ có phương đi ngang điểm C.

Mỗi ứng suất tiếp này có thể phân thành hai thành phần: thành phần thẳng đứng τ_1, và nằm ngang τ_2. Các thành phần nằm ngang tác dụng trên hai phần trái và phải sẽ tự cân bằng nhau do tính đối xứng, trong khi các thành phần thẳng đứng hợp lại thành lực cắt Q_y.

 http://www.ebook.edu.vn

Như vậy, trong dầm có mặt cắt ngang tròn, thành phần τ_1 sẽ đóng vai trò của τ trong dầm có mặt cắt ngang hình chữ nhật.

Mômen tĩnh của phần diện tích giới hạn bởi biên dưới mặt cắt ngang và mặt cắt song song với mặt trung hòa ở khoảng cách *y* từ trục trung hòa *x* cho bởi:

$$S_x^c = \int_{F_c} \xi dF = \int_{F_c} \xi b(\xi) d\xi \qquad \text{(j)}$$

ta có: $$b^c = b(\xi) = 2\sqrt{R^2 - y^2} \qquad \text{(k)}$$

trong đó: *R* - là bán kính của hình tròn mặt cắt ngang.

Do vậy: $$S_x^c = \int_y^r 2\sqrt{R^2 - y^2}\xi . d\xi = \frac{2}{3}\left(R^2 - y^2\right)^{3/2} \qquad \text{(l)}$$

và thành phần ứng suất tiếp theo phương thẳng đứng có trị số:

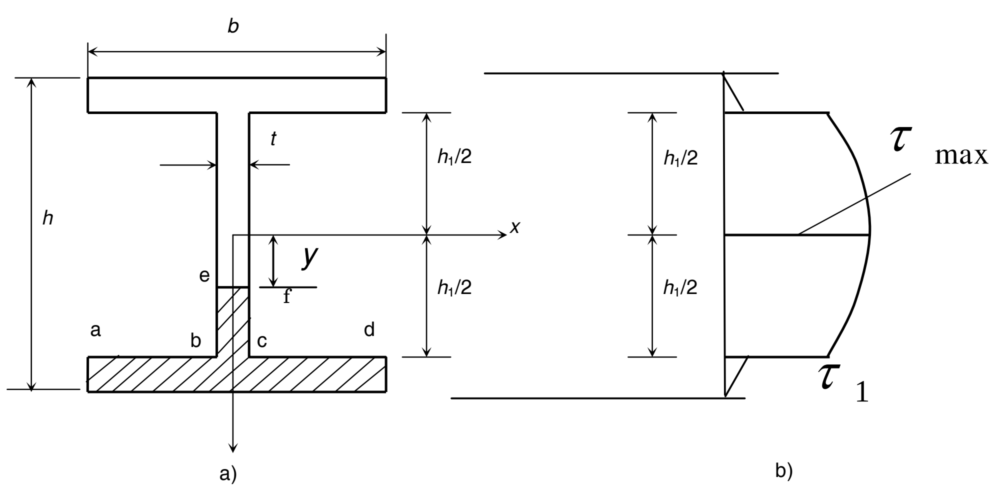
$$\tau_{zy} = \frac{4}{3}\frac{Q_y}{F}\left(1 - \frac{y^2}{R^2}\right) \qquad (7.14)$$

τ_{zy} = 0 khi $y = \pm h/2$ (các điểm ở biên trên, dưới của mặt cắt)

$\tau_{zy} = \tau_{max}$ khi y= 0 (các điểm trên trục trung hòa):

$$\tau_{max} = \frac{4}{3}\frac{Q_y}{F} \qquad (7.15)$$,(F:diện tích hình tròn)

+ Mặt cắt ngang hình chữ I, hay chữ T



H.7.17. Ứng suất tiếp trong lòng của dầm chữ I

Các mặt cắt ngang chữ I hay chữ **T** được xem như cấu tạo bởi các hình chữ nhật ghép nên với mức độ chính xác nhất định, các công thức dùng cho dầm mặt cắt ngang chữ nhật cũng dùng được cho các loại mặt cắt này. Ứng suất tiếp được tính bằng công thức Zhuravski : $\tau = \dfrac{Q_y S_x^c}{I_x b^c}$

♦ τ_{zy} **trong bản bụng:** Xét điểm có tung độ y (H.7.21a)

b^c chính là bề rộng bản bụng: $b^c = d$

S_x^c là mômen tĩnh của phần diện tích gạch chéo dưới mức ef đối với trục trung hòa *x*. S_x^c có thể tính bằng mômen tĩnh của nửa hình I (trong bảng ghi là S_x) trừ mômen tĩnh của phần diện tích (y x d)

$$S_x^c = S_x - (d \times y \times \frac{y}{2}) \qquad \text{(o)}$$

⇒ Ứng suất tiếp τ_{zy} trong bản bụng của dầm chữ I là

$$\tau_{zy} = \frac{Q_y}{J_x d}\left[S_x - (d \times \frac{y^2}{2})\right] \qquad \text{(p)}$$

(p) chỉ rằng ứng suất tiếp trong bản bụng của dầm chữ **I** biến thiên theo quy luật parabol dọc theo chiều cao của dầm.

$\tau_{zy} = \tau_{max}$ khi y = 0 (các điểm trên trục trung hòa):

$$\tau_{max} = \frac{Q_y}{J_x d} S_x \qquad (7.17)$$

$\tau_{zy} = \tau_1$ khi $y = \dfrac{h}{2} - t = h_1$ (điểm tiếp giáp giữa bụng và cánh). τ_1 khá lớn

và:
$$\tau_1 = \frac{Q_y}{J_x d}\left(S_x - d \times \frac{h_1^2}{2}\right) \qquad (7.18)$$

♦ τ_{zy} **trong bản cánh:** Xét một điểm trong bản cánh, bề rộng cắt $b^c = b$ khá lớn so với d, nên τ_{zy} trong cánh bé, có thể bỏ qua (H.7.21)

♦ τ_{zx} **trong bản cánh:** Xét một điểm trong cánh (H7.21), $b^c = t$

$$S_x^c = t \times \left(\frac{b}{2} - x\right) \times \left(\frac{h}{2} - \frac{t}{2}\right)$$

⇒
$$\tau_{zx} = \frac{Q_y \times \left(\dfrac{b}{2} - x\right) \times \left(\dfrac{h}{2} - \dfrac{t}{2}\right)}{J_x} \qquad (7.19)$$

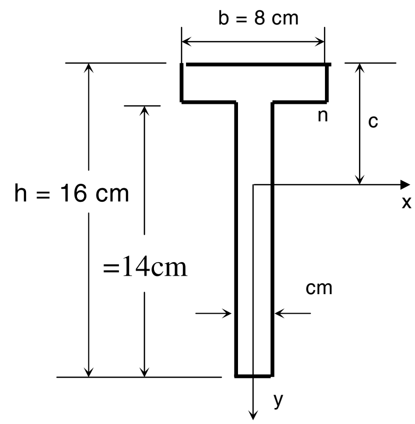
Ứng suất tiếp τ_{zx} phân bố bậc nhất theo x , biểu đồ phân bố như H.7.21

Thí dụ 7.5 Tính ứng suất tiếp ở các điểm trên trục trung hoà trong thân của dầm chữ **T** có mặt cắt ngang như trên H.7.22 . Cho b = 8 cm, d = 2 cm, h = 16 cm, h_1 = 14 cm, và Q = 20 kN.

Giải

Khoảng cách *c* tới trọng tâm của mặt cắt ngang được xác định bởi:

$$c = \frac{8\times 2\times 1 + 14\times 2\times 9}{8\times 2 + 14\times 2} = 6{,}09\,cm$$



H.7.22

Mômen quán tính J_x của mặt cắt ngang:

$$J_x = \frac{8\times 2^3}{12} + 8\times 2\times (6{,}09-1)^2 + \frac{2\times 14^3}{12} + 14\times 2\times (9-6{,}09)^2$$
$$= 1144{,}3 cm^4$$

+ Ứng suất tiếp ở các điểm trên trục trung hòa:

b_c = 2 cm

Mômen tĩnh của phần diện tích dưới trục trung hòa đối với trục này là:

$$S_x^c = \frac{2\times(16-6{,}09)^2}{2} = 98{,}208 \quad \text{cm}^3 \quad \Rightarrow \quad \tau_{\max} = \frac{20\times 98{,}208}{1144{,}3\times 2} = 0{,}858 \ \text{kN/cm}^2$$

+ Ứng suất tiếp ở các điểm tiếp giáp cánh và bụng : b_c = 2 cm

$$S_x^c = 2\times 8\times(6{,}09-1) = 81{,}44 \ \text{cm}^3 \quad \Rightarrow \quad \tau_1 = \frac{20\times 81{,}44}{1144{,}3\times 2} = 0{,}712 \ \text{kN/cm}^2$$

7.4 KIỂM TRA BỀN DẦM CHỊU UỐN NGANG PHẲNG

Trên mặt cắt ngang của dầm chịu uốn ngang phẳng có 2 ứng suất:

- Ứng suất pháp σ_z do mômen uốn M_x gây ra.
- Ứng suất tiếp τ_{zy} do lực cắt Q_y gây ra.

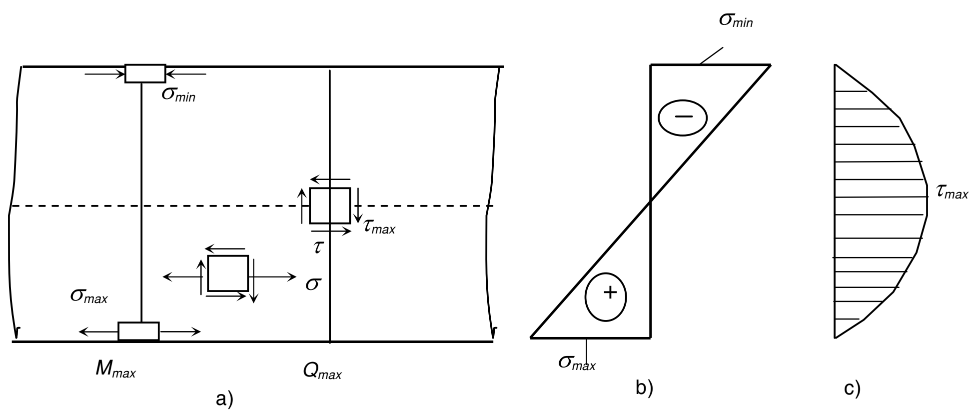
Biểu đồ phân bố ứng suất pháp và ứng suất tiếp theo chiều cao của mặt cắt ngang hình chữ nhật (H.7.23b,c), ta thấy có ba loại phân tố ở trạng thái ứng suất khác nhau (H.7.23a):

- Những điểm ở biên trên và dưới τ = 0, chỉ có $\sigma_z \neq$ 0 nên trạng thái ứng suất của các phân tố ở những điểm này là **trạng thái ứng suất đơn**

- Những điểm nằm trên trục trung hòa σ_a = 0, chỉ có $\tau\max$ nên trạng thái ứng suất của những phân tố ở những điểm này là **trượt thuần túy.**

 http://www.ebook.edu.vn

- Các điểm khác, $\sigma_z \neq 0$ và $\tau_{zy} \neq 0$, nên chúng ở **trạng thái ứng suất phẳng đặt biệt.**



H. 7.23 a) Các phân tố ở trạng thái ứng suất khác nhau
b) Sự phân bố ứng suất pháp; c) Sự phân bố ứng suất tiếp

⇒ Khi kiểm tra bền toàn dầm, phải bảo đảm mọi phân tố đều thỏa điều kiện bền. (đủ 3 điều kiện bền)

a) Phân tố ở trạng thái ứng suất đơn (những điểm ở trên biên trên và dưới của dầm), xét tại mặt cắt có $|M|_{\max}$ và sử dụng thuyết bền ứng suất pháp lớn nhất ta có:

+ Dầm làm bằng vật liệu dẻo, $[\sigma_k] = [\sigma_n] = [\sigma]$, điều kiện bền:

$$\max|\sigma| \leq [\sigma] \qquad (7.20)$$

+ Dầm làm bằng vật liệu dòn, $[\sigma_k] \neq [\sigma_n]$, điều kiện bền :

$$\begin{aligned} \sigma_{\max} &\leq [\sigma_k] \\ |\sigma_{\min}| &\leq [\sigma_n] \end{aligned} \qquad (7.21)$$

b) Phân tố ở trạng thái ứng suất trượt thuần túy (những điểm nằm trên trục trung hòa), xét tại mặt cắt có $|Q_y|_{\max}$ ta có $\tau_{\max} = \dfrac{|Q_y^{\max}|.S_x}{J_x.b^c} \leq [\tau]$

+ Dầm bằng vật liệu dẻo:

Theo thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất (TB 3): $\tau_{\max} \leq [\tau] = \dfrac{[\sigma]}{2}$ (7.22)

Theo thuyết bền thế năng biến đổi hình dáng (TB 4):

$$\tau_{max} \le [\tau] = \frac{[\sigma]}{\sqrt{3}} \qquad (7.23)$$

+ Dầm bằng vật liệu dòn: sử dụng thuyết bền Mohr (TB 5):

$$\tau_{max} \le [\tau] = \frac{[\sigma]}{1+m} \qquad (7.24)$$

trong đó: $$m = \frac{[\sigma_k]}{[\sigma_n]} \qquad (7.25)$$

c) Phân tố ở trạng thái ứng suất phẳng đặc biệt:

-Xét tại mặt cắt có mômen uốn M_x và lực cắt Q_y cùng lớn,(có thể nhiều mặt cắt).

-Chọn điểm nguy hiểm trên mặt cắt để có σ_z và τ_{zy} tương đối lớn (chỉ cần kiểm tra tại những nơi nguy hiểm như nơi tiếp giáp giữa lòng và đế của mặt cắt chữ I, chữ **C…**)chỗ thay đổi tiết diện. Các ứng suất của phân tố này được tính bởi các công thức quen thuộc:

$$\sigma_z = \frac{M_x}{J_x} y \quad \text{và} \quad \tau_{zy} = \frac{Q_y S_x^c}{J_x b^c}$$

-Tính ứng suất chính của phân tố. $\sigma_{1,3} = \frac{\sigma}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$

Điều kiện bền (chương 5):

+ Dầm làm bằng vật liệu dẻo:

Theo TB 3: (7.26) $\sigma_{t3} = |\sigma_1 - \sigma_3| = \sqrt{\sigma_z^2 + 4\tau_{zy}^2} \le [\sigma]$

Theo TB 4: $\sigma_{t4} = \sqrt{\sigma_z^2 + 3\tau_{zy}^2} \le [\sigma]$ (7.27)

+ Dầm làm bằng vật liệu dòn: Dùng TB 5

$$\sigma_{t5} = \frac{1-m}{2}\sigma_z + \frac{1+m}{2}\sqrt{\sigma_z^2 + 4\tau_{zy}^2} \le [\sigma] \qquad (7.28)$$

Từ đây cũng có **ba bài toán cơ bản:**

Bài toán cơ bản 1: Kiểm tra bền

Bài toán cơ bản 2: Chọn kích thước mặt cắt ngang

Dựa vào điều kiện bền của phân tố ở **trạng thái ứng suất đơn** để chọn sơ bộ kích thước mặt cắt ngang dầm. Sau đó, tiến hành kiểm tra bền đối với các phân tố ở trạng thái ứng suất khác . Nếu không đạt thì thay đổi kích thước mặt cắt ngang.

Bài toán cơ bản 3: Định tải trọng cho phép.

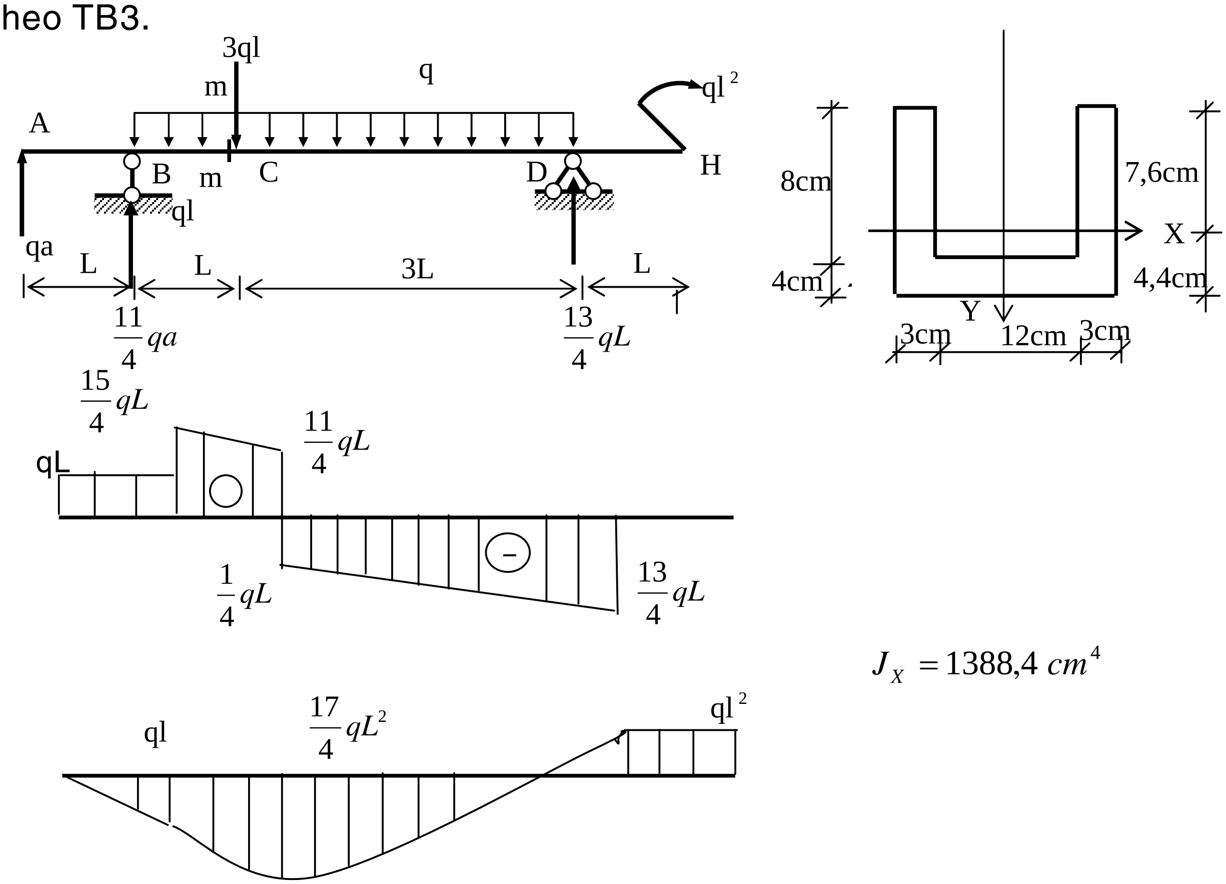
Từ điều kiện bền của phân tố ở **trạng thái ứng suất đơn**, xác định sơ bộ tải trọng cho phép sau đó tiến hành kiểm tra bền các phân tố còn lại

Thí dụ 7.9 Cho dầm có mặt cắt ngang và chịu lực như hình vẽ.

1/ Vẽ biểu đồ M_x và Q_y.

2/ Tính ứng suất pháp và ứng suất tiếp lớn nhất tại mặt cắt m-m (bên trái c).

3/Tính ứng suất chính tại điểm K(mặt cắt tiếp giáp lòng và đế)mặt m-m, Theo TB3.



$J_X = 1388{,}4\ cm^4$

Tại mặt cắt m-m cónội lực : $M_x = \frac{17}{4} qa^2 = \frac{17}{4} \times 10 \times 1 \times 1 = 42{,}5 kN - m$

$$Q_y = \frac{11}{4} qL = \frac{11}{4} \times 10 \times 1 = 27{,}5 kN$$

$$y^k_{\max} = 4{,}4,\ cm, y^n_{\max} = 7{,}6 cm$$

$$\sigma^{\max}_{m-m} = \left| \frac{M_x}{J_x} \right| y^k_{\max} = \frac{4250}{1388{,}4} \times 4{,}4 = 13{,}47 kN / cm^2$$

$$\sigma_{m-m}^{\min} = -\left|\frac{M_x}{J_x}\right| y_{\max}^{n} = -\frac{4250}{1388,4}\times 7,6 = -23,26 kN/cm^2$$

$$\tau^{m-m}{}_{\max} = \frac{Q_y S_x^c}{J_x b^c} = 0,572 kN/cm^2$$, với $$S_X^C = \left(2(3\times 7,6\times\frac{7,6}{2})\right) = 173,28 cm^3$$

Tính ứng suất chính tại K.

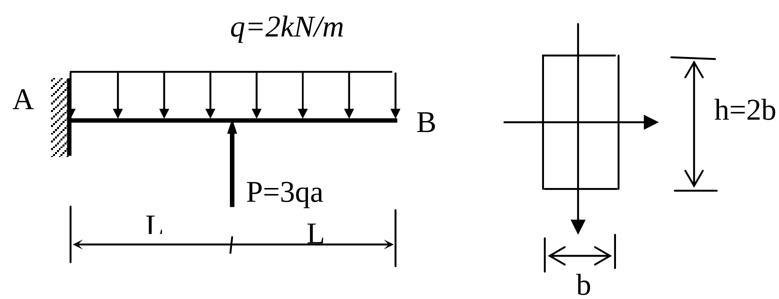
$$\tau_k = \frac{27,5\times 158,4}{1388,4\times 18} = 0,174 cm^2, \qquad S_x^c\left(18\times 4\times 2,2 cm^3\right) = 158,4 cm^3$$

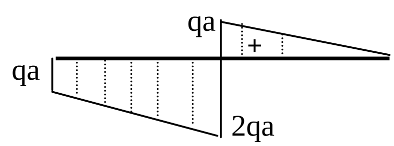
$$\sigma^k{}_z = \frac{4250}{1388,4}\times\left(4,4-4\right) = 1,22 \text{ kN/cm}^2$$

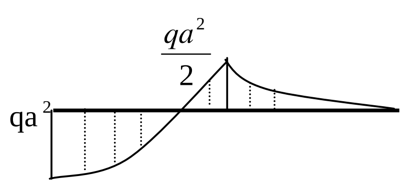
Theo thuyết bền 3:

$$\sigma_{t3} = \sqrt{\sigma_K^2 + 4\tau_K^2} = \sqrt{(1,22)^2 + 4(0,74)}^2 = 2,22 kN/cm^2$$

Thí dụ 7.6 Xác định kích thước mặt cắt ngang hình chữ nhật , cho[σ] = 1 kN/cm^2, L=1m ,h=2b .Tính $\tau_{\max}$



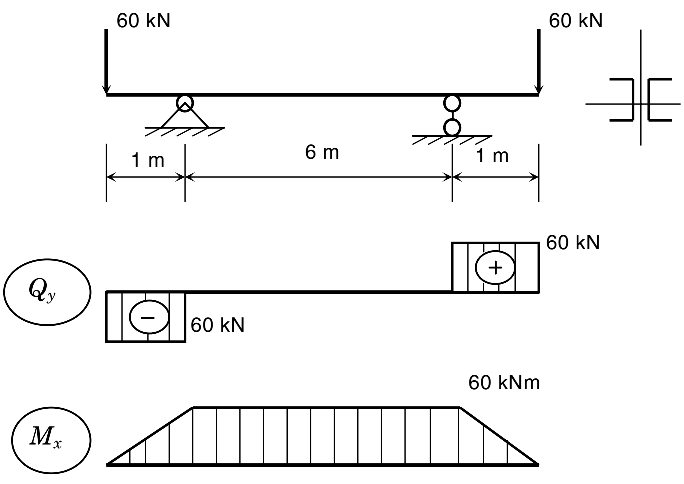




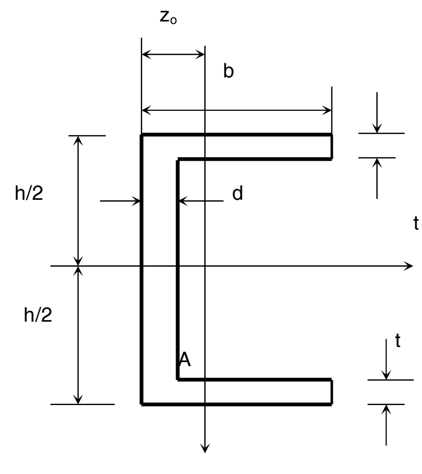
$$\sigma_{\max} = \frac{M_{x,\max}}{W} = \frac{qa^2\times 6}{b\times h^2} = \frac{2\times 1\times 100\times 6}{b\times(2b)^2} \le 1 \qquad \Rightarrow \qquad \text{b=7cm,h=14cm}$$

$$\tau_{\max} = 1{,}5\frac{Q_y}{F} = \frac{1{,}5\times 2qa}{7\times 14} = \frac{1{,}5\times 2\times 2\times 1}{98} = 0{,}06kN/cm^2$$

Thí dụ 7.7 Xác định số hiệu mặt cắt ngang theo yêu cầu độ bền, nếu $[\sigma]$ = 16 kN/cm^2.



H.7.21



H.7.22

Giải.

Mô men uốn cực đại và lực cắt cực đại xảy ra tại cùng một mặt cắt dưới tác dụng của tải trọng:

M_{max} = 60 kNm; Q_{max} = 60 kN

Mô men chống uốn cần thiết là:

$$W_x = \frac{M_{x,\max}}{[\sigma]} = \frac{6000}{16} = 375\text{cm}^3$$

Tra bảng thép hình mặt cắt [□OCT 8240-56 ta chọn 2[22 với:

một [22 có d = 5,3 mm, F = 26,7 cm^2; W_x = 193 cm^2; S_x = 111 cm^3;

J_x = 2120 cm^4; h = 22 cm; t = 0,96 cm; b = 8,2 cm.

Kiểm tra bền thép hình mới chọn:

* Phân tố ở trạng thái ứng suất đơn: đương nhiên thỏa

* Phân tố ở trạng thái ứng suất trượt thuần tuý: tại mặt cắt có:

$Q_{y,max}$ = 60 kN

$$\tau_{\max} = \frac{Q_y S_x^c}{I_x b^c} \quad \text{với} \begin{cases} S_x^c = 2S_x = 2\times 111 \text{ cm}^3 \\ J_x = 2\times 2120 \text{ cm}^4 \\ b^c = 2d = 2\times 0{,}53 \text{ cm} \\ Q_y = 60 \text{ kN} \end{cases}$$

Suy ra: $\tau_{\max} = \dfrac{60\times 2\times 111}{2\times 2120\times 2\times 0{,}53} = 2{,}96 \text{ kN/cm}^2$

Theo thuyết bền ứng suất tiếp cực đại:

$$[\tau] = \frac{[\sigma]}{2} = \frac{16}{2} = 8\text{kN/cm}^2 > \tau_{\max}$$

vậy phân tố này thỏa điều kiện bền.

* Phân tố ở trạng thái ứng suất phẳng đặc biệt: đó là phân tố ở nơi tiếp giáp giữa lòng và đế tại mặt cắt nầy có:

$$\left|M_{x,\max}\right| = 60 \text{ kNm} \quad \text{và} \quad \left|Q_{y,\max}\right| = 60 \text{ kN}$$

$$\left|\sigma_x^A\right| = \frac{6000}{2\times 2120}\times(11-0{,}96) = 14{,}21 \text{ kN/cm}^2$$

$$S_x^c = 2\times 8{,}2\times 0{,}96\times\left(11-\frac{0{,}96}{2}\right) = 165{,}626 \text{ cm}^3$$

$$\left|\tau_A\right| = \frac{60\times 165{,}626}{2\times 2120\times 2\times 0{,}53} = 2{,}21 \text{ kN/cm}^2$$

Theo thuyết bền ứng suất tiếp cực đại:

$$\sigma_{t3} = \sqrt{\sigma_A^2 + 4\tau_A^2} = \sqrt{(14{,}21)^2 + 4(2{,}21)}^{\,2} = 14{,}38 kN/cm^2$$

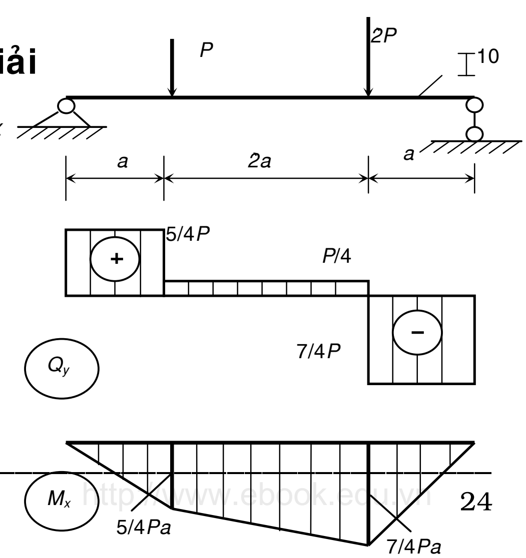
vậy phân tố này thỏa điều kiện bền.

Kết luận: Chọn 2 [22.

Thí dụ 7.8 Xác định tải trọng cho phép [*P*] của dầm cho trên H.7.25.

Cho: a = 80 cm, [σ] = 16 kN/cm^2

Giải



♦ Biểu đồ lực cắt Q_y và mômen uốn M_x (H.7.25). Mặt cắt nguy hiểm có:

$$M_x = \frac{7}{4}Pa \quad \text{và} \quad Q_y = \frac{7}{4}P$$

Mặt cắt **I** 10 có: h = 10 cm; J_x = 198 cm^4

W_x = 39,7cm^3; S_x = 23cm^3 ,

http://www.ebook.edu.vn

d = 0,45 cm; *t* = 0,72 cm; *b* = 5,5 cm

♦ Từ điều kiện bền của phân tố ở TTỨS đơn nguy hiểm ta có:

$$\frac{7Pa}{4W_x} \le [\sigma] \;\Rightarrow\; P \le \frac{4}{7}\frac{[\sigma]W_x}{a} = \frac{4}{7}\times\frac{16\times 39{,}7}{80} = 4{,}537 \text{ kN}$$

Ta chọn [*P*] = 4,53 kN.

♦ Với trị số của *P* đã chọn, ta kiểm tra bền các phân tố còn lại ở TTỨS trượt thuần túy và TTỨS phẳng đặc biệt.

++ Phân tố ở TTỨS trượt thuần túy ; ở trục trung hòa của mặt cắt có:

$$\left|Q_y\right| = \frac{7}{4}P = \frac{7}{4}\times 4{,}53 = 7{,}923 \text{ kN}$$

$$\Rightarrow \quad \tau_{\max} = \frac{7}{4}\times\frac{4{,}53\times 23}{198\times 0{,}45} = 2{,}046 \text{ kN/cm}^2 < [\tau] = \frac{[\sigma]}{2} = 8 \text{ kN/cm}^2$$

$\Rightarrow$ phân tố này thỏa điều kiện bền.

++ Phân tố ở TTỨS phẳng đặc biệt; ở nơi tiếp giáp giữa lòng và đế tại mặt cắt có:

$$M_x = \frac{7}{4}Pa = \frac{7}{4}\times 4{,}53\times 0{,}8 = 6{,}342 \text{ kNm} \quad \text{và} \quad Q_y = \frac{7}{4}P = 7{,}923 \text{ kN}$$

$$S_x'^c = 5{,}5\times 0{,}72\times\frac{(10-0{,}72)}{2} = 18{,}37 \text{ cm}^3$$

$$\tau_{zy} = \frac{\frac{7}{4}\times 4{,}53\times 18{,}37}{198\times 0{,}45} = 1{,}634 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_z = \frac{634{,}2}{198}\times\left(\frac{10}{2}-0{,}72\right) = 13{,}71 \text{ kN/cm}^2$$

Theo thuyết bền ứng suất tiếp cực đại:

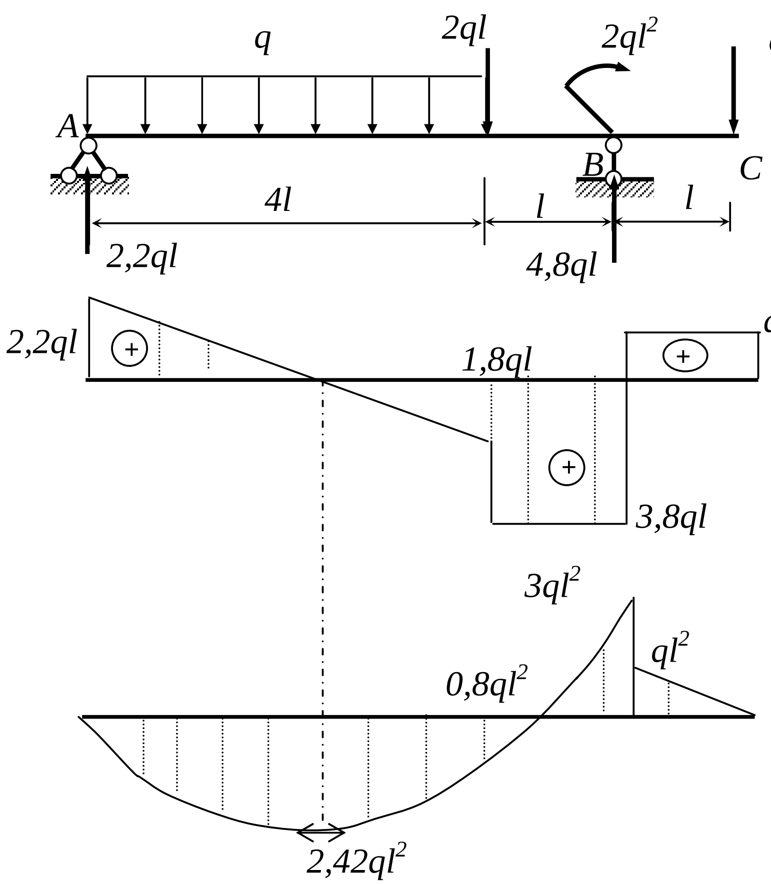
$$\sigma_{t3} = \sqrt{\sigma_z^2 + 4\tau_{zy}^2} = \sqrt{(13{,}71)^2 + 4\times(1{,}634)^2}$$

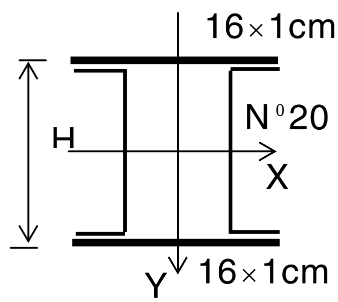
$$= 14{,}09 \text{ kN/cm}^2 < [\sigma] = 16 \text{ kN/cm}^2$$

♦ **Kết luận:** Tải trọng cho phép [*P*] = 4,53 kN

Thí dụ 7.10:Cho dầm ABC chịu lực như hình vẽ .

Định [q] cho[σ] = 16 kN/cm^{2}. [τ]=9kN/cm^2





h=20cm,b=0,76cm

d =0,72cm,t=0,9cm

J_X=1520cm^4 ,W_X=152cm^3

S_X=87,8cm^3,

Tính: $$J_X = 2\left(\frac{16 \times 13^{3}}{12} + (10{,}5)^2 \times 16 \times 1\right) + 2J_x = 6570\ cm^4$$

$$Max\left|\sigma_z\right| = \frac{\left|M_x^{\max}\right|}{W_x} \le [\sigma]$$, với $$W_x = \frac{J_X}{\frac{H}{2}} = \frac{6570}{11} = 597{,}3cm^3$$

$\Rightarrow \quad [q] \leq \frac{[\sigma]\times W_x}{3l^2} = \frac{16\times 597,3}{3(1,5)^2} = 14,2 kN/m$, với $\quad \left| M_x^{\max} \right| = 3ql^2$

Kiểm tra lại ứng suất tiếp với q vừa tìm.

$\tau_{\max} = \frac{Q_y S_x^c}{J_x b^c} = 4,07 kN/cm^2 \leq [\tau]$, với

$$S_x^c = 2S_x + (16\times 1\times 10,5)\ \text{cm}^3$$
$$J_x = 6570\ \text{cm}^4, l = 1,5m$$
$$b^c = 2d = 2\times 0,52\ \text{cm}$$
$$\text{Q}_\text{y} = 3,8\text{ql} = 3,8\times 14,2\times 1,5 = 80,94\text{kN}$$

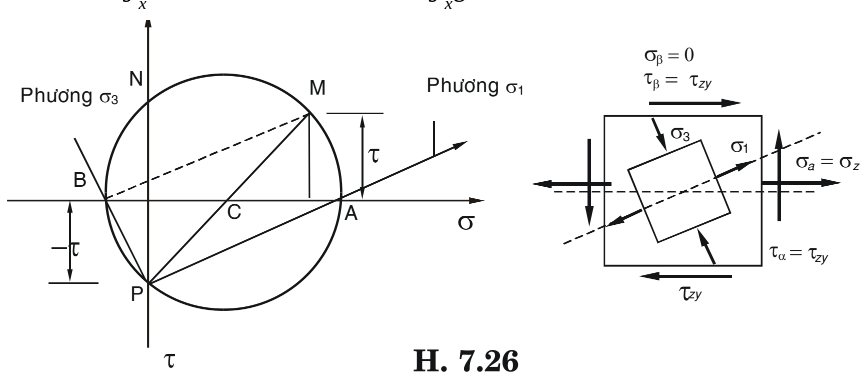
http://www.ebook.edu.vn

7.5 QUĨ ĐẠO ỨNG SUẤT CHÍNH

Trong phần bên trên chúng ta chỉ mới xác định trị số của ứng suất chính đối với một phân tố bất kỳ mà chưa đề cập đến phương của chúng. Những kết quả đạt được khá tốt đối với vật liệu có ứng suất cho phép khi kéo và khi nén là như nhau. Tuy nhiên, đối với các vật liệu như bê tông cốt thép, việc xác định phương của ứng suất chính tại mọi điểm rất cần thiết, để từ đó có thể đặt cốt thép gia cường theo các phương này.

Ta có thể xác định phương của ứng suất chính thông qua vòng tròn Mohr. Giả sử σ_α và τ_α là các thành phần ứng suất pháp và ứng suất tiếp trên mặt phẳng vuông góc với trục dầm và có trị số dương:

$$\sigma_\alpha = +\sigma_z = \frac{M_x}{J_x} y \quad \text{và} \quad \tau_\alpha = +\tau_{zy} = \frac{Q_y S_x^c}{J_x b^c}$$



H. 7.26

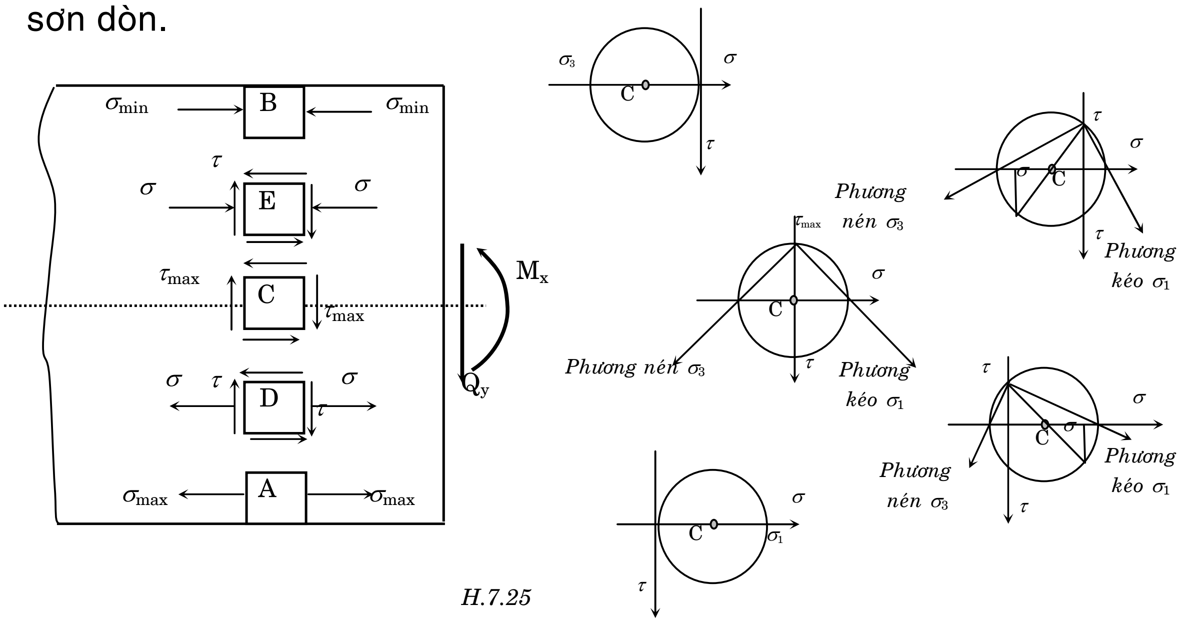
Sau khi vẽ vòng tròn Mohr ứng suất chúng ta nhận thấy phương chính là phương nối từ điểm cực P$(0,+\tau_{zy})$ với hai điểm A và B ở hai đầu đường kính của vòng tròn Mohr: PA chỉ phương ứng suất chính σ_1, còn PB chỉ phương ứng suất chính σ_3.

H.7.26 cho thấy, các vòng tròn Mohr ứng suất và các phương chính tại nhiều điểm khác nhau trên mặt cắt ngang. Ta giả sử rằng mômen uốn và lực cắt tại một mặt cắt mang dấu dương. Ứng suất chính thay đổi với biên mặt cắt ngang. Gần những biên, một trong các ứng suất chính bằng không, trong khi ứng suất chính kia có phương song song với trục dầm; còn ở trục trung hoà, các ứng suất chính có phương hợp với trục dầm một góc 45^o.

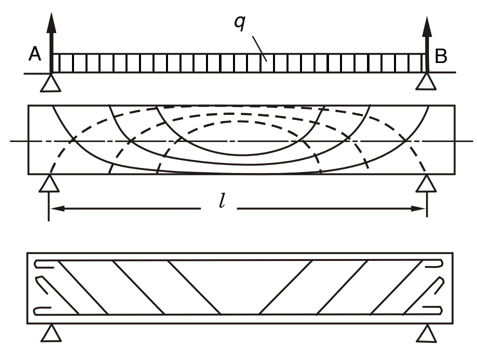
Bằng phương pháp tương tự, ta có thể xác định được phương của ứng suất chính ở nhiều điểm trên dầm (H.7.27) Ta vẽ các đường cong có tiếp tuyến là phương của ứng suất chính và gọi các đường đó là quỹ đạo ứng suất chính của dầm chịu uốn. Các quỹ đạo này hợp thành hai họ đường cong vuông góc nhau, một họ là quỹ đạo ứng suất kéo và một họ là quỹ đạo ứng suất nén. Các phương của ứng suất chính tùy thuộc vào loại tải trọng và điều kiện biên của dầm.

Trên H.7.28, quỹ đạo ứng suất kéo được biểu diễn bằng đường nét đậm còn quỹ đạo ứng suất nén biểu diễn bằng đường nét đứt.

Người ta thường dùng các phương pháp thực nghiệm để xác định quỹ đạo ứng suất chính như phương pháp quang đàn hồi, phương pháp dùng sơn dòn.



H.7.25



H. 7.28. Quỹ đạo ứng suất chính của dầm tựa đơn chịu tải phân bố đều

7.6 THẾ NĂNG BIẾN DẠNG ĐÀN HỒI CỦA DẦM CHỊU UỐN PHẲNG

Trong chương TRẠNG THÁI ỨNG SUẤT, ta đã có công thức tính thế năng riêng biến dạng đàn hồi của một phân tố là:

$$u = \frac{U}{V} = \frac{1}{2E}\left[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)\right] \quad (7.29)$$

Trường hợp dầm chịu uốn ngang phẳng, trạng thái ứng suất của phân tố là phẳng nên một thành phần ứng suất chính bằng không, σ_2 chẳng hạn, khi đó biểu thức của thế năng riêng biến dạng đàn hồi có dạng:

$$u = \frac{dU}{dV} = \frac{1}{2E}\left[\sigma_1^2 + \sigma_3^2 - 2\mu\sigma_1\sigma_3\right] \quad (7.30)$$

trong đó: σ_1 và σ_3 là các ứng suất chính được suy từ σ_z và τ_{zy} theo công thức:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_z}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_z}{2}\right)^2 + \tau_{zy}^2} \quad (7.31)$$

$$\sigma_3 = \frac{\sigma_z}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_z}{2}\right)^2 + \tau_{zy}^2} \quad (7.32)$$

thay vào (7.30) $\Rightarrow$

$$u = \frac{1}{2E}\left\{2\left(\frac{\sigma_z}{2}\right)^2 + 2\left[\left(\frac{\sigma_z}{2}\right)^2 + \tau_{zy}^2\right] - 2\mu\left[\left(\frac{\sigma_z}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sigma_z}{2}\right)^2 - \tau_{zy}^2\right]\right\}$$

rút gọn ta được:

$$u = \frac{\sigma_z^2}{2E} + \frac{\tau_{zy}^2}{2} \cdot \frac{2(1+\mu)}{E} \quad (7.33)$$

Ngoài ra, giữa các hằng số của vật liệu *E, G,* μ tồn tại hệ thức sau:

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)} \quad (7.34)$$

thay vào (7.33) và rút gọn, cuối cùng ta được:

$$u = \frac{\sigma_z^2}{2E} + \frac{\tau_{zy}^2}{2G} \quad (7.35)$$

thay biểu thức của σ_z và τ_{zy} bằng (7.2) và (7.11) ta được:

$$u = \frac{M_x^2}{2EJ_x^2}y^2 + \frac{Q_y^2\left(S_x^c\right)^2}{2GJ_x^2\left(b^c\right)^2} \quad (7.36)$$

Thế năng biến dạng đàn hồi trong một đoạn thanh *dz* là:

$$dU = \int udz.dF = dz\int_F udF = dz\left[\int_F\left(\frac{M_x^{\ 2}}{2EJ_x^{\ 2}}y^2 + \frac{Q_y^2\cdot\left(S_x^c\right)^2}{2GJ_x^2\left(b^c\right)^2}\right)dF\right] \quad \text{(a)}$$

với: $\int_F y^2 dF = J_x$ và nếu ta ký hiệu:

$$\frac{F}{J_x^2}\int_F \frac{\left(S_x^c\right)^2}{\left(b^c\right)^2}dF = \eta \quad \text{(b)}$$

ta được: $dU = \dfrac{M_x^{\ 2}}{2EJ_x}dz + \eta\dfrac{Q_y^{\ 2}}{2GF}dz$ (c)

Do đó, thế năng biến dạng đàn hồi trong cả thanh với chiều dài L là:

$$U = \int_o^L \frac{M_x^{\ 2}}{2EJ_x}dz + \int_o^L \eta\frac{Q_y^{\ 2}}{2GF}dz \quad (7.37)$$

Với thanh có độ cứng thay đổi từng đoạn hay luật biến thiên của M_x và Q_y thay đổi từng đoạn thanh, công thức trên có thể rút gọn lại:

$$U = \sum_{i=1}^{n}\int_0^{L_i}\frac{M_x^{\ 2}}{2EJ_x}dz + \sum_{i=1}^{n}\int_0^{L_i}\eta\frac{Q_y^{\ 2}}{2GF}dz \quad (7.38)$$

trong đó: L_i - chiều dài mỗi đoạn thanh, n - số đoạn thanh

η – hệ số điều chỉnh sự phân bố không đều của ứng suất tiếp.

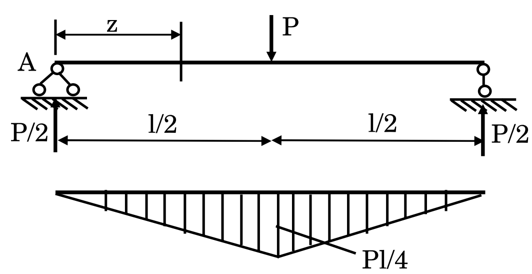
Bằng cách áp dụng công thức tính η ta có thể tính được hệ số này đối với một số tiết diện thông thường

- Mặt cắt ngang hình chữ nhật: $\eta = 1,2$
- Mặt cắt ngang hình tròn: $\eta = 10/9$
- Mặt cắt ngang chữ I: $\eta = F/F_{lòng}$

trong đó: F - là diện tích toàn bộ mặt cắt.

$F_{lòng}$ là diện tích phần lòng (phần bản bụng) của chữ I.

7.7 DẦM CHỐNG UỐN ĐỀU



H. 7.29

Trong trường hợp dầm có mặt cắt ngang không đổi, ta đã chọn kích thước của theo mặt cắt có mô men uốn lớn nhất. Cách sử dụng vật liệu như vậy chưa hợp lý vì khi ứng suất tại những điểm nguy hiểm trên mặt cắt có mô men uốn lớn nhất đạt đến trị số ứng suất cho phép thì ứng suất tại những điểm nguy hiểm trên các mặt cắt khác còn nhỏ hơn rất nhiều so với ứng suất cho phép. Như vậy ta chưa sử dụng hết khả năng chịu lực của vật liệu ở các mặt cắt khác. Để tiết kiệm được vật liệu ta phải tìm hình dáng hợp lý của dầm sao cho ứng suất tại những điểm nguy hiểm trên mọi mặt cắt ngang đều cùng đạt đến giá trị ứng suất cho phép. Dầm có hình dáng như vậy gọi là **dầm chống uốn đều**.

Ta xét vài thí dụ cụ thể sau đây.

Giả sử, ta có dầm chịu lực như trên hình vẽ (H.7.29), mô men uốn M_x và lực cắt Q_y trên mặt cắt 1-1 nào đó cách gối tựa A bên trái một khoảng cách có trị số là:

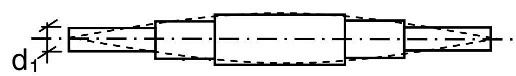
$$\begin{cases} M_x = \dfrac{p}{2} z \\ Q_y = \dfrac{p}{2} \end{cases}$$

Giả thiết mặt cắt ngang có hình dáng là một hình tròn. Như vậy trị số ứng suất pháp lớn nhất trên mặt cắt được tính với công thức:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{P.z}{0{,}1d^3}$$

Với điều kiện ứng suất cực đại trên mọi mặt cắt cùng đạt tới trị số ứng suất cho phép $[\sigma]$, ta tìm được luật biến thiên của đường kính d theo biến số z như sau:

$$d = \sqrt[3]{\frac{p.z}{0{,}1[\sigma]}}$$



H. 7.30

Như vậy hình dáng của thanh phải có dạng đường nét đứt như trên hình vẽ (H. 7.30).

Ta thấy tại hai đầu mút, mặt cắt có diện tích bằng không, điều đó hoàn toàn phù hợp với điều kiện biến thiên của mô men uốn, vì tại đó mô men uốn bằng không. Song, như vậy không thoả mản điều kiện bền của lực cắt Q_y. Quả vậy, trên mọi mặt cắt của dầm ta đều có một trị số lực cắt $Q_y = \frac{P}{2}$ và lực cắt đó sinh ra ứng suất tiếp lớn nhất $\tau_{\max} = \frac{4}{3}\frac{Q_y}{F}$. Vì thế diện tích của mặt cắt cần phải đủ để chịu cắt. Do đó phải chọn đường kính với điều kiện:

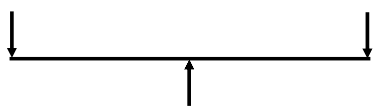
$$\tau_{\max} = \frac{4}{3}\frac{Q_y}{F} \le [\tau]$$

⇔ đường kính có trị số bé nhất cũng phải là:

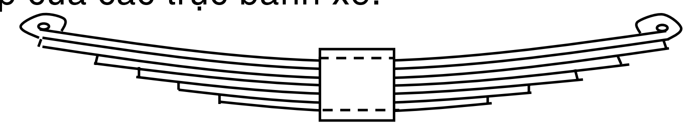
$$d = d_1 = \sqrt[2]{\frac{4}{3}\frac{Q_y}{[\tau].\pi}} \qquad \text{(b)}$$

Vì điều kiện chế tạo, rất khó gia công để thanh có thể có hình dáng đường cong được biểu diễn theo biểu thức (a), nên trong thực tế người ta thường làm các trục hình bậc, nghĩa là đường kính của các mặt cắt thay đổi từng đoạn một, gần sát với đường chống uốn đều (H. 7.31).

Các lò xo có sơ đồ chịu lực như (H.7.31), thường được ghép bởi các lá thép như (H.7.32). Các lá thép được ghép theo hình dáng của dầm chống uốn đều, hình dáng đó làm lò xo có trọng lượng nhỏ và chuyển vị lớn. Loại lò xo này thường dùng làm díp của các trục bánh xe.

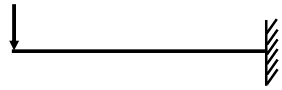


H. 7.31

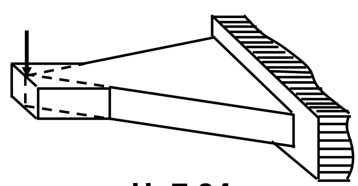


H. 7.32

Đối với dầm có sơ đồ chịu lực như (H.7.33), nếu chiều cao của dầm không đổi thì dầm chống uốn đều có hình dáng như trên (H. 7.34). Mặt cắt ở đầu tự do có diện tích khác không vì dầm còn chịu lực cắt. Diện tích đó được xác định tuỳ theo trị số của lực cắt.



H. 7.33



H. 7.34

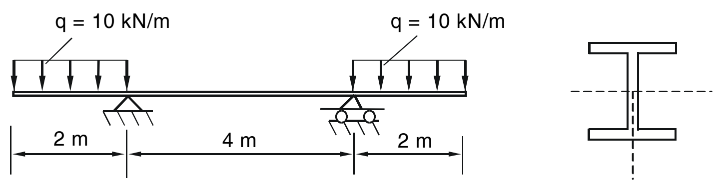
 http://www.ebook.edu.vn

BÀI TẬP CHƯƠNG 7

7.1 Xác định chiều dài nhịp lớn nhất cho dầm tựa đơn có mặt cắt ngang hình chữ nhật (140 mm × 240 mm) chịu tác dụng của tải phân bố đều cường độ q = 6,5 kN/m nếu ứng suất cho phép là 8,2 MPa (trọng lượng của dầm đã kể trong q.

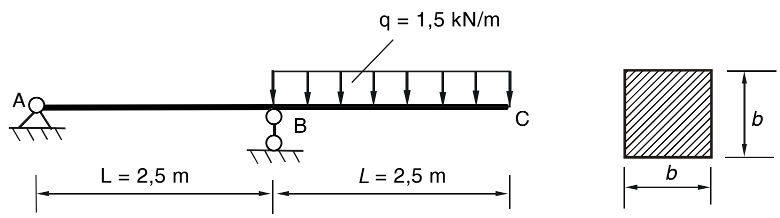
Trả lời: 3,68 m

7.2 Một dầm thép mặt cắt ngang hình chữ I tựa đơn và có hai đầu mút thừa như trên H.7.2. Dầm chịu tác dụng của lực phân bố đều cường độ q = 10 kN/m ở mỗi đầu mút thừa. Giả sử mặt cắt ngang chữ I có số hiệu 16 có mômen chống uốn (hay suất tiết diện) là 109 cm^3. Xác định ứng suất pháp cực đại trong dầm do uốn, σ_{max} do q.



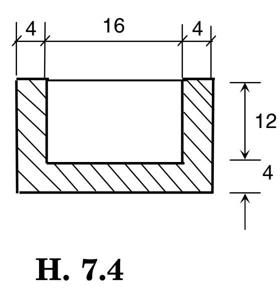
H 7.2

7.3 Một dầm bằng gỗ ABC có mặt cắt ngang hình vuông cạnh b, tựa đơn tại A và B chịu tải trọng phân bố đều q = 1,5 kN/m trên phần mút thừa BC (H.7.3). Tính cạnh của hình vuông b, giả sử chiều dài nhịp L = 2,5 m và ứng suất cho phép [σ] = 12 MPa. Hãy kể đến trọng lượng riêng của dầm biết rằng trọng lượng riêng của gỗ là γ = 5,5 kN/m^3.



H. 7.3

7.4 Một máng nước có mặt cắt ngang như H.7.4. Máng đặt lên hai cột cách nhau 6 m. Vật liệu làm máng có trọng lượng riêng γ = 18 kN/m^3. Hỏi khi chứa đầy nước thì ứng suất pháp và ứng suất tiếp cực đại là bao nhiêu?



H. 7.4