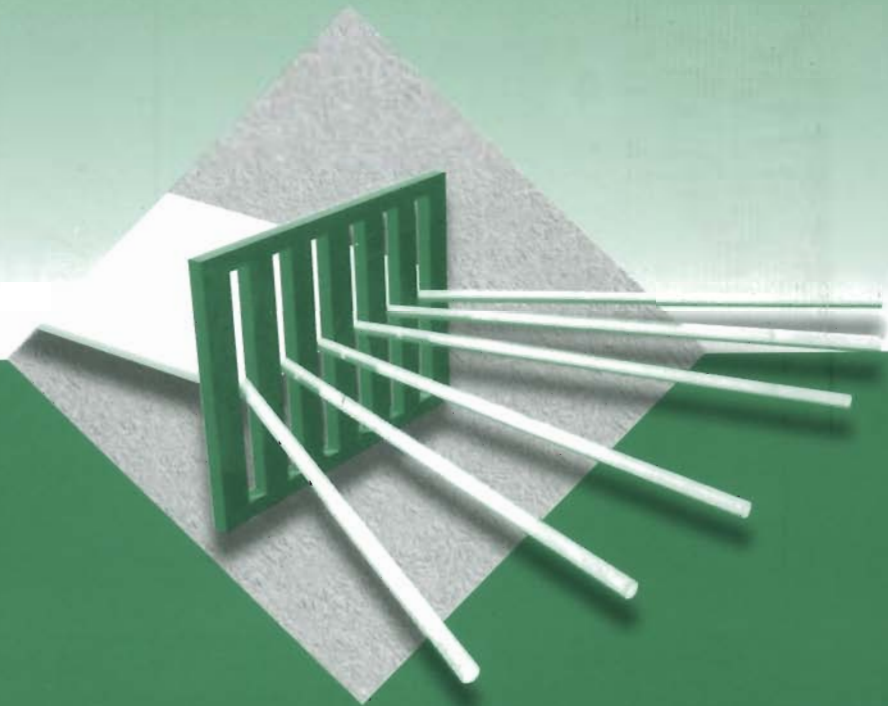




# Quang học sóng



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC



HACHETTE  
*Supérieur*

"Cuốn sách này được xuất bản trong khuôn khổ Chương trình Đào tạo Kỹ sư Chất lượng cao tại Việt Nam, với sự trợ giúp của Bộ phận Văn hóa và Hợp tác của Đại Sứ quán Pháp tại nước Cộng hòa Xã hội Chủ nghĩa Việt Nam".

*"Cet ouvrage, publié dans le cadre du Programme de Formation d'Ingénieurs d'Excellence au Vietnam bénéficie du soutien du Service Culturel et de Coopération de l'Ambassade de France en République socialiste du Vietnam".*

*Chịu trách nhiệm xuất bản:*  
Chủ tịch HĐQT kiêm Tổng Giám đốc NGÔ TRẦN ÁI  
Phó Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập NGUYỄN QUÝ THAO

*Biên tập nội dung :*

LÊ HÙNG

*Trình bày bìa :*

LÊ HOÀNG HẢI

*Sửa bản in :*

PHẠM THỊ NGỌC THẮNG

*Chế bản :*

ĐOÀN VIỆT QUÂN

# Quang học sóng

(Tái bản lần thứ nhất)

Chủ biên :

JEAN - MARIE BRÉBEC

Giáo sư giảng dạy các lớp dự bị đại học  
trường Lixé Saint - Louis ở Paris

JEAN - NOËL BRIFFAUT

Giáo sư giảng dạy các lớp dự bị đại học  
trường Lixé Descartes ở Tours

PHILIPPE DENÈVE

Giáo sư giảng dạy các lớp dự bị đại học  
trường Lixé Henri - Wallon ở Valenciennes

THIERRY DESMARAIS

Giáo sư giảng dạy các lớp dự bị đại học  
trường Lixé Vaugelas ở Chambéry

ALAIN FAVIER

Giáo sư giảng dạy các lớp dự bị đại học  
trường Lixé Champollion ở Grenoble

MARC MÉNÉTRIER

Giáo sư giảng dạy các lớp dự bị đại học  
trường Lixé Thiers ở Marseilles

BRUNO NOËL

Giáo sư giảng dạy các lớp dự bị đại học  
trường Lixé Champollion ở Grenoble

CLAUDE ORSINI

Giáo sư giảng dạy các lớp dự bị đại học  
trường Lixé Dumont - d'Urville ở Toulon

Người dịch : PHÙNG QUỐC BẢO

**Năm thứ hai**

**PC - PC\***

**PSI-PSI\***

**NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC**

# Optique ondulatoire

sous la direction de

JEAN - MARIE BRÉBEC

Professeur en Classes Préparatoires  
au Lycée Saint - Louis à Paris

PHILIPPE DENÈVE

Professeur en Classes Préparatoires  
au Lycée Henri - Wallon à Valenciennes

THIERRY DESMARAIS

Professeur en Classes Préparatoires  
au Lycée Vaugelas à Chambéry

ALAIN FAVIER

Professeur en Classes Préparatoires  
au Lycée Champollion à Grenoble

MARC MÉNÉTRIER

Professeur en Classes Préparatoires  
au Lycée Thiers à Marseilles

BRUNO NOËL

Professeur en Classes Préparatoires  
au Lycée Champollion à Grenoble

CLAUDE ORSINI

Professeur en Classes Préparatoires  
au Lycée Dumont - d'Urville à Toulon

**2<sup>de</sup> année**

**PC - PC\***

**PSI-PSI\***



**HACHETTE**  
*Supérieur*

# Lời nói đầu

Bộ sách này viết theo chương trình mới của các lớp dự bị đại học, bắt đầu áp dụng vào dịp khai trường tháng 9/1995 đối với các lớp năm thứ nhất MPSI, PCSI và PTSI, và khai trường tháng 9/1996 đối với các lớp năm thứ hai MP, PC, PSI.

Phù hợp với tinh thần của chương trình mới, bộ sách này đề xuất một sự đổi mới trong việc giảng dạy các môn vật lí và hóa học ở các lớp dự bị.

- Trái với truyền thống đã ăn sâu bén rễ, theo nó thì vật lí học bị hạ xuống hàng một sản phẩm phụ của toán học, các hiện tượng chỉ được khảo sát ở khía cạnh tính toán, các tác giả đã tìm cách đặt toán học vào vị trí đúng của nó, dành ưu tiên cho sự suy nghĩ và biện luận vật lí, và nhấn mạnh các tham số có ý nghĩa và các quan hệ gần bó chúng với nhau.

- Vật lí học là một khoa học thực nghiệm và phải được giảng dạy với tư cách là như vậy. Các tác giả đã đặc biệt chăm lo việc mô tả các thiết bị thí nghiệm, mà không coi nhẹ khía cạnh thực hành. Mong rằng sự cố gắng của họ sẽ thúc đẩy các giáo sư và các học sinh nâng cao các hoạt động thực nghiệm, hoặc thúc đẩy họ thực hiện các hoạt động đó, chúng bao giờ cũng có tác dụng đào tạo rất lớn.

- Vật lí học không phải là một môn khoa học tách rời thực tế, chỉ chăm lo những tư liệu không liên quan đến thực tế công nghệ. Mỗi khi đề tài cho phép, các tác giả đã dành một vị trí rộng rãi cho các ứng dụng khoa học hoặc công nghệ, nhằm gây hứng thú cho các nhà nghiên cứu và các kĩ sư tương lai.

- Vật lí học không phải là một môn khoa học cách li và bất biến, nó là sản phẩm của một thời đại và không tự tách khỏi phạm vi hoạt động của con người. Các tác giả đã không coi nhẹ sự viện dẫn về lịch sử các khoa học để mô tả sự tiến triển của các mô hình lí thuyết, cũng như để đặt lại các thí nghiệm vào đúng ngữ cảnh của chúng.

Nhóm tác giả do Jean-Marie BRÉBEC điều phối, bao gồm những giáo sư các lớp dự bị rất có kinh nghiệm, nắm được một thực tiễn lâu dài về các kì thi tuyển sinh vào các trường đại học, và có uy tín khoa học được mọi người công nhận. Nhóm tác giả này đã giữ quan hệ chặt chẽ với các tác giả của bộ sách của DURANDEAU và DURUPHY viết cho các lớp cấp hai các trường trung học. Như vậy các sách cho các lớp dự bị tiếp nối một cách hoàn hảo các sách cho các lớp trung học, về hình thức cũng như về tinh thần.

Chắc chắn rằng các sách này là những công cụ hữu ích đối với sinh viên để luyện thi có hiệu quả, cũng như để thu nhận được một trình độ khoa học vững chắc.

J.P. DURANDEAU

Nhiều ảnh chụp, hình mô phỏng và sơ đồ minh họa là ưu thế của cuốn sách giáo khoa này. Nhờ đó mà các khái niệm quan trọng được trình bày một cách giản dị. Các đặc trưng của nguồn sáng và đầu thu (xem chương 1) cho phép đề cập đến những hiện tượng giao thoa nằm trong hai nhóm: giao thoa do chia mặt sóng (điển hình là hai khe YOUNG) và giao thoa do chia biên độ (điển hình là giao thoa kế MICHELSON). Sau khi được nghiên cứu trong ánh sáng đơn sắc, các hiện tượng giao thoa hai sóng này được khảo sát trong ánh sáng không đơn sắc. Tiếp theo, cuốn sách này trình bày hiện tượng nhiễu xạ cùng với tất cả các hệ quả của nó. Ba chương cuối cùng là các bài thực tập về:

- Giao thoa kế MICHELSON: Các quy trình điều chỉnh và thao tác được nói đến trong bài cho phép làm chủ được thiết bị này.

- Máy quang phổ cách tử: các đặc trưng và tính chất cơ bản của cách tử được khảo sát và đo đạc.

- Nghiên cứu sự phân cực của ánh sáng: việc sử dụng các kính phân cực và bản làm chậm pha ( $\frac{\lambda}{2}$  và  $\frac{\lambda}{4}$ ) cho phép tạo ra và phân tích ánh sáng phân cực.

# Mục lục

<i>Lời nói đầu</i> .....	5
<i>Mục lục</i> .....	6
<b>1</b> Sóng ánh sáng .....	7
<b>2</b> Đại cương về giao thoa trong quang học .....	37
<b>3</b> Giao thoa do chia mặt sóng .....	53
<b>4</b> Giao thoa do chia biên độ .....	85
<b>5</b> Giao thoa hai sóng trong ánh sáng không đơn sắc .....	125
<b>6</b> Nhiễu xạ của sóng ánh sáng .....	151
<b>7</b> Giáo trình thực tập: Giao thoa kế MICHELSON.....	197
<b>8</b> Giáo trình thực tập: Máy quang phổ cách tử .....	225
<b>9</b> Giáo trình thực tập: Nghiên cứu sự phân cực của sóng ánh sáng .....	245
<i>Phụ lục 1</i> : Phép biến đổi FOURIER .....	283
<i>Phụ lục 2</i> : Giao thoa kế MICHELSON, kiểu Mich-2 (SOPRA) .....	286

# SÓNG ÁNH SÁNG



## Mở đầu

*Mặc dù ánh sáng được cấu tạo từ những sóng điện từ nhưng quang học không đơn giản là một ngành của điện từ học.*

*Tần số sóng ánh sáng, bản chất của nguồn sáng cũng như của các đầu thu ánh sáng là đối tượng của một môn học hoàn toàn độc lập với những phương pháp riêng của mình.*

*Chương này trình bày về sóng ánh sáng và những công cụ cần thiết để nghiên cứu chúng dựa trên những vấn đề thực nghiệm. Những vật nào phát xạ ánh sáng và hơn thế nữa là làm thế nào mà chúng ta cảm nhận được ánh sáng?*

## M Ụ C T I Ê U

- Những khái niệm cơ bản về các đặc trưng của nguồn sáng và đầu thu ánh sáng.
- Cấu trúc của sóng ánh sáng.
- Những khái niệm biên độ và cường độ.
- Xác định pha của sóng đơn sắc.
- Quang lộ.

---

## ĐIỀU CẦN BIẾT TRƯỚC

- Biểu diễn phức của hàm sin động
- Các định luật SNELL-DESCARTES và khái niệm tương điểm.



# 1 Một vài thí nghiệm

## 1.1. Mô hình quang hình học

Sự phản xạ của gương, sự chiếu phim đèn chiếu, sự nhìn của mắt là những hiện tượng quang học quen thuộc. Để mô tả những hiện tượng này, chúng ta chỉ cần biểu diễn ánh sáng bằng những tia sáng tuân theo các định luật SNELL-DESCARTES. Đó là mô hình quang hình học (xem H-prépa, Quang học năm thứ nhất) mà dưới đây chúng ta sẽ nhắc lại những điểm chủ yếu.

- Ánh sáng truyền theo những quỹ đạo được gọi là những tia sáng.
  - Những môi trường trong suốt được đặc trưng bằng chiết suất  $n$  của nó. Chiết suất này có thể phụ thuộc vào màu sắc của ánh sáng.
  - Trong môi trường đồng chất, các tia sáng là những đường thẳng. Tại mặt phân cách giữa hai môi trường, một tia sáng tới có thể cho một tia truyền qua (tia khúc xạ) và một tia phản xạ. Phương truyền của những tia này liên hệ với nhau theo các định luật SNELL-DESCARTES (h. 1a).
  - Khi hai chùm sáng cùng chiếu vào một vật, công suất ánh sáng mà vật nhận được sẽ bằng tổng các công suất của từng chùm sáng riêng biệt.
- Tuy nhiên, trong một số trường hợp, mô hình quang hình học tỏ ra khiếm khuyết.

## 1.2. Màu sắc của các bản mỏng

Đôi khi chúng ta gặp những bản trong suốt có độ dày nhỏ hơn  $1\mu\text{m}$ : bột xà phòng (h. 1b), văng dầu trên mặt nước, vệt chất tẩy rửa trên mặt kính v.v... Khi được chiếu bằng ánh sáng tự nhiên (ánh sáng trắng), những bản mỏng này phản xạ ánh sáng có màu sắc tùy thuộc vào độ dày của bản. Hiệu ứng này không thể được giải thích theo mô hình quang hình học: chẳng phải do sự biến thiên của chiết suất theo màu sắc mà cũng chẳng phải do sự hấp thụ một số màu sắc của các phân tử trong bản. Để giải thích đúng đắn những quan sát thực nghiệm này, chúng ta cần phải coi ánh sáng như một sóng, nghĩa là như một đại lượng dao động theo thời gian và theo vị trí trong không gian.

## 1.3. Nhiễu xạ ánh sáng

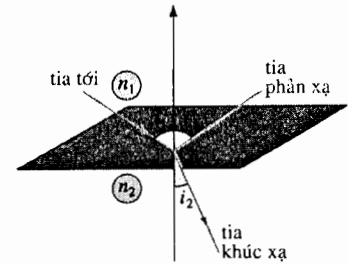
Ban đêm khi nhìn một vật sáng qua một tấm lưới có mắt lưới dạng chữ nhật, chúng ta sẽ thấy ảnh của vật sáng có thêm những vệt sáng theo phương vuông góc với các sợi của tấm lưới (h.2).

Không thể có một sự giải thích quang hình học thoả đáng; nguyên lí về sự truyền thẳng của ánh sáng trong môi trường đồng chất không còn đúng nữa ở những kích thước nhỏ của mắt lưới và chúng ta chỉ có thể giải thích hiện tượng nhiễu xạ này bằng cách xem ánh sáng là một sóng.

## 1.4. Phản xạ trên mặt đĩa CD

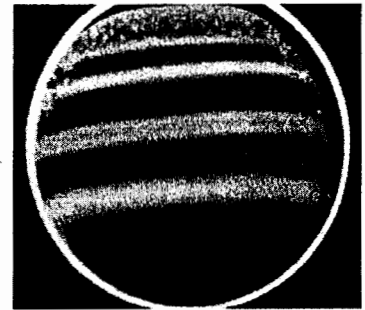
Ánh sáng phản xạ trên mặt đĩa CD có màu sắc cầu vồng: ánh sáng trắng tới mặt đĩa bị phân tích giống như khi nó đi qua lăng kính nhưng sự tán sắc ở đây mạnh hơn và nguyên nhân tán sắc cũng khác.

Ánh sáng phản xạ trên bề mặt của đĩa CD trên đó những thông tin được mã hóa dưới dạng thành những khắc dọc theo những đường song song với nhau. Các định luật quang hình học về phản xạ ánh sáng không đề cập đến sự làm lệch chùm sáng do phản xạ phụ thuộc màu sắc của ánh sáng tới. Một lần nữa, chỉ có mô hình sóng của ánh sáng mới giúp chúng ta hiểu được hiện tượng này.



Hình 1a. Các định luật SNELL-DESCARTES:

- Mặt phẳng tới được xác định bởi tia tới và pháp tuyến của một lưỡng chất.
- Tia phản xạ và tia khúc xạ đều nằm trong mặt phẳng tới.
- Định luật phản xạ:  $i_1 = r_1$ .
- Định luật khúc xạ:  $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$ .



Hình 1b. Màng bong bóng xà phòng.



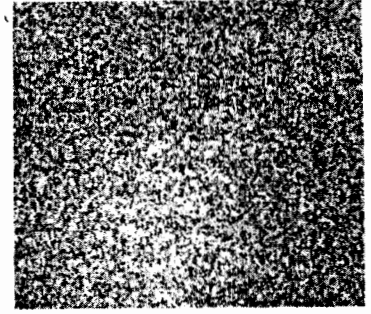
Hình 2. Ngọn đèn khi nhìn qua tấm lưới: ánh sáng đèn bị nhiễu xạ bởi tấm lưới.

## 1.5. Một vài thí nghiệm với laser

• Khi chiếu ánh sáng phát ra từ một laser vào một tờ giấy trắng. Chúng ta sẽ thấy trên tờ giấy có những đốm sáng và xen kẽ là những đốm tối hơn (*h.3*). Hiện tượng này, được gọi là speckle; đặc trưng của ánh sáng laser và hoàn toàn không phải do sự không đồng nhất của chùm tia: vị trí và kích thước của các đốm phụ thuộc vào dụng cụ quan sát và hình ảnh nhìn bằng mắt này không thấy được trên ảnh chụp.

• Tiếp theo chúng ta chiếu chùm sáng laser qua một lỗ tròn nhỏ lên màn quan sát. Chùm nào đường kính  $D$  của lỗ tròn còn lớn hơn 1mm thì vết sáng trên màn vẫn gần như là một điểm. Sau đó, nếu ta giảm dần bán kính lỗ, vết sáng trên màn bị nhòe rộng ra và trở thành một hệ vân tròn đồng tâm có độ sáng giảm dần từ tâm ra ngoài (*h.4*).

Đây là một hiện tượng  *nhiễu xạ* , gây ra do bản chất sóng của ánh sáng.



**Hình 3.** Speckle. Ảnh speckle chụp được ở trên màn khi chiếu chùm laser qua một tấm kính mờ.

# 2 Sóng

## 2.1. Các ví dụ

### 2.1.1. Sóng nước

Một viên sỏi rơi xuống điểm  $O$  trên mặt nước phẳng lặng. Mặt nước bị chấn động, có xu hướng lấy lại dạng cân bằng của mình và do đó dao động.

Sự biến dạng mặt nước, không định xứ ở điểm chấn động mà dần dần lan ra toàn mặt nước. Một *sóng* biến dạng  $h(M,t)$  được truyền đi trên mặt nước (*h.5*).

Chùm nào sóng này chưa gặp vật cản thì các đường “đẳng hướng” còn là những đường tròn đồng tâm.

Chúng ta đặt một thiết bị thu (ở đây là một cái phao nhỏ) tại điểm  $M$  trên mặt nước. Nếu cái phao này bắt đầu chuyển động thì ta có thể suy ra rằng trên đó đã có một chấn động (sự rơi của viên sỏi) xảy ra ở cách  $M$  một khoảng nào đó.

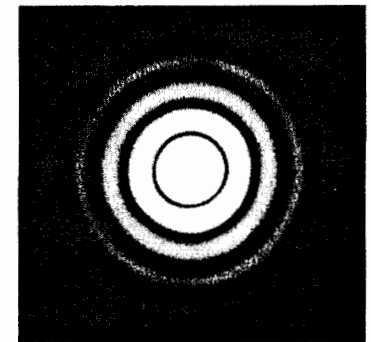
Hơn nữa, thiết bị thu ban đầu đứng yên nay đã nhận được năng lượng. Như vậy sóng truyền đi mang theo cả thông tin lẫn năng lượng.

### 2.1.2. Sóng âm

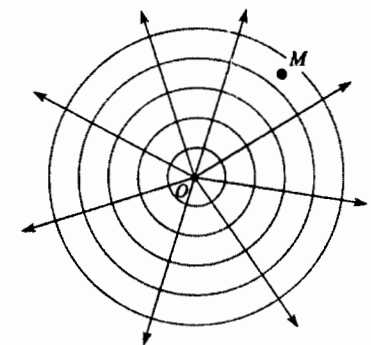
Âm thanh được gây ra do sự lan truyền của áp suất dư trong không khí. Đặc tính dao động của âm thanh được cảm nhận rõ rệt nếu ta đặt tay lên màng loa đang hoạt động hoặc cổ họng khi nói. Âm thanh được đặc trưng bởi cường độ, cao độ và âm sắc của nó.

Cao độ phụ thuộc vào tần số dao động âm thanh, còn âm sắc của nó phụ thuộc vào dạng hàm tuần hoàn mô tả dao động của áp suất dư.

Điều này được kiểm chứng dễ dàng bằng cách cho dao động của máy phát âm tần ra loa: âm phát ra, với một tần số xác định, có cùng cao độ (ví dụ nốt La 3 của quãng tám thứ nhất có tần số 440 Hz) nhưng sẽ có âm sắc khác nhau nếu máy phát cho dao động hình sin, dạng xung vuông hay dạng xung răng cưa.



**Hình 4.** Nhiễu xạ qua một lỗ tròn: hình quan sát được trên màn khi chiếu chùm laser qua một lỗ tròn.



**Hình 5.** Các sóng bề mặt. Tác động của viên sỏi tại  $O$  gây ra một sóng biến dạng mặt nước. Một lúc sau, sóng này được thu nhận tại  $M$ . Chùm nào sóng không gặp vật cản, các đường “đẳng hướng” đều là những đường tròn.

## 2.2. Sự truyền tín hiệu

### 2.2.1. Khoảng thời gian truyền và vận tốc truyền

Trong các hiện tượng sóng có một đại lượng vật lí mà ta gọi là *tín hiệu* được truyền dần dần từ *nguồn* ra xa.

Sự truyền tín hiệu này xảy ra trong một khoảng thời gian hữu hạn theo những đường truyền được gọi là *các tia*.

Chúng ta hãy theo dõi sóng gợn ra do việc sỏi rơi trên mặt nước. Nó là sóng tròn và đỉnh sóng nằm trên một đường tròn có bán kính  $\rho$  phụ thuộc vào khoảng thời gian  $t$  trôi qua kể từ khi viên sỏi rơi gây chấn động. Các đường truyền tương thích với tính đối xứng tròn là nửa đường thẳng phát xuất từ điểm rơi của viên sỏi. Chúng ta có thể đưa thêm vào đại lượng vận tốc truyền

$$v = \frac{d\rho}{dt}, \text{ ngoài những đại lượng trên.}$$

Đối với sóng âm, các đường truyền sóng âm trong một chất lỏng đồng chất là những đường thẳng, vận tốc truyền âm là hữu hạn có thể được nhận thấy nếu như nguồn âm ở cách xa. Chúng ta nghe thấy sấm sau khi đã nhìn thấy chớp và mọi người đều biết phương pháp xác định khoảng cách đến vị trí của sét:

$$\text{Khoảng cách} = \text{Khoảng thời gian (tính bằng giây)} \times 340\text{m.}$$

### 2.2.2. Sóng phẳng

Như vậy một sóng được đặc trưng bằng một tín hiệu phụ thuộc vào vị trí  $M$  tại thời điểm  $t$ :

$$s(M, t) \text{ hay trong hệ tọa độ Descartes } s(x, y, z, t).$$

Một sóng được gọi là sóng *phẳng* nếu như nó chỉ phụ thuộc vào một tọa độ Descartes không gian.

Như vậy  $s(M, t) = s(z, t)$  là biểu thức của sóng phẳng.

Trong trường hợp này,  $s(M, t)$  là như nhau trên toàn mặt phẳng vuông góc với trục  $(Oz)$ . Do vậy, nó có tên là sóng phẳng.

Mô hình sóng đơn giản này chỉ là gần đúng bởi vì nó ngầm định rằng hiện tượng sóng lan truyền ra vô cùng. Tuy nhiên, trong một miền không gian  $\mathcal{D}$  hữu hạn ở xa nguồn, mô hình gần đúng này là hoàn toàn có thể áp dụng được (h.6).

Hơn nữa sóng phẳng còn là một sóng chạy vì tín hiệu được truyền đi theo một chiều xác định. Trong gần đúng bậc nhất, sóng âm ở xa các vật cản phát ra từ một cái loa gần như là một sóng phẳng chạy. Khi tới gần một bức tường cứng, sóng âm này không còn là sóng chạy nữa do hiện tượng phản xạ hay còn gọi là sự vang dội hay tiếng vang (h.7).

### 2.2.3. Sự truyền không biến dạng của sóng phẳng chạy

Giả sử  $s(z, t)$  là một tín hiệu truyền dọc theo chiều dương của trục  $z$  với vận tốc không đổi  $v$ . Thời gian để sóng truyền tính từ điểm  $z = 0$  là  $\tau(z) = \frac{z}{v}$  và do đó:

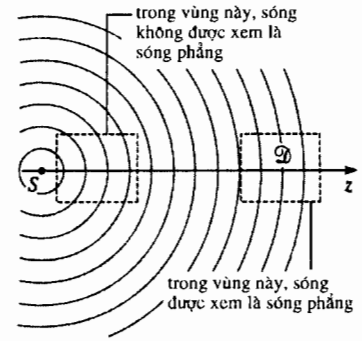
$$s(z, t) = s(0, t - \tau(z)), \text{ hay } s(z, t) = s\left(0, t - \frac{z}{v}\right) \text{ (h.8).}$$

Tín hiệu này được biểu diễn bằng hàm một biến sau:

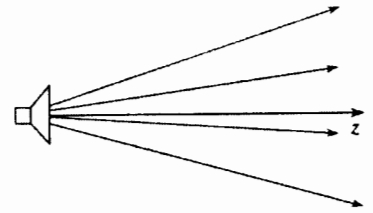
$$s(z, t) = f(u) \text{ với } u = t - \frac{z}{v} \text{ và } f(u) = s(0, u).$$

### 2.2.4. Trường hợp sóng chạy, phẳng, đơn sắc

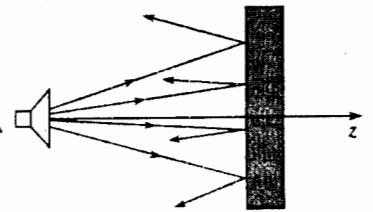
Sóng  $s(M, t)$  được gọi là *đơn sắc* nếu  $s(M, t)$  là một hàm sin động theo thời gian tại mọi điểm cố định  $M$ .



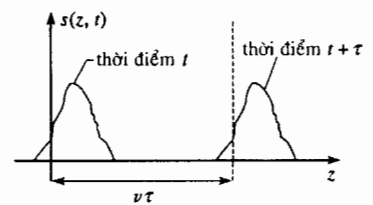
**Hình 6.** Sóng gần như phẳng: trong miền  $\mathcal{D}$ , tín hiệu sóng gần như đều trên toàn mặt phẳng vuông góc với trục  $(Oz)$ .



**Hình 7a.** Trường hợp sóng âm là sóng chạy.



**Hình 7b.** Trường hợp sóng âm không phải là sóng chạy.



**Hình 8.** Sự truyền không biến dạng.

Do đó, sóng chạy, phẳng đơn sắc truyền không biến dạng theo chiều dương của trục  $z$  sẽ có dạng:

$$s(M, t) = s_m \cos\left(\omega t - \frac{\omega}{v}z + \varphi_0\right)$$

ở đây  $s_m$  là biên độ của sóng,  $\omega$  là mạch số,  $v = \frac{\omega}{2\pi}$  là tần số sóng và  $\varphi_0$  là

pha của sóng tại gốc tọa độ (xem *H-Prépa, Sóng, năm thứ hai*).

Bước sóng  $\lambda$  là chu kì trong không gian của hàm  $s(z, t)$ . Dịch chuyển một khoảng  $\lambda$  theo phương  $(Oz)$  tương ứng với một sự biến đổi pha bằng  $2\pi$ , hay

$$\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{2\pi v}{\omega}.$$

- Đặt  $k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{\lambda}$ .

Khi đó  $s(z, t) = s_m \cos(\omega t - kz + \varphi_0)$ .

• Chúng ta cũng có thể biểu diễn sóng này bằng ảnh phức của hàm sin:

$$s(M, t) = \Re(\underline{s}) \text{ với } \underline{s} = \underline{s}_0 \exp\left[i\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}z\right)\right] \text{ và } \underline{s}_0 = s_m \exp(i\varphi_0).$$

$\underline{s}$  được gọi là *biên độ phức* của sóng.

• Chúng ta có thể không cần sử dụng một hệ quy chiếu gắn với một hệ tọa độ bằng cách đưa vào vectơ sóng  $\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda}\vec{e}_z$  và vectơ vị trí  $\vec{r} = \overline{OM}$ . Khi đó:

$$\underline{s} = \underline{s}_0 \exp[i(\omega t - kz)] = \underline{s}_0 \exp[i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})].$$

• Các mặt đẳng pha (hay mặt sóng) là những mặt phẳng trực giao với vectơ sóng  $\vec{k}$  (h.9).

Một tín hiệu truyền với vận tốc không đổi  $v$  dọc theo chiều dương của trục  $(Oz)$  sẽ tạo thành một sóng chạy, đơn sắc với tần số  $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$  nếu như nó có dạng:

$$s(M, t) = s_m \cos\left(\omega t - \frac{\omega}{v}z + \varphi_0\right).$$

Bước sóng  $\lambda$  trong môi trường là chu kì trong không gian của sóng tại thời điểm  $t$  cố định, nghĩa là  $\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{2\pi v}{\omega}$ .

Tổng quát hơn, sóng đơn sắc là phẳng nếu như các mặt đẳng pha là những mặt phẳng trực giao với phương truyền có vectơ đơn vị  $\vec{u}$  không đổi.

Nếu  $\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda}\vec{u}$  là vectơ sóng thì sóng chạy, đơn sắc có biểu thức phức là:

$$\underline{s} = \underline{s}_0 \exp[i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})].$$

Nhận xét:

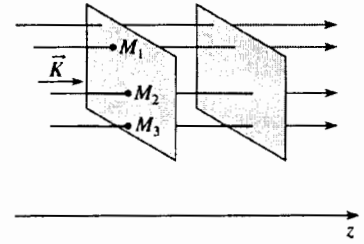
• Thuật ngữ “đơn sắc” được lấy từ trong Quang học. Trong miền sóng ánh sáng khả kiến, mỗi tần số tương ứng với một màu.

• Một sóng hoàn toàn đơn sắc phải lan truyền vô hạn trong không gian và trong thời gian. Các sóng thực tế đều có khởi đầu và kết thúc nên chỉ có thể là gần đơn sắc.

Một sóng bất kì luôn luôn có thể được xem là tổng của nhiều sóng đơn sắc. Chúng ta sẽ đề cập đến nó ở phần cuối của chương. Tính chất này minh chứng cho vị trí ưu tiên của các sóng đơn sắc.

• Sóng đơn sắc cũng có thể được biểu diễn bằng hàm phức sau:

$$\underline{s} = \underline{s}_0 \exp\left[i\left(\frac{2\pi}{\lambda}z - \omega t\right)\right] \text{ với } \underline{s}_0 = s_m \exp(-i\varphi_0).$$



**Hình 9.** Sóng chạy, phẳng, đơn sắc. Tín hiệu  $s$  có pha như nhau tại  $M_1$ ,  $M_2$  và  $M_3$ .

Rõ ràng rằng phần thực của  $\underline{s}$  là như nhau trong cả hai cách biểu diễn. Các chuyên gia về Quang học thường hay dùng cách viết thứ hai. Về phần mình, chúng ta sẽ dùng cách viết giống như trong Điện học hoặc Cơ học, nghĩa là:

$$\underline{s} = \underline{s}_0 \exp \left[ i \left( \omega t - \frac{2\pi}{\lambda} z \right) \right].$$

Khi đọc sách hoặc đầu đề bài toán, nhất thiết phải tìm hiểu xem trong đó người ta đã sử dụng cách viết nào.

### 2.3. Sóng phát ra từ một nguồn gần như nguồn điểm

#### 2.3.1. Sóng cầu

Mô hình truyền sóng không biến dạng không thể áp dụng được một cách tiên nghiệm cho sóng phát ra từ một nguồn gần như nguồn điểm trong phạm vi một hình nón (h.10).

Nói chung, ngay ở cách nguồn một khoảng lớn hơn vài bước sóng, sóng đơn sắc được biểu diễn trong tọa độ cầu với biên độ phức:

$$\underline{s} = \frac{a_0}{r} \exp \left[ i \left( \omega t - \frac{2\pi}{\lambda} r \right) \right].$$

Các mặt đẳng pha là những mặt cầu, vì vậy, sóng có tên gọi là sóng cầu.

Chú ý:

Sự giảm biên độ dao động theo hàm  $\frac{1}{r}$  có thể được chứng minh bằng sự bảo toàn năng lượng.

Công suất do sóng bức xạ tỉ lệ với diện tích sóng truyền qua  $S$  và với bình phương biên độ dao động. Công suất do nguồn phát ra trong góc đặc  $\Omega$  được lần lượt gửi qua các phần mặt cầu có diện tích là  $S(r) = \Omega r^2$  và do đó (h.11):

$$s_m^2(r)S(r) = cte \quad \text{hay} \quad s_m(r)r = cte.$$

#### 2.3.2. Gần đúng sóng chạy, phẳng, đơn sắc

Ở xa nguồn hay chính xác hơn là nếu  $r \gg \lambda$  thì những biến thiên về pha rõ rệt hơn nhiều so với biến thiên của  $\frac{1}{r}$ . Nếu  $r$  biến thiên một vài bước sóng thì biên

độ  $\frac{a_0}{r}$  hầu như không đổi, trong khi đó  $\cos\varphi$  nhận mọi giá trị giữa  $-1$  và  $+1$ .

Do đó, trong một miền không gian hữu hạn, chúng ta sẽ sử dụng biểu thức sóng gần đúng sau:

$$\underline{s} = \underline{s}_0 \exp \left[ i \left( \omega t - \frac{2\pi}{\lambda} r \right) \right].$$

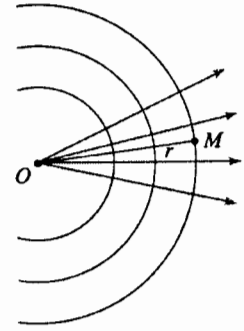
## 3 Bản chất điện từ của ánh sáng

### 3.1. Sóng điện từ chạy, phẳng, đơn sắc

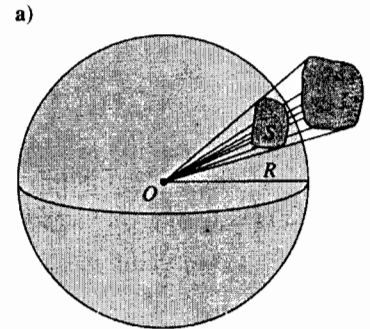
Sóng điện từ chạy, phẳng là sự lan truyền đồng thời một trường điện  $\vec{E}(M, t)$  và một trường từ  $\vec{B}(M, t)$  với tốc độ  $c$  trong chân không.

Các trường  $\vec{E}$  và  $\vec{B}$  là các trường ngang tức là vuông góc với phương truyền có vector đơn vị  $\vec{u}$ . Chúng dao động đồng pha và các vector  $\vec{u}$ ,  $\vec{E}$  và  $\vec{B}$  thỏa

mãn hệ thức  $\vec{B} = \frac{1}{c} \vec{u} \wedge \vec{E}$  (h.12).



Hình 10. Sóng cầu phát ra từ một nguồn điểm. Nguồn này phát sóng trong một hình nón.



b)

#### Góc khối

Đại lượng góc khối dùng để đo phần không gian chứa trong một hình nón tâm O.

Nếu  $S$  là diện tích phần mặt cầu tâm O, bán kính R được "cắt ra" bởi hình nón này thì góc khối  $\Omega$  là  $\Omega = \frac{S}{R^2}$ .

Để dàng chứng minh rằng  $\Omega$  độc lập với R.

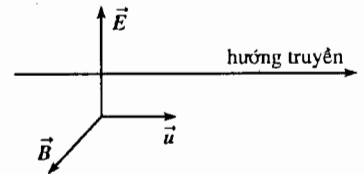
Định nghĩa sơ cấp này gần giống như đối với góc phẳng. Hai nửa đường thẳng phát xuất từ O sẽ "cắt ra" một cung có độ dài L trên đường tròn tâm O, bán kính R. Góc phẳng  $\alpha$  giữa hai nửa đường thẳng đó là

$$\alpha = \frac{L}{R}.$$

Hình 11a và b. Những khái niệm sơ cấp về góc khối ( $S = \Omega R^2$ ).

Hệ thức này được rút ra từ các phương trình cơ bản của trường điện từ, các phương trình MAXWELL, đã được học trong giáo trình Điện từ học. Nó chỉ hoàn toàn đúng đối với *sóng phẳng* nhưng cũng là một gần đúng rất tốt đối với một sóng bất kỳ khi ở khá xa nguồn.

Vào thế kỷ XIX, sau các công trình lí thuyết của MAXWELL, người ta đã hiểu rằng các sóng ánh sáng thực ra là những sóng điện từ có tần số vào khoảng  $10^{14}$  Hz. Và giá trị  $c$  tiên đoán từ lí thuyết điện từ đúng bằng vận tốc ánh sáng đo được từ thế kỷ XVIII.



**Hình 12.** Sóng điện từ chạy, phẳng. Hình biểu diễn một sóng điện từ đơn sắc tại  $t$  không đổi.

### 3.2. Vận tốc và chiết suất

Vận tốc  $c$  của các sóng điện từ trong chân không là một hằng số vật lí cơ bản, không phụ thuộc vào các điều kiện thực nghiệm và vào hệ quy chiếu được dùng để đo nó.

Trị số của nó xấp xỉ bằng  $3,00 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$  và thường được gọi là *vận tốc ánh sáng trong chân không*.

Trong một môi trường trong suốt (không khí, nước, thủy tinh...), vận tốc  $v$  của tín hiệu sáng luôn nhỏ hơn  $c$ . Chiết suất  $n$  của môi trường được định nghĩa là

$$n = \frac{c}{v} \quad . \text{ Đối với các vật liệu trong suốt, } n \text{ nằm trong khoảng từ 1 đến 2,5} \quad (h.13).$$

### 3.3. Sự nhận biết màu sắc

Màu sắc là một cảm giác thị giác có được khi não bộ phân tích các tín hiệu sáng do võng mạc thu nhận. Tương ứng với mỗi tần số trong vùng khả kiến là một màu nhưng điều ngược lại thì không đúng. Để hiểu khái niệm màu sắc, cần phải có một vài kiến thức sơ lược về sự nhìn màu.

Võng mạc của mắt người có các tế bào nhạy sáng gọi là *tế bào que* và các tế bào cho phép nhận biết màu sắc gọi là *tế bào nón*. Người ta chỉ có thể phân biệt các màu sắc nếu cường độ ánh sáng đủ mạnh.

Dưới ánh trắng, người ta chỉ nhìn thấy đen và trắng. Để kiểm chứng điều này, ta chỉ cần làm thử nghiệm “mù” như sau: nếu ai đó đưa cho ta xem một vật mà ta chưa từng thấy thì ta không thể nhận biết được màu sắc của vật đó (điều chủ yếu đối với thử nghiệm này là phải hoàn toàn chưa biết vật đó vì hình ảnh trong óc không những phụ thuộc vào các tín hiệu do võng mạc truyền tới mà còn vào trí nhớ nữa).

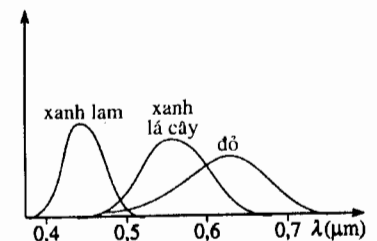
Thực ra, các tế bào nón gồm ba loại có cực đại của độ nhạy nằm ở vùng đỏ, vùng xanh lá cây và vùng xanh lam (h.14). Cảm giác về màu sắc có được là do não phân tích các tín hiệu truyền tới từ ba loại tế bào nón này. Ví dụ như nếu tế bào “đỏ” và tế bào “xanh lá cây” bị kích thích như nhau, trong khi đó tế bào “xanh lam” bị kích thích yếu hơn thì não sẽ giải thích những tín hiệu này như được gây ra do màu vàng.

Như vậy, não có thể phân tích được các bức xạ đơn sắc khả kiến. Nhưng ngược lại, nếu ánh sáng tới mắt là một hỗn hợp đỏ, xanh lá cây, xanh lam với những tỉ lệ thích đáng thì não cũng sẽ phân tích ánh sáng ấy như có màu vàng. Khi cả ba loại tế bào bị kích thích gần như nhau, màu sắc nhận biết được sẽ là màu trắng.

Hệ mắt - não là một bộ phân tích tần số khá thô thiển. Tuy nhiên, “nhược điểm” này lại tỏ ra có lợi, nó cho phép tái hiện dễ dàng các màu sắc. Ví dụ như có thể tái tạo tất cả các cảm giác màu sắc từ 3 tín hiệu màu phát ra từ những hạt phát quang đỏ, xanh lá cây, xanh lam trên màn hình video.

vật liệu	chiết suất
thủy tinh quang học	vào khoảng 1,5
nước (ở thể lỏng)	1,33
Flourine $\text{CaF}_2$	1,43
kim cương	2,42
không khí trong khí quyển	1,0003

**Hình 13.** Bảng một số chiết suất trong vùng khả kiến.



**Hình 14.** Độ rộng của các tế bào nhạy màu trong mắt người.

Tuy vậy, không nên quên rằng nếu máy quay video ghi lại một màu vàng đơn sắc thì hỗn hợp đỏ - xanh lá cây - xanh lam tán xạ từ màn hình là hoàn toàn khác theo quan điểm sóng ánh sáng.

Các hỗn hợp chất màu sử dụng trong hội họa để tái tạo tất cả các màu sắc cũng dựa trên nguyên lý tương tự nhưng khác ở cách pha trộn các màu sơ cấp và các hạt màu không phát ra ánh sáng mà lại hấp thụ lọc lựa ánh sáng.

Hạt màu xanh lam hấp thụ mạnh màu đỏ và màu xanh lá cây còn hạt màu vàng lại hấp thụ màu xanh lam và đỏ; hỗn hợp hai loại hạt này sẽ hấp thụ chủ yếu màu đỏ và do đó ánh sáng phản xạ có sắc xanh lá cây.

### 3.4. Tính liên tục của phổ sóng điện từ

Thông thường, người ta phân loại các sóng điện từ theo nguồn phát sóng hoặc theo tần số của chúng.

- Các sóng vô tuyến (sóng Hertz) được tạo ra bởi những dòng điện trong các mạch dao động. Sóng điện từ “nhân tạo” đầu tiên hay sóng Hertz được Heinrich HERTZ tạo ra và thu nhận vào năm 1888.

- Ánh sáng (theo nghĩa rộng của từ này, bao gồm cả hồng ngoại, tử ngoại, tia X) được phát ra từ các nguyên tử và phân tử.

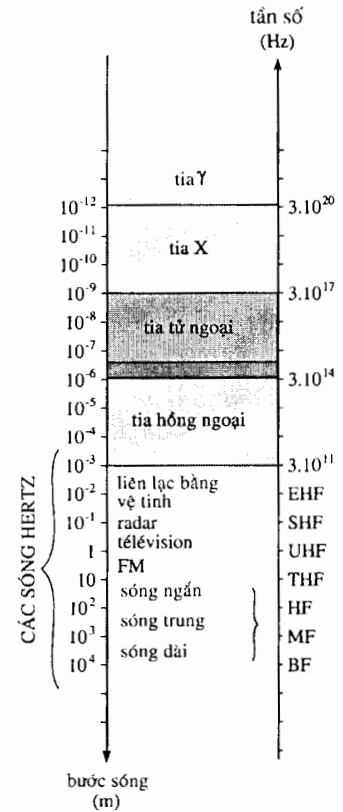
- Một cách tương tự, sự chuyển dời giữa 2 trạng thái năng lượng khác nhau của hạt nhân nguyên tử cũng phát ra những bức xạ điện từ nhưng có tần số lớn hơn nhiều. Đó là những tia  $\gamma$ .

Hình 15 nhắc lại những miền tần số chủ yếu của sóng điện từ. Các sóng ánh sáng khả kiến có bước sóng nằm trong khoảng từ  $0,4\mu\text{m}$  (tím) đến  $0,8\mu\text{m}$  (đỏ).

Miền hồng ngoại xa phủ lên miền tần số vô tuyến siêu cao. Do vậy người ta có thể kiểm chứng bằng thực nghiệm sự đồng nhất hình thức giữa sóng Hertz và sóng ánh sáng.

- Các sóng điện từ truyền trong chân không với vận tốc  $c$  xấp xỉ bằng  $3,00.10^8 \text{ m.s}^{-1}$ . Trong các sóng điện từ đó có các sóng ánh sáng khả kiến ứng với các tần số nằm trong khoảng giữa  $4.10^{14} \text{ Hz}$  và  $8.10^{14} \text{ Hz}$ , nghĩa là ứng với các bước sóng trong chân không nằm trong khoảng giữa  $0,4\mu\text{m}$  (tím) và  $0,8\mu\text{m}$  (đỏ). Sự phát xạ ánh sáng khả kiến liên quan đến các chuyển dời electron trong các nguyên tử hoặc phân tử.

- Trong môi trường trong suốt có chiết suất  $n$ , vận tốc truyền của ánh sáng là  $v = \frac{c}{n}$ .



Hình 15. Phổ sóng điện từ.

## 4 Nguồn sáng

### 4.1. Sự phát xạ của nguyên tử

#### 4.1.1. Các mức năng lượng và tần số

Chúng ta biết rằng năng lượng của nguyên tử bị lượng tử hóa (xem H- prépa, Hoá học, năm thứ nhất), điều đó có nghĩa là nó chỉ có thể nhận một số giá trị hoàn toàn xác định gọi là các mức năng lượng. Mức cơ bản là mức có năng lượng thấp nhất còn các mức khác được gọi là các mức kích thích.

Ở nhiệt độ thấp, đa số các nguyên tử nằm ở mức năng lượng cực tiểu. Nếu nhiệt độ tăng lên hoặc nếu môi trường bị những tác động bên ngoài như sự phóng điện chẳng hạn thì các mức năng lượng cao hơn sẽ dần dần bị lấp đầy. Nhưng một nguyên tử bị kích thích luôn có xu hướng hồi phục nghĩa là chuyển về mức cơ bản.

Một trong những cách hồi phục khả dĩ là phát xạ ra một photon, nghĩa là một "hạt" năng lượng điện từ. Sóng kèm theo photon này có tần số là  $\nu$  được xác định bằng hiệu năng lượng  $\Delta\epsilon$  giữa 2 trạng thái (h.16):

$$\Delta\epsilon = h\nu \text{ với } h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s là hằng số PLANCK.}$$

Như vậy trong vùng khả kiến,  $\Delta\epsilon$  vào khoảng 1eV.

### 4.1.2. Đoàn sóng

Một sóng phẳng đơn sắc truyền theo (Oz) sẽ có biểu thức như sau:

$$\vec{E} = E_{xm} \cos \left[ \omega \left( t - \frac{z}{c} \right) + \varphi \right] \vec{e}_x + E_{ym} \cos \left[ \omega \left( t - \frac{z}{c} \right) + \psi \right] \vec{e}_y$$

với  $t$  nằm trong khoảng từ  $-\infty$  đến  $+\infty$  và với mọi  $z$ .

Một nguyên tử cô lập chỉ phát xạ trong một khoảng thời gian hữu hạn  $\tau_0$

thường vào cỡ  $10^{-11}$  s. Mặc dù rất ngắn so với những phép đo thời gian thông thường nhưng khoảng thời gian phát xạ này lại rất lớn so với chu kỳ bức xạ và vì vậy chúng ta có thể xem sóng do nguyên tử phát ra là sóng gần đơn sắc.

Giá trị trung bình của  $\tau_0$  phụ thuộc vào nhiều yếu tố, và đặc biệt là nhiệt độ.

Ở nhiệt độ cao, số lần va chạm giữa các nguyên tử sẽ rất lớn, làm gián đoạn quá trình phát xạ và do đó làm giảm  $\tau_0$ .

Chúng ta có thể biểu diễn, điện trường tại  $M$ ,  $\vec{E}_A(M, t)$  của sóng do nguyên tử nằm ở điểm  $A$  phát ra theo phương (Oz) bằng một *đoàn sóng* (h.17).

miền	biểu thức của $E$
$t - \frac{z}{c} \in [t_1; t_1 + \tau_0]$	$\vec{E}_A(z, t) = E_{xm} \cos \left[ \omega \left( t - \frac{z}{c} \right) + \varphi_A \right] \vec{e}_x + E_{ym} \cos \left[ \omega \left( t - \frac{z}{c} \right) + \psi_A \right] \vec{e}_y$
$t - \frac{z}{c} \notin [t_1; t_1 + \tau_0]$	$\vec{E}_A(M, t) = \vec{0}$

Hình 17. Các đoàn sóng gần đơn sắc.

Tại một điểm cho trước, thời gian ghi nhận đoàn sóng là  $\tau_0$ .

Tại một thời điểm xác định, độ dài của đoàn sóng là  $l_0 = c\tau_0$  (h.18).

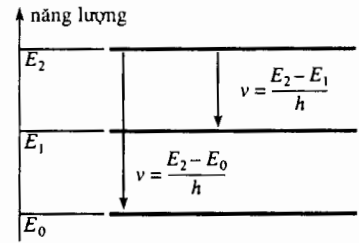
Sóng ánh sáng tới  $M$  là tổng của các đoàn sóng phát ra từ rất nhiều nguyên tử. Cấu trúc của nó phụ thuộc vào bản chất của nguồn: nguồn sáng cổ điển (tự nhiên) hay laser.

## 4.2. Cấu trúc thời gian của ánh sáng phát ra từ nguồn cổ điển

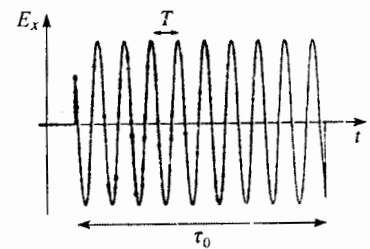
### 4.2.1. Sự phát xạ không kết hợp

Để làm ví dụ về một nguồn cổ điển gần đơn sắc, ta có thể kể đến đèn hơi thủy ngân, hay đèn hơi natri có lắp thêm lọc sáng chỉ cho ánh sáng của 1 "vạch phổ" đi qua.

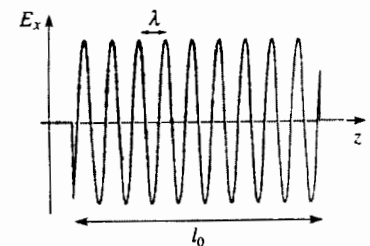
Trong một nguồn cổ điển cũng còn được gọi là nguồn *không kết hợp*, các nguyên tử phát xạ một cách hỗn loạn những đoàn sóng có thời gian kéo dài  $\tau_0$  với pha ban đầu tùy ý.



Hình 16. Các mức năng lượng và chuyển dời bức xạ.



Hình 18a. Đoàn sóng:  $E_x(t)$  tại 1 điểm cố định.



Hình 18b. Đoàn sóng:  $E_x(z)$  tại 1 thời điểm xác định.



Sóng phát ra từ nguồn là tổng của các đoàn sóng nói trên sẽ có dạng gần sin nhưng các pha giữa hai thời điểm cách nhau một khoảng thời gian lớn hơn  $\tau_0$  là hoàn toàn độc lập nhau.

Để đơn giản, chúng ta có thể xem rằng sóng phát ra từ một nguồn không kết hợp là sự kế tiếp liên tục của các đoàn sóng có thời gian kéo dài xấp xỉ bằng  $\tau_0$ . Các đoàn sóng này là không kết hợp nghĩa là không có tương quan pha với nhau.

Chú ý:

• Bản thân các biên độ sóng cũng thay đổi với khoảng thời gian đặc trưng  $\tau_0$ . Trong thực tế, chúng ta không tính đến những thăng giáng biên độ này vì nó quá nhanh, không thể phát hiện được bằng những đầu thu thông dụng (xem bài tập 7).

**4.2.2. Thời gian kết hợp và độ dài kết hợp**

Chúng ta thừa nhận mô hình kế tiếp liên tục các đoàn sóng không kết hợp.

- Thời gian kết hợp  $\tau_c$  bằng thời gian kéo dài trung bình của các đoàn sóng tại một điểm cho trước. Đối với nguồn cổ điển,  $\tau_c$  trùng với khoảng thời gian phát xạ  $\tau_0$  của nguyên tử.
- Độ dài kết hợp  $l_c = c\tau_c$  là độ dài trung bình của các đoàn sóng (nó còn được gọi là độ dài kết hợp thời gian).
- Đối với các đèn hơi natri hay đèn hơi thủy ngân thường dùng trong các bài thực tập,  $\tau_c$  vào khoảng  $10^{-11}$  s và  $l_c$  cỡ vài milimet.

Chú ý:

• Thực tế thì phức tạp hơn. Có lẽ sẽ chính xác hơn nếu mô tả sóng phát ra từ nguồn không kết hợp như một sóng gần đơn sắc có pha biến đổi chậm (so với chu kỳ của sóng). Khi đó,  $\tau_c$  biểu diễn khoảng thời gian đặc trưng mà sóng còn giữ nguyên pha của mình.

**4.3. Cấu trúc thời gian của ánh sáng phát ra từ laser**

Bức xạ laser không tồn tại trong tự nhiên. Thiết bị laser xuất hiện vào khoảng năm 1960 phát ra ánh sáng có cấu trúc khác hẳn với ánh sáng tự nhiên.

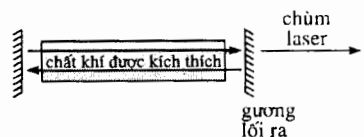
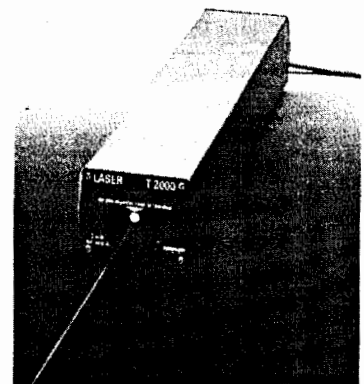
**4.3.1. Mô tả sơ lược laser**

(Thiết bị khuếch đại ánh sáng bằng bức xạ cảm ứng)

Ý tưởng chủ yếu là bắt buộc các nguyên tử kích thích phải phát xạ tại cùng một thời điểm, với một pha xác định, chứ không để cho chúng hồi phục một cách ngẫu nhiên. Muốn vậy, người ta sử dụng quá trình bức xạ cảm ứng do EINSTEIN phát hiện ra.

Xét hai mức năng lượng  $E_1$  và  $E_2$ . Khi nguyên tử bị kích thích chịu tác động bởi một sóng điện từ có tần số  $\nu$  sao cho  $E_2 - E_1 = h\nu$ , xác suất để nó hồi phục và phát xạ một photon sẽ tăng lên rất lớn. Hơn nữa, sóng do nguyên tử phát ra khi đó lại có cùng tần số và cùng pha với sóng tới.

Một laser khí, như laser He-Ne thường dùng trong các bài thực tập, gồm có một ống chứa khí đặt giữa hai gương. Một trong hai gương (được gọi là gương lối ra) cho đi qua một phần nhỏ năng lượng tới nó (h.19).



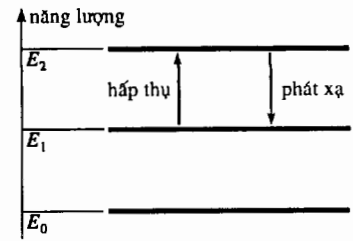
Hình 19. Laser khí

Chất khí được kích thích bằng phóng điện sẽ không còn cân bằng nhiệt nữa và số nguyên tử nằm ở trạng thái năng lượng kích thích  $E_2$  lớn hơn số nguyên tử nằm ở trạng thái  $E_1$  (h.20). Người ta nói rằng đã có được sự *nghịch đảo mật độ*.

Khi đó, ống chứa khí có tác dụng như một bộ khuếch đại ánh sáng đối với tần số tương ứng với chuyển dời  $E_2 - E_1$ : nếu sóng ở lối vào của ống có tần số này thì trong ống sẽ có nhiều photon bức xạ cảm ứng hơn photon bị hấp thụ và ở lối ra sẽ có một sóng ánh sáng biên độ lớn hơn nhiều.

Khi hệ số khuếch đại năng lượng sau mỗi lần khur hồi của chùm tia bù trừ được những hao phí (gây ra do nhiều nguyên nhân kí sinh và do phần năng lượng thoát ra ngoài qua gương lối ra), bức xạ laser bắt đầu được hình thành.

Tần số phát laser còn phụ thuộc vào khoảng cách giữa hai gương. Các sóng chông chất lên nhau sau mỗi lần khur hồi cần phải đồng pha để không triệt tiêu lẫn nhau.



Hình 20. Sự phát laser gây ra do chuyển dời giữa các mức năng lượng  $E_1$  và  $E_2$ .

### 4.3.2. Các tính chất của sóng phát ra từ laser

Các nguyên tử phát xạ một cách trật tự với pha ban đầu gần như bằng nhau. Sóng tổng hợp sẽ có dạng:

$$\begin{cases} E_x(z,t) = E_{xm} \cos \left[ \omega \left( t - \frac{z}{c} \right) + \varphi(t) \right] \\ E_y(z,t) = E_{ym} \cos \left[ \omega \left( t - \frac{z}{c} \right) + \psi(t) \right] \end{cases}$$

- Các biên độ  $E_x$  và  $E_y$  không đổi theo thời gian và không bị thăng giáng nhanh như trong nguồn không kết hợp.
- Các hàm  $\varphi(t)$  và  $\psi(t)$  biến thiên rất chậm theo thời gian. Trong khi chu kì sóng vào cỡ  $10^{-14}$  s thì khoảng thời gian đặc trưng cho sự biến thiên về pha ở các laser thông dụng chỉ vào cỡ  $10^{-7}$  s, tương ứng với một độ dài kết hợp cỡ hàng chục mét. Người ta có thể chế tạo được những laser ổn định dùng làm chuẩn để đo thời gian. Pha của những bức xạ laser này hầu như ổn định trong khoảng thời gian gần 1 giây.
- Tiết diện chùm laser chỉ mở rộng ra rất chậm (nhỏ hơn 1 m ở khoảng cách 1km): các tia sáng gần như song song.

Do đó, chùm sáng phát ra từ laser có những tính chất rất gần với một sóng phẳng đơn sắc.

Bước sóng của laser He-Ne thường dùng là 632,8nm. Ngoài ra còn có nhiều loại laser nữa, khác nhau về công suất và về độ đơn sắc.

Các diot laser rất thông dụng và rẻ tiền nhưng có độ dài kết hợp khá nhỏ, chỉ vào khoảng vài mm.

Sóng phát ra từ nguồn sáng có thể được xem như là một chuỗi liên tiếp các đoàn sóng gần đơn sắc có thời gian kéo dài trung bình  $\tau_c$  (còn gọi là thời gian kết hợp) rất lớn so với chu kì của sóng.

- $\tau_c$  điển hình vào khoảng  $10^{-11}$  s đối với nguồn cổ điển (hay nguồn không kết hợp) gần đơn sắc.
- $\tau_c$  điển hình vào khoảng  $10^{-7}$  s đối với laser (hay nguồn kết hợp) thông dụng. Nhiều khi chúng ta có thể xem sóng phát ra từ laser là một sóng phẳng đơn sắc.

# 5 Sự phân cực của sóng ánh sáng

## 5.1. Sự phân cực thẳng

Một sóng ánh sáng là *sóng phân cực thẳng* nếu như phương của điện trường  $\vec{E}(\vec{r}, t)$  là không đổi, không phụ thuộc vào  $\vec{r}$  và  $t$ .

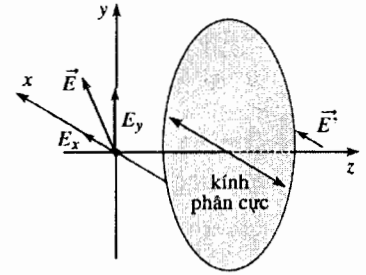
## 5.2. Phân tích vectơ điện trường

Xét một sóng điện từ truyền theo trục  $(Oz)$ . Vectơ  $\vec{E}$  vuông góc với  $(Oz)$  và được phân tích trong hệ cơ sở  $(\vec{e}_x, \vec{e}_y)$  thành:

$$\vec{E}(z, t) = E_x(z, t)\vec{e}_x + E_y(z, t)\vec{e}_y.$$

Như vậy, sóng vectơ  $\vec{E}(z, t)$  là kết quả chồng chất của hai sóng phân cực thẳng theo các phương  $\vec{e}_x$  và  $\vec{e}_y$ . Tất nhiên là sự phân tích trên không phải là duy nhất, hệ cơ sở  $(\vec{e}_x, \vec{e}_y)$  có thể quay xung quanh  $(Oz)$ .

Sự phân tích toán học này được thực hiện về mặt vật lí bằng cách dùng các kính lọc đặc biệt có tên gọi là *kính phân cực*. Kính phân cực trong suốt đối với sóng phân cực thẳng theo một phương nào đó và hoàn toàn đục đối với sóng phân cực thẳng theo phương vuông góc với phương đó (h.21).



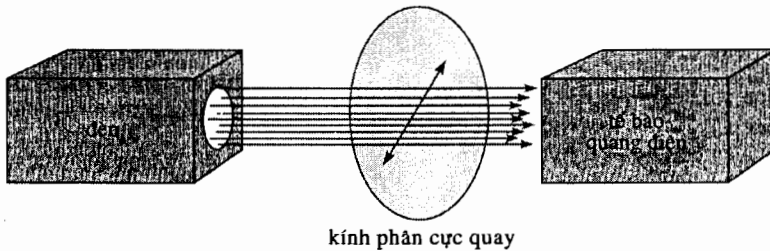
Hình 21. Sự chọn lọc thành phần  $E_x$  của điện trường nhờ kính phân cực.

$\vec{E}$  là điện trường tại lối vào kính phân cực.

$\vec{E}'$  là điện trường tại lối ra kính phân cực.

## 5.3. Ánh sáng tự nhiên không phân cực

Nếu chúng ta tiến hành một thí nghiệm như trên hình 22 thì sẽ thấy rằng ánh sáng truyền qua kính phân cực không phụ thuộc vào sự định hướng của kính. Sóng từ đèn phát ra là kết quả chồng chất của rất nhiều đoàn sóng phát ra từ các nguyên tử dây tóc đèn. Đoàn sóng nào cũng là phân cực nhưng theo cách tùy ý: do đó phương của  $\vec{E}$  sẽ là bất kì và thay đổi một cách ngẫu nhiên với khoảng thời gian đặc trưng  $\tau_c$ . Nhưng các đầu thu (mắt, tế bào quang điện...) không thể theo kịp những sự biến đổi nhanh như vậy. Chúng thực hiện phép lấy trung bình theo một số rất lớn các đoàn sóng. Do đó, về mặt thực nghiệm, tất cả các phương phân cực là tương đương. Trong trường hợp này, ánh sáng tự nhiên là *không phân cực*.



Hình 22. Sơ đồ phân tích ánh sáng do một đèn phát ra.

Chú ý:

• *Khái niệm phân cực liên quan đến đầu thu được sử dụng. Nếu như chúng ta có một đầu thu có thể theo dõi kịp những biến thiên sáng với nhịp điệu  $10^{11}$  Hz thì chúng ta sẽ nói rằng ánh sáng là phân cực và có phương phân cực biến đổi. Với những đầu thu thực tế, chúng ta lại nói rằng chính ánh sáng đó là không phân cực.*

Chương 9 của tập sách này được dành cho việc nghiên cứu sự phân cực của ánh sáng.

# 6 Cường độ sáng

## 6.1. Các đầu thu ánh sáng

Có rất nhiều loại đầu thu ánh sáng: mắt, máy quay video, phim chụp ảnh, photodiode và cả những dụng cụ thí nghiệm nhạy sáng hơn nhiều như các nhân quang điện (h.23).

Trong miền sóng ánh sáng, tất cả các đầu thu đều nhạy với công suất bức xạ của sóng điện từ.

Theo những điều đã học trong giáo trình Điện từ học, công suất này tỉ lệ với bình phương cường độ điện trường và với diện tích bề mặt hữu ích của đầu thu.

Các đầu thu có một khoảng thời gian đáp ứng  $\tau_R$  nào đó. Trong khoảng thời

gian này, chúng tích phân giá trị của  $\vec{E}^2$ .

- Thời gian đáp ứng  $\tau_R$  của mắt người vào khoảng 1/20 giây: sự “chậm chạp” này được sử dụng trong điện ảnh để tạo ra ảo giác hình ảnh động khi chiếu lên màn 24 hình ảnh tĩnh trong 1 giây.

- Các tế bào quang điện có thời gian đáp ứng  $\tau_R$  ngắn tới  $10^{-6}$  s.

- Các đầu thu trong phòng thí nghiệm có thể có thời gian đáp ứng ngắn tới  $10^{-10}$  s nhưng vẫn còn rất dài so với chu kỳ sóng ánh sáng khả kiến.

Do đó, tất cả các đầu thu đều đo giá trị trung bình của công suất nhận được trong rất nhiều chu kỳ dao động sáng.

## 6.2. Định nghĩa của cường độ sáng

Một đầu thu có diện tích nhạy sáng hữu ích  $S$  sẽ cho một tín hiệu tỉ lệ với  $S \langle \vec{E}^2 \rangle$ , nếu như  $\langle \vec{E}^2 \rangle$  là giá trị trung bình của  $\vec{E}^2$  tính trong thời gian đáp ứng của đầu thu. Chúng ta định nghĩa **cường độ sáng**  $I$  là công suất trung bình của bức xạ lên bề mặt nhận sáng, tức là  $I = K \langle \vec{E}^2 \rangle$ ,  $K$  là hệ số tỉ lệ.

Chú ý:

Lí thuyết điện từ cho thấy trong chân không, công suất tức thời của bức xạ lên bề mặt là  $\frac{\mu_0}{c} E^2$ .

Do đó, chúng ta có thể biểu diễn tường minh hệ số  $K$ , nhưng trên thực tế, ta chỉ tìm cách xác định độ tương phản chứ không phải các giá trị tuyệt đối của cường độ sáng. Vì vậy, nói chung ta không cần phải biểu diễn tường minh hệ số  $K$ .

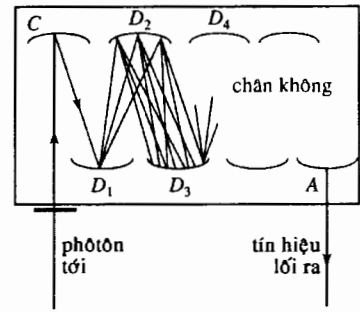
## 6.3. Cường độ sáng và sự phân cực

Chúng ta hãy phân tích một sóng thành hai sóng phân cực theo hai phương vuông góc với nhau:  $\vec{E} = E_x \vec{e}_x + E_y \vec{e}_y$ . Cường độ của sóng đã cho sẽ là:

$$I = K \langle E^2 \rangle = K \langle E_x^2 + E_y^2 \rangle = K \langle E_x^2 \rangle + K \langle E_y^2 \rangle.$$

Nếu kí hiệu cường độ của các sóng phân cực thành phần là  $I_x$  và  $I_y$  thì ta được:  $I = I_x + I_y$ .

Cường độ của một sóng bất kì bằng tổng cường độ của hai sóng phân cực thẳng theo hai phương vuông góc với nhau mà khi tổng hợp lại sẽ cho ta sóng ban đầu.



Tác động của photon lên âm cực C làm bật ra một electron (hiệu ứng quang điện). Electron này được gia tốc bởi hiệu điện thế giữa C và điện cực  $D_1$ , tới đập vào  $D_1$  với một động năng đủ lớn để làm bật ra một số điện tử khác. Đến lượt mình, các điện tử này lại được gia tốc bởi hiệu điện thế giữa  $D_1$  và  $D_2$ , và mỗi điện tử lại làm bật ra từ  $D_2$  nhiều điện tử mới. Bằng cách tăng thêm một số điện cực trung gian, ta có thể nhận được tại dương cực A một tín hiệu tương ứng với hàng triệu điện tử trên một photon tới. Các dụng cụ này cho phép đo các quang thông rất yếu. Chúng có thời gian đáp ứng rất ngắn, chỉ vào khoảng  $10^{-10}$  giây.

Hình 23. Ống nhân quang điện.

## 6.4. Trường hợp sóng đơn sắc

### 6.4.1. Biểu thức của cường độ

Xét một sóng đơn sắc, phân cực thẳng:

$$E = \Re e(\underline{E}) \text{ với } E = E_m \cos(\omega t + \varphi(M)),$$

hay viết dưới dạng phức  $\underline{E} = \underline{E}_0(M) \exp(i\omega t)$ .

Nếu giá trị trung bình  $\langle E^2 \rangle = E_m^2 \langle \cos^2(\omega t) \rangle$  được tính trong rất nhiều chu kỳ, hay nói chính xác hơn là trong một khoảng thời gian rất lớn so với chu kỳ, thì ta sẽ có:

$$\langle \cos^2(\omega t) \rangle = \frac{1}{2} \text{ và do đó } I = \frac{1}{2} K E_m^2.$$

Nếu chúng ta dùng biên độ phức  $E_m^2 = |\underline{E}^2| = \underline{E} \cdot \underline{E}^*$

( $\underline{E}^*$  là kí hiệu liên hợp phức của  $\underline{E}$ ) thì biểu thức cường độ sẽ là:

$$I = \frac{1}{2} K \underline{E} \cdot \underline{E}^*.$$

# Áp dụng 1

### Hiện tượng phách

Ở đây, chúng ta giả sử rằng sóng ánh sáng phát ra từ laser là sóng đơn sắc.

Một đầu thu nhận ánh sáng từ hai laser giống hệt nhau. Hai sóng tới có cường độ  $I_1, I_2$  và phân cực theo cùng một phương. Các bước sóng của chúng rất gần với 632,8nm và độ chênh tần số là  $\Delta\nu = 1 \text{ MHz}$ .

Hãy xác định cường độ đo được bằng hai đầu thu có thời gian đáp ứng lần lượt là:

$$\tau_{R1} = 10\text{ns} \text{ và } \tau_{R2} = 100\mu\text{s}.$$

Ta chọn vectơ đơn vị  $\vec{e}_x$  theo phương phân cực chung của cả hai sóng.

$$\text{Đặt } \vec{E}_1 = E_1 \vec{e}_x \text{ với } E_1 = E_{10} \cos(\omega_1 t + \varphi_1)$$

$$\text{và } \vec{E}_2 = E_2 \vec{e}_x \text{ với } E_2 = E_{20} \cos(\omega_2 t + \varphi_2).$$

Các pha  $\varphi_1$  và  $\varphi_2$  (là hằng số nếu các sóng là hoàn toàn đơn sắc) phụ thuộc vào vị trí của đầu thu và của các laser.

Công suất tức thời mà đầu thu nhận được là:

$$\mathcal{P}_i = K(E_1 + E_2)^2.$$

Vì  $\tau_R$  rất lớn so với chu kỳ sóng nên:

$$I_1 = K \langle E_1^2 \rangle = \frac{1}{2} K E_{10}^2 \text{ và } I_2 = K \langle E_2^2 \rangle = \frac{1}{2} K E_{20}^2.$$

Cường độ đo được trên đầu thu khi đó sẽ là:

$$I = K \langle E_1^2 \rangle + K \langle E_2^2 \rangle + 2K \langle E_1 E_2 \rangle = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \langle \cos(\omega_1 t + \varphi_1) \cos(\omega_2 t + \varphi_2) \rangle,$$

$$\text{hay } I = I_1 + I_2 + \sqrt{I_1 I_2} \langle \cos[(\omega_1 + \omega_2)t + \varphi_1 + \varphi_2] \rangle + \sqrt{I_1 I_2} \langle \cos[(\omega_1 - \omega_2)t + \varphi_1 - \varphi_2] \rangle.$$

$\langle \cos[(\omega_1 + \omega_2)t + \varphi_1 + \varphi_2] \rangle$  luôn luôn bằng 0 vì chu kỳ của hàm hình sin này rất nhỏ so với  $\tau_R$ .

Trái lại, hiệu  $\omega_1 - \omega_2$  tương ứng với tần số  $\Delta\nu = 1\text{MHz}$  và chu kỳ  $1\mu\text{s}$  và do đó giá trị trung bình tương ứng sẽ tùy thuộc vào loại đầu thu.

- **Đầu thu đáp ứng nhanh:** Hàm  $\cos[(\omega_1 - \omega_2)t + \varphi_1 - \varphi_2]$  gần như không thay đổi trong khoảng thời gian  $\tau_{R1}$ . Giá trị trung bình của hàm này tính trong khoảng thời gian  $\tau_{R1}$  sẽ gần bằng giá trị tức thời của nó. Cường độ đo được sẽ thẳng giáng với tần số  $\Delta\nu$  (hiện tượng phách):

$$I = I_1 + I_2 + \sqrt{I_1 I_2} \cos(2\pi\Delta\nu t + \varphi).$$

- **Đầu thu đáp ứng chậm:** hàm  $\cos[(\omega_1 - \omega_2)t + \varphi_1 - \varphi_2]$  biến thiên được rất nhiều chu kỳ trong khoảng thời gian  $\tau_{R2}$ . Giá trị trung bình của nó tính trong thời gian này sẽ bằng 0, cường độ đo được sẽ không đổi và bằng:

$$I = I_1 + I_2.$$

# 7 Biểu diễn vô hướng của sóng ánh sáng

Những tính toán về quang học sóng nói chung là xác định cường độ tổng hợp do sự chồng chất của nhiều sóng.

Chúng ta sẽ chứng tỏ rằng để tính toán cường độ nhiều khi có thể không để ý đến tính chất vectơ của điện trường sóng ánh sáng.

## 7.1. Sóng phân cực phẳng

Sóng phân cực thẳng theo phương ( $Ox$ ) được mô tả bằng một hàm vô hướng  $s(M, t)$  thỏa mãn:

$$\vec{E}(M, t) = s(M, t)\vec{e}_x \quad \text{và} \quad I = K\langle s^2 \rangle$$

Tiếp theo ta sẽ xét đến sự chồng chất hai sóng.

- Trước hết, ta khảo sát trường hợp hai sóng phân cực theo cùng một phương  $\vec{e}_y$ , vuông góc với cả hai phương truyền sóng (h.24).

$$\vec{E}_1 = s_1(M, t)\vec{e}_y \quad \text{và} \quad \vec{E}_2 = s_2(M, t)\vec{e}_y.$$

Khi đó ta có thể gán được vào hàm vô hướng  $s(M, t)$  tương ứng với tổng  $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ :

$$\vec{E} = s(M, t)\vec{e}_y \quad \text{với} \quad s(M, t) = s_1(M, t) + s_2(M, t).$$

Như vậy, biểu diễn vô hướng của sóng ánh sáng là đủ để tính cường độ sáng

$I = K\langle s^2 \rangle$ . Chúng ta có thể “không biết” đến phương phân cực và viết:

$$I = K\langle (s_1 + s_2)^2 \rangle.$$

Trong những trường hợp khác, biểu diễn vô hướng như trên chỉ là gần đúng. Chúng ta sẽ làm rõ điều này qua một vài ví dụ.

- Xét hai sóng phân cực trong mặt phẳng được xác định bằng các phương truyền sóng. Với những kí hiệu trên hình 25, ta có:

$$\begin{aligned} \vec{E}(M, t) &= s_1(M, t)\vec{u}_1 + s_2(M, t)\vec{u}_2 \\ &= [s_1(M, t) + s_2(M, t)]\cos\alpha\vec{e}_x + [s_1(M, t) - s_2(M, t)]\sin\alpha\vec{e}_z. \end{aligned}$$

Nếu  $\alpha$  đủ nhỏ thì một cách gần đúng ta được:

$$\begin{aligned} \vec{E}_1 &\approx s_1(M, t)\vec{e}_x \quad \text{và} \quad \vec{E}_2 \approx s_2(M, t)\vec{e}_x \\ \text{còn } \vec{E} &\approx s(M, t)\vec{e}_x \quad \text{với} \quad s(M, t) \approx s_1(M, t) + s_2(M, t) \\ \text{và } I &\approx K\langle s^2 \rangle \approx K\langle (s_1 + s_2)^2 \rangle \end{aligned}$$

Sự mô tả thuần túy vô hướng các sóng sáng là đủ để tính cường độ  $I(M)$  với mức độ gần đúng cao.

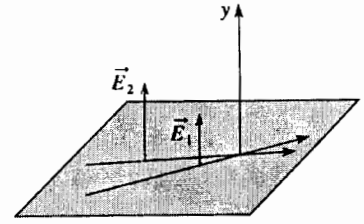
Trái lại, khi góc  $\alpha$  lớn, biểu diễn gần đúng vô hướng sẽ không còn thỏa đáng nữa  $I \neq K\langle (s_1 + s_2)^2 \rangle$ .

- Bây giờ hai sóng lại có phương phân cực vuông góc với nhau. Với những kí hiệu trên hình 26, ta có thể viết:

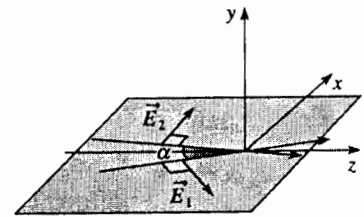
$$\begin{aligned} \vec{E}(M, t) &= s_1(M, t)\vec{u}_1 + s_2(M, t)\vec{u}_2 \\ \text{và } \langle E^2 \rangle &= \langle s_1^2 \rangle + \langle s_2^2 \rangle \neq \langle (s_1 + s_2)^2 \rangle \end{aligned}$$

Như vậy, trong trường hợp này, không thể coi sự chồng chất hai sóng  $E_1(M, t)$  và  $E_2(M, t)$  như một phép cộng các sóng vô hướng.

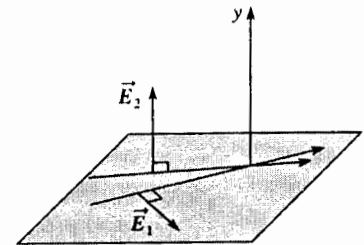
Tóm lại, để xác định cường độ tổng hợp do sự chồng chất hai sóng điện từ, ta có thể coi mỗi sóng điện từ như một sóng vô hướng  $s(M, t)$  nếu như các phương phân cực gần trùng nhau. Nếu điều kiện này không được thỏa mãn thì cần phải giữ nguyên biểu diễn vectơ của trường điện từ.



Hình 24. Các điện trường  $\vec{E}_1$  và  $\vec{E}_2$  có cùng phương.



Hình 25. Hai sóng có các phương phân cực gần nhau nếu góc  $\alpha$  là nhỏ.



Hình 26. Hai phương phân cực vuông góc với nhau.

## 7.2. Ánh sáng tự nhiên không phân cực

Trong phần này, chúng ta sẽ khảo sát trường hợp được minh họa trên hình 27. Mỗi sóng là một sóng ánh sáng tự nhiên, gần đơn sắc bao gồm nhiều đoàn sóng phân cực, và có pha tùy ý.

Nếu các phương truyền sóng gần trùng nhau ( $\alpha$  nhỏ) thì ta có thể coi các vectơ đơn vị  $\vec{u}_1$  và  $\vec{u}_2$  trùng với  $\vec{e}_x$

$$\vec{E} \approx (E_{x1} + E_{x2})\vec{e}_x + (E_{y1} + E_{y2})\vec{e}_y.$$

Tiếp theo, ta tính giá trị trung bình của  $\langle E^2 \rangle$  trong thời gian đáp ứng  $\tau_R$  của đầu thu được giả thiết là rất lớn so với thời gian kết hợp:

$$\langle E^2 \rangle = \langle (E_{x1} + E_{x2})^2 \rangle + \langle (E_{y1} + E_{y2})^2 \rangle.$$

Vì sự phân cực của từng sóng biến thiên một cách ngẫu nhiên theo thời gian nên hai phương là tương đương nhau về mặt thống kê và do đó :

$$\langle (E_{x1} + E_{x2})^2 \rangle = \langle (E_{y1} + E_{y2})^2 \rangle \text{ hay } \langle E^2 \rangle = 2\langle (E_{y1} + E_{y2})^2 \rangle.$$

Chúng ta có thể xem mỗi sóng này như một sóng vô hướng.

$$s_1(M, t) = \sqrt{2}E_{y1}(M, t) \text{ và } s_2(M, t) = \sqrt{2}E_{y2}(M, t),$$

và đặt  $I = K\langle E^2 \rangle = K\langle s^2 \rangle$  với  $s = s_1 + s_2$ .

Sóng vô hướng tương đương với trường  $\vec{E}_1(M, t)$  sẽ có dạng :

$$s_1 = s_{1m}(t)\cos[\omega t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r} + \varphi_1(t)].$$

Chúng ta thừa nhận rằng có thể không cần phải để ý đến những thăng giáng của biên độ và xem  $s_{1m}$  là một hằng số.

**Trong rất nhiều trường hợp, cường độ sáng gây ra do sự chồng chất của nhiều sóng điện từ có thể được tính toán nhờ một mô hình đơn giản hóa. Trong mô hình này, điện trường được xem là tương ứng với một đại lượng vô hướng.**

**Phương pháp gần đúng này áp dụng được :**

- trong trường hợp rất hay gặp là các sóng không phân cực có phương truyền gần trùng nhau
- đối với các sóng phân cực mà ta biết rằng các phương phân cực của chúng gần trùng nhau.

## 7.3. Tín hiệu sáng

Trong khuôn khổ của phép gần đúng vô hướng, thông tin hữu ích cho việc tính toán cường độ sáng được chứa trong hàm vô hướng  $s(M, t)$  mà ta sẽ gọi là **tín hiệu sáng**.

Nếu sóng ánh sáng là đơn sắc thì ta có thể viết :

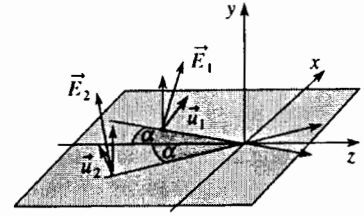
$$s(M, t) = s_m(M)\cos(\omega t + \varphi_{A \rightarrow M} + \varphi_0) = s_m(M)\cos(\varphi(M, t)),$$

với  $A$  là một điểm cố định nào đó được dùng làm gốc tọa độ.

$\varphi_{A \rightarrow M} = \varphi(M, t) - \varphi(A, t)$  là hiệu pha giữa 2 điểm  $A$  và  $M$  tại cùng một thời điểm. Như chúng ta sẽ thấy,  $\varphi_{A \rightarrow M}$  phụ thuộc vào vị trí của các điểm  $A$  và  $M$  cũng như vào môi trường giữa hai điểm ấy.

Chúng ta biểu diễn hiệu số pha này một cách tổng quát thông qua **biên độ phức** của tín hiệu sáng :

$$\underline{s} = \underline{s}_0(M)\exp(i\varphi) \text{ với } \varphi(M, t) = \omega t + \varphi_{A \rightarrow M}.$$



**Hình 27.** Sự chồng chất của hai sóng ánh sáng tự nhiên. Hai sóng có độ phân cực tùy ý.

Ứng với mỗi sóng ánh sáng đơn sắc, mạch số  $\omega$ , ta có một sóng vô hướng được gọi là tín hiệu sáng :

$$s(M, t) = s_m(M) \cos(\omega t + \varphi_{A \rightarrow M} + \varphi_0),$$

hay dưới dạng phức :  $\underline{s}(M, t) = \underline{s}_0(M) \exp(i(\omega t + \varphi_{A \rightarrow M}))$

với  $\underline{s}_0 = \underline{s}_m(M) \exp(i\varphi_0)$ .

## 7.4. Cường độ của sóng đơn sắc

$\underline{s}$  tỉ lệ với biên độ phức của các thành phần của điện trường  $\overline{E}$  nên cường độ của sóng tương ứng sẽ tỉ lệ với  $|\underline{s}|^2 = \underline{s} \cdot \underline{s}^*$ .

Nói chung, trong Quang học, kết quả có ý nghĩa không phải là công suất của bức xạ lên một đơn vị diện tích của mặt nhận sáng mà là số đo tương ứng của đầu thu. Vì vậy, chúng ta có thể gộp tất cả các hệ số tỉ lệ trong hàm đáp ứng của đầu thu và viết một cách đơn giản là  $I = \underline{s} \cdot \underline{s}^*$ .

Cường độ sáng là một đại lượng tỉ lệ với giá trị trung bình của bình phương tín hiệu sáng. Đối với sóng ánh sáng đơn sắc, ta có thể viết :

$$I = s_m^2 \text{ hay } I = \underline{s} \cdot \underline{s}^*.$$

Các đầu thu ánh sáng đều nhạy với cường độ sáng.

# 8 Pha của sóng ánh sáng

Ta bỏ qua những thăng giáng về biên độ dao động của sóng ánh sáng đơn sắc và giả sử rằng các điều kiện của phép gần đúng vô hướng đều được thoả mãn. Để xác định hoàn toàn sóng đơn sắc đó, ta chỉ cần biết cường độ và pha của nó tại mọi điểm trong không gian.

## 8.1. Sóng và tia sáng

Các *tia sáng* là những đường truyền sáng, tiếp xúc tại mọi điểm với phương truyền sóng ánh sáng. Đối với sóng phẳng, các tia sáng là những đường thẳng song song với nhau. Đối với sóng cầu, chúng là những nửa đường thẳng phát xuất từ điểm nguồn.

Chúng ta thừa nhận rằng những tia sáng này đồng nhất với những tia sáng của Quang hình học.

Các tia sáng của Quang hình học tiếp xúc tại mọi điểm với phương truyền sóng.

## 8.2. Hiệu pha giữa hai điểm cùng nằm trên một tia sáng

### 8.2.1. Sự truyền sóng trong môi trường trong suốt, đồng chất

Xét một tia sáng thẳng trong một môi trường đồng chất có chiết suất  $n$ , đi qua một điểm  $O$  nào đó và có vectơ đơn vị  $\vec{u}$ .

$M$  là một điểm nằm trên tia sáng.  $r = \vec{u} \cdot \overline{OM}$  là quãng đường truyền của ánh sáng giữa  $O$  và  $M$ , được xem là mang dấu dương nếu theo chiều truyền sáng.

Pha của sóng tại  $M$  được viết như sau:

$$\phi(M, t) = \omega t - kr + \varphi_0 = \omega t - \frac{2\pi\nu}{\nu} r + \varphi_0,$$



hay  $\phi(M, t) = \omega t - \frac{2\pi nV}{c}r + \phi_0 = \omega t - \frac{2\pi nr}{\lambda_0} + \phi_0$ , nếu  $\lambda_0$  là bước sóng

trong chân không.

Tại mọi thời điểm, hiệu pha giữa hai điểm  $O$  và  $M$  là:

$$\phi_{O \rightarrow M} = -\frac{2\pi nV}{c}r = -\frac{2\pi}{\lambda_0}nr = -\frac{2\pi}{\lambda_0}n\vec{u} \cdot \overline{OM} = -\vec{k} \cdot \overline{OM} \text{ với } \vec{k} = n\frac{2\pi}{\lambda_0}\vec{u}.$$

### 8.2.2. Tính liên tục của pha

Tại mặt phân cách giữa hai môi trường trong suốt, các tia sáng bị khúc xạ và phản xạ. Nếu như kích thước ngang của chùm sáng rất lớn so với bước sóng thì các tia sẽ bị lệch theo các định luật SNELL-DESCARTES. Trong trường hợp ngược lại, chúng ta quan sát được hiện tượng *nhiều xạ* ánh sáng sẽ được nghiên cứu ở các phần sau.

Ta kí hiệu  $n_1$  là chiết suất của môi trường trong đó sóng truyền tới và  $n_2$  là chiết suất của môi trường ở phía bên kia của mặt lưỡng chất (h.28). Chúng ta thừa nhận rằng tại mọi điểm của lưỡng chất:

- pha của sóng khúc xạ bằng pha của sóng tới.
- nếu  $n_1 > n_2$  thì pha của sóng phản xạ bằng pha của sóng tới.
- nếu  $n_1 < n_2$  thì pha của sóng phản xạ bằng pha của sóng tới cộng thêm một lượng bằng  $\pi$ .

Chúng ta cũng thừa nhận rằng:

- sự phản xạ trên kim loại làm cho pha của sóng bị gián đoạn một lượng bằng  $\pi$ .
- khi sóng đi qua điểm hội tụ (h.29), cần phải cộng thêm  $\pi$  vào hiệu pha được tính toán theo khoảng cách.

Các kết quả này có thể thu được từ các định luật của Điện từ học.

**Pha của sóng ánh sáng là liên tục khi:**

- khúc xạ;
- phản xạ trên một lưỡng chất tại đó sóng tới truyền vào trong môi trường có chiết suất lớn hơn;

**Pha của sóng ánh sáng bị gián đoạn một lượng bằng  $\pi$  khi:**

- phản xạ trên một lưỡng chất tại đó sóng tới truyền vào trong môi trường có chiết suất nhỏ hơn ;
- phản xạ trên bề mặt kim loại ;
- đi qua điểm hội tụ.

Trong *bài tập 5* ta sẽ trình bày sự chứng minh các định luật Snell-Descartes từ mô hình sóng ánh sáng.

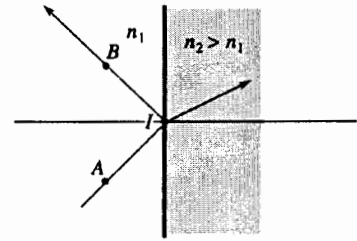
### 8.2.3. Sự truyền sáng qua một loạt các môi trường trong suốt đồng chất kế tiếp nhau

Bây giờ, ta sẽ khảo sát một sóng truyền qua một loạt các môi trường trong suốt, đồng chất, có chiết suất lần lượt là  $n_1, n_2, \dots$

Một tia sáng phát xuất từ điểm  $A$  trong môi trường thứ nhất sẽ bị khúc xạ trên các lưỡng chất tại các điểm  $I_1, I_2 \dots$  (h.30a) và đi qua điểm  $B$  trong môi trường có chiết suất  $n_p$ .

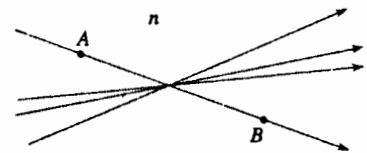
Theo tính chất liên tục của pha,  $\phi_{A \rightarrow B} = \phi_{A \rightarrow I_1} + \phi_{I_1 \rightarrow I_2} + \phi_{I_2 \rightarrow I_3} + \dots + \phi_{I_{p-1} \rightarrow B}$ ,

$$\text{hay } \phi_{A \rightarrow B} = -\frac{2\pi}{\lambda_0} \left( n_1 \vec{u}_1 \cdot \overline{AI_1} + n_2 \vec{u}_2 \cdot \overline{I_1 I_2} + \dots + n_i \vec{u}_i \cdot \overline{I_{i-1} I_i} + \dots + n_p \vec{u}_p \cdot \overline{I_{p-1} B} \right).$$

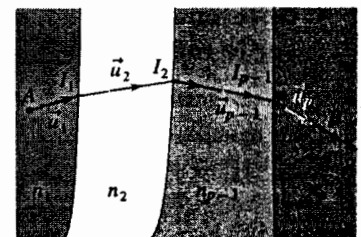


Hình 28. Phản xạ trên mặt không khí-thủy tinh. Độ lệch pha gây ra do phản xạ:

$$\phi_{A \rightarrow B} = n_1 AI + n_1 IB + \pi$$



Hình 29. Pha của sóng khi đi qua một điểm hội tụ :  $\phi_{A \rightarrow B} = nAB + \pi$



Hình 30a. Sự truyền của tia sáng qua nhiều môi trường khác nhau.

Ta gọi *quang lộ* ( $AB$ ) là tổng các số hạng ở trong dấu ngoặc đơn:

$$(AB) = \sum n_i \vec{u}_i \cdot \vec{L}_i,$$

nếu  $\vec{L}_i$  là đường đi của tia sáng trong môi trường đồng chất, có chiết suất  $n_i$ . Cần chú ý rằng quang lộ này đúng bằng khoảng cách mà sóng truyền được trong chân không trong cùng một khoảng thời gian hoặc để có cùng một độ lệch pha.

Hiệu pha khi đó được viết như sau:  $\varphi_{A \rightarrow B} = -\frac{2\pi}{\lambda_0}(AB)$ .

Tổng quát hơn, nếu sóng bị gián đoạn về pha thì ta có thể viết:

$$\varphi_{A \rightarrow B} = -\frac{2\pi}{\lambda_0}(AB) + \varphi_{\text{sup}}.$$

$\varphi_{\text{sup}}$  có được khi sóng bị phản xạ và đi qua những điểm hội tụ. Nói chung,  $\varphi_{\text{sup}}$  là một bội số của  $\pi$ .

### 8.2.4. Quang lộ và pha

Trong trường hợp tổng quát, chiết suất có thể biến thiên một cách liên tục và tia sáng sẽ bị uốn cong đi. Chúng ta sẽ suy rộng định nghĩa của quang lộ và biểu thức độ lệch pha.

Theo định nghĩa, quang lộ ( $AB$ ) giữa hai điểm  $A$  và  $B$  của một tia sáng (h.30) là:

$$(AB) = \int_A^B n \vec{u} \cdot d\vec{l},$$

ở đây  $n$  là chiết suất (phụ thuộc vào điểm khảo sát) và  $\vec{u}$  là vectơ đơn vị tiếp tuyến với tia sáng.

Đối với sóng đơn sắc có mạch số  $\omega$  và bước sóng trong chân không  $\lambda_0$ , hiệu pha giữa hai điểm  $A$  và  $B$  tại mọi thời điểm là:

$$\varphi_{A \rightarrow B} = -\frac{2\pi}{\lambda_0}(AB) + \varphi_{\text{sup}} = -\frac{\omega}{c}(AB) + \varphi_{\text{sup}}.$$

Số hạng  $\varphi_{\text{sup}}$  thường là một bội số của  $\pi$ , có được từ những gián đoạn về pha khi sóng bị phản xạ hoặc đi qua một điểm hội tụ.

### 8.2.5. Sự trở lại ngược chiều của ánh sáng

Nếu ánh sáng truyền từ  $A$  đến  $B$  dọc theo một tia sáng thì nó cũng có thể truyền ngược lại từ  $B$  về  $A$  cũng theo đường đó. Thật vậy, các định luật phản xạ và khúc xạ không phụ thuộc vào chiều truyền ánh sáng. Các quang lộ ( $AB$ ) theo một chiều và ( $BA$ ) theo chiều ngược lại đều bằng nhau.

Nếu đảo lại chiều truyền ánh sáng thì các tia sáng vẫn không thay đổi.

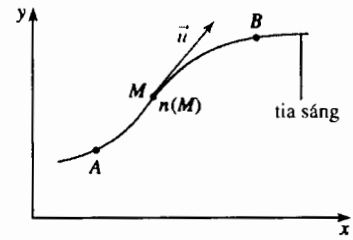
## 8.3. Định lí MALUS

### 8.3.1. Mặt sóng

Xét một sóng ánh sáng phát xuất từ nguồn điểm  $A$  (h.31).

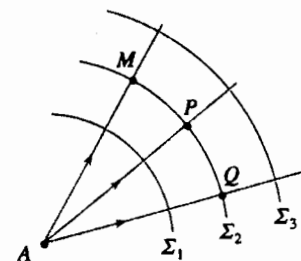
Mặt sóng là mặt được xác định bởi tập hợp những điểm cách nguồn điểm cùng một quang lộ. Nếu sóng phát ra từ nguồn điểm là đơn sắc thì các mặt sóng sẽ trùng với các mặt đẳng pha.

Ví dụ như nếu môi trường là đồng chất thì mặt sóng là các mặt cầu có tâm tại  $A$ . Chúng ta có thể nhận thấy rằng các mặt sóng trực giao với các tia sáng. Định lí MALUS sẽ tổng quát hóa tính chất này.



Hình 30b. Quang lộ ( $AB$ ) bằng:

$$\begin{aligned} (AB) &= \int_A^B n(M) \vec{u} \cdot d\vec{M} \\ &= \int_A^B n(M) dM \end{aligned}$$



Hình 31.  $\Sigma_1, \Sigma_2$  và  $\Sigma_3$  là các mặt sóng:  $(AM) = (AP) = (AQ)$ .

### 8.3.2. Phát biểu định lí MALUS

#### Các mặt sóng trực giao với các tia sáng

Một cách chứng minh đơn giản định lí quang hình học này được đưa ra trong bài tập 6.

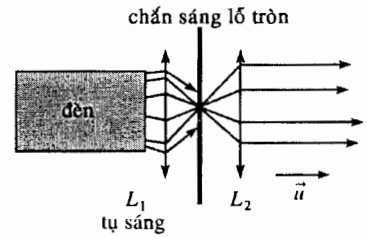
### 8.3.3. Mặt phẳng đẳng pha của chùm sáng đơn sắc song song

Ta đặt một nguồn điểm đơn sắc tại tiêu diện vật của một thấu kính hội tụ (h.32). Các tia sáng ló ra khỏi thấu kính đều song song với nhau và có vectơ đơn vị là  $\vec{u}$ . Theo định lí MALUS, các mặt đẳng pha là những mặt phẳng vuông góc với các tia sáng và do đó vuông góc với phương truyền sáng. Sóng tương ứng là sóng phẳng, đơn sắc có dạng:

$$\underline{s}_0 \exp[i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})] \text{ với } \vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda_0} n\vec{u}.$$

Chú ý:

• Thực ra, một nguồn sáng thực không bao giờ là một nguồn điểm và cũng không bao giờ là đơn sắc. Do đó, sóng nhận được chỉ gần đúng là sóng phẳng đơn sắc. Sự gần đúng tốt nhất có được đối với chùm tia laser.



**Hình 32.** Cách tạo một chùm tia song song. Chắn sáng lỗ tròn nằm ở tiêu điểm của thấu kính  $L_2$ .

# Áp dụng 2

### Tính toán quang lộ

Cho một thấu kính hội tụ mỏng đặt trong không khí được chiếu sáng bằng một nguồn điểm nằm trên tiêu diện vật nhưng ở ngoài tiêu điểm chính của thấu kính (đặt  $PM = a$ ).

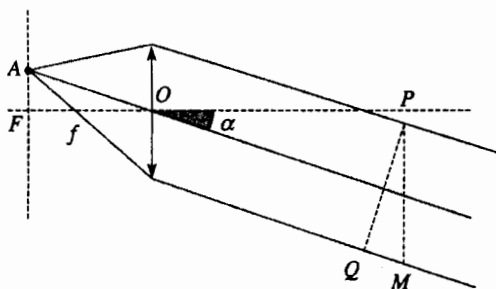
Hãy tính các hiệu quang lộ.

1) trên hình 33

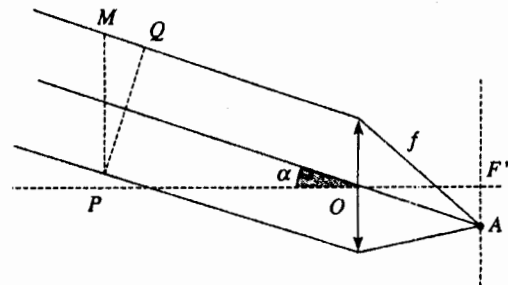
a)  $(AQ) - (AP)$ ;      b)  $(AM) - (AP)$ ;

2) trên hình 34

a)  $(QA) - (PA)$ ;      b)  $(MA) - (PA)$ ;



**Hình 33.** Chùm tia xuất phát từ nguồn điểm nằm trên tiêu diện vật của thấu kính là một chùm song song.



**Hình 34.** Chùm tia song song hội tụ trên tiêu diện ảnh của thấu kính.

1) a) Ta sử dụng định lí MALUS nói rằng các tia sáng vuông góc với các mặt sóng. Mặt sóng biểu diễn một tập hợp những điểm mà các quang lộ tính từ nguồn điểm đến chúng là như nhau.

Điều đó cho phép ta khẳng định rằng  $(AQ) = (AP)$  vì  $PQ$  vuông góc với các tia sáng, nghĩa là:

$$(AQ) - (AP) = 0.$$

b) Ta có thể viết:

$(AM) - (AP) = (AQ) + (QM) - (AP) = (QM)$   
theo kết quả ở phần trên.

Nhưng  $(QM) = QM = PM \sin \alpha = a \sin \alpha$ , suy ra  $(AM) - (AP) = a \sin \alpha$ .

2) Theo sự trở lại ngược chiều của ánh sáng, một cách tương tự ta sẽ được:

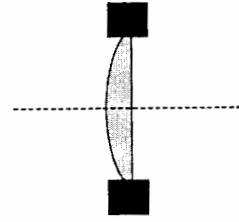
a)  $(QA) - (PA) = 0$  ;

b)  $(MA) - (PA) = a \sin \alpha$ .

Chú ý:

Các kết quả có thể đáng ngạc nhiên nhưng không được quên rằng sơ đồ GAUSS vừa trình bày đã không tính đến hình dạng chính xác của thấu kính.

Thực tế, độ dày (quang học) của thấu kính có những ảnh hưởng nhất định (h.35).



Hình 35. Độ dày quang học của một thấu kính (ở đây là thấu kính hội tụ) không phải là một hằng số.

### 8.3.4. Tính chất của các cặp điểm liên hợp

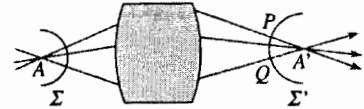
Giả sử điểm vật  $A$  và ảnh  $A'$  của nó qua một quang hệ gồm các gương và thấu kính (h.36). Ta xét hai tia sáng bất kì đi từ  $A$  đến  $A'$ , cắt mặt sóng  $\Sigma'$  tại  $P$  và  $Q$ .

• Theo định lí MALUS:  $(AP) = (AQ)$ .

• Theo định luật trở lại ngược chiều,  $A'P$  và  $A'Q$  cũng là những tia sáng và  $(A'P) = (A'Q)$  hay  $(PA') = (QA')$ .

Ta có thể kết luận  $(AP) + (PA') = (AQ) + (QA')$ .

Quang lộ giữa hai điểm liên hợp qua một quang hệ tương điểm không phụ thuộc vào tia sáng nối hai điểm ấy.

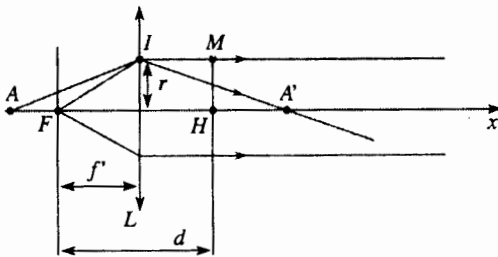


Hình 36.  $A$  và  $A'$  là cặp điểm liên hợp.  $\Sigma$  và  $\Sigma'$  (các phần mặt cầu) là 2 mặt sóng.

# Áp dụng 3

## Hệ thức liên hợp

Người ta khảo sát sơ đồ vẽ trên hình 37. Thấu kính hội tụ  $L$  có tiêu cự  $f'$ , được làm bằng thủy tinh chiết suất  $n$  và độ dày lớn nhất của nó là  $e_0$ . Nguồn sáng được đặt ở tiêu điểm  $F$  của thấu kính.



Hình 37.  $A$  và  $A'$  liên hợp với nhau qua  $L$ .

1) Tính quang lộ ( $FM$ ) và từ đó suy ra sự phụ thuộc của độ dày của thấu kính vào  $r$ .

2) Tìm lại hệ thức liên hợp đối với các hoành độ  $x_A$  và  $x_{A'}$  của hai điểm liên hợp.

1) Giả sử  $H$  là hình chiếu của  $M$  trên quang trục. Theo định lí MALUS,  $H$  và  $M$  nằm trên cùng một mặt sóng. Do đó,  $(FM) = (FH)$ .

Nhưng  $(FH) = n_{kk}(d - e_0) + ne_0 = d + (n - 1)e_0$ .

Từ đó suy ra  $(FM) = d + (n - 1)e_0$ .

Lí luận tương tự, trong điều kiện GAUSS, tức là đối với những tia nghiêng với quang trục một góc nhỏ:

$$(FM) = FI + IM + (n - 1)e(r)$$

$$= f' \left( 1 + \frac{r^2}{2f'^2} \right) + d - f' + (n - 1)e(r).$$

Đồng nhất hai biểu thức của (FM) ta được:

$$e(r) = e_0 - \frac{r^2}{2(n-1)f'}$$

2) A và A' là hai điểm liên hợp qua L nên quang lộ (AA') không phụ thuộc vào điểm I.

Trong điều kiện GAUSS:

$$(AA') = AI + IA' + (n-1)e(r)$$

Sử dụng các kết quả ở phần trên:

$$(AA') = (-x_A) \left( 1 + \frac{r^2}{2x_A^2} \right) + x_{A'} \left( 1 + \frac{r^2}{2x_{A'}^2} \right)$$

$$+ (n-1)e_0 - \frac{r^2}{2f'}$$

$$(AA') \text{ không phụ thuộc vào } r \text{ nếu như } -\frac{1}{x_A} + \frac{1}{x_{A'}} = \frac{1}{f'}$$

Hệ thức này chính là hệ thức liên hợp DESCARTES.

► Để luyện tập : xem bài tập 3.

## 9 Đường cong phổ của một đoàn sóng gần đơn sắc

Ở tiết §3, chúng ta đã mô tả sóng ánh sáng phát ra từ một nguồn như một chuỗi liên tiếp các đoàn sóng gần đơn sắc có những độ lệch pha tùy ý. Trong phần này, ta sẽ nghiên cứu một cách mô hình hóa tương đương khác.

### 9.1. Ví dụ về đường cong phổ dạng Lorentz

Thay cho việc khảo sát một sóng hình sin, mạch số  $\omega_0$ , có thời gian kéo dài hữu hạn, ta sẽ mô tả sóng phát ra từ một nguyên tử như là kết quả chồng chất của vô số sóng hoàn toàn đơn sắc có tần số lân cận với  $\omega_0$ .

(Oz) là phương truyền sóng, ứng với mỗi giải phổ nguyên tố  $d\omega$  có một biên độ phức:

$$d\underline{s}(M, t) = f(\omega) \exp \left[ i\omega \left( t - \frac{z}{c} \right) \right] d\omega$$

Biên độ phức tổng cộng có được do sự chồng chất của các giải phổ sẽ là:

$$\underline{s}(M, t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\omega) \exp \left[ i\omega \left( t - \frac{z}{c} \right) \right] d\omega$$

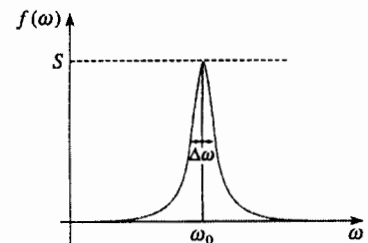
$f(\omega)$  là đường cong phổ biên độ của nguồn.

Tất nhiên,  $\omega$  chỉ có thể là dương còn  $f(\omega)$  chỉ có những giá trị đáng kể trong một khoảng tần số nhỏ quanh  $\omega_0$ . Tích phân từ  $-\infty$  đến  $+\infty$  chỉ là một thủ pháp toán học không ảnh hưởng gì đến kết quả.

Để làm ví dụ, ta xét  $f(\omega)$  là đường cong phổ dạng Lorentz (h.38):

$$f(\omega) = \frac{S}{1 + 4 \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\Delta\omega^2}}$$

Khảo sát đồ thị hàm  $f(\omega)$  cho thấy biên độ chỉ nhận những giá trị đáng kể đối với những tần số nằm trong một giải hẹp quanh  $\omega_0$ .

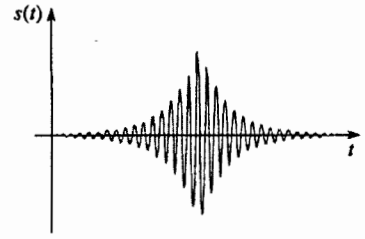


Hình 38. Đường cong dạng Lorentz:  $\Delta\omega$  là độ rộng nửa chiều cao (độ bán rộng).

Để tính  $s(t)$ , ta đổi biến  $u = \omega - \omega_0$  và  $v = \left(t - \frac{z}{c}\right)$ . Khi đó, ta sẽ được:

$$\underline{s}(M, t) = S \exp(i\omega_0 v) \int_{u=-\infty}^{\infty} \frac{\exp(iuv)}{1 + 4 \frac{u^2}{\Delta\omega^2}} du,$$

$$\underline{s}(M, t) = S \exp(i\omega_0 v) \left[ \int_{u=-\infty}^{\infty} \frac{\cos(uv)}{1 + 4 \frac{u^2}{\Delta\omega^2}} du + i \int_{u=-\infty}^{\infty} \frac{\sin(uv)}{1 + 4 \frac{u^2}{\Delta\omega^2}} du \right].$$



Hình 39. Đoàn sóng có bao hình hàm mũ.

Tích phân thứ hai bằng 0 (vì hàm dưới dấu tích phân là hàm lẻ) còn giá trị của tích phân thứ nhất có thể tìm được trong các sách tra cứu. Quay về các biến ban đầu, ta được:

$$\underline{s}(M, t) = \frac{2\pi S}{\Delta\omega} \exp\left[i\omega_0 \left(t - \frac{z}{c}\right)\right] \exp\left(-\frac{\Delta\omega}{2} \left|t - \frac{z}{c}\right|\right),$$

Biểu thức trên mô tả một hàm hình sin, mạch số  $\omega_0$ , có biên độ  $A$  bị giới hạn theo thời gian bởi hàm mũ. Chúng ta tìm lại được đoàn sóng tương tự như những đoàn sóng đã mô tả trước đây, chỉ khác là bao hình của nó có dạng hàm mũ chứ không phải là dạng chữ nhật (h.39).

Độ rộng  $\tau_c$  (và do đó cả độ dài kết hợp thời gian) của đoàn sóng này là tùy thuộc vào độ rộng phổ  $\Delta\omega$ : khoảng thời gian trong đó biên độ  $A$  là “lớn” (ta quy ước  $\frac{A_{\max}}{e} < A < A_{\max}$ ) phải thỏa mãn hệ thức  $\Delta\omega \left(\frac{\tau_c}{2}\right) = 2$  hay  $\Delta\omega \tau_c = 4$ .

Nếu  $\nu$  là tần số thì các độ rộng  $\Delta\nu$  và  $\Delta t$  liên hệ với nhau bằng hệ thức:

$$\Delta\nu \tau_c = \frac{2}{\pi} \approx 1.$$

## 9.2. Tổng quát hóa

Một dạng đường cong phổ khác (xem ứng dụng 4) cũng cho ta kết quả tương tự một cách định tính:  $\Delta\nu \tau_c = 1$ .

Thực ra, đó là hai cách mô tả tương đương về cùng một hiện tượng sóng: cách mô tả tự nhiên trong miền thời gian  $s(t)$  và cách mô tả trong miền tần số  $f(\omega)$  sao cho:

$$\underline{s}(t) = \int_{\omega=-\infty}^{\infty} f(\omega) \exp(i\omega t) d\omega \quad (\text{tại } z = 0).$$

Có thể chứng minh rằng đường cong phổ biên độ  $f(\omega)$  được tính từ  $\underline{s}(t)$  bằng công thức:

$$f(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \exp(-i\omega t) dt.$$

Như vậy, vì  $f(\omega)$  và  $\underline{s}(t)$  có thể tính được qua nhau nên:  $f(\omega)$  và  $\underline{s}(t)$  đều mang tất cả thông tin liên quan đến tín hiệu sáng.

Sóng gần đơn sắc có thể được biểu diễn một cách tương đương hoặc bằng một chuỗi liên tiếp các đoàn sóng hình sin, độc lập nhau, có thời gian kéo dài trung bình  $\tau_c$ , hoặc bằng sự chồng chất của nhiều sóng đơn sắc trong một dải phổ có độ rộng  $\Delta\nu$  lân cận tần số trung tâm  $\nu_0$ .

$\tau_c$  và  $\Delta\nu$  liên hệ với nhau bằng hệ thức  $\Delta\nu \tau_c \approx 1$ .

Chú ý:

Hệ thức trên có thể được hiểu một cách định tính như sau: các sóng hình sin chồng chất lên nhau có cùng pha tại tâm đoàn sóng. Sau đó, do chu kỳ của chúng hơi khác nhau cho nên chúng lệch pha dần khi đi ra xa. Cách tâm một khoảng nào đó, pha của các sóng là tùy ý và sóng tổng hợp sẽ bằng 0.

# Áp dụng 4

## Đường cong phổ dạng chữ nhật

Hãy xác định dạng và đánh giá thời gian kéo dài  $\tau_c$  của các đoàn sóng nếu như đường cong phổ của sóng ánh sáng được cho như sau:

$$\begin{cases} f(\omega) = h \text{ nếu } \omega \in \left[ \omega_0 - \frac{1}{2} \Delta\omega; \omega_0 + \frac{1}{2} \Delta\omega \right] \\ f(\omega) = 0 \text{ nếu } \omega \notin \left[ \omega_0 - \frac{1}{2} \Delta\omega; \omega_0 + \frac{1}{2} \Delta\omega \right] \end{cases}$$

Ta có thể đoán nhận ngay là  $\tau_c \approx \frac{1}{\Delta\nu}$ .

Tích phân được giới hạn trong miền:

$$\left[ \omega_0 - \frac{1}{2} \Delta\omega; \omega_0 + \frac{1}{2} \Delta\omega \right].$$

$$\begin{aligned} \underline{s}(t) &= h \int_{\omega_0 - \frac{\Delta\omega}{2}}^{\omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2}} \exp(i\omega t) dt \\ &= \frac{h}{i\omega} \exp(i\omega_0 t) \left[ \exp\left(i \frac{\Delta\omega}{2} t\right) - \exp\left(-i \frac{\Delta\omega}{2} t\right) \right]. \end{aligned}$$

Chuyển sang hàm sin, ta được:

$$\underline{s}(t) = h\Delta\omega \frac{\sin\left(\frac{\Delta\omega}{2} t\right)}{\frac{\Delta\omega}{2} t} \exp(i\omega_0 t).$$

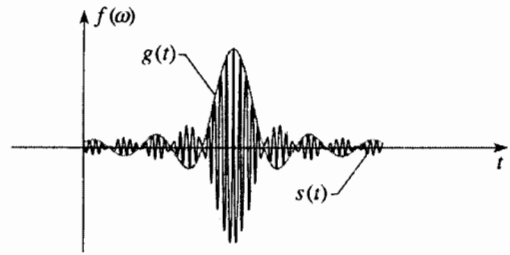
$s(t)$  rõ ràng là một tín hiệu hình sin có mạch số  $\omega_0$ , biên độ  $h\Delta\omega$  và bị biến điệu theo bao hình:

$$g(t) = \frac{\sin\left(\frac{\Delta\omega}{2} t\right)}{\frac{\Delta\omega}{2} t} = \text{sinc}\left(\frac{\Delta\omega}{2} t\right).$$

Sau này, chúng ta sẽ còn nhiều lần gặp lại hàm  $\text{sinc}(u) = \frac{\sin u}{u}$ . Đồ thị của  $g(t)$  được vẽ trên hình 40.

Biên độ sóng rất nhỏ khi ở xa đỉnh trung tâm và chúng ta xem thời gian phát xạ  $\tau_c$  là độ rộng của

đỉnh trung tâm này hay  $\tau_c \approx \frac{4\pi}{\Delta\omega} = \frac{2}{\Delta\nu}$ .



Hình 40. Đoàn sóng có đường cong phổ dạng chữ nhật.

► Để luyện tập: bài tập 4.

## 9.3. Ảnh biến đổi FOURIER

Sự chuyển từ đường cong phổ  $f(\omega)$  sang  $s(t)$  là ví dụ áp dụng của một phép toán gọi là phép biến đổi FOURIER mà các tính chất của nó được trình bày trong phần phụ lục.

Xuất phát từ các tính chất của ảnh biến đổi FOURIER, chúng ta có thể tìm lại được các hệ thức giữa mô hình đoàn sóng và mô hình độ rộng phổ.

- Sai khác một hệ số hằng số, biên độ  $\underline{s}(t)$  là ảnh biến đổi Fourier ngược của đường cong phổ  $f(\omega)$ . Do đó đường cong phổ cũng chính là ảnh biến đổi Fourier của  $\underline{s}(t)$ , sai khác một hệ số hằng số.

- Nếu  $f(x)$  là một hàm chẵn “dạng chuông” có độ rộng đặc trưng là  $\Delta x$  thì  $F(u)$  cũng là hàm “dạng chuông” có độ rộng  $\Delta u$  sao cho:

$$\Delta x \Delta u \approx 2\pi$$

Áp dụng cho trường hợp sóng, hệ thức trên trở thành  $\tau_c \Delta\nu \approx 1$  với  $\tau_c$  là thời gian kéo dài của đoàn sóng còn  $\Delta\nu$  là độ rộng phổ của vạch khảo sát.

# ĐIỀU CẦN GHI NHỚ

## ■ ĐẠI CƯƠNG VỀ SÓNG ĐƠN SẮC

- Một tín hiệu truyền với vận tốc không đổi  $v$  dọc theo chiều dương của trục ( $Oz$ ) sẽ là một sóng chạy phẳng, đơn sắc có tần số  $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$  nếu như nó có dạng:

$$s(M, t) = s_m \cos\left(\omega t - \frac{\omega}{v} z + \varphi_0\right).$$

Bước sóng  $\lambda$  là chu kì không gian trong môi trường khảo sát tại một thời điểm  $t$  xác định, nghĩa là :

$$\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{2\pi v}{\omega}.$$

- Dưới dạng phức, sóng có biểu thức là  $\underline{s} = \underline{s}_0 \exp[i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})]$  với  $\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{u}$  là vectơ sóng.
- Ở xa nguồn, mô hình sóng phẳng nói chung là một gần đúng rất tốt.

## ■ SÓNG ÁNH SÁNG

- Sóng điện từ truyền trong chân không với vận tốc  $c$  xấp xỉ bằng  $3.10^8 \text{ m.s}^{-1}$ . Các sóng ánh sáng khả kiến là những sóng điện từ có tần số nằm trong khoảng giữa  $4.10^{14} \text{ Hz}$  và  $8.10^{14} \text{ Hz}$ , nghĩa là có bước sóng trong chân không  $\lambda_0$  nằm trong khoảng giữa  $0,4 \mu\text{m}$  (tím) và  $0,8 \mu\text{m}$  (đỏ). Sự phát xạ ánh sáng khả kiến liên quan đến các chuyển dời electron trong các nguyên tử hoặc phân tử.
- Trong môi trường trong suốt được đặc trưng bởi chiết suất  $n$ , vận tốc truyền ánh sáng là  $v = \frac{c}{n}$ .
- Sóng phát ra từ nguồn sáng có thể được xem như là một chuỗi liên tiếp các đoàn sóng gần đơn sắc có thời gian kéo dài trung bình  $\tau_c$  (thời gian kết hợp) rất lớn so với chu kì của sóng. Đại lượng  $l_c = c\tau_c$  biểu thị độ dài kết hợp thời gian.  $\tau_c$  điển hình vào khoảng  $10^{-11} \text{ s}$  đối với nguồn sáng cổ điển (nguồn không kết hợp) gần đơn sắc.

## ■ THANG BẬC THỜI GIAN

Trong Quang học, chúng ta gặp ba thang bậc về khoảng thời gian:

- Chu kì sóng ánh sáng:  $T \approx 10^{-15} \text{ s}$ .
- Thời gian kết hợp:
  - nguồn sáng cổ điển:  $\tau_c \approx 10^{-11} \text{ s}$ ;
  - nguồn laser:  $\tau_c \approx 10^{-7} \text{ s}$ .
- Thời gian đáp ứng của đầu thu:
  - các đầu thu thông dụng: lớn hơn  $10^{-6} \text{ s}$ ;
  - mắt người:  $\frac{1}{20} \text{ s}$ .
- Sóng gần đơn sắc có thể được biểu diễn một cách tương đương hoặc bằng một chuỗi liên tiếp các đoàn sóng hình sin, độc lập nhau có thời gian kéo dài trung bình là  $\tau_c$ , hoặc bằng sự chồng chất của nhiều sóng đơn sắc trong một dải phổ có độ rộng  $\Delta\nu$  lân cận tần số trung tâm  $\nu_0$ .  $\tau_c$  và  $\Delta\nu$  liên hệ với nhau bằng hệ thức  $\Delta\nu\tau_c \approx 1$ .



## ■ GẦN ĐÚNG VÔ HƯỚNG

Trong rất nhiều trường hợp, đáp ứng của đầu thu có thể được xác định bằng một mô hình đơn giản hóa. Trong mô hình này, điện trường được mô tả bằng một đại lượng vô hướng.

Phép gần đúng này áp dụng được trong trường hợp rất hay gặp là các sóng không phân cực có phương truyền gần trùng nhau.

• Ứng với mỗi sóng ánh sáng đơn sắc mạch số  $\omega$ , ta có một sóng vô hướng được gọi là tín hiệu sáng:  $s(M, t) = s_m(M) \cos(\omega t + \varphi_{A \rightarrow M} + \varphi_0)$ , hay dưới dạng phức:

$$\underline{s}(M, t) = \underline{s}_0(M) \exp(i(\omega t + \varphi_{A \rightarrow M})).$$

• Cường độ sáng là một đại lượng tỉ lệ với giá trị trung bình của bình phương tín hiệu sáng. Đối với sóng ánh sáng đơn sắc, ta có :

$$I = s_m^2 \text{ hay } I = \underline{s} \underline{s}^* .$$

Các đầu thu ánh sáng đều nhạy với cường độ sáng là đại lượng tỉ lệ với công suất bức xạ của sóng lên bề mặt nhận sáng.

## ■ QUANG LỘ

• Các tia sáng của Quang hình học, tiếp xúc tại mọi điểm với phương truyền sóng.

• Pha của sóng ánh sáng là liên tục khi khúc xạ hoặc phản xạ trên lưỡng chất tại đó sóng tới truyền vào trong môi trường có chiết suất lớn hơn.

• Pha của sóng bị gián đoạn một lượng  $\pi$  khi phản xạ trên lưỡng chất tại đó sóng tới truyền vào trong môi trường có chiết suất nhỏ hơn, khi phản xạ trên bề mặt kim loại và khi đi qua một điểm hội tụ.

• Theo định nghĩa, quang lộ ( $AB$ ) giữa hai điểm  $A$  và  $B$  của một tia sáng là:

$$(AB) = \int_A^B n \vec{u} \cdot d\vec{l} ,$$

ở đây,  $n$  là chiết suất (phụ thuộc vào điểm khảo sát) và  $\vec{u}$  là vectơ đơn vị tiếp tuyến với tia sáng.

Đối với một sóng đơn sắc có mạch số  $\omega$  và bước sóng trong chân không  $\lambda_0$ , hiệu pha giữa hai điểm  $A$  và  $B$  tại mọi thời điểm là:

$$\varphi_{A \rightarrow B} = -\frac{2\pi}{\lambda_0} (AB) + \varphi_{\text{sup}} = -\frac{\omega}{c} (AB) + \varphi_{\text{sup}} .$$

Số hạng  $\varphi_{\text{sup}}$  thường là một bội số của  $\pi$  có được từ những gián đoạn về pha khi sóng bị phản xạ hoặc đi qua một điểm hội tụ.

• Nếu đảo lại chiều truyền ánh sáng thì các tia sáng vẫn không thay đổi.

• Mặt sóng là một mặt được xác định bởi tập hợp những điểm cách nguồn điểm một quang lộ. Nếu sóng phát ra từ nguồn điểm là đơn sắc thì các mặt sóng sẽ trùng với các mặt đẳng pha.

## ■ ĐỊNH LÍ MALUS

Các mặt sóng trực giao với các tia sáng.

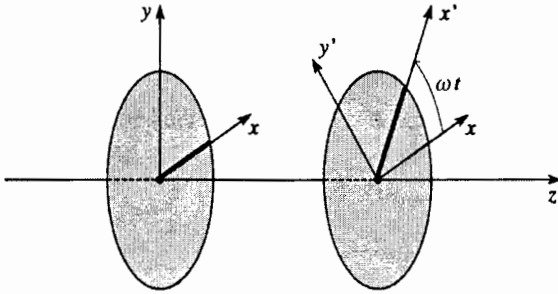
Quang lộ giữa hai điểm liên hợp qua một quang hệ tương điểm không phụ thuộc vào tia sáng nối hai điểm ấy.

# BÀI TẬP

## ÁP DỤNG TRỰC TIẾP BÀI GIẢNG

### 1 Biến điệu bằng cách xoay kính phân cực

Một chùm ánh sáng tự nhiên song song, không phân cực có cường độ  $I_0$  truyền qua một kính phân cực cố định và sau đó qua một kính phân cực thứ hai quay quanh quang trục với vận tốc góc  $\omega$ . Giả sử rằng các kính phân cực là lí tưởng, hãy tính cường độ sáng  $I'$  đi ra khỏi kính phân cực thứ hai.



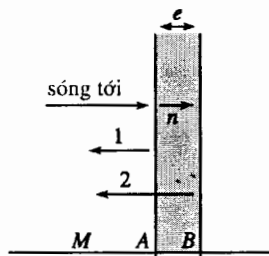
### 2 Cường độ và dòng photon

Một chùm laser được xem là một sóng đơn sắc có bước sóng 632,8nm và công suất 1mW. Tiết diện chùm tia là 3mm<sup>2</sup>. Người ta xem rằng cường độ trong chùm là đều.

- 1) Xác định lưu lượng  $D$  của dòng photon.
- 2) Công suất bức xạ là  $\mathcal{P}$  của một đèn phát ánh sáng đẳng hướng phải là bao nhiêu để cường độ sáng ở cách đèn 1m bằng cường độ của chùm laser này.

### 3 Màu sắc của một màng nước xà phòng

Một bong bóng nước xà phòng có độ dày  $e$  và chiết suất  $n = 1,3$  được chiếu sáng thẳng góc. Màng có hệ số phản xạ nhỏ nên cường độ các sóng có được sau hai hay nhiều lần phản xạ là không đáng kể.



- 1) Hiệu pha giữa hai sóng phản xạ từ hai mặt của màng là bao nhiêu?
- 2) Với điều kiện nào thì ánh sáng có bước sóng trong chân không  $\lambda_0$  sẽ phản xạ với cường độ cực đại?

3) Tại sao bọt xà phòng được chiếu bằng ánh sáng trắng lại lấp lánh nhiều màu sắc khi nó rất mỏng? Hãy cho biết cỡ độ dày của bọt xà phòng có nhiều màu sắc.

### 4 Đường cong phổ dạng Gauss

Hãy xác định dạng đoàn sóng và cỡ độ lớn thời gian kết hợp của một sóng ánh sáng gần đơn sắc có đường cong phổ biên độ được biểu diễn bởi công thức:

$$f(\omega) = A \exp \left[ - \left( 2 \frac{\omega - \omega_0}{\Delta\omega} \right)^2 \right]$$

Biết rằng:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left[ - \left( 2 \frac{u}{\Delta u} \right)^2 \right] \exp(iux) du = \frac{\Delta u \sqrt{\pi}}{2} \exp \left[ - \left( \frac{x}{4\Delta u} \right)^2 \right]$$

## VẬN DỤNG VỐN KIẾN THỨC

### 5 Các định luật DESCARTES và mô hình sóng

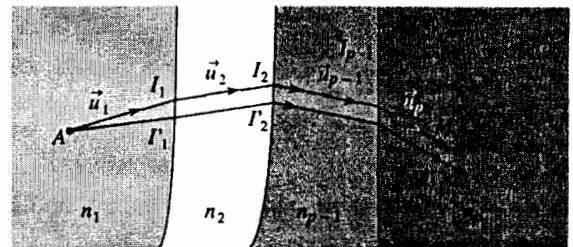
Một lưỡng chất phẳng phân cách hai môi trường trong suốt có chiết suất  $n_1$  và  $n_2$ . Một sóng phẳng, đơn sắc,

có vectơ sóng  $\vec{k}_i$  truyền trong môi trường chiết suất  $n_1$ , bị phản xạ và truyền qua (hay khúc xạ) trên lưỡng chất.

$(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y)$  là mặt phẳng lưỡng chất,  $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_z)$  là mặt phẳng tới,  $M$  là một điểm của lưỡng chất và  $\vec{r} = \vec{OM}$ . Người ta kí hiệu  $\vec{k}_i$ ,  $\vec{k}_r$  và  $\vec{k}_t$  là các vectơ sóng của các sóng phẳng tới, sóng phẳng phản xạ và sóng phẳng truyền qua.

- 1) Hãy biểu diễn pha tại  $M$  qua pha tại  $O$ ,  $\vec{k}$  và  $\vec{r}$  đối với cả ba sóng.
- 2) Ngược lại, các định luật SNELL-DESCARTES bằng cách sử dụng tính liên tục (hoặc tính gián đoạn một lượng  $\pi$ ) về pha của một sóng phẳng (xem H-Prépa, Sóng, năm thứ hai).

### 6 Định lí MALUS



Một tia sáng phát ra từ điểm  $A$  cố định, đi qua một loạt các lưỡng chất, theo lộ trình:  $(AI_1I_2...I_{p-1}M)$ . Kí hiệu quang lộ  $(AM)$  là  $L(M)$ .

1) Hãy biểu diễn  $L(M)$  qua các vectơ đơn vị  $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \dots$  và các vectơ  $\vec{AI}_1, \vec{I}_1I_2, \dots, \vec{v.v.}$

2) Xét tia lân cận  $(AI'_1I'_2...I'_{p-1}M')$  được suy ra từ tia ban đầu bằng những dịch chuyển tịnh tiến vô cùng bé  $d\vec{I}_1, d\vec{I}_2, \dots, d\vec{I}_{p-1}, d\vec{M}$ .

a) Định luật SNELL-DESCARTES về khúc xạ suy ra hệ thức giữa  $\vec{u}_i, \vec{u}_{i+1}$  và  $d\vec{I}_i$ .

b) Tính hiệu quang lộ  $dL$  giữa hai tia này.

3) Từ những kết quả trên suy ra định lí MALUS.

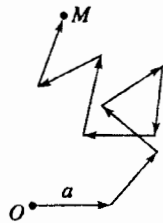
## 7 Các thăng giáng cường độ với đầu thu đáp ứng nhanh

Để mô tả ánh sáng gần đơn sắc phát ra từ một nguồn cố định, người ta thừa nhận mô hình sau:

- chỉ cần áp dụng phép gần đúng vô hướng là đủ.
- biên độ dao động và tần số bức xạ là như nhau đối với tất cả các nguyên tử.
- tại mỗi thời điểm, ở  $M$  có chồng chất các đoàn sóng phát ra từ  $N$  nguyên tử, có cùng thời gian kéo dài  $\tau_c$  và có biên độ phức:

$$\underline{s}_p(M, t) = \underline{s}_0 \exp[i(\omega t + \varphi_p(t))];$$

- các pha  $\varphi_p$  không có liên quan gì với nhau. Chúng giữ nguyên không đổi trong khoảng thời gian  $\tau_c$  là như nhau đối với tất cả các đoàn sóng, sau đó, chúng biến thiên một cách tùy ý.



Người ta cũng thừa nhận một kết quả thống kê như sau: nếu một điểm di động  $M$  dịch chuyển từ vị trí  $O$  trong mặt phẳng theo một đường gấp khúc gồm  $N$  đoạn có cùng độ dài  $a$  nhưng định hướng tùy ý, thì giá trị trung bình của khoảng cách  $OM$  sẽ là  $a\sqrt{N}$ . Mô hình này có tên gọi là "hành trình ngẫu nhiên" (xem *H-Prépa, Nhiệt động học, năm thứ nhất, bài tập 5, chương 4*).

1) Hãy viết biểu thức biên độ phức tức thời  $\underline{s}(M, t)$ .

2) Hãy viết biểu thức cường độ sáng và so sánh cường độ quan sát được trong hai trường hợp thời gian đáp ứng của đầu thu là:

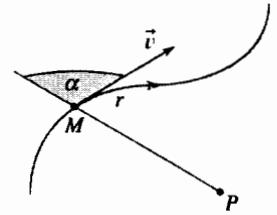
- lớn hơn so với  $\tau_c$ ;
- nhỏ hơn so với  $\tau_c$ .

Bạn có suy nghĩ gì về tính khả thi của thí nghiệm thứ hai?

## 8 Độ rộng DOPPLER

### A. Hiệu ứng DOPPLER

Một tín hiệu phát từ một nguồn chuyển động  $M$  tại thời điểm  $t$ , được thu nhận ở một điểm cố định  $P$  tại thời điểm  $t'$ .



Giả sử  $r(t) = \overline{PM}$  và do đó  $r(t)$  là khoảng cách  $PM$  tại thời điểm  $t$ ,  $\vec{v}$  là vectơ vận tốc của  $M$ ,  $\alpha$  là góc giữa  $\vec{v}$  và  $\overline{OM}$ .

1) Hãy biểu diễn  $t'$  qua  $t$ , vận tốc  $c$  và  $r(t)$ .

2) Nguồn phát ra các tín hiệu tuần hoàn có chu kì  $T$  và có tần số sao cho ta có thể bỏ qua những biến thiên của  $v$  và  $\alpha$  trong một chu kì.

a) Hãy viết biểu thức của hiệu  $r(t + T) - r(t)$

b) Từ đó, suy ra chu kì  $T'$  của tín hiệu thu nhận được tại  $P$ .

c) Hãy viết biểu thức của tỉ số của các tần số  $\frac{f'}{f}$ , giới

hạn ở bậc nhất của  $\frac{v}{c}$ .

3) Cho một ví dụ về hiệu ứng DOPPLER trong miền sóng âm.

### B. Sóng ánh sáng phát ra từ hơi đơn nguyên tử

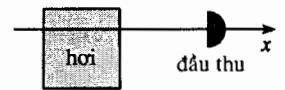
Chúng ta giả sử rằng các kết quả trước đây đều áp dụng được cho các sóng điện từ.

Trong đám hơi đơn nguyên tử có khối lượng mol  $M$ , nhiệt độ  $T$ , vận tốc của các nguyên tử được phân bố theo định luật MAXWELL-BOLTZMAN: nếu  $N$  là tổng số nguyên tử thì số nguyên tử có thành phần vận tốc  $v_x$  nằm trong khoảng từ  $v_x$  đến  $v_x + dv_x$  sẽ là:

$$dN = N \sqrt{\frac{M}{2\pi RT}} \exp\left(-\frac{Mv_x^2}{2RT}\right) dv_x$$

Các nguyên tử bị kích thích do phóng điện sẽ phát xạ ánh sáng. Ánh sáng đó ta có thể xem là hoàn toàn đơn sắc, nếu như chúng đứng yên thì có bước sóng trong chân không là  $\lambda_0$ .

Đầu thu được đặt ở đủ xa nguồn để chỉ ghi nhận những sóng (phẳng) có phương truyền song song với  $(Ox)$ .



1) Gọi  $dI$  là cường độ sáng mà đầu thu nhận được trong giải phổ  $(\lambda, \lambda + d\lambda)$ , chứng minh rằng:

$$I_\lambda = \frac{dI}{d\lambda} = K \exp\left[-\left(\frac{\lambda - \lambda_0}{\Delta\lambda}\right)^2\right].$$

Hãy biểu diễn hằng số  $\Delta\lambda$  qua của  $M, R, \lambda_0, c$  và  $T$ .

2) Hãy vẽ phác đồ thị hàm  $I_\lambda(\lambda)$  và giải thích sơ qua ý nghĩa của  $\Delta\lambda$ .

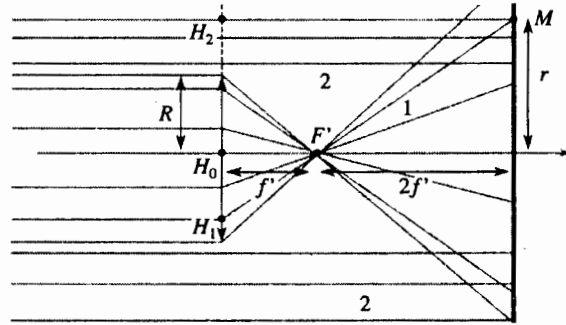
3) Đối với vạch xanh của thủy ngân,  $R = 8,31J \cdot K^{-1}$ ,  $M = 210g, T = 1000K$ . Hãy tính  $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ .

4) Bằng thực nghiệm, người ta đo được độ dài kết hợp là vào khoảng 1cm. Liệu hiệu ứng DOPPLER có phải là nguyên nhân chính gây ra độ rộng phổ này hay không?

## 9 Sự lệch pha giữa hai sóng kết hợp

Một sóng phẳng được xem là đơn sắc đi qua một thấu kính hội tụ mỏng có bán kính  $R$  và tiêu cự ảnh  $f'$ . Một màn ảnh được đặt ở cách thấu kính một khoảng là  $3f'$ .

Hãy xác định phần màn ảnh được rọi sáng bởi hai sóng sáng và tính độ lệch pha của chúng tại một điểm trong phần màn đó. Thấu kính được làm bằng thủy tinh chiết suất  $n$  và độ dày của nó ở vị trí quang trục là  $e$ .



## LỜI GIẢI

1) Giả sử (Oz) là phương truyền sóng,  $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$  là hệ cơ sở gắn với kính phân cực thứ nhất và  $(\vec{e}'_x, \vec{e}'_y, \vec{e}'_z)$  là hệ cơ sở gắn với kính thứ hai. Các giá trị trung bình được tính trong thời gian đáp ứng của đầu thu được giả thiết là rất lớn so với thời gian kết hợp của ánh sáng nhưng rất nhỏ so với chu kỳ xoay kính phân cực.

• Trước kính phân cực thứ nhất:

$$K \langle E_{\partial x}^2 \rangle = K \langle E_{Oy} \rangle^2 = \frac{I_0}{2}.$$

• Giữa hai kính phân cực:

$$\vec{E} = E_{Ox} \vec{e}_x = E_{Ox} [\cos \omega t \vec{e}'_x + \sin \omega t \vec{e}'_y].$$

• Ra khỏi kính phân cực thứ hai:

$$\vec{E} = E_{Ox} \cos \omega t \vec{e}'_x \text{ và } K \langle E^2 \rangle = I' = \frac{1}{2} I_0 \cos^2 \omega t.$$

Cường độ sáng bị biến điệu với mạch số  $2\omega$ .

2)  $D = \frac{\mathcal{P}}{Iv}$ , do đó  $D = 3,2 \cdot 10^{15}$  photon/s.

2)  $\mathcal{P} = \text{cường độ} \times \text{diện tích}$ . Tại khoảng cách 1m, diện tích được đèn chiếu sáng là  $4\pi m^2$ . Với  $\mathcal{P} = 1mW$ , ta có  $\frac{4\pi}{3 \cdot 10^{-6}} = 4,2kW$ . Đây là một công suất rất lớn.

3) Ta đánh số sóng tới là số 0, các sóng phản xạ trên hai lưỡng chất là số 1 và 2.

1) Sóng 1 bị phản xạ trên lưỡng chất không khí - nước (lệch pha thêm một lượng  $\pi$ ).

Sóng 2 truyền từ không khí sang nước, bị phản xạ trên lưỡng chất nước - không khí và sau đó truyền từ nước sang không khí.

$$\varphi_1(M) = \varphi_0(A) + \frac{2\pi}{\lambda_0} AM + \pi; \quad \varphi_2(M) = \varphi_0(A) + \frac{2\pi}{\lambda_0} (2ne + AM)$$

$$\text{từ đó suy ra: } \varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{4\pi ne}{\lambda_0} - \pi$$

2) Cường độ ánh sáng phản xạ sẽ cực đại nếu như hai sóng 1 và 2 đồng pha với nhau.

$$\varphi = p2\pi \text{ (với } p \text{ nguyên)}, \text{ hay } \lambda_0 = \frac{4ne}{2p+1}, \text{ hay } \frac{1}{\lambda_0} = \frac{p}{2ne} + \frac{1}{4ne}.$$

$$\text{Khoảng cách giữa hai cực đại liên tiếp thỏa mãn hệ thức: } \Delta \left( \frac{1}{\lambda_0} \right) = \frac{1}{2ne}.$$

3) Sóng phản xạ (chống chất của hai sóng 1 và 2) sẽ có màu sắc rõ rệt nếu như độ dày của màng xấp xỉ bằng độ dày mà tương ứng với nó chỉ có một cực đại duy nhất trong vùng khả kiến, tức là:

$$\frac{1}{2ne} \approx \frac{1}{\lambda_{\text{tím}}} - \frac{1}{\lambda_{\text{đỏ}}} \text{ hay } e \approx 0,3\mu m.$$

Màu sắc của sóng phản xạ phụ thuộc vào độ dày của màng nước xà phòng.

## 4 Biên độ phức của sóng trong giải phổ đơ là:

$$d_s = A \exp \left[ - \left( 2 \frac{\omega - \omega_0}{\Delta\omega} \right)^2 \right] \exp \left[ i\omega \left( t - \frac{z}{c} \right) \right] d\omega.$$

Để xác định  $g(t)$ , ta quy về tích phân đã cho bằng cách đổi biến  $u = \omega - \omega_0$ :

$$g(z, t) = A \frac{\Delta\omega \sqrt{\pi}}{2} \exp \left[ - \left( \frac{t - \frac{z}{c}}{4\Delta\omega} \right)^2 \right] \exp \left[ i\omega_0 \left( t - \frac{z}{c} \right) \right].$$

Ta được một đoàn sóng gần đơn sắc, mạch số  $\omega_0$ , có bao hình dạng GAUSS. Thời gian kéo dài của đoàn sóng này được xác định từ các giá trị ω ứng với những biên độ sóng bằng biên độ cực đại chia cho e và bằng:

$$\tau_c = \frac{8}{\Delta\omega}.$$

Ta lại thu được hệ thức trong bài học:  $\tau_c \Delta\omega \approx 1$ .

5) 1)  $\varphi_i(M) = \varphi_i(O) + \vec{k}_i \cdot \vec{r}$ .

$$\varphi_r(M) = \varphi_r(O) + \vec{k}_r \cdot \vec{r} \text{ và } \varphi_i(M) = \varphi_i(O) + \vec{k}_i \cdot \vec{r}.$$

2)  $\varphi_i(M) = \varphi_i(M)$  và do đó  $(\vec{k}_i - \vec{k}_i) \cdot \vec{r} = 0$  tại mọi điểm M của lưỡng chất.

Suy ra,  $\vec{k}_i - \vec{k}_i$  vuông góc với lưỡng chất, hay  $\vec{k}_i = \alpha \vec{e}_z + \vec{k}_i$ .

•  $\vec{k}_i$  nằm trong mặt phẳng tới.

•  $\vec{k}_i \cdot \vec{e}_x = \vec{k}_i \cdot \vec{e}_x$  với  $\frac{k_i}{n_2} = \frac{k_i}{n_1}$ , hay  $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$ .

Một cách tương tự, ta thu được các định luật phản xạ ánh sáng (xem H-Prépa, Sóng, năm thứ 2).

6)  $L(M) = n_1 \vec{u}_1 \cdot \vec{A}I_1 + n_2 \vec{u}_2 \cdot \vec{I}_1 I_2 + \dots + n_p \vec{u}_p \cdot \vec{I}_{p-1} M$ .

2) a) Theo định luật sin,  $n_1 u_1 - n_{i+1} u_{i+1}$  vuông góc với mặt lưỡng chiết. Từ đó suy ra:

$$d\vec{I}_1 \cdot (n_i \vec{u}_i - n_{i+1} \vec{u}_{i+1}) = 0.$$

b)  $d\vec{u}_i \cdot \vec{I}_{i+1} = 0$ , với mọi  $i$  bất kỳ. Thật vậy,  $\vec{u}_i$  là vectơ đơn vị,  $d\vec{u}_i$  vuông góc với nó và do đó vuông góc với cả  $\vec{I}_{i+1}$ .

$dL = n_1 u_1 \cdot d\vec{I}_1 + n_2 u_2 \cdot (d\vec{I}_2 - d\vec{I}_1) + \dots + n_p u_p \cdot (d\vec{M} - d\vec{I}_{p-1})$ . Những số hạng có dạng như  $d\vec{I}_1 \cdot (n_1 u_1 - n_2 u_2)$  đều bằng 0 và chỉ còn lại  $dL = n_p u_p \cdot d\vec{M}$ .

3) Nếu  $M$  và  $M'$  đều nằm trên cùng một mặt sóng thì  $dL = 0$ .  $u_p \cdot d\vec{M} = 0$  đối với mọi dịch chuyển nguyên tố  $d\vec{M}$  trên mặt sóng. Do đó,  $u_p$  vuông góc với mặt sóng. Đó chính là nội dung định lý MALUS trong trường hợp này.

7)  $I(\vec{s}, t) = \sum_{p=1}^N s_p(M, t) = s_0 \exp(i\omega t) \sum_{p=1}^m \exp(-i\varphi_p)$ .

2)  $I = \langle s s^* \rangle$  với

$$s s^* = s_0^2 \left( \sum_{p=1}^N \exp(i\varphi_p) \right) \left( \sum_{q=1}^N \exp(-i\varphi_q) \right).$$

Khai triển các số hạng trong ngoặc đơn, ta được:

$$s s^* = s_0^2 \left( N + \sum_p \sum_{q \neq p} \cos(\varphi_p - \varphi_q) \right).$$

• **Trường hợp 1:** Các  $\varphi_p$  giữ nguyên không thay đổi trong khoảng thời gian  $\tau_c$ , sau đó biến thiên một cách tùy ý. Giá trị trung bình của các số hạng  $\cos(\varphi_p - \varphi_q)$  tính trong một khoảng thời gian rất lớn so với  $\tau_c$  đều bằng 0. Ta ghi nhận được một cường độ không đổi  $I = N s_0^2$ .

• **Trường hợp 2:** Ta có thể giả sử rằng các  $\varphi_p$  không thay đổi trong khoảng thời gian đáp ứng của đầu thu. Trong trường hợp này, tại mỗi thời điểm:  $I = s s^*$ .

$\sum_{q \neq p} \cos(\varphi_p - \varphi_q)$  có thể được

xem như là hình chiếu trên trục (Ox) của vectơ tổng cộng của một "hành trình ngẫu nhiên" có  $N-1$  bước có độ dài một đơn vị theo các hướng tùy ý.

Nếu  $N$  đủ lớn thì  $\sum_{q \neq p} \cos(\varphi_p - \varphi_q) \approx \sqrt{N} \cos \psi_p$ , với  $\psi_p$  là một

góc nào đó, đối với những  $p$  khác nhau. Cỡ độ lớn của  $\sum_p \cos \psi_p$  được

xác định một cách tương tự:

$$\sum_p \cos \psi_p \approx \sqrt{N} \cos \varphi.$$

$\varphi$  là một góc nào đó, biến thiên theo thời gian với khoảng thời gian đặc trưng  $\tau_c$ . Cuối cùng, ta được:

$$\sum_{q \neq p} \cos(\varphi_p - \varphi_q) \approx \sqrt{N} \sum_p \cos \psi_p \approx N \quad \text{và} \quad I \approx N s_0^2 (1 + \cos \varphi).$$

Như vậy, trong trường hợp này cường độ  $I$  bị thăng giáng mạnh quanh giá trị  $N s_0^2$ . Thí nghiệm này không thể thực hiện được với tế bào quang điện thông thường nhưng có thể thành công với một đầu thu đáp ứng nhanh và một nguồn sáng có thời gian kết hợp đủ dài.

8) A. 1)  $t' = t + \frac{r(t)}{c}$ .

2) a)  $\vec{v} = \frac{dr}{dt} \vec{e}_r + r \frac{d\vec{e}_r}{dt}$ . Vì  $\frac{d\vec{e}_r}{dt}$  vuông góc với  $\vec{e}_r$  nên

$$\frac{dr}{dt} = \vec{v} \cdot \vec{e}_r = v \cos \alpha.$$

Nếu  $v$  và  $\alpha$  không đổi thì:  $r(t+T) - r(t) = v \cos \alpha T$ .

b)  $T' = \left( t + T + \frac{r(t+T)}{c} \right) - \left( t + \frac{r(t)}{c} \right) = T \left( 1 + \frac{v \cos \alpha}{c} \right)$ .

c)  $\frac{f'}{f} = \left( 1 - \frac{v \cos \alpha}{c} \right)$ .

3) Âm phát ra từ ô tô nghe cao hơn khi nó tiến lại gần và nghe trầm hơn khi nó đi ra xa.

B.1) Ứng với vận tốc  $v_x$ , ta có một bước sóng  $\lambda = \lambda_0 \left( 1 - \frac{v_x}{c} \right)$ .

Cường độ  $dI$  tỉ lệ với  $dN$ :

$$dI = AN \sqrt{\frac{M}{2\pi RT}} \exp\left(-\frac{Mv_x^2}{2RT}\right) |dv_x|.$$

Thay  $|dv_x| = \frac{c}{\lambda_0} d\lambda$ , và ta được  $I_\lambda$  có dạng đúng như cần phải chứng

minh với  $\Delta\lambda = \lambda_0 \sqrt{\frac{2RT}{Mc^2}}$ .

2) Ta thu được một đường cong dạng Gauss định tâm tại  $\lambda_0$ .

$\Delta\lambda$  là độ rộng nửa chiều cao của đường cong này.

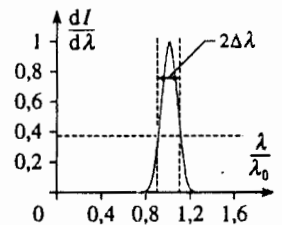
3)  $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = 9,4 \cdot 10^{-7}$ .

4)  $\Delta t = c\tau_c$  với  $\tau_c \Delta f \approx 1$ .

Từ đó suy ra:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} \approx \frac{\Delta f}{f_0} \approx 5 \cdot 10^{-5}.$$

Như vậy, hiệu ứng DOPPLER không phải đóng vai trò chính. Các va chạm nguyên tử làm giảm thời gian kéo dài của các đoàn sóng mới là nguyên nhân chính gây nên độ rộng vạch phổ này.



9) Một điểm  $M$  trên màn được xác định bằng khoảng cách  $r$  từ điểm đó đến

quang trục. Sóng bị lệch 1 chiếu sáng phần màn ở bên trong đường tròn có bán kính  $R$ . Sóng không bị lệch 2 chiếu sáng phần màn ở bên ngoài đường tròn có bán kính  $R$ . Do đó, phần màn được cả hai sóng chiếu sáng được xác định bằng  $R < r < 2R$ . Sóng tới có pha  $\varphi_0$  như nhau tại  $H_0, H_1$  và  $H_2$ .

Vì vậy,  $\varphi_2(M) = \varphi_0 - k3f'$  với  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ .

Theo định lý MALUS:  $(H_1 M) = (H_1 F') + (F' M) = (H_0 F') + (F' M)$ .

So với lộ trình dọc theo quang trục có cùng độ dài hình học ở trong không khí, thấu kính đưa thêm vào một quang lộ phụ:  $ne - e = (n-1)e$ .

Từ đó suy ra:  $\varphi_1(M) = \varphi_0 - k[f' + (n-1)e + F' M] + \pi$  ( $\varphi_{sup} = \pi$ ).

Và độ lệch pha:  $\varphi = k[f' + (n-1)e + F' M - 3f'] + \pi$ .

Khi dừng lại ở các số hạng bậc hai của  $\frac{r}{f'}$ , ta có thể viết:  $F' M \approx 2f' + \frac{r^2}{f'}$ .

Cuối cùng ta được:  $\varphi \approx k \left[ (n-1)e + \frac{r^2}{f'} \right] + \pi$ .

# ĐẠI CƯƠNG VỀ GIAO THOA TRONG QUANG HỌC

# 2

## Mở đầu

*Các hiện tượng giao thoa là hệ quả của bản chất sóng của ánh sáng. Một số hiện tượng giao thoa có thể quan sát được trong đời sống hàng ngày, ví dụ như:*

- Các màu sắc lấp lánh, sinh động trên những màng bong bóng xà phòng, những vết dầu loang trên mặt đất hay mặt kính.
- Các màu sắc nhìn thấy trên mặt đĩa laser hay đĩa CD-Rom.
- Sự phản chiếu nhiều màu sắc trên kính chắn gió của ô tô...

*Trong chương này, chúng ta sẽ tiếp cận lần đầu tiên với hiện tượng giao thoa trong khuôn khổ mô hình sóng đơn giản hoá của ánh sáng và để ý đến những đặc điểm của các nguồn sáng cũng như của các đầu thu quang học.*

## M U C T I Ê U

- Định nghĩa hiện tượng giao thoa.
- Các điều kiện để có giao thoa trong quang học.
- Các khái niệm về tính kết hợp thời gian và không gian cho phép quan sát được hiện tượng giao thoa.

## ĐIỀU CẦN BIẾT TRƯỚC

- Các khái niệm về đoàn sóng, sự phân cực và ánh sáng tự nhiên.
- Quang lộ.
- Cường độ sáng.
- Mô hình ánh sáng tự nhiên.
- Thời gian kết hợp  $\tau_c$ .

# 1 Giao thoa hai sóng phát ra từ hai nguồn điểm có cùng tần số

## 1.1. Định nghĩa

Khi cường độ tổng cộng gây ra do chồng chất của hai hay nhiều sóng không bằng tổng các cường độ từng sóng đó, chúng ta nói rằng đã có hiện tượng giao thoa hay các sóng đó đã giao thoa với nhau.

## 1.2. Độ lệch pha

Ta xét hai nguồn sáng điểm nằm tại hai vị trí  $S_1$  và  $S_2$  (h.1a). Các nguồn này phát ra những đoàn sóng được giả thiết là có cùng tần số  $\nu$ .

Nếu thừa nhận mô hình vô hướng (h.1a) thì các tín hiệu phát ra có thể được viết như sau:

- đối với  $S_1$ :  $s_1(S_1, t) = A_1 \cos(2\pi\nu t + \varphi_1)$  với  $A_1 > 0$  trong khoảng thời gian  $\tau_1$ .

- đối với  $S_2$ :  $s_2(S_2, t) = A_2 \cos(2\pi\nu t + \varphi_2)$  với  $A_2 > 0$  trong khoảng thời gian  $\tau_2$ .

Đối với mỗi đoàn sóng mới,  $\varphi_1$  và  $\varphi_2$  lại nhận một giá trị tùy ý, mới.

Vì cơ chế phát xạ trong hai nguồn là như nhau nên ta có thể xem rằng thời gian kết hợp  $\tau_c$  có cùng một trị số đối với hai nguồn đó.

Các tín hiệu phát ra từ  $S_1$  và  $S_2$  đến một điểm  $M$  sẽ có biểu thức:

- tín hiệu phát từ  $S_1$ :  $s_1(M, t) = s_{1m} \cos \left[ 2\pi\nu \left( t - \frac{(S_1M)}{c} \right) + \varphi_{1\text{sup}} + \varphi_1 \right]$ ;

- tín hiệu phát từ  $S_2$ :  $s_2(M, t) = s_{2m} \cos \left[ 2\pi\nu \left( t - \frac{(S_2M)}{c} \right) + \varphi_{2\text{sup}} + \varphi_1 \right]$ .

$(S_1M)$  và  $(S_2M)$  là các quang lộ còn  $\varphi_{1\text{sup}}$  và  $\varphi_{2\text{sup}}$  là các độ lệch pha phụ có thể có do phản xạ hoặc do đi qua một điểm hội tụ.

Độ lệch pha tại  $M$  của sóng phát từ  $S_2$  so với sóng phát từ  $S_1$  là:

$$\varphi(M, t) = \left[ 2\pi\nu \left( \frac{(S_2M)}{c} - \frac{(S_1M)}{c} \right) + \varphi_{1\text{sup}} + \varphi_1 - \varphi_{2\text{sup}} - \varphi_2 \right],$$

- $\varphi(M, t)$  biến thiên theo thời gian vì các số hạng  $\varphi_1$  và  $\varphi_2$  biến đổi tùy ý đối với mỗi đoàn sóng mới.

- Các số hạng khác đều không đổi và tùy thuộc vào đường đi của tín hiệu sáng từ nguồn đến điểm  $M$ .

## 1.3. Hiệu đường đi

Để biểu diễn phân không phụ thuộc vào thời gian của độ lệch pha, ta đưa vào các định nghĩa sau:

- hiệu đường đi hình học là  $\delta_{hh}(M) = (S_2M) - (S_1M)$ ;

- hiệu đường đi bổ xung là  $\delta_{ph} = \frac{e}{2\pi\nu} (\varphi_{1\text{sup}} - \varphi_{2\text{sup}})$ ;

- hiệu quang lộ là  $\delta(M) = \delta_{hh}(M) + \delta_{ph}$ ;

Khi đó, độ lệch pha được biểu diễn qua  $\delta(M)$  như sau:

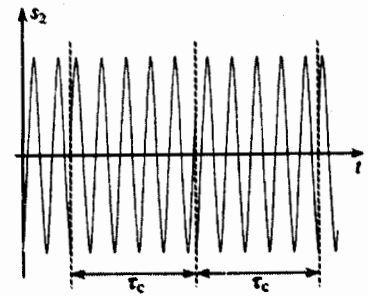
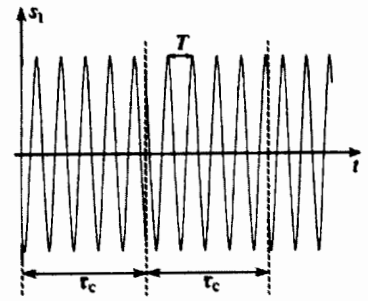
$$\varphi(M, t) = \frac{2\pi\nu}{c} \delta_{hh}(M) + \varphi_{1\text{sup}} - \varphi_{2\text{sup}} + \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{2\pi\nu}{c} \delta(M) + \varphi_1 - \varphi_2,$$

hay 
$$\varphi(M, t) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta(M) + \varphi_1 - \varphi_2$$

nếu sử dụng bước sóng trong chân không  $\lambda_0$ .



Hình 1a. Các tín hiệu phát ra từ  $S_1$  và  $S_2$  truyền tới  $M$ .



Hình 1b. Đối với mỗi nguồn, các đoàn sóng kế tiếp nhau có pha tùy ý.

## 1.4. Cường độ

Hai sóng chồng chất lên nhau (đừng quên rằng thực ra là các điện trường gây ra bởi hai nguồn chồng chất lên nhau) nên tín hiệu sáng tại  $M$  sẽ là:

$$s(M, t) = s_1(M, t) + s_2(M, t).$$

Các đầu thu đều nhạy với cường độ sáng  $I$  tỉ lệ với giá trị trung bình của  $s^2$  tính trong thời gian đáp ứng  $\tau_R$  của đầu thu:

$$I = K \langle (s_1 + s_2)^2 \rangle = K \langle s_1^2 \rangle + K \langle s_2^2 \rangle + 2K \langle s_1 s_2 \rangle.$$

- $K \langle s_1^2 \rangle = \frac{1}{2} K s_{1m}^2 = I_1$  là cường độ của sóng phát ra từ nguồn 1.
- $K \langle s_2^2 \rangle = \frac{1}{2} K s_{2m}^2 = I_2$  là cường độ của sóng phát ra từ nguồn 2.
- $2K s_{1m} s_{2m} = 4\sqrt{I_1 I_2}$ , do đó:

$$\begin{aligned} 2K s_1 s_2 &= 4\sqrt{I_1 I_2} \cos \left[ 2\pi \nu \left( t - \frac{(S_1 M)}{c} \right) + \varphi_{1\text{sup}} + \varphi_1 \right] \\ &\quad \times \cos \left[ 2\pi \nu \left( t - \frac{(S_2 M)}{c} \right) + \varphi_{2\text{sup}} + \varphi_2 \right] \\ &= 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \left[ 2\pi \nu \left( 2t - \frac{(S_1 M)}{c} - \frac{(S_2 M)}{c} \right) + \varphi_{1\text{sup}} + \varphi_1 + \varphi_{2\text{sup}} + \varphi_2 \right] \\ &\quad + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \left[ 2\pi \nu \left( 2t - \frac{(S_1 M)}{c} - \frac{(S_2 M)}{c} \right) + \varphi_{1\text{sup}} + \varphi_1 + \varphi_{2\text{sup}} + \varphi_2 \right]. \end{aligned}$$

Trong Quang học, thời gian đáp ứng của đầu thu luôn luôn lớn hơn nhiều so với chu kì sóng. Số hạng đầu tiên của tổng trên là một hàm hình sin, tần số  $2\nu$  có giá trị trung bình của nó luôn luôn bằng 0. Và khi đưa vào hiệu quang lộ  $\delta(M)$ , ta được:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \left\langle \cos \left( \frac{2\pi \nu}{c} \delta(M) + \varphi_1 - \varphi_2 \right) \right\rangle$$

hay biểu diễn qua độ lệch pha  $\varphi(M, t)$ :

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \langle \cos \varphi(M, t) \rangle.$$

Giá trị trung bình này được tính tại một điểm  $M$  cố định, trong thời gian đáp ứng  $\tau_R$  của đầu thu.

Chú ý:

Nếu đầu thu có thời gian đáp ứng  $\tau_R$  rất nhỏ hơn  $\tau_c$  (thời gian kết hợp của nguồn) thì  $\gamma(M, t)$  sẽ hầu như không đổi trong khoảng  $\tau_R$ . Sau khi tính toán, ta sẽ được:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta(M) + \varphi_1 - \varphi_2 \right).$$

Người ta đã làm thí nghiệm với hai laser có thời gian kết hợp rất lớn (cỡ  $10^{-6}$  s) phát cùng một tần số và các đầu thu đáp ứng rất nhanh. Kết quả cho thấy đúng là có hiện tượng giao thoa ( $I \neq I_1 + I_2$ ) nhưng nó chỉ ổn định trong một khoảng thời gian nhỏ hơn  $1\mu\text{s}$ .

## 1.5. Sóng không kết hợp

Thực ra, đầu thu quang học luôn có thời gian đáp ứng  $\tau_R$  rất lớn so với  $\tau_c$ .

Tại một điểm  $M$  cho trước, đầu thu ghi nhận giá trị trung bình của

$\cos \left( \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta(M) + \varphi_1 - \varphi_2 \right)$  trong một số rất lớn các đoàn sóng kế tiếp nhau.



Nếu hai nguồn là độc lập nhau thì hiệu  $\varphi_1 - \varphi_2$  sẽ biến thiên một cách tùy ý và giá trị trung bình của  $\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\delta(M) + \varphi_1 - \varphi_2\right)$  sẽ bằng 0 (ta lấy trung bình

của khoảng  $10^5$  giá trị cosin của  $10^5$  trị số góc phân bố một cách ngẫu nhiên). Khi đó ta sẽ ghi nhận được  $I = I_1 + I_2$ . Không có giao thoa và cường độ sáng không phụ thuộc vào điểm  $M$ .

Hai sóng có độ lệch pha tại một điểm phụ thuộc một cách tùy ý vào thời gian được gọi là hai sóng *không kết hợp*. Đặc biệt đó là trường hợp các sóng phát ra từ hai nguồn độc lập nhau, còn được gọi là hai nguồn không kết hợp.

Trong Quang học, không thể quan sát được hiện tượng giao thoa từ hai nguồn không kết hợp. Các cường độ của hai sóng được cộng lại với nhau:

$$I = I_1 + I_2$$

Nguyên nhân của điều đó là thời gian đáp ứng  $\tau_R$  của các đầu thu quang học thông dụng thường rất lớn hơn thời gian kết hợp  $\tau_c$  của các sóng.

# Áp dụng 1

## Giao thoa trong âm học

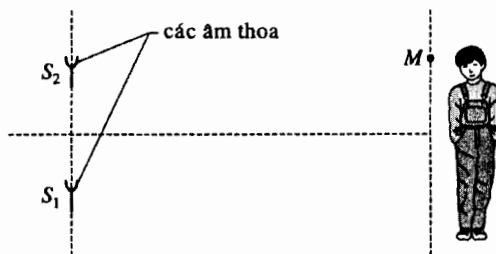
Người ta tưởng tượng thực hiện một thí nghiệm âm học như sau (h.2):

$S_1$  và  $S_2$  là hai âm thoa có cùng tần số  $\nu_0$  ( $\nu_0 = 440$  Hz), chu kỳ  $T_0$ , được cho phát âm gần như đồng thời.

Một đầu thu (tai người chẳng hạn) nhạy với cường độ âm tức là nhận với giá trị trung bình của bình phương áp suất dư và có thời gian đáp ứng  $\tau_R$  vào cỡ 0,1s.

Đầu thu này dịch chuyển trên một trục song song với  $S_1S_2$  trong suốt "thời gian sống" của các sóng âm phát ra từ các âm thoa (tức là từ 10 đến 20s).

- 1) Tại sao người ta thu nhận được những cực đại và cực tiểu cường độ âm xen kẽ nhau?
- 2) Người ta lại cho các âm thoa phát âm. Các vị trí thu nhận được những cực đại (và cực tiểu) khi đó có còn như trước nữa không?
- 3) Người ta tưởng tượng cho âm thoa phát âm  $10^5$  lần. Có thể nói điều gì về giá trị trung bình của cường độ âm tại một điểm  $M$ .



Hình 2. Người nghe âm thanh phát ra từ 2 âm thoa.

1) Trong thời gian  $\tau_c = 10$  đến 20s,  $\varphi_1 - \varphi_2$  giữ nguyên không đổi và ta nghe được giao thoa sóng âm. Vì độ lệch pha biến thiên theo vị trí điểm nghe nên có các cực đại âm thanh ( $\cos\varphi = 1$ ) và các cực tiểu âm thanh ( $\cos\varphi = -1$ ).

2) Chắc chắn là ta sẽ có  $\varphi'_1 - \varphi'_2 \neq \varphi_1 - \varphi_2$ . Các cực đại (tương ứng với những vị trí của  $M$  thỏa mãn  $\frac{2\pi}{\lambda}\delta(M) + \varphi'_1 - \varphi'_2 = 2m\pi$  với  $m$  là số nguyên) sẽ không còn ở đúng những vị trí trước đây nữa.

3) Cường độ trung bình không phụ thuộc vào điểm  $M$  bởi vì độ lệch pha  $\varphi$  là tùy ý. Trong một mức độ nào đó, đây chính là điều xảy ra trong quang học.

## 1.6. Sóng kết hợp

### 1.6.1. Điều kiện cần thiết để có giao thoa

Để quan sát được giao thoa, giá trị trung bình của  $\cos\varphi$  (tính trong thời gian đáp ứng  $\tau_R$  của đầu thu) phải khác 0. Điều đó có nghĩa là các biến thiên tùy ý của  $\varphi_1$  và  $\varphi_2$  phải liên quan với nhau (hay có tương quan với nhau). Một tình huống như vậy chỉ có thể xảy ra nếu như hai sóng được phát ra từ một nguồn duy nhất  $S$  và đi tới  $M$  bằng hai con đường khác nhau.

### 1.6.2. Sóng hoàn toàn kết hợp

Xét trường hợp hai đoàn sóng tới chồng chất tại  $M$  luôn luôn được sinh ra từ cùng một đoàn sóng phát ra từ một nguồn duy nhất  $S$ .

Khi đó  $\varphi_1$  sẽ luôn luôn bằng  $\varphi_2$  và hiệu pha  $\varphi(M)$  giữ nguyên không thay đổi theo thời gian. Hai sóng như vậy được gọi là hai sóng *hoàn toàn kết hợp*.

Hiệu đường đi tại  $M$  được viết như sau:

$$\delta(M) = (SM)_2 - (SM)_1 + \delta_{\text{sup}},$$

$(SM)_1$  và  $(SM)_2$  là các quang lộ từ  $S$  đến  $M$  theo các đường 1 và 2. Độ lệch

pha  $\varphi(M) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta(M)$  không phụ thuộc vào thời gian nữa và cường độ tổng

cộng sẽ là:

$$I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \varphi(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta(M) \right).$$

Cường độ khi đó phụ thuộc vào vị trí điểm  $M$  và không bằng tổng  $I_1 + I_2$ . Ta có hiện tượng giao thoa.

• Chỉ có thể quan sát được giao thoa trong quang học nếu như các sóng chồng chất nhau:

- được phát ra từ một nguồn.
- truyền theo những đường khác nhau.
- Trong trường hợp nguồn điểm  $S$ :

$\delta_{hh}(M) = (SM)_2 - (SM)_1$  là hiệu đường đi hình học tới điểm  $M$  giữa hai đường 1 và 2.

$\delta(M) = \delta_{hh}(M) + \delta_{\text{sup}}$  là hiệu quang lộ trong đó có tính đến các độ lệch pha phụ.

• Hai sóng là *hoàn toàn kết hợp* nếu như chúng có hiệu pha  $\varphi(M)$  không phụ thuộc vào thời gian. Điều đó được thực hiện khi các đoàn sóng chồng chất tại  $M$  được tạo ra từ cùng một đoàn sóng phát ra từ nguồn  $S$ .

Khi đó, cường độ được tính bằng hệ thức cơ bản của giao thoa hai sóng:

$$I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \varphi(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta(M) \right).$$

*Chú ý:*

Chúng ta có thể tổng quát hoá điều nói trên cho trường hợp nhiều sóng phát ra từ cùng một nguồn.

### 1.6.3. Sóng kết hợp một phần

Hai sóng được xem là *kết hợp một phần* nếu như các đoàn sóng chồng chất tại  $M$  chỉ sinh ra từ cùng một đoàn sóng do nguồn phát ra trong một phần của thời gian kéo dài đoàn sóng. Giá trị trung bình của  $\cos \varphi$  nằm trong khoảng

từ 0 (không kết hợp) đến  $\cos \left( \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta(M) \right)$  (hoàn toàn kết hợp).

$$0 \leq \cos \varphi(M) \leq \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta(M) \right).$$

## 1.7. Trường hợp hai sóng có tần số khác nhau

Giả sử rằng tại một điểm cho trước trong không gian có hai sóng đơn sắc, với những tần số khác nhau. Đáp ứng của đầu thu sẽ như thế nào?

Đầu thu sẽ nhận được tín hiệu có dạng:

$$S(t) = s_{1m} \cos(2\pi\nu_1 t + \varphi_1(M)) + s_{2m} \cos(2\pi\nu_2 t + \varphi_2(M))$$

với  $\nu_1 \approx \nu_2 \approx \nu_0$  và  $\Delta\nu = |\nu_1 - \nu_2|$ .

Chúng ta cũng giả sử rằng  $\Delta v \gg \frac{1}{\tau_R}$ . Nói chung, trong Quang học điều giả

sử này là đúng đối với hai nguồn độc lập nhau trong quang học.

Đáp ứng  $I$  của đầu thu sẽ là:

$$I = \left\langle \left[ s_{1m} \cos(2\pi\nu_1 t + \varphi_1(M)) + s_{2m} \cos(2\pi\nu_2 t + \varphi_2(M)) \right]^2 \right\rangle;$$

$$\begin{aligned} \text{hay } I = & \left\langle s_{1m}^2 \cos^2(2\pi\nu_1 t + \varphi_1(M)) \right\rangle + \left\langle s_{2m}^2 \cos^2(2\pi\nu_2 t + \varphi_2(M)) \right\rangle \\ & + \left\langle s_{1m}s_{2m} \cos(2\pi(\nu_1 + \nu_2)t + \varphi_1(M) + \varphi_2(M)) \right\rangle \\ & + \left\langle s_{1m}s_{2m} \cos(2\pi(\nu_1 - \nu_2)t + \varphi_1(M) - \varphi_2(M)) \right\rangle. \end{aligned}$$

Vì thời gian đáp ứng  $\tau_R$  rất lớn so với  $\frac{1}{\nu_1 + \nu_2}$  và  $\frac{1}{\nu_1 - \nu_2}$  nên giá trị trung bình của hai số hạng sau cùng sẽ bằng 0 và do đó:

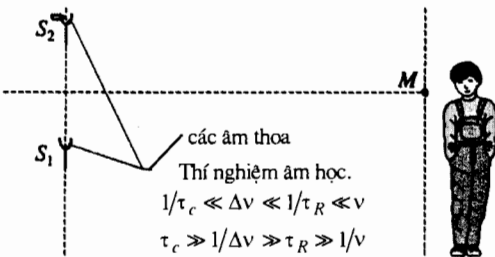
$$I = I_1 + I_2$$

Trong quang học, ngay cả các sóng hoàn toàn đơn sắc và không có số hạng pha tùy ý cũng không thể giao thoa với nhau nếu như chúng có tần số khác nhau.

## Áp dụng 2

### Giao thoa trong âm học

Xét thí nghiệm được mô tả trên hình 3.  $S_1$  và  $S_2$  là hai âm thoa có tần số hơi khác nhau: một trombone được đặt lên một nhánh của âm thoa như thế nào để cho tần số của âm thoa này giảm đi khoảng  $\Delta v = 1$  Hz. Như vậy, hai nguồn âm này có tần số khác nhau:  $\nu_1 = 440$  Hz và  $\nu_2 = 439$  Hz. Các âm thoa được cho phát âm gần như cùng một lúc. Người quan sát đặt tai của mình ở mặt phẳng trung trực của  $S_1 S_2$ . Tại người đó sẽ lấy trung bình của bình phương áp suất dư trong thời gian đáp ứng  $\tau_R$  cỡ 0,1s. "Thời gian sống"  $\tau_c$  của các sóng âm phát ra từ các âm thoa là vào khoảng từ 10 đến 20s. Mô tả hiện tượng mà tai người quan sát cảm nhận được.



**Hình 3.** Một trombone được đặt lên một nhánh của âm thoa sao cho tần số âm phát ra của chúng hơi lệch nhau ( $\Delta v$  vào khoảng 1 Hz). Người nghe sẽ nghe thấy các phách.

Tín hiệu mà tai người quan sát phải lấy trung bình là:

$$s_{1m}^2 \cos^2(2\pi\nu_1 t + \varphi_1) + s_{2m}^2 \cos^2(2\pi\nu_2 t + \varphi_2) + 2s_{1m}s_{2m} \cos(2\pi\nu_1 t + \varphi_1) \cos(2\pi\nu_2 t + \varphi_2),$$

hay bằng  $\frac{(s_{1m}^2 + s_{2m}^2)}{2}$  + tổng các hàm hình sin có

tần số:  $2\nu_1, 2\nu_2, \nu_2 + \nu_1, \Delta v \approx |\nu_1 - \nu_2|$ ;

Giá trị trung bình sẽ là  $I = \frac{(s_{1m}^2 + s_{2m}^2)}{2}$  + giá trị

trung bình trong thời gian  $\tau_R$  của tổng các hàm hình sin có tần số:

$$2\nu_1, 2\nu_2, \nu_2 + \nu_1, \Delta v \approx |\nu_1 - \nu_2|.$$

Thời gian đáp ứng  $\tau_R$  của tai người quan sát là:

- lớn so với  $\frac{1}{2\nu_1}, \frac{1}{2\nu_2}, \frac{1}{(\nu_2 + \nu_1)}$ ; do đó ta đã

lấy tích phân các hàm tương ứng trong rất nhiều chu kỳ và sự đóng góp của các số hạng đó sẽ bằng không (tương tự như trong quang học).

- nhỏ so với  $\frac{1}{\Delta v} : \frac{1}{\tau_R} \int_0^{\tau_R} \cos(2\pi\Delta v t) dt$ ; ta chỉ tích

phân hàm tương ứng trong một phần nhỏ của chu kỳ tín hiệu (tín hiệu này gần như không đổi trong khoảng thời gian  $\tau_R$ ) và sự đóng góp của số hạng này sẽ khác 0 (hiện tượng này không thể xảy ra trong quang học).

Tại người quan sát sẽ cảm nhận được một tín hiệu có tần số  $\Delta\nu = 1\text{Hz}$  và sẽ nghe thấy hiện tượng phách. Hiện tượng tương tự không thể quan sát được trong quang học vì các đại lượng tương ứng có bậc độ lớn khác nhau.

thí nghiệm âm học vừa trình bày	thí nghiệm quang học
đối với thí nghiệm này, ta có: $\Delta\nu \approx 1\text{Hz}$ và $\tau_R \approx 0,1\text{s}$ nghĩa là có các bất đẳng thức sau: $\Delta\nu \ll \frac{1}{\tau_R} \text{ hay } \frac{1}{\Delta\nu} \gg \tau_R$ (tai người khó phát hiện được các tần số phách lớn hơn 10 Hz)	Trong quang học, với một nguồn cổ điển, ta luôn có: $\frac{1}{\tau_R} \ll \Delta\nu \text{ hay } \tau_R \gg \frac{1}{\Delta\nu}$ Vì vậy, không thể quan sát được hiện tượng phách.

## 2 Vân giao thoa

### 2.1. Ví dụ về giao thoa kế

Thiết bị thí nghiệm được vẽ trên sơ đồ hình 4. SP là một bản thủy tinh được xử lí sao cho trở thành bán mạ và được gọi là *bản chia sáng*. Nó cho đi qua khoảng 50% thông lượng sáng và phản xạ phần còn lại. Phần thông lượng sáng phản xạ trên bản chia sáng lại được phản xạ một lần nữa trên một gương phẳng.

Chùm laser gần như là một chùm hình trụ có đường kính khoảng 2mm ở lối ra của laser và khoảng vài cm ở khoảng cách 10m. Tại đó, có một màn quan sát đặt trong miền hai chùm tia giao nhau.

Hiệu đường đi  $\delta(M)$  vào cỡ centimet, rất nhỏ so với độ dài đoàn sóng laser.

Chúng ta đã có những điều kiện cần thiết để quan sát được giao thoa: hệ thiết bị giao thoa đã tạo ra hai sóng kết hợp từ một sóng tới. Thật vậy, trong toàn bộ miền giao nhau của hai chùm tia (và nếu góc giữa chúng chỉ nhỏ cỡ vài phút góc), ta quan sát được những dải sáng tối xen kẽ, cách đều nhau. Hình 5 là hình ảnh thấy được trên một phần của màn.

### 2.2. Các mặt đồng cường độ

Hiệu đường đi  $\delta(M)$  là một hàm của vị trí điểm  $M$ . Vị trí điểm  $M$  lại phụ thuộc vào hệ thiết bị giao thoa, nghĩa là vào cách thức được dùng để tạo ra hai sóng giao thoa từ cùng một nguồn sáng.

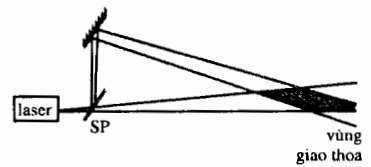
Bất kể sử dụng hệ thiết bị giao thoa nào, phương trình  $\delta(M) = \delta(x, y, z) = \delta_0$  cũng xác định một mặt nào đó trong không gian.

Do đó, ứng với mỗi giá trị khả dĩ của  $\delta_0$  trong miền giao thoa có một mặt đồng hiệu quang lộ và cũng chính là mặt đồng cường độ.

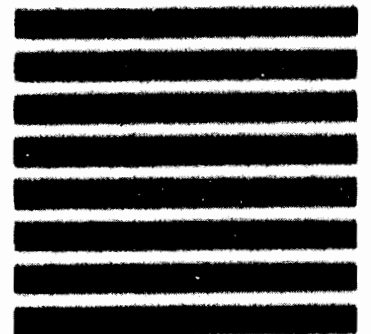
• Theo hệ thức cơ bản:  $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\left(\frac{2\pi\delta}{\lambda_0}\right)$ , cường độ sẽ cực đại

trên các mặt được xác định bằng phương trình  $\delta(M) = m\lambda_0$  với  $m$  là số nguyên.

• Lí luận tương tự, cường độ sẽ cực tiểu trên các mặt được xác định bằng phương trình  $\delta(M) = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda_0$  với  $m$  là số nguyên.



Hình 4. Một ví dụ về giao thoa kế.



Hình 5. Dạng vân giao thoa trên màn trong vùng rõ nét.

• Hai mặt cường độ cực đại liên tiếp được ngăn cách bởi một mặt cường độ cực tiểu và ngược lại. Chúng ta thừa nhận rằng tính chất này luôn được nghiệm đúng.

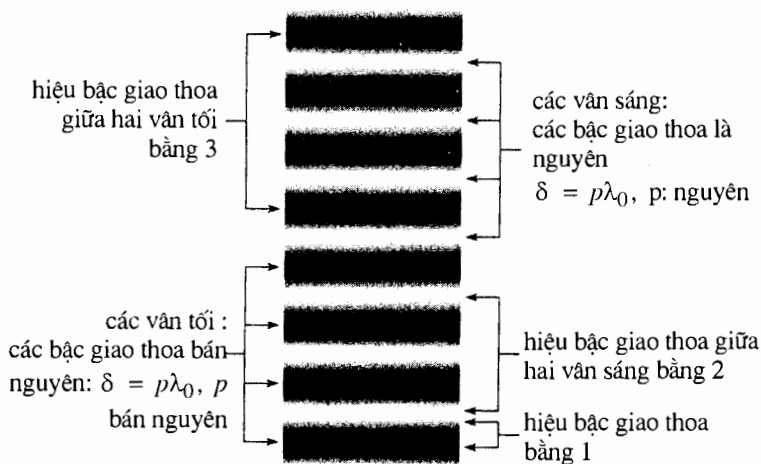
### 2.3. Bậc giao thoa và các vân giao thoa

Để đánh số các mặt cường độ cực đại, ta có thể dùng khái niệm *bậc giao thoa*

$p = \frac{\delta}{\lambda_0}$ . Mỗi mặt cường độ cực đại ứng với một giá trị nguyên của  $p$ . Trên

mặt phẳng quan sát (màn ảnh chẳng hạn) các mặt này xác định những *đường đồng cường độ*.

Các đường cường độ cực đại được gọi là những *vân sáng*, còn các đường cường độ cực tiểu được gọi là những *vân tối* (hình 6).



Hình 6. Mối liên hệ giữa hình giao thoa hai sóng với hiệu quang lộ và với bậc giao thoa.

Trên một mặt được chiếu sáng bằng hai sóng giao thoa với nhau, người ta quan sát được các đường sáng và đường tối xen kẽ nhau được gọi là *những vân giao thoa*.

Dạng của các vân phụ thuộc vào hệ thiết bị giao thoa.

Người ta định nghĩa *bậc giao thoa*  $p = \frac{\delta}{\lambda_0} = \frac{\varphi}{2\pi}$  với  $\delta$  là hiệu quang lộ,

$\lambda_0$  là bước sóng trong chân không.

- Trên vân sáng:  $p = m$  hay  $\delta = m\lambda_0$  với  $m$  nguyên.
- Trên vân tối:  $p = m + \frac{1}{2}$  hay  $\delta = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda_0$  với  $m$  nguyên.
- Giữa hai vân sáng (hay tối) liên tiếp:  
 $p$  biến thiên một đơn vị,  $\delta$  biến thiên một lượng  $\lambda_0$   
và  $\varphi$  biến thiên một lượng  $2\pi$ .
- Giữa một vân sáng và một vân tối cạnh nó:

$p$  biến thiên  $\frac{1}{2}$ ,  $\delta$  biến thiên một lượng  $\frac{\lambda_0}{2}$   
và  $\varphi$  biến thiên một lượng  $\pi$ .

## 2.4. Độ tương phản

Theo định nghĩa, *độ tương phản* (hay *độ rõ nét*) của hệ vân là:  $\Gamma = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$ .

$\Gamma = 0$  nếu như không quan sát được hệ vân và  $\Gamma = 1$  nếu như các vân tối là đen hoàn toàn.

Nếu hai sóng là hoàn toàn kết hợp thì các cực trị cường độ là:

$$I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \text{ và } I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} \text{ suy ra } \Gamma = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}.$$

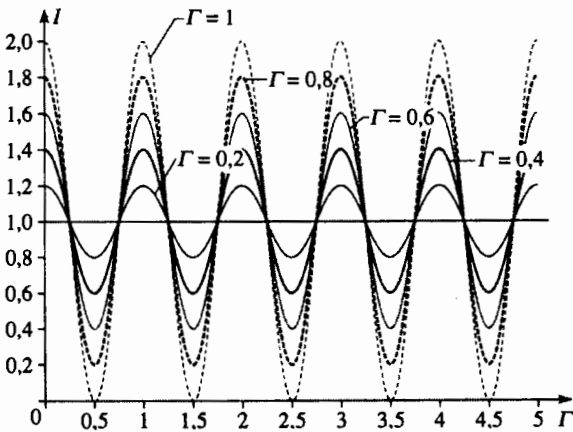
Khi đó, biểu thức cường độ có dạng:

$$I = (I_1 + I_2) \left( 1 + \Gamma \cos\left(\frac{2\pi\delta}{\lambda_0}\right) \right).$$

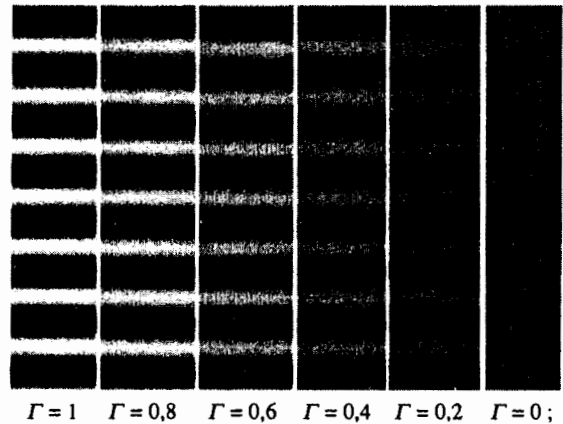
Khảo sát hàm  $\Gamma$  theo biến dương  $x = \frac{I_1}{I_2}$  cho thấy  $\Gamma$  nằm trong khoảng 0 và 1.

- $\Gamma = 0$  nếu  $I_1$  hoặc  $I_2$  bằng 0 (chỉ có một sóng và do đó không có giao thoa).
- $\Gamma = 1$  nếu  $I_1 = I_2$  ( $I_{\min} = 0$  và như vậy độ tương phản là cực đại)

Trên các hình 7 và 8 là các đồ thị của  $I(\delta)$  và hình ảnh hệ vân ứng với một số giá trị của độ tương phản.



Hình 7. Các đồ thị  $I(\delta)$  đối với một vài giá trị của  $\Gamma$ .



Hình 8. Dạng các vân giao thoa ứng với một vài giá trị của  $\Gamma$ .

# 3 Hai loại hệ thiết bị giao thoa

Ta có thể phân chia các hệ thiết bị giao thoa thông dụng thành hai loại.

## 3.1. Sự chia mặt sóng

Sóng phát ra từ nguồn được tách *một cách hình học* thành hai phần. Sau khi bị tách, mỗi phần đi theo một đường khác nhau (hay một lộ trình khác nhau) (h. 9).

Trong hệ thiết bị chia mặt sóng, hai sóng giao thoa có được là do sự chia hình học một mặt sóng của sóng ban đầu.

Chúng được tạo ra từ hai chùm tia riêng biệt phát ra từ nguồn.

Miền không gian mà tại đó hai chùm tia phát ra theo hai đường của hệ cắt nhau được gọi là *miền giao thoa* hay *trường giao thoa*.

### 3.2. Sự chia biên độ

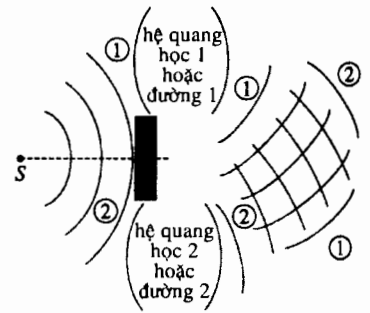
Sóng phát ra từ nguồn tới đập vào một mặt phản xạ một phần. Khi đó, sóng sẽ bị chia ra thành một sóng truyền qua và một sóng phản xạ. Hai sóng này tiếp tục truyền theo hai đường khác nhau (h. 10).

Trong hệ thiết bị chia biên độ, một mặt phản xạ một phần sẽ chia năng lượng của một chùm tia phát ra từ nguồn.

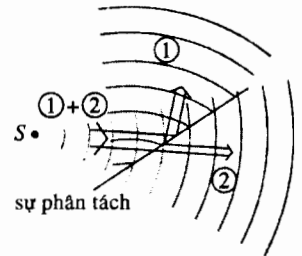
Hai sóng được tạo thành khi đó sẽ giao thoa với nhau sau khi đã đi theo những đường khác nhau.

Một bản bán mạ phẳng lí tưởng có thể tách một sóng tới thành 2 sóng có cùng "dạng" hình học và chia công suất bức xạ thành hai phần bằng nhau.

Như vậy, hệ thiết bị được vẽ trên hình 4 là một ví dụ về giao thoa bằng cách chia biên độ.



Hình 9. Sự chia mặt sóng.

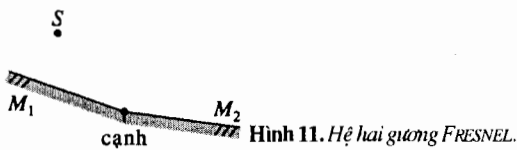


Hình 10. Sự chia biên độ.

# Áp dụng 3

## Hai gương FRESNEL

Xét hệ giao thoa hai gương FRESNEL được vẽ trên hình 11.

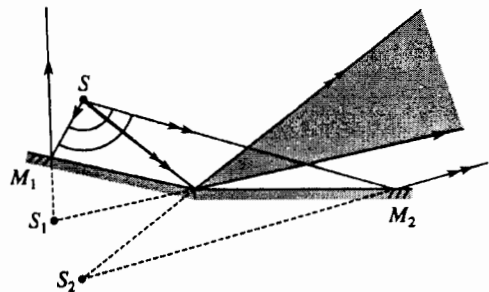


Hình 11. Hệ hai gương FRESNEL.

1) Bằng cách vẽ các chùm tia phát ra từ nguồn điểm S và phản xạ trên hai gương, hãy xác định xem hệ thiết bị giao thoa này là hệ chia mặt sóng hay hệ chia biên độ.

2) Vẽ trường giao thoa.

Nghiên cứu hình 12 trong đó ta đã vẽ một tia đặc biệt đi tới cạnh chung của hai gương và các mặt sóng cầu phát ra từ S. Rõ ràng là trong hệ thiết bị này có sự chia mặt sóng.



Hình 12. Hệ hai gương FRESNEL: sự chia mặt sóng.

# 4 Tính kết hợp của một hệ giao thoa

## 4.1. Tính kết hợp thời gian

Chúng ta giới hạn trong trường hợp nguồn điểm  $S$ . Nguồn này phát ra những đoàn sóng có thời gian kéo dài trung bình  $\tau_c$  và chiếm một độ dài  $l_c$  (độ dài kết hợp) trong không gian.

Mỗi một đoàn sóng phát ra từ  $S$  được chia thành 2 đoàn sóng đi tới điểm  $M$  của trường giao thoa sau khi đã đi theo hai đường 1 và 2. Vì hai quãng đường truyền không bằng nhau nên một trong hai sóng sẽ tới trễ hơn so với sóng kia một khoảng thời gian là:

$$\Delta t = \frac{(SM)_2}{c} - \frac{(SM)_1}{c} = \frac{\delta_{hh}}{c}.$$

- Nếu  $\Delta t \ll \tau_c$ , nghĩa là nếu  $|\delta_{hh}| \ll l_c$  thì hai đoàn sóng chồng chất ở  $M$  sẽ luôn luôn là của cùng một đoàn sóng phát ra từ  $S$ . Độ lệch pha giữa hai sóng là hằng số, hai sóng này là kết hợp và ta có thể quan sát được hiện tượng giao thoa.
- Nếu  $\Delta t \gg \tau_c$ , nghĩa là  $|\delta_{hh}| \gg l_c$  thì hai đoàn sóng chồng chất ở  $M$  tại một thời điểm đã cho sẽ là của hai đoàn sóng khác nhau phát ra từ  $S$  với các pha ban đầu  $\varphi_1$  và  $\varphi_2$  tùy ý và khác nhau. Hai đoàn sóng chồng chất ở  $M$  khi đó là không kết hợp và không thể quan sát được hiện tượng giao thoa.
- Trong trường hợp trung gian, hai đoàn sóng đến  $M$  là của cùng một đoàn sóng sơ cấp nhưng chúng chỉ chồng chất một phần tại  $M$ . Khi đó, hệ vân giao thoa tồn tại nhưng với độ tương phản nhỏ hơn (xem bài tập 4).

**Để có thể quan sát được hiện tượng giao thoa, hiệu đường đi hình học cần phải nhỏ hơn độ dài kết hợp:**

$$|\delta_{hh}| < l_c.$$

Khi đó, người ta nói rằng hai sóng là *kết hợp về thời gian*.

Có thể tồn tại những điểm của trường giao thoa mà tại đó không thể quan sát được giao thoa vì điều kiện kết hợp về thời gian không được thỏa mãn. Điều đó được biểu diễn bằng sơ đồ trên hình 13.

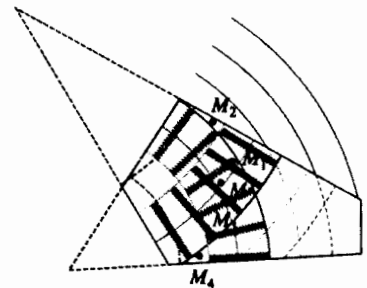
- Trường giao thoa được xác định hoàn toàn bởi cấu hình hình học của hệ và được giới hạn bằng những đường đậm nét.
- Các đoàn sóng trên hình vẽ ứng với một thời điểm đã cho và đều là của cùng một đoàn sóng sơ cấp.
- Tại  $M$ , các đoàn sóng chồng chất lên nhau hầu như trong suốt khoảng thời gian  $\tau_c$ . Chúng là các sóng kết hợp về thời gian và do đó có giao thoa.
- Tại  $M_1$  và  $M_3$ , các đoàn sóng chỉ chồng chất lên nhau trong một phần của khoảng thời gian  $\tau_c$ . Ta có thể quan sát được giao thoa nhưng kém tương phản hơn.
- Tại  $M_2$  và  $M_4$ , các đoàn sóng không bao giờ chồng chất lên nhau. Chúng là các đoàn sóng không kết hợp về thời gian và do đó không có giao thoa.

## 4.2. Tính kết hợp không gian

### 4.2.1. Nguồn sáng rộng

Mặc dù có cùng tên (nhưng không cùng tính từ chỉ tính chất) nhưng tính kết hợp không gian chẳng có liên quan gì với tính kết hợp thời gian.

Chúng ta đã biết làm thế nào để thu được hiện tượng giao thoa với một nguồn sáng điểm. Hình giao thoa này tất nhiên là không sáng lắm và vì vậy làm nảy ra ý tưởng sử dụng nhiều nguồn sáng điểm hay đúng hơn là một nguồn sáng rộng.



Hình 13. Tính kết hợp thời gian: sự sử dụng các đoàn sóng.



Một nguồn sáng rộng được tạo thành từ một tập hợp các nguồn điểm, không kết hợp với nhau và phân bố trên một mặt hoặc trong một thể tích nào đó.

#### 4.2.2. Sự nhòe của hình giao thoa

Ta hãy tưởng tượng một giao thoa kế được chiếu sáng bằng một nguồn sáng đơn sắc rộng. Để đơn giản, ta giả sử rằng nguồn sáng này là một tập hợp  $N$  các nguồn điểm có cùng cường độ ở gần vị trí  $S_i$ .

Tại một điểm  $M$  của trường giao thoa, nguồn điểm  $S_i$  tạo ra một cường độ sáng:

$$I_i(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \varphi_i(M),$$

trong đó  $\varphi_i(M) = \frac{2\pi}{\lambda_0} [(S_i M) + \delta_{\text{sup}}]$  phụ thuộc vào vị trí của  $S_i$ .

Tất cả các nguồn điểm này không kết hợp với nhau nên chúng không giao thoa. Vì vậy, cần phải lấy tổng tất cả các cường độ sáng gây ra do giao thoa của từng nguồn điểm tại  $M$ . Cường độ sáng tổng cộng tại  $M$  là:

$$I(M) = \sum_i^N I_i(M) = N(I_1 + I_2) + 2\sqrt{I_1 I_2} \sum_{i=1}^N \cos \varphi_i(M)$$

Ta xét hai trường hợp:

- Nguồn sáng có kích thước lớn và các giá trị khác nhau của  $\varphi_i(M)$  phân bố trong một khoảng rộng hơn  $2\pi$  hay tương đương với điều đó là sự chênh lệch giữa các hiệu đường đi  $\delta_i(M)$  lớn hơn  $\lambda_0$ . Các vân sáng gây ra do một số điểm của nguồn sẽ trùng với các vân tối gây ra do những điểm khác. Giá trị trung bình của  $\cos \varphi_i(M)$  gần như bằng 0 và do đó  $I(M) \approx N(I_1 + I_2)$ .

Không còn hiện tượng giao thoa nữa: hình ảnh giao thoa bị nhòe do mất tính kết hợp không gian.

- Các giá trị khác nhau của  $\varphi_i(M)$  chỉ phân bố trong một khoảng hẹp hơn  $2\pi$ . Các  $\varphi_i(M)$  gần như có cùng một trị số  $\varphi(M)$  và:

$$I(M) \approx N(I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \varphi(M)).$$

Như vậy là có hiện tượng giao thoa.

#### 4.2.3. Độ dài kết hợp không gian

Sự khác nhau giữa các giá trị  $\varphi_i(M)$  và do đó sự nhòe của các hình giao thoa tăng lên cùng với kích thước của nguồn sáng. Do đó, chúng ta có thể định nghĩa một độ rộng đặc trưng của nguồn được gọi là độ dài kết hợp không gian.

**Các vân giao thoa gây ra bởi một nguồn sáng rộng có thể bị nhòe đi khi độ rộng nguồn tăng lên.**

**Độ dài kết hợp không gian  $l_s$  là độ rộng lớn nhất của nguồn còn cho được một hình giao thoa ít bị nhòe.**

Chú ý:

- Độ dài kết hợp không gian  $l_s$  phụ thuộc vào giao thoa kế, vị trí nguồn và vị trí điểm quan sát. Nó chẳng có liên quan gì với độ dài kết hợp (thời gian)  $l_c$  là độ dài trung bình của các đoàn sóng và phụ thuộc vào cơ chế phát xạ.

- Đối với một số hệ thiết bị giao thoa, độ dài kết hợp không gian có thể rất lớn. Đó chính là cấu hình hệ thiết bị mà chúng ta tìm kiếm vì nó cho phép sử dụng một nguồn sáng rộng và do đó thu được những hình giao thoa đủ sáng.

- Chúng ta sẽ thấy rằng các hệ giao thoa chia mặt sóng và các hệ giao thoa chia biên độ rất khác nhau về điểm này.

## 5 Giao thoa với ánh sáng phân cực

Chúng ta hãy làm lại thí nghiệm được mô tả ở mục §2.1 và trên hình 4. Ánh sáng laser không phân cực (điều này có thể kiểm chứng được), các điều kiện áp dụng gần đúng vô hướng đều thoả mãn và kết quả thí nghiệm phù hợp với lý thuyết.

Bây giờ chúng ta đặt trên đường truyền của mỗi chùm tia một kính phân cực và định hướng các kính này sao cho các phương phân cực của chúng song song với nhau. Hai chùm tia đều phân cực thẳng theo cùng một phương và ta sẽ quan sát được một hệ vân giống như trước.

Xoay một trong hai kính phân cực đi một góc  $90^\circ$  để cho các phương phân cực của hai chùm tia vuông góc với nhau. Ta sẽ không quan sát được giao thoa nữa.

Để lý giải điều đó, cần phải sử dụng lý luận ở mục §1, đồng thời phải tính đến sự định hướng của điện trường  $\vec{E}$ .

Nếu ánh sáng là phân cực thì cần phải tính đến sự định hướng của điện trường  $\vec{E}$  khi nghiên cứu hiện tượng giao thoa; trong trường hợp này, mô hình vô hướng là không đủ.

### ĐIỀU CẦN GHI NHỚ

#### ■ ĐỊNH NGHĨA

Khi cường độ tổng cộng gây ra do chồng chất của hai hay nhiều sóng không bằng tổng các cường độ của từng sóng đó, chúng ta nói rằng đã có *hiện tượng giao thoa* hay các sóng đó đã *giao thoa* với nhau.

#### ■ SÓNG KHÔNG KẾT HỢP

Hai sóng có độ lệch pha tại một điểm phụ thuộc một cách tùy ý vào thời gian được gọi là hai sóng *không kết hợp*. Đặc biệt đó là trường hợp các sóng phát ra từ hai nguồn độc lập nhau, còn được gọi là hai nguồn không kết hợp.

Trong quang học, không thể quan sát được hiện tượng giao thoa từ hai nguồn không kết hợp. Các cường độ của hai sóng được cộng lại với nhau:  $I = I_1 + I_2$ .

Nguyên nhân của điều đó có nguyên do là thời gian đáp ứng  $\tau_R$  của các đầu thu quang học thông dụng thường rất lớn hơn so với thời gian kết hợp  $\tau_c$  của các sóng.

#### ■ SÓNG KẾT HỢP

- Chỉ có thể quan sát được giao thoa trong quang học nếu như các sóng chồng chất lên nhau được phát ra từ cùng một nguồn và đi theo những đường khác nhau.

- Trong trường hợp nguồn điểm S:

$\delta_{hh}(M) = (SM)_2 - (SM)_1$  là *hiệu đường đi hình học* tới điểm M giữa hai đường 1 và 2.

$\delta(M) = \delta_{hh}(M) + \delta_{sup}$  là hiệu quang lộ trong đó có tính đến các độ lệch pha phụ.

• Hai sóng là *hoàn toàn kết hợp* nếu chúng có hiệu pha  $\varphi(M)$  không phụ thuộc vào thời gian. Điều đó được thực hiện khi các đoàn sóng chồng chất tại  $M$  được tạo ra từ cùng một đoàn sóng phát ra từ nguồn  $S$ .

Khi đó, cường độ được tính bằng hệ thức cơ bản của giao thoa hai sóng:

$$I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\varphi(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \delta(M)\right).$$

Trong quang học, ngay cả các sóng hoàn toàn đơn sắc và không chứa những số hạng pha tùy ý cũng không thể giao thoa với nhau nếu chúng có tần số khác nhau.

## ■ VẤN GIAO THOA

Trên một mặt được chiếu sáng bằng hai sóng giao thoa với nhau, người ta quan sát được những đường sáng và đường tối xen kẽ nhau được gọi là *các vân giao thoa*. Dạng của các vân phụ thuộc vào hệ thiết bị giao thoa.

• Theo định nghĩa, *bậc giao thoa*  $p = \frac{\delta}{\lambda_0} = \frac{\varphi}{2\pi}$  với  $\delta$  là hiệu quang lộ và  $\lambda_0$  là bước sóng trong chân không.

• Trên một vân sáng:  $p = m$  hay  $\delta = m\lambda_0$  với  $m$  nguyên.

• Trên một vân tối:  $p = m + \frac{1}{2}$  hay  $\delta = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda_0$  với  $m$  nguyên.

• Giữa hai vân sáng (hoặc tối) *liên tiếp*:  $p$  biến thiên 1 đơn vị,  $\delta$  biến thiên một lượng  $\lambda_0$  và  $\varphi$  biến thiên một lượng  $2\pi$ .

• Giữa một vân sáng và một vân tối *cạnh nó*:  $p$  biến thiên  $\frac{1}{2}$ ,  $\delta$  biến thiên một lượng  $\frac{\lambda_0}{2}$  và  $\varphi$  biến thiên một lượng  $\pi$ .

## ■ CÁC HỆ THIẾT BỊ GIAO THOA

Các hệ thiết bị giao thoa được phân chia thành hai loại:

• *Hệ thiết bị chia mặt sóng*

Hai sóng giao thoa có được là do sự chia hình học một mặt sóng của sóng ban đầu. Chúng được tạo ra từ hai chùm tia riêng biệt phát ra từ nguồn.

• *Hệ thiết bị chia biên độ*

Hai sóng giao thoa có được là do sự chia năng lượng của cùng một chùm tia phát ra từ nguồn nhờ một mặt phản xạ một phần.

## ■ TÍNH KẾT HỢP THỜI GIAN VÀ KHÔNG GIAN

Để có thể quan sát được hiện tượng giao thoa, hiệu đường đi hình học cần phải nhỏ hơn độ dài kết hợp:  $\delta_{hh} \ll l_c$ .

Khi đó, người ta nói rằng hai sóng là *kết hợp về thời gian*.

• Một nguồn sáng rộng được tạo thành từ một tập hợp các nguồn sáng điểm, không kết hợp với nhau và phân bố trên một mặt hoặc trong một thể tích nào đó.

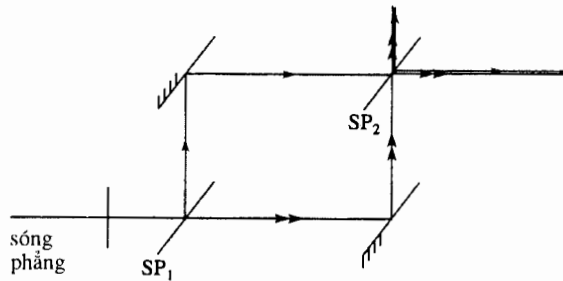
• Các vân giao thoa gây ra bởi một nguồn sáng rộng có thể bị nhòe đi khi độ rộng nguồn tăng lên. Độ dài kết hợp không gian  $l_s$  là độ rộng lớn nhất của nguồn vẫn còn cho được một hình giao thoa ít bị nhòe.

# BÀI TẬP

## ÁP DỤNG TRỰC TIẾP BÀI GIẢNG

### 1 Hệ thiết bị giao thoa MACH ZENHDER

Người ta khảo sát hệ thiết bị giao thoa MACH ZENHDER được vẽ trên sơ đồ dưới đây. Hai bản chia sáng và hai gương đều song song với nhau. Sóng phẳng tới bản chia sáng thứ nhất dưới một góc  $45^\circ$ .



- 1) Hệ thiết bị giao thoa này là hệ chia biên độ hay chia mặt sóng?
- 2) Người ta có thể quan sát được các vân giao thoa trong miền nào?
- 3) Vẽ và xác định rõ trường giao thoa khi quay gương  $M_1$  một góc  $\alpha$  (nhỏ).

### 2 Cường độ âm của $N$ vật

Trong âm học, mức âm  $L$  (tính ra đêxiben) được định nghĩa là:

$$L = 10 \log \left( \frac{I}{I_0} \right)$$

với  $I_0 = 10^{-12} \text{ W.m}^{-2}$ ,  $I$  là cường độ âm (tính ra  $\text{W/m}^2$ ).

Mức âm của một scooter là  $L_{\text{scooter}} = 90\text{dB}$  và của một hộp đêm là  $L_{\text{hộp}} = 130\text{dB}$ .

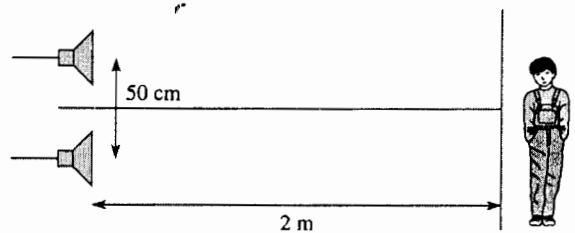
Cần phải tập hợp bao nhiêu mô tô để có thể đạt được mức âm như ở trong hộp đêm?

### 3 Giao thoa trong âm học

Một người quan sát đứng cách hai cái loa giống hệt nhau, đặt cách nhau 50cm một khoảng là 2 m.

Cần nhắc lại rằng tai người là một đầu thu nhạy với cường độ âm thanh nghĩa là nhạy với giá trị trung bình của bình phương áp suất dự tính trong thời gian đáp ứng  $\tau_R$  cỡ 0,1s.

Vận tốc truyền sóng âm được lấy bằng  $340 \text{ m.s}^{-1}$ .



1) Người ta quan tâm đến âm thanh mà người quan sát có thể nghe được trong các trường hợp khác nhau sau đây:

a) Hai loa được nối vào cùng một máy phát có tần số gần với  $\nu = 2.10^3 \text{ Hz}$ .

b) Hai loa được nối với hai máy phát khác nhau nhưng cùng được điều chỉnh để phát ở tần số gần với  $\nu = 2.10^3 \text{ Hz}$ .

2) Điều gì sẽ xảy ra nếu như tai người quan sát được thay bằng một micro nối với dao động kí?

## VẬN DỤNG VỐN KIẾN THỨC

### 4 Giao thoa của hai sóng kết hợp một phần

Một hệ thiết bị giao thoa tạo ra hai sóng cùng cường độ, giao thoa với nhau từ một nguồn điểm  $S$  trên một màn. Cấu trúc thời gian của nguồn được mô tả bằng mô hình các đoạn sóng có cùng tần số  $\nu$ , cùng thời gian kéo dài  $\tau_c$  và cùng biên độ.

1) Tại một điểm  $M$  ở trên màn, hiệu đường đi là  $\delta(M)$ . Hãy xác định giá trị trung bình của độ lệch pha  $\varphi$  theo  $\delta(M)$  và độ dài kết hợp  $l_c$ .

2) Từ đó suy ra biểu thức độ tương phản ở lân cận điểm  $M$ .

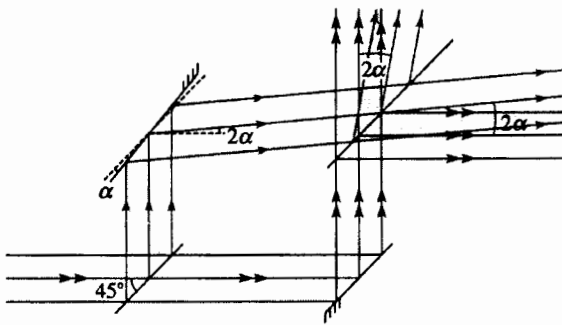
3) Độ tương phản trên hình giao thoa sẽ biến đổi như thế nào nếu như hình này gồm nhiều vân giao thoa?

## LỜI GIẢI

1) Hệ thiết bị giao thoa này rõ ràng là hệ chia biên độ vì bản chia sáng lồi vào tách chùm tia ban đầu thành hai chùm truyền theo hai phương vuông góc với nhau.

2) Người ta có thể quan sát thấy các vân giao thoa ở bên phải và bên trái bản chia sáng thứ hai.

3) Trường giao thoa được thấy rõ trên sơ đồ dưới đây.



**2** Rõ ràng rằng  $N$  mô tô không phải là các nguồn kết hợp. Vì vậy, ở đây không thể có hiện tượng giao thoa.

Các nguồn là không kết hợp nên cường độ tổng cộng là tổng các cường độ âm của  $N$  mô tô. Điều đó cho phép ta viết:

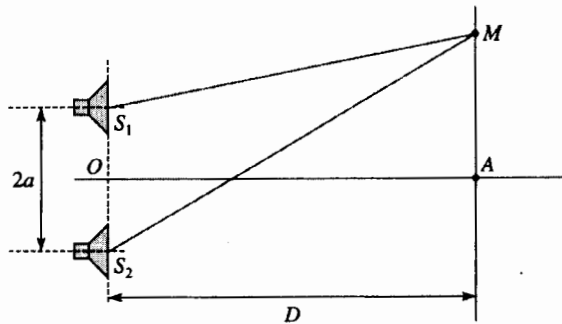
$$L_{\text{boite}} = 130\text{dB} = 10\log\left(\frac{I_{\text{boite}}}{I_0}\right) = 10\log\left(N \frac{I_{\text{mô tô}}}{I_0}\right) = 90\text{dB} + 10\log(N)$$

Suy ra  $10\log(N) = 40\text{ dB}$ . Như vậy, cần phải có tới  $10^4$  mô tô để đạt được mức âm như ở trong hộp đêm!

**3** 1) a) Hai loa được nối với cùng một máy phát là hai nguồn kết hợp.

Biết rằng  $\tau_R \gg T_0 = \frac{1}{\nu}$ , nên ở đây độ dài của đoàn sóng không gây ảnh hưởng gì và ta có hiện tượng giao thoa.

Khi dịch chuyển theo phương thẳng đứng, người quan sát sẽ nghe được cường độ âm thanh khi mạnh khi yếu. Ta sẽ thử ước tính khoảng cách gần đúng giữa hai cực đại cường độ tiếp tiếp ở gần trục đối xứng.



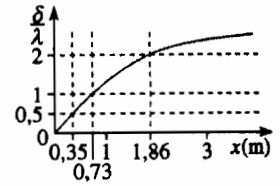
Tại A, cường độ âm thanh là cực đại vì  $S_1A = S_2A$ . Ta tìm khoảng cách

$$x = AM \text{ sao cho } \delta = S_2M - S_1M = \lambda \text{ với } \lambda = \frac{v}{\nu}.$$

$$\delta = \sqrt{D^2 + (x+a)^2} - \sqrt{D^2 + (x-a)^2} \text{ với } D = 2\text{m}, a = 0,25\text{m}, \lambda = 0,17\text{m}.$$

Để tìm  $x$ , ta dùng phương pháp tọa độ. Kết quả là ở khoảng cách cỡ 1m, âm nghe được sẽ cực đại trong mặt phẳng đối xứng (tại A), và yếu đi nhiều nếu ta dịch chuyển lên trên hoặc xuống dưới vào khoảng 35cm (tại B) và sau đó lại mạnh lên nếu ta dịch chuyển tiếp.

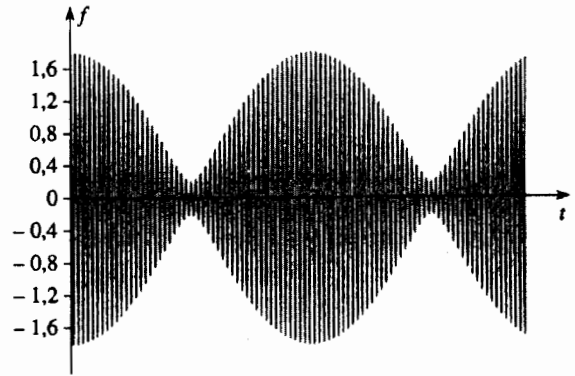
b) Hai loa được nối với hai máy phát khác nhau: chúng là hai nguồn không kết hợp. Thật vậy, ngay cả khi hai máy phát đều được điều chỉnh ở tần số 2 kHz thì các tín hiệu lờ ra cũng không thể có chính xác cùng một tần số.



Vì hai nguồn là không kết hợp nên không thể có được giao thoa. Tai người chỉ có thể nhận biết được sự tạo phách nếu như các tần số của hai máy phát chênh nhau ít hơn 10 Hz.

2) a) Micro sẽ ghi nhận tín hiệu hình sin có biên độ cực đại tại A và cực tiểu tại B.

b) Tín hiệu hiện trên màn dao động kí sẽ có hình dạng như trên sơ đồ (có hiện tượng phách). Hai tín hiệu từ hai máy phát không thể hoàn toàn đồng nhất và độ chênh tần số đã được cường điệu lên.



**4** 1) Một đoàn sóng tới  $M$  theo đường 2 bị trễ  $\Delta t = \frac{\delta(M)}{c}$  so với đường 1. Do đó, nó chỉ có thể chống chất với đoàn sóng đi theo đường 1 trong khoảng thời gian  $\tau_c - |\Delta t|$ .

• Nếu  $|\Delta t| > \tau_c$  thì các đoàn sóng này không bao giờ chống chất lên nhau và  $\langle \cos \varphi \rangle = 0$ .

• Nếu  $|\Delta t| < \tau_c$  thì trong mỗi khoảng thời gian  $\tau_c$ , thoát tiên  $\varphi$  biến thiên tùy ý trong khoảng  $|\Delta t|$ , sau đó nó bằng  $\frac{2\pi}{\lambda_0} \delta(M)$  trong khoảng  $\tau_c - |\Delta t|$ .

Từ đó suy ra:

$$\langle \cos \varphi \rangle = \frac{\left(\tau_c - \frac{|\delta(M)|}{c}\right) \cos \frac{2\pi \delta(M)}{\lambda_0} + \frac{|\delta(M)|}{c} \times 0}{\tau_c} = \left(1 - \frac{|\delta(M)|}{l_c}\right) \cos \frac{2\pi \delta(M)}{\lambda_0}$$

$$2) I_{\text{max}} = 2I_0 \left(2 - \frac{|\delta(M)|}{l_c}\right) \text{ và } I_{\text{min}} = 2I_0 \frac{|\delta(M)|}{l_c}, \text{ do đó:}$$

$$\Gamma = \frac{I_{\text{max}} - I_{\text{min}}}{I_{\text{max}} + I_{\text{min}}} = 1 - \frac{|\delta(M)|}{l_c}$$

3) Độ tương phản lớn nhất nếu như  $\delta$  xấp xỉ 0 (bậc p nhỏ) và giảm nếu hiệu đường đi bằng 0. Với mô hình đơn giản này, các vân giao thoa bị nhòe đi nếu  $|\delta(M)| > l_c$ .

# GIAO THOA DO CHIA MẶT SÓNG

# 3

## Mở đầu

*Những hình giao thoa do chia mặt sóng không có sẵn trong thiên nhiên bởi vì chúng cần đến những nguồn sáng gần như là nguồn điểm. Độ dài kết hợp không gian  $l_s$  của các dụng cụ giao thoa chia mặt sóng "rất nhỏ".*

*Nghiên cứu thực nghiệm (và giải thích) những hình giao thoa do chia mặt sóng rất đáng được quan tâm vì nó cho phép hiểu rõ hơn các dụng cụ giao thoa chia biên độ ở các phần sau. Những dụng cụ giao thoa chia biên độ đôi khi có độ dài kết hợp không gian rất lớn thậm chí là vô hạn.*

## M U C T I Ê U

- Nhận biết được một dụng cụ giao thoa chia mặt sóng.
- Khái niệm về hình giao thoa không định xứ.
- Xác định dạng vân giao thoa (cường độ, độ tương phản).
- Ảnh hưởng của nguồn sáng rộng.
- Xác định độ dài kết hợp không gian  $l_s$  của dụng cụ giao thoa.

---

## ĐIỀU CẦN BIẾT TRƯỚC

- Khái niệm và những điều kiện giao thoa hai sóng trong quang học.

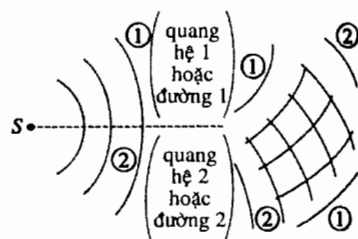
# 1 Sự chia mặt sóng

## 1.1. Định nghĩa

Sóng phát ra từ một nguồn được tách một cách hình học thành hai hoặc nhiều phần. Những phần sóng này sẽ đi theo những lộ trình khác nhau để tới một điểm  $M$  nào đó. Chúng ta hi vọng quan sát được giao thoa ở lân cận điểm này.

Sự chia mặt sóng thành nhiều phần như vậy được gọi là sự chia mặt đầu sóng và nó được vẽ ở trên *hình 1*. Miền cắt nhau của các chùm tia xuất phát từ hệ quang 1 và từ hệ quang 2 trong không gian được gọi là *trường giao thoa*.

Trong chương này, chúng ta xem nguồn sáng là hoàn toàn đơn sắc.



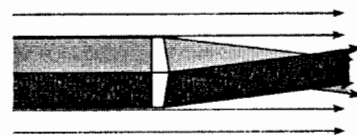
Hình 1. Nguyên lí chia mặt sóng.

## 1.2. Một vài ví dụ

Trong những ví dụ dưới đây, chúng ta không đi sâu vào cách bố trí thực nghiệm mà chỉ làm cho thấy rõ nguyên tắc chia mặt sóng.

### 1.2.1. Lưỡng lăng kính FRESNEL

Dụng cụ này gồm có hai lăng kính thủy tinh (*h.2*) có góc đỉnh rất nhỏ (nhỏ hơn  $1^\circ$ ) hai đáy được gắn với nhau. Khi chiếu vào hệ này một chùm sáng song song (phát ra từ một nguồn điểm ở vô cực), chúng ta sẽ được hai chùm tia song song hợp với nhau một góc nhỏ. Ta thấy có một miền giao nhau của hai chùm tia này và do đó tồn tại một miền giao thoa.



Hình 2. Miền giao thoa trong hệ lưỡng lăng kính FRESNEL.

### 1.2.2. Hai gương FRESNEL

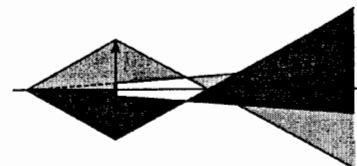
Dụng cụ này gồm hai gương phẳng hợp với nhau một góc nhỏ (một vài phút góc) (*h.3*). Khi chiếu sáng hai gương Fresnel bằng một nguồn điểm đặt ở cách chúng một khoảng hữu hạn (hoặc ở xa vô cùng) chúng ta sẽ được hai chùm tia phản xạ giao nhau (về mặt thực nghiệm, chùm tia đi trực tiếp từ nguồn không ảnh hưởng đến giao thoa) và vì vậy, cũng tồn tại một miền giao thoa.



Hình 3. Miền giao thoa trong hệ hai gương FRESNEL.

### 1.2.3. Lưỡng thấu kính BILLET

Dụng cụ này gồm hai nửa thấu kính giống hệt nhau (*h.4*), có quang tâm cách nhau một khoảng nhỏ. Khi chiếu vào hệ này bằng một chùm tia phát ra từ một nguồn điểm ở cách nó một khoảng hữu hạn (hoặc ở xa vô cùng) chúng ta sẽ được hai chùm tia ló giao nhau và do đó cũng tồn tại một miền giao thoa.

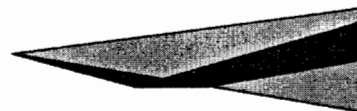


Hình 4. Miền giao thoa trong hệ lưỡng thấu kính BILLET.

Chúng ta có vẽ thêm giữa hai nửa thấu kính một bản chắn ánh sáng trực tiếp đi từ nguồn. Thực tế là không có gì ở đó cả vì ánh sáng trực tiếp từ nguồn có đi qua cũng không thể ảnh hưởng đến hệ giao thoa.

### 1.2.4. Gương LLOYD

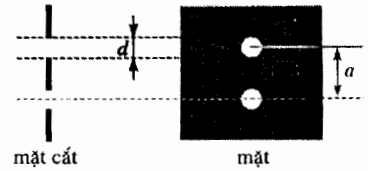
Dụng cụ này chỉ là một gương phẳng (*h.5*). Khi gương được chiếu sáng từ một nguồn điểm ở cách nó một khoảng hữu hạn (hoặc ở xa vô cùng), chúng ta sẽ được ở lối ra hai chùm tia (chùm tia tới và chùm tia phản xạ) giao nhau và như vậy cũng tồn tại một miền giao thoa.



Hình 5. Miền giao thoa trong gương LLOYD.

## 2 Hai lỗ YOUNG

Dụng cụ này gồm hai lỗ nhỏ nằm rất gần nhau. Nó rất đáng được quan tâm trên quan điểm thực nghiệm cũng như lí thuyết, khá dễ dàng để thực hành nhưng đáng tiếc là hình giao thoa không sáng lắm. Khác với các dụng cụ nói trên trong trường hợp này rất khó xác định trường giao thoa.



**Hình 6.** Dụng cụ hai lỗ YOUNG (bản không trong suốt có hai lỗ tròn).

### 2.1. Dụng cụ giao thoa hai lỗ YOUNG

Dụng cụ giao thoa này gồm có hai lỗ rất nhỏ  $T_1$  và  $T_2$  rất gần nhau được khoan trên một bản không trong suốt. Hai lỗ này cách nhau một khoảng  $a$  và có đường kính là  $d$ . Các kích thước “thông dụng” là (h. 6):

- Khoảng cách  $a$  giữa hai lỗ từ 1 mm đến 2mm;
- Đường kính  $d$  của các lỗ: 0,1mm.

### 2.2. Thực nghiệm quan sát hình giao thoa dùng laser

#### 2.2.1. Cảnh tượng chung

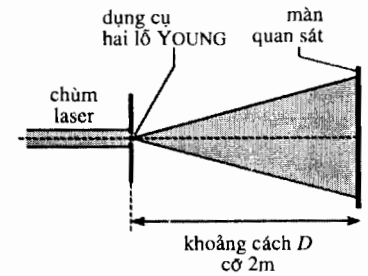
Để dễ dàng quan sát hình giao thoa với dụng cụ giao thoa này chúng ta dùng một laser. Chiếu chùm sáng laser gần như vuông góc vào hệ hai lỗ YOUNG. Trên một màn đặt cách đó một khoảng  $D$  (h.7a), ta sẽ thấy một cảnh tượng giống như trên hình 7b.

Chúng ta quan sát những “vân nằm ngang” có cường độ bị biến điệu một hàm đối xứng tròn.

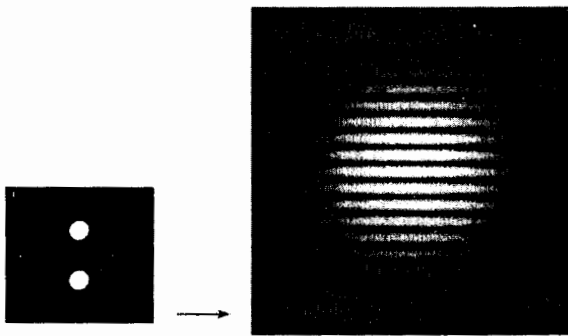
Nếu ta xoay dụng cụ giao thoa đi một phần tư vòng sẽ thấy cảnh tượng giao thoa như trên hình 7c.

Nếu ta dịch chuyển màn ảnh (bằng cách thay đổi khoảng cách  $D$ ) thì những vân này vẫn luôn tồn tại với cùng một độ tương phản và cùng một độ rõ.

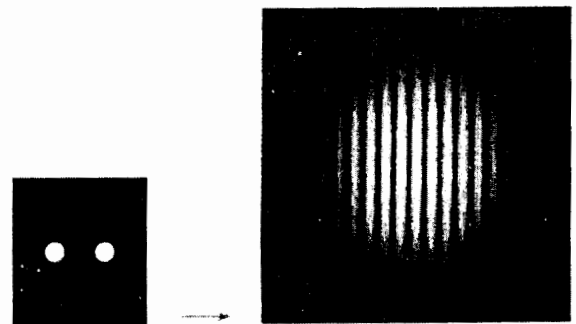
Các vân có mặt “ở khắp nơi” này là không định xứ có nghĩa là nó không chỉ tồn tại ở trên một mặt xác định trong không gian. Nếu chúng ta đưa màn ra xa thì các vân sẽ kém sáng hơn và có xu hướng dãn xa nhau hơn. Nếu chúng ta đưa màn lại gần thì các vân sẽ sáng hơn và sẽ có xu hướng trở nên mảnh hơn.



**Hình 7a.** Sơ đồ bố trí thí nghiệm đơn giản quan sát hình giao thoa (nhưng trên đó còn có hiện tượng nhiễu xạ). Chùm laser phải đủ rộng để chiếu sáng như nhau trên cả hai lỗ.



**Hình 7b.** Hình quan sát được trên màn khi chiếu chùm laser song song tới thẳng góc với mặt hai lỗ YOUNG.



**Hình 7c.** Hình quan sát được trên màn khi chiếu chùm laser song song tới thẳng góc với mặt hai lỗ YOUNG (bản hai lỗ YOUNG bị xoay một góc  $90^\circ$  so với trường hợp trước).



## 2.2.2. Giải thích

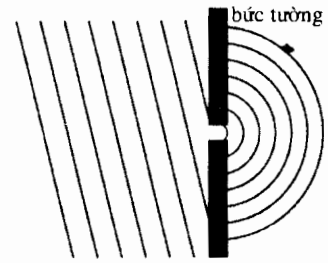
Sóng phẳng phát ra từ laser bị tách một cách hình học bởi hai lỗ. Mỗi lỗ chỉ cho qua một phần khác nhau của mặt sóng. Như vậy, rõ ràng là chúng ta có một hệ chia mặt sóng. Lỗ  $T_1$  có tác dụng như một nguồn sáng thứ cấp phát sóng gần như sóng cầu đồng pha với sóng sơ cấp phát ra từ  $S$ . Đó là hiện tượng *nhiều xạ* (xem *chương 6*). Chúng ta hãy lấy một hình ảnh đơn giản cho phép giải thích hiện tượng này.

Nếu sóng truyền đi bị giới hạn bởi một bức tường cứng có một lỗ hổng (*h.8*), chúng ta sẽ nhận thấy ở phía bên kia lỗ hổng, các gợn sóng có hình tròn. Chúng ta hãy khảo sát những gợn sóng tròn (mặt sóng) ở trên mặt nước. Sự hạn chế mặt sóng do lỗ hổng đã dẫn đến sự nhiễu xạ sóng ban đầu tương tự như điều đã xảy ra đối với lỗ  $T_1$ . Ở lỗ  $T_2$ , chúng ta cũng có hiện tượng tương tự. Dạng của hình nhiễu xạ qua một lỗ tròn ( $T_1$  hoặc  $T_2$ ) được vẽ trên *hình 9a*.

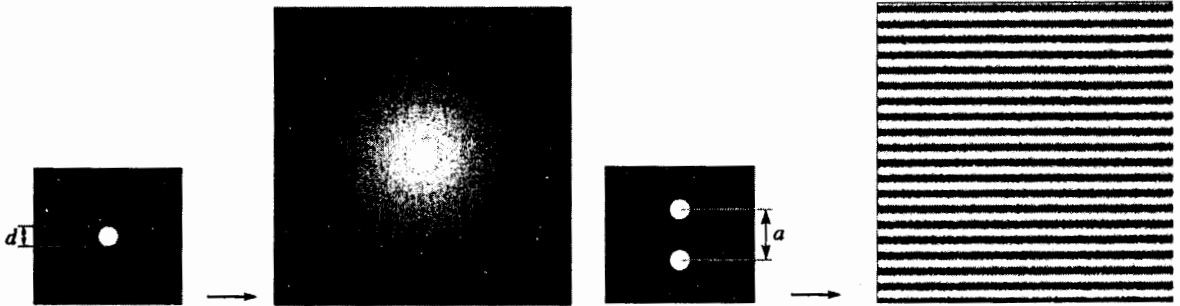
Nếu như không có vết nhiễu xạ thì chúng ta sẽ có một sự phân bố đều đặn các cực đại và các cực tiểu cường độ ở trên màn ảnh (*h.9b*).

Sự phân bố này là đều đặn nên khoảng cách giữa hai cực đại kế tiếp hoặc hai cực tiểu kế tiếp được gọi là *dãn cách vân* và thường được kí hiệu là  $i$ .

Trong miền giao nhau của hai chùm tia nhiễu xạ, chúng ta thấy có một miền mà ở đó những đoàn sóng phát ra từ nguồn điểm  $S$  có thể chồng chất lên nhau. Đó là miền giao thoa (*h.10*).

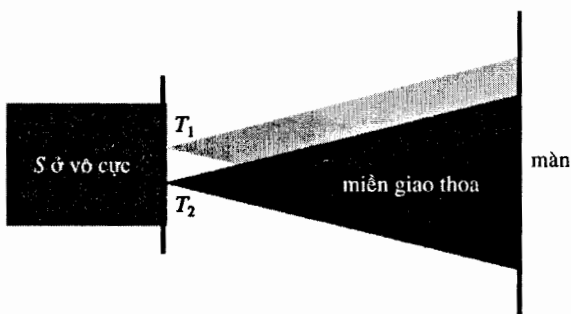


**Hình 8.** Minh họa đơn giản hiện tượng nhiễu xạ của các sóng trên mặt chất lỏng bằng cách mô phỏng các mặt sóng. Tại lối ra của lỗ, ta có một sóng tròn.

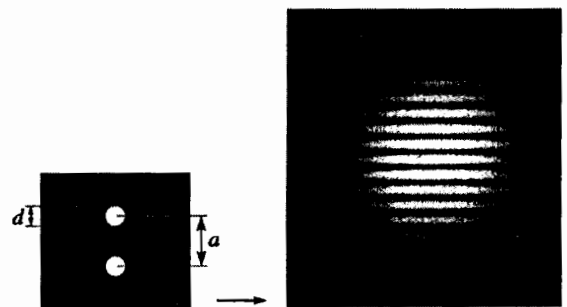


**Hình 9a và b.** Hình quan sát được trên màn được giải thích như là tích của hai độ rọi riêng biệt.

**a.** Nhiễu xạ qua một lỗ tròn. **b.** Giao thoa của hai nguồn điểm, hoàn toàn kết hợp.



**Hình 10.** Hai lỗ YOUNG được chiếu sáng bởi một chùm tia song song phát ra từ một nguồn điểm ở vô cực, tới gần như thẳng góc với mặt lỗ: minh họa miền giao thoa.



**Hình 11.** Hình quan sát được trên màn khi hai lỗ YOUNG được chiếu sáng bởi một chùm laser song song.

Khoảng cách  $T_1T_2$  chỉ vào khoảng mm, nên trên thực tế hai miền có màu khác nhau trên hình 10 là rất gần nhau và thậm chí là trùng nhau. Chính điều này giải thích tại sao hình 11 đồng nhất với sự “chồng chất” của hai hình 9a và 9b.

### 2.2.3. Các bậc độ lớn

Để có thể thực hiện được thí nghiệm với hai lỗ YOUNG, các bậc độ lớn thực nghiệm của các đại lượng là (h.12 và 13):

- khoảng cách  $a$  giữa hai lỗ YOUNG khoảng mm;
- đường kính  $d$  của một lỗ: khoảng 1/10 mm;
- nguồn sáng: điểm (ở đây là laser);
- khoảng cách  $D$ : khoảng 1m hoặc hơn;
- trường giao thoa (độ rộng  $L$ ): vài chục mm;
- số vân nhìn thấy: vài chục.

Những bậc độ lớn này thường làm cho các tính toán của chúng ta đơn giản hơn khi giải thích hiện tượng giao thoa. Chúng cũng cho phép chúng ta khẳng định rằng các tỉ số  $\frac{a}{D}$ ,  $\frac{L}{D}$  và  $\frac{i}{D}$  cũng như tỉ số  $\frac{\lambda}{i}$  đều là những vô cùng bé cùng bậc ( $\approx 10^{-3}$ ).

Trong chương này, chúng ta chỉ quan tâm đến hình giao thoa nghĩa là chỉ quan tâm đến những gì xuất hiện trong “miền hữu ích” hay nói chính xác hơn là ở những nơi mà các hiện tượng nhiễu xạ không có ảnh hưởng đáng kể.

#### Chú ý:

- Miền hữu ích thường bị giới hạn bởi độ dài kết hợp thời gian  $t_c$  của nguồn.
- Về mặt thực nghiệm, miền hữu ích thường “định tâm” ở bậc giao thoa 0.

### 2.2.4. Hiệu đường đi

Chúng ta hãy khảo sát tiếp thí nghiệm ở phần trên: chiếu vào hai lỗ  $T_1$  và  $T_2$  bằng một chùm sáng song song phát ra từ một nguồn điểm  $S$  nằm ở vô cực (chùm laser) tới đập vuông góc với mặt của dụng cụ giao thoa.

Khi đó, chúng ta có sơ đồ trên hình 14.

Lộ trình của các sóng phát ra từ  $S$  (ở vô cực) tới  $M$  là ( $S \rightarrow T_1 \rightarrow M$ ) và ( $S \rightarrow T_2 \rightarrow M$ ) (h.14). Những nguồn thứ cấp tại  $T_1$  và  $T_2$  đều đồng pha với sóng sơ cấp phát ra từ  $S$ .

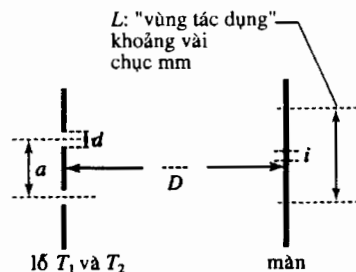
Hiệu quang lộ các sóng phát ra từ  $S$  giao thoa tại  $M$  sẽ là:

$$\delta(M) = (ST_2M) - (ST_1M).$$

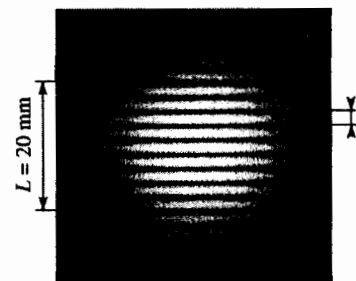
Nếu như dụng cụ giao thoa đặt trong không khí thì hiệu quang lộ được viết dưới dạng:

$$\begin{aligned} \delta(M) &= (ST_2M) - (ST_1M) = (T_2M) - (T_1M) \\ &= T_2M - T_1M \end{aligned}$$

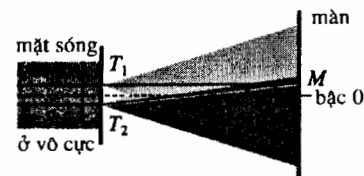
Lưu ý rằng những điểm tương ứng với hiệu quang lộ bằng 0 nằm trên đường trực của  $T_1T_2$  (h.14).



Hình 12. Các kích thước đặc trưng trong thí nghiệm giao thoa cổ điển kiểu “hai lỗ YOUNG”.



Hình 13. Dãn cách vân  $i$  vào khoảng 1mm trên một trường giao thoa rộng khoảng vài chục milimet.



Hình 14. Minh họa hiệu quang lộ giữa hai tia sáng giao thoa có hiệu đường đi bằng 1 (bậc  $p = 0$ ) nằm trên đường trung trực của  $T_1T_2$ .

### 2.2.5. Giải thích hình học đầu tiên về những vân giao thoa quan sát được

Có thể giải thích hình học những vân giao thoa nhận được bằng các lỗ YOUNG. Vì chúng ta quan sát được hình giao thoa hai sóng kết hợp nên có thể sử dụng công thức tổng quát ở *chương 2* là:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \frac{2\pi\delta}{\lambda},$$

với  $I_1$  là cường độ ánh sáng đi qua lỗ  $T_1$  còn  $I_2$  là cường độ ánh sáng đi qua lỗ  $T_2$ . Cả hai lỗ này được làm giống hệt nhau nên ta có  $I_1 = I_2$  và sẽ kí hiệu là  $I_0$ .

Vì vậy, ta được:

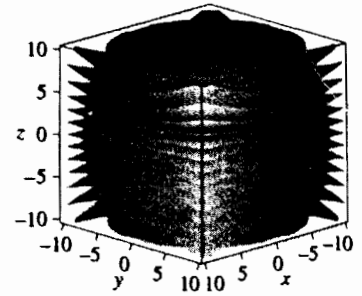
$$I = 2I_0 \left( 1 + \cos \frac{2\pi\delta}{\lambda} \right) = 4I_0 \cos^2 \left( \frac{\pi\delta}{\lambda} \right).$$

Những điểm mà tại đó  $\delta = p\lambda$  với  $p \in Z$  tương ứng với một cường độ cực đại. Quỹ tích của những điểm có độ rọi cực đại là  $T_2M - T_1M = p\lambda$ .

Theo hình học không gian, quỹ tích của các điểm này là một hệ các mặt hypeboloit tròn xoay quanh trục  $(T_1T_2)$ . Mỗi mặt hypeboloit tương ứng với một giá trị của  $p$ .  $T_1$  và  $T_2$  là tiêu điểm của những mặt này. Mặt hypeboloit như vậy là một mặt được sinh ra bằng cách quay một đường hypebol xung quanh đường thẳng nối hai tiêu điểm của nó.

Chúng ta có thể thấy những mặt hypeboloit này trên *hình 15*. Rõ ràng là hai hypeboloit tương ứng với  $p$  và  $p + 1$  không có một điểm chung nào. Màn quan sát (mặt phẳng song song với  $(T_1T_2)$ ) cắt hệ mặt hypeboloit này và do đó chúng ta sẽ nhận được những đường hypebol.

Nhưng trong miền hữu ích, những đoạn hypebol này gần như là những đoạn thẳng song song cách đều nhau giống như trên *hình 15*. Trong hình này,  $T_1$  và  $T_2$  nằm trên trục thẳng đứng.



**Hình 15.** Hệ mặt hypeboloit có các tiêu điểm  $T_1$  và  $T_2$  nằm trên trục thẳng đứng. Trong miền hữu ích, các đường có cùng hiệu quang lộ là những "đường thẳng song song" cách đều nhau.

### 2.3. Nghiên cứu định lượng hình giao thoa hai lỗ YOUNG

Chúng ta sẽ nghiên cứu trạng thái của hình giao thoa tương ứng với những thao tác trên.

Khi đó, ta cần phải trả lời một cách định lượng 5 câu hỏi sau.

- Tại sao những vân quan sát được là những vân thẳng?
- Tại sao chúng cách đều nhau?
- Tại sao chúng lại không định xứ?
- Tại sao độ tương phản không thay đổi khi dịch chuyển màn quan sát?
- Biểu thức của dẫn cách vân quan sát được là như thế nào?

#### 2.3.1. Tính toán hiệu quang lộ

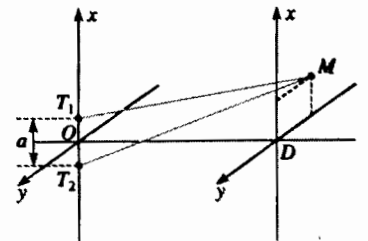
Chúng ta hãy tính hiệu quang lộ  $T_2M - T_1M$ .

Những tọa độ của các điểm trên *hình 16* là:

$$T_1 = \left( \frac{a}{2}, 0, 0 \right); T_2 = \left( -\frac{a}{2}, 0, 0 \right) \text{ và } M = (x, y, D).$$

Ta có:

$$T_2M = \sqrt{y^2 + \left( x + \frac{a}{2} \right)^2 + D^2} \text{ và } T_1M = \sqrt{y^2 + \left( x - \frac{a}{2} \right)^2 + D^2}.$$



**Hình 16.** Sự định vị của các điểm để tính  $\delta(M) = T_2M - T_1M$ .

Bậc độ lớn thực nghiệm của các đại lượng cho chúng ta thấy rằng  $\frac{a}{D}$ ,  $\frac{x}{D}$  và  $\frac{y}{D}$  là những vô cùng bé cùng bậc. Khai triển các biểu thức trên và giới hạn ở

bậc hai của  $\frac{a}{D}$ ,  $\frac{x}{D}$  và  $\frac{y}{D}$ , ta được:

$$T_2 M = D \sqrt{1 + \left(\frac{y}{D}\right)^2 + \left(\frac{x+a}{2D}\right)^2} = D \left[ 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{y}{D}\right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{x}{D}\right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{a}{2D}\right)^2 + \frac{1}{2} \frac{ax}{D^2} \right]$$

$$\text{và } T_1 M = D \left[ 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{y}{D}\right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{x}{D}\right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{a}{2D}\right)^2 - \frac{1}{2} \frac{ax}{D^2} \right].$$

Từ đó ta được biểu thức đơn giản sau:

$$\delta \approx \frac{ax}{D}.$$

**Chú ý:**

- $\delta (M) = \text{cte}$  được biểu diễn bằng một hệ các đường thẳng cách đều nhau và vuông góc với  $(T_1 T_2)$  với mọi  $D$ , trong miền hữu ích (đó là điều chúng ta thấy trên hình 15).
- Bậc giao thoa bằng 0 ( $p = 0$ ) sẽ nằm ở  $x = 0$ , nghĩa là trên mặt phẳng trung trục của  $T_1 T_2$ .

### 2.3.2. Cường độ sáng quan sát được trên màn

Chúng ta có thể áp dụng công thức tổng quát của giao thoa hai sóng trong chương 2:

$$I(M) = 2I_0 \left( 1 + \cos \frac{2\pi\delta}{\lambda} \right) = 2I_0 \left( 1 + \cos \frac{2\pi ax}{\lambda D} \right)$$

Công thức này chỉ phụ thuộc vào tọa độ  $x$  của điểm  $M$ .

Khi  $x$  cố định, cường độ sáng sẽ có giá trị như nhau trên đường thẳng song song với  $(Oy)$ . Vì vậy, các vân giao thoa sẽ là những đường thẳng song song với trục  $(Oy)$ . Chúng có độ tương phản bằng 1.

Biểu thức này cũng có thể được viết dưới dạng  $I(x) = 2I_0 \left( 1 + \cos \frac{2\pi x}{i} \right)$ .

$i = \frac{\lambda D}{a}$  là chu kì không gian của cường độ sáng nghĩa là dân cách vân.

Trên hình 17, chúng ta thấy hình ảnh hệ vân ở trên màn và đồng thời cả đường cong phân bố cường độ sáng.

Nếu ta dịch chuyển một đầu thu có tín hiệu ra tỉ lệ với cường độ sáng thì sẽ vẽ được đường cong  $I(x)$  như trên hình 17b.

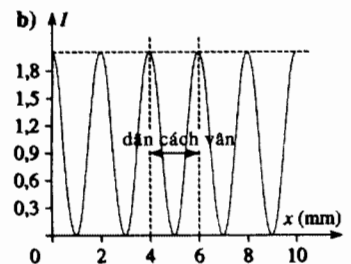
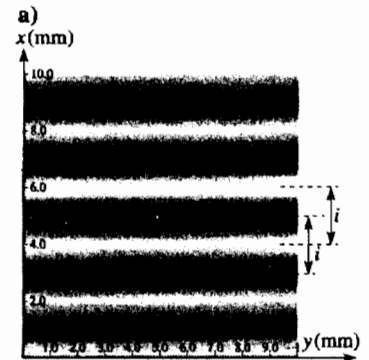
Sự phân bố cường độ sáng là tuần hoàn và được biểu diễn bởi công thức:

$$I(x) = 2I_0 \left( 1 + \cos \frac{2\pi\delta}{\lambda} \right) \text{ với } \delta = \frac{ax}{D},$$

$$\text{hay } I(x) = 2I_0 \left( 1 + \cos \frac{2\pi x}{i} \right) \text{ với } i = \frac{\lambda D}{a}.$$

Đối với các cực đại cường độ :

- hiệu quang lộ  $\delta = p\lambda$  với  $p \in \mathbb{Z}$ ;
- các vân tương ứng được gọi là những vân sáng;
- các vân này có màu ứng với bước sóng của nguồn sáng sử dụng.



Hình 17a và b. Hình quan sát được trên màn và hàm  $I(x, y)$  tương ứng khi dân cách vân bằng 2mm.

Đối với những cực tiểu cường độ:

- các cực tiểu cường độ có được khi hiệu quang lộ  $\delta = \left(p + \frac{1}{2}\right)\lambda$  với  $p \in Z$ ;

- các vân tương ứng được gọi là những vân tối;

Các vân giao thoa tồn tại ở khắp nơi trong trường giao thoa:

- chúng là những vân không định xứ;
- chúng là những vân thẳng, song song với nhau và vuông góc với trục nối hai nguồn;
- chúng có cùng một độ tương phản với mọi vị trí của mặt phẳng quan sát;
- chúng được phân bố một cách đều đặn với chu kỳ trong không gian

$$i = \frac{\lambda D}{a}$$

Giá trị trung bình của cường độ sáng là  $2I_0$ : hiện tượng giao thoa chỉ làm thay đổi phân bố năng lượng trong không gian.

# Áp dụng 1

Trong dụng cụ giao thoa trên (hai lỗ YOUNG), hai lỗ không giống hệt nhau mà cho qua các cường độ tương ứng  $I_1, I_2$  khi chỉ có một mình. Hỏi giao thoa có bị thay đổi gì không?

Cả hiệu đường đi  $\delta = \frac{ax}{D}$  lẫn dần cách vân đều không thay đổi.

Ngược lại cường độ cực đại là:

$$I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2},$$

và cường độ cực tiểu là  $I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$ .

Độ tương phản  $\Gamma = 2\frac{\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}$  là như nhau ở tất

cả các điểm trong trường giao thoa: các vân giao thoa không định xứ.

### 2.3.3. Giải thích hình học những kết quả trên

#### ■ Tính toán hiệu quang lộ

Cần lưu ý rằng  $\frac{a}{D}, \frac{L}{D}$  và  $\frac{i}{D}$  đều là những vô cùng bé cùng bậc ( $\approx 10^{-3}$ ).

Hiện tượng xảy ra giống như là hai sóng phát ra từ  $T_1$  và  $T_2$ , giao thoa với nhau tại vô cùng. Các vân giao thoa song song với trục ( $Oy$ ) nên ta có thể xét trên một hình phẳng (h.18).

Các quang lộ ( $T_1M$ ) và ( $HM$ ) đều bằng nhau. Thật vậy, nếu như  $M$  là một nguồn ở xa vô cùng thì ( $T_1M$ ) vuông góc với các tia nằm trên mặt phẳng sóng và do đó theo nguyên lý trở lại ngược chiều của ánh sáng, ta có:

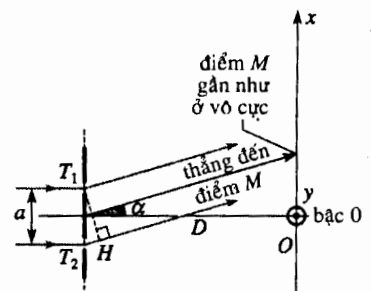
$$(T_1M) = (HM).$$

Hiệu đường đi tại  $M$  sẽ là  $T_2H = a \sin \alpha$  và bởi vì  $\alpha \approx \frac{x}{D}$  là một vô cùng

bé nên  $\delta(M) = \alpha a = a \frac{x}{D}$ .

Bậc giao thoa 0 tương ứng với mặt phẳng ( $x = 0$ ), mặt phẳng trung trực của ( $T_1T_2$ ).

Sau đây chúng ta sẽ thường xuyên sử dụng kỹ thuật tính toán đơn giản này bởi vì các bậc độ lớn tương ứng luôn luôn là như nhau.



Hình 18. Chùm laser tới đập thẳng góc với mặt hai lỗ YOUNG. Hiệu quang lộ giữa hai tia giao thoa tại  $M$  (ở vô cực) được biểu diễn bằng đoạn  $T_2H$ .

**■ Tính toán khoảng cách dẫn cách vân**

Hiệu quang lộ  $\delta(M') - \delta(M)$  giữa hai điểm gần nhau  $M$  (toạ độ  $x$ ) và điểm  $M'$  (toạ độ  $x' = x + i$ ) cách nhau một dẫn cách vân  $i$  phải thay đổi một lượng là  $\lambda$ . Từ đó suy ra:

$$a \frac{x' - x}{D} = a \frac{i}{D} = \lambda, \text{ hay } i = \frac{\lambda D}{a}.$$

**■ Dẫn cách góc của vân giao thoa**

Có thể định nghĩa *dẫn cách góc* của vân giao thoa là khoảng cách góc  $i_\alpha$  giữa hai cực đại độ rọi liên tiếp  $\alpha$  và  $\alpha'$ .

Hiệu quang lộ  $\delta(M') - \delta(M)$  giữa hai điểm gần nhau, ở vô cực  $M$  (theo phương  $\alpha$ ) và  $M'$  (theo phương  $\alpha' = \alpha + i_\alpha$ ) cách nhau một dẫn cách góc của vân  $i_\alpha$  phải thay đổi một lượng là  $\lambda$ . Do đó, ta có thể viết:

$$a(\alpha' - \alpha) = ai_\alpha = \lambda, \text{ hay } i_\alpha = \frac{\lambda}{a}.$$

Trong trường hợp quan sát hình giao thoa với dụng cụ hai lỗ YOUNG, dẫn cách góc của vân cho chúng ta biết những phương quan sát được cực đại độ rọi (h.19).

**Dẫn cách góc của vân giao thoa  $i_\alpha$  bằng  $i_\alpha = \frac{\lambda}{a}$  là khoảng cách góc giữa hai cực đại (hoặc hai cực tiểu) liên tiếp.**

**2.4. Sự chính xác khi điều chỉnh hệ giao thoa**

**2.4.1. Sự nghiêng của màn quan sát**

Chúng ta lặp lại thí nghiệm trên, cho chùm tia laser tới vuông góc với mặt dụng cụ giao thoa hai lỗ YOUNG.

Nếu ta nghiêng màn quan sát đi một vài độ (h.20) thì cảnh tượng trên màn hầu như không thay đổi. Chúng ta sẽ giải thích tại sao lại như vậy?

Chúng ta hãy nghiên cứu sự biến thiên tỉ đối của dẫn cách vân trong miền hữu ích (h.21). Nhìn từ phía màn, các phương tương ứng với những cực đại cường độ được biểu diễn bằng những đường thẳng song song. Dẫn cách vân mới  $i'$  lớn hơn dẫn cách vân ban đầu  $i$  và bằng:

$$i' = \frac{i}{\cos\theta}.$$

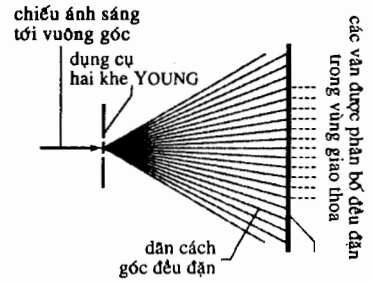
Sau khi khai triển hữu hạn  $i' = i \left( 1 + \frac{\theta^2}{2} \right)$ , ta được độ biến thiên tỉ đối của dẫn cách vân là:

$$\frac{\Delta i}{i} = \frac{\theta^2}{2}.$$

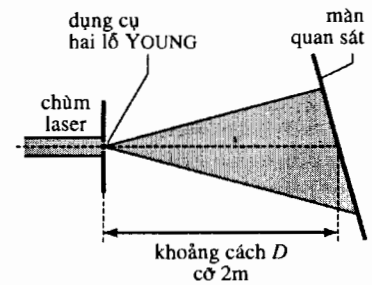
Với góc nghiêng của màn bằng  $20^\circ$ , ta có  $\frac{\Delta i}{i} = 0,06$  nghĩa là độ biến thiên tỉ đối vào khoảng 6%. Độ biến thiên này nhỏ và không thể thấy được trên một miền giao thoa rộng chừng vài chục mm.

**Chú ý:**

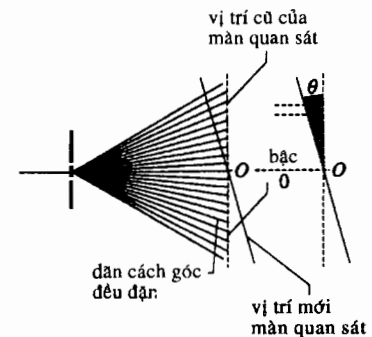
*Đôi khi không thể nhìn thấy được những vân giao thoa bằng mắt thường bởi vì khoảng cách vân quá nhỏ. Bằng cách nghiêng màn quan sát chúng ta có thể chứng tỏ sự tồn tại của các vân giao thoa (nếu như chúng thực sự có mặt!).*



**Hình 19.** Trong trường hợp quan sát hình giao thoa với 2 lỗ YOUNG, các phương của những cực đại độ rọi được phân bố một cách đều đặn.



**Hình 20.** Hình giao thoa hầu như không thay đổi nếu ta nghiêng màn quan sát đi vài độ (nhiều nhất là  $20^\circ$ ).



**Hình 21.** Các dẫn cách vân tương đương với nhau.

### ■ Tính toán khoảng cách dẫn cách vân

Hiệu quang lộ  $\delta(M') - \delta(M)$  giữa hai điểm gần nhau  $M$  (tọa độ  $x$ ) và điểm  $M'$  (tọa độ  $x' = x + i$ ) cách nhau một dẫn cách vân  $i$  phải thay đổi một lượng là  $\lambda$ . Từ đó suy ra:

$$a \frac{x' - x}{D} = a \frac{i}{D} = \lambda, \text{ hay } i = \frac{\lambda D}{a}.$$

### ■ Dẫn cách góc của vân giao thoa

Có thể định nghĩa *dẫn cách góc* của vân giao thoa là khoảng cách góc  $i_\alpha$  giữa hai cực đại độ rọi liên tiếp  $\alpha$  và  $\alpha'$ .

Hiệu quang lộ  $\delta(M') - \delta(M)$  giữa hai điểm gần nhau, ở vô cực  $M$  (theo phương  $\alpha$ ) và  $M'$  (theo phương  $\alpha' = \alpha + i_\alpha$ ) cách nhau một dẫn cách góc của vân  $i_\alpha$  phải thay đổi một lượng là  $\lambda$ . Do đó, ta có thể viết:

$$a(\alpha' - \alpha) = a i_\alpha = \lambda, \text{ hay } i_\alpha = \frac{\lambda}{a}.$$

Trong trường hợp quan sát hình giao thoa với dụng cụ hai lỗ YOUNG, dẫn cách góc của vân cho chúng ta biết những phương quan sát được cực đại độ rọi (h.19).

Dẫn cách góc của vân giao thoa  $i_\alpha$  bằng  $i_\alpha = \frac{\lambda}{a}$  là khoảng cách góc giữa hai cực đại (hoặc hai cực tiểu) liên tiếp.

## 2.4. Sự chính xác khi điều chỉnh hệ giao thoa

### 2.4.1. Sự nghiêng của màn quan sát

Chúng ta lặp lại thí nghiệm trên, cho chùm tia laser tới vuông góc với mặt dụng cụ giao thoa hai lỗ YOUNG.

Nếu ta nghiêng màn quan sát đi một vài độ (h.20) thì cảnh tượng trên màn hầu như không thay đổi. Chúng ta sẽ giải thích tại sao lại như vậy?

Chúng ta hãy nghiên cứu sự biến thiên tỉ đối của dẫn cách vân trong miền hữu ích (h.21). Nhìn từ phía màn, các phương tương ứng với những cực đại cường độ được biểu diễn bằng những đường thẳng song song. Dẫn cách vân mới  $i'$  lớn hơn dẫn cách vân ban đầu  $i$  và bằng:

$$i' = \frac{i}{\cos\theta}.$$

Sau khi khai triển hữu hạn  $i' = i \left( 1 + \frac{\theta^2}{2} \right)$ , ta được độ biến thiên tỉ đối của

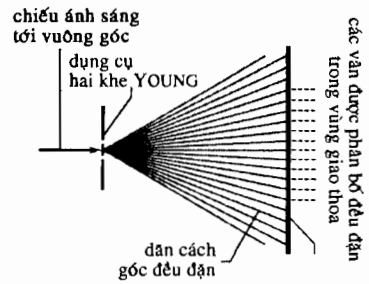
dẫn cách vân là:

$$\frac{\Delta i}{i} = \frac{\theta^2}{2}.$$

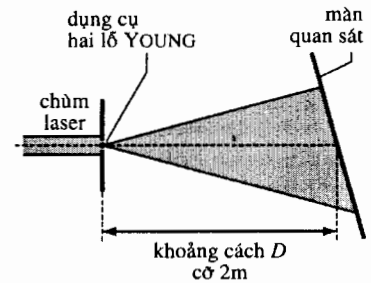
Với góc nghiêng của màn bằng  $20^\circ$ , ta có  $\frac{\Delta i}{i} = 0,06$  nghĩa là độ biến thiên tỉ đối vào khoảng 6%. Độ biến thiên này nhỏ và không thể thấy được trên một miền giao thoa rộng chừng vài chục mm.

#### Chú ý:

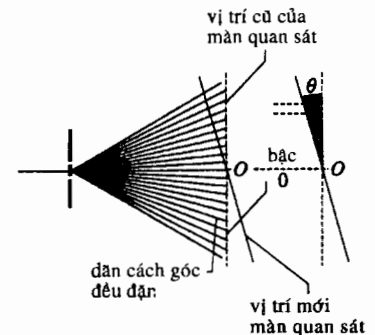
Đôi khi không thể nhìn thấy được những vân giao thoa bằng mắt thường bởi vì khoảng cách vân quá nhỏ. Bằng cách nghiêng màn quan sát chúng ta có thể chứng tỏ sự tồn tại của các vân giao thoa (nếu như chúng thực sự có mặt!).



Hình 19. Trong trường hợp quan sát hình giao thoa với 2 lỗ YOUNG, các phương của những cực đại độ rọi được phân bố một cách đều đặn.



Hình 20. Hình giao thoa hầu như không thay đổi nếu ta nghiêng màn quan sát đi vài độ (nhiều nhất là  $20^\circ$ ).



Hình 21. Các dẫn cách vân tương đương với nhau.

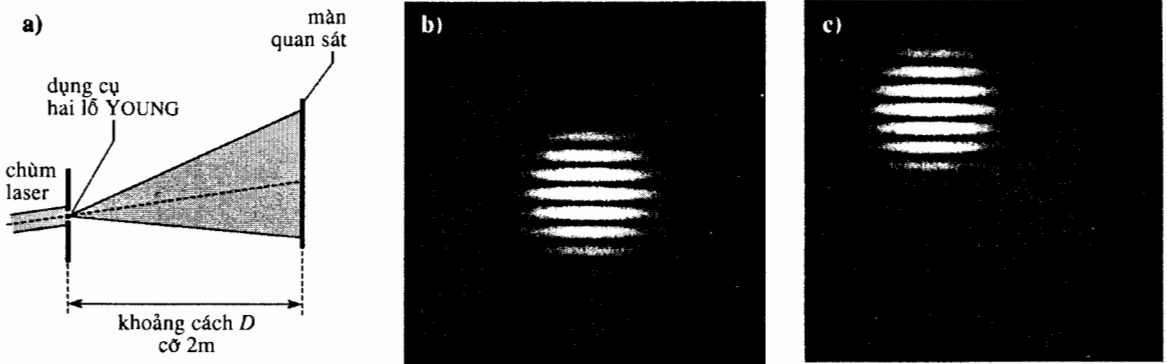
### 2.4.2. Góc tới khác không

Trong thí nghiệm đầu tiên, hai lỗ  $T_1$  và  $T_2$  được rọi sáng bằng một chùm sáng song song, phát ra từ một nguồn điểm  $S$  nằm ở vô cực (chùm laser) tới đập vuông góc với bề mặt dụng cụ giao thoa.

Bây giờ, chúng ta sẽ nghiên cứu trường hợp góc tới khác không (h.22).

#### ■ Sự dịch chuyển (tịnh tiến) của hình giao thoa

Khi đó, chúng ta có được các sơ đồ trên hình 22, nghĩa là có một sự dịch chuyển tịnh tiến hình giao thoa.



**Hình 22a, b và c.** Nếu chùm laser không tới thẳng góc thì hệ vân giao thoa vẫn giống như trước nhưng bị dịch chuyển toàn bộ đi một khoảng nào đó.

#### ■ Tính toán hiệu quang lộ

Xét các hình 23 và 24. Ta biết rằng hiện tượng xảy ra giống như khi các sóng giao thoa ở vô cực.

Các lộ trình của những sóng phát ra từ  $S$  ở vô cực và tới  $M$  vẫn là:

$$(S \rightarrow T_1 \rightarrow M) \text{ và } (S \rightarrow T_2 \rightarrow M) \text{ (h.23 và 24).}$$

Hiệu quang lộ giữa các đoàn sóng phát ra từ  $S$  tới giao thoa tại  $M$  được cho bởi công thức:

$$\delta(M) = (ST_2M) - (ST_1M).$$

Mặt phẳng sóng (mặt sóng) của sóng tới không còn song song với  $T_1T_2$  nữa: các nguồn thứ cấp  $T_1$  và  $T_2$  được tạo ra từ cùng một nguồn ban đầu là luôn luôn kết hợp nhưng không đồng pha nữa.

Các điểm  $K$  và  $T_2$  nằm trên cùng một mặt sóng sẽ đồng pha với nhau (định lý MALUS).

Như vậy hiệu quang lộ được viết dưới dạng:

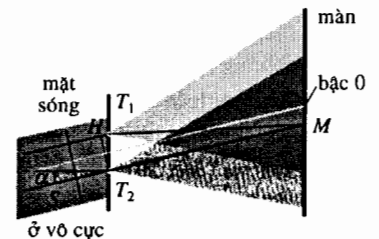
$$\delta(M) = (ST_2M) - (ST_1M) = (T_2M) - (KT_1M) = T_2M - T_1M - KT_1$$

với  $KT_1 = a \sin \theta \approx a \theta$ .

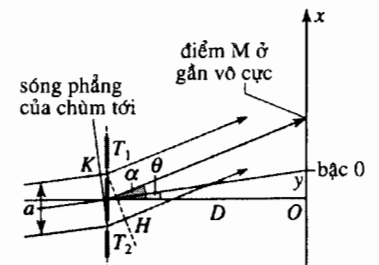
Biết rằng  $T_2M - T_1M = T_2H = a \sin \alpha \approx a \alpha$ , ta được:

$$\delta(M) = HT_2 - KT_1 = a(\sin \alpha - \sin \theta) \approx a(\alpha - \theta) \text{ với } y = \alpha D.$$

Chúng ta nhận thấy rằng dân cách vân không bị thay đổi nên rõ ràng là hình giao thoa chỉ bị tịnh tiến.



**Hình 23.** Minh họa hiệu ứng quang lộ giữa 2 tia giao thoa tại  $M$ .



**Hình 24.** Chùm laser tới mặt 2 lỗ YOUNG với một góc tới  $\theta$ . Hiệu quang lộ giữa 2 tia giao thoa tại  $M$  (ở vô cực) được biểu diễn bởi đại lượng  $T_2H - KT_1$ . Điểm  $O$  nằm trên đường trung trực của  $T_1T_2$ .



### ■ Tìm bậc giao thoa 0

Bậc giao thoa 0 có được khi  $\delta(M) = 0$  tức là khi  $\alpha = \theta$ , nghĩa là theo phương của chùm laser tới. Do đó, hoành độ  $x_0$  của bậc giao thoa 0 sẽ được tính bằng công thức  $x_0 = \theta D$  (h.25).

### ■ Khảo sát cường độ sáng

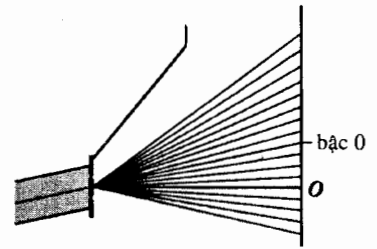
Chúng ta vẫn có thể áp dụng được công thức tổng quát của giao thoa hai sóng:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \frac{2\pi\delta}{\lambda}$$

Hai lỗ là giống hệt nhau nên ta có  $I_1 = I_2 = I_0$  và từ đó suy ra:

$$I = 2I_0 \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda} \delta \right) \right) = 2I_0 \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda} \frac{(x - x_0)}{D} \right) \right)$$

với  $x_0 = \theta D$  là toạ độ của bậc giao thoa 0.

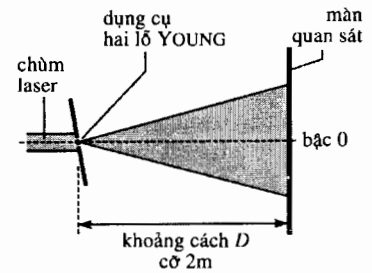


**Hình 25.** Bậc giao thoa 0 không còn nằm trên mặt phẳng trung trực của  $T_1 T_2$  nữa mà theo phương của chùm laser tới. Ở đây, bậc giao thoa tại điểm O là  $p = -4$ .

### 2.4.3. Sự nghiêng của dụng cụ giao thoa hai lỗ YOUNG

Chúng ta lại lặp lại thí nghiệm đầu tiên khi cho chùm laser tới vuông góc với mặt dụng cụ giao thoa hai lỗ YOUNG. Cố định chùm tia laser, nghiêng dụng cụ giao thoa YOUNG đi một vài độ (h.26) và quan sát giao thoa trên màn: cảnh tượng trên màn giữ nguyên không thay đổi.

Cách bố trí các linh kiện thí nghiệm sẽ giống như trong trường hợp trước nếu như ta thay đổi vị trí của màn. Bậc giao thoa 0 nằm theo phương của chùm tia laser và dân cách vân trên màn không thay đổi.



**Hình 26.** Hình giao thoa giữ nguyên không thay đổi khi ta nghiêng dụng cụ giao thoa 2 lỗ YOUNG đi vài độ (nhiều nhất là  $20^\circ$ ).

### 2.4.4. Kết luận

Những nghiên cứu trên chứng tỏ rằng về mặt thực nghiệm, các thao tác rất đơn giản, để thực hiện nên tiến hành theo cách như sau.

- 1) Dùng một laser.
- 2) Đặt một màn quan sát ở cách laser khoảng 2m (hoặc hơn) trên đường đi của chùm tia (vết của chùm tia khi đó sẽ tương ứng với vị trí của bậc giao thoa 0).
- 3) Đặt dụng cụ giao thoa hai lỗ YOUNG trên đường đi chùm tia, ở gần laser và lưu ý để cho hai lỗ được chiếu sáng một cách đồng nhất trên cả hai lỗ.
- 4) Hình giao thoa sẽ xuất hiện trên màn.

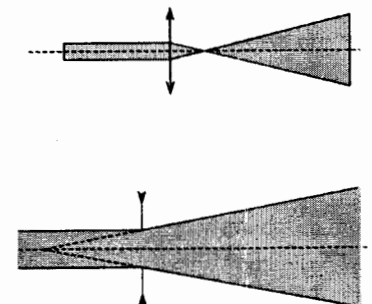
## 2.5. Chiếu sáng bằng một nguồn điểm ở khoảng cách hữu hạn

### 2.5.1. Cách tạo một nguồn điểm

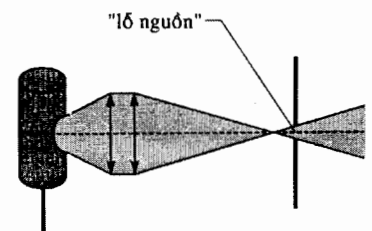
Có thể tạo ra một nguồn điểm bằng một laser hoặc một đèn phát quang phổ vạch. Với laser, ta chỉ cần đặt một thấu kính hội tụ hoặc phân kì trên đường đi của chùm sáng (h.27), nguồn sáng khi đó trên thực tế sẽ là nguồn điểm khi không để ý đến những quang sai hình học.

Với một đèn quang phổ vạch, ta cần phải sử dụng một thấu kính (hoặc một hệ tụ quang) để chiếu nhiều ánh sáng nhất lên lỗ tròn nhỏ của một chắn sáng (h.28). Phương pháp này hơi khó thực hiện và nguồn sáng tạo ra không bao giờ là một nguồn điểm.

Chúng ta vẫn quan sát được cùng một hệ vân trong miền hữu ích như trước. Nếu nguồn bị dịch chuyển, dân cách vân vẫn giữ nguyên không thay đổi còn hình giao thoa bị tịnh tiến đi.



**Hình 27.** Các cách tạo nguồn điểm bằng một laser.



**Hình 28.** Cách tạo nguồn điểm bằng một nguồn phổ vạch.

### 2.5.2. Nguồn ở khoảng cách hữu hạn và nằm trên đường trung trực của $T_1T_2$

Chúng ta cần phải đưa thêm vào một đại lượng: khoảng cách  $l$  giữa nguồn  $S$  và hệ hai lỗ  $T_1T_2$ . Khoảng cách này vào khoảng từ 50cm đến 1m. Lộ trình của các đoàn sóng phát ra từ  $S$  (ở khoảng cách hữu hạn) tới  $M$  vẫn là  $(S \rightarrow T_1 \rightarrow M)$  và  $(S \rightarrow T_2 \rightarrow M)$  (h.29).

Các nguồn thứ cấp tại  $T_1$  và  $T_2$  là đồng pha với sóng sơ cấp phát ra từ  $S$  nên hiệu quang lộ giữa các sóng phát ra từ  $S$  và giao thoa tại  $M$  vẫn là:

$$\delta(M) = (ST_2M) - (ST_1M) = (T_2M) - (T_1M) = T_2M - T_1M$$

với  $T_2M - T_1M = \frac{ax}{D}$ .

Do đó, biểu thức cường độ sẽ có dạng:

$$I = 2I_0 \left[ 1 + \cos\left(\frac{2\pi\delta}{\lambda}\right) \right] \text{ với } \delta = \frac{ax}{D}.$$

### 2.5.3. Nguồn ở khoảng cách hữu hạn nhưng nằm ngoài mặt phẳng trung trực $T_1T_2$

Về mặt thực nghiệm, không thể bố trí được thí nghiệm trên: nguồn  $S$  không thể nằm đúng trên mặt phẳng trung trực của  $T_1T_2$ .

Chúng ta sẽ tìm hiểu những sự khác biệt với trường hợp thực tế. Lộ trình của các đoàn sóng từ  $S$  (ở khoảng cách hữu hạn) tới  $M$  vẫn là  $(S \rightarrow T_1 \rightarrow M)$  và  $(S \rightarrow T_2 \rightarrow M)$  (h.30).

Hiệu quang lộ giữa các sóng phát xuất từ  $S$  và giao thoa tại  $M$  khi đó được viết như sau:

$$\delta(M) = (ST_2M) - (ST_1M) = [(ST_2) - (ST_1)] + [(T_2M) - (T_1M)].$$

Phương pháp tính toán hiệu quang lộ  $(ST_2) - (ST_1)$  giống như đã làm đối với

hiệu quang lộ  $(T_2M) - (T_1M)$  và ta được  $(ST_2) - (ST_1) = \frac{as}{l}$ .

Hai nguồn  $T_1$  và  $T_2$  được tạo ra từ cùng một nguồn ban đầu nên là hai nguồn kết hợp nhưng không còn đồng pha nữa. Như vậy, hiệu quang lộ  $\delta(M)$  là:

$$\delta(M) = \frac{as}{l} + \frac{ax}{D}. \text{ Và do đó biểu thức cường độ có dạng:}$$

$$I = 2I_0 \left[ 1 + \cos\left(\frac{2\pi\delta}{\lambda}\right) \right] \text{ với } \delta = \frac{as}{l} + \frac{ax}{D}.$$

Tóm lại, chúng ta đã thấy rằng:

- hiệu quang lộ bằng 0 (bậc giao thoa  $p = 0$ ) không nằm trên đường trung trực của  $T_1T_2$  (h.30), mà nằm ở một điểm  $M_0$  có hoành độ  $x_0$  thỏa mãn

$$\frac{s}{l} + \frac{x_0}{D} = 0 \text{ hay } x_0 = -s\frac{D}{l}: \text{ đường thẳng } (SM_0) \text{ đi qua trung điểm của } T_1T_2;$$

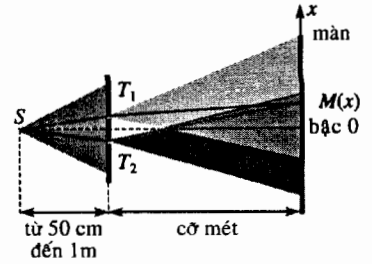
- các vân giao thoa vẫn là không định xứ;
- dân cách vân chỉ phụ thuộc vào khoảng cách hai lỗ;
- sự dịch chuyển của nguồn sáng làm tịnh tiến hệ vân giao thoa.

**Trong trường hợp lỗ nguồn  $T_1$  và  $T_2$  là kết hợp nhưng lệch pha nhau và nếu đoạn thẳng  $T_1T_2$  không bị biến đổi thì:**

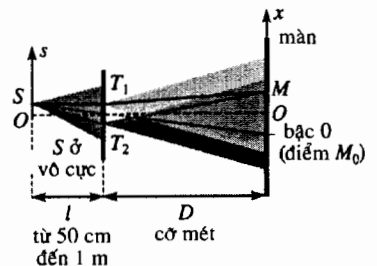
- dân cách vân của hình giao thoa (nếu như nó tồn tại) vẫn không thay

đổi:  $i = \frac{\lambda D}{a}$  (hoặc dân cách góc của vân  $i_\alpha = \frac{\lambda}{a}$ );

- độ lệch pha giữa  $T_1$  và  $T_2$  làm tịnh tiến toàn bộ hình giao thoa và có thể dễ dàng tìm thấy bằng cách khảo sát sự dịch chuyển của vân giao thoa bậc 0.



Hình 29. Nguồn điểm ở khoảng cách hữu hạn nằm trên mặt phẳng trung trực của  $T_1T_2$ : bậc giao thoa 0 nằm tại O.

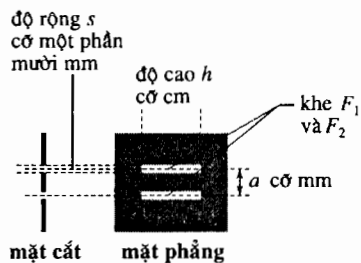


Hình 30. Nguồn điểm  $S$  ở khoảng cách hữu hạn, không nằm trên mặt phẳng trung trực của  $T_1T_2$ : bậc giao thoa 0 không nằm tại O.

# 3 Hai khe YOUNG

## 3.1. Dụng cụ

Dụng cụ giao thoa hai khe YOUNG là bản chắn không trong suốt trên đó có đục hai khe giống nhau, song song với nhau (h.31).



Hình 31. Hai khe YOUNG rất hẹp (0,1mm) song song với nhau, cách nhau một khoảng  $a$  (cỡ mm)

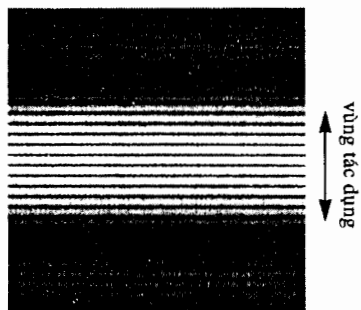
## 3.2. Hình giao thoa khi khe nguồn ở vô cùng

Khi khe nguồn ở vô cùng, chúng ta thu được những kết quả giống như đối với giao thoa của hai lỗ YOUNG (h.32).

Hình nhiễu xạ qua một khe (sẽ được nghiên cứu đầy đủ ở chương 6) sẽ chồng chất lên hình giao thoa cổ điển mà chúng ta mong đợi.

## 3.3. Ích lợi của dụng cụ: hệ vân giao thoa sáng hơn

Về mặt thực nghiệm, dụng cụ giao thoa này được chiếu sáng bằng một khe nguồn (song song với các khe YOUNG) sẽ cho phép thu được một hình giao thoa sáng hơn mà vẫn giữ nguyên các kết quả trước đây.



Hình 32. Dạng hệ vân giao thoa hai khe YOUNG khi nguồn sáng là một khe hẹp đặt ở tiêu diện vật của thấu kính hội tụ.

Các bậc độ lớn thực nghiệm với các khe YOUNG giống như trong trường hợp các lỗ YOUNG:

- khoảng cách  $\alpha$  giữa hai khe: khoảng 1mm;
- độ rộng  $s$  của một khe khoảng 0,1mm;
- khoảng cách  $D$  đến màn quan sát: khoảng 1m;
- khoảng cách  $l$  tới khe nguồn: từ 50cm đến 1m;
- độ rộng  $b$  của khe nguồn khoảng 0,1mm;
- độ rộng trường giao thoa (độ rộng  $L$ ): khoảng vài chục mm;
- số vân giao thoa quan sát được: vài chục vân.

Ta hãy xét hình 33. Khe nguồn ở khoảng cách hữu hạn song song với hai khe  $F_1, F_2$  và mặt phẳng trung trực của các khe này. Để ý đến bậc độ lớn của các đại lượng trên chúng ta có thể khẳng định rằng các hiệu quang lộ:

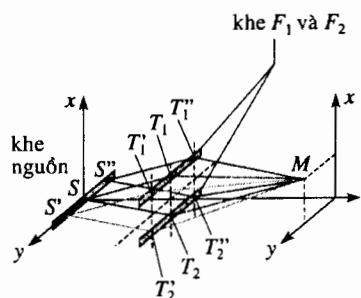
$$\{(S T_2 M) - (S T_1 M)\}, \{(S' T'_2 M) - (S' T'_1 M)\} \text{ và } \{(S'' T''_2 M) - (S'' T''_1 M)\}$$

đều không phụ thuộc vào  $y$ . Chúng chỉ phụ thuộc vào  $x$  và  $a$  và đều bằng nhau.

Các hệ vân giao thoa được tạo ra bởi các điểm khác nhau của nguồn có những vân sáng và vân tối ở cùng một vị trí.

Khi ta lấy tổng các cường độ gây ra bởi các điểm nguồn không kết hợp với nhau thì sẽ được một hệ vân giao thoa giống như hệ vân trong trường hợp với hai lỗ YOUNG nhưng rõ ràng là sáng hơn nhiều.

Các khảo sát này cho phép chúng ta giải thích thỏa đáng những kết quả thực nghiệm.



Hình 33. Các trạng thái giao thoa tại M gây ra bởi  $S, S'$  và  $S''$  là như nhau.

### 3.4. Khe nguồn không nằm trên mặt phẳng trung trực của hai khe YOUNG

Như chúng ta đã thấy ở phần (§2.5.3), về mặt thực nghiệm không thể đặt khe  $S$  đúng trên mặt phẳng trung trực của các khe  $F_1$  và  $F_2$ . Do đó, một cách chính xác hơn, chúng ta sẽ có những sơ đồ thí nghiệm như trên hình 34.

Hiệu quang lộ giữa các sóng giao thoa với nhau là  $\delta = \frac{as}{l} + \frac{ax}{D}$  còn cường độ sáng được viết dưới dạng:

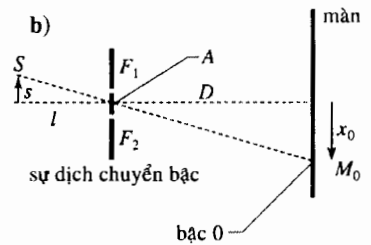
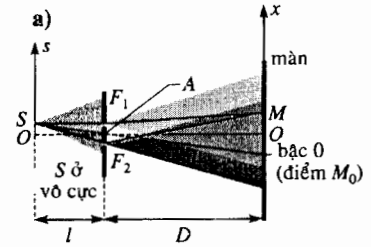
$$I(x) = 2I_0 \left[ 1 + \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda} a \left( \frac{x}{D} + \frac{s}{l} \right) \right) \right],$$

Đây vẫn là một hàm tuần hoàn của  $x$  với chu kỳ không gian  $i = \frac{\lambda D}{a}$  (dãn cách vân). Chúng ta vẫn thu được những vân thẳng cách đều nhau và song song với  $(Oy)$ .

• Nếu  $S$  bị dịch chuyển dọc theo  $(Ox)$  thì các vân giao thoa cũng bị dịch chuyển nhưng theo chiều ngược lại. Vân trung tâm (vân ứng với  $\delta = 0$  hoặc  $p = 0$ ) sẽ nằm ở điểm  $M_0(x_0)$  sao cho đường thẳng  $(SM_0)$  đi qua trung điểm  $A$  của  $F_1F_2$ .

Thật vậy,  $\delta = \frac{ax_0}{D} + \frac{as}{l} = 0$  hay  $x_0 = -\frac{D}{l} s$ . Trong trường hợp khe  $S$  nằm trên mặt phẳng trung trực  $F_1F_2$ , chúng ta lại tìm thấy vân trung tâm nằm trên trục  $(Oy)$ .

• Nếu  $S$  bị dịch chuyển theo  $(Oy)$  thì không có điều gì xảy ra cả: hình giao thoa vẫn giữ nguyên không thay đổi.



**Hình 34a và b.** Khe nguồn  $S$  được đặt ở khoảng cách hữu hạn nằm ngoài mặt phẳng trung trực của  $S_1S_2$ . Bậc giao thoa  $0$  không nằm ở điểm  $O$  mà ở điểm  $M_0$ .

## Áp dụng 2

### Sự tịnh tiến của hệ vân giao thoa

Cho một dụng cụ giao thoa khe YOUNG (các khe  $F_1$  và  $F_2$  cách nhau một khoảng là  $a$ ) được chiếu sáng bởi một nguồn  $S$  (nguồn điểm, đơn sắc có bước sóng  $\lambda$  và ở xa vô cùng).

Màn quan sát được đặt ở khoảng cách  $D$ .

Cho:  $a = 1\text{mm}$ ;  $D = 2\text{m}$ ;  $\lambda = 633\text{nm}$ .

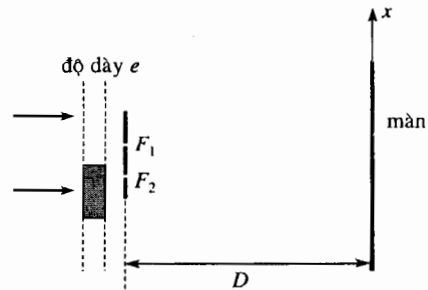
1) Ta sẽ quan sát được gì trên màn?

2) Trước một trong hai khe YOUNG, ta đặt một bản nhỏ (bằng thủy tinh hoặc mica), có hai mặt song song, trong suốt, độ dày  $e$ , chiết suất  $n$  đối với bức xạ có bước sóng  $\lambda$  (h.35a).

Chúng ta thừa nhận rằng chùm tia tới vuông góc với mặt phẳng chứa hai khe và ánh sáng đi qua vuông góc với bản mỏng.

Cho:  $e = 50\mu\text{m}$ ;  $n = 1,5$ .

Ta sẽ quan sát được gì ở trên màn?



**Hình 35a.** Sơ đồ thí nghiệm.

Hệ vân giao thoa sẽ bị dịch chuyển đi bao nhiêu và theo chiều nào? Làm thế nào để tính toán được sự dịch chuyển đó?

1) Ta thu được hiện tượng giao thoa cổ điển. Dãn cách vân được tính bằng công thức  $i = \frac{\lambda D}{a}$  hay

về trị số  $i \approx 1,3\text{mm}$ . Do đó có thể nhìn thấy các vân giao thoa bằng mắt thường trong miền hữu ích ở quanh vân bậc  $0$ .

2) Các nguồn  $F_1$  và  $F_2$  được tạo ra từ một nguồn ban đầu là kết hợp với nhau nhưng lệch pha nhau! Không có gì thay đổi đối với đoạn thẳng  $F_1F_2$  nên dân cách vân của hình giao thoa vẫn như trước. Ta thấy có một sự dịch chuyển tịnh tiến của hình giao thoa.

Khảo sát sự dịch chuyển này bằng cách tìm vị trí mới của vân bậc 0.

Giả sử rằng  $x = 0$  là vị trí ban đầu của vân bậc 0 (h.35b).

Hiệu quang lộ giữa các tia giao thoa tại  $M$  sẽ là (h.35c):

$$\begin{aligned} \delta(M) &= (SF_2) - (SF_1) + F_2M - F_1M \\ &= (H_2F_2) - (H_1F_1) + \frac{ax}{D}, \end{aligned}$$

vì  $H_1$  và  $H_2$  đều nằm trên cùng một mặt sóng của chùm tia tới.

Ta có:

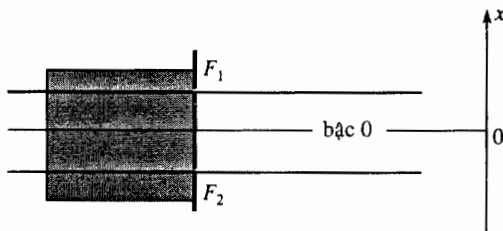
$$\begin{aligned} (H_2F_2) &= (H_2A_2) + A_2F_2 = ne + A_2F_2 \\ (H_1F_1) &= H_1A_1 + A_1F_1 = e + A_1F_1, \end{aligned}$$

với  $A_2F_2 = A_1F_1$ , suy ra  $\delta = \frac{ax}{D} + (n-1)e$ .

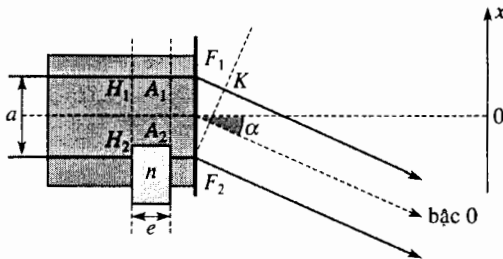
Bậc giao thoa 0 sẽ nằm ở vị trí  $x_0 = -(n-1)\frac{D}{a}e < 0$ .

Hình giao thoa sẽ bị dịch chuyển một khoảng đúng như thế về phía dưới và cường độ sáng sẽ là:

$$I = 2I_0 \left( 1 + \cos \frac{2\pi}{\lambda} \left( \frac{ax}{D} + (n-1)e \right) \right).$$



Hình 35b. Trường hợp không có bản mica.



Hình 35c. Trường hợp có bản mica.

Với những số liệu đã cho:

$$x_0 = -(n-1)\frac{D}{a}e = -(n-1)e\frac{\lambda D}{a\lambda} = -qi,$$

với  $q = \frac{(n-1)e}{\lambda} \approx 39,5$ .

Như vậy, hình giao thoa bị dịch chuyển về phía dưới vào khoảng 40 vân (do đó độ dịch chuyển toàn bộ của miền quan sát được là hữu ích) nghĩa là khoảng 50mm ( $x_0 \approx -5$  cm).

Chú ý:

Các bậc độ lớn trong thực nghiệm giao thoa luôn cho phép ta khẳng định rằng các tia giao thoa là song song với nhau (hiện tượng xảy ra như khi chúng giao thoa ở vô cùng!). Ta hãy tính độ dịch chuyển góc  $\alpha$  của vân trung tâm (vân bậc 0): hiệu quang lộ cần tìm là bằng 0 vì vậy sự tăng quang lộ của tia 2 được bù lại bằng lộ trình phụ  $F_1K$  của tia 1.

Chúng ta nhận thấy rằng:

- bậc 0 bị dịch chuyển về phía dưới;

- vì  $(n-1)e = F_1K = a \sin \alpha \approx a\alpha$  nên:

$$\alpha = \frac{(n-1)e}{a} = \frac{(n-1)e}{\lambda} i_a.$$

Kết quả này là hoàn toàn giống như trên!

Để kết luận, ta có thể nói rằng những vân giao thoa dịch chuyển về phía có bản thủy tinh.

• Thí nghiệm này rất khó thực hiện vì nhiều lí do khác nhau: khoảng cách giữa hai khe chỉ cỡ mm mà còn bản mỏng thì chỉ được đặt ở trước một trong hai khe.

Cho đến nay các hình giao thoa đều quan sát được, trong ánh sáng đơn sắc và khi đó không có gì cho phép phân biệt vân trung tâm với các vân khác.

Ta chỉ có thể nói rằng cần phải quan sát sự dịch chuyển của toàn bộ hệ vân.

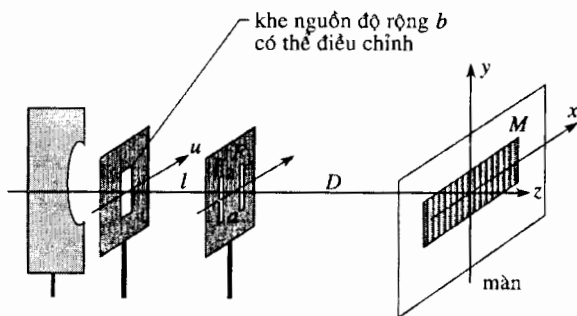
Một ý tưởng khác là sử dụng ánh sáng trắng (xem chương 5) vì khi đó sẽ dễ dàng định vị được vân trung tâm, nhưng chiết suất của thủy tinh lại phụ thuộc vào bước sóng và vì vậy cần phải lưu ý đến điều đó trong các tính toán đầy đủ (xem bài tập 3, chương 5).

# 4 Độ dài kết hợp không gian của dụng cụ giao thoa hai khe YOUNG

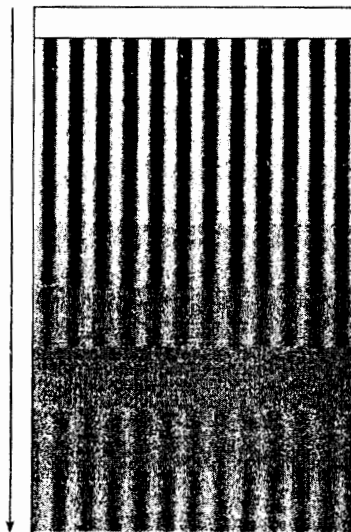
## 4.1. Khe nguồn rộng nằm ở khoảng cách hữu hạn

### 4.1.1. Thí nghiệm

Ta mở rộng dần khe nguồn theo  $(Ou)$  song song với  $(Ox)$ . Khe nguồn có độ rộng  $b$  nằm cách mặt phẳng chứa hai khe một khoảng  $l$  (h.36 và 37).



Hình 36. Hai khe YOUNG được chiếu sáng bằng một nguồn rộng (độ rộng  $b$ , độ cao  $h$ ). Để hình giao thoa sáng hơn, có thể dùng thêm một tụ sáng.



Hình 37. Dạng hình giao thoa tùy theo sự mở rộng khe nguồn.

Trước hết ta thấy rằng dần cách vân của hình giao thoa không bị biến đổi. Tiếp theo ta nhận thấy rằng tùy theo sự mở khe nguồn, độ tương phản (hay độ nhìn rõ) của các vân giao thoa trong miền hữu ích:

- bắt đầu giảm dần;
- bằng 0 tại một giá trị độ rộng tới hạn của khe nguồn mà trong thí nghiệm này chúng ta sẽ định nghĩa nó, giá trị tới hạn đó là độ dài kết hợp không gian  $l_s$ .

Tiếp sau đó, độ tương phản là nhỏ nhưng ta nhận thấy các vân sáng nằm ở những vị trí trước đây của các vân tối (sự đảo độ tương phản, xem hình 37 và 38). Ta hãy thử lí giải những quan sát trên mà không cần tính toán.

### 4.1.2. Giải thích

#### ■ Khoảng cách vân không thay đổi

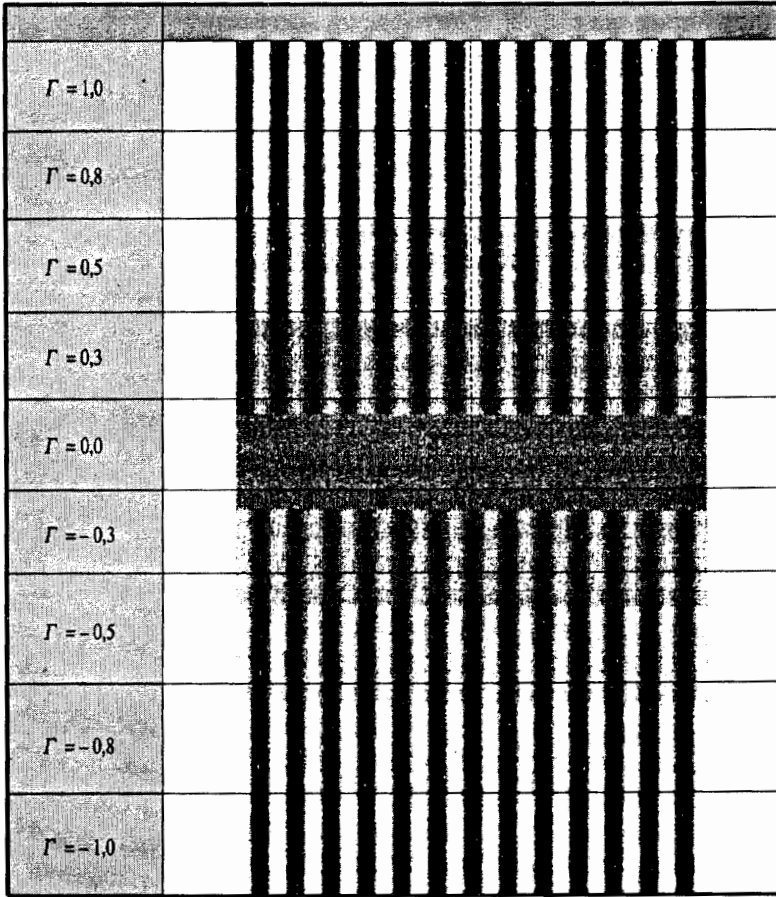
Chẳng có gì thay đổi đối với hai khe  $F_1$  và  $F_2$  (khoảng cách  $F_1F_2$  vẫn giữ nguyên không đổi). Vì vậy, dần cách vân vẫn được tính bằng công thức

$$i = \frac{\lambda D}{a}, \text{ hay dần cách góc của vân là } i_a = \frac{\lambda}{a}.$$

#### ■ Sự giảm độ tương phản

Khi mở rộng khe nguồn, trên thực tế ta đã tạo ra những khe nguyên tố có độ rộng vô cùng bé. Chúng là những nguồn không kết hợp và do đó không thể giao thoa với nhau. Cường độ ánh sáng trên màn ảnh sẽ là tổng của các cường độ ánh sáng gây ra do từng khe nguồn này.

Những khe này cho những hình giao thoa giống nhau (có cùng dần cách vân) nhưng hình nọ sẽ bị dịch chuyển tịnh tiến so với hình kia. Và tất nhiên là toàn bộ hình giao thoa trên màn sẽ bị nhòe và do đó lúc đầu, độ tương phản bị giảm.



◀ **Hình 38.** Dạng hình giao thoa tùy theo độ nhìn rõ hay độ tương phản. Ta nhận thấy “sự đảo tương phản” khi  $\Gamma$  đổi dấu.

■ **Độ dài kết hợp không gian của dung cụ giao thoa**

Ta hãy tìm giá trị độ rộng tới hạn của khe nguồn khi hình giao thoa bị nhòe hoàn toàn nghĩa là khi độ nhìn rõ của nó bằng 0.

• Giả sử rằng các hình giao thoa cho bởi hai nguồn  $P$  và  $P'$  bị dịch chuyển so với nhau một nửa khoảng vân: hai điểm  $P$  và  $P'$  khi đó sẽ cùng nhau cho một độ rọi không đổi ở trên màn.

• Với những điều kiện này, nếu điểm  $P$  “quét” một nửa khe nguồn và điểm  $P'$  “quét” nốt nửa kia, thì khi đó độ rọi trên màn cho bởi tập hợp các điểm này và do đó toàn bộ khe nguồn là đều. Điều này chỉ có thể xảy ra khi  $PP' = \frac{b}{2}$  (h.39). Chúng ta biết rằng một sự dịch chuyển  $PP' = s$  của nguồn sẽ gây ra một sự dịch chuyển của hệ vân giao thoa bằng  $s \frac{D}{l}$ .

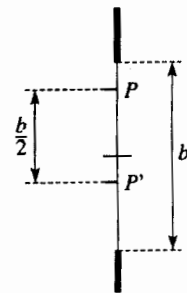
Vì vậy, điều kiện nhòe hệ vân sẽ được viết như sau  $\frac{b D}{2 l} = \frac{i}{2}$ .

Và độ dài kết hợp không gian sẽ được tính bằng biểu thức  $l_s = i \frac{l}{D}$ .

Ta nhận thấy rằng hệ thức này là tương đương với hệ thức  $\frac{l_s}{l} = \frac{i}{D} = i_\alpha$ , độ rộng góc của nguồn nhìn từ các khe Young đúng bằng bán kính góc của vân.

■ **Sự nhòe vân tăng dần**

Khi độ rộng khe nguồn lớn hơn  $l_s$ , toàn bộ phần nguồn có độ rộng  $l_s$  sẽ cho ta một độ rọi đều. Phần còn lại của nguồn sẽ cho những vân giao thoa nằm trên nền sáng đó và do đó ta lại thu được hình giao thoa có độ tương phản nhỏ.



**Hình 39.** Khoảng cách  $PP'$  bằng một nửa độ rộng của khe.

### 4.1.3. Ý nghĩa vật lí của độ dài kết hợp không gian

Độ dài kết hợp không gian có ý nghĩa như một kích thước tới hạn của độ rộng nguồn sáng (h.40).

$b \ll l_s$	$b \approx l_s$	$b \gg l_s$
Hình giao thoa rõ nét: độ tương phản cao (nếu nguồn là đơn sắc).	Miền tới hạn: trong trường hợp khảo sát hình giao thoa hoàn toàn bị nhòe.	Hình giao thoa hoàn toàn bị nhòe.

Hình 40. Độ rộng của nguồn và dạng hệ vân giao thoa.

## Áp dụng 3

### Độ dài kết hợp không gian

Một khe nguồn có độ rộng  $b$ , phát ánh sáng đơn sắc (bước sóng  $\lambda$ ) nằm trên mặt phẳng trung trực của hai khe YOUNG  $F_1, F_2$  và cách nó một khoảng  $l$ . Khoảng cách giữa hai khe YOUNG là  $a$ .

Màn quan sát được đặt cách  $F_1F_2$  một khoảng  $D$ .

Cho :  $\lambda = 589\text{nm}$ ;  $l = 50\text{cm}$ ;  $a = 1\text{mm}$ ;  $D = 2\text{m}$ .

Hãy xác định độ dài kết hợp không gian  $l_s$  của hệ.

Độ dài kết hợp không gian  $l_s$  được cho bởi công thức:

$$l_s = i \frac{l}{D} \text{ với } i = \frac{\lambda D}{a}, \text{ hay } l_s = \frac{\lambda l}{a}.$$

Dẫn cách vân bằng  $1,2\text{mm}$  và tỉ số  $\frac{l}{D}$  là  $\frac{1}{4}$ , từ đó suy ra:

$$l_s = 0,3 \text{ mm}.$$

Với một khe nguồn rộng  $0,1\text{mm}$ , ta có thể quan sát được một hệ vân giao thoa rõ rệt.

### 4.1.4. Khảo sát độ tương phản (hay độ nhìn rõ)

Ta sẽ nghiên cứu định lượng độ tương phản của hệ vân giao thoa thông qua một áp dụng.

Thí nghiệm có thể được tiến hành khá dễ dàng (nên dùng ánh sáng trắng để có thể có hình giao thoa sáng hơn).

## Áp dụng 4

### Cường độ sáng cho bởi các khe YOUNG được chiếu bằng nguồn sáng rộng

Một khe nguồn có độ rộng  $b$ , phát ánh sáng đơn sắc (bước sóng  $\lambda$ ) nằm trong mặt phẳng trung trực của hai khe YOUNG  $F_1$  và  $F_2$ , cách chúng một khoảng  $l$ .

Khoảng cách giữa hai khe  $F_1$  và  $F_2$  là  $a$ .

Màn quan sát được đặt cách  $F_1F_2$  một khoảng  $D$ .

Cho:  $\lambda = 589\text{nm}$ ;  $l = 50\text{cm}$ ;  $a = 1\text{mm}$ ;  $D = 2\text{m}$ .

Hãy khảo sát độ rọi trên màn. Hãy tìm lại độ dài kết hợp không gian  $l_s$  của hệ.

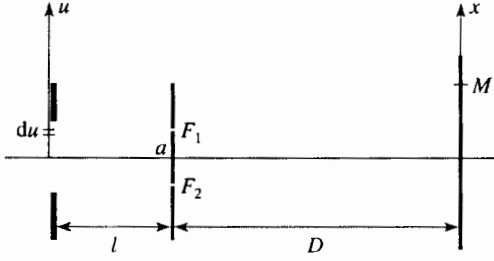
Điều gì sẽ xảy ra nếu như  $b \ll l_s$ ;  $b \approx l_s$ ;  $b \gg l_s$ ?

Ta hãy chia khe nguồn (rộng) thành những khe nguyên tố nằm ở những vị trí  $u$  khác nhau (từ  $-\frac{b}{2}$

đến  $+\frac{b}{2}$ ) và có độ rộng là  $du$ .



Những khe vô cùng bé này là những nguồn không kết hợp (h.41a): chúng không thể giao thoa với nhau. Cường độ sáng trên màn sẽ là tổng các cường độ sáng nguyên tố cho bởi từng khe vô cùng bé một cách độc lập với nhau, nghĩa là tất cả các hình giao thoa tương ứng sẽ chồng chất lên nhau.



Hình 41a.

Khe nằm ở vị trí  $u$ , có độ rộng  $du$  sẽ cho một cường độ sáng nguyên tố trên màn là:

$$dI = dI_0 \left( 1 + \cos \frac{2\pi}{\lambda} \left( \frac{ax}{D} + \frac{au}{l} \right) \right),$$

Trong đó,  $dI_0$  tỉ lệ với độ rộng  $du$  của khe nguyên tố. Thật vậy, đối với khe rất hẹp nếu ta tăng độ rộng khe lên hai lần thì cường độ cũng tăng lên hai lần.

Nếu gọi  $\alpha$  là hệ số tỉ lệ sau này sẽ biến mất thì ta có thể viết:

$$dI = \alpha du \left( 1 + \cos \frac{2\pi}{\lambda} \left( \frac{ax}{D} + \frac{au}{l} \right) \right),$$

Tích phân biểu thức này theo  $u$  biến thiên từ  $-\frac{b}{2}$  đến  $+\frac{b}{2}$ , ta được:

$$I = \alpha b \left( 1 + \frac{\sin \frac{\pi ab}{\lambda l}}{\frac{\pi ab}{\lambda l}} \cos \frac{2\pi ax}{\lambda D} \right)$$

và ta được:

$$I = 2I_b \left[ 1 + \text{sinc} \left( \frac{\pi ab}{\lambda l} \right) \cos \left( \frac{2\pi ax}{\lambda D} \right) \right] \\ = 2I_b \left[ 1 + \Gamma \cos \left( 2\pi \frac{l}{i} \right) \right],$$

với  $\alpha b = 2I_b$ ,  $\Gamma = \text{sinc} \left( \frac{\pi ab}{\lambda l} \right)$  và  $i = \frac{\lambda D}{a}$ .

Hàm  $\text{sinc}(x)$  (gọi là hàm sin cardinal của  $x$ ) được định nghĩa là  $\text{sinc}(x) = \frac{\sin(x)}{x}$  (với  $\text{sinc}(0) = 1$ ) (xem đồ thị của  $\Gamma$ , h.41b).

Lưu ý rằng nếu  $b = 0$  thì ta lại thu được công thức cổ điển:

$$I = 2I_0 \left[ 1 + \cos \left( 2\pi \frac{x}{i} \right) \right]$$

và  $\Gamma = 1$ .

Chu kì không gian của hàm này chính là dẫn cách vân  $i = \frac{\lambda D}{a}$ . Hệ vân không bị dịch chuyển vì ta đã định tâm khe nguồn trong mặt phẳng trung trực của  $F_1F_2$ .

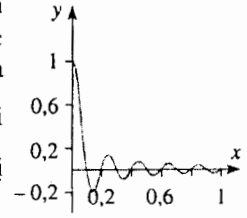
Khi độ rộng  $b = l_s$ , độ nhìn rõ của hệ vân bằng 0,

nghĩa là  $\text{sinc} \left( \frac{\pi a l_s}{\lambda l} \right) = 0$ , do đó  $\text{sinc} \left( \frac{\pi a l_s}{\lambda l} \right) = 0$  và:

$$l_s = \frac{\lambda l}{a} = \frac{l \lambda D}{a} = \frac{l}{D} i.$$

Ta lại thu được giá trị trước đây của độ dài kết hợp không gian.

Nếu  $b \ll l_s$  thì hệ vân sẽ rất tương phản còn khi  $b = l_s$  hoặc  $b \gg l_s$  thì sẽ không quan sát được vân nào cả.



Hình 41b. Đồ thị mô tả sự biến thiên của độ tương phản  $\Gamma = \text{sinc}(\pi z)$  với  $z = \frac{ab}{\lambda l}$  triệt tiêu khi  $z = 1, 2, 3, \dots$

Các hình 42 ở trang 72 trình bày những kết quả như sau:

- hình 42a ứng với trường hợp khe nguồn hẹp: độ tương phản lớn, vân trung tâm màu trắng;
- hình 42b ứng với trường hợp khe nguồn rộng hơn: độ tương phản nhỏ hơn, vân trung tâm màu trắng;
- hình 42c ứng với trường hợp khe nguồn rộng hơn nữa: độ tương phản nhỏ, vân trung tâm màu đen, có sự nghịch đảo độ tương phản.

Nếu làm thí nghiệm tốt thì bằng mắt thường ta có thể thấy được sự nghịch đảo độ tương phản lần thứ hai (và thậm chí đến lần thứ ba) nhưng rất mờ.

Trong trường hợp này, độ tương phản thay đổi một cách như nhau ở khắp nơi. Nó không phụ thuộc vào vị trí của màn. Khi mở rộng khe nguồn, không có nơi nào mà độ tương phản ở đó lại giảm chậm hơn ở nơi khác: hình giao thoa vẫn là không định xứ.

## 4.2. Khe nguồn rộng ở vô cực

### 4.2.1. Thí nghiệm

Một nguồn sáng rộng ở vô cực có thể được tạo ra bằng cách đặt một nguồn sáng rộng tại tiêu diện vật của một thấu kính hội tụ ( $h.43$ ). Các kết quả thu được cũng giống như ở trong trường hợp trước: khi ta mở rộng dần khe nguồn, vân bị nhòe đi rồi biến mất và sau lại hiện ra nhưng không rõ nét.

Vì vậy, sẽ tồn tại một độ rộng góc tới hạn của khe nguồn tương ứng với độ tương phản 0; đó là độ dài kết hợp không gian góc  $l_{sx}$  của hệ.

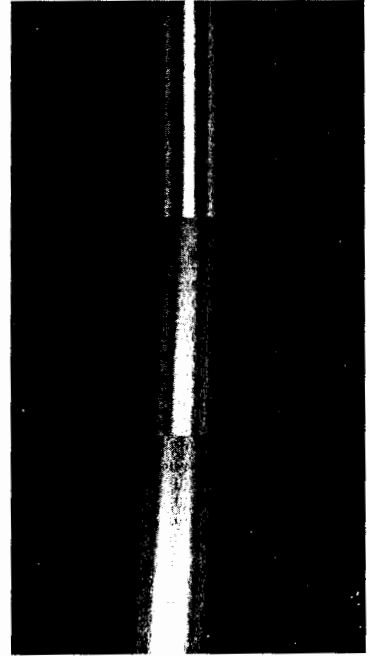
### 4.2.2. Độ dài kết hợp không gian

Bằng lí luận định tính như ở phần §4.4.2., ta được  $l_{sx} = i_\alpha$  hay đối với trường hợp khe nguồn nằm tại tiêu diện của thấu kính:

$$l_s = f l_{sx} = \frac{\lambda f}{a}$$

Độ dài kết hợp không gian góc của hệ hai khe YOUNG đúng bằng dân cách góc của vân giao thoa.

Để nhìn rõ hình giao thoa của hai khe YOUNG, độ rộng góc của khe nguồn phải rất nhỏ so với dân cách vân này.



Hình 42. Khi mở rộng dần khe nguồn, ta quan sát được sự nhòe của hệ vân và sau đó là sự đảo tương phản (ảnh chụp trong ánh sáng trắng).

# 5 Các dụng cụ giao thoa chia mặt sóng khác

## 5.1. Phương pháp chung

Trong phần này chúng ta không đặt vấn đề nghiên cứu toàn diện đầy đủ mọi hệ giao thoa. Việc cần làm đầu tiên đối với một dụng cụ giao thoa là phải tìm hiểu xem nó có phải là hệ chia mặt sóng hay không. Sau đó, các bước tiếp theo được tiến hành như sau:

1) Đặt một nguồn điểm ở khoảng cách hữu hạn và xác định các điểm nguồn (được gọi là thứ cấp)  $S_1$  và  $S_2$  mà từ đó phát xuất các chùm tia giao thoa. Vẽ các chùm tia này và trên cơ sở đó xác định trường giao thoa.

2) Đặt màn quan sát song song với ( $S_1 S_2$ ) và vuông góc với mặt phẳng ( $SS_1 S_2$ ). Như vậy, ta đã quy được bài toán về trường hợp hệ hai lỗ YOUNG.

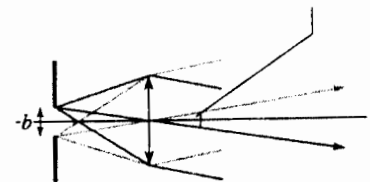
Tính  $a = S_1 S_2$  theo các dữ liệu của bài toán và làm tương tự đối với khoảng cách  $D$  giữa  $S_1 S_2$  và màn quan sát.

Viết hiệu quang lộ  $\delta = \frac{ax}{D}$  (ở đây có thể có thêm những độ lệch pha phụ),

và sau đó là  $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \frac{2\pi ax}{\lambda D}$ .

• Nói chung, hệ giao thoa đang khảo sát sẽ hầu như bất biến đối với phép tịnh tiến theo một phương nào đó. Khi đó ta có thể mở rộng nguồn dọc theo phương này thành khe hẹp. Chính lí luận như vậy đã được làm ở §1.2.

• Tiếp theo, hãy thử mở rộng nguồn theo phương vuông góc với phương nói trên. Chính điều cuối cùng này sẽ là điều quan trọng nhất về mặt thực nghiệm: nó làm tăng độ sáng của hệ vân nhưng đồng thời lại làm giảm độ tương phản.



Hình 43. Cách tạo một nguồn rộng ở vô cực.

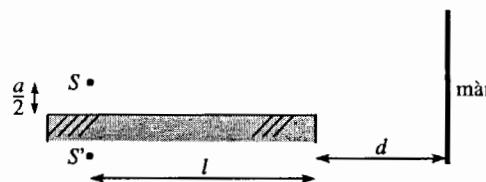
# Áp dụng 5

## Gương lưỡng chất LLOYD

Gương lưỡng chất LLOYD là một bản thủy tinh phẳng được sử dụng như một gương phẳng. Bản thủy tinh khi bị chiếu sáng gần như là sẽ phản xạ ánh sáng như một gương phẳng (theo đúng định luật DESCARTES) và hầu như tất cả ánh sáng tới đều bị phản xạ.

Sóng từ một nguồn điểm  $S$  có thể đi tới một điểm  $M$  trong không gian bằng hai cách: trực tiếp hoặc phản xạ trên gương (đường như từ ảnh  $S'$  của  $S$  qua gương).

- 1) Chứng minh rằng hệ này là hệ chia mặt sóng.
- 2) Vẽ trường giao thoa.
- 3) Màn quan sát được đặt cách mép bên phải của gương một khoảng  $d$ . Nguồn ở cách gương một khoảng là  $\frac{a}{2}$  và khoảng cách từ nó đến mép phải của gương tới nguồn được kí hiệu là  $l$  (h.44). Hãy xác định các hiệu đường đi hình học và các hiệu quang lộ.



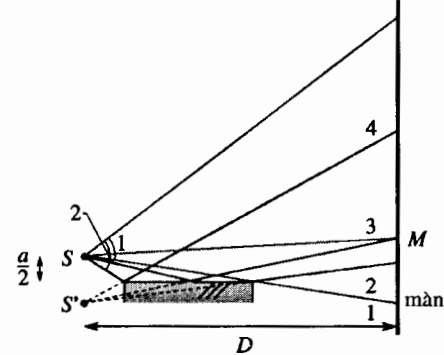
Hình 44. Gương LLOYD.

- 4) Từ đó suy ra biểu thức cường độ sáng ở trên màn. Dạng vân giao thoa thu được sẽ như thế nào? Liệu có thể thay thế nguồn điểm bằng một khe hẹp được không?
- 5) Người ta mở rộng khe nguồn. Độ rộng  $b$  của khe được phân bố đều về hai phía của vị trí  $\frac{a}{2}$ . Hệ vân giao thoa mới sẽ như thế nào? Tính dần cách vân và độ tương phản trong trường hợp này.

1) và 2) Chỉ cần vẽ hình là nhận thấy ngay là có sự chia mặt sóng cầu phát xuất từ  $S$ : một phần đi thẳng tới màn còn phần kia được phản xạ trên mặt gương. Sự phân chia thành hai chùm chính là từ tia sáng tới cạnh của gương (h.45).

Hơn nữa, ta có thể phân biệt được 4 miền trong không gian:

- (1): Miền không được chiếu sáng bởi chùm tia nào,  $I = 0$ ;



Hình 45. Trường hợp giao thoa của gương LLOYD.

- (2): Miền chỉ được chiếu sáng bởi chùm tia phát xuất từ  $S$ ,  $I = I_0$ ;
- (3): Miền được chiếu sáng bởi cả hai chùm tia và do đó có giao thoa;
- (4): Miền chỉ được chiếu sáng bởi chùm tia phát xuất từ  $S'$ ,  $I = I_0$ ;

3) Như vậy, ta quy về hệ hai lỗ YOUNG  $S$  và  $S'$  với  $\delta = (SM)_2 - (SM)_1$ .

Nhưng khi phản xạ, trên mặt phân cách không khí - thủy tinh ánh sáng sẽ có thêm 1 độ lệch pha bằng  $\pi$  hoặc 1 hiệu đường đi phụ bằng  $\frac{\lambda}{2}$ , nên ta có

$$(SM)_2 = S'M + \frac{\lambda}{2} \text{ và cuối cùng } \delta = \frac{ax}{D} + \frac{\lambda}{2},$$

ở đây  $a$  là khoảng cách giữa  $S$  và  $S'$ , còn  $D$  là khoảng cách giữa  $SS'$  và màn:

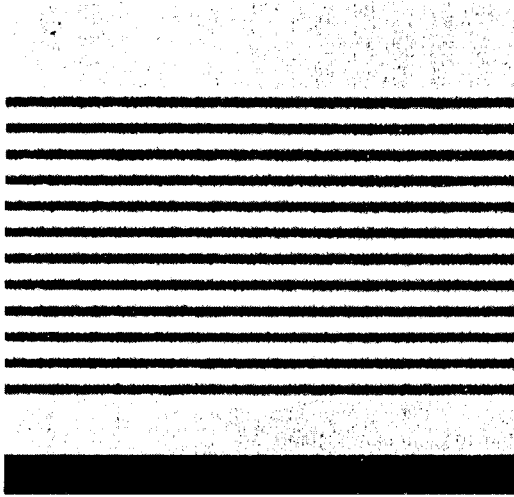
$$D = d + l$$

4) Cường độ sáng nhận được ở trên màn khi đó sẽ là:

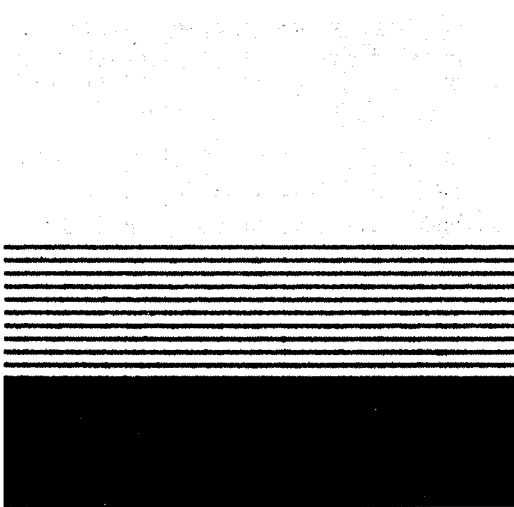
$$I = 2I_0 \left[ 1 - \cos \left( \frac{2\pi ax}{\lambda D} \right) \right].$$

Các vân giao thoa là những vân thẳng, vuông góc với mặt phẳng của hình vẽ. Hình 46 là cảnh tượng của 4 miền ở trên màn (mở phòng bằng máy tính). Khi đặt màn ngay sát cạnh gương, ta thấy cảnh tượng trên màn như trên hình 47 ở đó vân trung tâm (theo ý nghĩa thông thường ứng với  $x = 0$ ) là vân tối.

Với những lí do tương tự như trong trường hợp hai lỗ YOUNG (sự bất biến đối với phép tịnh tiến theo phương vuông góc với mặt phẳng của hình vẽ và tính đối xứng đối với mặt phẳng này) ta có thể thay thế nguồn điểm  $S$  bằng một khe hẹp song song với gương và với màn quan sát.



Hình 46. Gương LLOYD: mô phỏng bốn miền không gian.



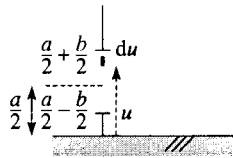
Hình 47. Màn được đặt sát cạnh gương: mô phỏng 3 miền không gian.

5) Chúng ta dựa vào sơ đồ trên hình 48.

Khe nguyên tố tại  $u$ , độ rộng  $du$  sẽ cho một cường độ sáng trên màn là:

$$dI = \alpha \left( 1 - \cos \frac{2\pi(2u)x}{\lambda D} \right) du$$

Tương tự như đối với các nguồn không kết hợp, nằm gần nhau, ta có cường độ tổng cộng trên màn là:



Hình 48. Nguồn sáng rộng đối với gương LLOYD.

$$I = \alpha \int_{\frac{a}{2} - \frac{b}{2}}^{\frac{a}{2} + \frac{b}{2}} \left( 1 - \cos \frac{2\pi(2u)x}{\lambda D} \right) du$$

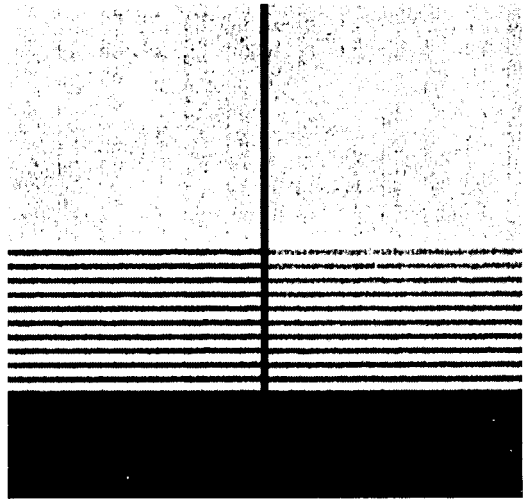
$$= \alpha \left( b - \frac{1}{4\pi x} \left[ \sin \frac{4\pi ux}{\lambda D} \right] \right)$$

$$= \alpha b \left( 1 - \sin \left( \frac{2\pi bx}{\lambda D} \right) \cos \left( \frac{2\pi ax}{\lambda D} \right) \right)$$

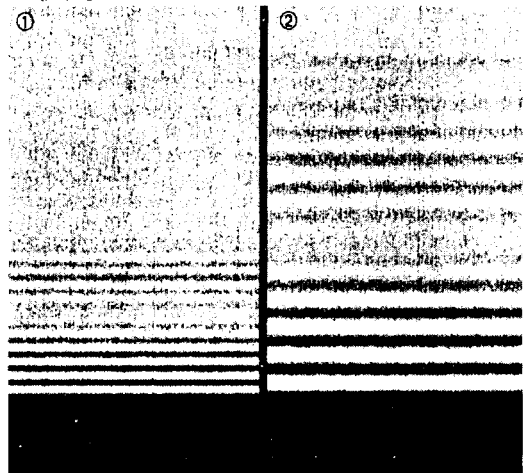
hay đúng hơn là:

$$I(x) = I_b \left( 1 - \sin c \left( \frac{2\pi bx}{\lambda D} \right) \cos \left( \frac{2\pi ax}{\lambda D} \right) \right).$$

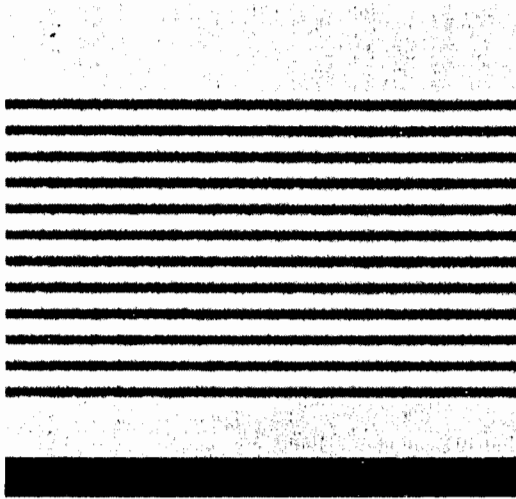
Sự mô phỏng trên hình 49 là cảnh tượng giao thoa trong trường hợp này (ở đây màn được đặt sát vào cạnh gương).



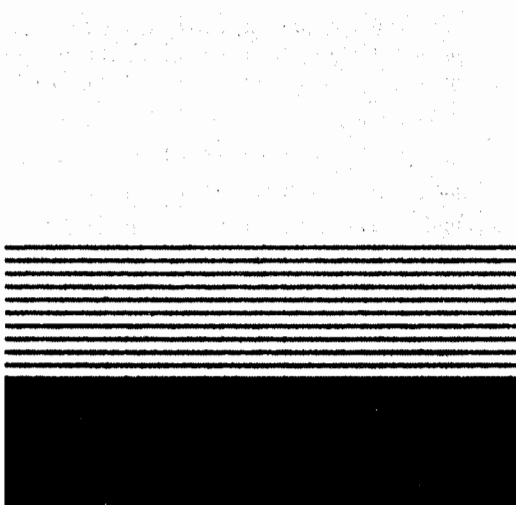
Hình 49a. Dạng hệ vân giao thoa gương LLOYD với nguồn sáng rộng.



Hình 49b. Trường hợp khe nguồn rộng hơn. ① Hình giao thoa bình thường. ② Hình giao thoa chi tiết.



Hình 46. Gương LLOYD: mô phỏng bốn miền không gian.



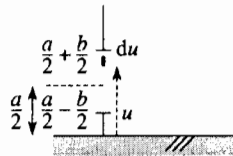
Hình 47. Màn được đặt sát cạnh gương: mô phỏng 3 miền không gian.

5) Chúng ta dựa vào sơ đồ trên hình 48.

Khe nguyên tố tại  $u$ , độ rộng  $du$  sẽ cho một cường độ sáng trên màn là:

$$dI = \alpha \left( 1 - \cos \frac{2\pi(2u)x}{\lambda D} \right) du$$

Tương tự như đối với các nguồn không kết hợp, nằm gần nhau, ta có cường độ tổng cộng trên màn là:



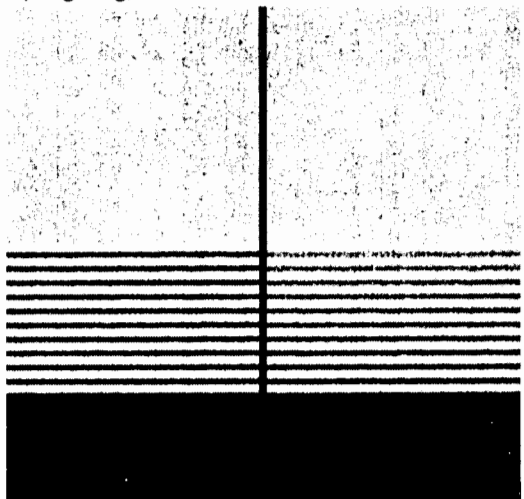
Hình 48. Nguồn sáng rộng đối với gương LLOYD.

$$\begin{aligned} I &= \alpha \int_{\frac{a}{2} - \frac{b}{2}}^{\frac{a}{2} + \frac{b}{2}} \left( 1 - \cos \frac{2\pi(2u)x}{\lambda D} \right) du \\ &= \alpha \left( b - \frac{1}{\frac{4\pi x}{\lambda D}} \left[ \sin \frac{4\pi ux}{\lambda D} \right] \right) \\ &= \alpha b \left( 1 - \sin \left( \frac{2\pi bx}{\lambda D} \right) \cos \left( \frac{2\pi ax}{\lambda D} \right) \right) \end{aligned}$$

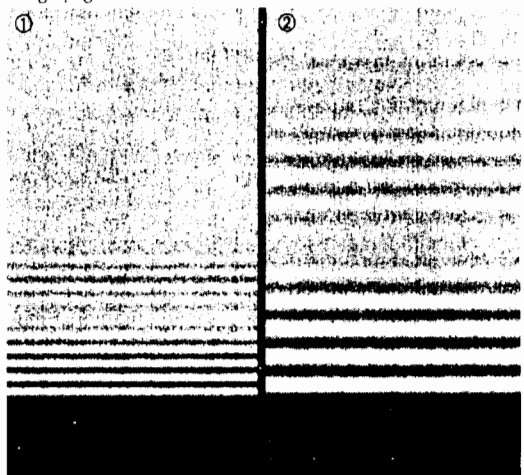
hay đúng hơn là:

$$I(x) = I_b \left( 1 - \sin c \left( \frac{2\pi bx}{\lambda D} \right) \cos \left( \frac{2\pi ax}{\lambda D} \right) \right).$$

Sự mô phỏng trên hình 49 là cảnh tượng giao thoa trong trường hợp này (ở đây màn được đặt sát cạnh gương).



Hình 49a. Dạng hệ vân giao thoa gương LLOYD với nguồn sáng rộng.



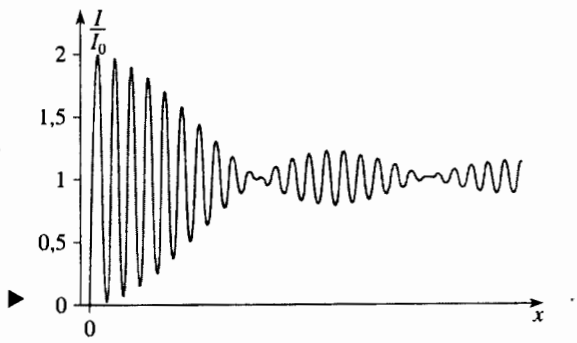
Hình 49b. Trường hợp khe nguồn rộng hơn. ① Hình giao thoa bình thường. ② Hình giao thoa chi tiết.

Ta cũng có thể vẽ đồ thị của hàm số  $I(x)$  được biểu diễn trên hình 50.

Ta định nghĩa độ tương phản “địa phương” là độ tương phản ở lân cận một vị trí cố định  $x$  mà tại đó có nhiều vân giao thoa có độ tương phản gần nhau và biến đổi chậm.

Độ tương phản luôn luôn xấp xỉ bằng 1 tại  $x \approx 0$  với mọi độ rộng  $b$  của khe nguồn.

Hình 50. Đồ thị của  $\frac{I}{I_0}$  theo vị trí  $x$  trên màn.



## 5.2. Dụng cụ giao thoa chia mặt sóng có các nguồn thứ cấp ở vô cực

### 5.2.1. Lăng kính FRESNEL

Để làm ví dụ, ta xét một lăng kính FRESNEL (h.51) được chiếu sáng bởi một nguồn điểm đặt ở vô cực.

Hai lăng kính được làm bằng thủy tinh (chiết suất  $n \approx 1,5$ ) có cùng góc đỉnh  $A$  rất nhỏ (nhỏ hơn 1 độ). Đây là một hệ giao thoa chia mặt sóng (h.52).

Chiếu một sóng phẳng tới vuông góc với mặt vào của hệ. Về mặt thực nghiệm, người ta đặt một khe nguồn hẹp song song với cạnh của các lăng kính và nằm trên tiêu diện vật của một thấu kính hội tụ.

Sau khi truyền qua lưỡng chất thứ nhất đi vào thủy tinh, sóng vẫn là sóng phẳng và giữ nguyên phương truyền của mình vì chùm sáng tới vuông góc với mặt vào của cả hai lăng kính.

Tại lưỡng chất thứ hai, góc tới trong thủy tinh bằng  $A$  và góc của tất cả các tia khúc xạ hợp với pháp tuyến sẽ là  $i$  sao cho  $n \sin A = \sin i$ , hay  $i \approx nA$ . Do đó hai chùm tia ló dường như phát xuất từ hai nguồn thứ cấp  $S_1$  và  $S_2$  ở vô cực.

Tại lối ra của dụng cụ, ta thu được hai sóng phẳng truyền theo hai phương khác nhau, hợp với nhau một góc, xấp xỉ bằng  $2(n-1)A$ . Kết quả này vẫn đúng ngay cả khi góc tới của chùm sáng tại mặt vào không đúng bằng 0.

### 5.2.2. Giao thoa hai sóng phẳng

Như vậy, ta phải nghiên cứu trường hợp tổng quát: hai sóng phẳng, kết hợp truyền theo hai phương có các vectơ đơn vị  $\vec{u}_1$  và  $\vec{u}_2$  hợp với nhau một góc  $2\alpha$  (h.53). Tại một điểm  $M$  được xác định bởi vectơ  $\vec{r}$ , hai sóng này có biểu thức là:

$$s_1 = s_{1m} \cos(\omega t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r} + \varphi_1) \text{ với } \vec{k} = k\vec{u}_1 = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{u}_1$$

$$\text{và } s_2 = s_{2m} \cos(\omega t - \vec{k}_2 \cdot \vec{r} + \varphi_2) \text{ với } \vec{k} = k\vec{u}_2 = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{u}_2.$$

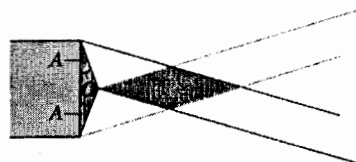
Độ lệch pha tại  $M$  khi đó sẽ là  $\varphi(M) = (\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{r} + \varphi_2 - \varphi_1$ .

Ta có thể chọn gốc tọa độ tại một điểm mà tại đó  $\varphi = 0$ . Trong hệ lưỡng lăng kính, đó chính là một điểm của mặt phẳng đối xứng. Khi đó, cường độ sáng tại  $M$  sẽ là:

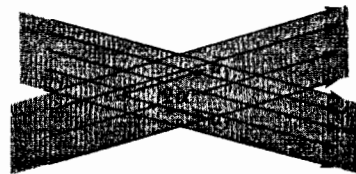
$$I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \varphi(M) \text{ với } \varphi(M) = (\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{r}.$$



Hình 51. Lăng kính Fresnel.



Hình 52. Trường giao thoa của lưỡng lăng kính FRESNEL được chiếu sáng bằng một sóng phẳng.



Hình 53. Giao thoa hai sóng phẳng.

• Độ tương phản  $2 \frac{\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}$  là như nhau trong toàn bộ trường giao thoa: các vân giao thoa không định xứ.

•  $\varphi(M) = (\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{r}$  sẽ không đổi nếu như  $M$  dịch chuyển trên một mặt phẳng vuông góc với  $\vec{k}_1 - \vec{k}_2$ . Các mặt đồng cường độ là những mặt phẳng song song với nhau. Các phương  $\vec{u}_1$  và  $\vec{u}_2$  đối xứng với nhau qua các mặt phẳng này (h.54).

• Ta gọi *dân cách vân* là khoảng cách  $i$  giữa hai mặt phẳng cường độ cực đại liên tiếp. Theo các kí hiệu trên hình 53, ta có:

$$(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{r}_B = (\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{r}_A + 2\pi, \text{ hay } (\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{AB} = 2\pi.$$

$$\vec{k}_1 - \vec{k}_2 = 2k \sin\alpha \vec{e}_y \text{ và } 2k \sin\alpha i = 2\pi, \text{ hay } i = \frac{\lambda}{2 \sin\alpha}.$$

Để có thể quan sát được hình giao thoa bằng mắt thường,  $i$  phải vào khoảng 1mm ( $i \approx 10^{-3}$  m).

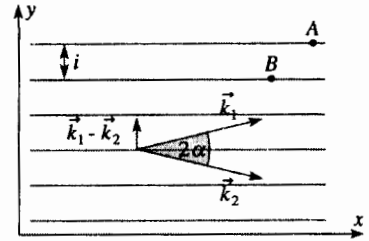
Vì  $\lambda$  cỡ micrômet ( $\lambda \approx 0,6 \cdot 10^{-6}$  m) nên độ lớn của  $\sin 2\alpha$  phải xấp xỉ  $10^{-3}$  nghĩa là  $\alpha$  phải rất nhỏ, chỉ vào khoảng  $10^{-3}$  rad hay một vài phút góc.

Khi đó, ta có thể viết  $i = \frac{\lambda}{2\alpha}$ .

Nếu hai sóng phẳng, đơn sắc có các phương truyền hợp với nhau một góc  $2\alpha$  (rất nhỏ), giao thoa với nhau thì:

- các mặt đồng cường độ là những mặt phẳng song song với nhau;
- dân cách vân (khoảng cách giữa hai mặt phẳng sáng liên tiếp) là:

$$i = \frac{\lambda}{2\alpha}.$$



Hình 54. Các mặt đồng cường độ cực đại và dân cách vân.

# ĐIỀU CÂN GHI NHỚ

## ■ HAI KHE YOUNG

- Để có thể thực hiện được thí nghiệm với hai lỗ YOUNG, bậc độ lớn thực nghiệm của các đại lượng là:
- khoảng cách  $a$  giữa hai lỗ khoảng 1mm;
- đường kính  $d$  của một lỗ khoảng  $\frac{1}{10}$  mm;
- nguồn sáng: nguồn điểm;
- khoảng cách  $D$  tới màn quan sát khoảng 1m hoặc hơn;
- trường giao thoa có độ rộng  $L$ : cỡ vài chục mm;
- số vân nhìn thấy: vài chục.
- sự phân bố cường độ sáng là tuần hoàn, và được biểu diễn bởi công thức:

$$I(x) = 2I_0 \left( 1 + \cos \frac{2\pi\delta}{\lambda} \right) \text{ với } \delta = \frac{ax}{D}$$

$$\text{hay } I(x) = 2I_0 \left( 1 + \cos \frac{2\pi x}{i} \right) \text{ với } i = \frac{\lambda D}{a}$$

Người ta gọi  $\delta$  là *hiệu quang lộ* còn  $i$  là *dãn cách vân*.

- Các cực đại cường độ có được khi  $\delta = p\lambda$  với  $p$  là số nguyên; các vân tương ứng với chúng là những vân sáng và có màu ứng với bước sóng của nguồn.
- Các cực tiểu cường độ có được khi  $\delta = \left( p + \frac{1}{2} \right) \lambda$  với  $p$  là số nguyên; các vân tương ứng với chúng là những vân tối.
- Các vân giao thoa tồn tại ở khắp nơi trong trường giao thoa: chúng được gọi là những vân không định xứ. Chúng là những vân thẳng, song song với nhau, vuông góc với trục của hai nguồn và có cùng độ tương phản với mọi vị trí của mặt phẳng quan sát. Sự phân bố của chúng là đều đặn với chu kì không gian  $i = \frac{\lambda D}{a}$ .
- Dãn cách góc của vân giao thoa là:  $i_\alpha = \frac{\lambda}{a}$ . Đó là khoảng cách góc giữa hai cực đại (hoặc hai cực tiểu) liên tiếp.

## ■ CÁC KHE YOUNG

- Bậc độ lớn thực nghiệm của các đại lượng đối với các khe YOUNG giống như trong trường hợp các lỗ YOUNG.
- Độ dài kết hợp không gian *góc* của hệ khe YOUNG đúng bằng dãn cách góc của vân giao thoa. Để nhìn rõ hình giao thoa của hai khe YOUNG, độ rộng góc của khe nguồn cần phải nhỏ so với dãn cách vân này.
- Hệ khe YOUNG cho phép tăng đáng kể độ sáng của hình giao thoa so với hệ hai lỗ YOUNG.

## ■ GIAO THOA HAI SÓNG PHẪNG, KẾT HỢP

Nếu hai sóng phẳng, đơn sắc có các phương truyền hợp với nhau một góc  $2\alpha$ , giao thoa với nhau thì:

- các mặt đồng cường độ là những mặt phẳng song song với nhau;
- dãn cách vân (khoảng cách giữa hai mặt phẳng sáng liên tiếp) là  $i = \frac{\lambda}{2\alpha}$ .



# BÀI TẬP GIẢI SẴN

## QUAN SÁT GIAO THOA HAI KHE YOUNG TẠI VÔ CỰC

### BÀI TẬP

Hai lỗ YOUNG  $T_1$  và  $T_2$  cách nhau một khoảng  $a$ , được chiếu sáng bằng một nguồn điểm đơn sắc, nằm trên đường trung trục của  $T_1T_2$ . Người ta quan sát hệ vân giao thoa tại vô cực nghĩa là trên tiêu diện ảnh của một thấu kính hội tụ có tiêu cự ảnh là  $f'$ .

1) Vẽ các tia sáng phát xuất từ  $T_1$  và  $T_2$  tới cùng một điểm  $M$  ở trên màn.

2) Đánh giá hiệu đường đi tại  $M$ .

3) Từ đó suy ra cường độ sáng quan sát được ở trên màn, dạng của các vân giao thoa và dân cách vân. Chứng minh rằng khi đó có thể thay thế nguồn điểm bằng một khe hẹp và hai lỗ bằng hai khe.

Các vân giao thoa có định xứ không?

4) Người ta chiếu sáng một hệ ba khe giống hệt nhau, song song và cách đều nhau bằng một nguồn điểm  $S$ . Chứng minh rằng các quang lộ  $(ST_1)$ ,  $(ST_2)$  và  $(ST_3)$  trong trường hợp này là khác nhau.

Bây giờ, nguồn điểm  $S$  được đặt tại tiêu điểm của một thấu kính hội tụ. Chứng minh rằng khi đó 3 quang lộ trên  $(ST_1)$ ,  $(ST_2)$  và  $(ST_3)$  đều bằng nhau. Cho  $a$  là khoảng cách giữa hai khe. Xác định cường độ sáng tại một điểm ở trên màn và mô tả hệ vân giao thoa.

5) Các vân giao thoa sẽ thay đổi như thế nào nếu ta tịnh tiến toàn bộ ba khe trên?

### GỢI Ý

Ta phải chú ý đến các dấu ngoặc đơn nghĩa là quang lộ bởi vì tia sáng nào cũng đi qua thấu kính.

Ta sẽ sử dụng định nghĩa về mặt sóng, định lí MALUS, nguyên lí trở lại ngược chiều của ánh sáng, và xem  $M$  như là một điểm nguồn.

### BÀI GIẢI

1) Những tia sáng phát xuất từ  $T_1$  và  $T_2$  tới cùng một điểm  $M$  là những tia song song với nhau tại lối ra của hai lỗ.

2) Ta xem  $M$  như một điểm nguồn. Một sóng cầu phát ra sẽ bị biến đổi thành sóng phẳng sau khi đi qua thấu kính. Những hiệu quang lộ  $(MT_1)$ ,  $(MH)$  đều bằng nhau vì  $T_1$  và  $H$  đều nằm trên cùng một mặt sóng (định lí MALUS).

$$(T_2M) - (T_1M) = T_2H + (HM) - (T_1M) = T_2H = a \sin \beta$$

Ta đang xét quang hệ trong điều kiện GAUSS nghĩa là  $\sin \beta \approx \tan \beta \approx \beta$ .

Cuối cùng, chúng ta được:  $\delta = \frac{ax}{f'}$ .

3) Từ kết quả trên suy ra  $I = I_{\max} \left( 1 + \cos \frac{2\pi ax}{\lambda f'} \right)$ . Các vân giao thoa là

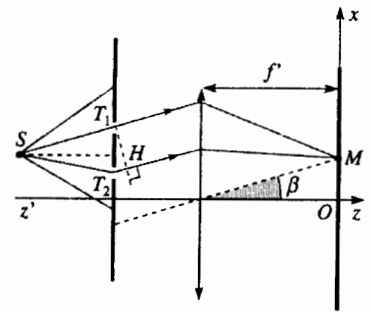
những vân thẳng, song song với  $(Oy)$ , cách đều nhau với giãn cách vân  $i = \frac{\lambda f'}{a}$ .

Các vân giao thoa này bất biến đối với phép tịnh tiến nguồn sáng song song với  $(Oy)$ . Khi đó nguồn điểm có thể được thay thế bằng một khe hẹp song song với  $(Oy)$  và hai lỗ được thay thế bằng hai khe song song với khe nguồn.

Độ tương phản luôn luôn bằng  $2 \frac{\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}$ , nghĩa là bằng 1. Các vân giao thoa

được quan sát ở khắp nơi trong miền giao thoa với cùng một độ tương phản: chúng là những vân không định xứ.

Nếu nguồn sáng không nằm trên đường trung trục của  $T_1T_2$ , thì toàn bộ hệ vân giao thoa sẽ bị dịch chuyển dọc theo  $(Ox)$ .



• Ba sóng này có phải là kết hợp không?

Ta cần phải cộng các biên độ phức của chúng tại  $M$  hay là cộng các cường độ của chúng?

• Những tính toán về độ lệch pha (sóng 2 so với sóng 1 và sóng 3 so với sóng 2) là hoàn toàn giống hệt như cách làm đối với hai sóng.

• Không cần thiết phải viết tường minh từng biên độ phức. Chỉ cần viết rõ các thừa số liên hệ giữa chúng với nhau là đủ. Việc tính toán sẽ đơn giản hơn nếu ta để ý tới tính đối xứng của bài toán, nghĩa là nếu ta biểu diễn  $\underline{s}_1$ , sau đó là  $\underline{s}_3$  theo  $\underline{s}_2$ .

Cần phải lưu ý rằng độ lệch pha chỉ phụ thuộc vào phương của các tia sáng phát xuất từ các khe và các vân giao thoa được quan sát ở vô cực.

4) Không có thấu kính, ba khoảng cách này không thể bằng nhau. Nhưng ta có thể viết  $(ST_1) = ST_1$ ,  $(ST_2) = ST_2$  và  $(ST_3) = ST_3$ .

Nếu nguồn sáng được đặt ở tiêu điểm của một thấu kính thì  $T_1$ ,  $T_2$  và  $T_3$  đều nằm trên cùng một mặt phẳng sóng và do đó theo định lý MALUS ta có:  $(ST_1) = (ST_2) = (ST_3)$ .

Hiệu đường đi giữa các sóng đi qua  $T_1$  và  $T_2$  tại  $M$  là  $\delta_{12} = \frac{ax}{f'}$ .

Còn đối với các sóng đi qua  $T_2$  và  $T_3$  thì hiệu này sẽ là:  $\delta_{23} = \frac{ax}{f'}$ . Đặt

$\varphi = \frac{2\pi ax}{\lambda f'}$ . Giả sử  $\underline{s}_1$ ,  $\underline{s}_2$  và  $\underline{s}_3$  là các biên độ phức của ba sóng tại  $M$ :

$$\underline{s}_2 = \underline{s}_1 \exp(i\varphi) \text{ và } \underline{s}_3 = \underline{s}_2 \exp(-i\varphi).$$

Biên độ phức tổng cộng sẽ là:

$$\underline{s} = \underline{s}_1 + \underline{s}_2 + \underline{s}_3 = \underline{s}_2 [1 + \exp(i\varphi) + \exp(-i\varphi)] = \underline{s}_2 (1 + 2 \cos \varphi).$$

Nếu  $I_0$  là cường độ của một sóng tại  $M$  thì ta có thể viết:

$$I(M) = I_0 (1 + 2 \cos \varphi)^2 = I_0 \left( 1 + 2 \cos \frac{2\pi ax}{\lambda f'} \right)^2.$$

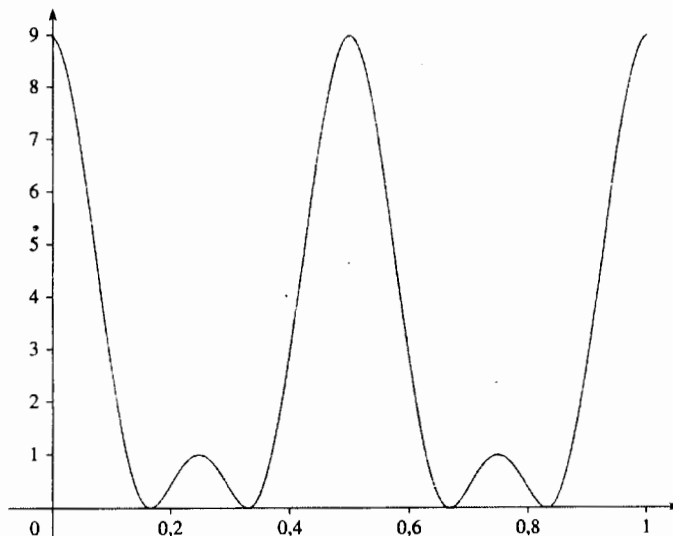
Hình giao thoa sẽ phức tạp hơn so với trường hợp chỉ có hai khe:

• các cực đại cường độ xen kẽ nhau:

$$9I_0 \text{ nếu } \cos \varphi = 1 \text{ và } I_0 \text{ nếu } \cos \varphi = -1;$$

• các vân tối ( $I = 0$ ) có được khi  $\cos \varphi = -\frac{1}{2}$

5) Biểu thức của  $I$  không chứa cả hoành độ  $x$  của các khe lẫn khoảng cách từ chúng tới các thấu kính. Vì vậy, ta có thể dịch chuyển tịnh tiến các khe mà không làm biến đổi hình giao thoa, miễn là vẫn đảm bảo các điều kiện GAUSS.



# BÀI TẬP

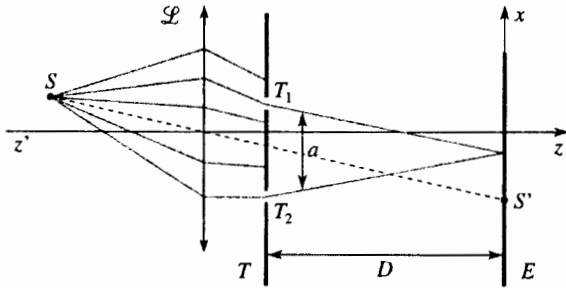
## ÁP DỤNG TRỰC TIẾP BÀI GIẢNG

### 1 Các vân YOUNG trong lân cận ảnh hình học

Một thấu kính  $\mathcal{L}$  cho ảnh hình học của một khe hẹp, phát ánh sáng đơn sắc  $S$  tại  $S'$  trên màn  $E$ .

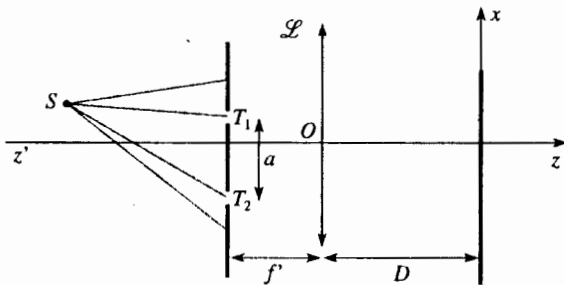
Người ta đặt vào giữa  $\mathcal{L}$  và màn quan sát  $E$  một bản không trong suốt  $T$  trên đó có hai khe hẹp  $T_1$  và  $T_2$ , song song với  $S$ . Cũng như màn quan sát, cả ba khe này đều vuông góc với quang trục của thấu kính.

- 1) Mô tả hình giao thoa thấy được trên màn.
- 2) Điều gì sẽ xảy ra nếu bản  $T$  bị tịnh tiến song song với  $(Ox)$ , hoặc với  $(Oy)$ ?
- 3) Màn quan sát được giữ cố định. Điều gì sẽ xảy ra nếu ta dịch chuyển thấu kính song song với trục  $(Ox)$ ? Và song song với trục  $(Oz)$ ?



### 2 Hai khe YOUNG trên tiêu diện vật của một thấu kính hội tụ

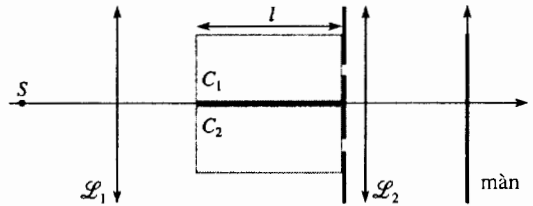
Một hệ hai khe YOUNG được đặt tại tiêu diện vật của một thấu kính hội tụ và được chiếu sáng bằng một khe nguồn hẹp phát ánh sáng đơn sắc.



- 1) Mô tả hình giao thoa quan sát được trên màn đặt vuông góc với quang trục của thấu kính.
- 2) Đánh giá độ rộng cực đại của trường giao thoa?

### 3 Đo chiết suất của một chất khí

Xét sơ đồ thí nghiệm hai khe YOUNG trên hình dưới đây.



$S$  nằm tại tiêu điểm vật của  $\mathcal{L}_1$ .  $C_1$  và  $C_2$  là hai cuvet trong suốt, có cùng một độ dài bên trong  $l$  và gần như giống hệt nhau (các mặt cuvet có cùng một độ dày). Ban đầu các cuvet chứa không khí ở cùng điều kiện.

- 1) Người ta hút chân không cuvet  $C_2$ . Các vân giao thoa trên màn sẽ bị dịch chuyển theo chiều nào?
- 2) Người ta cho khí amôniac vào cuvet  $C_2$ , độ dịch chuyển tổng cộng của hệ vân (do cả hai thao tác thực nghiệm 1 và 2) là 17 vân về phía dưới. Tính hiệu số chiết suất của không khí và của hơi amôniac.

Cho:  $l = 10\text{cm}$ ;  $\lambda = 589\text{nm}$ .

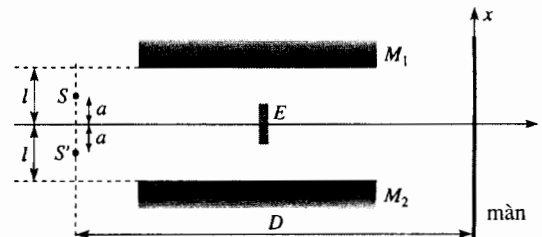
### 4 Giao thoa với hai gương song song

Xét sơ đồ thí nghiệm trên hình dưới đây.

$M_1$  và  $M_2$  là những gương phẳng, đặt cách nhau một khoảng  $2l$ .  $S$  và  $S'$  là những nguồn điểm, phát ánh sáng đơn sắc, đặt cách nhau một khoảng  $2a$ , có cùng bước sóng  $\lambda$  và cùng cường độ.

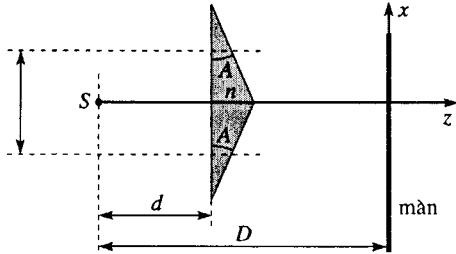
Bản không trong suốt  $E$  dùng để chắn ánh sáng trực tiếp đi thẳng tới màn.

Xác định cường độ sáng  $I(x)$  trên màn và độ tương phản của vân giao thoa.



## 5 Lăng kính FRESNEL

Một lăng kính được chiếu sáng bằng một khe nguồn hẹp, có tâm  $S$  nằm trên mặt phẳng đối xứng của hai lăng kính. Ánh sáng phát ra từ nguồn là đơn sắc có bước sóng  $\lambda$ .



1) Chứng minh rằng khi góc  $A$  và góc tới nhỏ, tất cả các tia sáng tới mặt vào của lăng kính sẽ bị lệch đi một góc  $\alpha = (n - 1)A$ . Từ đó suy ra vị trí của các nguồn thứ cấp  $S_1$  và  $S_2$  và khoảng cách  $a$  giữa chúng.

2) Vẽ trường giao thoa.

3) Mô tả hệ vân giao thoa quan sát được trên màn.

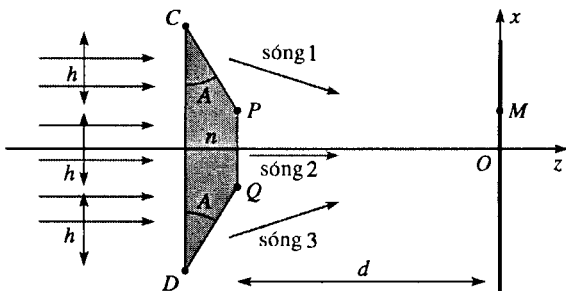
4) Người ta có thể hi vọng thấy được bao nhiêu vân giao thoa? Làm thế nào để quan sát được chúng một cách có hiệu quả?

Cho:  $d = 10\text{cm}$ ;  $D = 1\text{m}$ ;  $A = 1^\circ$ ;  $n = 1,5$ ;  $\lambda = 589\text{nm}$ .

## VẬN DỤNG VỐN KIẾN THỨC

### 6\*\* Giao thoa ba sóng

- Lăng kính được làm bằng thủy tinh chiết suất  $n$ . Góc  $A$  rất nhỏ.
- Sóng tới là sóng phẳng, đơn sắc, bước sóng  $\lambda$ .
- Chùm tia tới đập vuông góc với mặt vào của lăng kính.
- Các cường độ của ba sóng đều bằng nhau.

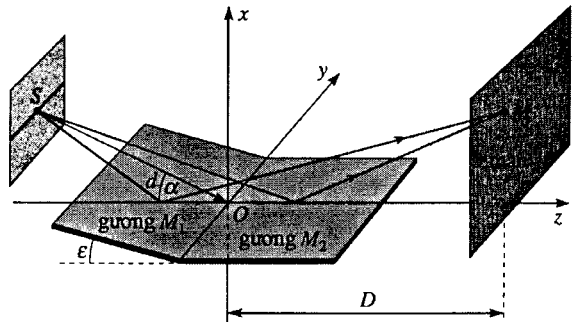


1) Xác định các tỉ số biên độ phức  $\frac{S_1}{S_2}$  và  $\frac{S_3}{S_2}$  tại một điểm bất kì.

2) Xác định cường độ sáng tại một điểm  $M$  ở trên màn.

### 7\*\* Hai gương FRESNEL với nguồn sáng rộng

Dụng cụ giao thoa hai gương FRESNEL gồm hai gương phẳng có kích thước vào khoảng  $5\text{cm} \times 5\text{cm}$  hợp với nhau một góc rất nhỏ  $\epsilon = 15'$ .



Hệ gương được chiếu sáng bằng một khe nguồn rất hẹp, song song với cạnh chung của gương và định tâm tại  $S$ . Nguồn này phát ánh sáng đơn sắc ( $\lambda = 546\text{nm}$ ) và được đặt cách cạnh chung gương một khoảng  $d = 25\text{cm}$  tại vị trí được xác định bằng một góc nhỏ  $\alpha$ .

1) Mô tả hiện tượng trên một màn đặt cách cạnh chung gương một khoảng  $D = 1,75\text{m}$ ? Các vân giao thoa có định xứ hay không? Có thể thấy được bao nhiêu vân?

2) Tính lại độ rộng tối hạn thứ nhất của khe nguồn tương ứng với khi hệ vân bị nhòe (độ rộng kết hợp không gian  $l_s$ ).

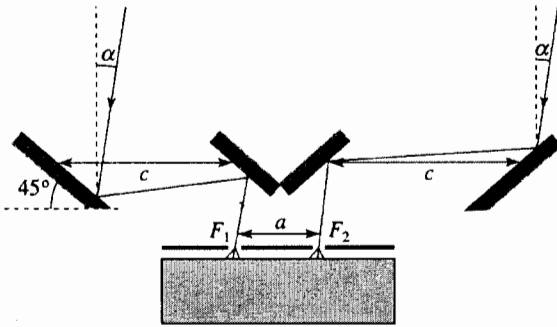
### 8\* Giao thoa kế thiên văn MICHELSON

ALBERT MICHELSON (1852 - 1931), người phát minh ra giao thoa kế nổi tiếng mang tên ông, đã nghĩ ra một dụng cụ cho phép đo được những khoảng cách góc rất nhỏ trong thiên văn.

Nhờ đó, ông ta đã phân li được một số cặp sao đôi và đo được một số đường kính của các sao.

Sơ đồ nguyên lí của dụng cụ này được vẽ trên hình dưới đây. Bốn gương phẳng, song song từng cặp với nhau và được định hướng  $45^\circ$  so với mặt phẳng của các khe. Một điểm vật ở vô cực được định vị bằng góc  $\alpha$  được giả thiết là rất nhỏ.

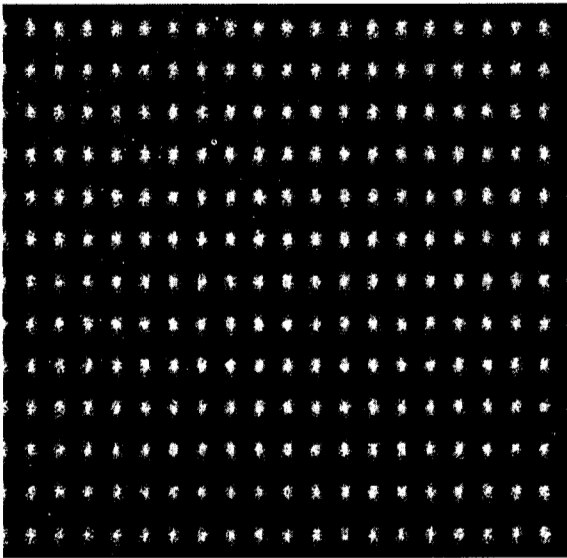
1) Xác định độ lệch pha  $\varphi(\alpha)$  giữa hai khe  $F_1$  và  $F_2$  của sóng tới từ một điểm đặt tại vô cực.



- 2) Với điều kiện nào thì các vân giao thoa gây ra bởi hai vật có khoảng cách góc  $\Delta\alpha$  sẽ làm nhòe lẫn nhau?
- 3) Khoảng cách  $c$  có thể biến đổi được bằng cách dịch chuyển tịnh tiến các gương. Từ đó suy ra cách đo  $\Delta\alpha$ .

## 9\* Giao thoa qua bốn lỗ

Người ta thay thế hai lỗ Young bằng bốn lỗ trên một màn không trong suốt được chiếu sáng thẳng góc bằng một sóng phẳng đơn sắc. Hình giao thoa tại vô cực được vẽ trên hình dưới đây.



Từ hình giao thoa có thể nói gì về sự phân bố vị trí của 4 lỗ ở trên màn?

## LỜI GIẢI

- 1) Hai lỗ  $T_1$  và  $T_2$  sẽ cho ta một hệ vân giao thoa trên màn quan sát.

Các quang lộ  $(ST_1S')$  và  $(ST_2S')$  đều bằng nhau vì  $S$  và  $S'$  là cặp điểm liên hợp. Do đó, vân trung tâm sẽ nằm tại  $S'$ .

Khi không có thấu kính nào ở giữa các khe và màn, khoảng cách vân được cho bởi công thức  $i = \frac{\lambda D}{a}$ .

2) • Tịnh tiến song song với  $(Ox)$ .

Cả dân cách vân lẫn vân trung tâm đều không bị biến đổi. Hệ vân giao thoa là bất biến đối với phép tịnh tiến này.

• Tịnh tiến song song với  $(OD)$ .

Vân trung tâm vẫn giữ nguyên vị trí cũ nhưng dân cách vân bị thay đổi. Người ta quan sát được sự giãn rộng của các vân giao thoa ở quanh điểm  $S'$ .

3) Khi tịnh tiến thấu kính song song với  $(Ox)$ , ta đã làm thay đổi vị trí của  $S'$  và do đó cả vị trí của vân trung tâm nhưng dân cách vân thì vẫn giữ nguyên. Ta quan sát được sự tịnh tiến của các vân giao thoa.

Khi tịnh tiến thấu kính dọc theo  $(Oz)$ , ảnh tại  $S'$  không tồn tại nữa. Ta quan sát được hình giao thoa như trước nhưng có thể bị dịch chuyển.

2) 1) Ta có thể dùng lí luận với hai lỗ YOUNG bởi vì hình giao thoa nhận được giống hệt như trong trường hợp hai khe YOUNG.

Các sóng nhiễu xạ qua hai lỗ sau khi đi qua thấu kính sẽ là những sóng phẳng. Các phương truyền của chúng rất gần quang trục và hợp với nhau một góc  $2\alpha = \frac{a}{f}$ .

Bằng cách sử dụng các kết quả của §5, ta sẽ chứng minh được rằng trong điều kiện GAUSS dân cách vân trên màn là  $i \approx \frac{\lambda f'}{a}$ .

Dân cách vân không phụ thuộc vào vị trí của màn. Hệ vân giao thoa vẫn là hệ vân không định xứ.

2) Ở lõi ra của thấu kính, các chùm tia là các chùm hình trụ. Vì vậy, độ rộng cực đại của trường giao thoa tối đa là bằng đường kính của thấu kính.

3) 1) Chiết suất của không khí  $n_{\text{air}}$  lớn hơn 1 một chút. Ứng với mỗi vân giao thoa có một hiệu đường đi  $\delta$ . Để giữ nguyên  $\delta$  khi hút chân không cuvet  $C_2$  thì phải giảm  $(SM)_2$ . Điều đó tương ứng với sự dịch chuyển toàn bộ hệ vân lên phía trên.

2) Theo lí luận trên ta có  $n_{\text{NH}_3} > n_{\text{air}}$ .

Hiệu đường đi  $\delta$  sẽ biến thiên một lượng  $\lambda$  nếu ta chuyển vị trí từ một vân sáng vân kế tiếp. Như vậy, sự thay đổi chất khí ở trong cuvet sẽ gây ra một biến thiên hiệu đường đi là  $\Delta\delta = 17\lambda$  tại mọi điểm. Ta được công thức đã tính hiệu các chiết suất:

$$(n_{\text{NH}_3} - n_{\text{air}})l = 17\lambda$$

Áp dụng số:  $n_{\text{NH}_3} - n_{\text{air}} = 1,0 \cdot 10^{-3}$ .

4) Qua hai gương phẳng,  $S$  có các ảnh là  $S_1$  và  $S_2$ .

$S_1$  và  $S_2$  là những nguồn thứ cấp, kết hợp nằm đối xứng qua mặt phẳng có hoành độ  $-a$ , cách nhau một khoảng  $4l$  và cách màn một khoảng  $D$ .

Nếu chỉ có S thì dân cách vân trên màn là  $i = \frac{\lambda D}{4l}$  và vân trung tâm nằm tại vị trí  $x = -a$ .

Do đó cường độ sáng sẽ là:

$$I = 2I_0 \left( 1 + \cos \frac{8\pi l(x+a)}{\lambda D} \right)$$

Tương tự, đối với S':

$$I' = 2I_0 \left( 1 + \cos \frac{8\pi l(x-a)}{\lambda D} \right).$$

Hai nguồn S và S' không kết hợp với nhau.

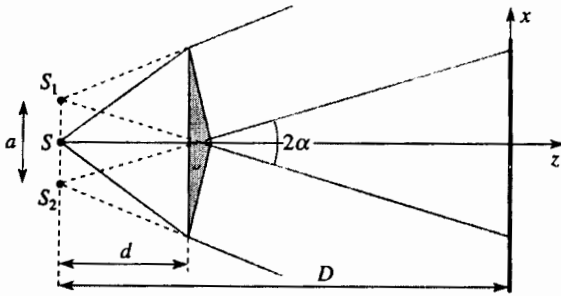
Nên ta cộng các cường độ lại:

$$I_{tc} = 4I_0 \left( 1 + \Gamma \cos \frac{8\pi lx}{\lambda D} \right) \text{ với } \Gamma = \cos \frac{8\pi la}{\lambda D}.$$

**5** 1) Chỉ cần áp dụng các định luật SNELL - DESCARTES cho hai lưỡng chất đồng thời thay thế tất cả các sin bằng các đôi số góc của chúng. Chùm tia phát xuất từ S tới lăng kính trên sẽ bị quay "toàn bộ" đi một góc nhỏ  $\alpha$  và dường như là phát xuất từ  $S_1$ .  $S_1$  được nhận từ S bằng phép quay một góc  $\alpha$  quanh đáy của lăng kính. Từ đó suy ra:

$$\alpha \approx 2d\alpha \approx 2dA(n-1).$$

2)



3) Như vậy, ta đã quy về một hệ giao thoa tương đương với hai khe YOUNG. Vân trung tâm nằm tại vị trí  $x = 0$  còn dân cách vân là  $i = \frac{\lambda D}{a}$ . Ta được:

$$I = I_0 \left( 1 + \cos \frac{2\pi ax}{\lambda D} \right)$$

4)  $i = 0,34 \text{ mm}$  và độ rộng của trường giao thoa là  $15,7 \text{ mm}$ . Có 23 vân sáng ở hai phía của vân trung tâm, nghĩa là có 47 vân sáng.

$i$  quá bé nên không thể quan sát được hệ vân giao thoa bằng mắt thường. Cần phải sử dụng một thị kính trục vi ngắm vào mặt phẳng của màn.

**6\*\*** 1) Ba sóng  $\underline{s}_1$ ,  $\underline{s}_2$  và  $\underline{s}_3$  giao thoa với nhau đều là những sóng phẳng có vector sóng là:

$$\vec{k}_1 = k(\cos\alpha\vec{e}_z - \sin\alpha\vec{e}_x); \vec{k}_2 = k\vec{e}_z \text{ và } \vec{k}_3 = k(\cos\alpha\vec{e}_z + \sin\alpha\vec{e}_x)$$

với  $\alpha \approx (n-1)A$  (góc lệch do lăng kính) và  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ .

Biểu thức phức của 3 sóng này là:

$$\underline{s}_1 = \underline{s}_{10} \exp[i(\omega t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r})]; \underline{s}_2 = \underline{s}_{20} \exp[i(\omega t - \vec{k}_2 \cdot \vec{r})]$$

$$\text{và } \underline{s}_3 = \underline{s}_{30} \exp[i(\omega t - \vec{k}_3 \cdot \vec{r})].$$

• Tại điểm P,  $\underline{s}_1 = \underline{s}_2$ .

$$\text{Suy ra: } \underline{s}_{10} \exp\left[i\left(k \cos\alpha d - k \sin\alpha \frac{h}{2}\right)\right] = \underline{s}_{20} \exp[-ikd].$$

Vì  $\alpha$  nhỏ nên  $\sin\alpha \approx \alpha$  và  $\cos\alpha \approx 1$ . Và  $\underline{s}_{10} = \underline{s}_{20} \exp\left[ik \sin\alpha \frac{h}{2}\right]$ .

$$\text{Do đó: } \underline{s}_1 = \underline{s}_2 \exp\left[i\left(k \frac{h}{2} + \vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \vec{k}_2 \cdot \vec{r}\right)\right] = \underline{s}_2 \exp\left[i\left(k \frac{h}{2} - k\alpha x\right)\right]$$

• Tương tự, tại điểm Q,  $\underline{s}_3 = \underline{s}_2$  và  $\underline{s}_3 = \underline{s}_2 \exp\left[i\left(k \frac{h}{2} + k\alpha x\right)\right]$

• Ta có thể kiểm chứng ngay là  $\underline{s}_3 = \underline{s}_1$  nếu  $x = 0$  (là điều hiển nhiên do đối xứng).

2) Tổng của ba sóng là:

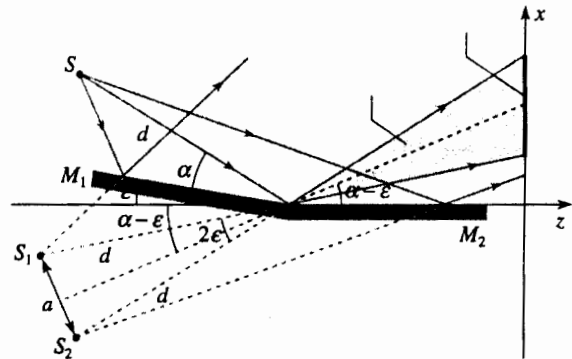
$$\underline{s} = \underline{s}_1 + \underline{s}_2 + \underline{s}_3 = \underline{s}_2 \left[ 1 + 2 \exp\left(ik \frac{h}{2}\right) \cos(k\alpha x) \right].$$

Cường độ sáng là:

$$I = \underline{s} \underline{s}^* = \underline{s}_2 \underline{s}_2^* \left[ 1 + 2 \exp\left(ik \frac{h}{2}\right) \cos(k\alpha x) \right] \left[ 1 + 2 \exp\left(-ik \frac{h}{2}\right) \cos(k\alpha x) \right]$$

$$I = I_0 \left[ 1 + 4 \cos\left(k \frac{h}{2}\right) \cos(k\alpha x) + 4 \cos^2(k\alpha x) \right].$$

**7\*\*** Ta li luận trong mặt phẳng ( $y=0$ ). S và hai ảnh  $S_1$  và  $S_2$  của nó nằm trên cùng một đường tròn tâm O, bán kính d.



•  $S_1 S_2 = a = 2d\epsilon$ .

• Vân trung tâm nằm trên đường trung trực của  $S_1 S_2$  được định vị bằng góc  $\alpha - \epsilon$ .

• Đoạn thẳng  $S_1 S_2$  gần như song song với màn và cách nó một khoảng  $D + d$ .

• Vì li do đối xứng:  $(SM)_1 = S_1 M$  và  $(SM)_2 = S_2 M$ .

Như vậy, ta đã quy về một hệ tương đương với 2 khe YOUNG đồng pha.

Dân cách vân là  $i \approx \frac{\lambda(D+d)}{2d\epsilon} \approx 0,5 \text{ mm}$  và độ tương phản bằng 1 trong toàn bộ trường giao thoa. Các vân giao thoa là không định xứ.

Hoàn chỉnh của vân trung tâm (trong thực nghiệm, vân này nằm ở miền sáng nhất) là  $x_0 \approx D(\alpha - \epsilon)$ .

Độ rộng của trường giao thoa là  $L \approx 2\epsilon D \approx 15 \text{ mm}$ . Vì vậy, ta có thể hi vọng quan sát được khoảng 30 vân.

2) Giả sử  $\Delta\alpha$  là độ rộng góc của một khe rộng được xem như là một tập hợp các khe hẹp, không kết hợp.

Sự dịch chuyển góc của một khe hẹp  $\frac{\Delta\alpha}{2}$ , sẽ làm cho vân trung tâm tịnh tiến đi một khoảng  $\Delta x_0 = D \frac{\Delta\alpha}{2}$ .

Ta biết rằng nếu sự tịnh tiến này bằng nửa dân cách vân thì các vân giao thoa sẽ bị nhòe. Như vậy,  $\Delta\alpha$  sẽ là độ rộng góc tới hạn của khe nguồn nếu như:

$$D \frac{\Delta\alpha}{2} = \frac{i}{2} = \frac{\lambda(D+d)}{4d\epsilon}, \text{ hay } \Delta\alpha = \frac{\lambda}{2d\epsilon} \left(1 + \frac{d}{D}\right).$$

Độ rộng tới hạn của khe nguồn hay độ dài không kết hợp không gian của nó sẽ là:

$$l_s = d\Delta\alpha = \frac{\lambda}{2\epsilon} \left(1 + \frac{d}{D}\right).$$

Trong trường hợp này,  $l_s = 0,07 \text{ mm}$ . Vì vậy, hệ vân giao thoa trong thí nghiệm này sẽ không sáng lắm.

**Chú ý:**

Từ công thức cuối cùng, ta nghiên cứu điều kiện thực hiện tối ưu thí nghiệm này. Nói chung,  $d \gg D$ , và do đó  $l_s = \frac{\lambda}{2\epsilon}$ .

Như vậy, thí nghiệm sẽ càng dễ thực hiện nếu  $l_s$  càng lớn. Vì vậy,  $\epsilon$  cần phải rất nhỏ, ví dụ như vào khoảng 3 phút góc, điều đó dẫn đến  $l_s = 0,35 \text{ mm}$ .

**8\*** 1) Nhìn từ ngoài vào giao thoa kế, hai khe  $F_1$  và  $F_2$  tương đương với 2 ảnh  $F'_1$  và  $F'_2$  của chúng qua các gương song song. Sau khi dựng ảnh của các khe, ta sẽ tính được khoảng cách giữa chúng:

$$F'_1 F'_2 = a' = a + 2c.$$

Hiệu pha của sóng tới giữa 2 khe sẽ là:

$$\varphi(\alpha) = \frac{2\pi}{\lambda} a' \sin\alpha \approx \frac{2\pi}{\lambda} (a + 2c)\alpha.$$

2) Hình giao thoa sẽ biến mất nếu như các hệ vân có cùng cường độ sáng và lệch nhau nửa dân cách vân. Điều đó sẽ xảy ra khi hiệu pha giữa hai khe bằng  $(2m + 1)\pi$  (với  $m$  nguyên).

Các hệ vân giao thoa cho bởi hai vật sẽ làm nhòe lẫn nhau nếu chúng có cùng cường độ và nếu:

$$\frac{2\pi}{\lambda} (a + 2c)\Delta\alpha = (2m + 1)\pi, \text{ hay } \Delta\alpha = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{a + 2c}.$$

3) Ta tăng  $c$  bằng cách dịch chuyển các gương, và đồng thời quan sát độ tương phản của hệ vân. Độ tương phản này sẽ bị tịnh tiến lần thứ nhất tại một giá trị  $c_0$  của  $c$  và  $\Delta\alpha = \frac{\lambda}{2a + 4c_0}$ .

$c_0 + \frac{a}{2}$  vào khoảng 1m khi  $\Delta\alpha$  vào khoảng 0,05 giây góc. Năng suất phân giải về không gian lí thuyết tăng theo độ dài của các nhánh giao thoa kế. Trên mặt đất, chuyển động rối trong bầu khí quyển làm hạn chế năng suất phân giải hiệu dụng của dụng cụ này.

**9\*** Tính tuần hoàn dọc theo hai phương vuông góc nhau cho phép ta tiên đoán rằng các lỗ được bố trí thành hình chữ nhật.

Thật vậy, ta có thể kiểm chứng điều đó bằng cách giả sử rằng các lỗ nằm trên mặt phẳng  $(Ox, Oy)$ , tại những điểm có tọa độ là:

$$A\left(\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right); B\left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right); C\left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right) \text{ và } D\left(-\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right).$$

Chọn một phương có vectơ đơn vị  $\vec{u}$  với các thành phần  $\alpha = u_x$  và  $\beta = u_y$ .

Theo phương này, độ lệch pha của các sóng phát ra từ A, B, C và D tại vô cực sẽ là:

- độ lệch pha của sóng B so với sóng A:  $k\beta b$  ;
- độ lệch pha của sóng C so với sóng A:  $-k\beta a$  ;
- độ lệch pha của sóng D so với sóng A:  $k(\alpha a + \beta b)$

$$\text{với } k = \frac{2\pi}{\lambda}.$$

Ví dụ như độ lệch pha của sóng B so với sóng A được tính bằng cách xét hình chiếu H của sóng B trên tia sáng xuất phát từ A theo phương  $\vec{u}$ .

$$\text{Ta được: } \varphi = kAH = k\beta b.$$

Khi đó, biên độ sóng tổng cộng tại một điểm ở vô cực là:

$$\underline{s} = \underline{s}_A [1 + \exp(ik\beta b) + \exp(-ik\alpha a) + \exp(-ik\alpha a + ik\beta b)]$$

$$\underline{s} = \underline{s}_A [1 + \exp(ik\beta b)][1 + \exp(-ik\alpha a)].$$

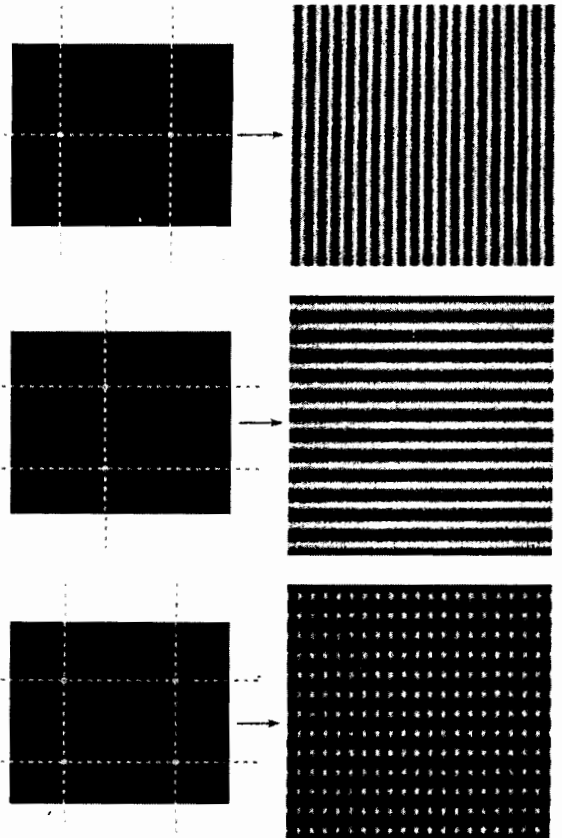
Cường độ sáng  $I(\alpha, \beta) = \underline{s}\underline{s}^*$ , hay:

$$I(\alpha, \beta) = 4I_A(1 + \cos k\beta b)(1 + \cos k\alpha a)$$

Các chu kì không gian theo phương  $(Ox)$  và  $(Oy)$  tương ứng tỉ lệ với  $\frac{1}{a}$  và  $\frac{1}{b}$ .

Hình giao thoa để cho tương thích với hệ 4 lỗ nằm ở đỉnh của một hình chữ nhật có các cạnh là  $a$  và  $b$  với  $b \approx 1,5a$ .

Ta có những sự tương ứng như sau:



# GIAO THOA DO CHIA BIÊN ĐỘ

# 4

## Mở đầu

*Chương này chủ yếu nói về một hệ giao thoa chia biên độ có thể được dùng làm cơ sở cho rất nhiều các hệ giao thoa khác. Đó là giao thoa kế MICHELSON.*

*Ta sẽ thấy rằng chỉ có những hệ giao thoa chia biên độ mới cho phép sử dụng nguồn sáng rộng mà vẫn giữ được độ tương phản lớn của hệ vân nhưng không phải trong toàn bộ trường giao thoa mà chỉ trên một mặt được gọi là mặt định xứ.*

## M U C T I Ê U

- Khảo sát đầy đủ hoạt động của giao thoa kế MICHELSON trong hai trạng thái của nó.
  - Định xứ hoặc không định xứ của các vân giao thoa.
- 

## ĐIỀU CẦN BIẾT TRƯỚC

- Quang hình học: sự phản xạ trên một gương phẳng và tính tương điểm.
- Đại cương về giao thoa hai sóng.



Tất cả chúng ta đều có thể đã từng thấy những màu sắc sắc sỡ:

- tại một lớp dầu mỏng trên mặt nước hoặc trên mặt đất ẩm ướt;
- trên những bong bóng xà phòng;
- trên kính chắn gió của ô tô trong những điều kiện chiếu sáng nhất định...

Những màu sắc sắc sỡ này cũng có thể thấy khi chiếu ánh sáng gần như đơn sắc lên một bản không khí mỏng nằm giữa hai tấm thủy tinh (hình 1a và b). Khi đó ta có thể quan sát thấy như sau:

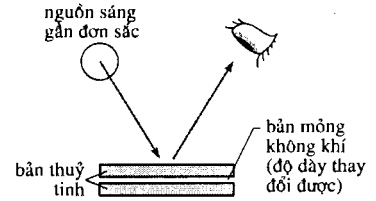
- các vân giao thoa rất tương phản trong ánh sáng phản xạ;
- các vân này dường như nằm trên mặt bản không khí đó;
- hệ vân giao thoa bị biến dạng khi có một ứng suất có trên mặt bản (độ dày của bản không khí bị thay đổi).

Những hệ vân giao thoa khác nhau ở trên đây có tên là hệ vân giao thoa đồng độ dày. Chúng là những trường hợp đặc biệt của vân giao thoa thu được nhờ hệ giao thoa chia biên độ.

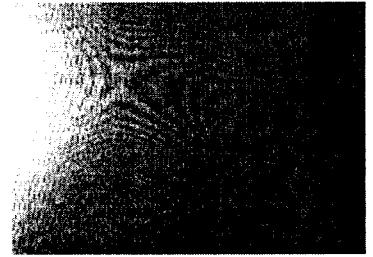
Để nghiên cứu những hình giao thoa do chia biên độ, chúng ta sử dụng giao thoa kế MICHELSON. Trong số những hình giao thoa quan sát được, ta có thể kể đến:

- các vân giao thoa đồng độ nghiêng (thu được nhờ một bản mỏng có độ dày quang học không đổi);
- các vân giao thoa đồng độ dày (trên những bản mỏng có độ dày quang học biến đổi).

Trong toàn bộ chương này, các nguồn sáng sử dụng được xem như là đơn sắc. Chúng ta không quan tâm đến những vấn đề về tính đồng bộ thời gian. Chúng sẽ được nghiên cứu trong chương 5.



**Hình 1a.** Dụng cụ đơn giản để quan sát các vân giao thoa đồng độ dày.



**Hình 1b.** Các vân đồng độ dày giữa 2 bản thủy tinh đặt sát lên nhau (tạo ra một bản không khí mỏng), khi nguồn sáng gần như đơn sắc, được quan sát trong ánh sáng phản xạ.

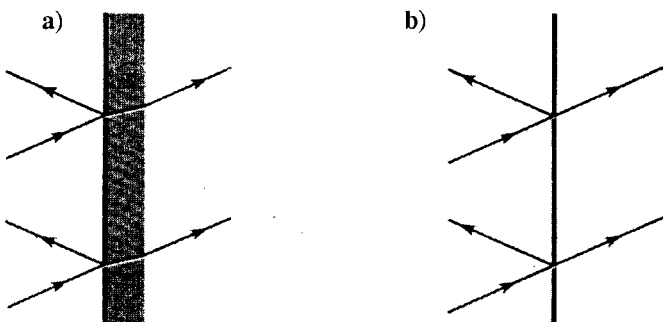
# 1 Dụng cụ giao thoa chia biên độ. Giao thoa kế MICHELSON

## 1.1. Mô tả dụng cụ

### 1.1.1. Bản chia sáng

Một dụng cụ giao thoa chia biên độ thường có một mặt phản xạ một phần. Trong trường hợp giao thoa kế MICHELSON đó là một bản thủy tinh phẳng có tên gọi là *bản chia sáng* được phủ một lớp kim loại mỏng hoặc nhiều lớp vật liệu trong suốt có chiết suất khác nhau. Nhờ có sự xử lý bề mặt này mà cường độ của hai chùm tia gần như bằng nhau.

Do độ dày của bản thủy tinh, chùm tia ló bị dịch một chút và truyền qua một môi trường có chiết suất khác với chiết suất của không khí ( $h.2$ ).



**Hình 2a.** Bản chia sáng thực.  
**b.** Bản chia sáng lý tưởng.

Trong những phần đầu của chương, ta sẽ không để ý đến những hiệu ứng này và xét một bản chia sáng lí tưởng được biểu diễn bằng một mặt phẳng có độ dày bằng 0. Sau đó, ta sẽ thấy làm như thế nào để có thể thực hiện điều kiện lí tưởng này trong thực tế khi dùng thêm một bản thứ hai được gọi là *bản bổ chỉnh*.

### 1.1.2. Sơ đồ lí thuyết

Trước hết, ta xác định hai trục tọa độ vuông góc  $(Ox)$  và  $(Oy)$ .  $O$  là một điểm nào đó của bản chia sáng (lí tưởng)  $S_p$ , nằm tại mặt phẳng đối xứng của hai trục tọa độ (h.3). Bản chia sáng  $S_p$  là cố định.

Trục  $(Ox)$  “cắt” một gương phẳng  $M_1$  tại  $O_1$ . Gương này được định hướng bằng hai vít điều chỉnh (gọi là vít điều chỉnh thô) và có thể dịch chuyển tịnh tiến dọc theo một phương rất gần với trục  $(Ox)$ .

Trục  $(Oy)$  “cắt” gương phẳng  $M_2$  tại  $O_2$ . Gương này chỉ được định hướng bằng hai vít điều chỉnh (gọi là vít điều chỉnh tinh).

Khác với lối ra, lối vào của giao thoa kế thường có một bản thủy tinh chống nhiệt dùng để bảo vệ bản chia sáng và những lớp phủ trên các gương khỏi bị nóng do nhiệt phát ra từ các đèn nguồn, hoặc có một chắn sáng cố định hạn chế để khẩu độ lối vào.

### 1.1.3. Nguyên lí hoạt động

Một chùm sáng đi vào giao thoa kế sẽ bị bản chia sáng tách thành hai chùm tia truyền theo hai đường 1 và 2 (h.4).

#### • Đường 1:

Chùm tia này đi qua bản chia sáng (không bị lệch), hướng tới  $M_1$ , phản xạ trên gương này và quay lại bản chia sáng. Tại bản đó, nó được phản xạ một phần về phía lối ra. Phần ánh sáng đi qua bản chia sáng và trở về nguồn không được dùng đến.

#### • Đường 2:

Chùm tia này được phản xạ trên mặt bản chia sáng về phía  $M_2$ , phản xạ trên gương này và quay trở lại bản chia sáng. Một phần của nó được truyền qua bản ra lối ra. Phần ánh sáng về phía nguồn không được dùng đến.

Một giao thoa kế MICHELSON gồm hai gương ( $M_1$  đối diện với lối vào của dụng cụ và  $M_2$  gần như vuông góc với  $M_1$ ) và một bản bán mạ được gọi là *bản chia sáng*, hợp một góc với các gương trên một góc gần bằng  $\frac{\pi}{4}$ .

Một chùm sáng đi vào giao thoa kế được chia thành hai chùm tia, truyền theo hai đường khác nhau trước khi đi ra khỏi dụng cụ.

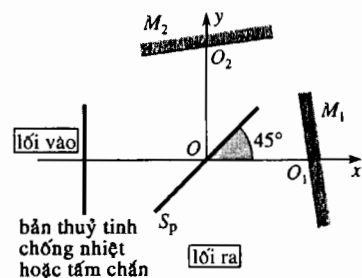
Vì vậy, có thể quan sát được giao thoa do chia biên độ.

## 1.2. Chiếu sáng bằng một nguồn điểm

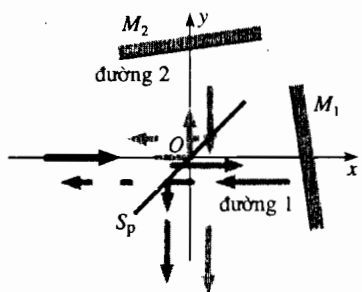
### 1.2.1. Nguồn điểm ở vô cực

Một nguồn điểm ở vô cực phát ra một sóng phẳng có phương hoàn toàn xác định và được giả sử là rất gần với phương  $(Ox)$ .

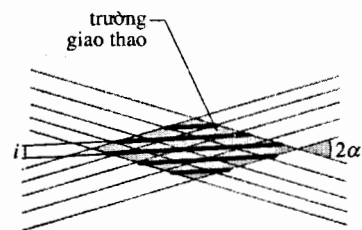
Những lần phản xạ trên bản chia sáng và trên các gương  $M_1$  và  $M_2$  không làm thay đổi bản chất của sóng tới. Chúng vẫn là những sóng phẳng. Vì vậy, ở lối ra ta được hai sóng phẳng truyền theo những phương gần trùng nhau. Trường hợp này đã được nói đến ở *chương 3 §5*, và nay được nhắc lại trên *hình 5*.



Hình 3. Sơ đồ nguyên lí của giao thoa kế MICHELSON.



Hình 4. Sự chia biên độ chùm tia tới trong giao thoa kế MICHELSON.



Hình 5. Giao thoa hai sóng phẳng, đơn sắc.

- Người ta quan sát được giao thoa trong toàn bộ phần chung của hai chùm tia.
- Các mặt đồng cường độ là những mặt phẳng song song với nhau.
- Dẫn cách vân (khoảng cách giữa 2 mặt phẳng cường độ cực đại liên tiếp) là  $i = \frac{\lambda}{2\alpha}$  ( $\alpha \ll 1$ ).

### 1.2.2. Nguồn điểm ở khoảng cách hữu hạn: các nguồn thứ cấp

Xét sơ đồ trên hình 6.

#### • Đường 1

Một tia bất kì phát xuất từ  $S$  truyền không bị lệch qua bản chia sáng, sau đó phản xạ trên gương  $M_1$ . Nó dường như tới từ  $S'_1$ , ảnh của  $S$  qua gương  $M_1$  ( $S'_1$  đối xứng với  $S$  qua mặt phẳng của  $M_1$ ).

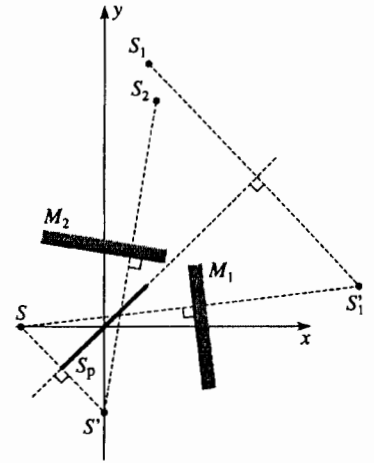
Tia này phản xạ lần thứ hai trên mặt bản chia sáng. Và sau lần phản xạ này, nó dường như tới từ  $S_1$  đối xứng với  $S'_1$  qua bản chia sáng.

#### • Đường 2

Một tia bất kì phát xuất từ  $S$  phản xạ trên mặt bản chia sáng. Nó dường như tới từ  $S'$  đối xứng với  $S$  qua bản này. Sau khi phản xạ trên gương  $M_2$  nó dường như tới từ  $S_2$  đối xứng với  $S'$  qua mặt phẳng của  $M_2$ . Cuối cùng, nó truyền không bị lệch qua bản chia sáng và đi về phía lối ra.

Tại lối ra của giao thoa kế, tất cả những tia phát xuất từ cùng một nguồn điểm  $S$  dường như tới từ hai nguồn ảo  $S_1$  và  $S_2$  được gọi là các nguồn thứ cấp (tuỳ theo đường truyền).

Các vị trí của  $S_1$  và  $S_2$  phụ thuộc vào sự bố trí các gương và nguồn điểm  $S$ . Vì vậy, có thể vẽ được lộ trình của hai tia phát xuất từ  $S$  và cùng tới một điểm  $P$  nào đó nhờ các nguồn thứ cấp (h.7).



Hình 6. Các nguồn thứ cấp  $S_1$  và  $S_2$  trong giao thoa kế MICHELSON.

### 1.2.3. Các quang lộ

Toàn bộ giao thoa kế được đặt trong không khí có chiết suất bằng 1, ta tính quang lộ giữa nguồn điểm  $S$  ở khoảng cách hữu hạn và một điểm  $P$  theo đường 1:

$$(SP)_1 = SP'_1 + P'_1P_1 + P_1P.$$

Mặt khác, quang lộ trên lộ trình ảo nối  $S_1$  với  $P$  là:

$$(S_1P) = SP_1.$$

Do đối xứng với nhau qua  $M_1$ ,  $SP'_1 = S_1P'_1$  nên  $(SP)_1 = S_1P'_1 + P'_1P_1 + P_1P$ .

Do đối xứng với nhau qua  $S_p$ ,  $S_1P'_1 = S_1P_1$  nên  $(SP)_1 = S_1P_1 + P_1P = S_1P$ .

Như vậy, ta đã chứng minh được  $(SP)_1 = (S_1P)$ . Bằng cách tương tự, ta có  $(SP)_2 = (S_2P)$ . Các đẳng thức này cho phép ta xác định pha của hai sóng tại  $P$ .

• Sóng phát xuất từ một nguồn điểm  $S$  và ra khỏi giao thoa kế sau khi đã truyền theo đường 1 là đồng nhất với một sóng phát ra từ một nguồn ảo đặt tại  $S_1$ .

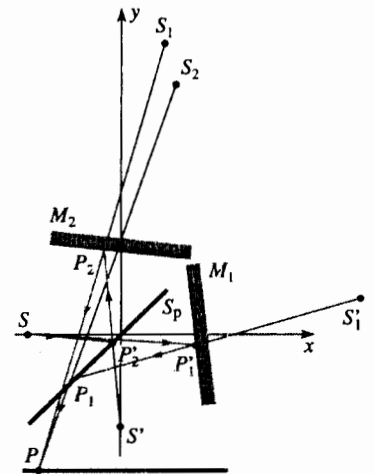
Nguồn thứ cấp này được suy ra từ  $S$  bằng hai phép đối xứng: đối xứng qua mặt phẳng gương  $M_1$  và sau đó là đối xứng qua mặt phẳng bản chia sáng.

• Tương tự, sóng phát xuất từ  $S$  và ra khỏi giao thoa kế sau khi đã truyền theo đường 2 là đồng nhất với một sóng phát ra từ một nguồn ảo đặt tại  $S_2$ .

Nguồn thứ cấp này được suy ra từ  $S$  bằng hai phép đối xứng: đối xứng qua mặt phẳng bản chia sáng và sau đó là đối xứng qua mặt phẳng gương  $M_2$ .

Các quang lộ giữa nguồn sáng và điểm  $P$  theo hai đường 1 và 2 sẽ là:

$$(SP)_1 = (S_1P) \text{ và } (SP)_2 = (S_2P).$$



Hình 7. Cách định hai tia tới điểm  $P$  theo hai đường khác nhau.

#### • Đối với đường 1:

Đường thẳng  $PS_1$  cho điểm  $P_1$  trên bản chia sáng. Đường thẳng  $P_1S'_1$  cho điểm  $P'_1$  trên gương  $M_1$ .

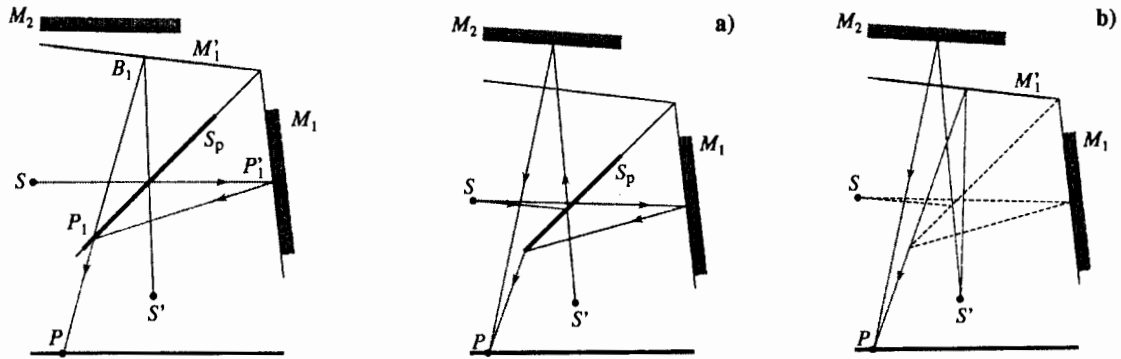
#### • Đối với đường 2:

Đường thẳng  $PS_2$  cho điểm  $P_2$  trên gương  $M_2$ .

Đường thẳng  $P_2S'$  cho điểm  $P'_2$  trên bản chia sáng.

### 1.3. Sơ đồ tương đương với hai gương

Trên hình 8, ta biểu diễn hình đối xứng  $M_1'$  của gương  $M_1$  qua bản chia sáng.



**Hình 8.** Gương tương đương  $M_1'$ :  $M_1'$  là hình đối xứng của  $M_1$  qua bản chia sáng.

**Hình 9a.** Hệ gương thực.

**b.** Hệ gương tương đương ( $M_1'$  là hình đối xứng của  $M_1$  qua bản chia sáng).

Ta nhận thấy rằng do đối xứng nên:

- $SP_1' = SB_1$  và  $P_1'P_1 = B_1P_1$ ;
- $B_1P_1$  và  $P_1P$  cùng nằm trên một đường thẳng;
- pháp tuyến của  $M_1'$  là đường phân giác của góc  $S'B_1P$ .

Như vậy, đối với đường 1, hiện tượng xảy ra giống như khi ánh sáng phát ra từ  $S'$  và bị phản xạ trên  $M_1'$ . Tương tự, đối với đường 2, hiện tượng xảy ra giống như khi ánh sáng phát ra từ chính nguồn  $S'$  và bị phản xạ trên gương  $M_2$ .

Khi đó, ta được một hệ tương đương  $\{M_2, M_1'\}$  có tên gọi là *bản không khí* và được biểu diễn trên hình 9.

Chúng ta cũng có thể tưởng tượng ra một dụng cụ tương tự - một bản thủy tinh có hai mặt không song song với nhau (h.10).

Tia sáng phát xuất từ  $S$ , phản xạ một phần trên mặt thứ nhất của bản thủy tinh và đường như ảnh của  $S$  qua mặt thứ nhất tới  $S_1$ . Phần tia truyền qua (khúc xạ) sẽ phản xạ trên mặt thứ hai của bản thủy tinh và lại bị khúc xạ khi ra khỏi bản. Nó dường như tới từ ảnh  $S_2$  của  $S$  qua 3 quang hệ kế tiếp nhau, nghĩa là qua lưỡng chất phẳng, gương (mặt thứ 2) và lưỡng chất phẳng.

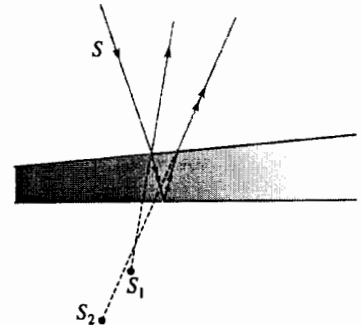
Tuy nhiên, có một điều bất tiện là khi khúc xạ lần thứ hai thì cũng có tia phản xạ và hiện tượng xảy ra liên tục như vẽ trên hình 11. Điều bất tiện này không có ở giao thoa kế MICHELSON.

Mặc dù có cấu hình hình học phức tạp hơn về mặt *tiên nghiệm* nhưng giao thoa kế MICHELSON lại đơn giản hơn. Nó chỉ cho giao thoa hai sóng có cùng một cường độ.

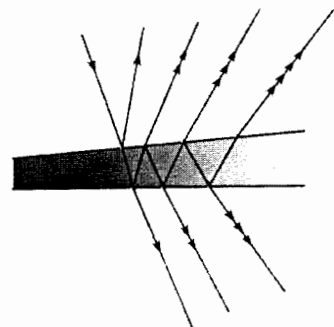
### 1.4. Hai "trạng thái" của giao thoa kế MICHELSON

Như chúng ta sẽ thấy ở phần sau, bản không khí được định nghĩa ở phần trên (nghĩa là giữa  $M_2$  và  $M_1'$ ) có thể có hai "trạng thái" rất khác nhau về phương diện giao thoa.

Giao thoa kế MICHELSON tương đương với một "bản không khí" nằm giữa hai mặt phản xạ  $M_2$  và  $M_1'$  đối xứng với  $M_1$  qua bản chia ánh sáng.



**Hình 10.** Bản thủy tinh: sự chia biên độ.



**Hình 11.** Những sự chia biên độ kế tiếp nhau trong bản thủy tinh.

- Nếu  $M_2$  và  $M_1'$  song song với nhau thì bản khí đó được gọi là *bản hai mặt song song*. Khi đó, hệ là bất biến đối với phép quay quanh một trục bất kì, vuông góc với  $M_2$  (và do đó vuông góc với  $M_1'$ ).

- Nếu  $M_2$  và  $M_1'$  không song song với nhau thì bản được gọi là *ném không khí*. Đường thẳng giao tuyến của hai mặt phẳng  $M_2$  và  $M_1'$  được gọi là *cạnh của ném*.

Chú ý:

Trong trường hợp bản hai mặt song song,  $M_2$  và  $M_1$  không nhất thiết phải vuông góc với nhau. Muốn vậy, góc giữa bản chia sáng và  $M_1$  (hoặc  $M_2$ ) cần phải đúng bằng  $45^\circ$ . Điều này không thể thực hiện được một cách nghiêm ngặt trong thực nghiệm.

### 1.5. Giao thoa kế thực tế

#### 1.5.1. Sự cần thiết của bản bổ chính

Bản chia sáng là một bản hai mặt song song bằng thủy tinh, có một trong hai mặt được xử lí để trở thành bán mạ.

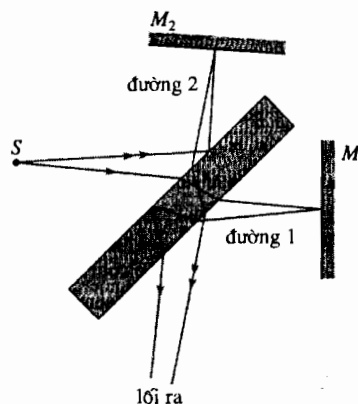
Như vậy, một tia sáng sẽ đi qua bản chia sáng một lần nếu như nó truyền theo đường 2 và ba lần nếu như nó truyền đi theo đường 1 (h.12).

Sự bất đối xứng này sẽ làm phức tạp các tính toán và làm nảy sinh nhiều vấn đề về mặt thực nghiệm.

Thật vậy, chiết suất của thủy tinh và do đó hiệu quang lộ phụ thuộc vào bước sóng và nếu dùng ánh sáng trắng thì ta sẽ không thể xác định được vân trung tâm tức là vân ứng với hiệu quang lộ bằng 0 với mọi bước sóng  $\lambda$ .

Bằng cách đặt một bản thủy tinh cùng loại, cùng độ dày, song song với bản chia sáng, ta sẽ bổ chính được sự bất đối xứng này. Bản như vậy được gọi là *bản bổ chính* (h.13).

Khi có bản bổ chính, các chùm tia đều đi qua bốn lần độ dày  $e$  của lớp thủy tinh. Nên có thể bổ sung được hiệu đường đi trong thủy tinh trên cả hai đường. Nói chung, sự bổ chính này không hoàn hảo (h.13) bởi vì độ dày lớp thủy tinh tia sáng truyền qua còn phụ thuộc vào góc tới của tia. Nhưng dù sao nó cũng đủ thoả mãn về mặt thực nghiệm. Sự bổ chính chỉ hoàn hảo khi giao thoa kế được điều chỉnh thành bản không khí hai mặt song song và khi giao thoa quan sát ở vô cực (xem bài tập 9).



Hình 12. Sự truyền của tia sáng qua bản chia sáng.

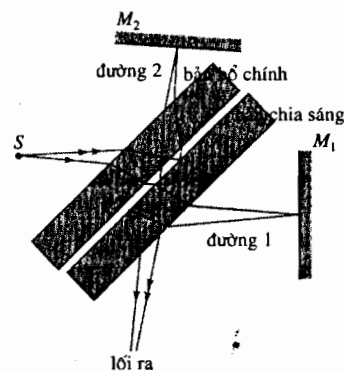
#### 1.5.2. Chế tạo và điều chỉnh giao thoa kế (h.13b)

Để hướng tới mô hình giao thoa kế lí tưởng, cần thoả mãn những điều kiện quang học sau:

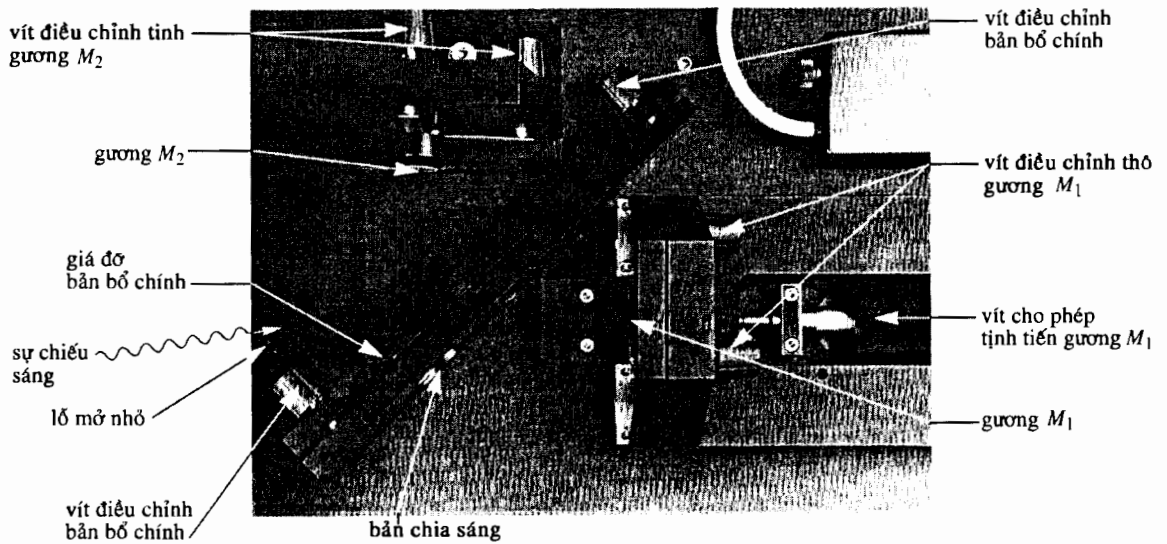
- Các gương, bản chia sáng và bản bổ chính không được làm biến dạng các mặt sóng. Điều này đòi hỏi các linh kiện này phải có độ phẳng và độ nhẵn rất cao, với dung sai vào khoảng 10 nm.
- Sự bổ chính phải có chất lượng tốt. Điều này phụ thuộc vào sự song song của bản bổ chính với bản chia sáng. Do đó, cần phải điều chỉnh sự song song này thật chính xác.

Sự giao thoa được dùng để phát hiện những dịch chuyển nhỏ hơn bước sóng ánh sáng. Do đó có thêm những đòi hỏi về cơ khí.

- Cần phải tránh được tất cả những rung động có nguy cơ phá huỷ hệ giao thoa.



Hình 13a. Vai trò của bản bổ chính.



Hình 13b. Các cấu kiện chủ yếu của giao thoa kế MICHELSON (Mich 2 Sopra) (nhìn từ trên xuống).

- Các cơ chế điều chỉnh định hướng các gương cần phải đồng thời vừa nhạy lại vừa ổn định.
- Sự tịnh tiến của gương  $M_1$  cần phải thật đều đặn mà vẫn giữ nguyên sự định hướng của nó.

Sự đảm bảo thực hiện những nhiệm vụ nặng nề trên làm cho một giao thoa kế tốt là một thiết bị nặng và rất đắt.

Những đặc trưng kĩ thuật của một giao thoa kế MICHELSON được trình bày trong phụ lục 2.

## 2 Giao thoa kế MICHELSON được điều chỉnh thành bản không khí hai mặt song song

Ta sẽ khảo sát mô hình giao thoa kế lí thuyết với một bản chia sáng lí tưởng.

### 2.1. Chiếu sáng bằng một nguồn điểm

#### 2.1.1. Nguồn điểm ở vô cực

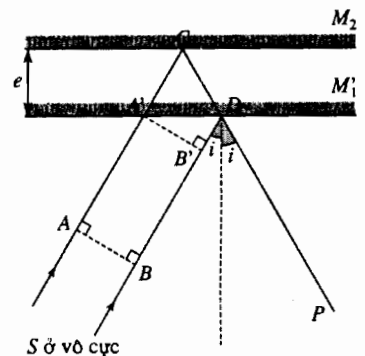
Giao thoa kế được chiếu sáng bằng một sóng phẳng. Sử dụng sơ đồ tương đương với  $M_1'$  và  $M_2$  song song với nhau, ta sẽ thấy rằng hai sóng sẽ truyền đi theo cùng một phương ở lối ra của giao thoa kế.

Dựa trên hình 14, ta tìm hiệu đường đi giữa hai sóng  $\delta$  tại  $P$  hình 14.

$$\delta = (SP)_2 - (SP)_1 = (SA) + (AP) - [(SB) + (BP)] \text{ với } S \text{ ở vô cực.}$$

$A$  và  $B$  được chọn ở trên cùng một mặt phẳng sóng tới nên theo định lí MALUS:

$$(SA) = (SB)$$



Hình 14. Hiệu đường đi tại  $P$  đối với một bản không khí hai mặt song song trong trường hợp nguồn điểm ở vô cực.

Do đó  $\delta = (AC) + (CP) - [(BD) + (DP)]$ .  
 $= (AA') + (A'C) + (CD) + (DP) - [(BB') + (B'D) + (DP)]$ .  
 Vì  $(A'C) = (CD)$  và  $(AA') = (BB')$  nên  $\delta = 2A'C - B'D$ .

Hơn nữa,  $e = A'C \cos i$ ;  $B'D = A'D \sin i$  và  $\tan i = \frac{A'D}{2e}$ , ta được:

$$\delta = \frac{2e}{\cos i} - 2e \tan i \sin i = \frac{2e}{\cos i} - 2e \frac{\sin^2 i}{\cos i} \text{ hay } \delta = 2e \cos i.$$

Hiệu đường đi không phụ thuộc vào điểm  $P$ . Cường độ

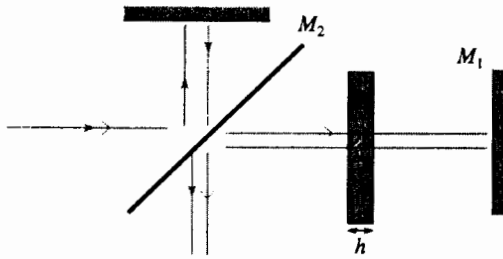
$$I = 2I_0 \left( 1 + \cos \frac{4\pi \cos i}{\lambda} \right) \text{ là đều trong toàn bộ trường giao thoa.}$$

# Áp dụng 1

## Hiệu quang lộ bổ sung

Theo ý tưởng của áp dụng 1, chương 3, ta đặt vào đường 1 của giao thoa kế một bản hai mặt song song làm bằng thủy tinh trong suốt, chiết suất  $n$ , độ dày  $h$ , và giả sử rằng ánh sáng truyền vuông góc qua nó. Ta kí hiệu khoảng cách  $(M_2M_1)$  là  $e$ .

Tìm hiệu quang lộ bổ sung do có bản thủy tinh này. Tìm cường độ sáng mới tại mỗi điểm trên màn là bao nhiêu? Ta giả sử rằng cường độ ban đầu là cực đại còn cường độ mới là cực tiểu.



Hình 15. Sự đặt thêm bản thủy tinh vào một trong hai đường truyền của giao thoa kế.

Từ đó ta có thể suy ra điều gì? Hãy bình luận

Làm thế nào để có thể quan sát được đồng thời cả hai cường độ sáng đó.

Như trong áp dụng 1 của chương 3, hiệu quang lộ bổ sung là  $2(n-1)h$ , có thêm hệ số 2 là vì tia sáng đi qua bản thủy tinh 2 lần ( $h.15$ ).

Cường độ ánh sáng mới sẽ là:

$$I' = 2I_0 \left[ 1 + \cos \frac{2\pi}{\lambda} (2e - 2h(n-1)) \right].$$

Cường độ sáng chuyển từ  $I_{\max}$  đến  $I_{\min}$  khi  $\delta$  biến đổi một lượng bằng  $\frac{\lambda}{2} + m\lambda$  tức là khi

$$2h(n-1) = \left( m + \frac{1}{2} \right) \lambda \quad (m \text{ là số nguyên}).$$

Bằng cách đo sự biến thiên cường độ sáng, ta có thể suy ra một tập hợp các giá trị khả dĩ của  $h(n-1)$ .

Thí nghiệm này không cho phép khừ sự bất định của số nguyên  $m$  và do đó không thể suy ra giá trị cụ thể của  $h$ . Nếu chỉ cho một phần của chùm sáng đi qua bản thủy tinh (bằng cách dịch chuyển bản này song song với mặt phẳng của gương  $M_1$ ) thì màn quan sát sẽ được chia thành hai miền sáng đều nhưng có cường độ sáng khác nhau.

## 2.1.2. Nguồn điểm ở khoảng cách hữu hạn

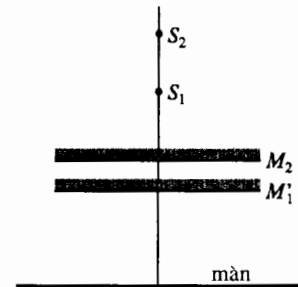
Như ta chứng minh ở §1.3.3:  $(SP)_2 = S_2P$  và  $(SP)_1 = S_1P$ .

Cường độ sáng tại  $P$  là:

$$I = 2I_0 \left( 1 + \cos \frac{2\pi\delta}{\lambda} \right) \text{ với } \delta = S_2P - S_1P.$$

Do đó, các mặt đồng cường độ là một họ hypeboloit tròn xoay quanh trục nối hai nguồn thứ cấp  $S_1$  và  $S_2$ . Để quan sát hệ vân giao thoa, ta chỉ cần cắt họ hypeboloit này bằng một màn ảnh.

Thông thường, màn quan sát gần như vuông góc với đường thẳng  $(S_1S_2)$  và các vân giao thoa thu được là những vân tròn đồng tâm ( $h.16$ ).



Hình 16a. Sơ đồ tương đương của giao thoa kế được điều chỉnh thành bản không khí.

## 2.2. Chiếu sáng bằng một nguồn sáng rộng, không kết hợp

### 2.2.1. Quan sát thực nghiệm

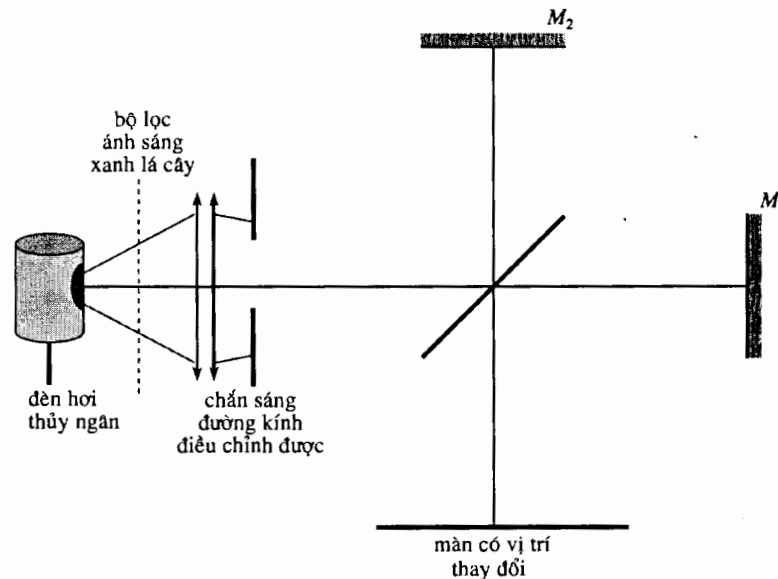
Giao thoa kế được điều chỉnh thành bản không khí hai mặt song song. Nguồn là một chấn sáng lỗ tròn, có đường kính thay đổi được, được chiếu sáng một cách thích hợp (nghĩa là được chiếu sáng đầy ngay cả khi nó mở rất rộng) bằng một đèn đơn sắc. Đèn này có thể là một đèn hơi thủy ngân có kính lọc xanh để tách riêng vạch xanh của thủy ngân có bước sóng  $\lambda = 546,1 \text{ nm}$ . Nguồn sáng được đặt ở khoảng cách hữu hạn (*h.17*).

- Đầu tiên, ta đặt màn quan sát ở rất gần giao thoa kế (vị trí khả dĩ gần nhất về mặt thực nghiệm là cách gương  $M_2$  vào khoảng 10 cm) và dùng nguồn gần như nguồn điểm (lỗ chấn sáng được khép lại nhỏ nhất). Trên màn, ta sẽ quan sát thấy những vân giao thoa tròn sáng và tối xen kẽ nhau, rất tương phản nhưng không sáng lắm.

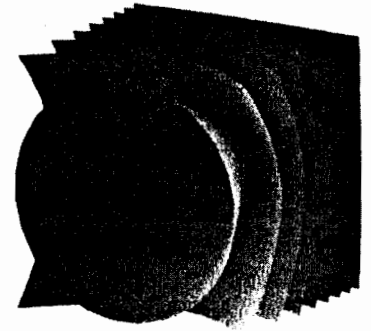
- Nếu ta kéo màn ra xa, các vân giao thoa to dần, vẫn rất tương phản nhưng kém sáng hơn trước. Trước đây, năng lượng sáng được phân bố trên một đĩa có đường kính khoảng 5 cm thì nay được phân bố trên một mặt, mặt này càng rộng nếu màn càng ra xa. Độ sáng giảm dần nhưng độ tương phản thì không đổi.

- Đưa màn trở về vị trí ban đầu và mở rộng lỗ chấn sáng ra một chút: độ sáng tăng lên, đường kính của vân không thay đổi nhưng độ tương phản giảm. Kéo màn ra xa, hệ vân lại có được độ tương phản ban đầu khi dùng nguồn điểm. Nếu ta tiếp tục mở lỗ chấn sáng rộng hơn nữa, thì sẽ nhận thấy rằng muốn thu được hệ vân thật tương phản cần phải kéo màn ra xa theo cùng với việc mở rộng nguồn sáng.

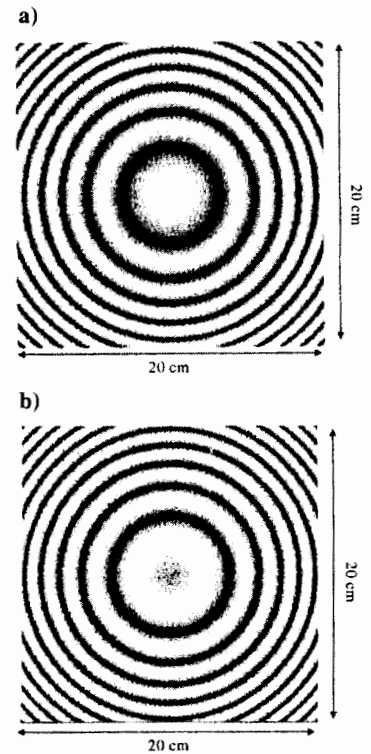
- Tiếp theo, ta dùng một nguồn rất rộng bằng cách bỏ chấn sáng lỗ tròn ra. Thay vì đặt màn ở rất xa, ta đặt một thấu kính hội tụ ở ngay lối ra của giao thoa kế và đặt màn ở tiêu điểm ảnh của thấu kính này. Các vân giao thoa khi đó rất tương phản, nằm ở trên màn (tức là ở vô cực) dường như với mọi độ rộng của nguồn (*h.18a và b*).



**Hình 17.** Giao thoa kế được điều chỉnh thành bản không khí hai mặt song song và được chiếu sáng bằng 1 nguồn rộng, ở khoảng cách hữu hạn.



**Hình 16b.** Các mặt đồng cường độ. Các hypecboloit tròn xoay quanh trục ( $S_1S_2$ ).



**Hình 18.** Dạng hệ vân đồng độ nghiêng đối với một bản không khí hai mặt song song quan sát được trên tiêu diện ảnh của 1 thấu kính có tiêu cự 1m. Bậc giao thoa tại tâm hệ vân là: a) Một số nguyên và bằng 1000. b) Một số không nguyên và bằng 1000,3.



Áp dụng việc phân tích định lượng hiện tượng này.

# Áp dụng 2

## Sự nhòe của các vân giao thoa

Nguồn  $S$ , hai nguồn điểm thứ cấp  $S_1$  và  $S_2$  và màn quan sát được bố trí như trên hình 19. Một điểm  $P$  của màn được định vị bằng góc  $\theta$  hoặc bằng bán kính  $\rho$ .  $a$  là khoảng cách  $S_1S_2$ ,  $d$  là khoảng cách  $S_1P$  và  $D$  là khoảng cách từ trung điểm của  $S_1S_2$  tới màn.

1) Xác định hiệu đường đi tại  $P$ , nếu giả sử rằng  $a \ll d$ .

2) Xác định bậc giao thoa ở tâm hệ vân và bán kính của các vân sáng thứ nhất và thứ 50.

Cho:  $\lambda = 560 \text{ nm}$ ;  $a = 0,560 \text{ mm}$ ;  $D = 10 \text{ cm}$ .

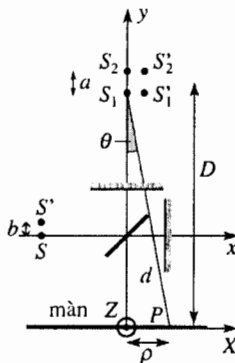
3) Chứng minh rằng dân cách  $\Delta\rho$  giữa hai vân

liên tiếp là vào khoảng  $\frac{\lambda D^2}{a\rho}$  (khi giới hạn ở

những giá trị nhỏ của  $\theta$ ).

4) Nguồn sáng chính  $S$  bị dịch chuyển một khoảng  $b$  dọc theo trục  $(Oy)$ . Hệ vân giao thoa sẽ biến đổi như thế nào?

5) Tiếp theo, người ta dùng một nguồn sáng tròn có bán kính  $R$ . Một cách định tính, chứng minh rằng các vân giao thoa có bán kính lớn hơn sẽ là những vân đầu tiên bị nhòe. Đánh giá bán kính mà các vân giao thoa có bán kính lớn hơn nó sẽ bị nhòe. So sánh với các kết quả thực nghiệm.



Hình 19. Các vân giao thoa tròn được tạo ra ở không cách hữu hạn bởi nguồn sơ cấp  $S$  có vị trí thay đổi được.

$$1) \delta = S_2P - S_1P = (d^2 + a^2 + 2ad \cos\theta)^{1/2} - d.$$

Dùng lại ở bậc 1 của tỉ số  $\frac{a}{d}$  ta có  $\delta = a \cos\theta$ .

2) Tại tâm của hệ vân,  $\theta = 0$ ,  $\delta = a$  và bậc giao thoa  $p_0 = \frac{\delta}{\lambda} = 1000$  là một số nguyên.

Như vậy, người ta có một cực đại cường độ tại tâm của hệ vân.

$p$  là một hàm giảm của  $\theta$ . Nên, vân sáng thứ nhất tương ứng với  $p = 999$ .

Từ đó, suy ra được  $\theta$  và bán kính của vân thứ nhất sẽ là:  $\rho = D \tan\theta = 0,45 \text{ cm}$ .

Khi bán kính bằng  $2 \text{ cm}$ ,  $\tan\theta = 0,2$ ;  $\cos\theta = 0,980$ ; bậc giao thoa vào khoảng 980, ứng với vân thứ 20 trên hình 20a.

3) Từ công thức  $\delta = a \cos\theta$ , ta suy ra  $|d\delta| = a \sin\theta |d\theta|$ . Đi từ một vân sáng sang vân sáng tiếp theo thì  $\delta$  biến thiên một lượng là  $\lambda$  còn  $\theta$  biến thiên một lượng là  $\Delta\theta$ .

Đồng nhất các độ biến thiên với vi phân của nó, ta được:

$$|\Delta\theta| \approx \frac{\lambda}{a \sin\theta}.$$

Đối với những giá trị  $\theta$  nhỏ,  $\sin\theta \approx \theta \approx \frac{\rho}{D}$  và do

$$\text{đó: } \Delta\rho \approx D\Delta\theta \approx D \frac{\lambda D}{a\rho} = \frac{\lambda D^2}{a\rho} = \frac{k}{\rho}.$$

Dân cách giữa hai vân liên tiếp sẽ giảm dần khi ra xa tâm hệ vân.

4) Hai nguồn thứ cấp  $S_1$  và  $S_2$  cùng bị tịnh tiến một khoảng  $b$  song song với  $(Ox)$ . Hệ vân giao thoa trên màn sẽ bị dịch chuyển theo các nguồn sáng một khoảng là  $b$ .

5) Ta biết rằng các điểm khác nhau của một nguồn sáng rộng là những nguồn điểm không kết hợp với nhau. Do đó cần phải lấy tổng các cường độ sáng gây ra bởi mỗi điểm của nguồn tại điểm  $P$  ở trên màn.

• Ta hãy chong chất hai hệ vân tròn gây ra bởi hai điểm  $S$  và  $S'$  của nguồn nằm cách nhau một khoảng  $b$ . Khi quan sát từ tâm hệ vân ra ngoài, các vân đầu tiên bị nhòe sẽ nằm ở lân cận những điểm mà tại một vân sáng gây ra bởi  $S$  trùng với một vân tối gây ra bởi  $S'$  nghĩa là khi  $b$  bằng một nửa dân cách vân. Ta sẽ thu được một hình giao thoa giống như hình biểu diễn trên hình 20a.

Nếu các nguồn  $S$  và  $S'$  càng cách nhau xa hơn thì ta sẽ thấy cảnh tượng như trên hình 20b.

• Với một nguồn hình tròn bán kính  $R$ , ta phải chong chất vô số những hệ vân dịch chuyển so với nhau một khoảng nhỏ hơn hoặc bằng  $2R$ . Tại tâm, nếu dân cách  $\Delta\rho$  giữa hai vân là lớn so với  $R$  thì các độ dịch chuyển này không ảnh hưởng nhiều đến độ rõ của vân. Khi quan sát ra xa tâm, dân cách giữa hai vân liên tiếp sẽ giảm dần và trở nên nhỏ hơn  $R$ .

Khi đó tại  $P$  có thể có cực đại cường độ đối với một số điểm nguồn này và đồng thời cực tiểu

cường độ đối với một số điểm nguồn khác : hệ vân bị nhòe hoàn toàn.

Về mặt định lượng, ta có thể xem độ tương phản của hệ vân là đủ lớn nếu như  $\rho$  nhỏ hơn  $\rho_1$  với  $\rho_1$  là bán kính vân tại đó độ dịch chuyển cực đại  $2R$  là nhỏ hơn một nửa dân cách vân nghĩa là:

$$2R = \frac{1}{2} \frac{\lambda D^2}{a \rho_1}, \text{ suy ra } \rho_1 = \frac{\lambda D^2}{4aR}.$$

Tất nhiên, đây chỉ là một đánh giá về cỡ độ lớn. Độ tương phản giảm dần khi đi ra xa tâm hệ vân và càng nhỏ đối với những bán kính lớn hơn nhiều so

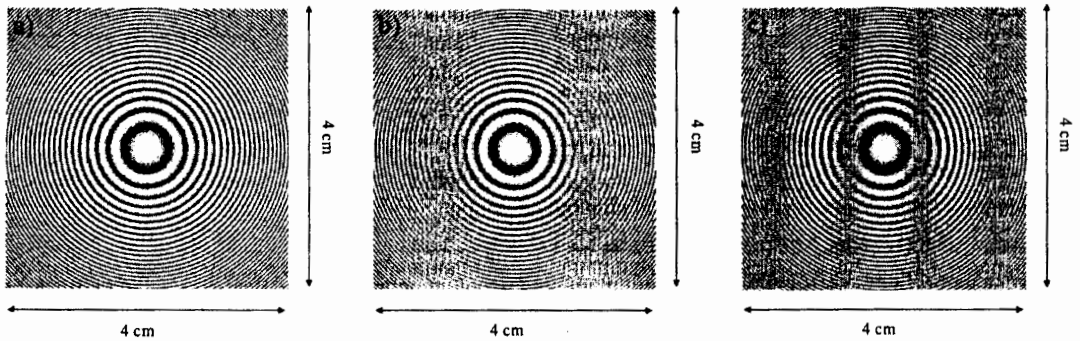
với  $\frac{\lambda D^2}{4aR}$ .

Ngược lại, ta có thể xác định độ rộng cực đại của nguồn hay *độ rộng kết hợp không gian* sao cho tại điểm  $P$  được đặc trưng bởi  $\rho$ , vân chỉ nhòe rất ít. Nếu đánh giá theo tiêu chuẩn như trên thì trong trường hợp này, bán kính của nguồn là  $\frac{\lambda D^2}{4a\rho}$ .

Tính toán này phù hợp với các kết quả thực nghiệm. Bán kính góc  $\theta_1$  của các vân giao thoa rõ

nét cùng biến thiên giống như  $\frac{D}{R}$  và do đó:

- số vân nhìn thấy giảm dần khi bán kính của nguồn tăng lên.
- một nguồn sáng ngay cả khi rất rộng sẽ không gây ra một sự giảm độ tương phản nào nếu  $D$  tiến ra vô cùng.



Hình 20. Dạng hệ vân giao thoa quan sát được trên màn đặt cách các nguồn thứ cấp 10 cm, thu được đối với 2 nguồn điểm cách nhau theo phương nằm ngang một khoảng  $L$ . a) Khi chỉ có 1 nguồn điểm. b)  $b = 0,5$  mm. c)  $b = 10$  mm.

### 2.2.2. Mặt định xứ

Theo như trên bảng hình 21, khi ta mở rộng nguồn sơ cấp, sự biến đổi của các vân giao thoa tùy thuộc vào loại dụng cụ giao thoa. Đối với một dụng cụ chia mặt sóng, hai khe YOUNG chẳng hạn, ta không thể quan sát được các vân giao thoa khi dùng nguồn sáng rộng, không kết hợp.

	2 khe YOUNG	giao thoa kế MICHELSON được điều chỉnh thành bản không khí
nguồn gần như điểm ở khoảng cách hữu hạn	hệ vân rõ nét nhưng không sáng lắm trong toàn bộ miền giao thoa của hai chùm tia. <b>giao thoa không định xứ</b>	hệ vân rõ nét nhưng không sáng lắm trong toàn bộ miền giao nhau của hai chùm tia. <b>giao thoa không định xứ.</b>
nguồn rộng ở khoảng cách hữu hạn	hệ vân bị nhòe ở khắp nơi <b>giao thoa không định xứ</b>	hệ vân sáng, rất tương phản nằm ở khoảng cách xa, hay trên tiêu diện ảnh của một thấu kính, nhưng bị nhòe ở tất cả những nơi khác. <b>giao thoa định xứ ở vô cực</b>

Hình 21.

Đối với giao thoa kế MICHELSON được điều chỉnh thành bản không khí, ta vẫn quan sát được các vân giao thoa rất tương phản ở gần một mặt vô cực. Người ta nói rằng có sự định xứ của vân giao thoa trên một mặt có tên gọi là mặt định xứ.

Về mặt thực nghiệm, tính chất này cho phép quan sát giao thoa trong những điều kiện khá thuận lợi, vừa rất tương phản, vừa rất sáng nhờ nguồn sáng rộng.

### 2.3. Hệ vân giao thoa ở vô cực

#### 2.3.1. Khảo sát hình học

Tiếp theo những kết quả của mục §2.2.2, ta sẽ quan sát giao thoa trên mặt định xứ ở vô cực. Trên thực tế, sự quan sát này được tiến hành trên tiêu diện ảnh của một thấu kính hội tụ được sử dụng trong những điều kiện GAUSS.

Quang trục của thấu kính này gần như vuông góc với mặt phẳng của gương  $M_2$  (và của gương  $M_1$ ) đồng thời song song với trục chứa nguồn điểm tương đương  $S'$  và hai nguồn sơ cấp  $S_1, S_2$  (h.22).

Ta dựng những tia sáng đi tới điểm  $P$  được chọn trước ở trên màn.

- $OP$  chỉ phương của hai tia tới thấu kính. Nhờ đó, ta vẽ được  $S_1A_1$  và  $S_2A_2$  tiếp theo đó là  $A_1P$  và  $A_2P$ .

- $S_1A_1$  cắt  $M_1$  tại  $B_1$  và  $S_2A_2$  cắt  $M_2$  tại  $B_2$ . Chỉ còn phải vẽ  $B_1S'$  và  $B_2S'$ ; chúng ta sẽ nhận thấy gì?

Các tia  $B_1S'$  và  $B_2S'$  là trùng nhau.

Hai tia (phát xuất từ  $S'$ ) cắt nhau tại một điểm  $P$  trên mặt định xứ đều bất nguồn từ cùng một tia tới.

Chú ý:

Nhận xét trên là chung cho tất cả những hệ giao thoa chia biên độ và cho phép xác định một cách dễ dàng mặt định xứ của các hình giao thoa.

Ta cũng có thể vẽ những tia sáng thực trong giao thoa kế (h. 23).

#### 2.3.2. Hệ vân giao thoa đồng độ nghiêng

Cường độ sáng tại một điểm  $P$  của màn phụ thuộc vào hiệu đường đi  $\delta$ :

$$I = 2I_0 \left( 1 + \cos \frac{2\pi\delta}{\lambda} \right).$$

Vì khoảng cách giữa các nguồn thứ cấp  $S_1$  và  $S_2$  là  $2e$ , ta được:

$$\delta = (S_2P) - (S_1P) = S_2D - S_1C = S_2H,$$

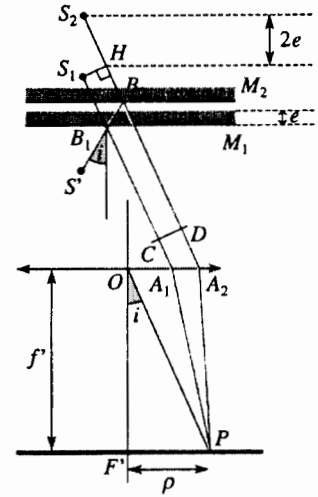
hay  $\delta = 2ecosi$ .

Vân giao thoa bậc  $p$  tương ứng với một góc nghiêng  $i$  sao cho  $\cos i = \frac{p\lambda}{2e}$ .

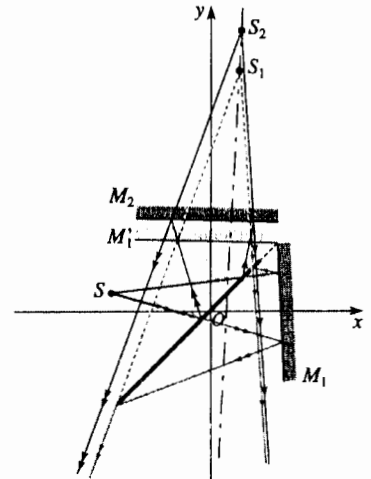
Do đó hệ vân có tên là hệ vân đồng độ nghiêng.

Các vân giao thoa trên màn này là những vân tròn đồng tâm bởi vì tất cả những điểm tương ứng với góc nghiêng  $i$  đều nằm trên một đường tròn có tâm  $F'$  và bán kính  $\rho_p \approx f'i$ .

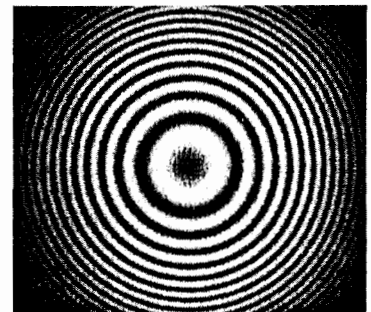
Hình 24 là ảnh chụp một hệ vân tròn thu được với vạch vàng của đèn hơi Na.



Hình 22. Cách dựng các tia sáng phát xuất từ  $S'$  và cắt nhau tại  $P$  ở vô cực.



Hình 23. Đường đi của các tia sáng thực trong giao thoa kế MICHELSON được điều chỉnh thành bản không khí hai mặt song song, quan sát ở vô cực.

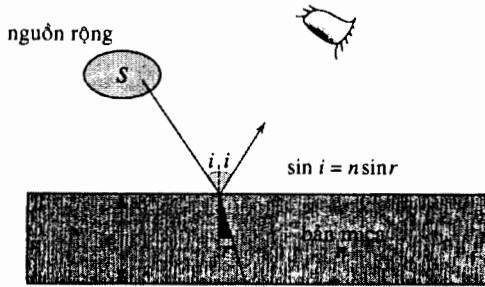


Hình 24. Ảnh chụp một hệ vân tròn thu được với vạch vàng của đèn hơi Na.

# Áp dụng 3

## Tính toán hiệu quang lộ

Giả sử  $S$  là một điểm của một nguồn sáng rộng chiếu vào một bản mica hai mặt song song có độ dày  $e$  và chiết suất  $n$ . Người ta quan sát hình giao thoa thu được trong ánh sáng phản xạ trên hai mặt của bản.



Hình 25. Bản mica được chiếu sáng bằng một nguồn rộng.

1) Xác định mặt định xứ của hình giao thoa.

2) Giả sử  $P$  là một điểm trên mặt định xứ đó. Tìm hiệu quang lộ tại điểm  $P$  đối với tia phát xuất từ  $S$ , tới bản với góc tới  $i$  (h. 25)?

1) Để xác định mặt định xứ của hình giao thoa, cần phải tìm giao điểm của hai tia phản xạ bắt nguồn từ cùng một tia tới; vì hai mặt bản là song song với nhau nên hai tia này cắt nhau tại vô cực (h.26). Mặt định xứ nằm ở vô cực.

2) Vì điểm  $P$  ở vô cực nên các quang lộ ( $HP$ ) và ( $CP$ ) là bằng nhau. Do đó, hiệu quang lộ hình học  $\delta$  cần tìm sẽ là:

$$\delta = 2nAB - AH.$$

Ta có  $AB = \frac{e}{\cos r}$ ,  $AC = 2e \tan r$ , và:

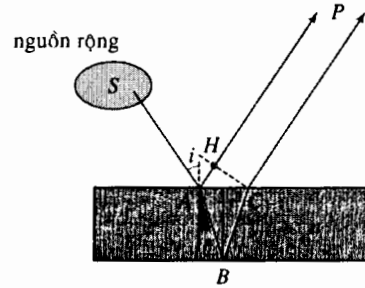
$$AH = 2AC \sin i \text{ với } \sin i = n \sin r.$$

Suy ra:  $\delta = 2ne \cos r$ .

Chú ý:

Kết quả này hoàn toàn tương ứng với kết quả đã tìm được trước đây đối với giao thoa kế MICHELSON trong đó  $n = 1$  và vì vậy  $r = i$ .

Nếu bản này được đặt trong không khí thì hiệu quang lộ sóng sẽ là:



Hình 26. Cách tìm mặt định xứ của hình giao thoa và hiệu quang lộ tại một điểm  $P$  nằm trên mặt đó.

### 2.3.3. Khảo sát hệ vân tròn

Vân bậc  $p$  được đặc trưng bởi  $\delta = p\lambda = 2e \cos i$ . Từ đó, ta có thể suy ra những kết quả sau:

- Với một giá trị  $e$  cho trước, bậc giao thoa là cực đại tại tâm của hệ vân ( $i = 0$ ).

Giá trị của nó là  $p_0 = \frac{2e}{\lambda}$ .

- Bậc giao thoa  $p$  giảm dần khi đi ra xa tâm.
- Trong gần đúng GAUSS, bán kính gần đúng  $\rho_p$  của vân bậc  $p$  là:

$$\rho_p = f' i_p \text{ với } \cos i_p = 1 - \frac{i_p^2}{2} = \frac{p\lambda}{2e} = \frac{p}{p_0}, \text{ hay } i_p = \sqrt{\frac{2(p_0 - p)}{p_0}} \text{ và}$$

$$\rho_p = f' i_p.$$

- Giả sử rằng cường độ sáng tại tâm của hệ vân là cực đại hay  $p_0 = \frac{2e}{\lambda}$  là một số nguyên. Vân sáng thứ nhất tương ứng với bậc giao thoa  $p$  và bằng  $p_0 - 1$ .

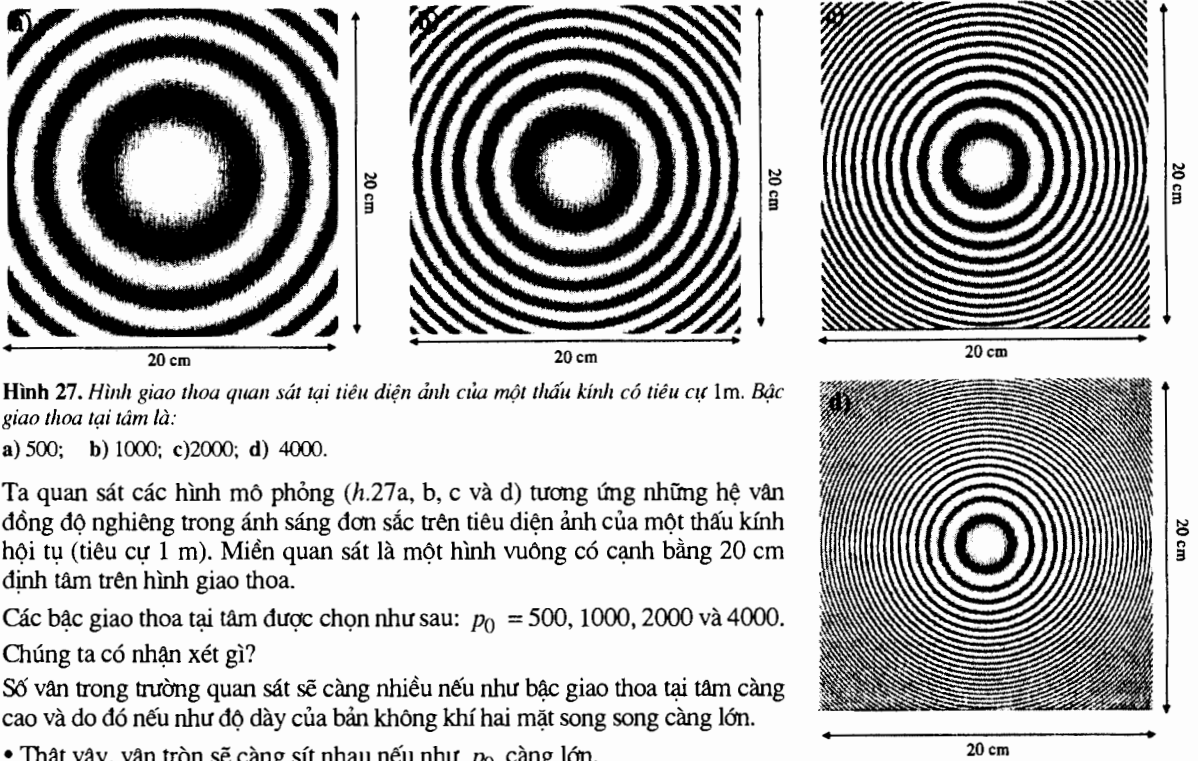
Có bán kính là:

$$\rho_I = f' \sqrt{\frac{2}{p_0}} \text{ với } 2e = p_0 \lambda.$$

Bán kính của vân sáng thứ  $K$  (không nên nhầm số  $K$  này với bậc giao thoa  $p$ ) sẽ là:

$$\rho_K = f' \sqrt{\frac{2K}{p_0}} = \sqrt{K} \rho_I.$$

### 2.3.4. Quan sát các hệ vân



**Hình 27.** Hình giao thoa quan sát tại tiêu diện ảnh của một thấu kính có tiêu cự 1m. Bậc giao thoa tại tâm là:

a) 500; b) 1000; c) 2000; d) 4000.

Ta quan sát các hình mô phỏng (h.27a, b, c và d) tương ứng những hệ vân đồng độ nghiêng trong ánh sáng đơn sắc trên tiêu diện ảnh của một thấu kính hội tụ (tiêu cự 1 m). Miền quan sát là một hình vuông có cạnh bằng 20 cm định tâm trên hình giao thoa.

Các bậc giao thoa tại tâm được chọn như sau:  $p_0 = 500, 1000, 2000$  và  $4000$ .

Chúng ta có nhận xét gì?

Số vân trong trường quan sát sẽ càng nhiều nếu như bậc giao thoa tại tâm càng cao và do đó nếu như độ dày của bản không khí hai mặt song song càng lớn.

• Thật vậy, vân tròn sẽ càng sát nhau nếu như  $p_0$  càng lớn.

Khi thay đổi  $p_0 = 500$  đến  $1000$ , sau đó từ  $1000$  đến  $2000$  và cuối cùng từ  $2000$  đến  $4000$ . Sau mỗi lần như vậy số vân xuất hiện ở trong thị trường tăng lên gấp đôi (h.28).

• Thật vậy, vì bán kính  $\rho_k$  của các vân sáng được cho bởi công thức:

$$\rho_k = f' \sqrt{\frac{2k}{p_0}}$$

và vì kích thước của thị trường là cố định ( $\rho_k = \text{cte}$ ), nên tồn tại một lượng bất biến là:

$$\frac{\text{Số vân quan sát được}}{\text{Bậc giao thoa tại tâm}}$$

### 2.3.5. Sự dịch chuyển gương $M_1$

Để biến đổi hiệu đường đi, ta chỉ cần dịch chuyển tịnh tiến gương  $M_1$ . Nếu ta tịnh tiến gương này đi một khoảng  $\Delta x'$  dọc theo một trục gần trùng với trục ( $Ox$ )

bậc giao thoa tại tâm	số vân giao thoa quan sát được
500	$\approx 2$
1 000	$\approx 5$
2 000	$\approx 10$
4 000	$\approx 20$

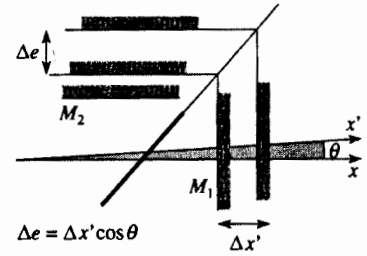
**Hình 28.**

thì biến thiên  $\Delta e$  của độ dày  $e$  của bản cũng là  $\Delta x'$ , khi và chỉ khi gương  $M_1$  vuông góc với phương tịnh tiến (*h.29*).

Trên thực tế, thiết kế cơ khí chính xác của các dụng cụ giao thoa cho phép ta có thể xem  $\Delta e \approx \Delta x'$ . Xuất phát từ biểu thức bán kính của vân và những quan sát trước đây ta có thể tiên đoán rằng:

- khi tăng khoảng cách  $e$ ,  $\rho_p$  cũng tăng lên: các vân to dần ra và ở tâm sẽ xuất hiện những vân mới có bậc cao hơn;
- ngược lại nếu giảm  $e$ , các vân tròn sẽ co lại và biến mất tại tâm hệ vân;
- các vân giao thoa càng sát lại nhau nếu  $e$  càng lớn;
- khi  $e$  tiến tới 0, bậc giao thoa tại mọi điểm cũng tiến tới 0 và cường độ sáng ở khắp nơi trên màn tiến tới cùng một giá trị  $4I_0$ .

Khi  $e = 0$ , cường độ sáng trên màn phân bố đều. Người ta nói rằng khi đó giao thoa kể ở trạng thái *tiếp xúc quang học* hoặc *có màu nền*.



**Hình 29.** Sự tịnh tiến trên gương  $M_1$  và biến thiên độ dày  $e$  của bản không khí tương đương. Trong thực tế,  $\theta \approx 0$ .

## Áp dụng 4

### Phân tích định lượng hệ vân giao thoa đồng độ nghiêng

Các hình 27a, b, c và d trình bày những hình mô phỏng hệ vân giao thoa đồng độ nghiêng thu được trên mặt phẳng tiêu của một thấu kính ( $f = 1 \text{ m}$ ) khi dùng một nguồn sáng đơn sắc có bước sóng  $\lambda = 560 \text{ nm}$ .

Các hình vuông có cạnh là 20 cm biểu diễn trường quan sát hay còn gọi là thị trường.

Tính lại bằng số các bậc giao thoa tại tâm và độ dày  $e$  của bản không khí hai mặt song song.

Trên những hình mô phỏng này, các tâm hệ vân đều có màu trắng: các bậc giao thoa tại tâm do đó đều là các số nguyên. Ta sẽ tìm bậc giao thoa của các vân sáng hoặc vân tối có bán kính lớn nhất:

• vân sáng:  $\rho_k = f' \sqrt{\frac{2k}{\rho_0}}$  hay  $\rho_0 = 2k \left( \frac{f'}{\rho_k} \right)^2$ ;

• vân tối:  $\rho_k = f' \sqrt{\frac{k - 0,5}{\rho_0}}$  hay:

$$\rho_0 = 2(k - 0,5) \left( \frac{f'}{\rho_k} \right)^2.$$

Từ đó ta được:

hình 27a: vân tối thứ 3:  $\rho = 10 \text{ cm}$  ;  $\rho_0 = 5/0,01 = 500$  ;  $e \approx 0,14 \text{ mm}$  ;

hình 27b: vân tối thứ 5:  $\rho = 9,5 \text{ cm}$  ;  $\rho_0 = 9/(9,0 \cdot 10^{-3}) = 997 (\approx 1000)$  ;  $e \approx 0,28 \text{ mm}$  ;

hình 27c: vân sáng thứ 9 :  $\rho = 9,5 \text{ cm}$  ;  $\rho_0 = 18/(9,0 \cdot 10^{-3}) = 1994 (\approx 2000)$  ;  $e \approx 0,56 \text{ mm}$  ;

hình 27d: vân tối thứ 20:  $\rho = 9,9 \text{ cm}$  ;  $\rho_0 = 39/(9,8 \cdot 10^{-3}) = 3971 (\approx 4000)$  ;  $e \approx 1,12 \text{ mm}$  ;

Ta nhận thấy rằng việc xác định bán kính vân chỉ thực hiện được với độ chính xác kém. Tuy nhiên kết quả thu được khá phù hợp với những giá trị mong đợi.

### 2.3.6. Hai nguồn điểm không kết hợp

Ta sẽ khảo sát hình 30 trong đó có thêm một nguồn điểm khác  $S''$  ở bên cạnh nguồn  $S'$ . Nếu ta vẽ hai tia phát xuất từ nguồn mới  $S''$  tới cùng một điểm  $P$  thì sẽ nhận thấy rằng:

- hai tia này đều bắt nguồn từ cùng một tia tới  $S'$ ;
- hiệu đường đi tại  $P$  chỉ phụ thuộc vào góc nghiêng  $i$  (và do đó, vào bán kính  $\rho$ ), có cùng một trị số đối với  $S'$  và  $S''$  ngay cả khi hai điểm nguồn này nằm cách xa nhau.

Hai nguồn này là không kết hợp nên ta cần phải cộng các cường độ tương ứng:

$$I_a = 2I_{a0} \left( 1 + \cos \frac{2\pi\delta_a}{\lambda} \right) \text{ và } I_b = 2I_{b0} \left( 1 + \cos \frac{2\pi\delta_b}{\lambda} \right).$$

$I_{a0}$  và  $I_{b0}$  là khác nhau về mặt *tiên nghiệm*, nhưng  $\delta_a = \delta_b = 2e \cos i$ .  
Do đó:

$$I = I_a + I_b = 2(I_{a0} + I_{b0}) \left( 1 + \cos \frac{4\pi e \cos i}{\lambda} \right).$$

Ở đây, không có sự nhòe các vân giao thoa bởi vì hai hệ vân này nằm chồng khít lên nhau. Ta lại quan sát được hệ vân giao thoa giống như khi dùng một nguồn duy nhất, chỉ khác ở chỗ là hệ vân này sáng hơn.

### 2.3.7. Nguồn sáng rộng, không kết hợp - Độ dài kết hợp không gian

Kết quả trên có giá trị đối với một nguồn sáng rộng tương đương với một số rất lớn các nguồn sáng điểm. Bởi vì hiệu đường đi tại một điểm của màn là độc lập với vị trí của điểm nguồn nên các hệ vân giao thoa gây ra bởi từng điểm nguồn này sẽ chồng khít lên nhau.

Do đó, tất cả những kết quả hệ vân đồng độ nghiêng vẫn còn có giá trị. Có thể thu được hệ vân đồng độ nghiêng rất tương phản với một nguồn rộng tùy ý bởi vì không hề có một giả thiết phụ nào về khoảng cách giữa các điểm nguồn. **Độ dài kết hợp không gian của sơ đồ này là vô cùng** vì không cần phải có một hạn chế hình học nào đối với nguồn sáng để quan sát ở vô cực.

Kết quả này phù hợp với những nghiên cứu về thực nghiệm: với nguồn sáng rộng, các vân giao thoa vẫn rất tương phản miễn là phải quan sát chúng ở vô cực hay nói cách khác : **các vân giao thoa đồng độ nghiêng là những vân giao thoa định xứ tại vô cực và độ dài kết hợp không gian là vô cùng.**

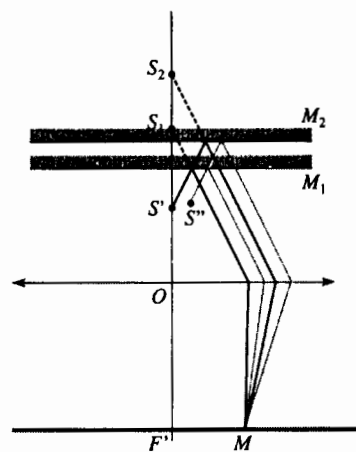
#### Chú ý:

- Cần nhớ rằng khả năng mở rộng nguồn sáng có được là do màn quan sát đặt ở vô cùng.
- Để thu được một hình giao thoa rõ nét, ta cần phải đảm bảo những điều kiện GAUSS đối với thấu kính quan sát. Tuy nhiên, để quan sát định tính, ta có thể thu hình giao thoa trên một màn đặt đủ xa với giao thoa kế MICHELSON (khoảng 2 m) mà không cần dùng thấu kính.
- Nguồn sáng rộng này có thể là nguồn ba chiều (bóng đèn chẳng hạn) và được đặt ở bất cứ chỗ nào, ở khoảng cách hữu hạn hoặc ở vô cực. Tuy nhiên, không nên đặt nguồn sáng ở vô cực nghĩa là ở tiêu diện vật của một thấu kính hội tụ vì khi đó ảnh hình học của nguồn sẽ chồng lên các vân giao thoa ở trên màn.

Trong giao thoa kế MICHELSON được điều chỉnh thành bản không khí hai mặt song song ( $M_1'$  và  $M_2$  song song với nhau) :

- độ dài kết hợp không gian  $l_s$  là vô cùng:  $l_s = \infty$  (nghĩa là nguồn sáng có thể rộng tùy ý) với điều kiện là phải quan sát các vân giao thoa (vân tròn hoặc vân đồng độ nghiêng) tại vô cực ;
- thông thường, nguồn sáng được đặt ở khoảng cách hữu hạn ;
- các vân giao thoa sẽ càng sít nhau nếu như khoảng cách giữa  $M_1'$  và  $M_2$  càng lớn. Khi khoảng cách này bằng 0, màn quan sát được chiếu sáng đều. Vị trí này được gọi là vị trí *màu nền* hoặc *tiếp xúc quang học*.

► Để luyện tập: bài tập 2 và 4.



**Hình 30.** Các vân giao thoa đồng độ nghiêng tại vô cực trong trường hợp nguồn sáng rộng:  $S'$  và  $S''$  cho cùng một hệ vân.

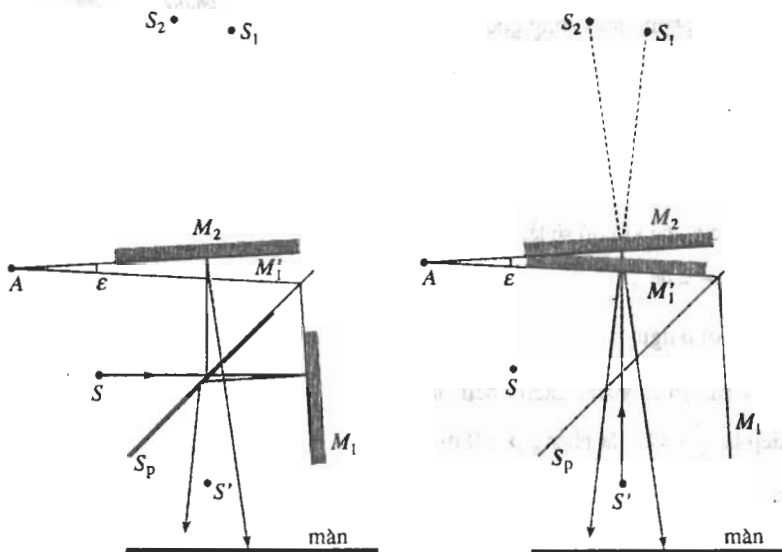
# 3 Giao thoa kế MICHELSON được điều chỉnh thành nêm không khí

Nhớ rằng trong cấu hình này,  $M_1'$  (đối xứng với  $M_1$  qua bản chia sáng) và  $M_2$  là không song song với nhau. Ta kí hiệu góc giữa hai gương  $M_1$  và  $M_2$  là  $\epsilon$ .

## 3.1. Chiếu sáng bằng một nguồn điểm

### 3.1.1. Nguồn điểm ở khoảng cách hữu hạn

Sơ đồ tương đương của giao thoa kế điều chỉnh thành nêm không khí được biểu diễn trên hình 31.



Hình 31a. Giao thoa kế MICHELSON được điều chỉnh thành nêm không khí.

b. Sơ đồ tương đương.

Góc  $\epsilon$  giữa gương thực  $M_2$  và gương ảo  $M_1'$  trên thực tế thường là rất nhỏ. Các mặt đồng cường độ là các mặt hypecboit tròn xoay có tiêu điểm là các nguồn thứ cấp  $S_1$  và  $S_2$ . Giao tuyến của các mặt hypecboit này với màn quan sát đặt ở lối ra là những đoạn hypecboit gần giống những đoạn thẳng song song với cạnh của nêm.

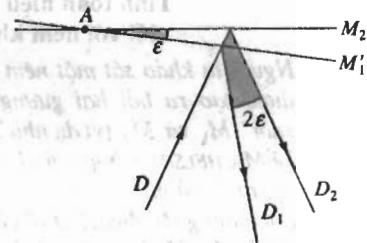
Các vân giao thoa tồn tại ở khắp nơi trong trường giao thoa với cùng một độ tương phản. Chúng là những vân không định xứ (là điều luôn luôn đúng khi dùng nguồn điểm).

### 3.1.2. Nguồn sáng điểm ở vô cực

#### ■ Các mặt đồng cường độ là những mặt phẳng

Sóng phát ra từ một nguồn điểm ở vô cực là sóng phẳng. Góc giữa hai gương phẳng  $M_1$  và  $M_2$  bằng  $\epsilon$  cho nên sóng phẳng tới sẽ thành hai sóng phẳng có phương truyền hợp với nhau một góc là  $2\epsilon$  (xem H-Prepa, Quang học năm thứ nhất). Đó chính là điều mà ta thấy trên hình 32.

Cần nhớ rằng hai sóng phẳng kết hợp hợp với nhau một góc  $2\epsilon$  sẽ giao thoa với nhau: các mặt đồng cường độ là những mặt phẳng song song với nhau;



Hình 32. Góc giữa các phương truyền của hai sóng phẳng phản xạ.



khoảng cách giữa hai mặt đồng cường độ liên tiếp (đồng cường độ cực đại chẳng hạn) là  $\frac{\lambda}{2\varepsilon}$ .

Cũng cần nhớ rằng điều kiện để quan sát được các mặt phẳng này là  $\varepsilon$  phải nhỏ, chỉ khoảng vài phút góc.

**■ Tìm phương trình của các mặt phẳng đồng cường độ**

• Ta định vị điểm  $P$  bằng vector vị trí  $\vec{r} = \overline{AP}$ . Ta kí hiệu các vector sóng của hai sóng phẳng phản xạ trên  $M_1$  và  $M_2$  là  $\vec{k}_1$  và  $\vec{k}_2$ . Độ lệch pha giữa hai sóng giao thoa tại  $P$  sẽ có dạng:

$$\varphi(P) = (\vec{k}_2 - \vec{k}_1) \cdot \vec{r} + \varphi_0 = (\vec{k}_2 - \vec{k}_1) \cdot \vec{r}.$$

Hằng số  $\varphi_0$  bằng 0 vì hai sóng này đồng pha tại  $A$ . Vì vậy, các mặt đồng cường độ, (trên đó  $\varphi$  không đổi) là những mặt phẳng trực giao với vector  $\vec{k}_2 - \vec{k}_1$ .

• Ta sẽ tính toán giải tích trong trường hợp mặt phẳng tới vuông góc với cạnh nêm. Chọn trục  $(Ax)$  trên  $M_1$ , và xét tia sáng tới  $M_1$  dưới góc tới  $i_0$  (h.33), ta có:

$$\vec{r}(x, y); \vec{k}_1(k \sin i_0, -k \cos i_0); \vec{k}_2(k \sin(i_0 + 2\varepsilon), -k \cos(i_0 + 2\varepsilon)),$$

$$\text{Suy ra: } (\vec{k}_2 - \vec{k}_1) \cdot \vec{r} = \frac{2\pi}{\lambda} 2 \sin \varepsilon (x \cos(i_0 + \varepsilon) + y \sin(i_0 + \varepsilon)).$$

Các phương trình mặt phẳng đồng cường độ cực đại khi đó sẽ là:

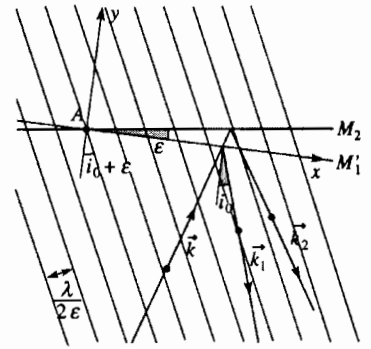
$$\varphi(P) = (\vec{k}_2 - \vec{k}_1) \cdot \vec{r} = 2p\pi,$$

$$\text{hay } x \cos(i_0 + \varepsilon) + y \sin(i_0 + \varepsilon) = p \frac{\lambda}{2\varepsilon} \text{ với } p \text{ nguyên.}$$

Như đã tiên đoán, ta nhận được một họ các mặt phẳng cách đều nhau, khoảng cách giữa hai mặt phẳng liên tiếp là  $\frac{\lambda}{2\varepsilon}$  và mặt phẳng  $p = 0$  đi qua cạnh của nêm (h.33).

Chú ý:

- Có thể dùng một khe rất hẹp, song song với cạnh của nêm và đặt ở tiêu điểm vật của một thấu kính.
- Các vân giao thoa quan sát được trong toàn bộ trường giao thoa là những vân không định xứ (là điều luôn luôn đúng khi dùng nguồn điểm).

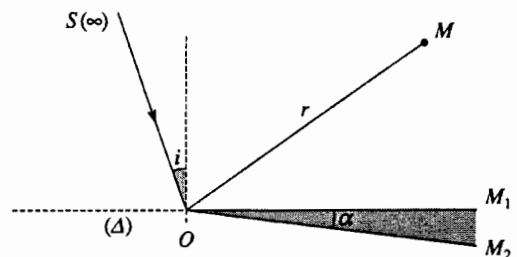


**Hình 33.** Các mặt phẳng đồng cường độ đối với nêm không khí được chiếu sáng bằng một sóng phẳng. Góc giữa  $\vec{k}_1$  và  $\vec{k}_2$  bằng  $2\varepsilon$ .

# Áp dụng 5

**Tính toán hiệu quang lộ đối với nêm không khí**

Người ta khảo sát một nêm không khí có cạnh  $\Delta$  được tạo ra bởi hai gương tương đương "trong suốt"  $M_1$  và  $M_2$  (ví dụ như 2 gương của giao thoa kế MICHELSON), hợp với nhau một góc  $\alpha$  được giả thiết là "rất nhỏ". Các gương này được chiếu sáng bởi một nguồn điểm  $S$  ở vô cùng (h.34) với một góc tới  $i$  nào đó. (Vì những lí do kĩ thuật, người ta biết rằng góc này nhất thiết phải nhỏ đối với giao thoa kế MICHELSON).



**Hình 34.** Nêm không khí (góc  $\alpha$  nhỏ) được chiếu sáng bằng một nguồn điểm dưới góc tới  $i$ .

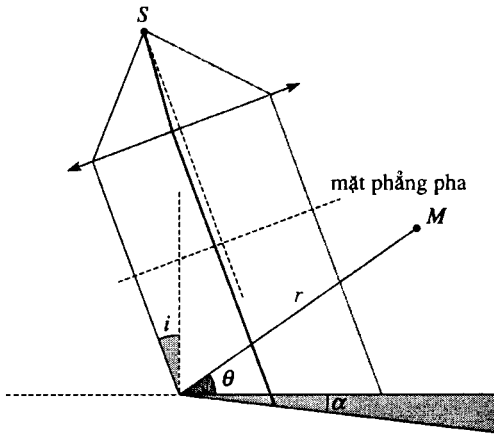
Một điểm  $M$  trong không gian được định vị bằng các tọa độ cực  $M(r, \theta)$ , góc quy chiếu được xác định bởi cạnh của nêm không khí và mặt phẳng của gương  $M_1$ .

1) Làm thế nào để tạo ra một nguồn điểm ở vô cực?

2) Tính hiệu quang lộ  $\delta(r, \theta)$  của hai tia phát xuất từ  $S$  tới  $M(r, \theta)$ .

3) Xác định các mặt  $\delta(r, \theta) = p\lambda$ , với  $p$  là số nguyên. Tìm khoảng cách giữa hai mặt liên tiếp? Liệu người ta có tìm lại được các kết quả trước đây không?

1) Để tạo ra một nguồn điểm  $S$  ở vô cực, ta chỉ cần đặt một nguồn điểm tại tiêu điểm vật của một thấu kính hội tụ (h.35).



Hình 35. Nguồn điểm ở vô cực được tạo ra bằng cách đặt một nguồn điểm tại tiêu điểm vật của một thấu kính hội tụ.

2) Hiệu quang lộ  $\delta(r, \theta)$  sẽ được tính bằng cách sử dụng định lý MALUS: "Các mặt sóng, hay các mặt đẳng pha là những mặt trực giao với các tia sáng".

Xét hai tia phản xạ trên các gương tại cạnh  $\Delta$  của nêm không khí, ta có thể khẳng định rằng:

- đối với các tia phản xạ trên  $M_1$  (h.36):

$$\Phi_1(M) = \Phi(P_1), \text{ nghĩa là } (SM)_1 = (SO) + (OP_1);$$

- đối với các tia phản xạ trên gương  $M_2$  (h.37):

$$\Phi_2(M) = \Phi(P_2), \text{ nghĩa là } (SM)_2 = (SO) + (OP_2).$$

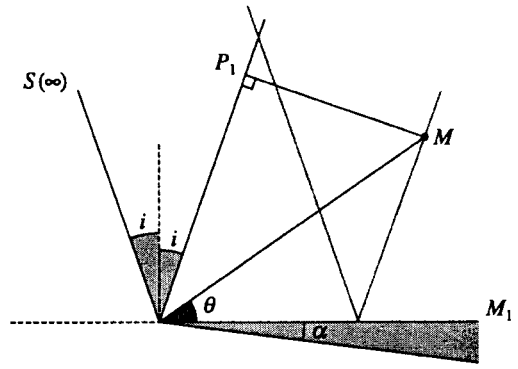
Như vậy, ta có (h.38):

$$\delta(M) = (SM)_2 - (SM)_1 = (OP_2) - (OP_1) = OP_2 - OP_1.$$

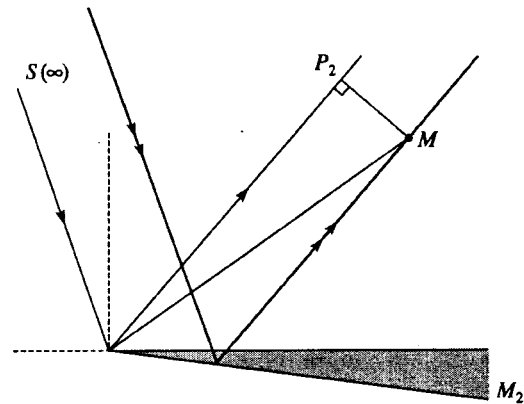
Biết rằng :

$$OP_1 = r \cos\left(\frac{\pi}{2} - i - \theta\right) = r \sin(i + \theta),$$

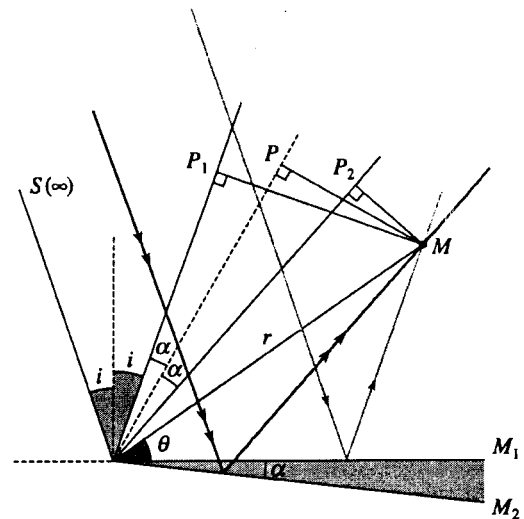
$$\text{và } OP_2 = r \cos\left(\frac{\pi}{2} - i - \theta - 2\alpha\right) = r \sin(i + \theta + 2\alpha),$$



Hình 36. Pha của các tia phát xuất từ  $S$  (ở vô cực) và phản xạ trên gương  $M_1$  tại  $M$  và tại  $P_1$  là như nhau.



Hình 37. Pha của các tia phát xuất từ  $S$  (ở vô cực) và phản xạ trên gương  $M_2$  tại  $M$  và tại  $P_2$  là như nhau.



Hình 38. Hiệu quang lộ tại  $M$  được cho bởi công thức:  $\delta(M) = OP_2 - OP_1$  và bằng

$$\delta(M) = 2MP \sin \alpha \approx 2MP \alpha.$$

nên ta được:

$$\begin{aligned}\delta(r, \theta) &= r \sin(i + \theta + 2\alpha) - r \sin(i + \theta) \\ &= 2r \sin(\alpha) \cos(i + \theta + \alpha),\end{aligned}$$

Vì  $\alpha$  “nhỏ”, nên:

$$\delta(r, \theta) = 2r\alpha \cos(i + \theta + \alpha).$$

Chú ý rằng:

$$MP = r \sin\left(\frac{\pi}{2} - i - \theta - \alpha\right) = r \cos(i + \theta + \alpha),$$

và ta có thể viết:

$$\delta(r, \theta) = 2MP \sin(\alpha) = 2MP\alpha.$$

3) Các mặt  $\delta(M) = \text{cte}$  là những mặt phẳng song song với  $OP$ . Nếu  $\delta(M) = p\lambda$ , với  $p$  là số nguyên, thì khoảng cách giữa hai mặt phẳng liên tiếp ( $p$  và  $p + 1$ ) là  $\frac{\lambda}{2\alpha}$ .

Mặt phẳng tương ứng với  $\delta = 0$  đi qua cạnh  $D$  của nêm không khí.

## 3.2. Chiếu sáng bằng một nguồn rộng ở vô cực

Ta giới hạn trong trường hợp nguồn rộng đặt ở vô cực chứ không phải ở một khoảng cách hữu hạn. Và thừa nhận rằng với một gần đúng khá tốt, các kết quả thu được có thể suy rộng cho trường hợp nguồn rộng, ở khoảng cách hữu hạn nhưng khá lớn so với kích thước của các gương.

### 3.2.1. Quan sát thực nghiệm

Giao thoa kể được điều chỉnh thành nêm không khí có cạnh (*h.39*) trong thị trường của các gương (ta sẽ thấy làm thế nào để có thể thực hiện được thao tác này trong *chương 7*). Nguồn sáng là một khe có độ rộng biến đổi được, nằm song song với cạnh của nêm không khí và được chiếu sáng một cách thích hợp bằng một đèn đơn sắc đặt tại tiêu diện vật của thấu kính (cũng có thể sử dụng một chắn sáng có lỗ tròn biến đổi được).

- Ta bắt đầu thí nghiệm với một khe nguồn rất hẹp. Trên một màn đặt cách xa giao thoa kế, ta quan sát được các vân giao thoa thẳng, sáng, tối xen kẽ nhau và rất tương phản nhưng không sáng lắm. Nếu ta đưa màn lại gần, các vân giao thoa (sít nhau hơn) vẫn rất tương phản và sáng hơn.

- Đưa màn trở về vị trí ban đầu và mở rộng khe nguồn một chút: độ sáng của hình giao thoa tăng lên, nhưng các vân vẫn giữ nguyên dần cách nhau nhưng không còn tương phản như trước nữa. Nếu ta đưa màn lại gần hơn, các vân hầu như lấy lại được độ tương phản mà chúng có được khi khe nguồn rất hẹp. Lập lại thao tác như vậy, ta sẽ nhận thấy rằng nếu muốn thu được các vân giao thoa thật tương phản thì phải dần dần đưa màn lại gần giao thoa kế cho phù hợp với sự mở rộng khe nguồn.

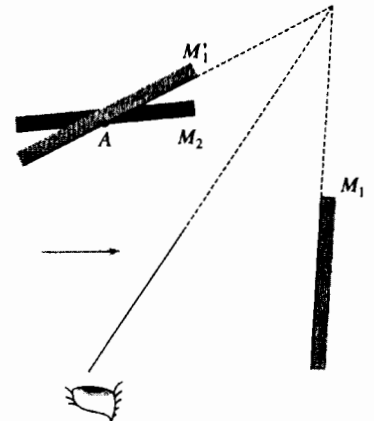
- Tiếp theo ta dùng một khe nguồn rất rộng. Để đưa màn lại gần gương hơn nữa bằng phương pháp quang học, ta đặt một thấu kính hội tụ ở lối ra của giao thoa kế và đặt màn tại mặt phẳng liên hợp với gương  $M_2$  (tạo ảnh của gương này lên trên màn). Khi đó, các vân thẳng sẽ rất rõ nét (hay rất tương phản) trên màn đặt tại ảnh của gương  $M_2$ . Nếu nguồn sáng rất rộng thì các vân này sẽ biến mất ngay khi màn không còn liên hợp với  $M_2$  nữa.

Nếu nguồn sáng rộng, các vân giao thoa định xứ trên một mặt rất gần ảnh của các gương.

Chú ý:

- Người làm thí nghiệm nhìn vào các gương từ lối ra của giao thoa kế, có cảm giác rằng các vân như được vạch trên các gương. Vì vậy, với một sự hơi lạm dụng về ngôn ngữ, người ta thường nói rằng các vân giao thoa định xứ ở trên gương.

- Người ta có thể nói về ảnh (danh từ số ít) của các gương  $M_2$  và  $M_1'$  bởi vì khoảng cách giữa chúng thường là rất nhỏ so với các khoảng cách khác của hệ giao thoa.



Hình 39. Cạnh nêm nằm trong thị trường của gương.

### 3.2.2. Mô phỏng

Ta mở rộng khe nguồn trong mặt phẳng vuông góc với cạnh của nêm. Các sóng phẳng phát ra từ những điểm khác nhau của nguồn tới gương  $M_1$  với các góc tới  $i$  biến thiên từ  $i_0 - \frac{\alpha}{2}$  đến  $i_0 + \frac{\alpha}{2}$ .

Do đó ta sẽ vẽ lại hình 33 và bằng cách thêm vào đó các họ mặt phẳng đồng cường độ tương ứng với những góc tới khác nhau này.

Các họ mặt phẳng này vuông góc với mặt phẳng hình vẽ, đều có cùng dân cách vãn  $\frac{\lambda}{2\varepsilon}$  và mặt phẳng ứng với bậc giao thoa bằng 0 luôn đi qua cạnh của nêm.

Trái lại, hướng của các họ mặt phẳng này được xác định bằng góc  $i + \varepsilon$  lại phụ thuộc vào  $i$ .

Ta vẽ ba họ mặt phẳng tương ứng với  $i = i_0$ ,  $i = i_0 - \frac{\alpha}{2}$  và  $i = i_0 + \frac{\alpha}{2}$

trong đó  $\alpha \approx \varepsilon \approx 1^\circ$  (h.40).

Nếu màn quan sát nằm tại vị trí 1 thì các cực đại giao thoa không trùng với nhau và do đó hệ các vân giao thoa bị nhòe. Tại vị trí 2, tất cả các cực đại gần như trùng nhau và độ tương phản của hệ vân lớn. Mặt phẳng định xứ này đi qua cạnh của nêm và nằm rất gần các gương. Điều này phù hợp với những quan sát thực nghiệm.

### 3.2.3. Tính toán

Ta sử dụng những kết quả của mục §3.1.2. Với một nguồn điểm ở vô cực, cường độ tại điểm  $P(x, y)$  được viết như sau:

$$I = 2I_0 \left\{ 1 + \cos \left[ \frac{2\pi}{\lambda} 2\varepsilon (x \cos(i + \varepsilon) + y \sin(i + \varepsilon)) \right] \right\}.$$

Ta tìm điều kiện để cho cường độ  $I$  phụ thuộc ít vào góc tới  $i$  ở lân cận của  $i_0$ .

Tức là tìm điều kiện để cho  $\frac{\partial I}{\partial i} = 0$  tại  $i = i_0$ .

Để dàng ta được:  $-x \sin(i_0 + \varepsilon) + y \cos(i_0 + \varepsilon) = 0$ .

Đây là phương trình của mặt phẳng đi qua cạnh của nêm và trực giao với các mặt phẳng giao thoa. Rõ ràng đó là mặt phẳng định xứ đã tìm được bằng phương pháp mô phỏng (h.41).

Trong giao thoa kế MICHELSON được điều chỉnh thành nêm không khí dùng với một nguồn đơn sắc, rộng và ở xa, các vân giao thoa định xứ ở gần các gương hoặc các ảnh của chúng.

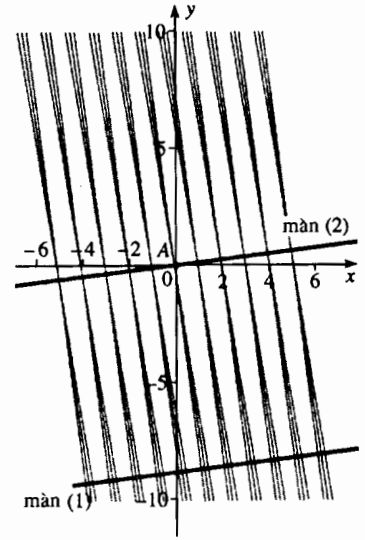
Chú ý:

Trong điều kiện thực nghiệm thông thường,  $i_0$  và  $\varepsilon$  đều rất nhỏ. Điều đó giải thích tại sao các gương  $M_1$  và  $M_2$  dường như nằm trên mặt phẳng định xứ.

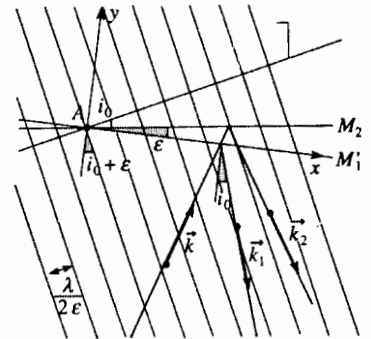
### 3.2.4. Trường hợp nguồn rất rộng

Cho đến đây, ta đều triệt tiêu các số hạng bậc nhất trong khai triển. Vậy đối với các số hạng bậc hai và bậc cao hơn nữa thì sao? Liệu ta có thể dùng một nguồn sáng rộng tùy ý được không?

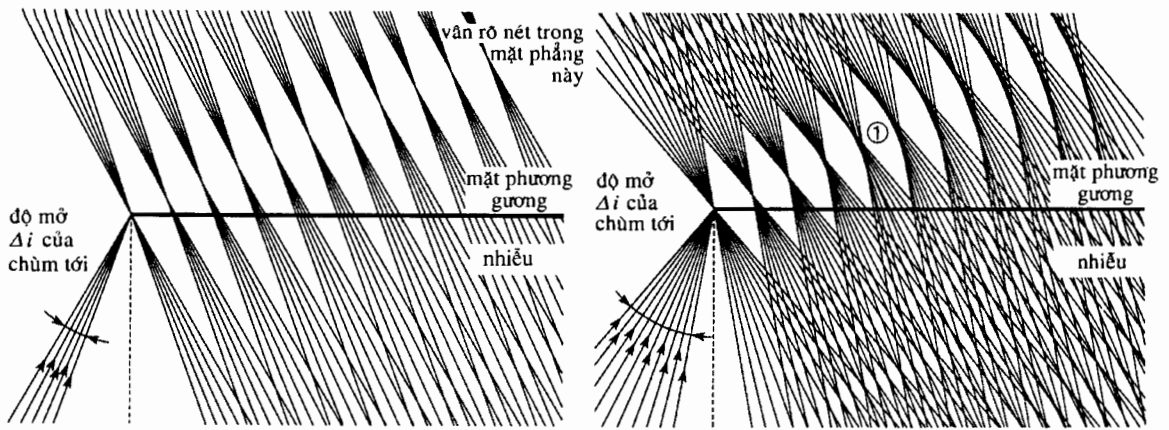
Thực nghiệm (và tính toán lí thuyết) chứng tỏ rằng các số hạng bậc 2 có ảnh hưởng khi hiệu đường đi  $\delta$  lớn. Với một nguồn rất rộng, độ tương phản trên mặt định xứ chỉ xấp xỉ bằng 1 khi hiệu đường đi nhỏ, nghĩa là khi  $M_1$  rất gần  $M_2$ , và ở lân cận của cạnh nêm: đó là điều chúng ta đã quan sát được trên hình 42 khi tăng độ rộng góc  $\Delta i$  của chùm tia tới.



Hình 40. Hình mô phỏng cho phép xác định mặt phẳng định xứ.



Hình 41. Các mặt phẳng đồng cường độ đối với nêm không khí được chiếu sáng bằng một sóng phẳng. Mặt định xứ đi qua A và vuông góc với mặt phẳng này.



Hình 42. Độ nhìn rõ của hệ vân giảm khi  $\Delta i$  tăng.

① Các vân giao thoa rõ nét trong mặt phẳng này nằm ở gần cạnh nêm.

# Áp dụng 6

## Sự định xứ của các vân giao thoa nêm không khí

Ta lại sử dụng những kí hiệu của áp dụng 5. Cho một nêm không khí có cạnh là  $\Delta$  được tạo bởi hai gương tương đương, "trong suốt"  $M_1$  và  $M_2$  (ví dụ như 2 gương của giao thoa kế MICHELSON), hợp với nhau một góc  $\alpha$  được giả thiết là "nhỏ".

Các gương này được chiếu sáng bởi một nguồn rộng ở vô cực (h.43) với góc tới trung bình  $i_0$  và độ rộng góc toàn phần  $\Delta i$  (vì những lí do kĩ thuật, ta biết rằng góc tới  $i_0$  và độ rộng góc  $\Delta i$  phải nhỏ đối với giao thoa kế MICHELSON).

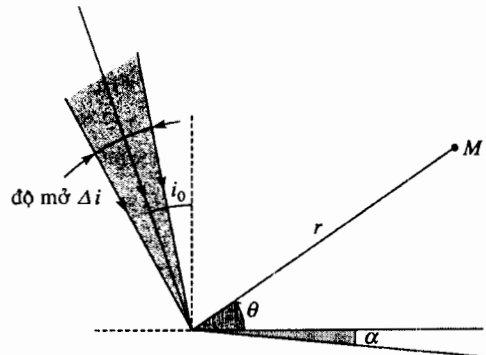
Một điểm  $M$  trong không gian được định vị bằng các tọa độ cực  $M(r, \theta)$ , gốc quy chiếu được xác định bởi cạnh của nêm không khí và mặt phẳng của gương  $M_1$ .

1) Làm thế nào để tạo ra một nguồn rộng ở vô cực?

2) Biết rằng hiệu quang lộ  $\delta(M)$  tại điểm  $M(r, \theta)$  giữa hai tia phát xuất từ một nguồn điểm  $S$  tới gương  $M_1$  dưới góc tới  $i$  là:

$$\delta(M, i) = \delta(r, \theta, i) = 2r\alpha \cos(i + \theta + \alpha),$$

chứng minh rằng  $\delta(M, i)$  sẽ ít phụ thuộc vào góc tới  $i$  ( $M$  cố định) nếu như  $M$  nằm trên một mặt đặc biệt (mặt định xứ) sẽ được xác định sau.



Hình 43. Nêm không khí được chiếu sáng bằng một nguồn rộng ở vô cực.

3) Mặt định xứ tìm được là một mặt phẳng:

- nó định hướng như thế nào đối với các mặt phẳng cường độ cực đại?
- xác định các tia tới (góc tới  $i_0$ ) giao thoa với nhau trong mặt phẳng này;
- tìm hiệu quang lộ giữa những tia này và cho kết luận.

4) Tiếp theo nêm được chiếu sáng vuông góc, nghĩa là  $i_0$  được xem bằng không. Người ta mong muốn có thể quan sát được khoảng  $p$  vân ở mỗi phía của cạnh  $\Delta$ , tổng cộng là  $2p$  vân ở lân cận của cạnh này. Hãy cho biết cỡ độ lớn của  $\Delta i$  tương ứng.

Xét trong hai trường hợp:  $2p = 30$ ;  $2p = 1000$ ; cho kết luận.

1) Để tạo ra một nguồn rộng tại vô cùng, ta chỉ cần đặt một nguồn sáng rộng tại tiêu điểm vật của một thấu kính hội tụ.

2) Hiệu quang lộ  $\delta(r, \theta)$  là một hàm của góc tới  $i$ :

$$\delta(M, i) = 2r\alpha \cos(i + \theta + \alpha).$$

Khai triển  $\delta(r, \theta, i)$  ở lân cận của  $i_0$  với  $r, \theta$  cố định và dừng lại ở bậc 2, ta được:

$$\delta(r, \theta, i) = \delta(r, \theta, i_0)$$

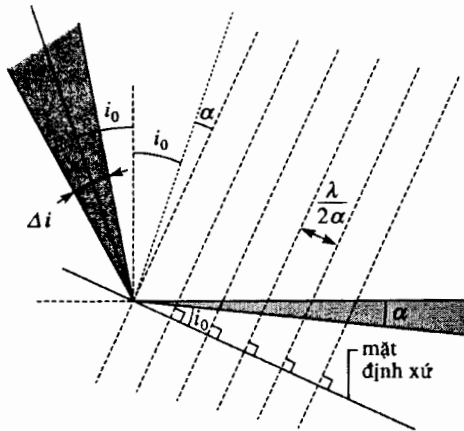
$$+ (i - i_0) \left( \frac{\partial \delta}{\partial i} \right)_{i=i_0} + \frac{(i - i_0)^2}{2} \left( \frac{\partial^2 \delta}{\partial i^2} \right)_{i=i_0},$$

từ đó suy ra:

$$\delta(r, \theta, i) = \delta(r, \theta, i_0) + (i - i_0) 2r \sin(i_0 + \theta + \alpha) - \frac{(i - i_0)^2}{2} \delta(r, \theta, i_0).$$

Muốn cho  $\delta(r, \theta, i)$  ít phụ thuộc vào  $i$  tại lân cận  $i_0$ , số hạng bậc 1 của khai triển trên phải bằng không, hay  $\theta = -(i_0 + \alpha)$ , nghĩa là tương ứng với một mặt phẳng.

3) • Mặt phẳng này vuông góc với đường phân giác của các tia phản xạ trên hai gương  $M_1$  và  $M_2$ : do đó nó gần như phản xạ với các "tia phản xạ" (h.44).



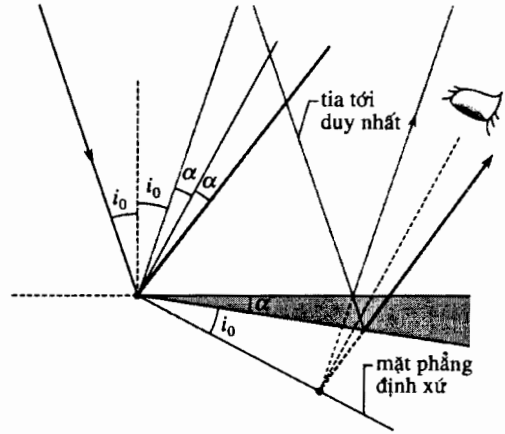
Hình 44. Các mặt phẳng độ rộng cực đại vuông góc với mặt phẳng định xứ của hệ vân.

• Hình 45 cho chúng ta thấy hai tia tới (góc tới  $i_0$ ) phát xuất từ một nguồn điểm  $S$  (đặt tại vô cực) giao thoa với nhau trong mặt phẳng này là trùng nhau: điều này là chung đối với các dụng cụ giao thoa chia biên độ khi thu hệ vân giao thoa khi có một mặt định xứ.

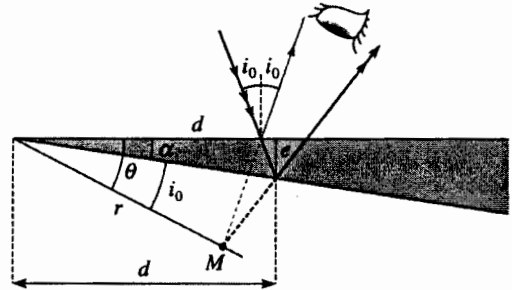
• Đối với những tia này, hiệu quang lộ bằng (h.46):

$$\delta(M, i_0) = 2r\alpha = 2d \cos(i_0)\alpha = 2d\alpha \cos(i_0),$$

hay  $\delta(M, i_0) = 2e \cos i_0$ , công thức này hoàn toàn tương ứng với kết quả đang mong đợi ( $e$  là độ dày địa phương của nêm không khí).



Hình 45. Các tia giao thoa tại mặt phẳng định xứ đều bắt nguồn từ một tia tới duy nhất.



Hình 46.  $\delta(M) = 2e \cos i$  với  $e = d\alpha$  và  $d = r \cos i_0$  ( $\alpha \ll 1$ ).

4) Trên mặt định xứ của các vân giao thoa thì

$$\left( \frac{\partial \delta}{\partial i} \right)_{i=i_0} = 0,$$

nên ta quan tâm tới ảnh hưởng của số hạng bậc 2, khi góc tới biến thiên ở lân cận của  $i_0$ :

$$\delta(r, \theta, i) = \delta(r, \theta, i_0) \left( 1 - \frac{(i - i_0)^2}{2} \right).$$

Để tìm bậc giao thoa  $p$ , ta viết biểu thức liên hệ

$$i = i_0 \text{ và } i = i_0 + \frac{\Delta i}{2} \text{ cho trạng thái giao}$$

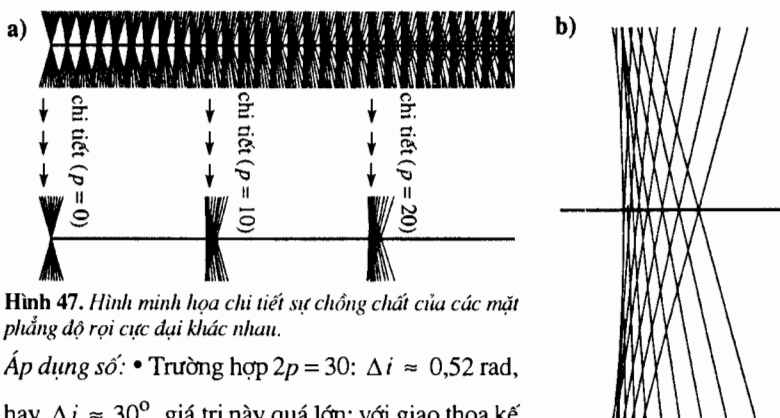
thoa triệt tiêu đối với các vân bậc  $p$ :

$$\left| \delta \left( r, \theta, i_0 + \frac{\Delta i}{2} \right) - \delta(r, \theta, i_0) \right| = \frac{\lambda}{2},$$

$$\text{từ đó suy ra } \delta(r, \theta, i_0) \frac{\left( \frac{\Delta i}{2} \right)^2}{2} = p\lambda \frac{\Delta i^2}{8} = \frac{\lambda}{2};$$

$$\text{hay } p\Delta i^2 = 4 \text{ hay } 2p\Delta i^2 = 8.$$

Kết quả này là độc lập với  $i_0$ .



**Hình 47.** Hình minh họa chi tiết sự chồng chất của các mặt phẳng độ rọi cực đại khác nhau.

**Áp dụng số:** • Trường hợp  $2p = 30$ :  $\Delta i \approx 0,52$  rad, hay  $\Delta i \approx 30^\circ$ , giá trị này quá lớn: với giao thoa kế

MICHELSON, giá trị  $30^\circ$  này gần như tương ứng với giá trị khẩu độ góc giới hạn của chùm tia hữu ích, nghĩa là ta luôn luôn thấy được các vân giao thoa ở lân cận cạnh nê.

Trên hình 47, là các mặt phẳng độ rọi cực đại khác nhau tương ứng với  $i_0 = 0$  và  $\Delta i \approx 30^\circ$ . Có thể

quan sát được đến vân thứ 15. Vân thứ 20 thì rất khó thấy.

• Trường hợp  $2p = 1000$ ,  $\Delta i \approx 0,09$  rad, hay  $\Delta i \approx 5^\circ$ , giá trị này nhỏ: để quan sát được các vân nê không khí bậc  $p \approx 500$  (bậc này tương ứng với miền đối xứng đầu tiên của vạch kép vàng Na), nguồn sáng cần phải gần như là nguồn điểm:

- hình giao thoa sẽ kém sáng hơn;
- nếu như mong muốn quan sát được những bậc giao thoa lớn thì người ta sẽ không điều chỉnh giao thoa kế MICHELSON thành nê không khí mà thành bản không khí hai mặt song song. Khi đó, độ rộng kết hợp không gian của nguồn là lớn vô cùng.

Chúng ta cần nhớ những kết quả quan trọng dưới đây được rút ra từ áp dụng này:

- Các tia giao thoa tại một điểm trên mặt định xứ là bắt nguồn từ cùng một tia tới.
- Độ dài kết hợp không gian đối với giao thoa kế MICHELSON được điều chỉnh thành nê không khí không phải là vô hạn: số vân quan sát được phụ thuộc vào khẩu độ của chùm tia.

### 3.3. Vân giao thoa đồng độ dày

#### 3.3.1. Khảo sát hình học

Ta xét cấu hình thường gặp nhất của giao thoa kế MICHELSON

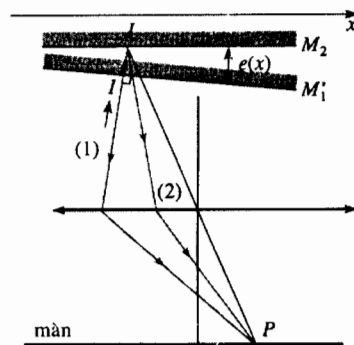
- Góc  $\epsilon$  rất nhỏ;
- Nguồn sáng nếu không ở vô cực thì cũng ở cách gương một khoảng rất lớn. Ta có thể giả sử rằng tất cả các tia sáng tới gương gần như vuông góc.
- Để có thể sử dụng một nguồn sáng rộng, ta quan sát giao thoa trên mặt định xứ gần như trùng với các gương  $M_1$  và  $M_2$ . Ta có thể xem rằng màn quan sát là mặt phẳng liên hợp với  $M_2$  qua một thấu kính. Thấu kính này có thể là thủy tinh thể của mắt người trong trường hợp quan sát trực tiếp (h.48).

Tại lân cận mặt định xứ, tức là trên  $M_2$ , hiệu đường đi  $\delta$  trong gần đúng bậc nhất là độc lập với góc tới. Vì vậy, ta có thể tính toán  $\delta$  trong trường hợp đơn giản, là các tia tới vuông góc với  $M_1$  và suy rộng kết quả cho các tia tới gần như vuông góc. Với những kí hiệu trên hình 48, ta có thể viết:

$$\delta = IJ + (JP)_2 - (IP)_1 = IJ + (JP)_2 - [(JP)_1 - IJ].$$

Thấu kính tương điểm liên hợp hai điểm  $J$  và  $P$  nên ta có  $(JP)_1 = (JP)_2$ . Với cách tính gần đúng của ta,  $\delta$  chỉ phụ thuộc vào độ dày  $e$  của nê không khí:  $\delta = 2IJ = 2e(x)$ .

Tại một điểm nằm gần ảnh của các gương và đối với các tia tới gần như vuông góc, hiệu đường đi  $\delta$  chỉ phụ thuộc vào độ dày  $e$  của nê không khí:  $\delta = 2e$ .



**Hình 48.** Tính toán hiệu đường đi tại  $P$ . Cả tia tới lẫn tia phản xạ trên  $M_1$  đều nằm trên đường thẳng  $IJ$ .

Các đường đồng cường độ sáng khi đó là những *vân giao thoa đồng độ dày*, song song với cạnh của nêm không khí. Chúng không phụ thuộc vào vị trí của nguồn.

Chú ý:

Đối với các tia gần như vuông góc, đường 2 hầu như chỉ khác với đường 1 ở một lần qua lại của nêm không khí, có độ dày  $e(x)$ . Như vậy, ta có thể tìm lại được ngay kết quả trên.

### 3.3.2. Khảo sát các vân giao thoa

Vân giao thoa bậc  $p$  được đặc trưng bởi  $\delta = p\lambda = 2e(x) = 2\epsilon x$  (h.48). Do đó:

- bậc  $p = 0$  ứng với cạnh của nêm ( $x = 0$ );
- khi  $x$  biến thiên một lần cách vân  $i$  thì  $\delta$  biến thiên một lượng  $\lambda$ . Từ đó, ta suy ra lần cách vân (trên các gương)  $i = \frac{\lambda}{2\epsilon}$ .

Để quan sát dễ dàng hình giao thoa trên các gương bằng mắt thường, lần cách vân phải ít nhất vào cỡ khoảng 1 mm, và do đó  $\epsilon$  phải nhỏ hơn  $3 \cdot 10^{-4}$  rad. Điều đó cho thấy tính hợp lý của những phép gần đúng đối với  $\epsilon$ .

### 3.3.3. Sự tịnh tiến của gương $M_1$

Vân bậc  $p$  phụ thuộc vào độ dày  $e(x)$  của nêm không khí qua biểu thức  $2e(x) = p\lambda$ . Nếu ta tịnh tiến gương  $M_1$  mà không thay đổi hướng của nó thì:

- lần cách vân giữ nguyên, không thay đổi, các vân giao thoa dịch chuyển nhưng không bị biến dạng;
- vị trí của vân có bậc cho trước chỉ phụ thuộc vào độ dày của nêm không khí và do đó chỉ phụ thuộc vào khoảng cách từ nó tới cạnh của nêm.

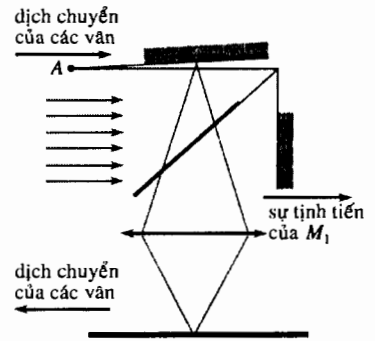
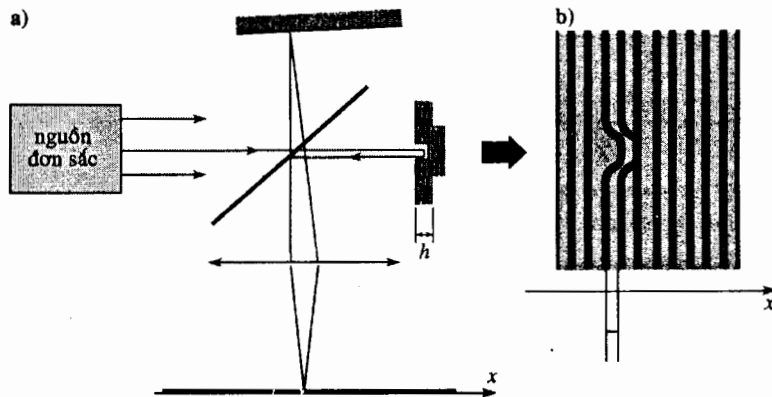
Khi tịnh tiến  $M_1$ , các vân giao thoa sẽ chạy theo chiều dịch chuyển của cạnh gương (h.49).

### 3.3.4. Các ứng dụng của vân giao thoa đồng độ dày

- Một sự biến thiên của  $\delta$  bằng  $\lambda$  làm dịch chuyển hệ vân đi một vân ( $|\Delta p| = 1$ ), và một khuyết tật bề mặt có độ cao  $h$  tương ứng với sự biến thiên cục bộ của  $\delta$  bằng  $2h$ . Như vậy, khuyết tật này sẽ làm dịch chuyển hệ vân đi một khoảng  $\frac{2h}{\lambda}$  vân (h.50).

Giả sử rằng ta có thể đo được sự dịch chuyển cỡ một phần mười vân thì sẽ phát hiện được những khuyết tật bề mặt có độ cao  $h$  lớn hơn  $\frac{\lambda}{20}$ . Chính vì lý

do này mà các gương của giao thoa kế cần phải “gia công” tốt hơn  $\frac{\lambda}{20}$  và ngược lại, độ cao giới hạn này cho biết dung sai mài nhẵn của các gương.



Hình 49. Sự chạy của các vân giao thoa.

Hình 50a. Khuyết tật bề mặt. b. Sự biến dạng của các vân giao thoa.



- Một sự biến thiên chiết suất ở lân cận một trong hai gương sẽ làm thay đổi cục bộ hiệu đường đi và cũng làm dịch chuyển các vân giao thoa. Như vậy, ta có thể nhận thấy được sự chuyển động của các luồng khí. Điều này có thể được tiến hành trong ánh sáng trắng để dễ dàng thấy được sự dịch chuyển của vân trung tâm.

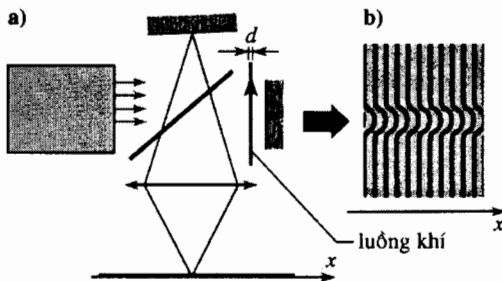
- Các vân giao thoa mà ta thấy trên các màng xà phòng và trên các lớp váng dầu mỏng cũng chính là những vân đồng độ dày.

# Áp dụng 7

## Luồng khí

Một giao thoa kế MICHELSON được chiếu sáng bằng một nguồn đơn sắc ( $\lambda = 560 \text{ nm}$ ), được điều chỉnh thành nêm không khí. Một luồng khí có đường kính  $d$  ( $d \approx 3 \text{ mm}$ ) được thổi qua trước một gương, song song với gương này và vuông góc với cạnh của nêm không khí.

Các vân giao thoa trên gương được vẽ trên hình 51.



Hình 51a. Sơ đồ thí nghiệm. b. Dạng của hình giao thoa.

Từ hình vẽ suy ra cỡ độ lớn của hiệu chiết suất giữa hơi và không khí.

Trong phần trung tâm của luồng hơi, các vân giao thoa bị dịch chuyển 1 khoảng gần bằng một vân.

Do đó, hiệu đường đi bổ sung gây ra do hơi sẽ xấp xỉ bằng  $\lambda$  :

$$\lambda \approx 2 |n_{\text{gaz}} - n_{\text{kk}}| d, \text{ suy ra}$$

$$|n_{\text{gaz}} - n_{\text{kk}}| \approx 10^{-4}$$

- Để tính toán, ta không cần phải biết các tham số điều chỉnh của giao thoa kế mà chỉ cần đo độ dịch chuyển của hệ vân.

- Để xác định dấu của  $|n_{\text{gaz}} - n_{\text{kk}}|$ , cần phải biết cạnh của nêm không khí nằm ở phía nào.

Giả sử rằng cạnh nêm nằm ở phía bên trái của hình vẽ.

Với cùng một hiệu đường đi, lộ trình theo đường 2 đi qua luồng hơi là dài hơn. Suy ra  $n_{\text{gaz}} > n_{\text{kk}}$ .

► Để luyện tập: bài tập 1,3 và 5.

## 4 Tính kết hợp không gian

Nói chung, khi muốn quan sát hiện tượng giao thoa với một nguồn không kết hợp (không phải là laser), chúng ta cần phải chịu hai đòi hỏi:

- để các vân giao thoa rõ nét, độ rộng của nguồn sáng phải nhỏ hơn một giá trị xác định được gọi là độ rộng kết hợp không gian;
- để thấy rõ các vân giao thoa, nguồn cần phải đủ sáng hay nói khác đi là phải rộng.

Khi dùng một nguồn rộng không kết hợp, ta không thể quan sát được những vân giao thoa rõ nét với hai khe YOUNG hoặc với tất cả các dụng cụ giao thoa chia mặt sóng khác. Ta cũng vừa thấy rằng với giao thoa kế MICHELSON (dụng cụ giao thoa chia biên độ) trong một số điều kiện nào đó, ta có thể thoả mãn đồng thời cả hai hạn chế về độ rõ nét và độ sáng của hệ vân giao thoa. Muốn vậy cần phải quan sát giao thoa trên một mặt được gọi là *mặt định xứ*.

Nhờ giao thoa kế MICHELSON được điều chỉnh:

- hoặc thành bản không khí hai mặt song song;
- hoặc thành nêm không khí;

Ta đã đưa ra một số kết quả về khái niệm định xứ của các vân giao thoa thu được với nguồn sáng rộng; ta sẽ tổng quát hoá những kết quả đó.

**Đối với một dụng cụ giao thoa hai sóng, hiệu đường đi tại một điểm  $P$  là đúng đối với vị trí của điểm nguồn  $S$  nếu như hai tia ló bắt nhau tại  $P$  bắt nguồn từ cùng một tia tới phát ra từ  $S$ .**

- “Đùng” có nghĩa là đối với hai điểm nguồn  $S$  và  $S'$  cách nhau một khoảng  $d$ , các hiệu đường đi  $\delta$  và  $\delta'$  trong gần đúng bậc nhất của  $d$  là bằng nhau.
- Nếu hiệu đường đi gần như nhau đối với tất cả các điểm của nguồn thì các hệ vân sẽ trùng khít lên nhau và các vân sẽ không bị nhòe.
- Tập hợp các điểm  $P$  - giao điểm của hai tia ló bắt nguồn từ cùng một tia tới cho trước - sẽ xác định một mặt trong không gian (mặt định xứ).

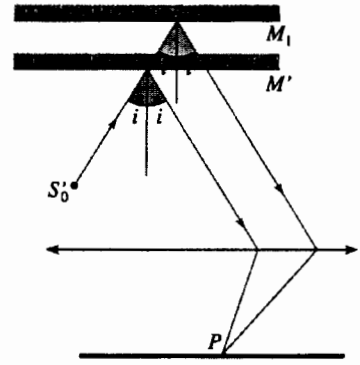
Các điều kiện như vậy chỉ được thoả mãn đối với các dụng cụ giao thoa chia biên độ. Từ đó ta thấy được lợi ích của các dụng cụ giao thoa này.

**Trên thực tế:**

- Một mặt định xứ chỉ tồn tại đối với các dụng cụ giao thoa chia biên độ;
- Nó được xác định bởi tập hợp các giao điểm của hai tia ló bắt nguồn từ cùng một tia tới phát ra tại một điểm "trung tâm" của nguồn.

**Cần nhớ rằng độ dài kết hợp không gian là:**

- hữu hạn đối với giao thoa kế MICHELSON được điều chỉnh thành nêm không khí;
- vô hạn đối với giao thoa kế MICHELSON được điều chỉnh thành bản không khí. Điều đó cho thấy ích lợi của giao thoa kế MICHELSON trong nghiên cứu phổ của các nguồn sáng (*h.52*).



**Hình 52.** Bản không khí hai mặt song song. Hai tia ló bắt nguồn từ một tia tới cắt nhau tại vô cực.

# ĐIỀU CẦN GHI NHỚ

## ■ DỤNG CỤ GIAO THOA CHIA BIÊN ĐỘ

### • *Mô tả dụng cụ*

Một giao thoa kế MICHELSON gồm hai gương ( $M_1$  đối diện với lối vào của dụng cụ và  $M_2$  gần như vuông góc với  $M_1$ ) và một bản bán mạ được gọi là *bản chia sáng* hợp với các gương một góc gần bằng  $\frac{\pi}{4}$ .

Một chùm sáng đi vào giao thoa kế được chia thành 2 chùm tia truyền theo những đường khác nhau trước khi đi ra khỏi dụng cụ. Vì vậy, có thể quan sát được giao thoa do chia biên độ.

### • *Các quang lộ*

• Sóng phát xuất từ một nguồn điểm  $S$  và ra khỏi giao thoa kế sau khi đã truyền theo đường 1 đồng nhất với một sóng phát xuất từ một nguồn ảo đặt tại  $S_1$ . Nguồn thứ cấp này được suy ra từ  $S$  bằng hai phép đối xứng, đối xứng qua mặt phẳng gương  $M_1$ , sau đó là đối xứng qua mặt phẳng của bản chia sáng.

• Tương tự sóng phát xuất từ  $S$  và ra khỏi giao thoa kế sau khi đã truyền theo đường 2 đồng nhất với sóng phát xuất từ một nguồn ảo đặt tại  $S_2$ . Nguồn thứ cấp này được suy ra từ  $S$  bằng hai phép đối xứng, đối xứng qua mặt phẳng bản chia sáng và sau đó là đối xứng qua mặt phẳng gương  $M_2$ .

Các quang lộ giữa nguồn sáng và một điểm  $P$  qua hai đường 1 và 2 sẽ là như sau:

$$(SP)_1 = (S_1P) \text{ và } (SP)_2 = (S_2P).$$

### • *Hai "trạng thái"*

Giao thoa kế MICHELSON tương đương với một bản không khí nằm giữa hai mặt phản xạ  $M_2$  và  $M_1'$  đối xứng với  $M_1$  qua bản chia sáng.

• Nếu  $M_2$  và  $M_1'$  song song với nhau thì bản tạo ra được gọi là *bản hai mặt song song*. Khi đó, hệ là bất biến đối với phép quay quanh một trục bất kì, vuông góc với  $M_2$  (và do đó vuông góc với  $M_1'$ ). Người ta còn nói rằng giao thoa kế được điều chỉnh thành "bản không khí".

• Nếu  $M_2$  và  $M_1'$  không song song với nhau thì bản được gọi là *nêm không khí*. Đường thẳng giao tuyến của hai mặt phẳng  $M_2$  và  $M_1'$  được gọi là *cạnh của nêm*. Người ta còn nói rằng giao thoa kế được điều chỉnh thành "nêm không khí".

## ■ GIAO THOA KẾ ĐƯỢC ĐIỀU CHỈNH THÀNH BẢN KHÔNG KHÍ HAI MẶT SONG SONG

• Nguồn sáng có thể rộng một cách tùy ý với điều kiện là phải quan sát các vân giao thoa (vân tròn hoặc vân đồng độ nghiêng) tại vô cực: trong những điều kiện đó, độ dài kết hợp không gian lớn vô cùng.

• Thông thường nguồn sáng được đặt ở khoảng cách hữu hạn.

• Các vân giao thoa sẽ càng sát nhau nếu như khoảng cách giữa  $M_1'$  và  $M_2$  càng lớn. Khi khoảng cách này bằng không, màn quan sát được chiếu sáng đều. Vị trí này được gọi là vị trí *màu nền* hoặc *tiếp xúc quang học*.

## ■ GIAO THOA KẾ ĐIỀU CHỈNH THÀNH NÊM KHÔNG KHÍ

- Trong giao thoa kế được điều chỉnh thành nêm không khí dùng với một nguồn đơn sắc rộng và ở xa, các vân giao thoa định xứ ở gần các gương hoặc các ảnh của chúng.
- Tại một điểm nằm gần ảnh của các gương và đối với các tia tới gần như vuông góc, hiệu đường đi  $\delta$  chỉ phụ thuộc vào độ dày  $e$  của nêm không khí:  $\delta = 2e$ .

Các đường đồng cường độ khi đó là những *vân giao thoa đồng độ dày* song song với cạnh của nêm không khí. Chúng không phụ thuộc vào vị trí của nguồn sáng.

## ■ TÍNH KẾT HỢP KHÔNG GIAN

- Khi chiếu sáng dụng cụ giao thoa bằng một nguồn điểm, các vân giao thoa tồn tại trong toàn bộ miền giao thoa. Theo định nghĩa, người ta nói rằng chúng là những vân không định xứ.

Nếu nguồn sáng là rộng, người ta phân biệt hai trường hợp:

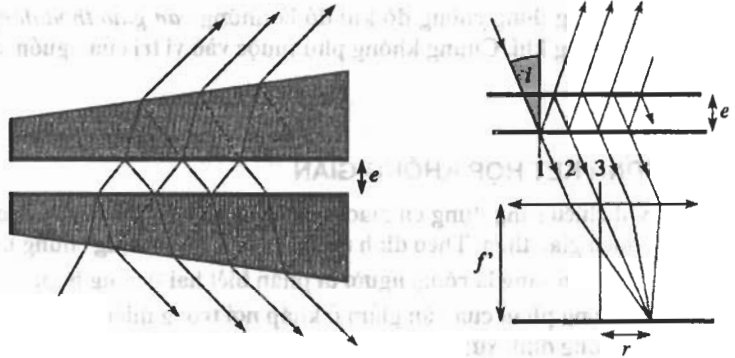
- độ tương phản của vân giảm ở khắp nơi trong miền giao thoa: các vân giao thoa vẫn là những vân không định xứ;
  - độ tương phản giảm ở khắp nơi trong miền giao thoa nhưng giảm rất ít ở trên một mặt đặc biệt, mặt này phụ thuộc vào dụng cụ giao thoa và vào vị trí của nguồn đối với dụng cụ đó: các vân giao thoa nằm trên *mặt định xứ* này.
- Trên thực tế:
- một mặt định xứ chỉ tồn tại đối với các dụng cụ giao thoa chia biên độ;
  - nó được xác định bởi tập hợp các giao điểm của hai tia ló bắt nguồn từ cùng một tia tới phát ra tại một điểm "trung tâm" của nguồn.
- Cần nhớ rằng độ dài kết hợp không gian là:
- hữu hạn đối với giao thoa kế MICHELSON được điều chỉnh thành nêm không khí;
  - vô hạn đối với giao thoa kế MICHELSON được điều chỉnh thành bản không khí. Điều đó cho thấy ích lợi của giao thoa kế MICHELSON trong nghiên cứu phổ của các nguồn sáng.

# BÀI TẬP GIẢI SẴN

## GIAO THOA KẾ PEROT - FABRY

### BÀI TẬP

Giao thoa kế nhiều chùm tia PEROT - FABRY gồm hai bản thủy tinh có các mặt đối diện song song với nhau và được xử lí để gia tăng hệ số phản xạ. Các bản này có dạng nêm để các sóng kí sinh phản xạ trên hai mặt ngoài của bản những phương khác nhau và không làm ảnh hưởng đến hình giao thoa định xứ tại vô cực khi chiếu sáng giao thoa kế này bằng một nguồn rộng.



Ta thừa nhận rằng có thể lí luận trên sơ đồ lí tưởng ở bên phải mà không cần để ý đến độ dày của các bản.

Hệ số phản xạ về biên độ trên các mặt đã xử lí là  $r$  (giả sử là số thực) và ta đặt  $R = r^2$ .

Người ta tiến hành quan sát trong ánh sáng truyền qua và ở vô cực nghĩa là tại tiêu diện ảnh của một thấu kính hội tụ.

1)  $R$  xấp xỉ bằng 1. Chứng minh rằng cần phải tính đến tất cả những tia sáng truyền qua.

Dụng cụ được chiếu sáng bởi một sóng phẳng đơn sắc có bước sóng  $\lambda$  với góc tới  $i$ .

Chứng minh rằng cường độ nhận được trong ánh sáng truyền qua là:

$$I = I_M \frac{1}{1 + m \sin^2 \frac{\Phi}{2}}$$

Xác định  $m$  và  $\Phi$  theo  $R$ ,  $e$ ,  $i$  và  $\lambda$ .

Giả sử bậc giao thoa là  $p = \frac{\Phi}{2\pi}$ . Đặc tính các giá trị  $p$  tương ứng với  $I = I_M$  là gì?

2) Người ta chiếu sáng giao thoa kế bằng một nguồn điểm đặt ở khoảng cách hữu hạn và quan sát giao thoa tại vô cực. Chứng minh rằng các vân giao thoa là những vân tròn.

Giả sử  $p_0$  là bậc giao thoa tại tâm của hệ vân. Chứng minh rằng các vân tròn ứng với bậc  $p_0 + k$  (với  $k$  nguyên) có bán kính tỉ lệ với  $\sqrt{k}$  (với  $i$  nhỏ).

3) Liệu người ta có dùng một nguồn sáng rộng được không?

4) Vẽ đồ thị  $I(\Phi)$ , và đồ thị  $I(\rho)$  với  $\rho$  là vị trí trên màn quan sát tại tiêu diện ảnh của một thấu kính có tiêu cự  $f'$ . Người ta lấy  $R = 0,5$  sau đó lần lượt là  $0,8$  và  $0,99$ .

5) Biểu diễn độ tương phản  $\Gamma$  theo  $R$ .

6) Xác định độ rộng nửa chiều cao  $\Delta\Phi$  của đường cong  $I(\Phi)$  ở lân cận một cực đại và độ rộng  $\Delta\rho$  tương ứng của đường cong  $I(\rho)$ . Chỉ xét trường hợp  $R$  xấp xỉ 1.

Nhận xét kết quả thu được.

7) Nguồn sáng phát hai bước sóng rất gần nhau (trường hợp vạch kép Na) là  $\lambda$  và  $\lambda + \delta\lambda$ . Chứng cho cực đại cường độ cùng bậc giao thoa ứng với hai giá trị rất gần nhau  $\rho$  và  $\rho + \delta\rho$ .

Xác định  $\delta\rho$  theo  $f'$ ,  $p$ ,  $e$ ,  $\rho$  và  $\delta\lambda$ .

Với điều kiện nào thì hai vạch này là phân biệt được? Chứng minh rằng điều kiện đó dẫn đến công thức  $\frac{\lambda}{\delta\lambda} < \mathcal{R}$ ,

với  $\mathcal{R}$  năng suất phân giải được tính theo  $R$ ,  $p$ .

Áp dụng: hai vạch Na (cách nhau 0,6 nm ; 589,0 nm và 589,6 nm). Liệu có phân li được không nếu:

a)  $R = 0,5$  và  $e = 0,05$  mm?

b)  $R = 0,9$  và  $e = 0,05$  mm?

c)  $R = 0,5$  và  $e = 0,1$  mm?

## HƯỚNG DẪN

Các sóng truyền qua liên tiếp là kết hợp hay không kết hợp?

Cần phải lấy tổng các cường độ hay các biên độ phức của chúng?

Cần phải phân tích xem để các sóng phản xạ lần lượt được suy ra như thế nào. Đối với các biên độ, mỗi liên hệ này cần phải tính đến:

- tỉ số của các biên độ và do đó số lần phản xạ;

- độ lệch pha tại một điểm và do đó hiệu đường đi bổ sung. Những tính toán này đã có ở trong giáo trình.

Số sóng kết hợp giao thoa với nhau bị hạn chế bởi kích thước dụng cụ và bởi độ dài của các đoàn sóng. Tuy nhiên, biểu thức nhận được sẽ đơn giản hơn nếu giả sử rằng số sóng kết hợp là vô hạn.

Có thể thấy ngay các cực trị của mẫu số của  $I(\Phi)$  (các hàm hình sin). Sẽ là vụng về nếu như có ý định tìm cực trị bằng cách lấy đạo hàm!

Có thể sử dụng một phần lớn những lí luận đối với giao thoa hai sóng trong trường hợp vân đồng độ nghiêng. Thật vậy, trong cả hai trường hợp, cường độ đều là một hàm của góc tới  $i$ .

## LỜI GIẢI

1) • Sóng phản xạ thứ  $k + 1$  bị phản xạ thêm hai lần so với sóng thứ  $k$ . Do đó, tỉ số biên độ của chúng là  $r^2 = R$ .

Các sóng phản xạ (kết hợp) giữa các bản thủy tinh sẽ có biên độ giảm theo cấp số nhân với công bội  $R$ . Sự giảm biên độ sẽ chậm nếu như  $R$  xấp xỉ bằng 1.

- Ta tính hiệu pha  $\varphi$  của hai sóng phản xạ liên tiếp tại cùng một mặt phẳng sóng:

$$\varphi = \frac{2\pi\delta}{\lambda} \text{ với } \delta = 2AB + CK - AH.$$

Cách tính giống như đối với độ lệch pha gây ra do một bản không khí hai mặt song song:

$$\delta = 2e \cos i \text{ và } \varphi = \frac{4\pi e \cos i}{\lambda}.$$

Đối với các biên độ phức tại cùng một mặt phẳng sóng, ta có:

$$\underline{\varepsilon}_{k+1} = R \exp(i\varphi) \underline{\varepsilon}_k.$$

Biên độ phức có được do sự chồng chất các sóng phản xạ (về lí thuyết là vô số) là:

$$\underline{\varepsilon} = \underline{\varepsilon}_1 \left[ 1 + R \exp(i\varphi) + (R \exp(i\varphi))^2 + (R \exp(i\varphi))^3 + \dots \right].$$

Ta nhận thấy đây là một chuỗi cấp số nhân có tổng là:

$$\underline{\varepsilon} = \underline{\varepsilon}_1 \frac{1}{1 - R \exp(i\varphi)}.$$

- Cường độ được tính như sau:

$$I = \underline{\varepsilon} \underline{\varepsilon}^* = \underline{\varepsilon}_1 \underline{\varepsilon}_1^* \frac{1}{1 - R^2 + 2R \cos \varphi} = I_M \frac{1}{1 + m \sin^2 \frac{\Phi}{2}},$$

với  $m = \frac{4R}{(1 - R)^2}$  và  $\Phi = \varphi = \frac{4\pi e \cos i}{\lambda}$ .

Khi  $I$  là cực đại ( $I_M$ ),  $\frac{\Phi}{2}$  phải là một bội số của  $\pi$  và do đó với  $p$  là một số nguyên.

2) Cường độ chỉ phụ thuộc vào góc nghiêng  $i$ . Ứng với mỗi giá trị của  $i$ , ta có một vân giao thoa tròn ở vô cực. Giả sử  $p_0 = \frac{2e}{\lambda}$  là bậc giao thoa tại tâm của hệ vân.

Vân giao thoa thứ  $k$  có cùng cường độ với vân trung tâm sẽ có bậc  $p = p_0 - k$  (thật vậy, bậc giao thoa giảm dần khi ra xa tâm của hệ vân) và vì vậy:

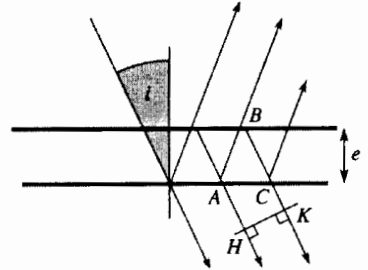
$$2e \approx 2e \cos i + k\lambda.$$

Với những góc  $i$  nhỏ,  $\cos i = 1 - \frac{i^2}{2}$  và ta suy ra:

$$i = \sqrt{k} \sqrt{\frac{\lambda}{e}}.$$

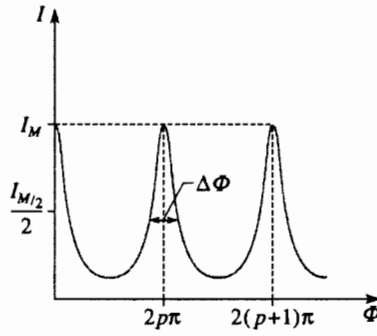
3) Cường độ tại một điểm ở vô cực không phụ thuộc vào vị trí của nguồn. Các hệ vân tròn gây ra do những điểm khác nhau của nguồn sáng rộng không kết hợp sẽ trùng khít lên nhau mà không làm nhòe nhau.

Các vân giao thoa định xứ ở vô cực và về lí thuyết nguồn sáng có thể rộng tùy ý. Độ dài kết hợp không gian của giao thoa kế này là lớn vô cùng.

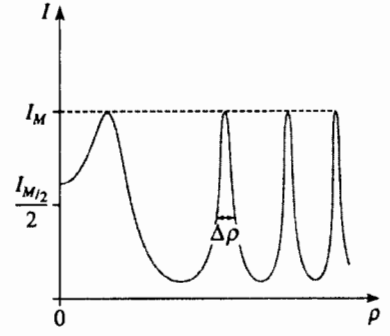


Lưu ý rằng hàm  $I(\Phi)$  là hàm tuần hoàn trong khi đó  $I(\rho)$  thì không phải như vậy. Nguyên nhân là vì tính phi tuyến của biểu thức liên hệ giữa  $\Phi$  và  $\rho$ .

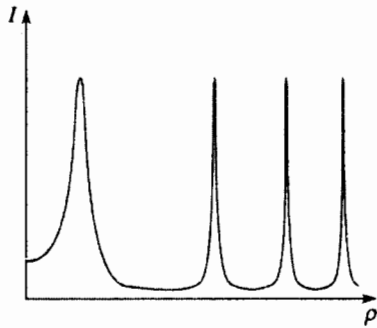
4) Các đỉnh sẽ thu hẹp hơn khi  $R$  dần tới 1.



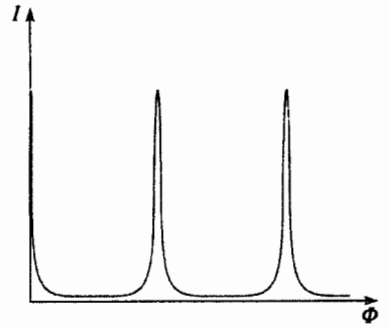
$I(\Phi)$  với  $R = 0,5$



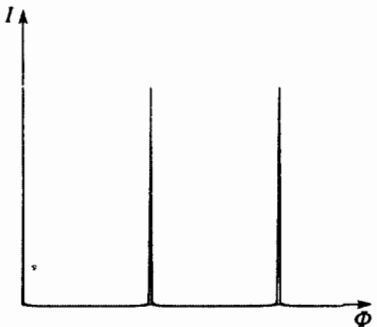
$I(\rho)$  với  $R = 0,5$ .



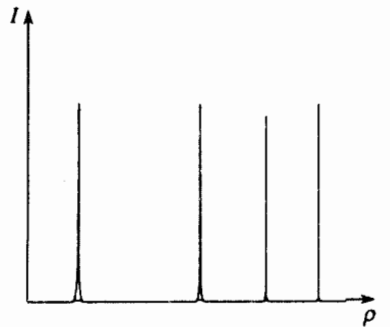
$I(\Phi)$  với  $R = 0,8$



$I(\rho)$  với  $R = 0,8$ .



$I(\Phi)$  với  $R = 0,99$



$I(\rho)$  với  $R = 0,99$ .

$$5) \Gamma = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

Trong trường hợp đang xét,  $I_{\max} = I_M$  và  $I_{\min} = \frac{I_M}{1+m}$ , suy ra

$$\Gamma = \frac{m}{m+2} = \frac{2R}{1+R^2}$$

6) •  $I = I_M$  ứng với  $\Phi = 2p\pi$  (với  $p$  nguyên).

•  $I = \frac{I_M}{2}$  khi  $m \sin^2 \frac{\Phi}{2} = 1$  và ứng với  $\Phi = 2p\pi + \frac{1}{2}\Delta\Phi$ .

Theo những đường cong của 4), ta có thể nói gì về  $\Delta\Phi$  nếu  $R$  xấp xỉ bằng 1?

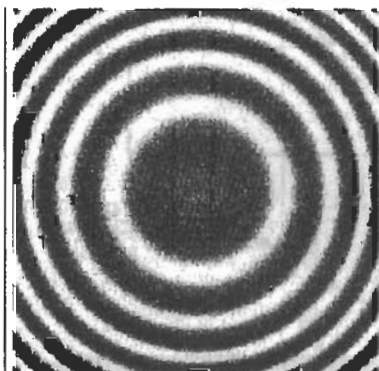
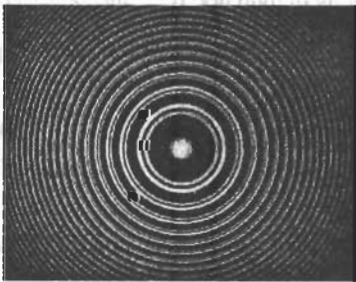
Nếu  $\Phi_0$  là giá trị của  $\Phi$  tương ứng với một cực đại thì  $\Phi_0$  sẽ thuộc về tập hợp những giá trị nào?

Tại vị trí nửa chiều cao, nghĩa là khi:

$$I = \frac{I_M}{2} \text{ và } \Phi = \Phi_0 + \frac{\Delta\Phi}{2}.$$

- Biểu thức của  $\sin\Phi$  (phụ thuộc vào  $m$ ) là gì?
- Làm thế nào để có thể biểu diễn  $\sin\Phi$  một cách đơn giản theo  $\Delta\Phi$  nếu  $\Delta\Phi$  là nhỏ?

Ta được hai hệ vân tròn, sáng, mảnh, (độ rộng  $\Delta\rho$  của chúng sẽ càng nhỏ nếu như  $R$  càng lớn), và bị dịch chuyển với nhau một khoảng  $\delta\rho$ . Tùy theo giá trị của  $\delta\rho$  và  $\Delta\rho$ , mà các vân sáng tương ứng với hai bước sóng sẽ chồng chất lên nhau, không thể phân biệt được hoặc bị phân cách bởi một vân tròn tối hơn.



$R = 0,5$  và  $e = 0,05$  mm.

Nếu  $R$  lớn (khi đó  $m$  cũng lớn) thì  $\Delta\Phi \ll 1$  và  $\left| \sin \frac{\Phi}{2} \right| = \frac{\Delta\Phi}{4}$ .

$$m \left( \frac{\Delta\Phi}{4} \right)^2 = 1, \text{ suy ra } \Delta\Phi = \frac{2(1-R)}{\sqrt{R}}.$$

• Đồng nhất  $\Delta\Phi$ ,  $\Delta i$  và  $\Delta\rho$  với các vi phân tương ứng, ta được:

$$\Delta\Phi = \frac{2(1-R)}{\sqrt{R}} = \frac{4\pi e}{\lambda} \sin i \Delta i \text{ với } \Delta\rho = f' \Delta i \text{ và } \sin i \approx i.$$

$$2e \cos i = p\lambda, \text{ từ đó suy ra kết quả } \Delta\rho = \frac{1-R}{2\pi\sqrt{R}} \frac{f'^2 \lambda}{e\rho}.$$

Các vân giao thoa tròn sẽ càng mảnh khi  $R$  càng gần bằng 1,  $e$  càng lớn,  $p$  càng nhỏ (tức là bán kính của vân giao thoa càng lớn) và  $\lambda$  càng nhỏ.

7) Các bước sóng  $\lambda$  và  $\lambda + \delta\lambda$  cho cực đại bậc  $p$  ứng với các góc là  $i$  và  $i + \delta i$ .

Với  $p$  cho trước, ta tìm hệ thức giữa  $\delta i$  và  $\delta\lambda$  bằng cách đồng nhất chúng với các vi phân tương ứng.

$2e \cos i = p\lambda$ , suy ra  $2e \sin i \delta i = p \delta\lambda$ , hay:

$$\delta i \approx \frac{p}{2e i} \delta\lambda \text{ và } \delta\rho = f'^2 \frac{p}{2e\rho} \delta\lambda.$$

Ta có thể xem hai đỉnh của hàm  $I(\rho)$  ứng với hai bước sóng trên là phân biệt được nếu như khoảng cách  $\delta\rho$  giữa chúng lớn hơn độ rộng nửa chiều cao  $\Delta\rho$ . Tại giới hạn phân li, ta có:

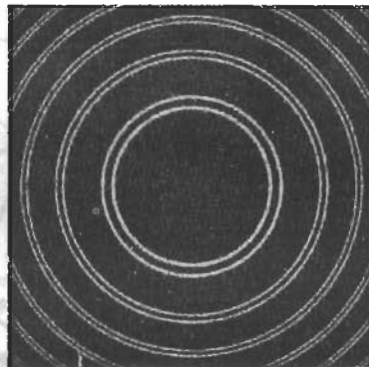
$$\frac{1-R}{2\pi\sqrt{R}} \frac{f'^2 \lambda}{e\rho} < f'^2 \frac{p}{2e\rho} \delta\lambda, \text{ suy ra } \mathcal{R} = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = p \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R}.$$

Nhưng  $\cos i \approx 1$  nên  $p \approx \frac{2e}{\lambda}$ , suy ra  $\mathcal{R} = \frac{2\pi\sqrt{R}e}{(1-R)\lambda}$ .

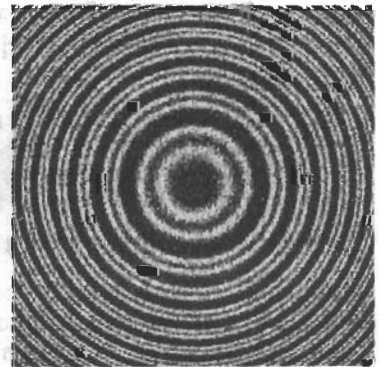
Hai vạch này sẽ được phân li nếu như  $\mathcal{R} > 1000$ .

- Trường hợp 1:  $\mathcal{R} \approx 750$ . Các vạch được phân li rất kém (người ta gần như chỉ thấy một hệ vân tròn).
- Trường hợp 2:  $\mathcal{R} \approx 5000$ . Các vạch được phân li.
- Trường hợp 3:  $\mathcal{R} \approx 1500$ . Các vạch được phân li (nhưng kém rõ nét).

Những hình mô phỏng dưới đây khẳng định kết quả phân tích trên. Hình bên trái là ảnh chụp hệ vân giao thoa của thí nghiệm này.



$R = 0,9$  và  $e = 0,05$  mm.



$R = 0,5$  và  $e = 0,1$  mm.



# BÀI TẬP

## ÁP DỤNG TRỰC TIẾP BÀI GIẢNG

### 1 Đo chiết suất của không khí

Một giao thoa kế MICHELSON được điều chỉnh để quan sát các vân giao thoa thẳng với một nguồn đơn sắc có bước sóng  $\lambda = 589 \text{ nm}$ . Trên một trong hai đường truyền, chùm tia đi qua một cuvet có độ dài (bên trong) là  $d = 10 \text{ cm}$ .

Một đầu thu đo cường độ sáng tại vị trí ứng với một điểm cố định của trường giao thoa. Ban đầu, trong cuvet là chân không và đầu thu được đặt ở một cực đại cường độ sáng.

Người ta từ từ cho không khí vào cuvet cho đến khi áp suất trong đó bằng áp suất khí quyển. 10 vân tối và 9 vân sáng lần lượt chạy qua đầu thu và số chỉ cuối cùng của đầu thu bằng một nửa cường độ cực đại.

- 1) Phải đặt đầu thu như thế nào nếu nguồn là rộng?
- 2) Xác định chiết suất của không khí ở trạng thái sau cùng.

### 2 Ghi giao thoa đồ

1) Người ta muốn quan sát các vân tròn giao thoa với giao thoa kế MICHELSON được chiếu sáng bởi một nguồn đơn sắc rộng. Cần phải điều chỉnh giao thoa kế như thế nào và phải đặt màn quan sát ở đâu?

2) Thấu kính được đặt ở lối ra của giao thoa kế có tiêu cự là  $f'$ . Tại tâm của hệ vân người ta đặt một đầu thu cho tín hiệu điện lối ra  $u$  tỉ lệ với quang thông qua một hình tròn bán kính  $a$ . Xuất phát từ vị trí tiếp xúc quang học, gương di động được tịnh tiến một khoảng  $x$  biến đổi.

- a) Xác định hàm  $u(x)$  khi xem đầu thu như một điểm.
- b) Một cách định tính, chứng minh rằng nếu  $a$  không quá nhỏ thì  $u(x)$  sẽ tiến tới một giá trị không đổi khi  $x$  lớn. Đánh giá cỡ độ lớn của giá trị  $x_1$  sao cho khi  $s(x)$  gần như không đổi.

Cho:  $\lambda = 0,5 \mu\text{m}$ ,  $f' = 20 \text{ cm}$ ,  $a = 1 \text{ mm}$ .

Nhận xét kết quả thu được.

### 3 Khuyết tật của một gương phẳng

Một giao thoa kế MICHELSON được điều chỉnh thành bản không khí hai mặt song song. Người ta dịch chuyển gương di động cho đến khi thu được màu nền. Không điều chỉnh gì nữa, người làm thí nghiệm chiếu vào giao thoa kế một chùm sáng đơn sắc, gần như song

song và chiếu ảnh của các gương lên một màn ảnh (người đó cũng có thể nhìn trực tiếp vào các gương của giao thoa kế).

1) Người đó sẽ quan sát được gì nếu như các gương hoàn toàn là phẳng.

2) Thực ra, người đó quan sát được một vân sáng ở tâm, một vân tối tròn ở vị trí  $\frac{2}{3}$  của bán kính và một vân tối tròn nữa ở vị trí một phần tư của bán kính. Giả sử rằng một trong hai gương là lí tưởng. Gương kia có khuyết tật gì?

### 4 Đo độ dày của một bản hai mặt song song

Người ta tưởng tượng đo độ dày  $e$  của một bản thủy tinh chiết suất  $n$ , có hai mặt phẳng song song với nhau bằng phương pháp như sau.

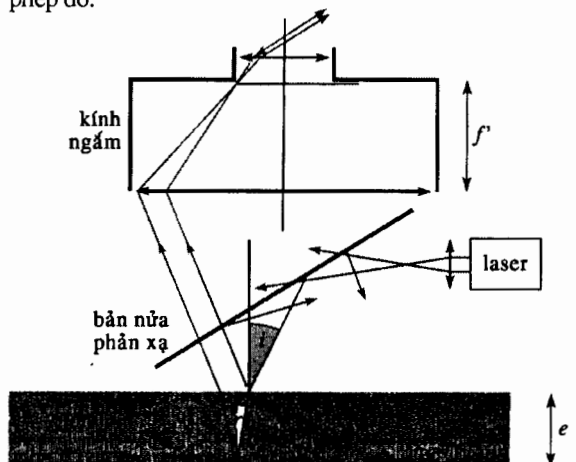
Bản thủy tinh được chiếu sáng bằng một chùm tia phân kì phát xuất từ một laser. Người ta nghiên cứu các vân giao thoa tròn trong ánh sáng phản xạ qua một kính ngắm được điều chỉnh ở vô cực.

Vật kính của kính ngắm có tiêu cự  $f' = 150 \text{ mm}$  nó có một dây chữ thập được khắc tới một phần mười mm tại tiêu diện ảnh của nó.

- 1) Biểu diễn hiệu đường đi hình học  $\delta_{geo}$  theo  $e$ ,  $r$  và  $n$ .
- 2) Bước sóng laser là  $\lambda_1 = 633 \text{ nm}$ , chiết suất tương ứng của thủy tinh là  $n_1 = 1,500$ .

Người ta quan sát được hai vân tối có các bán kính đo được trên tiêu diện của kính ngắm lần lượt là  $\rho_1 = 2,0 \text{ mm}$  và  $\rho_2 = 4,0 \text{ mm}$ .

Xác định độ dày  $e$  và sau đó đánh giá độ chính xác của phép đo.



## 5 Giao thoa do phản xạ trên các mặt của một lăng kính

Người ta chiếu vào lăng kính  $ABC$  làm bằng thủy tinh chiết suất  $n$  một sóng phẳng đơn sắc, bước sóng  $\lambda$  và quan sát hệ vân giao thoa gây ra do phản xạ trên các mặt  $AB$  và  $AC$ . Mặt phẳng của hình vẽ là mặt phẳng tới.

1) Tại sao người ta quan sát được các vân trong ánh sáng phản xạ chứ không phải trong ánh sáng truyền xạ?

2) Đặt  $x = AM$ . Hãy tính hiệu đường đi  $\delta$  tại một điểm  $M$  trên mặt  $AB$  theo  $x$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  và  $n$ . Tìm biểu thức đơn giản hoá của hiệu đường đi khi  $\beta$  nhỏ.

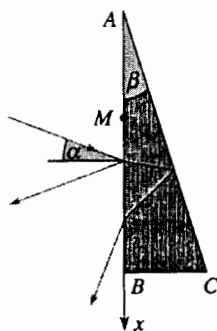
3) Tính dân cách vân trên mặt  $AB$ , biết rằng:

$$\alpha = 0, \beta = 3 \text{ phút}; \lambda = 500 \text{ nm và } n = 1,50.$$

4) Người ta mở rộng dần nguồn sáng trong khí vẫn giữ nguyên các điều kiện của thí nghiệm như trước.

Kích thước góc của nguồn có thể có dung sai là bao nhiêu, nếu như giá trị cực đại của  $x$  là 50 mm? Người ta coi rằng độ tương phản của hệ vân vẫn còn chấp nhận được nếu như biến thiên của  $\delta$  tại một điểm nhỏ hơn  $\frac{\lambda}{4}$ .

Hãy vẽ mặt định xứ của các vân giao thoa.



Người ta tìm cách quan sát hiện tượng giao thoa giữa sóng phản xạ (1) trên lưỡng chất cầu và sóng phản xạ (2) trên mặt bản thủy tinh.

Trong mỗi lần phản xạ, cường độ phản xạ vào khoảng 5% cường độ ánh sáng tới. Trên sơ đồ không vẽ nguồn sáng và kính ngắm để quan sát hệ vân giao thoa.

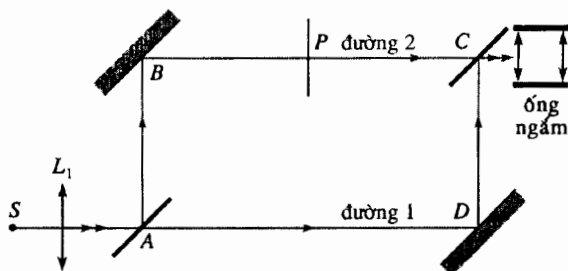
1) Trên thực tế, tại sao người ta có thể không để ý đến những sóng phản xạ tại các lưỡng chất khác?

2) Cần phải điều chỉnh kính ngắm vào mặt phẳng nào để có thể quan sát được vân giao thoa?

3) Mô tả sơ đồ mặt cắt của hệ vân giao thoa trong mặt phẳng đó.

## 7\* Giao thoa kế MACH

Giao thoa kế MACH được vẽ trên hình dưới đây.



1) Cường độ của nguồn là  $I_0$ , cường độ của hai sóng giao thoa là bao nhiêu?

2) Nguồn đơn sắc ( $\lambda$ ) được đặt ở tiêu điểm của thấu kính  $L_1$ , dụng cụ được điều chỉnh như ở hình trên. Một kính ngắm đặt ở lối ra của dụng cụ cho phép quan sát ảnh của mặt phẳng  $P$ . Người ta quan sát thấy được gì?

3) Trên mặt phẳng  $P$ , người ta đặt một bản hai mặt song song nhỏ, hình vuông, có chiết suất  $n$ , và độ dày  $e$ . Người ta thấy gì ở trên màn? Tính độ tương phản được định nghĩa như sau:

$$\Gamma = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max}}$$

4) Để phát hiện được các biến thiên rất nhỏ về pha, nên điều chỉnh cho nền đen. Tại sao?

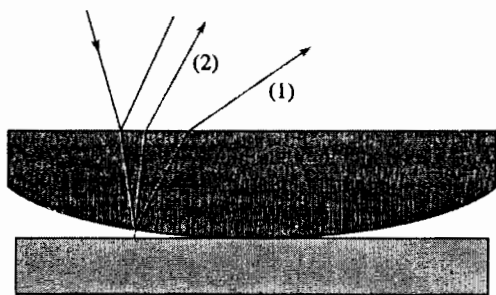
Bản bán mạ  $C$  có thể được tịnh tiến theo  $CD$ . Cần phải tịnh tiến bản này đi bao nhiêu để màn tối đen khi không có bản thủy tinh?

5) Người ta lấy bản thủy tinh ra và quay gương  $D$  đi một góc nhỏ  $\alpha$ . Mô tả hệ vân giao thoa có được. Xác định  $\alpha$  nếu dân cách vân là 0,25 mm với  $\lambda = 0,5 \mu\text{m}$ . Điều gì sẽ xảy ra nếu ta lại đưa bản hai mặt song song vào hệ một lần nữa?

## VẬN DỤNG VỐN KIẾN THỨC

### 6\* Vân NEWTON

Một thấu kính có bán kính chính khúc  $R$  được đặt trên một bản thủy tinh phẳng. Toàn bộ hệ được chiếu sáng gần như vuông góc bằng ánh sáng đơn sắc.



6) Giải thích tại sao chỉ có thể xác định được vân trung tâm ( $p = 0$ ) trong ánh sáng trắng. Kính ngắm được lắp thêm một thị kính trục vi. Trong ánh sáng trắng, do có bản thủy tinh, vân trung tâm bị dịch chuyển đi 89 độ chia. Trong ánh sáng đơn sắc ( $0,5\mu\text{m}$ ), dân cách vân đo được là 5 độ chia. Từ đó hãy suy ra độ dày của bản có chiết suất là  $n = 1,5$ .

### 8\*\* Giao thoa kế SAGNAC

Giao thoa kế này gồm có một bản bán mạ  $S_p$  và hai gương phẳng  $M_1$  và  $M_2$ .

Hai gương được đặt nghiêng khoảng  $22,5^\circ$  so với các trục. Người ta biết cách điều chỉnh các gương chính xác sao cho để cho góc giữa chúng đúng bằng  $45^\circ$ .

1) Dụng cụ này phân chia mặt sóng hay phân chia biên độ?

Từ đó ta có thể kết luận được gì về việc sử dụng nguồn sáng rộng.

2) Có cần bản bỏ chính không?

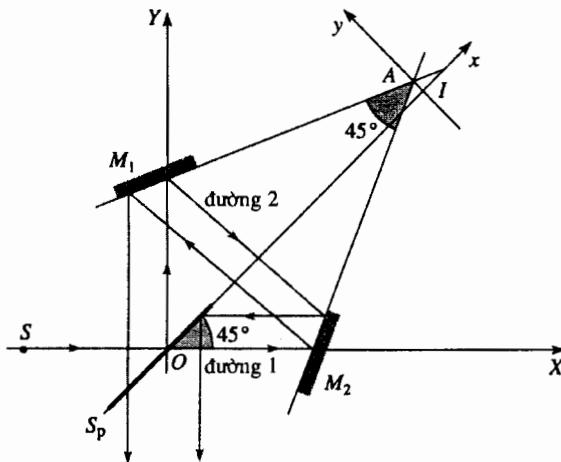
3) Xác định hai nguồn thứ cấp  $S_1$  và  $S_2$  bằng một phép tịnh tiến như thế nào?

Đặt  $a = \sqrt{2}AI$  với  $AI$  là khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng bản bán mạ.

Người ta có thể biến đổi  $a$  bằng cách tịnh tiến một gương.

4) Dạng vân giao thoa quan sát được trên màn đặt vuông góc với  $(Oy)$  như thế nào?

5) Hãy chứng tỏ rằng nếu quan sát các vân giao thoa ở vô cực thì ta có thể sử dụng một nguồn sáng rộng tùy ý.



### 9\* Sự bỏ chính hoàn hảo trong trường hợp quan sát ở vô cực

Hãy chứng tỏ rằng bản bỏ chính sẽ bỏ chính lí tưởng nếu như giao thoa kế MICHELSON được điều chỉnh thành bản không khí hai mặt song song và giao thoa được quan sát ở vô cực.

### 10\*\* Các vân giao thoa nêm không khí với nguồn sáng rất rộng, ở vô cực

1) Cho một nêm không khí (hoặc một hệ tương đương) có góc đỉnh  $\epsilon$ , được chiếu sáng bằng một sóng phẳng, đơn sắc  $\lambda$  với góc tới  $i_0 = 0$ .

Vẽ sơ đồ các mặt phẳng có cường độ cực đại.

2) Đặt chồng chất các hình vẽ ứng với nhiều giá trị góc tới nằm giữa  $-30^\circ$  và  $30^\circ$ . Hãy nhận xét hình thu được.

3) Nêm không khí được chiếu sáng bằng một chùm tia có các góc tới nằm giữa  $i_0 + \frac{\alpha}{2}$  và  $i_0 - \frac{\alpha}{2}$ .

Cho một hệ quy chiếu  $(Ox, Oy)$  với  $O$  nằm trên cạnh của nêm và  $(Oy)$  vuông góc với một trong hai gương và với cạnh của nêm. Tại điểm  $P(X, Y)$ , người ta thấy:

- $p_0$  là bậc giao thoa đối với sóng có góc tới  $i_0$ ;
- $p_1$  là bậc giao thoa đối với sóng có góc tới  $i_0 + \frac{\alpha}{2}$ .

a) Biểu diễn  $p_1 - p_0$  thành một khai triển giới hạn ở bậc 2 đối với  $\alpha$ .

b) Trên mặt định xứ được xác định bằng cách tính đến bậc 1 đối với  $\alpha$ , biểu thức này sẽ như thế nào?

c) Từ đó hãy chứng tỏ rằng các vân giao thoa sẽ biến mất ở ngoài một bậc mà pha có thể đánh giá được theo  $\alpha$ .

### LỜI GIẢI

1) Giao thoa kế được điều chỉnh thành "nêm không khí".

Nếu nguồn sáng rộng và không quá gần các gương (trường hợp thông dụng) thì các vân giao thoa sẽ định xứ ở lân cận ảnh của các gương. Do đó, cần phải liên hợp điểm đặt đầu thu với một điểm nằm gần các gương bằng một thấu kính.

$$2) I = 2I_0(1 + \cos\varphi) = \frac{I_{\max}}{2} \text{ nếu } \varphi = \pm \frac{2\pi}{3} \text{ (môđulô } 2\pi).$$

Do đó, người làm thí nghiệm đã làm chạy  $\left(10 - \frac{1}{3}\right)$  vân, do hiệu đường đi bổ sung gây ra bởi không khí.

$$\Delta\delta = 2d(n-1) = \left(10 - \frac{1}{3}\right)\lambda \text{ và do đó } n-1 = 2,8 \cdot 10^{-4}.$$

**2** 1) Nguồn cần phải đặt ở khoảng cách hữu hạn và màn phải nằm tại tiêu diện ảnh của một thấu kính.

2) Độ dày của bản không khí tương đương bằng  $x$ .

a) Nếu đầu thu là một điểm thì  $u(x)$  sẽ tỉ lệ với  $I(x)$  tại tâm của hệ vân:

$$u(x) = u_{\max} \left( 1 + \cos \frac{4\pi x}{\lambda} \right).$$

b) Trên thực tế, đầu thu sẽ tích phân quang thông nhận được trên toàn bộ bề mặt của nó. Đối với các giá trị  $x$  lớn, các vân giao thoa càng ngày càng sát lại và đầu thu sẽ nhận được đồng thời cả những vân sáng và những vân tối.

Người ta thừa nhận rằng điều đó sẽ xảy ra nếu như đối với các điểm của đầu thu:

$$\Delta p(x) = |p_{\max} - p_{\min}| \approx \frac{1}{2} \text{ với } p(x, \rho) = \frac{2x \left( 1 - \left( \frac{\rho}{f'} \right)^2 \right)}{\lambda};$$

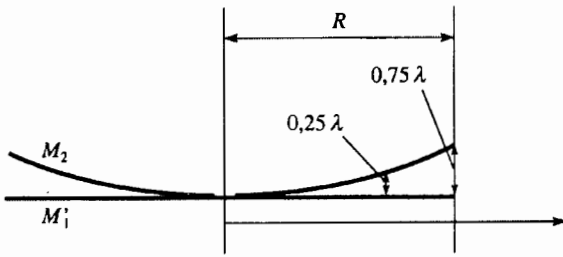
$$\Delta p(x_1) = \frac{2x_1 \left( \frac{a}{f'} \right)^2}{\lambda} = \frac{1}{2}, \text{ hay } x_1 = \frac{\lambda f'^2}{4 a^2}.$$

Thay số, ta được:  $x_1 = 5 \text{ mm}$ .

Đối với đa số các nguồn sáng cổ điển, giá trị này lớn hơn độ dài kết hợp. Vì vậy, trên thực tế, sự biến mất của hệ vân sẽ xảy ra ở những giá trị nhỏ hơn.

**3** 1) Các gương ở vị trí tiếp xúc quang học. Cường độ sáng đều.

2) Người ta quan sát được các vân giao thoa đồng độ dày dưới dạng những vành tròn. Do đó, gương là cong. Mặt cắt của bản không khí tương đương được biểu diễn trên hình dưới đây.



**4** 1) Như trong áp dụng 3:

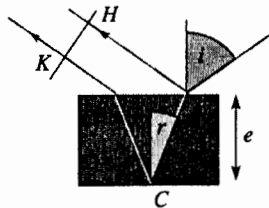
$$\delta_{geo} = nAC + nCB + BK - AH = \frac{2ne}{\cos r} - 2e \tan r \sin i.$$

Với  $n \sin r = \sin i$ , ta được:

$$\delta_{geo} = 2ne \cos r.$$

2) Cần phải thêm vào một độ lệch pha phụ bằng  $\pi$  đối với sự phản xạ không khí - thủy tinh, từ đó suy ra:

$$\delta = \frac{\lambda}{2} + 2ne \cos r.$$



Đối với một vân tối,  $2ne \cos r = p\lambda$  với  $p$  nguyên, suy ra:

$$2ne \cos r_1 = p_1 \lambda \text{ và } 2ne \cos r_2 = (p_1 - 1) \lambda.$$

$$p_1 = \frac{1}{1 - \frac{\cos r_2}{\cos r_1}} \approx \frac{2}{r_2^2 - r_1^2} \approx \frac{2n^2}{i_2^2 - i_1^2} = \frac{2 \times 1,5^2 \times 150^2}{4^2 - 2^2} = 8440.$$

Sai số chủ yếu là ở các phép đo  $\rho$ . Bằng cách thêm vào hoặc bớt 0,1 mm ở các giá trị  $\rho$ , ta được khoảng biến thiên:

$$7670 < p_1 < 9375 \text{ hoặc } 1,6 \text{ mm} < e < 2,0 \text{ mm}.$$

Chắc chắn đây không phải là một phương pháp hay...

**5** 1) Trong ánh sáng truyền qua, hai sóng giao thoa có cường độ rất khác nhau và do đó độ tương phản nhỏ.

2) Cần phải biểu diễn các vector sóng  $\vec{k}_1$  và  $\vec{k}_2$  của hai sóng phản xạ và sau đó  $\varphi = (\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{r} = \frac{2\pi \delta}{\lambda}$ .

Cũng cần phải tính đến độ lệch pha phụ  $\pi$  đối với sự phản xạ không khí - thủy tinh. Cuối cùng, ta được:

$$\delta = x [n \sin(\gamma + 2\beta) - \sin \alpha] + \frac{\lambda}{2} \text{ với } \sin \gamma = \frac{\sin \alpha}{n}.$$

$$\delta = 2ne \cos \gamma + \frac{\lambda}{2} \text{ với } e = \beta x.$$

$$3) i = \frac{\lambda}{2n\beta} = 0,18 \text{ mm}.$$

$$4) \alpha \text{ và } \gamma = 0 \text{ suy ra } \delta = \delta_0 = 2ne + \frac{\lambda}{2}.$$

$$\text{Với } \alpha \text{ là nhỏ, } \delta = 2ne \left( 1 - \frac{1}{2} \frac{\alpha^2}{n^2} \right)$$

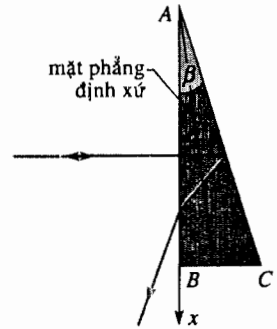
$$\text{và } |\delta - \delta_0| = ne \frac{\alpha^2}{n^2}.$$

Tại giới hạn của độ nhìn rõ

$$|\delta - \delta_0| = \frac{\lambda}{4}, \text{ nghĩa là:}$$

$$\alpha_{\max} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{n\lambda}{\beta x_{\max}}} = 0,06 \text{ rad}.$$

Mặt định xứ là quỹ tích của các giao điểm của hai tia ló bắt nguồn từ một tia tới vuông góc với AB.



**6**\* 1) • Lượng chất thứ nhất cách rất xa hai lượng chất kia, cách một khoảng cách lớn hơn độ dài kết hợp thời gian của các nguồn. Sóng phản xạ trên đó sẽ không kết hợp với các sóng (1) và (2).

• Các sóng có được sau hai lần phản xạ hoặc nhiều hơn có cường độ không đáng kể so với các sóng (1) và (2).

2) Giao điểm (áo) giữa hai tia ló bắt nguồn từ cùng một tia tới nằm ở vị trí của bản thủy tinh phẳng. Cần điều chỉnh kính ngắm vào mặt phẳng định xứ này vì nguồn sáng là rộng.

3) Hiệu đường đi hình học xấp xỉ bằng hai lần độ dày của lớp không khí giữa bản thủy tinh và thấu kính. Trong mặt phẳng định xứ, người ta quan sát được các vân đồng độ dày, do đối xứng chúng đều là những vân tròn.

Đối với sóng (2), cần phải thêm vào một độ lệch pha  $\pi$  do phản xạ không khí - thủy tinh. Cuối cùng, khai triển giới hạn ở bậc 2 đối với  $\frac{\rho}{R}$ , ta tìm được:

$$\delta = \frac{\lambda}{2} + \frac{\rho^2}{2R}$$

- Tâm của hệ vân là tối.
- Các vân sáng có bán kính  $\rho = \sqrt{\lambda R(1 - 2m)}$  với  $m$  nguyên.

**7\*1)**  $I_1 = I_2 = \frac{I_0}{4}$ .

2) Với cách điều chỉnh này, hai sóng phẳng kết hợp là đồng pha, do đó mặt phẳng quan sát được sẽ sáng đều với một cực đại cường độ.

3) Phần sóng ánh sáng truyền qua bản thủy tinh sẽ lệch pha thêm một lượng là  $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(n-1)e$ .

Trong ảnh của P, người ta thấy hai miền:

- $I = I_0$  ở ngoài ảnh của bản thủy tinh;
- $I = \frac{I_0}{2}(1 + \cos\varphi)$  trên ảnh của bản thủy tinh.

$$\Gamma = \frac{1 - \cos\varphi}{2}$$

4) Nếu nền quan sát là tối thì  $I_{\min} = 0$ , và độ tương phản sẽ bằng 1.

Muốn vậy, cần phải kéo dài lộ trình CD thêm một lượng là  $\frac{\lambda}{2}$ .

5) Người ta thu được hai sóng phẳng có các phương truyền rất gần với BC và hợp với nhau một góc  $2\alpha$ .

Dãn cách vân sẽ là  $i = \frac{\lambda}{2\alpha}$ .

Thay số, ta được:  $\alpha = 10^{-3}$  rad.

6) Bản thủy tinh đã đưa thêm vào một hiệu đường đi  $\delta = (n-1)e$ .

Ở trên ảnh của bản thủy tinh, các vân giao thoa có cùng một dãn cách vân nhưng chúng bị dịch đi  $\frac{\delta}{\lambda}$  dãn cách vân hay bị dịch đi một khoảng bằng  $\frac{\delta}{2\alpha}$ .

7) Các hệ vân giao thoa tương ứng với các bước sóng khác nhau có các dãn cách vân khác nhau. Chỉ vân trung tâm là có màu trắng và nằm giữa hai vân tối hơn. Trong ánh sáng đơn sắc, không thể phân biệt vân trung tâm với các vân khác.

$$\frac{\delta}{2\alpha} = 89 \text{ độ chia và } \frac{\delta}{2\alpha} = 5 \text{ độ chia, từ đó suy ra } e = 18\mu\text{m}.$$

**8\*\* 1)** Phân chia biên độ. Người ta có thể dùng một nguồn sáng rộng nếu như quan sát giao thoa trên mặt định xứ được xác định bởi giao điểm của hai tia bất nguồn từ cùng một tia tới.

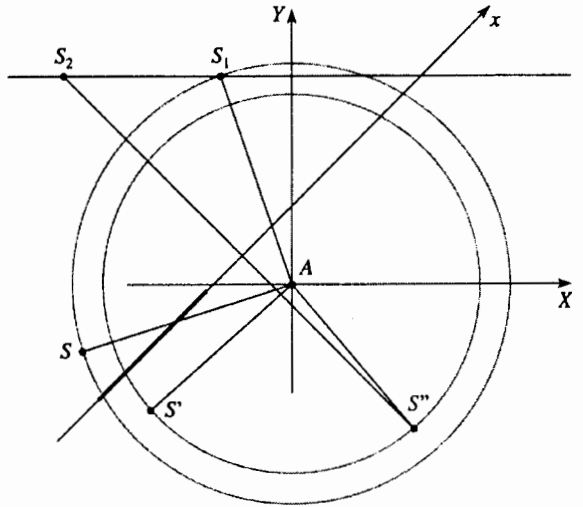
Sự phân tích sơ đồ (tức là xác định phương của các tia sáng) chứng tỏ rằng mặt định xứ này nằm ở vô cực.

2) Không, bởi vì ánh sáng đi qua bản bán mạ hai lần đối với mỗi đường truyền.

3)  $S_1$  được suy ra từ S bằng các phép đối xứng qua  $M_2$  và sau đó qua  $M_1$ .

$S_2$  được suy ra từ S bằng các phép đối xứng qua  $S_p$ ,  $M_1$ ,  $M_2$  và lại qua  $S_p$  một lần nữa.

•  $S_1$  được suy ra từ S bằng một phép quay quanh tâm A một góc bằng  $-\frac{\pi}{2}$ .



• Giả sử  $S'$  là điểm đối xứng với S qua  $S_p$ .

Còn  $S''$  được tạo ra từ  $S'$  bằng các phép đối xứng qua  $M_1$  và sau đó qua  $M_2$ .  $S''$  sẽ được suy ra từ S bằng phép quay một góc  $+\frac{\pi}{2}$  quanh tâm A.

$S_2$  đối xứng với  $S''$  qua  $S_p$  (xem sơ đồ trên).

Giả sử  $X_s$  và  $Y_s$  là các tọa độ của S trong hệ quy chiếu (AX, AY).

Lần lượt ta có:

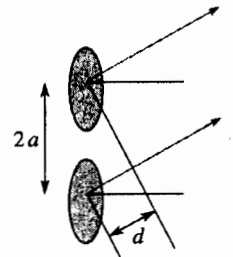
$$S_1(Y_s, -X_s); S'(Y_s - a, X_s + a); S''(-X_s - a, Y_s - a);$$

$$S_2(Y_s - 2a, -X_s).$$

$S_2$  được suy ra từ  $S_1$  bằng cách tịnh tiến một khoảng  $2a$  dọc theo phương (OX).

4) Hệ giao thoa này tương đương với hai nguồn kết hợp đặt trên một trục song song với màn ảnh. Người ta thu được các vân giao thoa thẳng.

5) Tại một điểm ở vô cực (theo một phương của các tia sáng), hiệu đường đi  $\delta$  không phụ thuộc vào vị trí nguồn sơ cấp S. Các hệ vân tạo ra bởi những điểm khác nhau của nguồn sáng rộng sẽ trùng khít lên nhau. Ta có thể thu được các vân thẳng rất tương phản định xứ ở vô cực khi dùng một nguồn sáng có độ rộng về mặt lý thuyết là tùy ý.



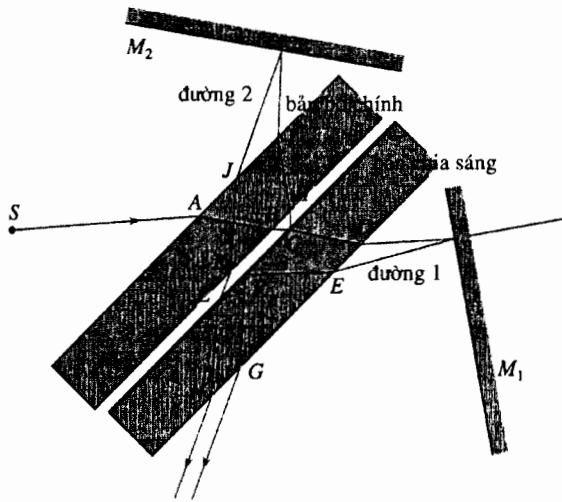
**9\*** Trong trường hợp này, các phương của hai gương đối xứng với nhau qua bản bán mạ và các tia sáng giao thoa bắt nguồn từ cùng một tia tới.

Sự phân tích sơ đồ chứng tỏ rằng các quang lộ trong thủy tinh là như nhau đối với cả hai đường truyền và điều đó cũng đúng với tất cả các góc tới.

$$\bullet AB = CD = e_1 \text{ và } EF = FG = e_2.$$

$$\text{Suy ra } (AB) + (CD) + (EF) + (FG) = 2n(e_1 + e_2).$$

• Vì hai bản thủy tinh song song với nhau, ta có:  $HI = AB$ .



Mặt khác ta lại có  $JK = LN = FG$ , bởi vì các tia ló song song với nhau.  
 Từ đó suy ra:  $(AB) + (HI) + (JK) + (LN) = 2n(e_1 + e_2)$ .  
 Do đó, trong trường hợp này sự bổ chính là hoàn hảo với mọi góc nghiêng  $\alpha$  đã chọn.

**10\*\*** 1) Xem §3.1.2 và hình 33.

2) Ta thấy rằng sự dịch vân giao thoa (vì chính các cực đại được vẽ trong sơ đồ) đủ để làm nhòe các vân sau khoảng một chục vân.

3) a) 
$$p\left(i_0 + \frac{\alpha}{2}\right) = p(i_0) + \frac{\alpha}{2} \left(\frac{dp}{di}\right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 \left(\frac{d^2p}{di^2}\right) + o(\alpha^2),$$

với  $p = \frac{2\pi}{\lambda} 2 \sin \epsilon (X \cos(i + \epsilon) + Y \sin(i + \epsilon))$  và các đạo hàm riêng được tính tại  $i_0$ .

b) 
$$\left(\frac{dp}{di}\right) = 0 \text{ trên mặt định xứ.}$$

Ta tính số hạng bậc hai trên mặt này:

$$\frac{\alpha^2}{8} \left(\frac{d^2p}{di^2}\right)_{(i_0)} = \frac{\alpha^2}{8} \frac{2 \sin \epsilon}{\lambda} [-X \cos(i_0 + \epsilon) - Y \sin(i_0 + \epsilon)],$$

suy ra  $p_1 - p_0 = -\frac{\alpha^2}{8} p_0$ .

Các vân chỉ hơi nhòe khi  $|p_1 - p_0| < \frac{1}{8}$ .

Từ đó, ta có điều kiện  $\alpha^2 p_0 \approx 1$  và điều này phù hợp với các tính toán mô phỏng.

# GIAO THOA HAI SÓNG TRONG ÁNH SÁNG KHÔNG ĐƠN SẮC

# 5

## Mở đầu

*Ánh sáng thực tế không bao giờ là hoàn toàn đơn sắc. Nói chung, nó thường gồm nhiều bức xạ có tần số khác nhau.*

*Ngay cả khi sử dụng lọc sáng, ta có thể tách ra một bức xạ thì cũng luôn luôn có sự phân tán tần số ở xung quanh một giá trị trung tâm nào đó.*

*Chúng ta sẽ nghiên cứu sự không đơn sắc của ánh sáng làm hiện tượng giao thoa biến mất như thế nào và đồng thời sự phân tích một giao thoa đồ cho phép xác định được đường cong phổ hay phổ của một nguồn sáng như thế nào.*

## M U C T I Ê U

- Xác định giao thoa đồ của một ánh sáng đa sắc.
- Giới thiệu về quang phổ học giao thoa.

## ĐIỀU CẦN BIẾT TRƯỚC

- Khái niệm về bức xạ ánh sáng và ghi nhận ánh sáng.
- Tính kết hợp.
- Giao thoa hai sóng trong ánh sáng đơn sắc.

Trong toàn bộ chương này, chúng ta không đề cập đến những vấn đề liên quan đến tính kết hợp không gian. Do đó chúng ta giả thiết rằng nguồn sáng là nguồn điểm hoặc nếu như là nguồn sáng rộng thì hiện tượng giao thoa được quan sát trên các mặt định xứ của chúng (xem chương 4) và độ rộng của nguồn không làm ảnh hưởng đến hình giao thoa.

# 1 Giao thoa trong ánh sáng trắng

## 1.1. Những quan sát với giao thoa kế MICHELSON

Với một giao thoa kế MICHELSON được điều chỉnh thành “ném không khí”, ta quan sát được những vân giao thoa của ánh sáng phát ra từ một đèn hơi thủy ngân. Sau đó, không điều chỉnh lại giao thoa kế, ta thay đèn hơi thủy ngân bằng một đèn dây tóc. Ngoại trừ những trường hợp đặc biệt, ta không quan sát được vân giao thoa nào cả. Để quan sát vân giao thoa trong ánh sáng trắng, ta lại cần phải dùng đèn thủy ngân và tiến hành những thao tác sau.

- Điều chỉnh giao thoa kế thành “bản không khí hai mặt song song” và quan sát hệ vân tròn giao thoa tại vô cực.
  - Dịch chuyển gương động để làm tăng bán kính của các vân cho đến khi quan sát được màu nền (độ rọi trên màn là đều), tương ứng với hiệu đường đi bằng 0.
  - Không thay đổi vị trí của gương động, điều chỉnh để quan sát các vân giao thoa của “ném không khí”. Sau đó thay đèn thủy ngân bằng nguồn ánh sáng trắng.
- Nếu các thao tác trên được tiến hành một cách đúng đắn (đôi khi cần phải tịnh tiến gương đi một chút), ta sẽ quan sát được một vài vân có màu. Những vân màu này sẽ ra khỏi thị trường khi gương động bị dịch chuyển dù chỉ rất ít.

## 1.2. Giải thích

Trước hết, cần nhắc các sóng đơn sắc có tần số khác nhau không thể giao thoa với nhau; cường độ gây ra do sự chồng chất các sóng này tại mọi điểm sẽ bằng tổng của các cường độ của chúng.

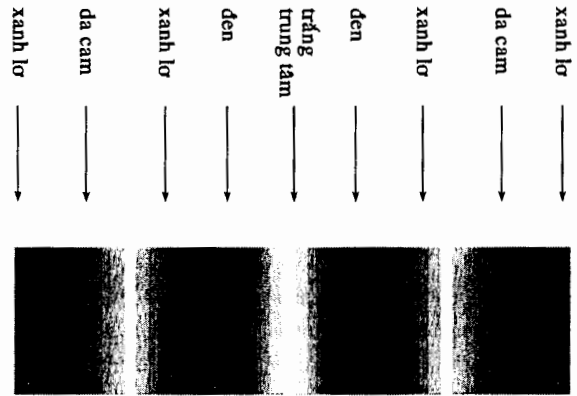
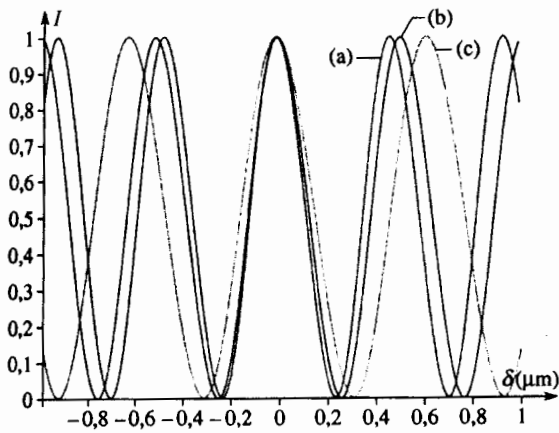
Đối với mỗi một thành phần đơn sắc của ánh sáng trắng, cường độ sáng tại trường giao thoa là một hàm của hiệu đường đi  $\delta$ :  $I_p(\delta) = I_0 [1 + \cos(2\pi\sigma_0\delta)]$ , ở

đây số sóng  $\sigma_0$  theo định nghĩa là  $\sigma_0 = \frac{1}{\lambda_0}$ .

Các cường độ sáng  $I_p(\delta)$  đều là những hàm hình sin, có chu kỳ bằng  $\lambda_0$ . Dân cách vân đối với ánh sáng đỏ lớn gần gấp hai lần so với ánh sáng tím ( $\sigma_{\text{tím}} \approx 2,5 \mu\text{m}^{-1}$  và  $\sigma_{\text{đỏ}} \approx 1,25 \mu\text{m}^{-1}$ ). Như vậy, các hình giao thoa sẽ bị dịch chuyển ngay khi hiệu đường đi vào cỡ  $\lambda$ . Hình 1a biểu diễn các cường độ sáng theo hiệu đường đi  $\delta$  đối với ánh sáng chứa ba bức xạ. Ta nhận thấy những kết quả như sau:

- Ở lân cận  $\delta = 0$ , cường độ sáng cực đại đối với tất cả các tần số. Màu có được khi đó sẽ là màu trắng: vân trung tâm là vân trắng.
- Khi  $\delta = 0,5 \mu\text{m}$ , cả ba cường độ sáng đều tiến gần với những cực tiểu của chúng. Cường độ sáng tổng cộng rất nhỏ và do đó có hai vân tối ở hai bên của vân trung tâm.
- Bắt đầu từ vị trí ứng với  $\delta \approx 1 \mu\text{m}$ , luôn luôn có một bức xạ có  $I$  gần với cực đại của nó và một bức xạ khác có  $I$  gần bằng 0. Cường độ sáng tổng cộng gần như không đổi nhưng ta vẫn có thể phân biệt được những vân giao thoa màu. Ví dụ, đối với  $\delta \approx 1,7 \mu\text{m}$ , màu đỏ và màu xanh tím bị đập tắt, trong khi đó màu xanh lá cây lại có cường độ gần bằng với cực đại của nó. Do đó, vân tương ứng có màu xanh lá cây.





**Hình 1a.** Đồ thị biểu diễn các cường độ sáng theo hiệu đường đi.  $I(\delta)$  đối với ba bức xạ:

$\lambda = 470 \text{ nm}$ ;  $\sigma = 2,13 \mu\text{m}^{-1}$ ; đường (a);  
 $\lambda = 510 \text{ nm}$ ;  $\sigma = 1,96 \mu\text{m}^{-1}$ ; đường (b);  
 $\lambda = 620 \text{ nm}$ ;  $\sigma = 1,61 \mu\text{m}^{-1}$ ; đường (c).

**Hình 1b.** Hình giao thoa tương ứng.

• Bắt đầu từ vị trí ứng với  $\delta \approx 3 \mu\text{m}$ , đối với mỗi giá trị của  $\delta$  có rất nhiều bức xạ bị dập tắt và rất nhiều các bức xạ có cường độ cực đại. Khi đó mắt người không thể phân biệt được màu sắc nữa và ánh sáng cảm nhận được giống như là ánh sáng trắng.

Nhưng bởi vì đó không phải là ánh sáng trắng “thực thụ” nên người ta gọi nó là *ánh sáng trắng bậc trên*. Phân tích ánh sáng này bằng một dụng cụ tán sắc (một lăng kính hay một cách tử chẳng hạn, xem *chương 8*) sẽ cho ta thấy một *quang phổ vân* nghĩa là một quang phổ của ánh sáng trắng có các vân đen tương ứng với những bức xạ bị dập tắt. Dạng một quang phổ như vậy được cho trên hình 2a (xem *áp dụng 1*).

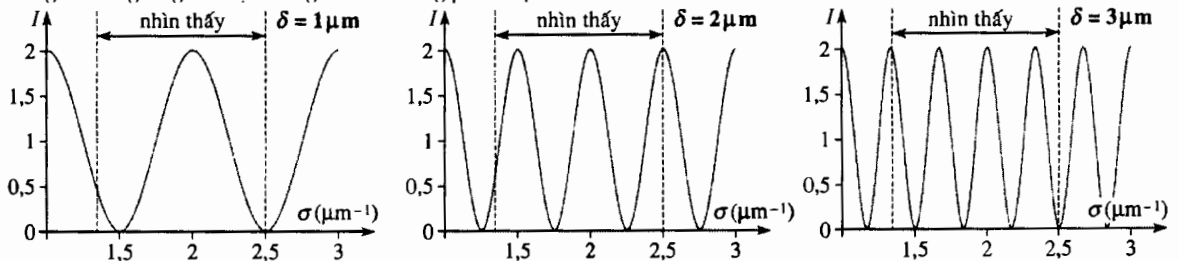
Hình 2b biểu diễn  $I(\sigma)$  ứng với nhiều giá trị của  $\delta$ . Chúng ta lại thấy màu xanh lam trội khi  $\delta = 1 \mu\text{m}$ . Đối với  $\delta = 3 \mu\text{m}$ , 4 bức xạ khả kiến có cường độ cực đại và 4 bức xạ khác có cường độ bằng 0. Mắt không còn phân biệt được màu sắc nữa: đó là miền ánh sáng trắng bậc trên.

• Với một nguồn ánh sáng trắng, các vân giao thoa chỉ quan sát được ở lân cận vị trí ứng với hiệu đường đi bằng 0.

• Đối với những hiệu đường đi lớn hơn  $3 \mu\text{m}$ , mắt người không còn phân biệt được các bức xạ bị dập tắt và các bức xạ có cường độ cực đại nữa. Dạng ánh sáng thu nhận được khi đó có màu trắng và được gọi là *màu trắng bậc trên*.

**Chú ý:** • Một số giao thoa kế, một trong những chùm tia của nó có thêm một độ lệch pha phụ  $\pi$ . Những kết luận trước đây vẫn còn đúng chỉ khác là vân trung tâm là vân tối và có viền trắng. Các vân đồng độ dày có màu sắc quan sát được trên màng bong bóng xà phòng là thuộc vào trường hợp này: độ dày bằng 0 tương ứng với sự không có ánh sáng phản xạ.

**Hình 2a.** Hình mô phỏng một quang phổ đầy đủ và một quang phổ vạch. Quang phổ vân không phải là một hình giao thoa.



**Hình 2b.**  $I(\delta)$  đối với ba giá trị của  $\delta$ .

- Chúng ta đã giả sử rằng  $\delta$  không phụ thuộc vào bước sóng. Khi ánh sáng truyền qua một môi trường tán sắc như thủy tinh chẳng hạn, vị trí của vân trung tâm phụ thuộc vào  $\sigma$  và vân trắng (còn được gọi là vân tiêu sắc) không còn tương ứng với hiệu đường đi bằng 0 nữa, nó sẽ nằm ở những điểm mà tại đó đạo hàm của độ lệch pha theo  $\sigma$  là bằng 0. Bài tập giải sẵn và bài tập 3 sẽ đề cập đến vấn đề này.
- Khi đo độ dày của một bản trong suốt bằng giao thoa kế MICHELSON, ta cũng cần phải nghiên cứu vân tiêu sắc này (xem chương 7).

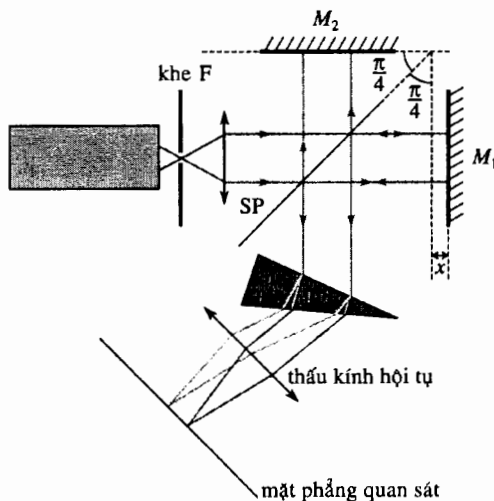
# Áp dụng 1

## Quang phổ vân

Một giao thoa kế MICHELSON được điều chỉnh trước ở trạng thái cho "màu nền", được chiếu sáng bằng một chùm ánh sáng trắng gần như song song. Người ta quan sát hình giao thoa ở vô cực, trên một màn đặt ở tiêu diện ảnh của một thấu kính.

- 1) Biến đổi từ từ hiệu đường đi  $\delta$ , mô tả hiện tượng quan sát được ở trên màn?
- 2) Người ta lặp lại thí nghiệm sau khi đặt thêm một lăng kính làm lệch một cách chọn lọc các bức xạ đơn sắc khác nhau (h.3a). Ta sẽ quan sát thấy gì? (Khe F song song với cạnh của lăng kính).

Tìm hệ thức giữa số vân đen  $N$  với hiệu đường đi  $\delta$  được giả sử là đều. Từ đó suy ra phương pháp để thu được hiệu đường đi bằng 0 trong thực nghiệm.



Hình 3a. Sơ đồ thu nhận một quang phổ vạch.

1) Nếu  $\delta = 0$ : chùm tia tới song song và ta quan sát được một vết sáng trắng ở lân cận tiêu điểm của thấu kính.

Nếu  $|\delta|$  tăng lên thì vết sáng sẽ thay đổi màu sắc và sau đó lại có màu trắng khi  $|\delta|$  tăng lớn hơn  $3 \mu\text{m}$ .

Thực ra ta quan sát được một vết trắng bạc trên.

2) Ta không thấy một vết mà thấy một dải màu, mỗi một vạch trong dải màu đó song song với cạnh của lăng kính và tương ứng với một màu của phổ khả kiến (h.3b). Nếu  $\delta$  khác 0 thì dải màu này có thêm các vân tối nằm ở những điểm tương ứng với bức xạ có cường độ bằng 0 nghĩa là tương ứng với các  $\lambda_p$  thỏa mãn:

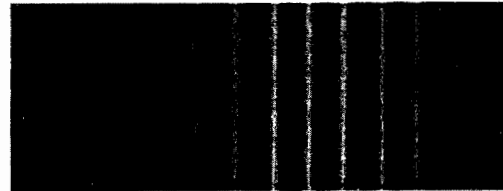
$$|\delta| = (2p + 1) \frac{\lambda_p}{2}, \text{ hay } \sigma_p = \frac{p + \frac{1}{2}}{|\delta|}.$$

Khoảng cách giữa hai vân là  $\Delta\sigma = \frac{1}{\delta}$ .

Số vân (sai khác một đơn vị) khi đó sẽ là:

$$N \approx (\sigma_{\text{tím}} - \sigma_{\text{đỏ}}) \delta.$$

xanh lơ      xanh lá cây      vàng      đỏ



Hình 3b. Quang phổ vân.

Ví dụ như nếu  $\delta = 10 \mu\text{m}$  thì  $N$  xấp xỉ bằng 12. Để tìm lại vị trí tương ứng với hiệu đường đi bằng 0 bằng cách quan sát quang phổ vân, cần phải dịch chuyển gương  $M_1$  theo chiều như thế nào để cho các vân dãn ra xa nhau. Số vân giảm dần.

Khi các vân biến mất thì  $\delta$  xấp xỉ gần bằng 0 và các vân giao thoa trong ánh sáng trắng sẽ xuất hiện.

► Để luyện tập: bài tập 1, 2 và 3.

## 2 Giao thoa với ánh sáng vàng của natri

### 2.1. Thí nghiệm

Ánh sáng phát ra từ các đèn hơi natri về cơ bản chỉ có một bức xạ màu vàng. Với một giao thoa kế MICHELSON được chiếu sáng bằng đèn natri, ta tạo ra những vân tròn giao thoa định xứ tại vô cực (h.4a và b). Khi dịch chuyển gương động bắt đầu từ vị trí tương ứng với hiệu đường đi bằng 0, các vân giao thoa sẽ xít lại và độ tương phản giảm cho đến khi hệ vân biến mất.

Nếu ta tiếp tục dịch chuyển gương động theo chiều như trước thì các vân giao thoa lại xuất hiện có độ tương phản khá tốt. Nếu giao thoa kế được điều chỉnh chính xác, ta có thể quan sát được nhiều lần triệt tiêu độ tương phản kế tiếp nhau.

Một tế bào quang điện đặt ở tâm của hệ vân cho phép đo định lượng (h.5). Vì chỉ có tâm hệ vân là hữu ích cho nên người ta chiếu sáng giao thoa kế bằng chùm sáng gần như song song.

Giao thoa đồ, nghĩa là đồ thị cường độ sáng ghi nhận được  $I(\delta)$ , có dáng điệu như trên hình 6. Để cho rõ ràng, trên hình này, ta đã giảm tỉ số giữa tần số của các hình sin có chu kì nhỏ với tần số biến điệu biên độ.

Trên thực tế, người ta đếm được khoảng ít hơn 1000 vân giữa hai lần biến mất của hệ vân.

### 2.2. Giải thích

Ánh sáng vàng của natri trên thực tế không phải là một bức xạ duy nhất mà là một vạch kép gồm hai bức xạ có cùng cường độ và có bước sóng rất gần nhau.

Do đó, ta sẽ khảo sát hai bức xạ có cường độ  $I_0$  và có số sóng:

$$\sigma_1 = \sigma_0 + \frac{\Delta\sigma}{2} \quad \text{và} \quad \sigma_2 = \sigma_0 - \frac{\Delta\sigma}{2}$$

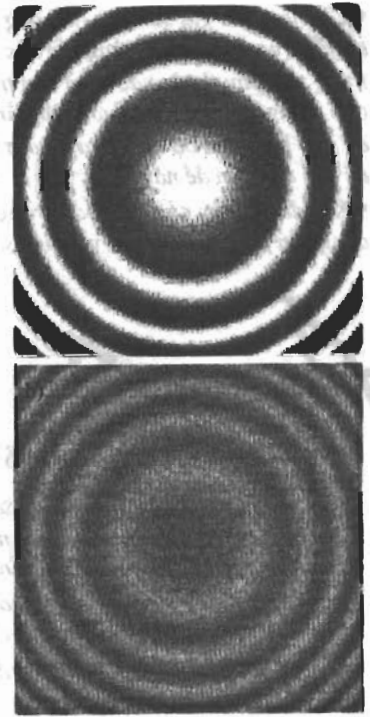
Nếu các bức xạ là hoàn toàn đơn sắc thì cường độ tổng cộng sẽ là một hàm của hiệu đường đi  $\delta$ :

$$I(\delta) = I_1(\delta) + I_2(\delta) = 2I_0 [1 + \cos(2\pi\sigma_1\delta)] + 2I_0 [1 + \cos(2\pi\sigma_2\delta)]$$

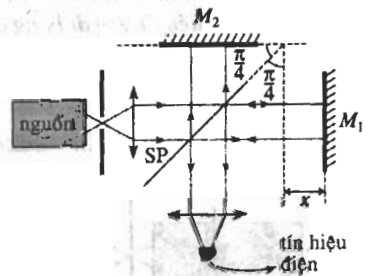
Sau khi giản ước:

$$I(\delta) = 4I_0 [1 + \cos(\pi\Delta\sigma\delta) \cos(2\pi\sigma_0\delta)]$$

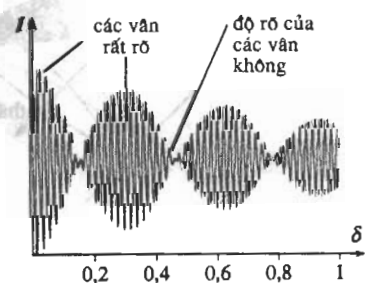
- Giao thoa đồ  $I(\delta)$  giống hệt với giao thoa đồ của một bức xạ đơn sắc có số sóng là  $\sigma_0$ , có độ tương phản  $\Gamma$  bị biến điệu chậm:  $\Gamma(\delta) = \cos(\pi\Delta\sigma\delta)$ .
- Các vân tối là những vân đen và độ tương phản là cực đại khi  $|\Gamma| = 1$ . Độ rọi đều và độ tương phản sẽ bằng 0 khi  $\Gamma = 0$ .
- Người ta gọi hiện tượng phách là kiểu biến điệu được tạo ra bằng cách lấy tổng hai hàm hình sin có tần số rất gần nhau. Những hàm hình sin này sẽ lần lượt đồng pha (biên độ toàn phần cực đại) và ngược pha (biên độ toàn phần bằng 0).
- Mô hình vạch kép do đó sẽ cho ta một giao thoa đồ khá giống với giao thoa đồ ghi nhận được bằng thực nghiệm. Nguyên nhân của sự sai khác là gây ra bởi hai bức xạ trên không phải là hoàn toàn đơn sắc.



Hình 4. Các vân giao thoa của vạch kép natri. a. Độ tương phản cực đại. b. Độ tương phản cực tiểu.



Hình 5. Sơ đồ ghi nhận một giao thoa đồ.



Hình 6. Dạng của giao thoa đồ: ở đây sự sai khác giữa hai tần số lớn hơn trong thực tế.

### 2.3. Phân tích quang phổ vạch kép

Sự phân tích giao thoa đồ cho phép xác định một cách chính xác khoảng cách phổ giữa hai bức xạ của vạch kép.

Trên giao thoa đồ lí thuyết (h.7), dẫn cách giữa hai vân sáng hoặc giữa hai vân tối là:

$$\Delta_1 \delta = \frac{1}{\sigma_0}$$

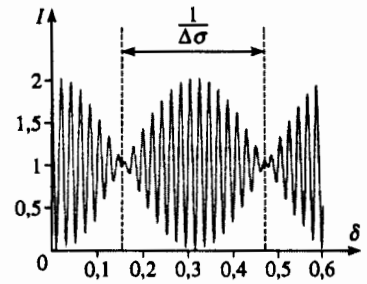
Dẫn cách giữa hai lần triệt tiêu độ tương phản là  $\Delta_2 \delta = \frac{1}{\Delta \sigma}$ . Số vân giữa hai

lần triệt tiêu độ tương phản do đó sẽ là  $N = \frac{\sigma_0}{\Delta \sigma} = \frac{\lambda_0}{\Delta \lambda}$ .

Ngược lại việc đếm  $N$  cho phép đo tỉ số  $\frac{\sigma_0}{\Delta \sigma}$  với một độ chính xác rất cao.

Với một giao thoa đồ ghi quang điện, ta có thể hạn chế sai số đếm  $N$  đến 2 vân. Vì  $N$  vào cỡ 1000 nên sai số trên  $\frac{\sigma_0}{\Delta \sigma}$  chỉ vào khoảng 0,2%<sup>(\*)</sup>.

Đây là ví dụ đầu tiên của phép quang phổ kế giao thoa, một trong những ứng dụng của phép đo giao thoa. Như chúng ta sẽ thấy ở phần cuối của chương này, sự phân tích giao thoa đồ là một trong những phương pháp rất tinh tế để xác định đường cong phổ của ánh sáng.



Hình 7. Phân tích giao thoa đồ.

(\*) Hai bước sóng của vạch kép natri là:

$$\lambda_1 = 589,0 \text{ nm và } \lambda_2 = 589,6 \text{ nm.}$$

Từ đó, ta có số vân  $N$  là:

$$N = \frac{589,3}{0,6} \approx 982.$$

Cũng có thể tiến hành thí nghiệm này với một đèn thủy ngân, có lắp thêm một lọc giao thoa để tách ra hai vạch:

$$\lambda_1 = 577,0 \text{ nm và } \lambda_2 = 579,1 \text{ nm.}$$

Khi đó, ta có  $N \approx 275$ .

## 3 Giao thoa đồ của một ánh sáng gần như đơn sắc

### 3.1. Cường độ phổ

Một bức xạ thực tế không bao giờ là hoàn toàn đơn sắc, chủ yếu vì hai lí do sau:

- Thời khoảng phát xạ của các đoàn sóng bị giới hạn theo thời gian. Trong chương 1, ta đã thấy rằng một đoàn sóng có thời khoảng kéo dài  $\tau$  sẽ tương đương với kết quả chồng chất của rất nhiều sóng đơn sắc có độ rộng phổ  $\Delta \nu$  vào khoảng  $\frac{1}{\tau}$ .

- Sự chuyển động của các nguyên tử làm biến đổi tần số của ánh sáng phát ra được thu nhận bởi người quan sát. Đó là hiệu ứng DOPPLER mà nhiều em nhỏ đều biết khi bắt chước tiếng động của xe ô tô đua: sóng do ô tô phát ra (trong trường hợp này là sóng âm, nhưng hiện tượng là tổng quát) được nghe thanh hơn khi nó tiến lại gần và trầm hơn khi nó đi ra xa. Để nghiên cứu định lượng hiệu ứng DOPPLER, ta có thể xem bài tập 8 chương 1.

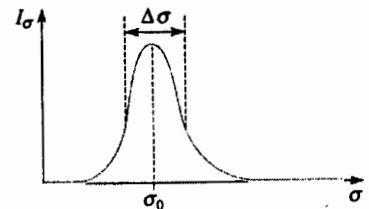
- Các va chạm giữa các hạt cũng làm mở rộng các vạch phổ.

Trên quan điểm hình thức, những nguyên nhân gây ra sự không đơn sắc kể trên có thể được tính đến bằng cách biểu diễn bức xạ bằng sự chồng chất các sóng đơn sắc, không kết hợp, có tần số gần nhau (h.8).

Theo định nghĩa, số sóng  $\sigma$  là  $\sigma = \frac{1}{\lambda}$ .

Một sóng gần đơn sắc được mô hình hoá bằng sự chồng chất các sóng đơn sắc, không kết hợp, có số sóng gần với  $\sigma_0$ . Cường độ trong khoảng phổ  $d\sigma$  là  $dI = I_\sigma(\sigma) d\sigma$ .

$I_\sigma$  được gọi là cường độ phổ và hàm  $I_\sigma(\sigma)$  biểu diễn sự phân bố phổ về cường độ.



Hình 8. Phân bố cường độ theo phổ hay cường độ phổ.

### 3.2. Phân bố phổ dạng chữ nhật

Sự phân bố phổ cường độ đơn giản nhất là phân bố chữ nhật (h.9).

$$I_{\sigma}(\sigma) = J \text{ (không đổi) nếu } \sigma \in \left[ \sigma_0 - \frac{\Delta\sigma}{2}; \sigma_0 + \frac{\Delta\sigma}{2} \right],$$

$$I_{\sigma}(\sigma) = 0 \text{ nếu } \sigma \notin \left[ \sigma_0 - \frac{\Delta\sigma}{2}; \sigma_0 + \frac{\Delta\sigma}{2} \right] \text{ (h.6).}$$

Mặc dù không thực tế nhưng mô hình này cho phép tìm lại được tất cả những hiện tượng chủ yếu mà không cần phải tính toán nhiều.

Từ một sóng ban đầu, giao thoa kế tạo ra hai sóng có các cường độ phổ là  $J_1$

và  $J_2$  nằm trong dải phổ  $\left[ \sigma_0 - \frac{\Delta\sigma}{2}; \sigma_0 + \frac{\Delta\sigma}{2} \right]$ .

Để đơn giản các tính toán, ta giả sử rằng hiệu đường đi chỉ là hiệu đường đi hình học và không phụ thuộc vào tần số. Trong dải phổ nguyên tố  $d\sigma$ , hai sóng có cùng tần số là các sóng kết hợp và cường độ nguyên tố  $dI$  gây ra do sự chồng chất của chúng sẽ là một hàm của hiệu đường đi  $\delta$ :

$$dI = d\sigma \left[ J_1 + J_2 + 2\sqrt{J_1 J_2} \cos(2\pi\sigma\delta) \right].$$

Các sóng tương ứng với các dải phổ nguyên tố khác nhau là những sóng không kết hợp. Do đó, cường độ tổng cộng sẽ bằng tổng các cường độ thành phần:

$$\int_{\sigma_0 - \frac{\Delta\sigma}{2}}^{\sigma_0 + \frac{\Delta\sigma}{2}} dI = \int_{\sigma_0 - \frac{\Delta\sigma}{2}}^{\sigma_0 + \frac{\Delta\sigma}{2}} \left[ J_1 + J_2 + 2\sqrt{J_1 J_2} \cos(2\pi\sigma\delta) \right] d\sigma.$$

$I_1 = J_1\Delta\sigma$  và  $I_2 = J_2\Delta\sigma$  biểu diễn các cường độ toàn phần của hai sóng. Sau khi tích phân (h.10):

$$I = I_1 + I_2 + 2 \frac{\sin(\pi\Delta\sigma\delta)}{\pi\Delta\sigma\delta} \sqrt{I_1 I_2} \cos(2\pi\sigma_0\delta).$$

Nếu  $I_1 = I_2$  (nghĩa là  $J_1 = J_2$ ) thì ta được:

$$I = 2I_0 \left( \frac{1 + \sin(\pi\Delta\sigma\delta)}{\pi\Delta\sigma\delta} \right) \times \cos 2\pi\sigma_0\delta.$$

•  $f(\delta) = \frac{\sin(\pi\Delta\sigma\delta)}{\pi\Delta\sigma\delta}$  là hệ số thị kiến. Dạng điệu của hàm  $f(\delta)$  được vẽ

trên hình 11.

• Ở lân cận vân trung tâm,  $\Gamma = 1$  và ta tìm lại được giao thoa đồ của một sóng đơn sắc.

• Khi  $\delta$  rất lớn so với  $\frac{1}{\Delta\sigma}$  thì  $\Gamma = 0$ . Các vân giao thoa sẽ hoàn toàn biến mất và độ rọi trên màn là đều.

• Mỗi vân có một độ rộng là  $\Delta\delta = \lambda_0$ . Trong đỉnh trung tâm của hàm thị

kiến có độ rộng  $\frac{2}{\Delta\sigma}$ , người ta đếm được  $N = \frac{2\sigma_0}{\Delta\sigma}$  vân giao thoa.

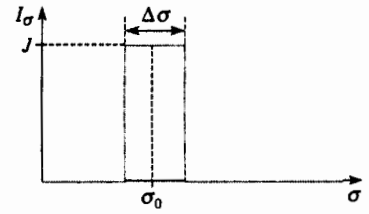
Chúng ta sẽ chứng tỏ rằng về mặt cỡ độ lớn, những kết quả trên có thể được suy rộng cho một sóng gần đơn sắc bất kì.

### 3.3. Tính kết hợp thời gian

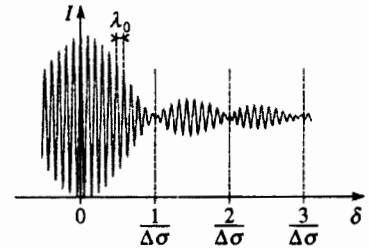
Có thể có hai cách giải thích tương đương về sự biến mất của hệ vân giao thoa đối với những hiệu đường đi lớn.

#### 3.3.1. Mô hình phân bố phổ cường độ

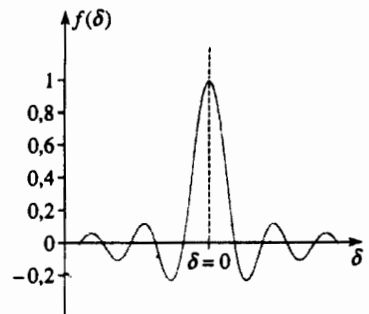
Sự phân bố phổ  $I_{\sigma}(\sigma)$  của một bức xạ gần đơn sắc được biểu diễn bằng một đỉnh có cực đại tại  $\sigma = \sigma_0$  và độ rộng  $\Delta\sigma$ .



Hình 9. Đường cong phổ dạng chữ nhật.



Hình 10. Giao thoa đồ của phân bố cường độ dạng chữ nhật.



Hình 11. Độ nhìn rõ:  $f(\delta)$ .

Cường độ tại một điểm sẽ bằng tổng các cường độ gây ra bởi từng thành phần đơn sắc của bức xạ. Dẫn cách vân đối với  $\sigma = \sigma_0 - \frac{\Delta\sigma}{2}$  sẽ lớn hơn một chút so với  $\sigma = \sigma_0 + \frac{\Delta\sigma}{2}$ .

Vì độ sai lệch này nhỏ cho nên các vân giao thoa sẽ gần như chồng khít lên nhau ở lân cận tâm hình giao thoa nhưng sẽ làm nhòe lẫn nhau đối với các hiệu đường đi lớn ( $h.1$ ). Người ta có thể đánh giá rằng các vân giao thoa sẽ biến mất nếu như  $\delta$  lớn hơn  $\delta_0$  với  $\delta_0$  là hiệu đường đi mà tương ứng với nó người ta sẽ quan sát được một vân sáng đối với  $\sigma_0 + \frac{\Delta\sigma}{2}$  và một vân tối đối với  $\sigma_0 - \frac{\Delta\sigma}{2}$ , nghĩa là:

$$2\pi\delta_0\left(\sigma_0 + \frac{\Delta\sigma}{2}\right) = 2\pi\delta_0\left(\sigma_0 - \frac{\Delta\sigma}{2}\right) + \pi,$$

$$\text{hay } \delta_0 = \frac{1}{2\Delta\sigma}.$$

Do đó, ta chỉ quan sát được các vân giao thoa khá tương phản ứng với những hiệu đường đi nhỏ so với  $\frac{1}{\Delta\sigma}$ .

Người ta gọi *giao thoa đồ* là đồ thị ghi nhận  $I(\delta)$  của cường độ giao thoa của hai sóng phát xuất từ cùng một sóng sơ cấp.

Giao thoa đồ của một ánh sáng gần đơn sắc có dạng:

$$I = I_1 + I_2 + 2f(\delta)\sqrt{I_1 I_2} \cos(2\pi\sigma_0\delta).$$

Đối với bức xạ có cường độ phổ  $I_\sigma(\sigma)$  được biểu diễn bằng một đỉnh có cực đại tại  $\sigma = \sigma_0$  và độ rộng  $\Delta\sigma$ , độ tương phản của hệ vân sẽ đạt cực đại khi  $\delta$  gần bằng 0, và hầu như bằng 0 nếu hiệu đường đi hình học lớn so với  $\frac{1}{\Delta\sigma}$ .

### 3.3.2. Mối liên hệ với mô hình đoàn sóng

Trong *chương 2*, ta đã giải thích sự biến mất của hệ vân giao thoa bằng mô hình các đoàn sóng.

- Độ dài kết hợp  $l_c = c\tau_c$  của ánh sáng gần đơn sắc bằng độ dài trung bình của các đoàn sóng.
- Khi hiệu đường đi giữa hai sóng phát xuất từ cùng một sóng sơ cấp lớn hơn  $l_c$  thì hai sóng này sẽ mất tính kết hợp thời gian của chúng và các vân giao thoa sẽ biến mất.

Mô hình phân bố phổ cường độ và mô hình độ dài kết hợp đều cho phép giải thích hiện tượng mất tính kết hợp thời gian. Trên thực tế, hai *mô hình* này là tương đương nhau. Thật vậy, tại *chương 1*, ta đã chỉ ra rằng một đoàn sóng có khoảng thời gian phát xạ  $\tau$  tương đương với một sự chồng chất các sóng đơn sắc mà đường cong phân bố phổ về *biên độ* của chúng có độ rộng  $\Delta\nu = c\Delta\sigma \approx \frac{1}{\tau}$ .

• Nếu  $\delta \ll l_c$  hay  $\delta \ll \frac{1}{\Delta\sigma}$ , hình giao thoa sẽ là hình mà ta có thể nhận được với ánh sáng hoàn toàn đơn sắc.

• Nếu  $\delta \gg l_c$  hay  $\delta \gg \frac{1}{\Delta\sigma}$ , thì các vân giao thoa không thể phân biệt được nữa.

• Giữa hai trạng thái cực đoan này, ta luôn luôn có thể định nghĩa được một hệ số thị kiến  $f(\delta)$ , đó là một số thực có giá trị tuyệt đối nhỏ hơn 1 sao cho (h.12):

$$I = I_1 + I_2 + 2f(\delta)\sqrt{I_1 I_2} \cos(2\pi\sigma\delta).$$

Hàm  $f(\delta)$  là một hàm biến đổi chậm (so với  $I(\delta)$ ). Tuỳ theo mô hình sử dụng, nó phụ thuộc vào sự phân bố phổ cường độ  $I_\sigma(\sigma)$ , hoặc phụ thuộc vào sự phân bố thống kê của các độ dài đoàn sóng phát ra từ các nguyên tử của nguồn (xem áp dụng 2). Các vân giao thoa quan sát được ứng với một tập hợp giá trị của  $\delta$  nằm trong khoảng có độ rộng cỡ  $2l_c = \frac{2}{\Delta\sigma}$ . Do đó, số vân

$$\text{nhìn thấy sẽ vào cỡ } \frac{2\sigma_0}{\Delta\sigma} = \frac{2\lambda_0}{\Delta\lambda} = \frac{2l_c}{\lambda_0}.$$

Số vân nhìn thấy cho chúng ta biết những thông tin về độ rộng phổ của bức xạ hoặc về độ dài kết hợp của nó.

Sự so sánh các kết luận rút ra từ hai mô hình trên cho chúng ta thấy đây là hai cách tương đương để mô tả cùng một hiện thực với hệ thức:

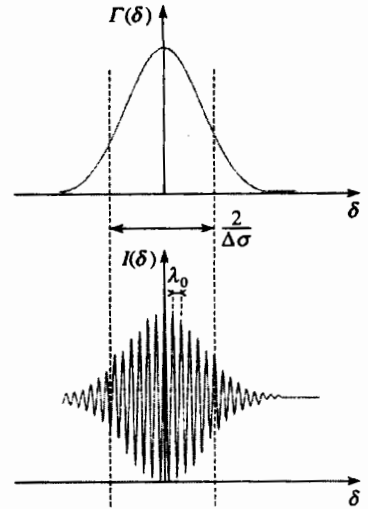
$$l_c \approx \frac{1}{\Delta\sigma}.$$

**Độ rộng phổ của một nguồn gần như đơn sắc và độ dài kết hợp của nó thoả mãn hệ thức:**

$$l_c \approx \frac{1}{\Delta\sigma} \text{ hay } \tau_c \approx c\Delta\sigma \text{ hay } l_c \approx \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda}.$$

Số vân giao thoa nhìn thấy vào cỡ:

$$\frac{2\sigma_0}{\Delta\sigma} = \frac{2\lambda_0}{\Delta\lambda} = \frac{2l_c}{\lambda_0}.$$



Hình 12. Độ tương phản và giao thoa đổ.

## Áp dụng 2

### Tính toán độ tương phản

Từ một sóng sơ cấp, một giao thoa kế tạo ra hai sóng có hiệu đường đi  $\delta$  biến đổi được, tại một điểm quan sát nào đó.

1) Trong một mô hình đơn giản, người ta biểu diễn một sóng ánh sáng bằng một chuỗi kế tiếp các đoàn sóng có cùng tần số hay cùng số sóng  $\sigma_0$ , cùng biên độ, và cùng thời gian phát xạ  $\tau_c$ .

a) Giả sử  $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$  là độ lệch pha giữa hai sóng. Tính giá trị trung bình của  $\cos\varphi$  trong những trường hợp sau:  $\delta = 0$ ;  $\delta > \tau_c$ ;  $0 < \delta < \tau_c$ .

Để trả lời câu hỏi này, người ta có thể vẽ trên cùng một thang các hàm  $s_1(t)$  và  $s_2(t)$  của thời gian và xác định khoảng thời gian trong đó hai sóng giao thoa phát xuất từ cùng một đoàn sóng.

b) Từ đó suy ra độ tương phản  $\Gamma(\delta)$  và vẽ đồ thị  $I(\delta)$ .

2) Với một mô hình thống kê phức tạp hơn về độ dài của đoàn sóng, người ta thừa nhận rằng:

$$\langle \cos\varphi \rangle = \exp\left(-\frac{|\delta|}{l_c}\right) \cos(2\pi\sigma_0\delta).$$

a) Xác định độ tương phản  $\Gamma(\delta)$  và vẽ đồ thị  $I(\delta)$ .

b) Tiếp theo, người ta khảo sát một bức xạ gần như đơn sắc có cường độ phổ dạng hàm Lorentz:

$$I_\sigma(\sigma) = \frac{A}{1 + \left(2\frac{\sigma - \sigma_0}{\Delta\sigma}\right)^2}.$$

Tính độ tương phản của hệ vân.

Biết rằng:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos(\sigma u)}{1 + \left(\frac{\sigma - \sigma_0}{\Delta\sigma}\right)^2} d\sigma = \frac{\pi\Delta\sigma}{2} \cos(\sigma_0 u) \exp\left(-\left|\frac{\Delta\sigma u}{2}\right|\right)$$

c) Hãy so sánh mô hình này với mô hình đoàn sóng.

Cường độ tại một điểm sẽ bằng tổng các cường độ gây ra bởi từng thành phần đơn sắc của bức xạ. Dẫn cách vân đối với  $\sigma = \sigma_0 - \frac{\Delta\sigma}{2}$  sẽ lớn hơn một

chút so với  $\sigma = \sigma_0 + \frac{\Delta\sigma}{2}$ .

Vì độ sai lệch này nhỏ cho nên các vân giao thoa sẽ gần như chồng khít lên nhau ở lân cận tâm hình giao thoa nhưng sẽ làm nhòe lẫn nhau đối với các hiệu đường đi lớn ( $h.1$ ). Người ta có thể đánh giá rằng các vân giao thoa sẽ biến mất nếu như  $\delta$  lớn hơn  $\delta_0$  với  $\delta_0$  là hiệu đường đi mà tương ứng với nó

người ta sẽ quan sát được một vân sáng đối với  $\sigma_0 + \frac{\Delta\sigma}{2}$  và một vân tối đối

với  $\sigma_0 - \frac{\Delta\sigma}{2}$ , nghĩa là:

$$2\pi\delta_0 \left( \sigma_0 + \frac{\Delta\sigma}{2} \right) = 2\pi\delta_0 \left( \sigma_0 - \frac{\Delta\sigma}{2} \right) + \pi,$$

$$\text{hay } \delta_0 = \frac{1}{2\Delta\sigma}.$$

Do đó, ta chỉ quan sát được các vân giao thoa khá tương phản ứng với những hiệu đường đi nhỏ so với  $\frac{1}{\Delta\sigma}$ .

Người ta gọi *giao thoa đô* là đồ thị ghi nhận  $I(\delta)$  của cường độ giao thoa của hai sóng phát xuất từ cùng một sóng sơ cấp.

Giao thoa đô của một ánh sáng gần đơn sắc có dạng:

$$I = I_1 + I_2 + 2f(\delta)\sqrt{I_1 I_2} \cos(2\pi\sigma_0\delta).$$

Đối với bức xạ có cường độ phổ  $I_\sigma(\sigma)$  được biểu diễn bằng một đỉnh có cực đại tại  $\sigma = \sigma_0$  và độ rộng  $\Delta\sigma$ , độ tương phản của hệ vân sẽ đạt cực đại khi  $\delta$  gần bằng 0, và hầu như bằng 0 nếu hiệu đường đi hình học lớn so với  $\frac{1}{\Delta\sigma}$ .

### 3.3.2. Mối liên hệ với mô hình đoàn sóng

Trong *chương 2*, ta đã giải thích sự biến mất của hệ vân giao thoa bằng mô hình các đoàn sóng.

- Độ dài kết hợp  $l_c = c\tau_c$  của ánh sáng gần đơn sắc bằng độ dài trung bình của các đoàn sóng.

- Khi hiệu đường đi giữa hai sóng phát xuất từ cùng một sóng sơ cấp lớn hơn  $l_c$  thì hai sóng này sẽ mất tính kết hợp thời gian của chúng và các vân giao thoa sẽ biến mất.

Mô hình phân bố phổ cường độ và mô hình độ dài kết hợp đều cho phép giải thích hiện tượng mất tính kết hợp thời gian. Trên thực tế, hai mô hình này là tương đương nhau. Thật vậy, tại *chương 1*, ta đã chỉ ra rằng một đoàn sóng có khoảng thời gian phát xạ  $\tau$  tương đương với một sự chồng chất các sóng đơn sắc mà

đường cong phân bố phổ về biên độ của chúng có độ rộng  $\Delta\nu = c\Delta\sigma \approx \frac{1}{\tau}$ .

- Nếu  $\delta \ll l_c$  hay  $\delta \ll \frac{1}{\Delta\sigma}$ , hình giao thoa sẽ là hình mà ta có thể nhận được với ánh sáng hoàn toàn đơn sắc.

- Nếu  $\delta \gg l_c$  hay  $\delta \gg \frac{1}{\Delta\sigma}$ , thì các vân giao thoa không thể phân biệt được nữa.



• Giữa hai trạng thái cực đoan này, ta luôn luôn có thể định nghĩa được một hệ số thị kiến  $f(\delta)$ , đó là một số thực có giá trị tuyệt đối nhỏ hơn 1 sao cho (h.12):

$$I = I_1 + I_2 + 2f(\delta)\sqrt{I_1 I_2} \cos(2\pi\sigma\delta).$$

Hàm  $f(\delta)$  là một hàm biến đổi chậm (so với  $I(\delta)$ ). Tùy theo mô hình sử dụng, nó phụ thuộc vào sự phân bố phổ cường độ  $I_\sigma(\sigma)$ , hoặc phụ thuộc vào sự phân bố thống kê của các độ dài đoàn sóng phát ra từ các nguyên tử của nguồn (xem áp dụng 2). Các vân giao thoa quan sát được ứng với một tập hợp giá trị của  $\delta$  nằm trong khoảng có độ rộng cỡ  $2l_c = \frac{2}{\Delta\sigma}$ . Do đó, số vân

$$\text{nhìn thấy sẽ vào cỡ } \frac{2\sigma_0}{\Delta\sigma} = \frac{2\lambda_0}{\Delta\lambda} = \frac{2l_c}{\lambda_0}.$$

Số vân nhìn thấy cho chúng ta biết những thông tin về độ rộng phổ của bức xạ hoặc về độ dài kết hợp của nó.

Sự so sánh các kết luận rút ra từ hai mô hình trên cho chúng ta thấy đây là hai cách tương đương để mô tả cùng một hiện thực với hệ thức:

$$l_c \approx \frac{1}{\Delta\sigma}.$$

Độ rộng phổ của một nguồn gần như đơn sắc và độ dài kết hợp của nó thỏa mãn hệ thức:

$$l_c \approx \frac{1}{\Delta\sigma} \text{ hay } \tau_c \approx c\Delta\sigma \text{ hay } l_c \approx \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda}.$$

Số vân giao thoa nhìn thấy vào cỡ:

$$\frac{2\sigma_0}{\Delta\sigma} = \frac{2\lambda_0}{\Delta\lambda} = \frac{2l_c}{\lambda_0}.$$

## Áp dụng 2

### Tính toán độ tương phản

Từ một sóng sơ cấp, một giao thoa kế tạo ra hai sóng có hiệu đường đi  $\delta$  biến đổi được, tại một điểm quan sát nào đó.

1) Trong một mô hình đơn giản, người ta biểu diễn một sóng ánh sáng bằng một chuỗi kế tiếp các đoàn sóng có cùng tần số hay cùng số sóng  $\sigma_0$ , cùng biên độ, và cùng thời gian phát xạ  $\tau_c$ .

a) Giả sử  $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$  là độ lệch pha giữa hai sóng. Tính giá trị trung bình của  $\cos\varphi$  trong những trường hợp sau:  $\delta = 0$ ;  $\delta > \tau_c$ ;  $0 < \delta < \tau_c$ .

Để trả lời câu hỏi này, người ta có thể vẽ trên cùng một thang các hàm  $s_1(t)$  và  $s_2(t)$  của thời gian và xác định khoảng thời gian trong đó hai sóng giao thoa phát xuất từ cùng một đoàn sóng.

b) Từ đó suy ra độ tương phản  $\Gamma(\delta)$  và vẽ đồ thị  $I(\delta)$ .

2) Với một mô hình thống kê phức tạp hơn về độ dài của đoàn sóng, người ta thừa nhận rằng:

$$\langle \cos\varphi \rangle = \exp\left(-\frac{|\delta|}{l_c}\right) \cos(2\pi\sigma_0\delta).$$

a) Xác định độ tương phản  $\Gamma(\delta)$  và vẽ đồ thị  $I(\delta)$ .  
b) Tiếp theo, người ta khảo sát một bức xạ gần như đơn sắc có cường độ phổ dạng hàm Lorentz:

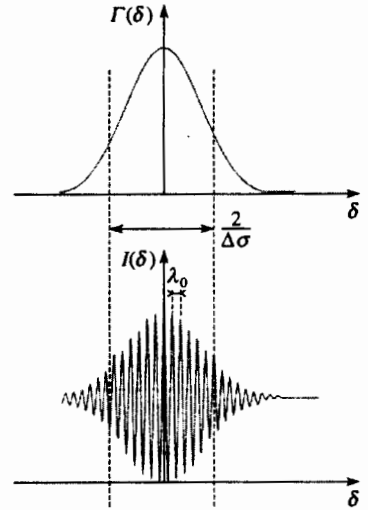
$$I_\sigma(\sigma) = \frac{A}{1 + \left(\frac{2\sigma - \sigma_0}{\Delta\sigma}\right)^2}.$$

Tính độ tương phản của hệ vân.

Biết rằng:

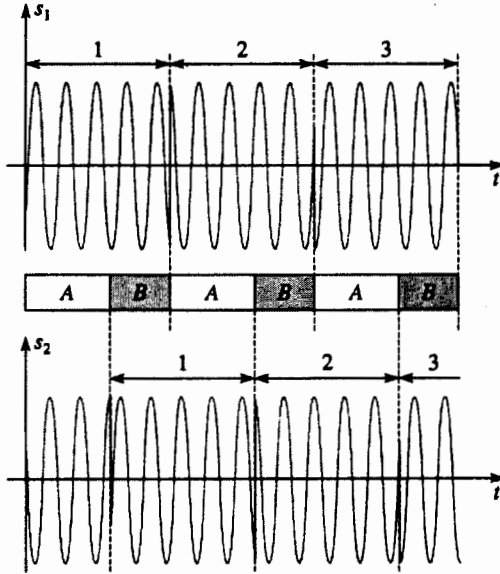
$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos(\sigma u)}{\left(2\frac{\sigma - \sigma_0}{\Delta\sigma}\right)^2} d\sigma = \frac{\pi\Delta\sigma}{2} \cos(\sigma_0 u) \exp\left(-\left|\frac{\Delta\sigma u}{2}\right|\right)$$

c) Hãy so sánh mô hình này với mô hình đoàn sóng.



Hình 12. Độ tương phản và giao thoa độ.

1) a) Các đường cong  $s_1(t)$  và  $s_2(t)$  dịch chuyển so với nhau một khoảng  $\frac{\delta}{c}$  được vẽ trên hình 13.



**Hình 13.** Giao thoa của các đoàn sóng có cùng một thời khoảng kéo dài. Đối với B:  $\varphi = 2\pi\sigma_0\delta$  và đối với A:  $\varphi$  là tùy ý.

- Nếu  $\frac{|\delta|}{c} > \tau_c$ ,  $s_1(t)$  và  $s_2(t)$  không bao giờ phát xuất từ cùng một đoàn sóng. Độ lệch pha luôn luôn biến đổi tùy ý.

- Nếu  $\frac{|\delta|}{c} < \tau_c$ , các miền loại "A" tại đó có độ lệch pha tùy ý sẽ chiếm một tỉ lệ thời gian là  $\frac{|\delta|}{c\tau_c}$ ; còn các miền loại "B", tại đó độ lệch pha bằng  $2\pi\sigma_0\delta$  sẽ chiếm một tỉ lệ thời gian là  $1 - \frac{|\delta|}{c\tau_c} = 1 - \frac{|\delta|}{l_c}$ .

Từ đó, ta suy ra:

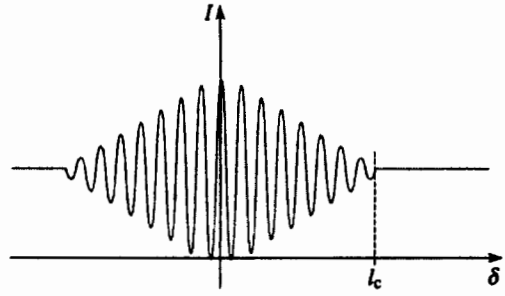
$$\langle \cos\varphi \rangle = 0 \text{ nếu } |\delta| = l_c,$$

$$\text{và } \langle \cos\varphi \rangle = \left(1 - \frac{|\delta|}{l_c}\right) \cos(2\pi\sigma_0\delta) \text{ nếu } |\delta| < l_c.$$

$$\text{b) } I = I_0(1 + \langle \cos\varphi \rangle) = I_0[1 + \Gamma(\delta)\cos(2\pi\sigma_0\delta)]$$

$$\text{với: } \Gamma(\delta) = 1 - \frac{|\delta|}{l_c} \text{ nếu } |\delta| < c\tau_c$$

$$\text{và } \Gamma(\delta) = 0 \text{ nếu } |\delta| > c\tau_c \text{ (h.14).}$$



**Hình 14.** Giao thoa đổ của các đoàn sóng có cùng thời khoảng kéo dài.

2) a) Ta có:

$$I = I_0(1 + \langle \cos\varphi \rangle) = I_0[1 + \Gamma(\delta)\cos(2\pi\sigma_0\delta)],$$

$$\text{lần này với } \Gamma(\delta) = \exp\left(-\frac{|\delta|}{l_c}\right).$$

Đồ thị của  $I(\delta)$  được biểu diễn trên hình 15.

b) Cường độ dải phổ  $d\sigma$  tương ứng với nguyên tố là:  $dI = I_\sigma[1 + \cos(2\pi\sigma\delta)]d\sigma$ .

Cường độ tổng cộng được tính bằng tích phân:

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} I_\sigma[1 + \cos(2\pi\sigma\delta)]d\sigma.$$

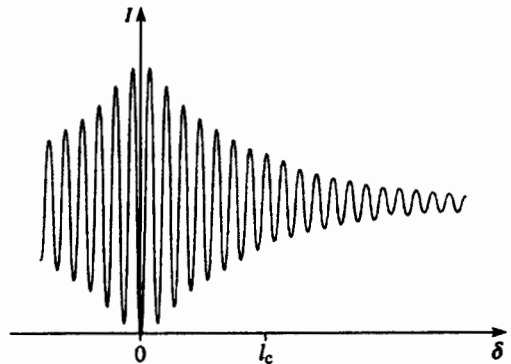
Tích phân từ  $-\infty$  đến  $+\infty$  là một thủ thuật toán học, không làm thay đổi kết quả tính toán vì  $I_\sigma$  có thể được xem là bằng 0 khi ở xa  $\sigma_0$ .

Áp dụng kết quả tích phân đã cho, trước hết với  $u = 0$  và sau đó với  $u = 2\pi\delta$ , ta được:

$$I = I_0[1 + \exp(-\pi\Delta\sigma\delta)\cos(2\pi\sigma_0\delta)].$$

Hai mô hình trên sẽ tương đương với nhau nếu như:

$$\Delta\sigma l_c = 1.$$



**Hình 15.** Giao thoa đổ với độ tương phản giảm theo hàm mũ.

► Để luyện tập: bài tập 4 và 5.

### 3.4. Ảnh FOURIER của $I_{\sigma}(\sigma)$

Ta có thể tìm lại các tính chất của giao thoa đồ  $I(\delta)$  từ những tính chất của ảnh FOURIER của  $I_{\sigma}(\sigma)$ .

Để đơn giản các biểu thức, ta giả sử rằng hai sóng giao thoa có cùng một cường độ phổ  $I_{\sigma}(\sigma)$ . Ta cũng giả sử rằng hiệu đường đi  $\delta$  tại một điểm  $M$  không phụ thuộc vào  $\sigma$ .

Ứng đối với dải phổ  $d\sigma$ , cường độ sáng tại  $M$  là:

$$dI = 2I_{\sigma}(\sigma)[1 + \cos(2\pi\sigma\delta)]d\sigma.$$

Do đó, cường độ ánh sáng tổng cộng là:

$$I = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} I_{\sigma}(\sigma)d\sigma + 2 \int_{-\infty}^{+\infty} I_{\sigma}(\sigma)\cos(2\pi\sigma\delta)d\sigma.$$

Các tích phân từ  $-\infty$  đến  $+\infty$  chỉ là những thủ thuật toán học.  $I_{\sigma}(\sigma)$  chỉ có những giá trị khác 0 ở trong một khoảng nhỏ ở lân cận của  $\sigma_0$ . Do đó, các cận tích phân có thể được đẩy ra vô cùng mà không làm thay đổi giá trị của tích phân.

$I_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} I_{\sigma}(\sigma)d\sigma$  là cường độ tổng cộng của từng sóng khi chỉ có một mình nó.

$\mathcal{J}(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} I_{\sigma}(\sigma)\cos(\sigma u)d\sigma$  là phần thực của ảnh Fourier của hàm

$I_{\sigma}(\sigma)$ . Lưu ý rằng  $\mathcal{J}(u)$  là một hàm chẵn của  $u$ .

Khi đó, nếu đặt  $u = 2\pi\delta$  ta sẽ được:  $I = 2[I_0 + \sqrt{2\pi}\mathcal{J}(2\pi\delta)]$ .

Do đó, các tính chất của giao thoa đồ có thể được suy ra từ những tính chất của ảnh FOURIER.

## Áp dụng 3

#### Xác định giao thoa đồ bằng ảnh FOURIER

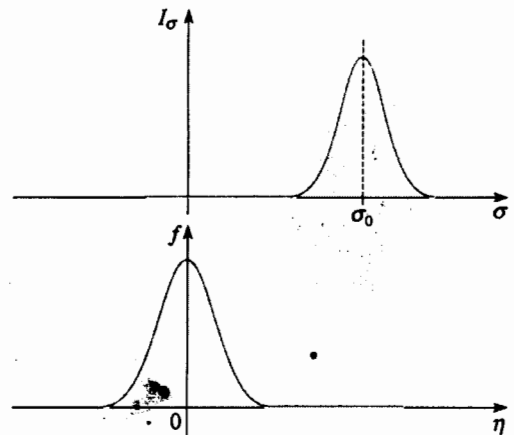
Cho một bức xạ gần đơn sắc, có cường độ phổ là:

$$I_{\sigma}(\sigma) = f(\eta) \text{ với } \eta = 2\pi(\sigma - \sigma_0),$$

ở đây  $f$  là một hàm thực, chẵn và có thể được biểu diễn bằng một đường cong dạng chuông có độ rộng là  $2\pi\Delta\sigma$  (h.16).

- 1) Viết hệ thức giữa độ tương phản  $\Gamma(\delta)$  và ảnh FOURIER  $\mathcal{F}$  của hàm  $f$ .
- 2) Từ đó suy ra cỡ độ lớn của số vân nhìn thấy.
- 3) Bằng cách sử dụng những kết quả cho trong phần phụ lục, hãy tìm lại biểu thức của  $\Gamma(\delta)$  nếu:

$$I_{\sigma}(\sigma) = \frac{A}{1 + \left(2 \frac{\sigma - \sigma_0}{\Delta\sigma}\right)^2}.$$



Hình 16. Các hàm số  $I_{\sigma}(\sigma)$  và  $f(\eta)$  (đường cong phổ dạng chuông).

Tính số vân nhìn thấy nếu thừa nhận rằng ta còn có thể phân biệt các vân giao thoa chùng nào mà độ tương phản còn lớn hơn 0,2.

1) Cường độ tổng cộng là một hàm của hiệu đường đi  $\delta$ :

$$I(\delta) = \int_{-\infty}^{\infty} 2f(\eta)[1 + \cos(2\pi\sigma\delta)]d\sigma$$

$$= 2I_0 + \int_{-\infty}^{\infty} 2f(\eta)\cos(2\pi\sigma\delta)d\sigma.$$

Nhưng  $d\sigma = \frac{1}{2\pi}d\eta$  và  $\cos(2\pi\sigma\delta) = \cos(\eta\delta + 2\pi\sigma_0\delta)$ .

Từ đó suy ra:

$$I = 2I_0 + \frac{1}{\pi}\cos(2\pi\sigma_0\delta) \int_{-\infty}^{\infty} f(\eta)\cos(\eta\delta)d\eta$$

$$- \frac{1}{\pi}\sin(2\pi\sigma_0\delta) \int_{-\infty}^{+\infty} f(\eta)\sin(\eta\delta)d\eta.$$

• Vì  $f(\eta)$  là một hàm chẵn nên tích phân thứ hai bằng 0.

$$I_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\eta)d\eta = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \mathcal{F}(0).$$

Suy ra  $I = 2I_0 [1 + \Gamma(\delta)\cos(2\pi\sigma_0\delta)]$ ,

$$\text{với } \Gamma(\delta) = \frac{1}{2\pi I_0} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\eta)\cos(\eta\delta)d\eta = \frac{\mathcal{F}(\delta)}{\mathcal{F}(0)}.$$

2) Theo những tính chất của ảnh FOURIER (phụ lục 1), độ rộng  $\Delta\delta$  của  $\mathcal{F}(\delta)$  phải thỏa mãn:

$$2\pi\Delta\sigma\Delta\delta \approx 2\pi, \text{ do đó } \Delta\delta \approx \frac{1}{\Delta\sigma}.$$

Trên giao thoa đồ  $I(\delta)$ , mỗi vân chiếm một khoảng  $\lambda_0$ . Do đó, số vân có độ tương phản đủ sẽ

$$\text{vào khoảng } N = \frac{\Delta\delta}{\lambda_0} = \frac{\sigma_0}{\Delta\sigma}.$$

$$3) f(\eta) = \frac{A}{1 + \left(\frac{2\eta}{2\pi\Delta\sigma}\right)^2}.$$

Theo phụ lục 1,  $\Gamma(\delta) = \frac{\mathcal{F}(\delta)}{\mathcal{F}(0)} = \exp(-\pi\Delta\sigma|\delta|)$ .

Vì  $\Gamma > 0,2$  nếu như  $|\delta| = \frac{0,51}{\Delta\sigma}$ , và điều đó tương ứng với một số vân nhìn thấy là:

$$N = \frac{2|\delta|_{\max}}{\lambda_0} \approx \frac{\sigma_0}{\Delta\sigma}.$$

## 4 Vài nét sơ lược về phép phân tích quang phổ biến đổi FOURIER

Đây là một phần khó và nằm ở giới hạn của chương trình. Vì vậy, có thể không đề cập đến nó trong lần tiếp cận đầu tiên.

Định nghĩa và những tính chất hữu ích của ảnh FOURIER được nêu trong phần phụ lục.

### 4.1. Phép phân tích quang phổ giao thoa

Mục đích của phép phân tích quang phổ là đo sự phân bố phổ cường độ hay đơn giản hơn là xác định quang phổ của ánh sáng phát ra từ một nguồn. Một trong những cách tiến hành là làm tán sắc những bức xạ đơn sắc khác nhau (còn được gọi là các vạch trong phân tích quang phổ) bằng một hệ làm lệch những bức xạ này một cách lọc lựa.

Về những hệ tán sắc này, ta đã biết đến lăng kính và sau này ta sẽ biết về các cách tử nhiễu xạ.

Ta cũng có thể biết quang phổ của ánh sáng bằng cách phân tích giao thoa đồ của nó. Trong phần này ta sẽ chứng tỏ rằng việc tính toán ảnh FOURIER của giao thoa đồ cho phép biết được hàm  $I_\sigma(\sigma)$ .

Trên thực tế có nhiều thiết bị phổ kế giao thoa khác, ví dụ như giao thoa kế FABRY – PEROT sẽ được nghiên cứu trong bài tập 6.

## 4.2. Thiết bị thực nghiệm và nguyên lí

Sơ đồ nguyên lí của những thiết bị loại này là sơ đồ đã được mô tả ở hình 4. Ánh sáng cân phân tích có cường độ phổ  $I_{\sigma}(\sigma)$  chiếu vào một giao thoa kế MICHELSON được điều chỉnh để thu nhận những vân tròn giao thoa ở vô cực. Tại tiêu điểm ảnh của thấu kính, người ta đặt một đầu thu cho tín hiệu tỉ lệ với cường độ  $I(\delta)$ . Một động cơ làm dịch chuyển từ từ gương  $M_1$ ; nếu  $x$  biểu diễn độ dịch chuyển của gương này so với vị trí tương ứng với hiệu đường đi bằng 0 thì  $\delta$  bằng  $2x$ .

Một hệ máy tính điều khiển thao tác này, vì vậy ta có thể lấy các số liệu của  $I$  và  $\delta$  tại mọi thời điểm, với một tập hợp các giá trị khác nhau của biến  $\sigma$ , ta sẽ tính toán bằng số tích phân sau:

$$\mathcal{F}(\sigma) = \int_0^L I(\delta) \cos(2\pi\sigma\delta) d\delta,$$

$\sigma$  là một biến thực còn  $L$  là giá trị cực đại của  $\delta$ .

Theo kết quả đã có ở §3.4:  $I(\delta) = 2[I_0 + \sqrt{2\pi} \mathcal{J}(u)]$

$$\text{với } u = 2\pi\delta \text{ và } \mathcal{J}(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} I_{\sigma}(\sigma) \cos(\sigma u) d\sigma.$$

Nếu ta cho  $L$  tiến ra vô cùng thì:

$$\mathcal{F}_{\infty}(\sigma) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} I_0 \cos(u\sigma) du + \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} \mathcal{J}(u) \cos(u\sigma) du.$$

$\mathcal{J}(u)$  là một hàm thực, chẵn nên ta có:

$$\mathcal{F}_{\infty}(\sigma) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} I_0 \cos(u\sigma) du + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{J}(u) \cos(u\sigma) du.$$

Theo các tính chất của ảnh FOURIER (xem phụ lục 1):

- số hạng thứ nhất là một "đỉnh DIRAC" tại  $\sigma = 0$ ;
- số hạng thứ hai tỉ lệ với ảnh FOURIER của  $\mathcal{J}(u)$  hay tỉ lệ với ảnh FOURIER ngược (hai phép toán này là đồng nhất nếu như hàm số là chẵn).

Chính  $\mathcal{J}(u)$  cũng là ảnh FOURIER của hàm chẵn  $\mathcal{J}_{\sigma}(\sigma) = \frac{1}{2} I_{\sigma}(|\sigma|)$ .

Ta thu được  $\mathcal{F}(\sigma) = I_0\delta(0) + I(\sigma)$  hay đối với  $\sigma > 0$ ,  $\mathcal{F}(\sigma) = \frac{1}{2} I_{\sigma}(\sigma)$ .

Điều này chỉ đúng nếu như  $L$  lớn vô cùng. Đối với  $L$  lớn nhưng không phải là vô hạn,  $\mathcal{F}(\sigma)$  cho ta một hình ảnh hơi biến dạng của  $I_{\sigma}(\sigma)$ .

Nếu nguyên lí là đơn giản thì sự tiến hành thực nghiệm lại rất tinh tế. Để thu được phổ thật gần với phổ chính xác,  $L$  cần phải rất lớn. Về mặt cơ khí, gương cần phải được tịnh tiến không quay trên một khoảng dài tới 1 mét. Hơn nữa, đối với các hiệu đường đi rất lớn, các vân tròn giao thoa rất sát nhau. Điều đó gây khó khăn cho việc đo chính xác  $I(\delta)$  bằng một đầu thu không thực sự có dạng điểm.

## 4.3. Trường hợp ánh sáng đơn sắc

Ta bắt đầu bằng việc nghiên cứu hàm  $\mathcal{F}(\sigma)$  đối với ánh sáng tới hoàn toàn đơn sắc, có bước sóng trong chân không  $\lambda_0$  hay có số sóng  $\sigma_0$ .

$$I(\delta) = I_0[1 + \cos(2\pi\sigma_0\delta)]; \quad \mathcal{F}(\sigma) = I_0 \int_0^L [1 + \cos(2\pi\sigma_0\delta)] \cos(2\pi\sigma\delta) d\delta.$$

Sau khi tính toán, ta được:

$$\mathcal{F}(\sigma) = I_0 L \frac{\sin(2\pi\sigma L)}{2\pi\sigma L} + \frac{I_0 L \sin[2\pi(\sigma - \sigma_0)L]}{2\pi(\sigma - \sigma_0)L} + \frac{I_0 L \sin[2\pi(\sigma + \sigma_0)L]}{2\pi(\sigma + \sigma_0)L}$$

Đồ thị của hàm  $\mathcal{F}(\sigma)$  được biểu diễn trên hình 17.

Nếu  $L$  là lớn so với  $\lambda_0$ , trên thực tế điều này luôn luôn nghiệm đúng, cả ba đỉnh đều tách biệt hoàn toàn. Nếu ta chỉ để ý các giá trị  $\sigma$  gần  $\sigma_0$ , các giá trị  $\sigma_0$  và cường độ  $I_0$  sẽ được tính tại cực đại của  $\mathcal{F}(\sigma)$ .

Hệ thiết bị như vậy thực sự là một quang phổ kế có khả năng đo bước sóng  $\lambda_0$  và cường độ tương ứng.

Đỉnh thu được sẽ càng hẹp và cao khi  $L$  càng lớn. Chính xác hơn, độ rộng của đỉnh được đo giữa hai giá trị 0 ở hai bên cực đại là  $\Delta\sigma = \frac{1}{L}$ .

Khi  $L$  tiến ra vô cùng, đỉnh này sẽ trở thành một đỉnh DIRAC vô cùng hẹp và độ bất định về giá trị  $\sigma_0$  sẽ tiến tới 0.

#### 4.4. Trường hợp một tập hợp các vạch đơn sắc

##### 4.4.1. Thu nhận phổ

Bây giờ, chúng ta sẽ khảo sát một ánh sáng đa sắc gồm một tập hợp  $N$  bức xạ đơn sắc có các bước sóng  $\lambda_p$  (với  $\sigma_p = \frac{1}{\lambda_p}$ ) và có các cường độ  $I_p$  tương ứng.

Ta giả sử rằng  $\delta$  không phụ thuộc vào bước sóng, trong giao thoa kế MICHELSON, điều giả sử này có thể được thực hiện bằng cách sử dụng bản mỏng chính (xem bài tập giải sẵn). Các bức xạ đơn sắc trên là không kết hợp, vì vậy ta có thể viết:

$$I(\delta) = \sum_{p=1}^N I_p [1 + \cos(2\pi\sigma_p \delta)],$$

$$\text{và } \mathcal{F}(\sigma) = \sum_1^N I_p \left[ \int_0^L [1 + \cos(2\pi\sigma_p \delta)] \cos(2\pi\sigma \delta) d\delta \right]$$

Nếu ta chỉ xét ở các giá trị dương của  $\sigma$  trong dải phổ nghiên cứu thì:

$$\mathcal{F}(\sigma) = \frac{L}{2} \sum_p I_p \frac{\sin[2\pi(\sigma - \sigma_p)L]}{2\pi(\sigma - \sigma_p)L}$$

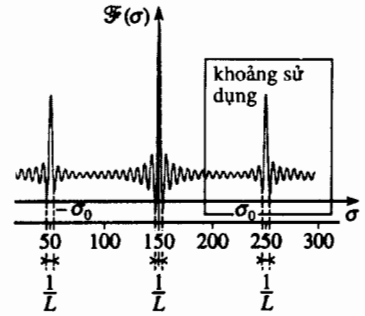
Do đó, đồ thị của hàm  $\mathcal{F}(\sigma)$  sẽ cho chúng ta phổ của ánh sáng cần phân tích (h.18).

- Vị trí của các cực đại tương ứng với các giá trị của  $\sigma_p$ .
- Độ cao của các đỉnh tỉ lệ với các  $I_p$ .
- Sự đo các  $\sigma_p$  sẽ càng chính xác khi các đỉnh này càng hẹp tức là khi  $L$  càng lớn.

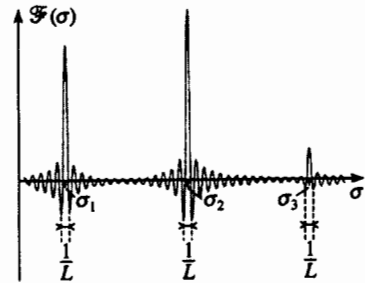
##### 4.4.2. Độ phân giải

Sự phân giải của một quang phổ kế là khả năng phân biệt các bức xạ có tần số rất gần nhau.

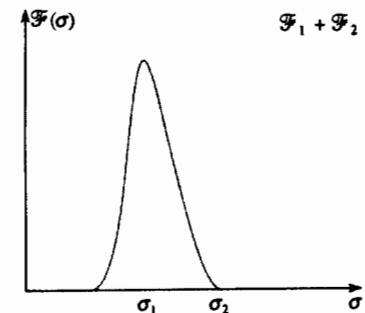
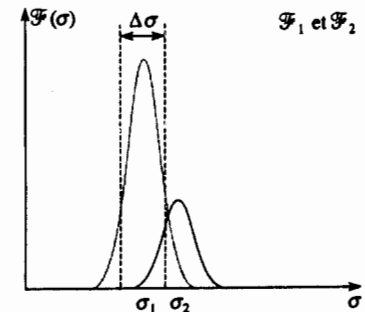
Ta xét các trường hợp giới hạn được vẽ trên các hình 19 và 20. Trong cả hai trường hợp ta khảo sát hai bức xạ đơn sắc có các bước sóng rất gần nhau  $\lambda_1$  và  $\lambda_2$ , có các cường độ  $I_1$  và  $I_2$ .



Hình 17. Đồ thị của hàm  $\mathcal{F}(\sigma)$ .



Hình 18.  $\mathcal{F}(\sigma)$  đối với ánh sáng bao gồm nhiều bức xạ đơn sắc.



Hình 19. Các vạch không phân giải được.

• Trường hợp thứ nhất (h.19)

Độ rộng  $\Delta\sigma = \frac{1}{L}$  của đỉnh rất lớn so với  $|\sigma_2 - \sigma_1|$ .

Hai đỉnh này sẽ trùng nhau và không thể đo tách biệt hai bức xạ tương ứng.

• Trường hợp thứ hai (h.20)

Độ rộng  $\Delta\sigma = \frac{1}{L}$  của một đỉnh rất nhỏ so với  $|\sigma_2 - \sigma_1|$ . Hai đỉnh này là

tách biệt nhau và do đó có thể đo riêng biệt  $\sigma_1, I_1, \sigma_2$  và  $I_2$ .

Giới hạn phân li nghĩa là khoảng cách phổ nhỏ nhất có thể còn đo được do đó sẽ vào cỡ  $\frac{1}{L}$ . Trên thực tế, người ta chỉ có thể đánh giá được bằng cỡ của đại lượng.

Giá trị chính xác của giới hạn phân li phụ thuộc vào phẩm chất của các linh kiện sử dụng, của độ sáng của các bức xạ và phụ thuộc vào tỉ số của các cường độ. Bài tập 8 sẽ đề cập đến vấn đề phân li của hai vạch phổ có cường độ khác nhau.

Nếu  $\lambda$  vào cỡ  $0,5 \mu\text{m}$  và  $L$  vào cỡ  $1 \text{ m}$ , thì giới hạn phân li về  $\sigma$  vào cỡ  $10^{-6} \mu\text{m}^{-1}$ . Trên thang bước sóng,  $|\lambda_1 - \lambda_2| \approx 0,25 \cdot 10^{-6} \mu\text{m}$  hay về giá trị tỉ đối:

$$\frac{|\lambda_1 - \lambda_2|}{\lambda_1} \approx 5 \cdot 10^{-7}.$$

Ngược lại, để đạt tới  $\frac{|\Delta\lambda|}{\lambda} = 1000$  đối với vạch kép vàng của natri cần phải xấp xỉ bằng  $L \approx 0,6 \text{ mm}$ .

4.5. Tổng quát hoá cho trường hợp phân bố phổ liên tục

Sự phân bố phổ liên tục có thể được xem như là một số vô cùng lớn các bức xạ đơn sắc. Nếu  $L$  là vô cùng thì ứng với một bức xạ đơn sắc này, ta sẽ có một đỉnh vô cùng mảnh và hàm  $\mathcal{F}(\sigma)$  sẽ tỉ lệ chính xác với  $I_\sigma(\sigma)$ . Vì  $L$  là hữu

hạn nên độ rộng của các đỉnh này vào cỡ  $\frac{1}{L}$ , và các chi tiết có độ rộng nhỏ so

với  $\frac{1}{L}$  thì không được tái hiện.

Chúng ta hãy lấy ví dụ một vạch kép có công - tua dạng Lorentz bằng:

$$I_\sigma(\sigma) = A \left[ \frac{1}{1 + \left(2 \frac{\sigma - \sigma_1}{\Delta\sigma}\right)^2} + \frac{1}{1 + \left(2 \frac{\sigma - \sigma_2}{\Delta\sigma}\right)^2} \right].$$

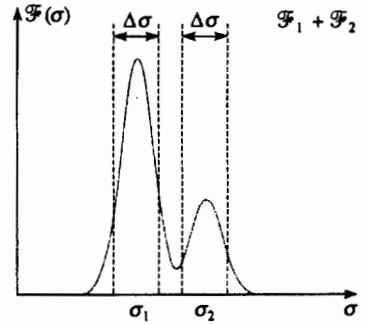
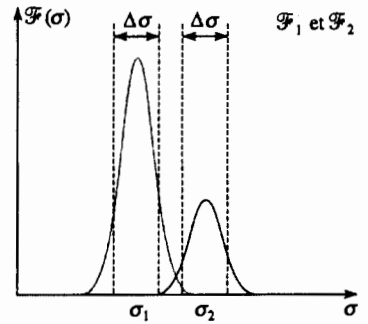
Với  $\sigma_1 = \sigma_0 - \Delta\sigma$  và  $\sigma_2 = \sigma_0 + \Delta\sigma$  (h.21).

Với một phần mềm tính toán hoặc bằng những công thức tích phân cho sẵn, chúng ta thu được biểu thức của cường độ của lối ra của giao thoa kế là (h.22):

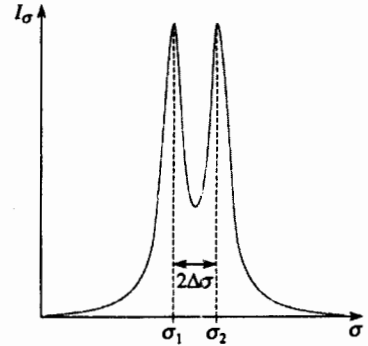
$$I = A\pi\Delta\sigma \left[ 2 + \exp(-\pi\Delta\sigma\delta) \left[ \cos(2\pi\sigma_1\delta) + \cos(2\pi\sigma_2\delta) \right] \right].$$

Khi giới hạn ở các giá trị  $\sigma$  gần với  $\sigma_0$ ,  $\mathcal{F}(\sigma)$  được tính như sau:

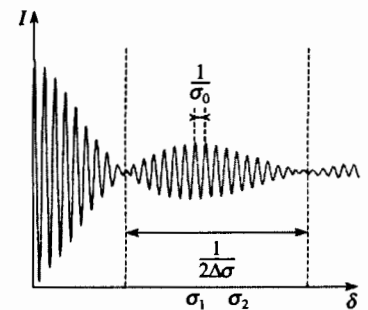
$$\mathcal{F}(\sigma) = \frac{A}{2} \frac{1 - \exp(-\pi\Delta\sigma L) \left[ \cos(2\pi(\sigma - \sigma_1)L) - 2 \frac{\sigma - \sigma_1}{\Delta\sigma} \sin(2\pi(\sigma - \sigma_1)L) \right]}{1 + \left(2 \frac{\sigma - \sigma_1}{\Delta\sigma}\right)^2} + \frac{A}{2} \frac{1 - \exp(-\pi\Delta\sigma L) \left[ \cos(2\pi(\sigma - \sigma_2)L) - 2 \frac{\sigma - \sigma_2}{\Delta\sigma} \sin(2\pi(\sigma - \sigma_2)L) \right]}{1 + \left(2 \frac{\sigma - \sigma_2}{\Delta\sigma}\right)^2}.$$



Hình 20. Các vạch phân giải được.



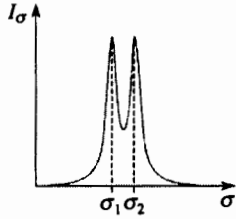
Hình 21. Vạch kép dạng Lorentz.



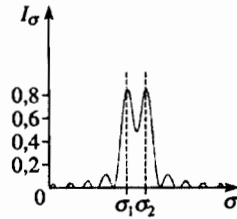
Hình 22. Giao thoa đó.

Lưu ý rằng, đối với  $L$  vô cùng lớn, ta tìm lại được công thức  $\mathcal{F}(\sigma) = \frac{1}{2} I_\sigma(\sigma)$ .

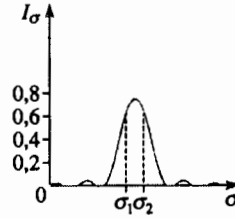
Cả ba trường hợp trên được vẽ trên các hình 23, 24 và 25. Đồ thị của  $I_\sigma(\sigma)$  được biểu diễn chính xác trong trường hợp đầu tiên.



**Hình 23.** Phổ thu được khi  $L = \frac{1}{\Delta\sigma}$ .



**Hình 24.** Phổ thu được khi  $L = \frac{1}{2\Delta\sigma}$ .



**Hình 25.** Phổ thu được khi  $L = \frac{1}{3\Delta\sigma}$ .

Hai vạch phổ là phân li được nhưng với đồ thị  $I_\sigma(\sigma)$  gần như trong trường hợp thứ hai, hai vạch này là trùng nhau trong trường hợp cuối cùng.



# ĐIỀU CẦN GHI NHỚ

## ■ CÁC VÂN GIAO THOA TRONG ÁNH SÁNG TRẮNG

- Với nguồn ánh sáng trắng, các vân giao thoa chỉ xuất hiện ở lân cận vị trí ứng với hiệu đường đi bằng 0 (nếu như vị trí này không phụ thuộc vào bước sóng).
- Đối với các hiệu đường đi lớn hơn  $3 \mu\text{m}$ , mắt người không còn phân biệt được những bức xạ bị dập tắt và những bức xạ có cường độ cực đại nữa. Cảm giác ánh sáng khi đó có màu trắng, được gọi là *màu trắng bậc trên*.

## ■ CƯỜNG ĐỘ PHỔ

- Theo định nghĩa, số sóng  $\sigma$  bằng  $\sigma = \frac{1}{\lambda}$ . Một sóng gần như đơn sắc được mô hình hoá bằng chồng chất của các sóng đơn sắc không kết hợp có bước sóng rất gần với  $\sigma_0$ .
- Cường độ trong khoảng phổ  $d\sigma$  là bằng  $dI = I_\sigma(\sigma)d\sigma$ .
- $I_\sigma$  được gọi là *cường độ phổ* còn hàm số  $I_\sigma(\sigma)$  biểu diễn *sự phân bố phổ* cường độ.
- Người ta gọi *giao thoa đồ*  $I(\delta)$  là đồ thị ghi nhận được của cường độ tổng cộng giao thoa hai sóng phát xuất từ cùng một sóng sơ cấp.

Giao thoa đồ của ánh sáng gần như đơn sắc có dạng:

$$I = I_1 + I_2 + 2f(\delta)\sqrt{I_1 I_2} \cos(2\pi\sigma_0\delta).$$

- Đối với bức xạ có cường độ phổ  $I_\sigma(\sigma)$  được biểu diễn bằng một đỉnh có cực đại tại  $\sigma = \sigma_0$  và có độ rộng  $\Delta\sigma_0$ , độ tương phản của các vân giao thoa là cực đại khi  $\delta$  xấp xỉ bằng 0 và nó trở nên gần như bằng 0 nếu hiệu đường đi hình học là lớn so với  $\frac{1}{\Delta\sigma}$ .

## ■ ĐỘ DÀI KẾT HỢP

- Độ dài kết hợp bằng  $l_c = c\tau_c$  của một ánh sáng gần như đơn sắc bằng độ dài trung bình của các đoàn sóng.

Khi hiệu đường đi giữa hai sóng phát xuất từ cùng một sóng sơ cấp là lớn hơn  $l_c$  thì hai sóng này sẽ mất tính đồng bộ thời gian của chúng và các vân giao thoa biến mất.

- Độ rộng phổ của một nguồn gần như đơn sắc và độ dài kết hợp của nó thoả mãn:

$$l_c \approx \frac{1}{\Delta\sigma}; \tau_c \approx c\Delta\sigma; l_c \approx \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda}.$$

Nên vân giao thoa nhìn rõ là vào khoảng  $\frac{2\sigma_0}{\Delta\sigma} = \frac{2\lambda_0}{\Delta\lambda} = \frac{2l_c}{\lambda_0}$ .

# BÀI TẬP GIẢI SẴN

## BẢN BỐ CHÍNH VÀ TÍNH TIÊU SẮC CỦA GIAO THOA KẾ MICHELSON

### BÀI TẬP

Mục đích của bài tập này là làm rõ khái niệm vân tiêu sắc và đồng thời chứng tỏ rằng các vân giao thoa trong ánh sáng trắng không thể quan sát được nếu như không có bản bố chính trong giao thoa kế MICHELSON.

Xét một giao thoa kế MICHELSON không có bản bố chính, được chiếu sáng bằng một chùm sáng song song trong các điều kiện được chỉ ra ở sơ đồ bên.

Điểm  $O$  trên màn là điểm liên hợp của  $O_2$ , qua thấu kính. Dịch chuyển tịnh tiến gương  $M_1$  có thể được xác định bằng hoành độ  $x$ .

Bản bán mạ có độ dày rất nhỏ  $e = 1 \text{ mm}$ , được làm bằng thủy tinh có chiết suất phụ thuộc vào bước sóng theo định luật CAUCHY:

$$n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2} \text{ với } A = 1,500 \text{ và } B = 0,004 \mu\text{m}^2.$$

1) Xác định hiệu đường đi  $\delta$  của hai sóng giao thoa tại  $O$  theo  $e$ ,  $n(\lambda)$  và các đại lượng chỉ phụ thuộc vào vị trí của các gương. Theo quy ước,  $x = 0$  khi hiệu đường đi tại  $O$  giữa hai sóng bằng 0 đối với  $\lambda = \lambda_0 = 0,58 \mu\text{m}$ . Ta kí hiệu  $n_0$  là chiết suất đối với  $\lambda = \lambda_0$ . Viết tường minh biểu thức của hiệu đường đi  $\delta(x, \lambda)$  tại  $O$ , theo bước sóng  $\lambda$  và vị trí  $x$  của gương  $M_1$ .

2)  $M_1$  nằm ở vị trí  $x = 0$ .

a) Tìm các hiệu đường đi đối với  $\lambda = \lambda_0$ ,  $\lambda = 0,56 \mu\text{m}$  và  $\lambda = 0,60 \mu\text{m}$ ?

b) Liệu ta có thể quan sát được các vân giao thoa ở lân cận  $O$  với ánh sáng trắng được lọc bằng một kính lọc màu vàng (lọc lựa kém) cho qua các bức xạ có bước sóng nằm giữa  $0,56 \mu\text{m}$  và  $0,60 \mu\text{m}$ ?

Ta sẽ quan sát thấy gì trong ánh sáng trắng?

3) Giả sử  $\varphi$  là độ lệch pha giữa hai sóng giao thoa tại  $O$ .

a) Viết biểu thức hàm  $\varphi(x, \lambda)$ .

b) Với những giá trị  $x_q$  nào của  $x$  thì  $\varphi$  là dừng đối với các biến thiên nhỏ của  $\lambda$  xung quanh  $\lambda_0 = 0,58 \mu\text{m}$ ? Đánh giá độ dịch chuyển này theo micromet, sau đó theo số vân.

c) Nghiên cứu bằng số hàm  $\varphi(x, \lambda)$  với  $x = x_a$ ;  $x = x_a + 4 \mu\text{m}$ ;  $x = x_a + 10 \mu\text{m}$ .

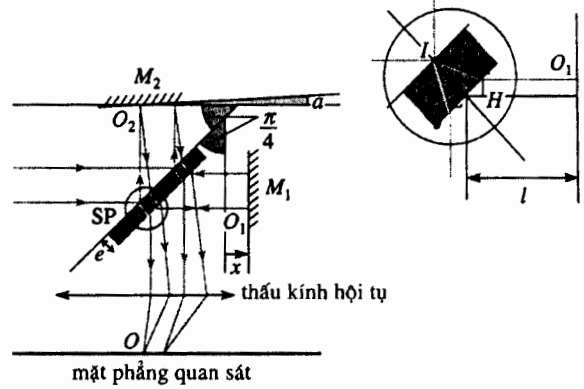
Ứng với mỗi giá trị trên:

• xác định các độ lệch pha với các giá trị  $\lambda$  sau:  $0,52 \mu\text{m}$ ;  $0,56 \mu\text{m}$ ;  $0,58 \mu\text{m}$ ;  $0,60 \mu\text{m}$ ;  $0,64 \mu\text{m}$ ?

• vẽ đồ thị  $\varphi(\lambda)$  trong miền này (dùng máy tính có đồ thị hoặc phần mềm chuyên dụng).

d) Mô tả hệ vân giao thoa quan sát được qua kính lọc màu vàng. Đánh giá cỡ độ lớn của số vân nhìn thấy. Ta sẽ quan sát thấy gì trong ánh sáng trắng?

e) Từ quan điểm này, lợi ích của bản bố chính là gì?



### HƯỚNG DẪN

Để tính toán các hiệu đường đi, người ta thường sử dụng tính chất của các cặp điểm liên hợp: quang lộ giữa hai điểm liên hợp là độc lập với tia sáng qua chúng.

### LỜI GIẢI

1) Hành trình  $O_2 I J O$  là hành trình khả dĩ của ánh sáng, bởi vì nó tuân theo các định luật khúc xạ. Quang lộ ( $O_2 O$ ) độc lập với tia sáng nên các quang lộ  $L_1$  và  $L_2$  giữa  $I$  và  $O$  sẽ là:

$$L_2 = 2(O_2 I) + (I J) + (J O) \text{ và, vì } (I J) = (I K), L_1 = 3(I J) + 2(O_1 K) + (J O)$$

$$\text{hay } \delta(n) = 2(O_2 I) - (O_1 K) - (I J) = 2(HL) - (I J) + (O_2 I) - l.$$

Ở trong bản thủy tinh, các tia sáng hợp một góc  $\theta$  với pháp tuyến của mặt bản. Theo các định luật khúc xạ:

$$n(\lambda)\sin\theta = \sin\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}, \text{ do đó } \cos\theta = \sqrt{1 - \frac{1}{2n^2}}.$$

$$(IJ) = n \frac{e}{\cos\theta} \text{ và } HL = \frac{LK}{\sqrt{2}} = e \frac{\tan\theta}{\sqrt{2}} = ne \frac{\sin^2\theta}{\cos\theta}.$$

Do đó:  $HL - (IJ) = -ne \cos\theta = \sqrt{n^2(\lambda) - \frac{1}{2}}$ , suy ra:

$$\delta = 2(O_2I - 1 - ne \cos\theta) = 2 \left( O_2I - 1 - e \sqrt{n^2(\lambda) - \frac{1}{2}} \right).$$

$$\delta(\lambda_0) = 0 \text{ và } O_2I - 1 = cte - x, \text{ do đó } \delta(x, \lambda) = 2e \left( \sqrt{n_0^2 - \frac{1}{2}} - \sqrt{n^2(\lambda) - \frac{1}{2}} \right) - 2x.$$

2) a) Theo quy ước  $\delta(0, \lambda_0) = 0$ . Do đó, ta cũng có:

$$\delta(0, 0,56 \mu\text{m}) = -1,96 \mu\text{m} \text{ và } \delta(0, 0,60 \mu\text{m}) = 1,76 \mu\text{m}.$$

b) Độ chênh lệch giữa hai giá trị trên đây là vào khoảng 7 bước sóng. Vì vậy trong miền phổ này có khoảng 7 bức xạ cho cường độ cực đại tại  $O$ , và cũng có một số các bức xạ cho cường độ cực tiểu. Ta sẽ không quan sát được giao thoa. Trong ánh sáng trắng, hình giao thoa có màu trắng bạc trên.

$$3) \text{ a) } \varphi(x, \lambda) = 4\pi\sigma \left[ e \sqrt{n_0^2 - \frac{1}{2}} - \sqrt{n^2(\lambda) - \frac{1}{2}} - x \right] \text{ với } \sigma = \frac{1}{\lambda}.$$

$$\text{b) } \frac{\partial\varphi}{\partial\lambda} = -\frac{1}{\lambda^2} \frac{\partial\pi}{\partial\sigma}.$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\sigma} = 4\pi \left[ e \left( \sqrt{n_0^2 - \frac{1}{2}} - \sqrt{n^2(\lambda) - \frac{1}{2}} \right) - x \right] - 4\pi \frac{n(\lambda)e\sigma}{\sqrt{n^2(\lambda) - \frac{1}{2}}} \frac{dn}{d\sigma}.$$

Suy ra  $\frac{\partial\varphi}{\partial\sigma} = 0$  đối với  $\lambda = 0,58 \mu\text{m}$  (và do đó đối với  $n = n_0$ ) nếu như:

$$x = x_a = -\frac{n_0 e \sigma_0}{\sqrt{n_0^2 - \frac{1}{2}}} \left( \frac{dn}{d\sigma} \right)_{\lambda=0,58 \mu\text{m}}, \quad x_a = -\frac{2n_0 e B}{\lambda_0^2 \sqrt{n_0^2 - \frac{1}{2}}}.$$

Thay số vào, ta được  $x_a = -26,9 \mu\text{m}$ .

Trong ánh sáng đơn sắc bước sóng  $\lambda_0$ , độ dịch chuyển này tương ứng với sự

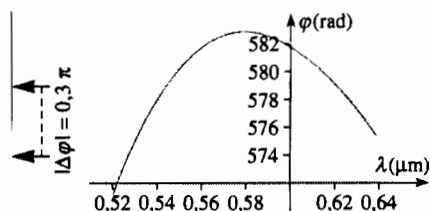
chạy qua của  $2 \frac{x_a}{\lambda_0} = 92,8$  vân.

$$\text{c) } \varphi(x, \lambda) = \frac{4\pi e}{\lambda} \left[ \frac{2Bn_0}{\lambda_0^2 \sqrt{n_0^2 - \frac{1}{2}}} + \sqrt{n_0^2 - \frac{1}{2}} - \sqrt{\left( A + \frac{B}{\lambda^2} \right)^2 - \frac{1}{2}} - \frac{x}{e} \right].$$

Các kết quả được đưa ra trên những sơ đồ dưới đây.

$$x = x_a + 0 \mu\text{m}$$

$\lambda$ ( $\mu\text{m}$ )	$\varphi$ (rad)
0,52	1,78,1 $\pi$
0,56	1,85,2 $\pi$
0,58	1,85,5 $\pi$
0,60	1,85,2 $\pi$
0,64	1,82,4 $\pi$



Không như các bài tập khác, bài tập này chỉ có ý nghĩa với những kết quả bằng số! Không cần phải tìm một "công thức độ nhìn rõ" mà cần phải phân tích những kết quả bằng số với các phương pháp đã trình bày ở §1 của giáo trình này.

Giá trị  $x_a$  sẽ bằng bao nhiêu nếu như hiệu đường đi không phụ thuộc vào bước sóng?

Nói rằng  $\varphi$  là dừng đối với  $\lambda$  có nghĩa là  $\varphi$  biến thiên rất ít trong dải phổ lân cận  $\lambda_0$ . Hệ quả của điều này lên sự chồng chất của các hệ vân giao thoa đơn sắc khác nhau là gì?

Về mặt toán học,  $\frac{\partial\varphi}{\partial\lambda} = 0$  tương

đương với  $\frac{\partial\varphi}{\partial\sigma} = 0$ .

Trong các phép đo giao thoa, người ta thường xác định các độ dịch chuyển bằng số vân. Cần phải nhớ rằng, một độ dịch chuyển làm  $\delta$  biến thiên một lượng  $\lambda_0$  sẽ tương ứng với sự dịch đi một vân giao thoa.

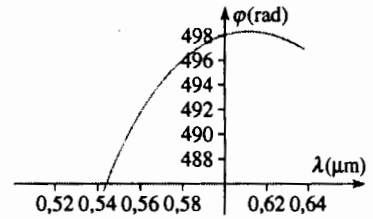
Tất nhiên, cần thiết phải dùng một máy tính có thể lập chương trình! Nói cho đúng hơn, bài tập này liên quan nhiều đến việc xử lý các kết quả hơn là việc tìm ra các kết quả đó.

Không có câu trả lời chính xác cho các câu hỏi về số vân nhìn thấy. Điều này phụ thuộc vào đầu thu, vào độ sáng của nguồn và vào chất lượng của giao thoa kế. Cho nên ở đây chỉ là đánh giá cỡ độ lớn.

$$x = x_a + 4 \mu\text{m}$$

$\lambda (\mu\text{m})$	$\varphi (\text{rad})$
0,52	$150,9 \pi$
0,56	$156,7 \pi$
0,58	$158,0 \pi$
0,60	$158,6 \pi$
0,64	$158,2 \pi$

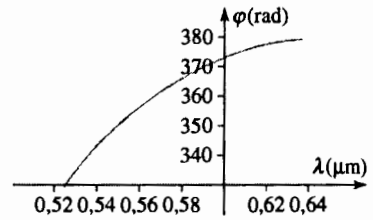
$$|\Delta\varphi| = 0,9 \pi$$



$$x = x_a + 10 \mu\text{m}$$

$\lambda (\mu\text{m})$	$\varphi (\text{rad})$
0,52	$104,8 \pi$
0,56	$113,8 \pi$
0,58	$116,6 \pi$
0,60	$118,6 \pi$
0,64	$120,7 \pi$

$$|\Delta\varphi| = 4,8 \pi$$



d) Phân tích các bảng giá trị và các đường cong trên cho thấy, với lọc sắc:

- khi  $x = x_a$ , độ lệch pha biến thiên ít trong miền phổ quan sát. Các vân giao thoa gần như chồng khít lên nhau và được nhìn thấy rõ rệt ở lân cận của  $O$ . Vì độ lệch pha là dừng đối với  $\lambda$  nên vân này được gọi là *vân tiêu sắc*;
- khi  $x = x_a + 4 \mu\text{m}$ , độ lệch pha biến thiên một lượng  $2\pi$ . Các vân giao thoa sẽ không còn chồng khít lên nhau nữa mà làm nhòe lẫn nhau. Vì vậy, các vân giao thoa không còn rõ như trước.
- khi  $x = x_a + 10 \mu\text{m}$ , độ lệch pha biến thiên một lượng  $5\pi$ . Còn các vân giao thoa là hoàn toàn biến mất.

Để kết luận, ta có thể thấy một vài vân quanh vân tiêu sắc. Một cách tùy ý, chúng ta thấy rằng các vân này chỉ rõ nét cho đến khi  $x = x_a + 4 \mu\text{m}$ , nghĩa là khi hiệu đường đi bổ sung là  $8 \mu\text{m}$ . Điều đó tương ứng với khoảng 15 vân giao thoa ở hai phía của vân tiêu sắc.

Trong ánh sáng trắng, ngay cả ở lân cận gần nhất của  $x_a$ , độ biến thiên của  $\varphi$  là rất lớn và rất khó quan sát các vân nếu không nói là không quan sát được (ta chỉ thấy màu trắng bạc trên).

e) Không có bản bố chính thì ngay cả với một bản bán mạ mỏng ( $1 \text{ mm}$ ), ta cũng không thể quan sát được vân giao thoa trong ánh sáng trắng. Với một lọc sắc kém lọc lựa, ta quan sát được các vân giao thoa ở lân cận vân tiêu sắc. Vân này bị dịch chuyển khá nhiều so với vị trí ứng với hiệu đường đi bằng 0. Bản bố chính sẽ khắc phục điều này bằng cách đưa thêm một độ lệch pha gần như đồng nhất vào đường 2 của giao thoa kế và điều đó làm cho hiệu đường đi trên thực tế sẽ không còn phụ thuộc vào bước sóng nữa.

# BÀI TẬP

## ÁP DỤNG TRỰC TIẾP BÀI GIẢNG

### 1 Sự lau kính và các vân giao thoa

Để lau các cửa kính, người ta sử dụng một chất tẩy rửa có cồn. Khi đó trên mặt kính xuất hiện những vết có màu sắc. Những vết này sẽ biến mất khi kính khô.

Một lớp cồn có độ dày không đổi  $e$  được phủ lên trên bề mặt thủy tinh phẳng. Hệ này được chiếu sáng thẳng góc bằng ánh sáng có cường độ  $I_0$ . Người ta nghiên cứu cường độ  $I_r$  của ánh sáng phản xạ.

**Biết rằng:** chiết suất của cồn  $n_a = 1,36$ ; chiết suất của thủy tinh  $n_v = 1,51$ .

Đối với sóng truyền trong môi trường chiết suất  $n_1$  và bị phản xạ trên môi trường chiết suất  $n_2$ , hệ số phản xạ biên độ bằng:

$$r_{12} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}.$$

1) Bằng phương pháp số hãy chứng minh rằng, ánh sáng phản xạ được gây ra là do sự giao thoa của hai sóng có được sau một lần phản xạ.

2) Sóng tới là đơn sắc có bước sóng  $\lambda$ .

Hãy khảo sát  $I_r(\sigma)$ .

3) Ánh sáng tới là ánh sáng trắng. Tại sao ánh sáng phản xạ lại có màu sắc vì những lí do gì?

### 2 Lớp phủ phản xạ

Người ta phủ lên trên bề mặt thủy tinh phẳng có chiết suất một lớp mỏng  $n_0 = 1,5$  vật liệu trong suốt có chiết suất  $n$ . Hệ được chiếu sáng thẳng góc bằng ánh sáng có cường độ  $I_0$  và người ta nghiên cứu cường độ  $I_r$  của ánh sáng phản xạ.

Đối với sóng truyền trong môi trường chiết suất  $n_1$  và phản xạ trên môi trường chiết suất  $n_2$ , hệ số phản xạ biên độ là:

$$r_{12} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}.$$

1) Hãy chứng minh bằng số rằng ánh sáng phản xạ là do sự giao thoa của hai sóng xuất phát từ cùng một lần phản xạ.

2) Sóng tới là đơn sắc có bước sóng là  $\lambda$ .

$e$  và  $n$  cần phải thỏa mãn những điều kiện gì để cho  $I_r$  bằng 0?

Viết biểu thức  $I_r(\sigma)$ .

3) Ánh sáng tới là ánh sáng trắng. Người ta muốn khử hoàn toàn bức xạ có bước sóng  $0,55 \mu\text{m}$  và làm yếu nhiều nhất các bước sóng khả kiến khác.

Hãy tính  $e$  và mô tả màu sắc của ánh sáng phản xạ.

### 3 Vân tiêu sắc với các khe YOUNG

Một bản thủy tinh có độ dày  $e = 0,2 \text{ mm}$  được đặt trước một trong hai khe YOUNG, được chiếu sáng thẳng góc bằng một chùm ánh sáng trắng song song. Chiết suất của thủy tinh phụ thuộc vào bước sóng, theo định luật CAUCHY:

$$n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2} \text{ với } A = 1,500 \text{ và } B = 0,004 \mu\text{m}^2.$$

1) Khi không có bản thủy tinh, hiệu đường đi tại một điểm  $M$  trên màn quan sát là  $\delta_0(M)$ .

Giả sử  $\varphi(M)$  là độ lệch pha giữa hai sóng tại  $M$  khi có bản thủy tinh.

Viết biểu thức của  $\varphi$  theo  $\delta_0$  và theo số sóng  $\sigma$ .

Vân tiêu sắc đối với bước sóng  $\lambda_0$  là vân giao thoa mà tương ứng với nó  $\varphi(\lambda)$  là chùng đối với  $\lambda = \lambda_0$  (ta lấy  $\lambda_0 = 0,6 \mu\text{m}$ ).

Tìm độ lệch (theo đơn vị số vân giao thoa) giữa vân trung tâm (bậc 0) đối với  $\lambda = \lambda_0$  và vân tiêu sắc.

2) Liệu có thể có một vân trung tâm đối với ánh sáng trắng? Mô tả hình ảnh vân giao thoa ở lân cận vân tiêu sắc.

### 4 Đường cong phổ dạng Gauss

Khi hiệu ứng DOPPLER là tác nhân chủ yếu làm mở rộng các vạch quang phổ (trong một chất khí ở áp suất thấp), sự phân bố phổ cường độ của một vạch gần đơn sắc sẽ có dạng Gauss:

$$I_\sigma(\sigma) = A \exp \left[ - \left( 2 \frac{\sigma - \sigma_0}{\Delta\sigma} \right)^2 \right],$$

$\Delta\sigma = \sigma_0 \sqrt{\frac{8RT}{Mc^2}}$  với  $M$  là khối lượng phân tử gam của

chất khí còn  $T$  là nhiệt độ tuyệt đối.

Người ta ghi nhận giao thoa đồ của một vạch thủy ngân ( $M = 201 \text{ g}$ ) có bước sóng  $\lambda_0 = 646 \text{ nm}$  và giả sử rằng vạch này có đường cong phổ dạng Gauss.

1) Xác định giao thoa đồ  $I(\delta)$ .

2) Tính bậc độ lớn của số vân giao thoa nhìn thấy và độ dài kết hợp ở  $600 \text{ K}$  và ở  $1800 \text{ K}$ . Nhận xét các kết quả thu được.

**Biết rằng:**

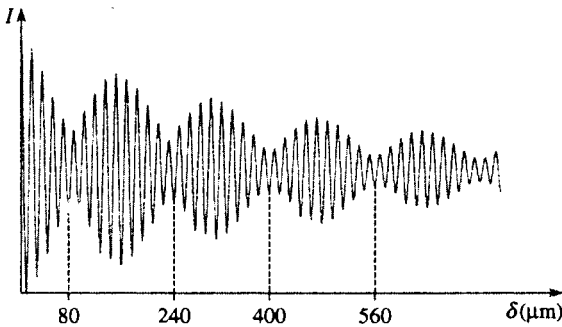
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \cos(ux) \exp \left[ - \left( \frac{2x}{\Delta x} \right)^2 \right] dx = \frac{\Delta x \sqrt{\pi}}{2} \exp \left[ - \left( \frac{u \Delta x}{4} \right)^2 \right];$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \sin(ux) \exp \left[ - \left( \frac{2x}{\Delta x} \right)^2 \right] dx = 0.$$

## 5 Phân tích giao thoa đồ

Xét một giao thoa đồ giống như trên hình dưới đây, chỉ khác là có thể đếm được 275 vân giữa hai cực tiểu của độ nhìn rõ.

Hãy xác định bước sóng hoặc những bước sóng, tỉ số của các cường độ, cũng như đánh giá độ rộng của các vạch và chiều dài kết hợp.



Biết rằng:

$$A \cos[(\alpha + \Delta\alpha)x] + B \cos[(\alpha - \Delta\alpha)x] = \alpha(x) \cos[\alpha x + \varphi(x)]$$

$$\text{với } \alpha^2 = A^2 + B^2 + 2AB \cos(2\Delta\alpha x);$$

$$\tan \varphi = \tan(\Delta\alpha x) \frac{A - B}{A + B}.$$

## VẬN DỤNG VỐN KIẾN THỨC

### 6\* Phân tích quang phổ

#### bằng giao thoa kế PEROT - FABRY

Giao thoa kế PEROT - FABRY gồm hai bản thủy tinh có hệ số phản xạ được tăng cường bằng cách phủ một lớp phản xạ. Để đơn giản, ta bỏ qua các hiệu ứng liên quan đến độ dày của các bản thủy tinh này.

Nếu kí hiệu (1) là môi trường bên ngoài và (2) là môi trường bên trong, ta đặt:

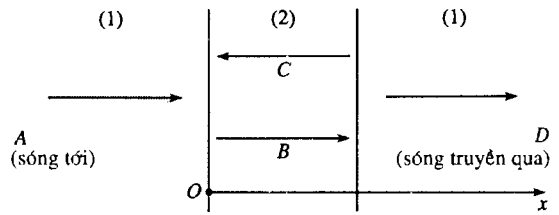
- $t_{12}$  và  $t_{21}$  là các hệ số truyền qua biên độ từ (1) sang (2) và từ (2) sang (1);
- $r_{12}$  và  $r_{21}$  là các hệ số phản xạ biên độ;
- $R = |r_{12}|^2 = |r_{21}|^2$  và  $T = t_{12}t_{21}$ . Ta thừa nhận rằng  $R + T = 1$ .

Môi trường (2) chứa đầy một chất khí có chiết suất  $n_2$  và có thể làm thay đổi bằng cách thay đổi áp suất.

Độ dày  $e$  là hằng số.

1) Sóng tới A là sóng đơn sắc có bước sóng trong chân

không  $\lambda_0$  ( $\sigma = \frac{1}{\lambda_0}$ ), và góc tới là bằng 0.



a) Tìm hệ thức giữa các biên độ phức:

$$\underline{\varepsilon}_A(x, t); \underline{\varepsilon}_B(x, t); \underline{\varepsilon}_C(x, t) \text{ và } \underline{\varepsilon}_D(x, t).$$

Và từ đó suy ra hàm truyền  $G(\varphi) = \frac{I_D}{I_A}$  với

$$\varphi = 4\pi n_2 e \sigma.$$

b) Không cần tính toán, hãy mô tả các hình giao thoa quan sát được ở vô cực nếu ánh sáng tới là sóng đơn sắc có một khẩu độ góc nào đó.

c) Bằng cách thay đổi  $n_2$ , người ta ghi nhận được một giao thoa đồ. Đầu thu chỉ được chiếu sáng bởi các tia vuông góc với mặt bản.

Vẽ dáng điệu hàm truyền  $G(n_2)$  trong trường hợp  $T \ll 1$ .

Tính độ rộng nửa chiều cao của các đỉnh và khoảng cách giữa chúng.

2) Sóng tới gồm một vạch kép của hai bức xạ có bước sóng gần nhau  $\lambda_0$  và  $\lambda_0 + \Delta\lambda$ .

Với điều kiện nào thì các đỉnh tương ứng với hai bức xạ này là phân biệt được?

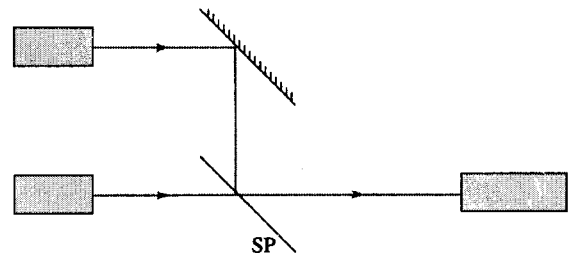
Kể ra một ứng dụng của giao thoa kế này.

### 7\* Đo thời gian kết hợp của một laser

Theo ENS Lyon và Cachan, 1997

Người ta nghiên cứu hiện tượng giao thoa gây ra bởi hai laser giống nhau theo mô hình đơn giản sau: hai laser này phát các đoàn sóng có biên độ không đổi  $s_0$ , có cùng một thời gian phát xạ  $\tau_c$ . Các mạch số  $\omega_1$  và  $\omega_2$  chỉ khác nhau rất ít. Biên độ mỗi sóng  $I_0$ .

Đầu thu được sử dụng có thời gian đáp ứng rất dài so với chu kì của các sóng nhưng rất ngắn so với thời gian phát xạ của các đoàn sóng.



1) Viết biểu thức cường độ  $I(t)$  đo được trên đầu thu theo  $I_0, \omega_1, \omega_2$  và các pha biến thiên tùy ý  $\varphi_1$  và  $\varphi_2$  của hai sóng.

Mô tả định tính sự biến thiên của cường độ  $I(t)$  trong hai trường hợp sau:

$$\frac{1}{\tau_c} \gg |\omega_1 - \omega_2| \text{ và } \frac{1}{\tau_c} \ll |\omega_1 - \omega_2|.$$

Giá trị trung bình  $\langle I \rangle$  tính trong một khoảng thời gian rất lớn so với  $\tau_c$  sẽ là bao nhiêu?

2) Dùng mô hình đơn giản hoá của các đoàn sóng có cùng thời gian phát xạ  $\tau_c$ , xác định các giá trị trung bình (trong một khoảng thời gian rất lớn so với  $\tau_c$ ) sau:

$$\langle \cos[\varphi(t + \tau) - \varphi(t)] \rangle \text{ và } \langle \sin[\varphi(t + \tau) - \varphi(t)] \rangle$$

với  $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$  là độ lệch pha giữa hai sóng.

3) Tín hiệu lối ra của đầu thu  $u(t)$  được xử lí bằng một hệ máy tính để tìm hàm tương quan  $g(\tau)$  được định nghĩa như sau:

$$g(\tau) = \frac{\langle I(t)I(t + \tau) \rangle}{\langle I \rangle^2}.$$

Tính  $g(\tau)$ .

Vẽ đồ thị của  $g(\tau)$  nếu  $\frac{1}{\tau_c}$  rất lớn so với  $|\omega_1 - \omega_2|$ .

Từ đó suy ra cách đo  $\tau_c$ .

## 8\*\* Phân tích quang phổ bằng ảnh FOURIER của hai vạch gần nhau

Một giao thoa kế MICHELSON được chiếu sáng bằng ánh sáng chứa hai bức xạ đơn sắc có bước sóng  $\lambda_1$  và  $\lambda_2$ , có cường độ  $I_1$  và  $I_2$ .

Một hệ máy tính điều khiển ghi nhận giao thoa đồ  $I(\delta)$  với hiệu đường đi  $\delta$  biến thiên từ 0 đến  $L$  và sau đó tính toán hàm số sau:

$$\mathcal{F}(\sigma) = \int_0^L I(\delta) \cos(2\pi\sigma\delta) \delta\delta$$

với các giá trị  $\sigma$  rất gần với  $\sigma_1$  và  $\sigma_2$ .

1) Tìm lại đáng điệu của hàm  $\mathcal{F}(\sigma)$  khi  $L$  lớn so với  $\frac{1}{\sigma_1 - \sigma_2}$ .

2) Xét trường hợp đặc biệt:  $L = 2 \frac{1}{\sigma_1 - \sigma_2}$  và  $I_1 = 10I_2$ .

Khảo sát (bằng số) hàm  $\mathcal{F}(\sigma)$  và rút ra kết luận.

3) Ta có thể cải thiện được độ rõ của quang phổ bằng cách tính hàm số sau:

$$\mathcal{F}'(\sigma) = \int_0^L I(\delta) \left(1 - \frac{\delta}{L}\right) \cos(2\pi\sigma\delta) \delta\delta.$$

a) Chứng tỏ rằng đối với ánh sáng đơn sắc có số sóng  $\sigma_0$ , ta có:

$$\mathcal{F}'(\sigma) = \frac{IL}{2} \frac{1 - \cos[2\pi(\sigma - \sigma_0)L]}{[2\pi(\sigma - \sigma_0)L]^2} \text{ với } \sigma \text{ lân cận } \sigma_0.$$

Nêu sự khác nhau giữa  $\mathcal{F}$  và  $\mathcal{F}'$ ?

Việc tính toán  $\mathcal{F}'$  có ưu việt gì? Lợi ở điểm nào?

b) Khảo sát (bằng số) hàm  $\mathcal{F}'(\sigma)$  trong trường hợp câu hỏi 2.

## LỜI GIẢI

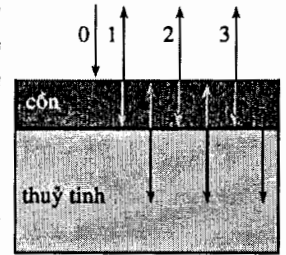
1) Ta thấy ngay là có sự chống chọi của vô số các sóng phản xạ. Các hệ số phản xạ về cường độ  $R = r^2$  là  $R_{kk/a} = R_1 = 2,3 \cdot 10^{-2}$ ;

$$R_{a/v} = R_2 = 2,7 \cdot 10^{-3}.$$

Với một gần đúng tốt, ta có thể viết:

$$I_1 = R_1 I_0; \quad I_2 = R_2 I_0 \quad \text{và}$$

$$I_3 \ll I_2, \text{ v.v...}$$



2) Độ lệch pha giữa hai sóng 1 và 2 là  $\varphi = 4\pi\sigma n_a e$ . Còn có một độ lệch pha bổ sung bằng  $\pi$  đối với 2 tia phản xạ.

$$I_r = 2,6 \cdot 10^{-2} I_0 [1 + 0,62 \cos(4\pi\sigma n_a e)].$$

3)  $I_r(\sigma)$  có chu kì là:  $\Delta\sigma = \frac{1}{2n_a e}$ .

Ánh sáng phản xạ sẽ có màu sắc nếu như phổ khả kiến chỉ chứa một vài (1, 2 hoặc 3) cực đại của  $I_r(\sigma)$ .

Màu sắc sẽ rõ rệt nhất khi số cực đại bằng 1, tức là khi:

$$\frac{1}{2n_a e} = \frac{1}{\sigma_{đỏ}} - \frac{1}{\sigma_{tím}}, \text{ hay } e \approx 0,15 \mu\text{m}.$$

2) 1) Xem bài tập 1.

2)  $I_r$  chỉ có thể triệt tiêu khi  $I_1 = I_2$ , hay khi  $\left| \frac{1-n}{1+n} \right| = \left| \frac{n-n_0}{n+n_0} \right|$ .

Từ đó suy ra:

$$n = \sqrt{n_0} \text{ và } I_r = 2,0 \cdot 10^{-2} I_0 [1 + \cos(4\pi\sigma n_a e)].$$

$$I_r = 0 \text{ nếu } 4n_a e = (2p + 1)\lambda_0 \text{ với } p \text{ nguyên.}$$

3)  $I_r$  vẫn ở lân cận cực tiểu của nó nếu  $e$  nhỏ, từ đó suy ra:

$$p = 0 \text{ và } e = \frac{\lambda_{0,55}}{4\sqrt{n_0}} = 0,11 \mu\text{m}.$$

Hệ số phản xạ vào khoảng  $10^{-2} I_0$  tại các cận của phổ khả kiến. Ánh sáng phản xạ rất yếu, chủ yếu là hỗn hợp của màu tím và màu đỏ.

3)  $\varphi = 2\pi\sigma [\delta_0 + (n-1)e]$ .

$$\left(\frac{d\varphi}{d\sigma}\right)_{\sigma=\sigma_0} = 0 \text{ đối với } \delta_0 = -(A-1+3B\sigma_0^2),$$

$$\varphi = 0 \text{ đối với } \delta_0 = -(A-1+B\sigma_0^2).$$

Một sự biến thiên  $\delta_0$  bằng  $\lambda_0$  tương ứng với sự dịch đi một vân giao thoa. Do đó độ lệch sẽ là  $2eB\sigma_0^2 = 7,4$  vân (đối với  $\lambda = \lambda_0$ ).

2) Vị trí của vân trung tâm phụ thuộc vào  $\sigma$ . Trong trường hợp nghiêng của, vị trí này tương ứng với  $\delta_0 = 105 \mu\text{m}$  khi  $\lambda_0 = 0,4 \mu\text{m}$  và với  $\delta_0 = 101 \mu\text{m}$  khi  $\lambda_0 = 0,8 \mu\text{m}$ .

Các bức xạ đơn sắc khác nhau có những độ lệch pha xấp xỉ bằng nhau ở lân cận vân tiêu sắc. Pha sẽ thay đổi một lượng là  $\pi$  trong miền  $[0,5; 0,75] \mu\text{m}$ . Do đó, các vân giao thoa tại đó đều được nhìn thấy.

4) Ta đặt  $x = \sigma - \sigma_0$ .

$$I(\lambda) = A \int_{-\infty}^{+\infty} [1 + \cos 2\pi(x + \sigma_0)\delta] \exp\left[-\left(\frac{2x}{\Delta\sigma}\right)^2\right] dx, \text{ hay:}$$

$$I(\lambda) = A \frac{\Delta\sigma\sqrt{\pi}}{2} \left[ 1 + \exp\left[-\left(\frac{\pi\Delta\sigma\delta}{2}\right)^2\right] \cos(2\pi\sigma_0\delta) \right].$$

2) Độ tương phản là một hàm Gauss có độ rộng  $\Delta\delta = \frac{4}{\pi\Delta\sigma}$ .

Một vân tương ứng với một độ biến thiên của  $\delta$  bằng  $\lambda_0$ , số vân nhìn thấy

$N$  vào khoảng  $\frac{\sigma_0}{\Delta\sigma}$ , hay  $N \approx 7 \cdot 10^5$  vân tại 600K, và  $N \approx 4 \cdot 10^5$  vân tại 1800K.

Các vân vẫn được nhìn thấy cho đến khi hiệu đường đi bằng  $l_c$ , hay:

$$l_c \approx \frac{N}{2} \lambda_0, \quad l_c \approx 17 \text{ cm tại } 600\text{K}, \text{ và } l_c \approx 10 \text{ cm tại } 1800\text{K}.$$

Các giá trị này lớn hơn nhiều so với các giá trị thông thường khi mà các va chạm chiếm ưu thế hơn hiệu ứng DOPPLER (xem chương 1).

Trường hợp đang xét tương ứng với chất khí có áp suất rất thấp.

5) Người ta quan sát được 3 cấu trúc.

- Một hình sin có chu kỳ  $0,58 \mu\text{m}$  bằng bước sóng trung bình.

- Một hiện tượng phách đặc trưng cho vạch kép. Vì độ tương phản  $\Gamma$  không bị triệt tiêu cho nên hai cường độ  $I_1$  và  $I_2$  không bằng nhau.

Nếu hai bức xạ này là đơn sắc thì:

$$I = I_1 + I_2 + a(\delta) \cos[2\pi\sigma_0\delta + \varphi(\delta)] \quad \text{với } a_{\max} = I_1 + I_2 \quad \text{và} \\ a_{\min} = |I_1 - I_2|.$$

Từ đó thì, ta có:

$$I_2 \approx 2I_1.$$

$$|\sigma_1 - \sigma_2| \approx \frac{1}{160} \mu\text{m}^{-1} = 6,2 \cdot 10^{-3} \mu\text{m}^{-1}, \text{ hay } |\lambda_1 - \lambda_2| \approx 2,1 \text{ nm}.$$

- Một sự suy giảm (gần như theo hàm mũ) của độ nhìn rõ với độ dài đặc trưng  $l_c$  vào khoảng  $500 \mu\text{m}$ . Từ đó, ta có thể suy ra cỡ độ rộng của các đỉnh là:  $\Delta\sigma = 2 \cdot 10^{-3} \mu\text{m}^{-1}$ , hay  $\Delta\lambda \approx 0,7 \text{ nm}$ .

6\* 1) a)  $\varepsilon_B(0,t) = t_{12}\varepsilon_A(0,t) + r_{21}\varepsilon_C(0,t)$ ;

$$\varepsilon_C(e,t) = r_{21}\varepsilon_B(e,t);$$

$$\varepsilon_D(e,t) = t_{21}\varepsilon_B(e,t);$$

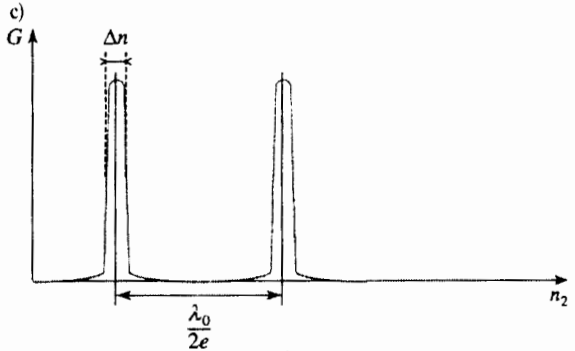
$$\varepsilon_B(e,t) = \varepsilon_B(0,t)e^{-i\frac{\varphi}{2}};$$

$$\varepsilon_C(e,t) = \varepsilon_C(0,t)e^{+i\frac{\varphi}{2}}.$$

Từ đó suy ra:

$$G = \frac{s_D s_D^*}{s_A s_A^*} = \frac{T^2}{1 + R^2 - 2R\cos\varphi} = \frac{1}{1 + \frac{4R}{T^2} \sin^2 \frac{\varphi}{2}}.$$

b) Người ta quan sát được những vân giao thoa tròn.



Các đỉnh được định tâm tại  $n_2 = p \frac{\lambda_0}{2e}$ .

$$\Delta n = \frac{T\lambda_0}{\sqrt{R}4\pi e} \approx \frac{T\lambda_0}{4\pi e}.$$

2) Các bức xạ này được phân li nếu như với cùng một giá trị của  $p$ , khoảng cách giữa các đỉnh nhỏ hơn độ rộng của chúng, hay:

$$p \frac{\Delta\lambda}{2e} = \frac{2u_2 e}{\lambda_0} \frac{\Delta\lambda}{2e} > \frac{T\lambda_0}{4\pi e}.$$

Vì  $n_2 \approx 1$  nên điều kiện trên trở thành  $\Delta\lambda > \frac{T\lambda_0^2}{4\pi e}$ .

Như vậy, đây là một phổ kế.

Nếu độ dày  $e$  đủ lớn, thiết bị này có thể cho một độ phân giải tốt ngay cả với ánh sáng yếu. Vì vậy, nó được sử dụng trong thiên văn học.

7\* 1) Đối với thời gian đáp ứng của đầu thu:

$$\langle \cos^2(\omega_1 t + \varphi_1) \rangle = \langle \cos^2(\omega_2 t + \varphi_2) \rangle = \frac{1}{2}.$$

$\cos[(\omega_1 - \omega_2)t + \varphi_1 - \varphi_2]$  biến thiên rất chậm. Giá trị trung bình của nó cũng chính là giá trị tức thời nên:

$$\langle \cos[(\omega_1 + \omega_2)t + \varphi_1 + \varphi_2] \rangle = 0.$$

$$I = Ks_0^2 \langle [\cos(\omega_1 t + \varphi_1) + \cos(\omega_2 t + \varphi_2)]^2 \rangle = \\ = 2I_0 \{ 1 + \cos[(\omega_1 - \omega_2)t + \varphi_1 - \varphi_2] \}.$$

- Nếu  $\frac{1}{\tau_c} \gg |\omega_1 - \omega_2|$  thì các biến thiên tùy ý của hiệu  $\varphi_1 - \varphi_2$  sẽ chiếm ưu thế.

- Nếu  $\frac{1}{\tau_c} \ll |\omega_1 - \omega_2|$  thì ta sẽ quan sát được hiện tượng phách.

Trong cả hai trường hợp, giá trị trung bình  $\langle I \rangle = 2I_0$ .



2)  $\varphi_1, \varphi_2$  và do đó cả  $\varphi$  đều biến thiên một cách tùy ý. Giả sử  $\varphi(t)$  là độ lệch pha:

$$\varphi(t) = \varphi_1 - \varphi_2.$$

• Nếu  $\tau > \tau_c$  thì  $\varphi(t + \tau) - \varphi(t)$  biến thiên tùy ý và các giá trị trung bình đều bằng 0.

• Nếu  $\tau < \tau_c$  thì  $\varphi(t + \tau) - \varphi(t)$  chỉ tùy ý trong một khoảng thời gian  $\tau$ , sau đó  $\varphi(t + \tau) = \varphi(t)$  trong khoảng thời gian  $\tau_c - \tau$ .

Do đó:

$$\langle \cos[\varphi(t + \tau) - \varphi(t)] \rangle = \frac{1}{\tau_c} [0 \times \tau + \cos(0)(\tau_c - \tau)] = 1 - \frac{\tau}{\tau_c};$$

$$\langle \sin[\varphi(t + \tau) - \varphi(t)] \rangle = \frac{1}{\tau_c} [0 \times \tau + \sin(0)(\tau_c - \tau)] = 0.$$

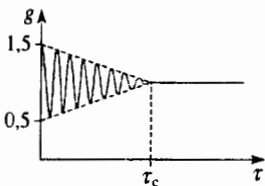
$$3) I(t)I(t + \tau) = 4I_0^2 \left\{ 1 + \cos[(\omega_1 - \omega_2)t + \varphi(t)] + \cos[(\omega_1 - \omega_2)(t + \tau) + \varphi(t + \tau)] \right. \\ \left. + \cos[(\omega_1 - \omega_2)t + \varphi(t)] \cos[(\omega_1 - \omega_2)(t + \tau) + \varphi(t + \tau)] \right\}$$

$$\text{hay } \langle \cos[(\omega_1 - \omega_2)t + \varphi(t)] \rangle = \langle \cos[(\omega_1 - \omega_2)(t + \tau) + \varphi(t + \tau)] \rangle = 0$$

$$2 \langle \cos[(\omega_1 - \omega_2)t + \varphi(t)] \cos[(\omega_1 - \omega_2)(t + \tau) + \varphi(t + \tau)] \rangle \\ = \langle \cos[(\omega_1 - \omega_2)\tau + \varphi(t + \tau) - \varphi(t)] \rangle \\ = \cos[(\omega_1 - \omega_2)\tau] \langle \cos[\varphi(t + \tau) - \varphi(t)] \rangle \\ - \sin[(\omega_1 - \omega_2)\tau] \langle \sin[\varphi(t + \tau) - \varphi(t)] \rangle.$$

$$\text{Cuối cùng, ta được } g(\tau) = 1 + \frac{1}{2} \cos[(\omega_1 - \omega_2)\tau] \left[ 1 - \frac{\tau}{\tau_c} \right] \text{ nếu}$$

$\tau < \tau_c$  và  $g(\tau) = 1$  nếu  $\tau > \tau_c$ .



Ngược lại, đường cong thực nghiệm cho phép xác định  $\tau_c$  và do đó cả độ dài kết hợp  $l_c = c\tau_c$ .

Chú ý:

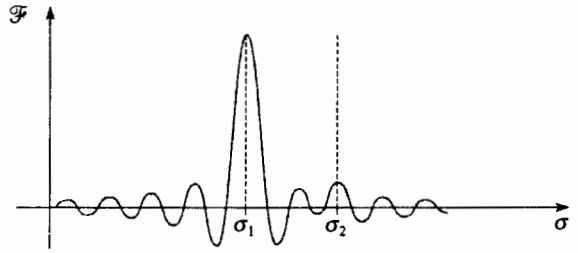
Thực ra, mô hình các đoạn sóng có độ dài như nhau chỉ là gần đúng.

Các định luật thực là gần với:

$$g(\tau) = 1 + \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{\tau}{\tau_c}\right) \cos[(\omega_1 - \omega_2)\tau].$$

8\*\* 1) Ta thu được các đỉnh định tâm tại những số sóng của bức xạ có trong ánh sáng nghiên cứu và do đó, thu được ảnh của quang phổ.

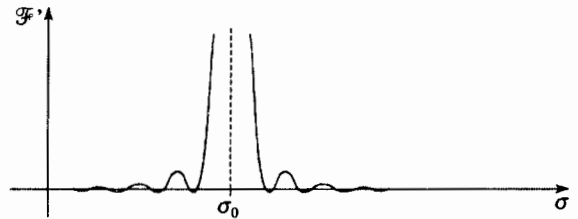
$$2) \mathcal{F}(\sigma) = \frac{I_0 L}{2} \left[ \frac{\sin[2\pi(\sigma - \sigma_1)L]}{2\pi(\sigma - \sigma_1)L} + \frac{\sin[2\pi(\sigma - \sigma_2)L]}{20\pi(\sigma - \sigma_2)L} \right].$$



Trên hình vẽ, ta nhận thấy đỉnh định tâm tại  $\sigma_2$  bị chìm trong các "chân" của đỉnh định tâm tại  $\sigma_1$ .

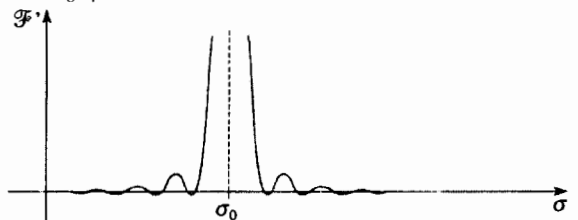
3) a) Các "chân" của đỉnh suy giảm mạnh và làm rộng các đỉnh, nghĩa là làm thiệt thòi về độ phân giải.

Đối với  $\mathcal{F}'(\sigma)$  được biểu diễn trên hình dưới đây là một bức xạ đơn sắc.



b) Đỉnh định tâm tại  $\sigma_2$  phân biệt được với các chân của đỉnh mạnh.

Sự biến đổi như vậy được gọi là apodisation, cho phép phân giải các vạch có cường độ khác nhau.



$\mathcal{F}(\sigma)$  được vẽ ở hình trên đối với hai bức xạ đơn sắc.

# NHIỀU XẠ CỦA SÓNG ÁNH SÁNG

# 6

## Vài nét về lịch sử

Trong chương này, chúng ta sẽ nhiều lần nhắc đến tên của 3 nhà vật lí.

• **CHRISTIAN HUYGENS** (1629 - 1695) là một nhà toán học, thiên văn học và vật lí học người Hà Lan. Ông là người đã đề cập đến nhiều lĩnh vực trong cơ học và quang học về mặt thực nghiệm (con lắc, các dụng cụ quang học), cũng như về mặt lí thuyết. Năm 1690, ông đã đưa ra lí thuyết sóng về ánh sáng để giải thích hiện tượng khúc xạ và phản xạ. Ông không trực tiếp nghiên cứu hiện tượng nhiễu xạ nhưng trực giác của ông chắc chắn là dựa trên những nghiên cứu về sóng truyền trên mặt nước đã được **FRESNEL** tiếp thu để phát biểu thành "nguyên lí **HUYGENS - FRESNEL**" thế kỉ XIX.

• **JEAN - AUGUSTIN FRESNEL** (1788 - 1857) là nhà vật lí người Pháp rất nổi tiếng về những công trình của mình trong quang học. Các thấu kính được sử dụng ở những ngọn hải đăng mang tên ông. Ông đã phát triển lí thuyết sóng ánh sáng và giải thích các hiện tượng giao thoa và nhiễu xạ.

• **JOSEPH VON FRAUNHOFER** (1787 - 1826) là nhà vật lí người Đức, người đã đặt nền móng cho quang phổ học. Chính ông là người đã chế tạo ra các cách tử nhiễu xạ đầu tiên được dùng để phân tách những thành phần của một ánh sáng đa sắc.

## M U C T I Ê U

- Hiện tượng nhiễu xạ
- Nguyên lí **HUYGENS - FRESNEL**
- Nhiễu xạ **FRAUNHOFER** của một sóng phẳng qua những vật nhiễu xạ phẳng khác nhau.
- Nhiễu xạ qua một cách tử phẳng.

## ĐIỀU CẦN BIẾT TRƯỚC

- Các hiện tượng giao thoa.
- Giao thoa hai sóng.

# 5 Giao thoa kế MICHELSON khi có mặt nguồn sáng cho phổ hình sin

## 5.1. Nhắc lại hình giao thoa trong ánh sáng trắng

Theo định nghĩa, một ánh sáng trắng chứa một tập hợp các bức xạ của phổ khả kiến. Để đơn giản tính toán, ta giả sử rằng các bức xạ này nằm trong khoảng giữa các số sóng:

- $\sigma_1 = \frac{1}{\lambda_1} = 1,25 \mu\text{m}^{-1}$  (màu đỏ,  $\lambda_1 \approx 0,8 \mu\text{m}$ );
- $\sigma_2 = \frac{1}{\lambda_2} = 2,5 \mu\text{m}^{-1}$  (màu tím,  $\lambda_2 \approx 0,4 \mu\text{m}$ );

Ta kí hiệu  $\Delta\sigma = \sigma_1 - \sigma_2 \approx 1,25 \mu\text{m}^{-1}$ .

Giả sử  $M$  là một điểm trong không gian được đặc trưng bởi hiệu quang lộ  $\delta(M)$ ; bậc giao thoa  $\rho(\sigma)$  tương ứng với một bức xạ có số sóng  $\sigma$  là  $\rho(\sigma) = \delta\sigma$ .

Khi dùng một nguồn ánh sáng trắng, ta chỉ thu được một hình giao thoa rõ nét ở lân cận các điểm  $M$  mà tại đó bậc giao thoa  $\rho(\sigma)$  là dừng đối với  $\sigma$ :

$$\frac{d\rho}{d\sigma} = \delta = 0.$$

Ta tìm lại được kết quả mong đợi.

Tồn tại một hệ vân giao thoa ở lân cận các điểm  $M$  ứng với  $\delta = 0$ ; với giao thoa kế MICHELSON điều này cho phép chúng ta khẳng định rằng:

- Nếu giao thoa kế được điều chỉnh thành bản không khí thì những màu sắc (màu NEWTON) xuất hiện ở lân cận vị trí tiếp xúc quang học;
- Nếu giao thoa kế được điều chỉnh thành nêm không khí thì các vân giao thoa sẽ được nhìn thấy ở lân cận của cạnh nêm không khí.

Về mặt thực nghiệm, (khi tính đến đáp ứng của mắt người), miền tồn tại hệ vân tương ứng với  $|\delta| < 3 \mu\text{m}$  (xem *chương 5*). Vì ta đã lấy  $\Delta\sigma$  lớn hơn giá trị mà mắt có thể thấy được, nên ở đây ta có một miền tồn tại hẹp hơn ( $|\delta| < 2 \mu\text{m}$ ).

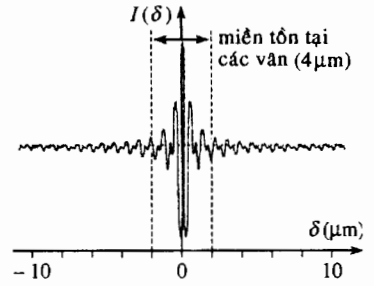
### Kết luận

Cường độ sáng được cho bởi công thức  $I(\delta) = \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} [1 + \cos(2\pi\delta\sigma)] \cdot d\sigma$  nên

ta có thể khẳng định rằng tích phân:

$$\int_{\sigma_1}^{\sigma_2} \cos(2\pi\delta\sigma) \cdot d\sigma$$

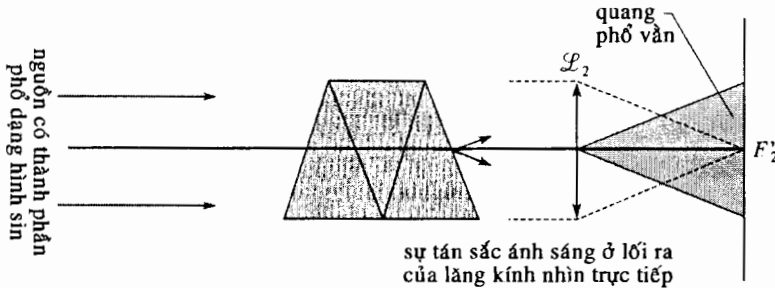
chỉ có thể cho ta những biến thiên đáng kể về độ rọi đối với  $|\delta| < 2 \mu\text{m}$ . Đó chính là điều mà ta quan sát được trên *hình 19*.



**Hình 19.** Biến thiên của cường độ sáng  $I(\delta)$  trong ánh sáng trắng chỉ đáng kể ở lân cận của  $\delta = 0$  trong một miền rộng khoảng vài  $\mu\text{m}$ .

## 5.2. Nguồn có thành phần phổ hình sin

Xét một chùm sáng song song phát ra một nguồn có màu trắng một cách biểu kiến. Thành phần phổ của nguồn này có dạng hình sin nghĩa là sơ đồ bố trí thí nghiệm như trên hình 20 sẽ cho phép phát hiện ra một phổ quang phổ vân tương ứng với quang phổ vẽ trên hình 21.



Hình 20. Quang phổ của nguồn sáng có thành phần phổ dạng hình sin cho ta một quang phổ vân.

Giả sử rằng quang phổ vân này có khoảng 9 vân đen giống như trên hình 21. Số vân đen này là đủ nhiều để đảm bảo cho ánh sáng phát ra từ nguồn này có màu trắng.

Ở chương 9, ta sẽ thấy rằng một nguồn sáng như vậy sẽ dễ dàng được tạo ra bằng cách dùng một bản thạch anh dày đặt vào giữa hai kính phân cực. Hệ này được chiếu sáng bằng một nguồn ánh sáng trắng (h.22); nguồn này có ưu điểm là đủ sáng để thực hiện các thí nghiệm trong những phần sau.

Nếu ta gọi  $p$  là số các vân đen xuất hiện trong phổ khả kiến (ở đây  $p \approx 9$ ) thì cường độ sáng của nguồn trong miền  $[\sigma; \sigma + d\sigma]$  sẽ là:

$$dI = L_0 \left[ 1 + \cos \left( 2\pi \frac{p}{\Delta\sigma} \sigma \right) \right] d\sigma .$$

## 5.3. Cách tạo ra một hình giao thoa

Khi tạo ra một hình giao thoa với nguồn sáng trên, cường độ tại một điểm  $M$  trong không gian đặc trưng bởi hiệu quang lộ  $\delta(M)$ , được cho bởi công thức:

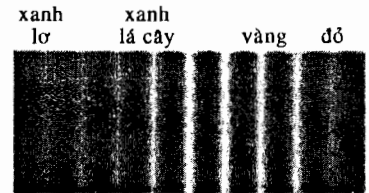
$$I(\delta) = L_0 \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} \left[ 1 + \cos \left( 2\pi \frac{p}{\Delta\sigma} \sigma \right) \right] \left[ 1 + \cos(2\pi\delta\sigma) \right] d\sigma ,$$

trong đó có 4 tích phân.

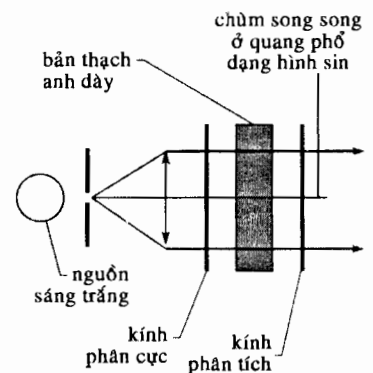
•  $I_1 = \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} \cos(2\pi\delta\sigma) d\sigma$  là số hạng nhận được trong ánh sáng trắng ("thuần khiết"): những biến thiên của nó chỉ có ý nghĩa ở lân cận của  $\delta = 0$ ;

•  $I_2 = \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} \cos \left( 2\pi \frac{p}{\Delta\sigma} \sigma \right) d\sigma$  vì  $\frac{p}{\Delta\sigma} \approx \frac{9}{1,25} \mu\text{m} > 7 \mu\text{m}$ , nên số hạng này

không có đóng góp đáng kể nào vào độ rọi;



Hình 21. Quang phổ vân gồm có 9 vân đen. Hãy lưu ý rằng một quang phổ vân không phải là một hình giao thoa.



Hình 22. Một cách tạo ra nguồn sáng yếu cầu.

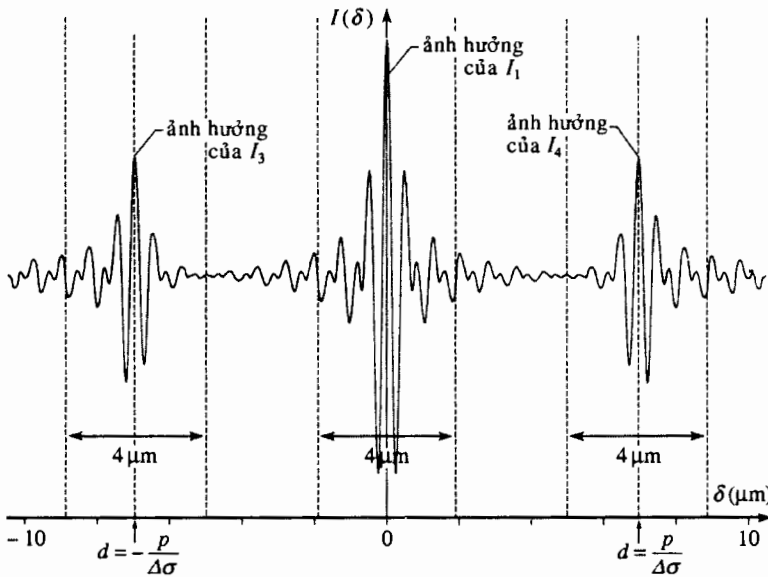
$$\bullet I_3 = \frac{1}{2} \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} \cos \left[ 2\pi \left( \delta + \frac{p}{\Delta\sigma} \right) \sigma \right] d\sigma : \text{những biến thiên của số hạng này}$$

chỉ có ý nghĩa ở lân cận  $\delta \approx \frac{p}{\Delta\sigma} \approx -7,2 \mu\text{m}$ , và chỉ bằng một nửa của  $I_1$ ;

$$\bullet I_4 = \frac{1}{2} \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} \cos \left[ 2\pi \left( \delta - \frac{p}{\Delta\sigma} \right) \sigma \right] d\sigma : \text{các biến thiên của số hạng này chỉ}$$

có ý nghĩa ở lân cận  $\delta \approx \frac{p}{\Delta\sigma} \approx 7,2 \mu\text{m}$ , và chỉ bằng một nửa của  $I_1$ .

Do đó, ta phải có 3 miền tại đó cường độ  $I(\delta)$  biến thiên một cách đáng kể. Giống như trên hình 23.



◀ Hình 23. Sự biến thiên của  $I(\delta)$  khi nguồn sáng có thành phần phổ dạng hình sin.

## 5.4. Quan sát thực nghiệm

### 5.4.1. Giao thoa kế MICHELSON điều chỉnh thành bản không khí

Với giao thoa kế MICHELSON được điều chỉnh thành bản không khí, ta không những quan sát được các màu NEWTON ở lân cận của  $\delta = 0$  mà còn ở lân cận  $\delta \approx 7 \mu\text{m}$  và  $\delta \approx -7 \mu\text{m}$ .

*Chú ý: Thí nghiệm quan sát này rất tinh tế vì gương  $M_1$  chỉ tịnh tiến khoảng  $3,5 \mu\text{m}$ !*

### 5.4.2. Giao thoa kế MICHELSON điều chỉnh thành nêm không khí

Trong cấu hình này việc quan sát sẽ dễ dàng hơn nhiều: ta nhìn thấy các vân giao thoa nêm không khí cổ điển trong ánh sáng trắng ở lân cận  $\delta = 0$  và đồng thời cả hai hệ vân giống nhau kém sáng hơn (cường độ sáng trung bình chỉ bằng một nửa) nằm ở hai phía của cạnh nêm.

Với các giá trị nêu trên, dễ dàng thực hiện được trong thực nghiệm, ta có thể làm xuất hiện đồng thời cả ba hệ vân giao thoa rõ nét trên các gương.

## 6 Cuộc thảo luận về trình tự điều chỉnh giao thoa kế MICHELSON

Một sinh viên muốn áp dụng một trình tự điều chỉnh giao thoa kế MICHELSON một cách chắc chắn và nghiêm ngặt để đạt được vị trí màu nền trong ánh sáng trắng. Để làm việc đó, anh ta trình bày cho các bạn nghe:

- những việc anh ta làm;
- những gì anh ta nghĩ rằng sẽ quan sát được;
- những gì anh ta quan sát được trong thực tế.

Các bạn của anh ta đã giúp anh ta giải thích các thao tác, lí giải những gì anh ta quan sát được và đồng thời giải thích cho anh ta tại sao đôi khi không thể quan sát được điều mà anh ta mong đợi.

Những trường hợp khác nhau dưới đây có thể sẽ gặp phải trong khi điều chỉnh giao thoa kế MICHELSON.

Vì vậy, việc biết “lí do” của những khẳng định khác nhau của anh sinh viên và các bạn của anh ta là một điều rất cần thiết.

**Sinh viên:** *Tôi đang có một giao thoa kế MICHELSON mà tôi đã điều chỉnh đúng bản bố chính của nó.*

**Các bạn:** Có thể kiểm tra được độ chính xác của phép điều chỉnh bản bố chính khi ta quan sát các vân giao thoa đồng độ nghiêng của giao thoa kế MICHELSON được điều chỉnh thành bản không khí.

**E:** *Bằng cách quan sát trong ánh sáng trắng, tôi đã điều chỉnh gần đúng sự song song của hai gương  $M_2$  và  $M_1$ : tôi đã làm trùng khít hai ảnh của một chấm sáng lỗ tròn (khoảng 1 mm) trên một màn đặt ở cách giao thoa kế khoảng 1 m.*

**C:** Sự điều chỉnh này chỉ liên quan đến quang hình học, một cách tự nhiên là phải sử dụng một nguồn sáng nào đó.

Chúng ta thử đánh giá gần đúng độ chính xác của phép điều chỉnh này: với một màn đặt cách giao thoa kế MICHELSON khoảng 1 m, hai ảnh trùng khít nhau với độ chính xác khoảng 1 mm, góc giữa hai gương  $M_2$  và  $M_1$  bằng xấp xỉ  $0,5 \cdot 10^{-3}$  rad.

**E:** *Góc giữa hai gương của giao thoa kế này nhỏ nên tôi có thể hi vọng thấy được các vân giao thoa nê-m không khí trên các gương khi chiếu sáng bằng một nguồn đơn sắc rộng. Vì trong những điều kiện như vậy, các vân giao thoa là những vân định xứ.*

**C:** Thật vậy, cần phải sử dụng một nguồn đơn sắc hoặc một quang phổ vạch. Với bước sóng trung bình là 600 nm (màu vàng), dân cách vân xấp xỉ bằng 1,2 mm và có thể nhìn được hình giao thoa bằng mắt thường.

Trong ánh sáng trắng, người ta sẽ quan sát được một độ rọi đều, một ánh sáng trắng bạc trên, trừ phi do tình cờ khoảng cách giữa hai gương vào cỡ micron.

**E:** *Tôi sử dụng đèn natri*

**C:** Những vạch phát xạ của phổ natri (589,0 nm và 589,6 nm) quá gần nhau nên sẽ không hạn chế độ rõ của hệ vân nê-m không khí khi nó xuất hiện. Với một góc cỡ 1 phút góc, các vân nê-m không khí sẽ quan sát được trên các gương.

E: Tôi đặt một chắn sáng lỗ tròn (không mở quá rộng!) trước một nguồn quang phổ, và bằng một thấu kính hội tụ, tôi chiếu một chùm tia gần như song song tới các gương của giao thoa kế.

C: Khẩu độ toàn phần  $\Delta i$  của chùm tia càng nhỏ thì tổng số các vân giao thoa quan sát được sẽ càng lớn. Chúng ta cần nhớ rằng số vân giao thoa quan sát được là tỉ lệ nghịch với  $\Delta i^2$ ; một khẩu độ  $\Delta i$  cỡ  $30^\circ$  sẽ cho phép chúng ta quan sát được khoảng 30 vân. Như vậy, ta đã có những điều kiện tốt nhất để có thể quan sát các vân giao thoa nê-m không khí.

E: Để tất cả chúng ta có thể nhìn thấy hệ vân, tôi tạo ảnh của gương lên màn bằng thấu kính đó.

C: Muốn vậy cần phải dùng một thấu kính hội tụ. Chú ý rằng khi biết khoảng cách  $d$  từ gương đến màn, cần phải chọn thấu kính có tiêu cự  $f < \frac{d}{4}$ ! Hình giao thoa càng lớn khi tiêu cự của thấu kính này càng nhỏ. Nhưng khi đó ta sẽ thiệt thòi về độ sáng.

E: Ồ hay! Tôi chẳng quan sát thấy gì cả!

C: Có nhiều nguyên nhân khác nhau cho sự thất bại này: chúng ta hãy nghiên cứu những nguyên nhân đó và cố gắng khắc phục chúng.

- Các vân được nhìn rõ nhất ở lân cận của cạnh nê-m. Vì vậy có thể cạnh của nê-m không khí ở quá xa miền quan sát.

Cách khắc phục: Cần phải dịch chuyển tịnh tiến gương.

- Chúng ta đang ở trong miền nhòe của hệ vân giao thoa gây ra do tính kết hợp thời gian của nguồn. Nếu nguồn gồm có nhiều vạch phổ "rộng" (trường hợp đèn thủy ngân cao áp), các vân giao thoa chỉ được nhìn rõ ở lân cận của cạnh nê-m.

Cách khắc phục: Cần phải dịch chuyển tịnh tiến gương.

- Nếu khẩu độ chùm tia quá lớn thì các vân giao thoa đồng độ dày sẽ chỉ rõ nét đối với những độ dày quang học nhỏ tức là ở lân cận cạnh nê-m.

Cách khắc phục: Cần phải dịch chuyển tịnh tiến gương.

- Dẫn cách vân quá nhỏ và do đó không thấy được vân giao thoa.

Cách khắc phục: Cần phải điều chỉnh lại giao thoa kế.

- Dẫn cách vân quá lớn và do đó cũng không nhìn thấy vân. Vì dẫn cách vân lớn hơn trường giao thoa cho nên người ta không thể nhìn thấy các vân giao thoa. Tinh hướng này tuy rất hiếm nhưng cũng có thể xảy ra.

Cách khắc phục: Chỉ nên điều chỉnh các vít chỉnh tinh, nếu như không có tác dụng thì phải điều chỉnh lại giao thoa kế.

Kết luận: cần phải dịch chuyển tịnh tiến gương di động và nếu như không có hiệu quả thì phải điều chỉnh lại giao thoa kế.

E: Được rồi, đã thấy rồi!: Các vân giao thoa nê-m không khí của tôi rất là rõ nét!

C: Do đó, chắc chắn rằng chúng ta đang quan sát ở lân cận của cạnh nê-m không khí.

E: Bây giờ, tôi sẽ tăng dẫn cách vân để làm cho hai gương song song với nhau.

C: Dẫn cách vân tỉ lệ nghịch với góc giữa hai gương và nếu như dẫn cách vân là vô hạn thì hai gương là song song với nhau.

*E: Thế là tôi đã quan sát được một độ vọi đều ở trên màn.*

*Các vân giao thoa đồng độ nghiêng định xứ ở vô cực nên tôi có thể quan sát được chúng trên một màn đặt cách giao thoa kế khoảng từ 1 m đến 1,50 m.*

C: Trên thực tế, khi quan sát các vân giao thoa trên một màn đặt cách giao thoa kế 1 m thuận tiện hơn là trong tiêu diện của một thấu kính hội tụ có tiêu cự 30 cm chẳng hạn. Hình giao thoa sẽ kém rõ nét nhưng việc quan sát thì dễ dàng hơn.

*E: Số vân giao thoa đồng độ nghiêng sẽ càng lớn nếu tôi chọn ra được nhiều góc nghiêng: do đó tôi sẽ tạo ảnh của nguồn lên các gương bằng cách dùng một thấu kính hội tụ có tiêu cự càng ngắn càng tốt.*

C: Khi đó, các gương được chiếu sáng bởi một chùm tia hội tụ và như vậy khẩu độ của chùm tia khi đi ra khỏi giao thoa kế MICHELSON là “rất lớn”, có rất nhiều góc nghiêng được lựa chọn.

*E: Ở đây... tôi chẳng quan sát được gì cả!*

C: Điều đó là hiển nhiên thôi bởi vì các vân giao thoa nằm không khí trước đây rất rõ nét, như vậy có nghĩa là chúng ta đã ở lân cận vị trí tiếp xúc quang học, hai gương hợp với nhau một góc rất nhỏ.

Khi đưa các gương này song song với nhau, chúng luôn luôn ở lân cận vị trí tiếp xúc quang học. Trong những điều kiện đó, độ dày quang học của bản không khí không còn đủ để quan sát được hình giao thoa đã xuất hiện: không nhìn thấy được các vân giao thoa bởi vì bán kính của chúng quá lớn.

Để có thể quan sát được hệ vân, chúng ta lại phải dịch chuyển tịnh tiến gương một lần nữa.

*E: Thật vậy, tôi đã quan sát được các vân giao thoa đồng độ nghiêng; chúng đúng là những vân tròn...*

C: Điều đó có nghĩa là bản bố chính đã được điều chỉnh đúng.

*E: Và hai gương của tôi cũng song song với nhau!*

C: Chúng ta kiểm tra điều đó bằng cách dịch chuyển gương và khảo sát miền mà tại đó ta quan sát được nhiều vân tròn giao thoa. Chúng ta đặt một tấm kính mờ hoặc một tờ giấy can ở trước nguồn sáng và quan sát trực tiếp các vân này bằng mắt thường.

Nếu như trạng thái giao thoa tại tâm của hệ vân không biến đổi khi ta dịch chuyển mắt (theo phương nằm ngang và theo phương thẳng đứng) thì điều đó có nghĩa là hai gương song song với nhau.

Đúng là như vậy! Nếu không ta có thể “ổn định” các vân giao thoa nhờ các vít chỉnh tinh của gương  $M_2$ .

*E: Bây giờ tôi có thể dịch chuyển gương nhanh trên một khoảng cách lớn mà vẫn luôn luôn quan sát được các vân giao thoa!*

C: Độ dài kết hợp không gian là vô cùng, chỉ có tính kết hợp thời gian của nguồn là có thể hạn chế được độ rõ của hệ vân, ví dụ như khi ta ở trong miền đối trùng gây ra do vạch kép vàng của natri.

*E: Thật vậy, có những vùng trùng phùng và đối trùng.*

C: Đối với đèn natri, giữa hai vùng trùng phùng (hoặc đối trùng) kế tiếp nhau, người ta “quét” được khoảng 1000 vân giao thoa: khoảng 1000 vân sẽ xuất hiện hoặc biến mất tại tâm của hình giao thoa.



E: Tôi muốn điều chỉnh dần đến vị trí màu nền: muốn vậy, tôi cần phải làm các vân giao thoa biến mất tại tâm của hình giao thoa.

C: Thấy vậy, bậc giao thoa giảm khi đi ra xa tâm hệ vân: muốn giảm khoảng cách quang học giữa hai gương ta cần phải làm các vân giao thoa biến mất tại tâm của hình giao thoa.

E: Ô! Các vân giao thoa có bán kính lớn đến nỗi độ rọi của màn gần như là đều.

C: Hai gương dường như ở vị trí tiếp xúc quang học.

E: Tôi quay trở lại các vân giao thoa ném không khí, giống như khi bắt đầu thao tác, các vân này vẫn rất rõ nét.

C: Điều này là bình thường bởi vì cạnh của nêm không khí rất gần với trường giao thoa.

E: Tôi thay thế nguồn quang phổ bằng một nguồn ánh sáng trắng để quan sát các vân ném không khí trong ánh sáng trắng và do đó, vân trung tâm sẽ cho tôi vị trí của cạnh nêm.

C: Chúng ta hãy xem xem...

E: Ờ hay ... Tôi không quan sát thấy gì cả!

C: Cạnh của nêm nằm gần trường giao thoa nên chỉ cần dịch chuyển thật thận trọng gương đi động đi một vài phần  $\mu\text{m}$  là có thể nhìn thấy các vân giao thoa trong ánh sáng trắng...

E: A... Chúng đây rồi!

C: Chúng ta đang quan sát ở lân cận của cạnh nêm và chùm tia tới các gương có khẩu độ nhỏ (chùm sáng song song). Vì vậy chúng ta đã hạn chế tối đa ảnh hưởng của tính kết hợp không gian. Chỉ còn tính kết hợp thời gian của nguồn ảnh hưởng đến độ rõ của các vân giao thoa này.

E: Để làm cho các vân giao thoa này sáng hơn, tôi có thể hội tụ chùm ánh sáng trắng lên gương.

C: Đúng, bởi vì ở lân cận cạnh nêm, độ rộng không gian của nguồn không hạn chế độ rõ của các vân giao thoa ném không khí trong ánh sáng trắng.

E: Hình giao thoa trông rất lạ: tôi có cảm giác như nhìn thấy dây tóc của đèn?

C: Chúng ta đang nhìn hình giao thoa định xứ trên các gương; nếu ảnh của dây tóc đèn ở trên gương thì việc nhìn thấy dây tóc đèn trên màn ảnh là điều tự nhiên. Vì vậy, chỉ cần chiếu sáng dây vào các gương mà không cần tìm cách tạo ảnh của nguồn lên các gương.

E: Thế là xong. Bây giờ, tôi có thể tăng dần cách vân mà vẫn giữ được vân trung tâm ở trên màn. Vân này có màu trắng.

C: Chúng ta đã đạt tới vị trí tiếp xúc quang học.

# ĐIỀU CẦN GHI NHỚ

## ■ QUY PHẠM AN TOÀN

Không bao giờ được quan sát trực tiếp ánh sáng phát ra từ laser.

## ■ ĐIỀU CHỈNH

- Sự song song giữa bản bố chính và bản bán mạ

Khi có thể được, phương pháp hiệu quả nhất là quan sát ánh sáng qua một chấn sáng con người đặt cách vài mét, truyền qua bản bán mạ và bản bố chính mà không đi qua các gương. Ta sẽ nhìn thấy 2 ảnh của chấn sáng và tìm cách làm chồng khít chúng nhờ các vít định hướng của bản bố chính.

- Sự "song song" giữa các gương

Thao tác này được tiến hành theo 2 bước sau khi đã điều chỉnh gần đúng bằng mắt thường sự bằng nhau của hai nhánh giao thoa kế.

Bằng những vít chỉnh thô, người ta làm chồng khít hai ảnh của một vật sáng nằm cách giao thoa kế vài mét, được nhìn bằng mắt thường trực tiếp vào trong máy.

Sau đó người ta chiếu sáng giao thoa kế bằng một đèn hơi thủy ngân và một bản khuếch tán ánh sáng (bằng giấy can) và quan sát trực tiếp các vân giao thoa ở vô cực. Bằng cách vặn điều chỉnh các vít chỉnh tinh, người ta làm như thế nào đó để cho các vân giao thoa không chạy đi chạy lại nữa khi dịch chuyển đầu người quan sát.

## ■ CÁC BẢN KHÔNG KHÍ HAI MẶT SONG SONG

- Với nguồn sáng rộng, các vân giao thoa là những vân tròn định xứ ở vô cực.
- Các quan sát và phép đo tiến hành với giao thoa kế được điều chỉnh thành bản hai mặt song song chủ yếu liên quan đến phổ của ánh sáng chiếu vào giao thoa kế.
- Giao thoa kế MICHELSON được điều chỉnh thành bản không khí là một dụng cụ lí tưởng để nghiên cứu tính kết hợp thời gian của nguồn sáng vì độ dài kết hợp không gian khi đó là vô cùng.

## ■ NẸM KHÔNG KHÍ

- Các vân giao thoa là những vân thẳng song song với cạnh của các gương.

Với nguồn sáng rộng nằm cách xa, các vân giao thoa định xứ ở rất gần các gương. Nếu nguồn sáng rất rộng thì các vân giao thoa chỉ rõ nét đối với những hiệu quang lộ nhỏ.

Với nguồn sáng rộng đặt ở gần, mặt định xứ cũng nằm rất gần các gương đối với những hiệu đường đi nhỏ.

- Vân trung tâm chỉ được định vị một cách chính xác trong ánh sáng trắng.
- Chỉ có thể quan sát được các vân giao thoa trong ánh sáng trắng đối với những hiệu đường đi rất nhỏ (nhỏ hơn  $3 \mu\text{m}$ ).
- Có thể đo được các biến thiên nhỏ của độ dày quang học gây ra do khuyết tật bề mặt hoặc do thay đổi chiết suất với sai số khoảng vài chục nm.

# BÀI TẬP

## ÁP DỤNG TRỰC TIẾP BÀI GIẢNG

### 1 Góc của nêm không khí

Một giao thoa kế được điều chỉnh để quan sát các vân nêm không khí.

Người ta nhìn thấy khoảng 40 vân thẳng trên 1,5 cm chiều rộng gương. Từ đó hãy đánh giá góc  $\alpha$  của nêm không khí tạo bởi hai gương.

Điều gì sẽ xảy ra nếu người ta tăng  $\alpha$ ?

### 2 Sự quay của các vân giao thoa

Một giao thoa kế MICHELSON được điều chỉnh để quan sát các vân nêm không khí với nguồn sáng là một đèn thủy ngân có lọc sắc xanh ( $\lambda = 546 \text{ nm}$ ). Thấu kính có tiêu cự 15 cm chiếu các vân giao thoa thẳng đứng lên một màn đặt cách đó 1,50 m. Dẫn cách vân trên màn là 3 mm.

- 1) Đánh giá góc  $\alpha$  của nêm không khí?
- 2) Cần phải làm như thế nào để vẫn có dẫn cách vân như trên nhưng các vân giao thoa lại nghiêng đi  $45^\circ$ ?

### 3 Số vân nhìn thấy

Ánh sáng từ một nguồn đơn sắc được tập trung lên các gương của một giao thoa kế điều chỉnh để quan sát các vân tròn ở vô cực. Thấu kính tập trung ánh sáng vào giao thoa kế MICHELSON được đặt ở vị trí cách gương khoảng 15 cm và có đường kính bằng 6 cm.

Bắt đầu từ vị trí tiếp xúc hình học, người ta thấy 100 vân chạy vào tâm hệ vân.

Hỏi có thể quan sát được nhiều nhất là bao nhiêu vân giao thoa?

### 4 Dải truyền qua của lọc sắc

Một giao thoa kế được chiếu sáng bởi một nguồn ánh sáng trắng có lọc sắc.

1) Với lọc sắc màu xanh, miền dịch chuyển khả dĩ của gương  $M_1$  sao cho vẫn thấy được vân giao thoa là vào khoảng  $5 \mu\text{m}$ . Đánh giá cỡ độ lớn của dải truyền qua theo bước sóng của lọc sắc này.

Hãy so sánh với quang phổ của ánh sáng trắng.

2) Với một lọc sắc giao thoa, miền dịch chuyển khả dĩ của gương  $M_1$  sao cho vẫn thấy được vân giao thoa là vào khoảng  $30 \mu\text{m}$ .

Đánh giá cỡ độ lớn của dải truyền qua theo bước sóng của lọc sắc.

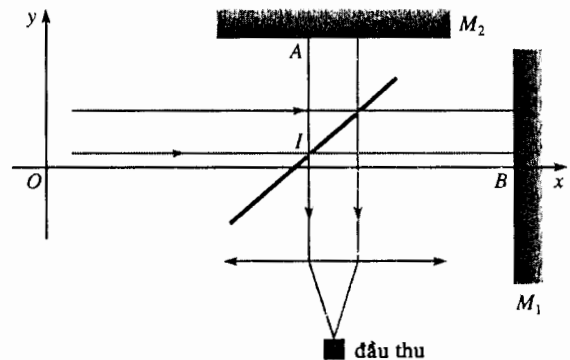
Điều đó có phù hợp với giá trị  $546 \text{ nm}$  được ghi trên lọc sắc không?

## VẬN DỤNG VỐN KIẾN THỨC

### 5 Thí nghiệm MICHELSON

Thí nghiệm này được tiến hành vào năm 1881, sau đó được MORLEY làm lại vào năm 1887. Đây là một thí nghiệm quyết định để chứng minh rằng không thể áp dụng động học cổ điển cho ánh sáng. Trước đây, người ta cho rằng ánh sáng chuyển động với vận tốc  $c$  trong một hệ quy chiếu đặc biệt  $\mathcal{R}_0$  được gọi là "ète". Do đó, theo lý thuyết này trong hệ quy chiếu chuyển động đối với  $\mathcal{R}_0$ , vận tốc của ánh sáng sẽ khác với  $c$ .

Ta xét một giao thoa kế MICHELSON lí tưởng hoá. Hai gương trực giao với nhau và hợp một góc  $45^\circ$  với bản bán mạ. Giao thoa kế được chiếu sáng bằng một chùm tia song song với trục  $(Ox)$  (trong hệ quy chiếu phòng thí nghiệm).



Ta kí hiệu  $l$  là khoảng cách  $IA$  và  $l + x$  là khoảng cách  $IB$ .

Ta cũng tạm thời thừa nhận rằng động học cổ điển áp dụng được cho ánh sáng. Hệ quy chiếu phòng thí nghiệm  $\mathcal{R}$  chuyển động tịnh tiến với vận tốc  $\vec{v}_0 = v_0 \vec{e}_x$  đối với ète.

1) Xác định vận tốc  $c'$  (giá trị tuyệt đối) của ánh sáng trong  $\mathcal{R}$  đối với 4 tia  $IA, AI, IB$  và  $BI$ .

2) Viết biểu thức hiệu đường đi  $\delta$  của hai sóng tại đầu thu (dùng lại ở bậc hai của  $\frac{v_0}{c}$ ).

3) Điều chỉnh  $x$  sao cho có  $\delta = 0$ , sau đó quay toàn bộ hệ "nguồn + giao thoa kế + đầu thu" một góc  $90^\circ$ . Khi đó,  $IA$  song song với  $\vec{v}_0$ . Viết biểu thức mới của hiệu đường đi.

4) Vận tốc của Trái Đất trong hệ quy chiếu COPERNIC là  $30 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ . Không phát hiện được một sự dịch chuyển nào của các vân giao thoa khi  $l \approx 5 \text{ m}$  và  $\lambda \approx 0,5 \mu\text{m}$ , tại bất kì vị trí nào và ở bất kì thời điểm nào trong năm. Từ đó, ta có thể rút ra kết luận gì?

## 6\*\* Đo độ dày của bản thủy tinh nhờ giao thoa kế MICHELSON

Mục đích của thí nghiệm là đo độ dày  $e$  của một bản thủy tinh có chiết suất  $n_0 = 1,520$  đối với ánh sáng có bước sóng  $\lambda_0 = 0,550 \mu\text{m}$ . Chiết suất của thủy tinh biến thiên theo định luật sau:

$$n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2} \text{ với } B = 10,6 \cdot 10^{-3} (\mu\text{m})^2$$

Muốn vậy, người ta sử dụng một giao thoa kế MICHELSON với 4 nguồn sáng như sau (đầu thu là mắt người):

- nguồn 1: đèn dây tóc (nguồn ánh sáng trắng).
- nguồn 2: đèn dây tóc được đặt trước một lọc sắc có bước sóng trung bình  $\lambda_0 = 0,550 \mu\text{m}$  và độ rộng phổ  $\Delta\lambda = 100 \text{ nm}$ :  $500 \text{ nm} > \lambda > 600 \text{ nm}$ ; miền truyền qua này tương ứng với độ nhạy cực đại của mắt người;
- nguồn 3: đèn dây tóc được đặt trước một lọc sắc giao thoa có bước sóng trung bình  $\lambda_0 = 550 \text{ nm}$  và độ rộng phổ  $\Delta\lambda = 10 \text{ nm}$ :  $545 \text{ nm} > \lambda > 555 \text{ nm}$ ;
- nguồn 4: nguồn đơn sắc gồm một nguồn cho quang phổ vạch đặt trước một lọc sắc giao thoa tách ra một vạch phổ có bước sóng  $\lambda_0 = 550 \text{ nm}$  chẳng hạn.

### A. Mở đầu

Chứng minh một cách đơn giản lời khẳng định sau đây: "Đối với một nguồn sáng đa sắc có bước sóng trung bình  $\lambda_0$  và độ rộng phổ toàn phần  $\Delta\lambda$ , người ta chỉ có thể quan sát được các vân giao thoa nếu như hiệu quang lộ giữa hai đường truyền sáng nhỏ hơn  $\lambda_0^2 / \Delta\lambda$ ".

Xác định cỡ độ lớn của hiệu quang lộ cực đại giới hạn  $\delta_{\text{max}}$  đối với 4 nguồn sáng trên.

### B. Đo độ dày của bản thủy tinh bằng cách sử dụng hệ vân giao thoa nêm không khí của MICHELSON

- 1) Nhắc lại cách bố trí thực nghiệm cho phép quan sát các vân nêm không khí với một nguồn sáng rộng. Nêu rõ vai trò của các thấu kính và của bản mỏng.
- 2) Người ta tiến hành thí nghiệm với đèn dây tóc và lọc sắc thông thường (nguồn 2).
  - a) Cỡ độ lớn của số cực đại các vân giao thoa có thể quan sát được là bao nhiêu?

b) Biết rằng đường kính của gương là  $2 \text{ cm}$ , tính góc giữa hai gương trong trường hợp quan sát được 10 vân giao thoa.

c) Người ta đặt thêm bản thủy tinh vào phía gương cố định  $M_2$ . Một cách định tính, người ta quan sát được gì nếu độ dày của bản là:

- nhỏ ( $\approx 10 \mu\text{m}$ ) ?
- trung bình  $\approx 100 \mu\text{m}$  ?
- lớn  $\approx 1 \text{ mm}$  ?

3) Người ta điều chỉnh khoảng cách tới gương di động sao cho khi không có bản thủy tinh, bậc giao thoa tại tâm của hệ vân bằng 0.

a) Cần phải dịch chuyển gương di động  $M_1$  đi một khoảng  $d_1$  bằng bao nhiêu và theo chiều nào để lại có được bậc giao thoa 0 ở tâm của hệ vân?

b) Thực ra, người ta không thể định vị được vân giao thoa bậc 0 mà chỉ định vị được vân giao thoa tiêu sắc, nghĩa là vân có bậc giao thoa không phụ thuộc vào bước sóng theo bậc nhất ( $\left(\frac{d\rho}{d\lambda}\right)_{\lambda_0} = 0$ ).

• Tại sao?

• Xác định hệ thức giữa độ dày  $e$ , bước sóng  $\lambda_0$ ,  $n_0$ ,  $B$  và khoảng cách  $d_2$  mà ta cần phải dịch chuyển gương di động để cho vân tiêu sắc nằm tại tâm của hệ vân giao thoa (chỉ rõ chiều dịch chuyển).

• Áp dụng số: phép đo cho ta  $d_2 = 0,050 \text{ mm}$ . Hãy tính  $e$ ,  $d_2 - d_1$ ,  $\delta_0$  (tại tâm hệ vân) và  $\rho_0 = \frac{\delta_0}{\lambda_0}$ .

4) Người ta có thể sử dụng những nguồn sáng nào để tiến hành các phép đo nói trên?

### C. Đo độ dày bằng cách sử dụng hệ vân giao thoa đồng độ nghiêng

1) Nhắc lại cách bố trí thí nghiệm cho phép quan sát các vân đồng độ nghiêng với nguồn sáng rộng. Nêu rõ vai trò của các thấu kính. Định nghĩa trạng thái màu nền.

Người ta tiến hành thí nghiệm với nguồn sáng đơn sắc (nguồn 4). Giao thoa kế MICHELSON được điều chỉnh sao cho quan sát được màu nền (độ rọi đều trong ánh sáng đơn sắc) khi không có bản thủy tinh. Khi đưa thêm bản thủy tinh vào phía gương cố định  $M_2$ , người ta dịch chuyển gương di động  $M_1$  một khoảng  $d$ .

2) Chứng minh rằng đối với tia sáng tới gương dưới góc tới  $i$ , hiệu đường đi là:

$$\delta = 2(d + e)\cos i - 2ne\cos r,$$

ở đây  $i$  và  $r$  liên hệ với nhau bằng công thức  $\sin i = n \sin r$ .

3) Xác định cường độ sáng quan sát được theo phương  $i$  đối với các góc nhỏ.

Cần phải dịch chuyển gương di động một khoảng  $d_3$  bằng bao nhiêu và theo chiều nào để lại quan sát được một màu đều?

4) Áp dụng số: với  $d_3 = -30 \mu\text{m}$  (là kết quả đo được), hãy tính:

- $e$ ;
- hiệu quang lộ  $\delta_0$ , bậc giao thoa  $p_0$  tại tâm của hệ vân đối với  $\lambda_0$ .

Ta có nhận xét gì?

5) Cần phải sử dụng (những) nguồn sáng nào để tiến hành thí nghiệm trên.

## LỜI GIẢI

1) Biến thiên hiệu đường đi đối với các điểm ở biên của trường giao thoa là  $40\lambda$  hay vào khoảng  $20 \mu\text{m}$ , với bước sóng cỡ  $0,5 \mu\text{m}$ . Hiệu độ dày giữa hai điểm biên của trường do đó sẽ vào khoảng  $20\lambda$  hay cỡ  $10 \mu\text{m}$ .

$$\alpha \approx \frac{10 \cdot 10^{-6}}{1,5 \cdot 10^{-2}} \approx 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ rad}$$

hay vào khoảng 2 phút góc.

Nếu góc này lớn hơn thì các vân sẽ quá sát nhau không thể nhìn rõ bằng mắt thường. Một thấu kính chiếu hình có tiêu cự ngắn sẽ cho phép quan sát các vân giao thoa dễ dàng hơn.

2) 1) Độ phóng đại xấp xỉ bằng 10, vì gương gần như nằm trong tiêu diện vật của thấu kính. Trên nệm không khí, dân cách vân sẽ là:

$$i = 0,3 \text{ mm} = \frac{\lambda}{2a}$$

Ta được  $\alpha = 9,1 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$  (cỡ 3 phút góc).

2) Khoảng cách giữa hai vân được đo theo các trục nằm ngang hoặc thẳng đứng là:

$$\frac{i}{\cos \frac{\pi}{4}} = 0,41 \text{ mm}$$

Cần phải giảm góc giữa hai gương  $M_2$  và  $M_1$  đi  $\sqrt{2}$  lần bằng cách quay xung quanh trục thẳng đứng. Sau đó, bằng vít chỉnh tinh kia, quay một góc đúng như vậy xung quanh trục nằm ngang.

3) Vì có 100 vân giao thoa chạy vào tâm hệ vân nên hiệu quang lộ tại tâm đã thay đổi một lượng  $2e$  xấp xỉ bằng  $100\lambda$  (do đó độ dày  $e$  của bản không khí là  $50\lambda$ ).

Bán kính góc cực đại  $\alpha$  thoả mãn  $\tan \alpha \approx \frac{3}{15} \approx 0,2$ . Các hiệu đường đi tại các cận là  $100\lambda$  (tại tâm hệ vân) và  $100\lambda \cos \alpha$  (tại mép hệ vân), tức là có hiệu số bằng  $7,8 \lambda$ . Vì vậy người ta sẽ quan sát được nhiều nhất là 7 vân giao thoa.

4) 1) Hiệu đường đi  $\delta$ , khi không còn quan sát được vân giao thoa nữa là  $5 \mu\text{m}$ , ở hai phía của hiệu đường đi bằng 0. Đó chính là độ dài của "đoàn sóng" được xem là tương ứng với "vạch" phổ rộng được lọc qua lọc sắc. Độ rộng vạch theo thang tần số khi đó là:

$$\Delta \nu = \frac{1}{\tau} \text{ với } \delta = c\tau, \text{ hay } \Delta \nu = 0,6 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

Khi lấy giá trị bước sóng trung bình là  $\lambda = 0,55 \mu\text{m}$  (550 nm) thì ta được:

$$\Delta \lambda = \frac{\Delta \nu \lambda^2}{c} = 0,06 \mu\text{m} \text{ (60 nm)}$$

Lọc sắc này có dải truyền qua rất rộng, trải dài từ 490 nm (xanh lam) tới 610 nm (đỏ da cam).

2) Bây giờ, hiệu đường đi  $\delta$ , khi không còn quan sát được vân giao thoa nữa là  $30 \mu\text{m}$ . Ta tính được  $\Delta \lambda = 0,01 \mu\text{m} = 10 \text{ nm}$ . Giá trị bước sóng trung bình của lọc sắc (được cho chính xác tới 1 nm) sẽ không phù hợp với độ rộng của dải truyền qua tìm được. Bước sóng này được ghi trên lọc sắc cho ta biết rằng nó cho qua vạch 546 nm của thủy ngân chứ không phải vạch 593 nm của natri!

5) 1) Ta kí hiệu  $\vec{v}'$  là vận tốc ánh sáng trong  $\mathcal{R}'$  và  $\vec{c}$  là vận tốc của ánh sáng trong  $\mathcal{R}_0$ .

• tia IA:  $\vec{v}' = c' \vec{e}_y = \vec{c} - v_0 \vec{e}_x$  do đó  $c'^2 = c^2 - v_0^2$ ;

• tia AI:  $\vec{v}' = -c' \vec{e}_y = \vec{c} - v_0 \vec{e}_x$  do đó  $c'^2 = c^2 - v_0^2$ ;

• tia IB:  $\vec{v}' = c' \vec{e}_x = c \vec{e}_x - v_0 \vec{e}_x$  do đó  $c' = c - v_0$ ;

• tia BI:  $\vec{v}' = -c' \vec{e}_x = -c \vec{e}_x - v_0 \vec{e}_x$  do đó  $c' = c + v_0$ .

2) Từ đó, ta có thể kết luận rằng:

$$\delta = c \frac{2l}{\sqrt{c^2 - v_0^2}} - c \frac{l+x}{c - v_0} - c \frac{l+x}{c + v_0} \approx -l \frac{v_0^2}{c^2} - 2x \left( 1 + \frac{v_0^2}{c^2} \right)$$

3) Tương tự, ta có thể tìm được:

$$\delta' = l \frac{v_0^2}{c^2} - 2x \left( 1 + \frac{v_0^2}{2c^2} \right) \text{ với } 2x = -l \frac{v_0^2}{c^2} \text{ (tại bậc 2), hay } \delta' = 2l \frac{v_0^2}{c^2}$$

4) Người ta xem rằng ngưỡng phát hiện nhỏ hơn  $\frac{\lambda}{10}$ . Người ta có thể phát hiện tất cả các giá trị của  $v_0$  lớn hơn  $20 \text{ km s}^{-1}$ . Vận tốc quỹ đạo của Trái Đất là đủ lớn để có thể thấy rõ hiệu ứng này nếu như nó tồn tại. Do đó giả thuyết của động học cổ điển là sai.

6\*\* A. Trong trường hợp nguồn sáng đa sắc, cường độ của các hình giao thoa tương ứng với các bước sóng khác nhau được cộng lại với nhau.

Tại một điểm trong không gian được đặc trưng bởi hiệu quang lộ  $\delta$ , không tồn tại hình giao thoa quan sát được nếu như các bước sóng  $\lambda$  và  $\lambda + \frac{\Delta \lambda}{2}$  cho một vân sáng đối với bước sóng này và một vân tối đối với bước sóng kia; nghĩa là nếu như hiệu bậc giao thoa  $\Delta p$  đối với hai bước sóng  $\lambda$  và  $\lambda + \frac{\Delta \lambda}{2}$  bằng  $\frac{1}{2}$ .

Có thể quan sát được vân giao thoa nếu như  $\Delta p < \frac{1}{2}$ ; nghĩa là:

$$\Delta p = \left| \delta \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda + \Delta \lambda / 2} \right) \right| < \frac{1}{2}, \text{ hay } |\delta| < \delta_{\text{max}} = \frac{\lambda_0^2}{\Delta \lambda}$$

Hệ thức này cũng cho phép xác định bậc giao thoa cực đại  $p_{\text{max}}$  còn quan sát được trong những điều kiện trên là:

$$p_{\text{max}} = \frac{\delta_{\text{max}}}{\lambda_0} = \frac{\lambda_0}{\Delta \lambda}$$

Với những nguồn sáng đang xét, các giá trị giới hạn  $p_{\max}$  và  $\delta_{\max}$  cho phép còn quan sát được vân giao thoa là như sau:

nguồn	$\delta_{\max}$	$p_{\max}$
nguồn 1	vài $\mu\text{m}$	vài đơn vị
nguồn 2	3 $\mu\text{m}$	6
nguồn 3	30 $\mu\text{m}$	55
nguồn 4 ( $\Delta\lambda = 0$ )	vô cực	vô cực

B.1) Để không bị hạn chế bởi tình kết hợp không gian, các góc tới cần phải nhỏ: do đó các gương được chiếu sáng bằng những chùm sáng gần như song song có được bằng cách đặt nguồn sáng điểm tại tiêu điểm vật của một thấu kính hội tụ.

Các gương gần như ở vị trí tiếp xúc quang học và hợp với nhau một góc  $\alpha$  nhỏ.

Các vân giao thoa định xứ ở lân cận nệm không khí nghĩa là các vân rất tương phản ở lân cận các gương, do đó người ta đặt một màn tại một phẳng liên hợp của các gương qua một thấu kính hội tụ thứ hai. Bản bố chính chủ yếu được dùng để bố chính quang lộ của một trong hai tia sáng so với tia kia: ba lần đi qua bản bán mạ so với một lần đi qua đôi với tia truyền qua bản bán mạ mà không phản xạ.

2) a) Hiệu đường đi phải thỏa mãn  $|\delta| < \delta_{\max}$  với  $\delta_{\max} = \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda}$ , một vân giao thoa tương ứng với một hiệu đường đi bằng  $\lambda$ .

Do đó, người ta có thể hi vọng quan sát được khoảng  $2 \frac{\lambda_0}{\Delta\lambda} = 2p_{\max}$  vân (tức là vào khoảng 12 vân với nguồn 2 và 110 vân với nguồn 3).

b) Các vân giao thoa định xứ trên các gương. Dân cách vân  $i$  xấp xỉ bằng 2 mm trên một trong hai gương. Nhưng  $\lambda_0 = 2\alpha i$  nên  $\alpha = \frac{\lambda_0}{2i} \approx 28''$  giây cung.

c) Một cách định tính, hiệu quang lộ tăng thêm  $2(n-1)e \approx 1,04e$ .

Khi hiệu quang lộ vẫn còn nhỏ hơn  $\delta < \delta_{\max} = \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda}$ , ta luôn luôn quan sát được các vân giao thoa; trong trường hợp ngược lại ( $\delta > \delta_{\max}$ ), độ rọi trên các gương là đều (các vân giao thoa biến mất).

độ dày của bản ( $\mu\text{m}$ )	hiệu quang lộ ( $\mu\text{m}$ )	nguồn 1 $\delta_{\max} = 1,5 \mu\text{m}$	nguồn 2 $\delta_{\max} = 3 \mu\text{m}$	nguồn 3 $\delta_{\max} = 30 \mu\text{m}$
10 $\mu\text{m}$	10,4 $\mu\text{m}$			quan sát được các vân
100 $\mu\text{m}$	100 $\mu\text{m}$			
1000 $\mu\text{m}$	1000 $\mu\text{m}$	không nhìn thấy vân giao thoa		

3) a)  $\delta = 2d - 2(n_0 - 1)e$ , do đó  $d_1 = (n_0 - 1)e$ : cần phải đưa gương di động  $M_1$  ra xa bản bán mạ; khi đó ta làm giảm hiệu quang lộ đưa vào do bản thủy tinh.

b) Độ dày của bản phải sao cho để sự biến thiên bậc giao thoa là lớn hơn 1. Do đó, người ta không biết được bậc giao thoa tại tâm. Ngược lại, vân rõ nét nhất có thể dễ dàng định vị được. Vân này tương ứng với một bậc giao thoa như nhau đối với tất cả các bước sóng của nguồn, nghĩa là

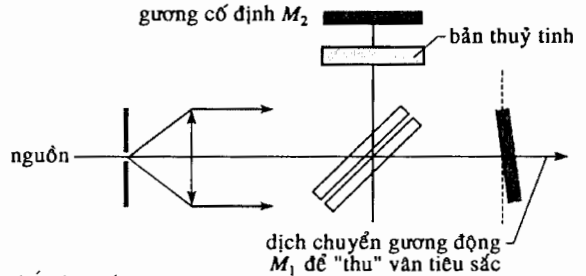
$$\left(\frac{dp}{d\lambda}\right)_{\lambda_0} = 0 : \text{theo định nghĩa, đó chính là vân tiêu sắc.}$$

$$\text{Ta có } p = \frac{\delta}{\lambda} = \frac{2d}{\lambda} - \frac{2(n-1)e}{\lambda}.$$

$$\text{Vì } \left(\frac{dp}{d\lambda}\right)_{\lambda_0} = 0 \text{ nên: } \frac{2d_2 - 2\left(n_0 - \frac{B}{\lambda_0^2} - 1\right)e}{\lambda_0^2} - \frac{6Be}{\lambda_0^4} = 0, \text{ hay}$$

$$d_2 = \left(n_0 + \frac{2B}{\lambda_0^2} - 1\right)e.$$

Cần phải đưa gương di động  $M_1$  ra xa bản bán mạ.



c) Áp dụng số:

$$n_0 - 1 = 0,520, \frac{2B}{\lambda_0^2} = 0,070. \text{ Với } d_2 = \left(n_0 + \frac{2B}{\lambda_0^2} - 1\right)e = 50 \mu\text{m}.$$

ta được độ dày  $e$  của bản thủy tinh:  $e = 85 \mu\text{m}$ ,  $d_2 - d_1 = \frac{2Be}{\lambda_0^2} = 6 \mu\text{m}$ ,

$$\delta_0 = 2d_2 - 2(n_0 - 1)e = \frac{4B}{\lambda_0^2}e \approx 12 \mu\text{m}, \text{ và } p_0 = 21,6.$$

Như vậy, hiệu  $d_2 - d_1$  khá lớn.

Nếu bỏ qua sự tán sắc thì với  $d_1 = (n_0 - 1)e = 50 \mu\text{m}$  ta được  $e^* = 96 \mu\text{m}$ , nghĩa là có một độ chênh lệch tương đối lớn so với giá trị  $e$  "mong đợi":  $\frac{\Delta e}{e} \approx 13\%$ !

4) Người ta nhận thấy rằng với một nguồn đơn sắc, các vân giao thoa vẫn rõ nét trong một miền rất rộng: vân giao thoa "rõ nét nhất" thì không thể định vị được, phép đo này không thể thực hiện được với một nguồn đơn sắc (nguồn 1).

Khi  $d = d_2$ , bậc giao thoa tại tâm là  $p_0 \approx 22$  (giữ trị lớn): nếu bậc giao thoa này biến thiên ít theo bước sóng thì khi đó ta sẽ quan sát được một hình giao thoa. Người ta tính độ biến thiên cực đại của  $p$  tại tâm bằng cách khảo sát độ rộng phổ của nguồn:

$$\Delta p = p(\lambda_0 + \Delta\lambda/2) - p(\lambda_0) = p(\lambda_0 + \Delta\lambda/2) - p_0 = \frac{\Delta\lambda^2}{8} \left(\frac{\partial^2 p}{\partial \lambda^2}\right)_{\lambda_0}$$

$$\text{vì } \left(\frac{dp}{d\lambda}\right)_{\lambda_0} = 0 \text{ (vân tiêu sắc).}$$

$$\text{Từ đó, ta có: } \Delta p = \frac{3B}{2\lambda_0^2} \frac{e}{\lambda_0} \left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}\right)^2.$$

Để phép đo có thể thực hiện được:

- $\Delta p$  phải nhỏ hơn 0,5 nếu không sẽ có độ rọi đều;
- $\Delta p$  không được quá nhỏ nếu không sẽ khó định vị được vân giao thoa rõ nét nhất.

$$\text{Với bản thủy tinh đang xét: } \Delta p = \frac{3B}{2\lambda_0^2} \frac{e}{\lambda_0} \left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}\right)^2 = \frac{3}{8} \frac{\delta_0}{\lambda_0} \left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}\right)^2,$$

$$\text{hay } \Delta p = \frac{3}{8} p_0 \left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}\right)^2 = 8,1 \left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}\right)^2.$$

Ta khảo sát các nguồn khác nhau:

nguồn	$\Delta p_{\max}$	nhận xét
nguồn 1 (với $\Delta\lambda \approx 0,4 \mu\text{m}$ và $\lambda_0 \approx 0,6 \mu\text{m}$ )	1,1	phép đo không thể thực hiện được: không nhìn thấy một vân giao thoa nào cả
nguồn 2	0,3	phép đo thực hiện được
nguồn 3	$3 \cdot 10^{-3}$	phép đo không thực hiện được: quá nhiều vân giao thoa rõ nét
nguồn 4 (với $\Delta\lambda = 0$ )	0	phép đo không thực hiện được: tất cả các vân giao thoa đều rõ nét

Để đo độ dày của bản thủy tinh bằng cách sử dụng hệ vân giao thoa nằm không khí của giao thoa kế MICHELSON, cần phải biết độ tán sắc của bản thủy tinh này. Trong những điều kiện đó, phép đo chỉ có thể thực hiện được khi sử dụng:

- ở giới hạn nguồn 1 (nếu tính đến đáp ứng phổ của mắt người);
- nguồn 2 (nguồn ánh sáng trắng đặt trước một lọc sắc thông thường).

Với các nguồn 3 và 4, các vân giao thoa đều rõ nét trên một miền quá rộng: không thể định vị được vân "trung tâm".

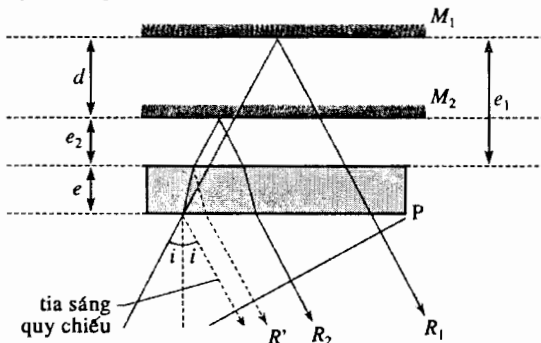
C. 1) Một thấu kính hội tụ cho phép tạo ảnh của nguồn sáng lên lần của một gương để có một thí trường rộng.

Các gương cần phải song song với nhau.

Các vân giao thoa định xứ tại vô cực, nên các vân đồng độ nghiêng có thể được quan sát trên một màn đặt ở tiêu diện ảnh của một thấu kính hội tụ thứ hai.

Màu nền tương ứng với vị trí của các gương cho độ rọi đều trên màn, nghĩa là vị trí mà hiệu quang lộ không phụ thuộc vào góc tới.

2) Bằng cách sử dụng hình vẽ và tia sáng quy chiếu trên hình:  $\delta_{ref} = 0$  trong mặt phẳng P.



• Đối với tia  $R_1$ :  $\delta_{R_1} - \delta_{ref} = 2(e + e_1) \cos i$  (bản không khí dày  $e + e_1$ ).

• Đối với tia  $R_2$ :  $\delta_{R_2} - \delta_{R'} = 2e_2 \cos i$  (bản không khí dày  $e_2$  vì hiệu quang lộ của hai tia  $R'$  và  $R_2$  trong thủy tinh là như nhau).

• Đối với tia  $R'$ :  $\delta_{R'} - \delta_{ref} = 2ne \cos r$ .

Từ đó suy ra:

$$\delta = \delta_{R_1} - \delta_{R_2} = (\delta_{R_1} - \delta_{ref}) - (\delta_{R_2} - \delta_{R'}) - (\delta_{R'} - \delta_{ref})$$

$$= 2(e + e_1) \cos i - 2e_2 \cos i - 2ne \cos r$$

kết quả là ( $d = e_1 - e_2$ ):

$$\delta = \delta_1 - \delta_2 = 2(d + e) \cos i - 2ne \cos r.$$

3) Trong trường hợp các góc nhỏ,  $\delta = 2(d + e) \left(1 - \frac{r^2}{2}\right) - 2ne \left(1 - \frac{r^2}{2}\right)$ .

hay:  $\delta \approx 2[d - (n - 1)e] - i^2 [d + e(1 - 1/n)]$

Cường độ sáng là:

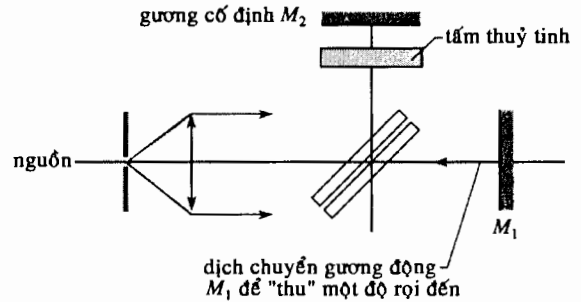
$$I = I_0 \left(1 + \cos\left(2\pi \frac{\delta}{\lambda}\right)\right) = I_0 \left(1 + \cos\left(\Phi_0 - \frac{2\pi i^2}{\lambda} \left(d + e\left(1 - \frac{1}{n}\right)\right)\right)\right)$$

với  $\Phi_0 = 2 \frac{2\pi}{\lambda} [d - (n - 1)e]$ .

Người ta quan sát được màu nền với bước sóng  $\lambda_0$  tại giá trị:

$$d_3 = \left(\frac{1}{n_0} - 1\right) e < 0.$$

Do đó cần phải đưa gương di động  $M_1$  tới gần bản bán mạ! Ta làm tăng hiệu quang lộ chứ không phải là làm giảm nó như đã mong đợi!



4) Với  $d_3 = -30 \mu\text{m}$ , ta có:

$$e = 88 \mu\text{m}, \delta_0 = \frac{2(d_3 - (n - 1)e)}{\lambda} \approx -151 \mu\text{m}, p_0 = \frac{\delta}{\lambda} \approx -275.$$

Hiệu quang lộ  $\delta_0$  và bậc giao thoa  $p_0$  rất lớn.

5) Đến đây, ta nhận thấy rằng, với những nguồn sáng khác nhau, độ chênh lệch cực đại  $\Delta p$  giữa các bậc giao thoa là:

$$\Delta p = \Delta\lambda \frac{dp}{d\lambda}(\lambda_0) = \frac{2d_3 - 2\left(n_0 + \frac{2B}{\lambda_0^2} - 1\right)e}{\lambda_0^2} \Delta\lambda = \frac{2e\Delta\lambda}{\lambda_0^2} 0,93$$

$$\approx 1,9e \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0^2} = -1,9 \frac{e}{\delta_{\max}}$$

nguồn	$\Delta p_{\max}$	nhận xét
nguồn 1	108	không thể tiến hành phép đo: không nhìn thấy vân giao thoa nào
nguồn 2	54	không thể tiến hành phép đo: không nhìn thấy vân giao thoa nào
nguồn 3	5,4	không thể tiến hành phép đo: không nhìn thấy vân giao thoa nào
nguồn 4 ( $\Delta\lambda = 0$ )	0	có thể tiến hành phép đo

Với nguồn sáng đơn sắc (nguồn 4), phép đo có thể thực hiện được. Vì có sự nhờ vào vân giao thoa tương ứng với các bước sóng khác nhau khi sử dụng các nguồn 1, 2 và 3, nên ta quan sát thấy một độ rọi đều. Thật ra, với các nguồn sáng này, người ta không bao giờ quan sát được màu nền mà là một màu trắng bậc trên: do đó, phép đo không thực hiện được. Để có thể thực hiện được phép đo với bản thủy tinh này cần phải sử dụng nguồn sáng có độ rộng phổ  $\Delta\lambda < 1 \text{ nm}$ , nghĩa là thỏa mãn  $\delta_{\max} > 330 \mu\text{m}$  hoặc  $p_{\max} > 600$ .

Phép đo độ dày của bản thủy tinh bằng cách sử dụng các vân giao thoa đồng độ nghiêng của giao thoa kế MICHELSON vừa được trình bày ở trên chỉ có thể thực hiện được với nguồn 4 (nguồn đơn sắc).

# GIÁO TRÌNH THỰC TẬP: MÁY QUANG PHỔ CÁCH TỬ

# 8

## Mở đầu

*Phân tích quang phổ là một phương pháp rất phổ biến để phân tích các thành phần hoá học của một chất.*

*Khi bị kích thích, các nguyên tử của một chất hơi sẽ phát ra một số bức xạ đặc trưng tạo thành, theo một nghĩa nào đó, “chữ kí quang học” của mình.*

*Một môi trường trong suốt hấp thụ lựa một số bức xạ có bước sóng hoàn toàn xác định. Phân tích ánh sáng đi qua những chất này cho phép xác định từ những “vạch hấp thụ” này, bản chất của chất hấp thụ và nồng độ của nó.*

*Để phân tách các thành phần đơn sắc của một ánh sáng phức tạp chúng ta biết đến lăng kính và cách tử.*

*Do có nhiều ưu điểm hơn nên cách tử là hệ tán sắc được dùng trong đa số các máy quang.*

## M U C T I Ê U

- Các đặc trưng chủ yếu của cách tử.
- Đo số vạch trên một đơn vị độ dài của cách tử.
- Sự chồng lấn của các phổ có bậc lớn hơn 2 và 3.
- Nguyên lí hoạt động của một quang phổ kế.
- Khái niệm về độ phân giải.

## ĐIỀU CẦN BIẾT TRƯỚC

- Quang hình học: kính ngắm, ống chuẩn trực, giác kế.
- Quang học sóng: sự nhiễu xạ của các sóng ánh sáng.



# 1 Các loại cách tử

Để nghiên cứu lí thuyết nhiễu xạ của một sóng ánh sáng qua cách tử có thể xem lại ở chương 6.

## 1.1. Nhắc lại một số định nghĩa

Ta sẽ dựa vào hình 1 để đưa ra những định nghĩa dưới đây.

• Một cách tử phẳng truyền xạ được đặc trưng bởi một độ trong suốt biến thiên tuần hoàn. Nó gồm có những yếu tố giống hệt nhau:

-  $N$  yếu tố giống hệt nhau, hay còn gọi là *vạch*, rất dài, (độ cao  $h$ ), được đặt sát nhau;

- Trên một chiều dài tổng cộng  $L$ ;

- Được phân bố một cách đều đặn với  $n$  yếu tố trên một đơn vị độ dài;

- Cách nhau một khoảng  $a$ , được gọi là *bước* của cách tử hay *chu kì không gian* của độ trong suốt.

• Một cách tử phản xạ phẳng được đặc trưng bởi một hệ số phản xạ biến thiên tuần hoàn tuân theo những định nghĩa như trên.

• Thông thường, người ta sử dụng các cách tử có cỡ độ lớn của các đại lượng được cho ở hình 2.

cách tử	N số vạch trên một đơn vị độ dài			$a$ (cm)	$L$ (cm)	$N$
	$m^{-1}$	$mm^{-1}$	L.P.I Vạch trên một inch	chu kì không gian	độ dài cách tử	số vạch tổng cộng
trung bình	$10^5$	100	$10^3$	$10^{-3}$	2	2000
cổ điển	$3 \cdot 10^5$	300	$10^4$	$3 \cdot 10^{-4}$	3	10000
chất lượng cao	$10^6$	1000	$10^5$	$10^{-4}$	4	40000

Hình 2. Các cách tử thông thường.

Chất lượng của một cách tử liên quan đến tính tuần hoàn của độ trong suốt hoặc của hệ số phản xạ. Các vạch cần phải hoàn toàn giống hệt nhau và bước của cách tử phải thực sự không đổi. Sự không đồng nhất của các vạch cách tử hoặc sự thay đổi bước cách tử sẽ làm giảm đáng kể phẩm chất của cách tử.

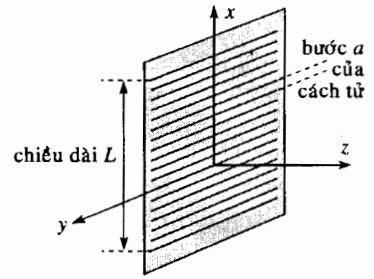
Những kĩ thuật chế tạo phụ thuộc vào các phẩm chất mong muốn và kinh phí có sẵn.

• Các cách tử chính xác nhất là các cách tử sai lệch ít nhất về tính tuần hoàn lí tưởng và dạng các vạch gần với dạng mong muốn nhất. Chúng được chế tạo bằng cách khắc vạch lên một lớp kim loại mỏng phủ trên một đế thủy tinh phẳng. Máy khắc vạch là một máy cơ khí chính xác; người ta có thể định vị lưỡi dao khắc bằng kim cương với độ chính xác cỡ 1 nanômét.

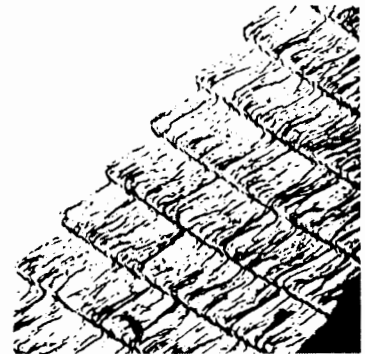
Với tốc độ khắc một vạch trong một giây, thời gian để khắc một cách tử có 1000 vạch trên 1 mm và có độ dài vài cm là vào khoảng 1 ngày. Do đó, những cách tử chính xác nhất này rất đắt tiền (h.3).

• Cách tử khắc vạch có thể được dùng làm khuôn để chế tạo những cách tử sao: một lớp chất dẻo polymer được phủ lên trên cách tử khuôn và sau khi bóc ra, ta được một cách tử có chất lượng tốt.

• Một kĩ thuật chế tạo khác là chụp các vân giao thoa của hai sóng phẳng lên một lớp chất dẻo nhạy quang, có độ hạt rất nhỏ.



Hình 1. Nhắc lại những định nghĩa về cách tử. Số vạch là  $L = Na$ .



Hình 3. Ảnh chụp qua kính hiển vi điện tử một cách tử 150 vạch/mm được chế tạo để làm việc với góc tới gần bằng  $12^\circ$ .

Bằng cách này, người ta có thể chế tạo được những cách tử dùng trong vùng khả kiến, có tới 1000 vạch trên 1 mm. Tính đều đặn của bước cách tử được đảm bảo nhưng sự đồng nhất của các vạch thì không tốt bằng cách tử khác. Những cách tử này được gọi là cách tử holography.

• Cuối cùng, các cách tử không đắt tiền lắm là những ảnh dương bản của một cách tử khác.

### 1.2. Cách tử phản xạ và cách tử truyền xạ

Vì những lí do thực tế liên quan đến vật liệu và kinh phí, trong các nghiên cứu thực nghiệm, chúng ta thường sử dụng các cách tử truyền qua.

Các cách tử được sử dụng trong các máy quang phổ thường là những cách tử phản xạ. Thật vậy, một cách tử truyền qua nhất thiết phải nằm trên một đế trong suốt. Chính đế trong suốt này gây ra những nhiễu loạn ảnh hưởng đến chất lượng của cách tử (h.4):

- Các lưỡng chất là nguồn gốc gây ra những phản xạ kí sinh;
- Sự khúc xạ trên lưỡng chất lồi vào có tính tán sắc vì chiết suất của đế phụ thuộc vào bước sóng;
- Vật liệu đế không hoàn toàn trong suốt và tán xạ ánh sáng.

### 1.3. Nhắc lại lí thuyết

Các điều kiện sử dụng cách tử là:

- Các cách tử được chiếu sáng bằng một chùm sáng tới song song.
- Chúng ta nghiên cứu ánh sáng nhiễu xạ qua cách tử ở vô cực.

Các tia sáng phát xuất từ  $N$  nguồn (tương ứng với phần cách tử được chiếu sáng) là kết hợp (h.5) và do đó cho một hình giao thoa (hay hình nhiễu xạ) ở vô cực.

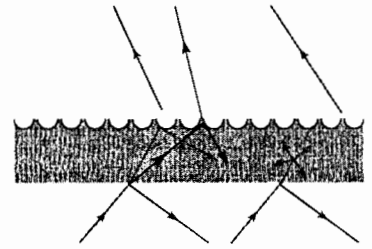
Hiệu đường đi giữa hai tia kế tiếp là  $\delta = PH - KQ = a(\sin\theta - \sin\theta_1)$  (h.6).

Chúng ta mô phỏng hình nhiễu xạ cho bởi  $N$  nguồn nằm cách nhau một khoảng  $a$  ( $N$  biến đổi từ 2 đến 100), theo hiệu pha

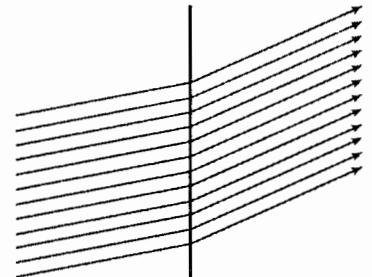
$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta = \frac{2\pi}{\lambda} a(\sin\theta - \sin\theta_1) \text{ giữa hai tia kế tiếp ở vô cực (h.7).}$$

$N = 2$		
$N = 3$		
$N = 5$		
$N = 20$		
$N = 40$		
$N = 100$		

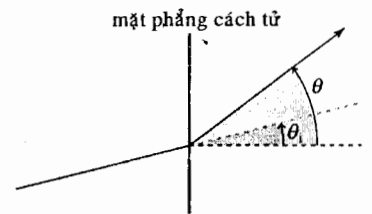
**Hình 7.** Dạng vẽ của hình giao thoa khi  $N$  khác nhau:  $N$  càng lớn, dạng vẽ của hình giao thoa càng mảnh.



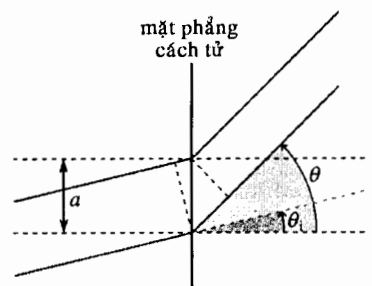
**Hình 4.** Các hiệu ứng kí sinh trong cách tử truyền xạ: phản xạ, tán sắc và khúc xạ.



**Hình 5a.** Hình minh hoạ các tia tới và tia khúc xạ.



**Hình 5b.** Mô hình hoá của các tia tới và tia khúc xạ.



**Hình 6.** Hiệu quang lộ giữa hai tia liên tiếp được cho bởi công thức  $\delta = PH - KQ = a(\sin\theta - \sin\theta_1)$ .

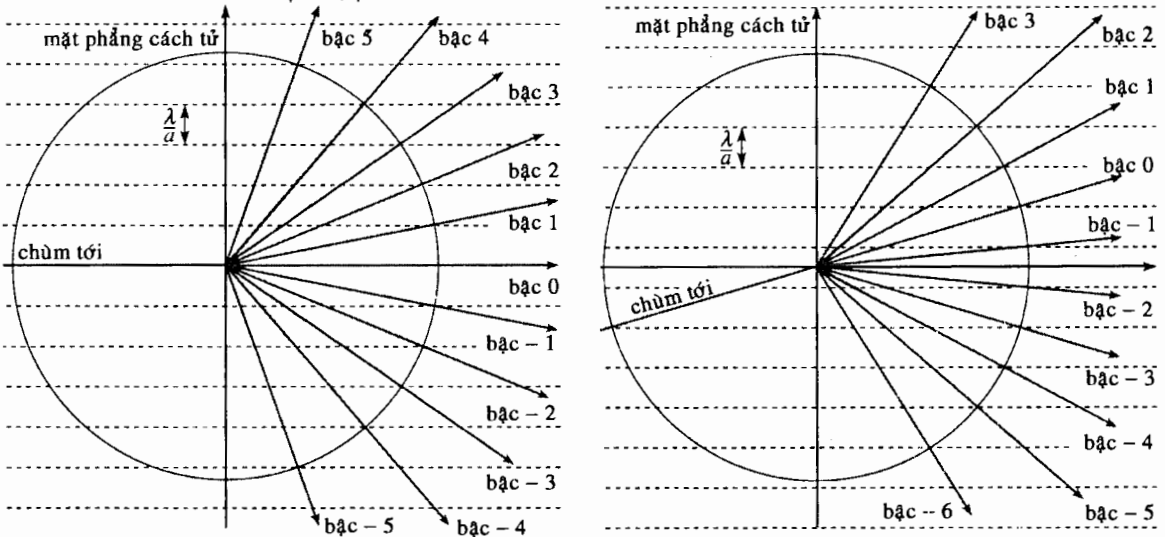
- Vị trí của các cực đại không phụ thuộc vào số vạch:  $\varphi = p2\pi$  với  $p$  là số nguyên.
- Các cực đại độ rọi sẽ càng mạnh khi số vạch càng lớn.
- Giữa hai cực đại độ rọi có  $N - 1$  cực tiểu độ rọi bằng không (điều này được thấy rất rõ đối với  $N = 2, \dots, 5$ ). Các cực tiểu bằng không đầu tiên nằm ở hai phía của một đỉnh là  $\varphi = p2\pi \pm \frac{2\pi}{N}$ ; do đó, khi  $N$  lớn các cực đại độ rọi sẽ rất hẹp.

Vị trí góc của các cực đại độ rọi được cho bởi (công thức cổ điển của cách tử):  $\sin\theta_p = \sin\theta_i + p\frac{\lambda}{a}$ , với  $p$  là số nguyên, dương hoặc âm biểu thị bậc của cực đại khảo sát.

### 1.4. Cách dựng hình học các tia ló

Các phương của tia ló được cho bởi giao điểm của đường tròn bán kính bằng 1 với các đường thẳng vuông góc với mặt phẳng cách tử, cách nhau một khoảng  $\frac{\lambda}{a}$  ( $h.8a$  và  $b$ ). Theo cách dựng, ta có ngay  $\sin\theta_p = \sin\theta_i + p\frac{\lambda}{a}$ . Số

bậc bị hạn chế bởi điều kiện  $|\sin\theta_p| \leq 1$ .



Hình 8. Cách dựng các phương có độ rọi cực đại được cho bởi cách tử: các tia sáng đi qua giao điểm của đường tròn có bán kính 1 đơn vị và các đường thẳng vuông góc với mặt phẳng cách tử, cách nhau một khoảng là  $\frac{\lambda}{a}$ .

a. Ánh sáng tới vuông góc.

b. Ánh sáng tới với một góc bất kì.

► Để luyện tập: bài tập 1.

## 2 Nghiên cứu thực nghiệm nhiễu xạ qua cách tử

### 2.1. Thí nghiệm mở đầu

Ta quan sát một vật nhỏ gần như một điểm và phát ánh sáng gần đơn sắc (chẳng hạn như một đèn quang phổ vạch đặt ở đầu bên kia của phòng thực tập) qua một cách tử có khoảng 100 vạch trên 1 mm; chúng ta sẽ thấy rất nhiều ảnh của nguồn sáng đó.

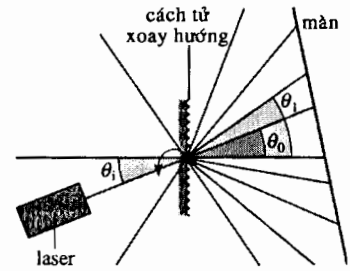
- Các ảnh này được phân bố theo một đường vuông góc với các vạch của cách tử.
- Khi ta xoay cách tử, có một ảnh nằm cố định: đó chính là ảnh bậc 0.
- “Khoảng cách” giữa các vết bị thay đổi khi ta lắc cách tử.

## 2.2. Thí nghiệm với nguồn laser

### 2.2.1. Sơ đồ thực nghiệm

Nguồn sáng laser cho ngay chúng ta một ánh sáng có các tính chất rất gần với những tính chất của một sóng phẳng đơn sắc. Laser thông dụng nhất là laser heli - neon phát ra một tia sáng đỏ ( $\lambda = 632,8 \text{ nm}$ ) rất định hướng có đường kính vào khoảng 1 milimét.

Chúng ta bố trí một sơ đồ thí nghiệm rất đơn giản với một cách tử có bước khá lớn ( $10 \mu\text{m}$ , nghĩa là 100 vạch trên 1 mm). Đặt một màn cách laser khoảng 1 mét hoặc hơn. Tiếp theo, đánh dấu vị trí của vết sáng tia laser trên màn khi không có cách tử và sau đó đặt cách tử ở lối ra của laser (*h.9*) và tiến hành quan sát.



**Hình 9.** Sự nhiễu xạ của chùm tia laser qua cách tử.

### 2.2.2. Quan sát thực nghiệm

- Trên màn xuất hiện rất nhiều vết gần như có cùng đường kính với chùm laser.
- Số vạch cách tử chắn chùm laser rất lớn (khoảng 100 vạch) nên ánh sáng nhiễu xạ tập trung vào những hướng hoàn toàn xác định.
- Không phải tất cả những vết này đều có cùng một cường độ sáng (điều này gây ra do sự nhiễu xạ trên từng yếu tố của cách tử).
- Khi chúng ta thay đổi vị trí của cách tử, có một vết duy nhất giữ nguyên vị trí (đó là vết bậc 0): vết này nằm ở cùng một vị trí với vết laser quan sát được khi không có cách tử.
- Sự phân tán của các vết luôn luôn xảy ra trong một mặt phẳng vuông góc với phương của các vạch cách tử.
- Độ cao của các vạch lớn hơn rất nhiều so với độ rộng của chùm tia laser nên không ảnh hưởng gì đến hình nhiễu xạ.
- Cách tử cho những kết quả gần như tương đương cho dù nó được sử dụng trong ánh sáng phản xạ hay ánh sáng truyền xạ.

Các kết quả trên rất phù hợp với lý thuyết đã trình bày trước đây ở *chương 6*.

### 2.2.3. Chứng minh gần đúng hệ thức cơ bản của cách tử

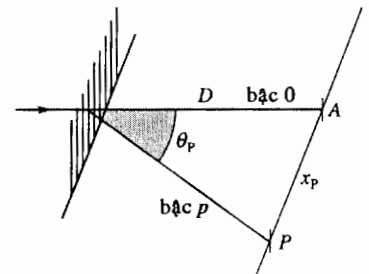
Chúng ta có thể nhận thấy rằng (*h.10*) nếu chùm tia tới gần như vuông góc với mặt cách tử ( $\theta_i \approx 0$  trên *h.9*), thì phương của các vết nhiễu xạ đo được bằng một thước có khắc độ sẽ thoả mãn hệ thức:

$$\sin \theta_p \approx p \frac{\lambda}{a}$$

với  $p$  nguyên biểu thị bậc tương ứng của vết nhiễu xạ.

Muốn vậy, chỉ cần kiểm chứng bằng đồ thị tỉ số  $\frac{\sin \theta_p}{p}$  là một hằng số, và

nếu biết  $\lambda$  ta có thể đánh giá được  $a$  và do đó cả số vạch trên một đơn vị độ dài. Đây chỉ là một đánh giá rất gần đúng.



**Hình 10.**  $\sin \theta_i = \frac{x_p}{\sqrt{x_p^2 + D^2}}$ . Để dàng

chứng minh rằng  $\frac{\sin \theta_p}{p}$  là một lượng bất biến.

## 2.2.4. Góc lệch cực tiểu

### ■ Thí nghiệm

Chúng ta làm lại những thao tác trên với một cách tử có khoảng 500 vạch trên 1 mm, được chiếu sáng bằng cùng một chùm tia laser. Chúng ta bắt đầu xét từ vị trí ban đầu  $\theta_i \approx 0$ .

Xét bậc  $p$  ( $p$  dương) sao cho  $\theta_p > \theta_i$  (h.11 và 12). Tiếp theo, quay cách tử quanh một trục song song với vạch cách tử: vết bậc 0 giữ nguyên vị trí nhưng các vết khác tiến lại gần nhau, sau đó lại đi ra xa nhau sau khi đi qua một giá trị cực tiểu  $D_m$  của góc  $D = \theta_p - \theta_i$  (h.11 và 12).

Vị trí của cách tử tương ứng với góc lệch cực tiểu phụ thuộc vào bậc đã chọn nhưng đối với một bậc cho trước, mặt phẳng của cách tử chính là mặt phẳng phân giác của các tia tới và tia nhiễu xạ như vẽ trên hình 12.

### ■ Nghiên cứu góc lệch bằng đồ thị

Chúng ta xét hình 13.

- Đối với một bậc giao thoa cho trước, ta có một góc lệch cực tiểu.
- Với các giá trị khác nhau của  $p$ , bằng đồ thị, chúng ta thấy ngay tập hợp những điểm tương ứng với các góc lệch cực tiểu sẽ nằm trên một đường thẳng có độ dốc bằng  $-2$ .

### ■ Tính $D_m$

Sử dụng những kí hiệu trên hình 11 hay 12, ta thấy sự quay của cách tử dẫn đến sự thay đổi góc  $\theta_i$ . Độ lệch đối với  $\lambda$  và  $p$  cho trước là một hàm của  $\theta_i$ :

$$\frac{dD}{d\theta_i} = \frac{d\theta_p}{d\theta_i} - 1.$$

Lấy đạo hàm công thức cơ bản của cách tử (với bậc  $p$ , bước sóng  $\lambda$  và bước của cách tử  $a$  là không đổi), ta được:

$$\cos\theta_p \frac{d\theta_p}{d\theta_i} = \cos\theta_i.$$

Như vậy,  $D$  đi qua giá trị cực tiểu của mình  $D_m$  nếu như  $\frac{dD}{d\theta_i} = 0$ , hay nếu

$$\cos\theta_i = \cos\theta_p.$$

Nghiệm  $\theta_p = \theta_i$  tương ứng với góc lệch bằng 0 và chỉ có thể xảy ra đối với bậc 0.

Do đó, ta chỉ còn  $\theta_p = -\theta_i$  hay  $2\sin\theta_i = -p\frac{\lambda}{a}$  với  $D_m = -2\theta_i$ , và từ đó suy ra:

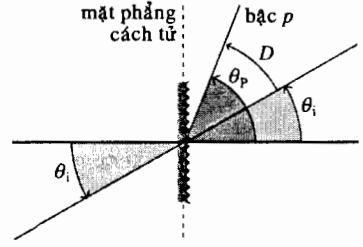
$$2\sin\frac{D_m}{2} = p\frac{\lambda}{a}.$$

Mặt phẳng của cách tử trong trường hợp này (như trên h.12) là mặt phẳng phân giác của các tia tới và các tia nhiễu xạ (h.14).

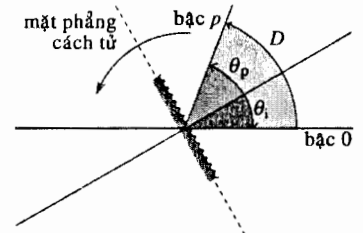
$D_m$  có thể được xác định rất chính xác. Nó cho phép chúng ta xác định số vạch trên một đơn vị độ dài của cách tử với một độ chính xác tuyệt vời (khi biết  $\lambda$ ). Áp dụng 4 sẽ cho phép chúng ta đánh giá độ chính xác này.

Một cách tử gồm có  $N$  vạch giống nhau và song song với nhau cách nhau một khoảng  $a$  (bước của cách tử) và có độ dài rất lớn so với  $a$ . Thông thường, một cách tử chứa từ 100 đến 5000 vạch trên mm.

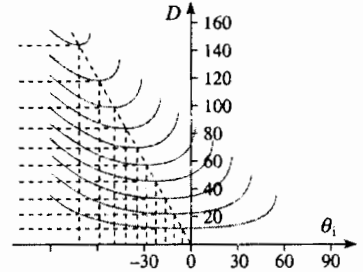
Một sóng phẳng đơn sắc sau khi nhiễu xạ qua một cách tử cho ta một tập hợp các sóng gần như phẳng.



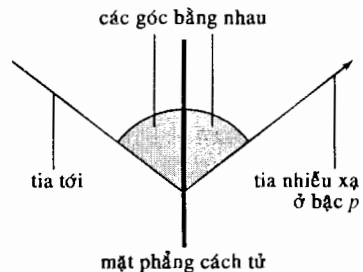
Hình 11. Góc lệch:  $D = \theta_p - \theta_i$  (trên hình vẽ:  $\theta_p > 0$  và  $\theta_i > 0$ ).



Hình 12. Góc lệch:  $D = \theta_p - \theta_i$  (trên hình vẽ  $\theta_p < 0$  và  $\theta_i < 0$ );  $D$  xấp xỉ bằng  $D_m$ .



Hình 13. Nghiên cứu góc lệch  $D(\theta_i)$  của chùm tia ứng với một bậc cho trước ( $\gamma = 633 \text{ nm}$ ; cách tử 300 vạch/mm) đối với những bậc khác nhau.



Hình 14. Mặt phẳng cách tử là mặt phẳng phân giác của các tia tới và tia nhiễu xạ nếu như  $D = D_m$ .

Đối với những sóng có phương truyền vuông góc với vạch cách tử, góc tới  $\theta_i$  và các góc ló  $\theta_p$  thỏa mãn hệ thức cơ bản của cách tử:

$$\sin\theta_p = \sin\theta_i + p \frac{\lambda}{a}.$$

ta có những bậc nhiễu xạ tương ứng với mỗi giá trị của số nguyên  $p$ . Góc lệch đối với bậc  $p$  là:

$$D = |\theta_p - \theta_i|.$$

Khi  $\theta_i$  biến thiên, đối với một bậc  $p$  cho trước, góc lệch  $D$  giữa tia khúc xạ và tia tới sẽ đi qua một cực tiểu ứng với  $\theta_p = -\theta_i$ . Tại vị trí này, mặt phẳng của cách tử là mặt phẳng phân giác của các tia tới và tia nhiễu xạ ở bậc  $p$ .

# Áp dụng 1

**Cỡ các đại lượng của cách tử  
500 vạch trên 1 mm.**

Cho một cách tử 500 vạch trên mm được chiếu sáng bằng bước sóng 633 nm của laser He - Ne.

1) Với  $\theta_i = 0$ , tính các giá trị khác nhau của  $\theta_p$  tương ứng tất cả các bậc khả dĩ.

2) Hãy tính các độ lệch cực tiểu tương ứng với tất cả các bậc khả dĩ.

1) Ta xác định giá trị của:

$$\frac{\lambda}{a} = n\lambda = 5.10^5 \times 0,633.10^{-6} = 0,317;$$

các giá trị  $\theta_p$  khả dĩ phải thỏa mãn:

$$\sin\theta_p = \pm 0,317, \pm 0,633 \text{ và } \pm 0,950.$$

Từ đó ta được:

$$\theta_0 = 0; \theta_{+1} = \theta_{-1} = 18^\circ 27';$$

$$\theta_{+2} = -\theta_{-2} = 39^\circ 16'; \theta_{+3} = \theta_{-3} = 71^\circ 48'.$$

2) Giá trị  $\frac{\lambda}{2a} = n \frac{\lambda}{2} = 0,158$ ; các giá trị  $D_m$  khả dĩ sẽ thỏa mãn:

$$\sin\left(\frac{D_m}{2}\right) = 0,158; 0,317; 0,474; 0,633; 0,790 \text{ và } 0,950.$$

Từ đó ta được:

$$D_{m1} = 18^\circ 11' \text{ với } \theta_{i1} = -9^\circ 06';$$

$$D_{m2} = 36^\circ 58' \text{ với } \theta_{i2} = -18^\circ 29';$$

$$D_{m3} = 78^\circ 32' \text{ với } \theta_{i3} = -39^\circ 16';$$

$$D_{m4} = 104^\circ 22' \text{ với } \theta_{i4} = -52^\circ 11';$$

$$D_{m5} = 143^\circ 37' \text{ với } \theta_{i5} = -71^\circ 48';$$

► Để luyện tập: bài tập 2.

## 2.3. Thí nghiệm với đèn hơi thủy ngân

### 2.3.1. Sơ đồ thực nghiệm

Trước hết, ta cần phải có một chùm sáng sao cho góc  $\theta_i$  phải càng đều càng tốt. Muốn vậy, ta đặt một khe có độ rộng điều chỉnh được ở ngay sát cửa sổ lối ra của đèn và trong tiêu diện vật của một thấu kính có tiêu cự trung bình (từ 10 đến 20 cm chẳng hạn), và có khẩu độ nhỏ.

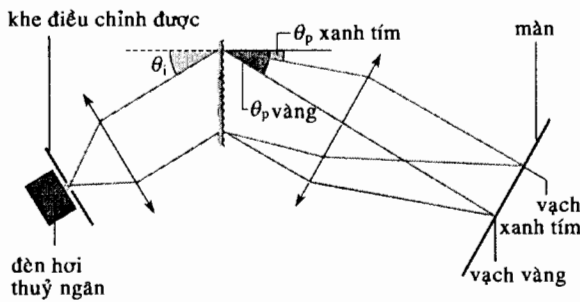
Phía sau thấu kính, độ tán sắc góc của chùm tia là lớn theo phương của khe (vuông góc với mặt phẳng hình 15), nhưng rất nhỏ theo phương vuông góc với khe. Nếu khe thực sự song song với các vạch của cách tử thì góc  $\theta_i$  sẽ gần như đều và để tính toán độ lệch, có thể xem chùm tia là hoàn toàn song song.

Chùm sáng truyền qua cách tử (có từ 100 đến 300 vạch trên mm chẳng hạn), và màn ảnh được đặt trên tiêu diện ảnh của một thấu kính tiêu cự lớn (1 m chẳng hạn).

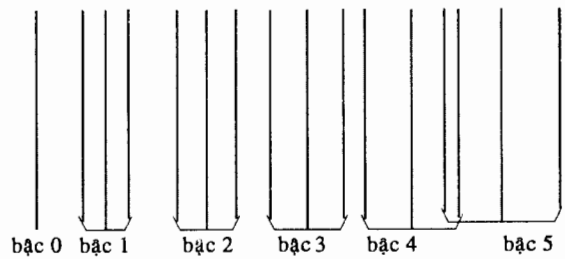
### 2.3.2. Sự tán sắc

Bây giờ, ta sẽ quan sát thấy những *vạch* hẹp và có màu sắc, song song với khe và song song với vạch của cách tử. Các vạch này cũng chính là những ảnh của khe. Nếu ta dùng một chấn sáng lỗ tròn thay cho khe thì sẽ thấy những vết sáng tròn (ảnh của lỗ chấn sáng).

Vạch trung tâm rất giống với vạch mà ta sẽ quan sát được khi nhắc cách tử ra, nó có một màu trắng của đèn thủy ngân.



Hình 15. Sự tán sắc của ánh sáng không đơn sắc qua một cách tử.



Hình 16. Dạng phổ nhận được với các vạch xanh lam, xanh lá cây và vàng.

Đi ra xa vạch trung tâm, ta quan sát thấy nhóm vạch thứ nhất (các vạch sáng nhất theo thứ tự là: xanh lam, xanh lá cây, vàng), và một nhóm thứ hai cũng tương tự như vậy nhưng các vạch trong nhóm nằm cách xa nhau hơn.

Khi dịch chuyển thấu kính và màn, ta quan sát thấy những nhóm vạch khác chồng lẫn phủ lên nhau (h.16). Các nhóm vạch này tương ứng với các bậc nhiễu xạ nghĩa là tương ứng với các giá trị khác nhau của số nguyên  $p$  trong công thức cơ bản của cách tử.

Như vậy, cách tử là một hệ *tán sắc*, nó phân tách các thành phần đơn sắc của một ánh sáng đa sắc. Và sơ đồ bố trí thí nghiệm của chúng ta là một *phổ kế* phân tách các thành phần và có thể cho phép đo cường độ tỉ đối và bước sóng của các thành phần đó.

Chúng ta sẽ thấy những yếu tố cấu thành này trong tất cả những máy quang phổ cách tử:

- một ống chuẩn trực gồm một khe vào song song với các vạch của cách tử và một thấu kính (hay một quang hệ tương đương) có tiêu diện vật chứa khe vào;
- một cách tử (thường làm việc trong ánh sáng phản xạ, xem mục §1.2.);
- một quang hệ (kính ngắm hoặc một dụng cụ chiếu phổ) dùng để tạo ra một số ảnh của khe đúng bằng số bức xạ đơn sắc trong một bậc xác định.

Góc lệch phụ thuộc vào nhiều yếu tố trong đó có bước sóng của ánh sáng sử dụng.

Vì vậy, cách tử là một hệ tán sắc, có thể được sử dụng trong máy quang phổ, một dụng cụ dùng để phân tích ánh sáng đa sắc.

### Chú ý:

- Đôi khi người ta phân biệt:
  - quang phổ nghiệm là thiết bị phân tích quang phổ bằng mắt thường;
  - quang phổ kí là thiết bị phân tích quang phổ bằng chụp ảnh;
  - quang phổ kế là thiết bị trong đó cách tử được quay để đưa lần lượt các vạch phổ lên một đầu thu ánh sáng nối với một thiết bị ghi nhận.
- Chúng ta cũng có thể sử dụng lăng kính làm hệ tán sắc. Thí nghiệm và áp dụng 2 chứng tỏ rằng ta sẽ có được một độ tán sắc lớn hơn khi sử dụng cách tử.

# Áp dụng 2

## Khả năng tán sắc của cách tử và của lăng kính

1) Một cách tử có bước  $a$  được chiếu sáng vuông góc bằng một ánh sáng đa sắc.  $D(\lambda)$  là góc lệch ứng với bước sóng  $\lambda$ , hãy xác định năng suất tán sắc  $\left| \frac{dD}{d\lambda} \right|$  ở lân cận bước sóng  $\lambda$

theo bậc  $p$  và bước  $a$ .

2) Một lăng kính có góc đỉnh là  $\alpha = 45^\circ$  được làm từ thủy tinh có chiết suất  $n$  phụ thuộc vào bước sóng  $\lambda$  theo định luật CAUCHY:

$$n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2} \quad \text{với} \quad A = 1,500 \quad \text{và}$$

$$B = 0,004 \mu\text{m}^2.$$

Ánh sáng tới là ánh sáng đa sắc, tới vuông góc lên mặt lồi vào của lăng kính. Hãy tính góc lệch  $D(\lambda)$  và năng suất tán sắc của lăng kính.

3) Hãy xác định số vạch trên một mm của cách tử có năng suất tán sắc ở bậc 1 cùng cỡ với năng suất tán sắc của lăng kính ở lân cận  $\lambda_0 = 0,5 \mu\text{m}$ .

1) Vì  $\theta_i = 0$  nên  $D = \theta_p$  với  $\sin\theta_p = p \frac{\lambda}{a}$ :

$$\cos\theta_p \frac{dD}{d\lambda} = \frac{p}{a}, \quad \text{và do đó:} \quad \frac{dD}{d\lambda} = \frac{1}{\lambda} \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{a}{p\lambda}\right)^2 - 1}}.$$

2) Với những kí hiệu trên hình 17, đối với lăng kính có chiết suất  $n$ , ta có:

$$D = \theta_r - \theta_i \quad \text{với} \quad \theta_i = \alpha$$

$$\text{và} \quad \sin\theta_r = n \sin\alpha.$$

$$\frac{dD}{d\lambda} = \frac{dD}{dn} \frac{dn}{d\lambda} = -\frac{d\theta_r}{dn} \frac{2B}{\lambda^3}$$

$$\text{và} \quad \cos\theta_r \frac{d\theta_r}{dn} = \sin\alpha.$$

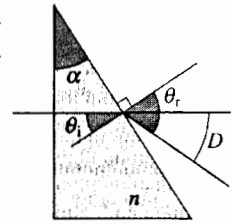
Từ đó suy ra, năng suất tán sắc:

$$\left| \frac{dD}{d\lambda} \right| = \frac{2B}{\lambda^3} \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\sin^2\alpha} - n^2}}.$$

3) Bằng cách cân bằng hai biểu thức đối với năng suất tán sắc, ta được:

$$a \approx 40\lambda, \quad a \approx 20 \mu\text{m}, \quad \text{hay} \quad 50 \text{ vạch} \cdot \text{mm}^{-1}.$$

Để ý đến cỡ độ lớn của số vạch trên một đơn vị độ dài của cách tử, ta thấy cách tử là tán sắc hơn so với lăng kính. Các máy quang phổ loại tốt thường sử dụng hoặc cách tử phản xạ có số vạch trên một đơn vị độ dài lớn hoặc những cách tử phản xạ có số vạch trên một đơn vị độ dài nhỏ hơn nhưng làm việc ở bậc cao hơn.



Hình 17. Sự lệch của tia sáng qua lăng kính chiết suất  $n$ .

### 2.3.3. Sự chồng lấn của các bậc phổ

Vạch vàng của bậc 3 nằm sau vạch tím của bậc 4. Sự chồng lấn phổ này làm ảnh hưởng đến khả năng nhìn rõ các phổ.

Để khắc phục điều đó, cần phải hạn chế quan sát ở các giá trị  $p$  nhỏ hoặc sử dụng cách tử có dạng vạch sao cho nó hầu như chỉ nhiều xạ ở một bậc duy nhất.



### ■ Sự chồng lấn phổ

Chúng ta hãy xác định xem ở trong những điều kiện nào thì các vạch nhìn thấy của phổ bậc  $p$  và  $p + 1$  sẽ không chồng lấn lên nhau.

- Bậc  $p$ :  $\sin\theta_{đỏ} = \sin\theta_i + p \frac{\lambda_{đỏ}}{a}$ .
- Bậc  $p + 1$ :  $\sin\theta_{tím} = \sin\theta_i + (p + 1) \frac{\lambda_{tím}}{a}$ .

Hai bậc này sẽ không chồng lấn lên nhau nếu  $\sin\theta_{tím_{p+1}} > \sin\theta_{đỏ_p}$ , hay nếu:

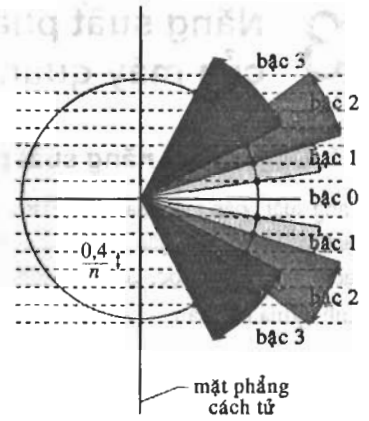
$$(p + 1) \frac{\lambda_{tím}}{a} > p \frac{\lambda_{đỏ}}{a}$$

Vì  $\lambda_{đỏ} \approx 1,9\lambda_{tím}$  nên ta được  $p < 2$ , điều đó có nghĩa là sự chồng phổ bắt đầu giữa bậc 2 và bậc 3.

### ■ Kiểm chứng bằng đồ thí

Ta lại sử dụng đường tròn có bán kính bằng 1, trên đường kính thẳng đứng của nó (mặt phẳng của cách tử), ta chia thành từng đoạn có độ dài  $h = 0,4n$ , với  $n$  là số vạch trên một micromét.

Giả sử rằng cách tử này được chiếu sáng vuông góc bằng ánh sáng trắng và các bức xạ biên của phổ khả kiến tương ứng với  $0,4 \mu\text{m}$  (màu tím) và  $0,8 \mu\text{m}$  (màu đỏ thắm). Khi đó, ta sẽ có được hình 18.



Hình 18. Hình minh họa sự chồng lấn của các bậc 2 và 3.

### 2.3.4. Thử nghiệm với sơ đồ một thấu kính

Quang hệ (ống chuẩn trực, cách tử, lăng kính chiếu ảnh) có chức năng cho ta những ảnh đơn sắc rõ nét của khe vào. Người ta có thể thay thế hai thấu kính bằng một thấu kính duy nhất theo sơ đồ giả thiết trên hình 19.

Muốn vậy, chỉ cần bỏ thấu kính chiếu ảnh và thay đổi vị trí của thấu kính thứ nhất (thấu kính chuẩn trực).

Nếu ta làm thí nghiệm thì nó chỉ có ý nghĩa đối với ảnh bậc 0, không có ích lợi gì. Nếu ta không dùng các cách tử có bước lớn ( $a > 10 \mu\text{m}$ ), thì sẽ không thể thu nhận được những vạch phổ rõ nét trên màn.

Như minh họa trên hình 20, cách tử của một vật đơn sắc ở khoảng cách hữu hạn không thể cho ảnh rõ nét tại một bậc khác 0. Lý do là hệ thức giữa phương tới và phương ló có chứa các hàm sin và do đó là phi tuyến.

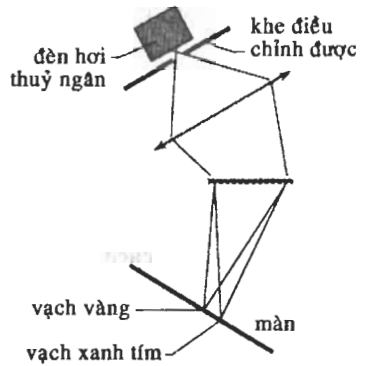
Nhưng khi tỉ số  $\frac{\lambda}{a}$  không còn nhỏ nữa các góc  $\theta$  và  $\theta_i$  không còn nằm trong miền tuyến tính của hàm số sin.

Ta có thể nhận thấy rằng các ảnh phổ sẽ ít nhòe hơn nếu như cách tử được sử dụng ở lân cận độ lệch cực tiểu.

Thật vậy, ở vị trí này, góc lệch rất gần với  $D_m$  trong một khoảng biến thiên rộng của góc tới (xem đường cong trên h.13). Nếu như góc mở không rộng lắm thì chùm tia sẽ bị lệch gần như đều và ta sẽ thu được một ảnh của khe vào nét hơn (h.21).

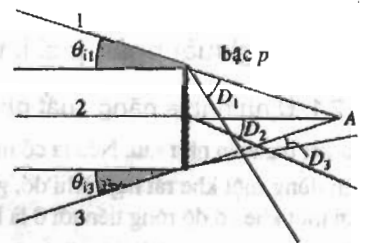
Kết luận:

- máy quang phổ cách tử cần phải có một ống chuẩn trực và một quang hệ tạo ảnh;
- nếu ống chuẩn trực không được điều chỉnh một cách hoàn hảo thì cách tử sẽ nhận được một chùm tia phát ra từ một nguồn đặt ở khoảng cách hữu hạn và sẽ không thể cho được những ảnh đơn sắc rõ nét của khe vào. Ta có thể giảm thiểu khuyết điểm này bằng cách dùng cách tử ở lân cận vị trí độ lệch cực tiểu tại một bậc cho trước.



sơ đồ không đúng

Hình 19. Sơ đồ dùng một thấu kính: thí nghiệm không thành công.



Hình 20. Cách tử không cho một ảnh rõ nét của một vật đơn sắc ở A. Các chùm sáng 1, 2, và 3 có những góc tới và những góc lệch khác nhau. Chúng không cắt nhau ở lân cận của cùng một điểm. Do vậy, cách tử không thích hợp để cho ta một ảnh đơn sắc, rõ nét của A.

# 3 Năng suất phân giải của máy quang phổ cách tử

## 3.1. Định nghĩa năng suất phân giải

Năng suất phân giải của máy quang phổ đặc trưng cho khả năng phân biệt hai vạch có bước sóng gần nhau. Nếu  $\Delta\lambda$  là khoảng cách phổ nhỏ nhất giữa hai vạch phân biệt được, có bước sóng xấp xỉ  $\lambda_0$  thì năng suất phân giải được định nghĩa như sau:

$$R = \frac{\lambda_0}{\Delta\lambda}.$$

Ta thay thế cách tử 100 vạch/mm bằng một cách tử có bước nhỏ hơn và do đó tán sắc hơn (500 hoặc 1000 vạch/mm) và quan sát phổ bậc 1.

Khi đó vạch vàng được tách thành 2 vạch. Các bảng bước sóng biết rằng hai thành phần của vạch kép này có bước sóng là 577,0 nm và 579,0 nm.

Phổ kế của ta có thể phân giải vạch kép này nên phải có năng suất phân giải lớn hơn:

$$\frac{580}{2,1} \approx 300.$$

Năng suất phân giải phụ thuộc vào cách tử và độ rộng của khe vào. Chỉ cần mở rộng khe vào thì 2 vạch ban đầu phân biệt được và không sáng lắm sẽ hoà vào nhau thành một vạch sáng hơn.

Nếu  $\Delta\lambda$  là khoảng cách phổ nhỏ nhất giữa hai bức xạ có bước sóng xấp xỉ  $\lambda_0$ , đo được bởi máy quang phổ thì theo định nghĩa năng suất phân giải của máy sẽ là:

$$R = \frac{\lambda_0}{\Delta\lambda}.$$

Với một máy quang phổ cho trước, sự mở rộng khe vào làm tăng độ sáng của các vạch phổ nhưng làm giảm độ phân giải.

Người sử dụng máy quang phổ cần phải tìm cách nhân nhượng tốt nhất giữa hai yêu cầu mâu thuẫn nhau: phổ đủ sáng và có độ phân giải cao. Các loại máy quang phổ khác dựa trên nguyên lí phân tích giao thoa để tránh được sự mâu thuẫn này.

## 3.2. Năng suất phân giải lí thuyết

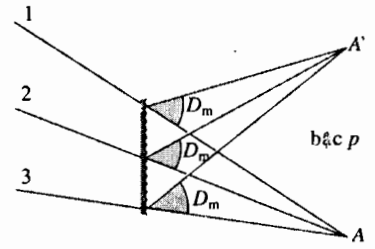
### 3.2.1. Định nghĩa năng suất phân giải lí thuyết

Ta xét bài toán như sau. Nếu ta có một nguồn sáng rất mạnh thì có thể chỉ cần dùng một khe rất hẹp. Khi đó, giới hạn tận cùng của năng suất phân giải với một khe có độ rộng tiến tới 0 là bao nhiêu?

Muốn vậy, ta cần phải xác định độ rộng  $\Delta\theta$  của chùm tia ló trong bậc phổ cho trước đối với một sóng tới hoàn toàn phẳng và đơn sắc.

### 3.2.2. Biểu thức của năng suất phân giải lí thuyết

• Giả sử rằng  $\theta_i$  và  $\lambda$  là hoàn toàn xác định. Vết bậc  $p$  trên màn quan sát của chùm tia ló sẽ càng mảnh khi số vạch  $N$  của cách tử càng nhiều (h.7).



Hình 21. Cách tử ở lân cận góc lệch cực tiểu.

Các chùm sáng 1, 2 và 3 có các góc tới sao cho các góc lệch tương ứng đều gần với góc lệch cực tiểu  $D_m$  ứng với bậc  $p$ .

Nếu như các phương truyền của các chùm tia này là gần nhau thì chúng sẽ cắt nhau ở lân cận của cùng một điểm  $A'$ .

Nói chính xác hơn, nếu cường độ chùm tia ló cực đại đối với  $\theta = \theta_p$  thì nó sẽ triệt tiêu với hai giá trị rất gần  $\theta$  sao cho:

$$\sin\theta = \sin\theta_p \pm \Delta(\sin\theta) \text{ với } \Delta(\sin\theta) = \frac{\lambda}{Na}.$$

Hệ thức này được suy ra trực tiếp từ biểu thức cường độ nhiễu xạ qua cách tử đã được đề cập đến ở *chương 6* và từ minh hoạ trên *hình 7* (xem mục §1.3).

• Tiếp theo, ta giả sử rằng  $\theta_i$  là hoàn toàn xác định (khe vào vô cùng hẹp) và cách tử được chiếu sáng bởi hai bức xạ có bước sóng gần nhau

$$\lambda_1 = \lambda_0 + \frac{\Delta\lambda}{2} \text{ và } \lambda_2 = \lambda_0 - \frac{\Delta\lambda}{2}.$$

Cường độ sáng khi đó sẽ là tổng hai hàm của  $\theta$  được biểu diễn trên *hình 22*.

Hai vạch này là hầu như có cùng một độ rộng:  $\Delta(\sin\theta) = p \frac{2\lambda_0}{Na}$ .

Các đỉnh của chúng nằm tại  $\theta_1$  và  $\theta_2$  sao cho:

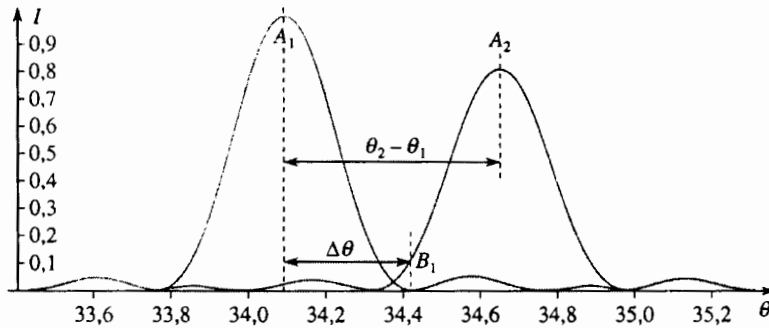
$$\sin\theta_1 - \sin\theta_2 = p \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{a} = p \frac{\Delta\lambda}{a}.$$

Theo quy ước, ta sẽ thừa nhận rằng hai vạch là phân biệt được (hay phân giải được) nếu như khoảng cách giữa các tâm của chúng lớn hơn độ rộng nửa chiều cao của mỗi vạch, nghĩa là nếu  $\Delta(\sin\theta) < |\sin\theta_2 - \sin\theta_1|$ . Điều kiện này được nghiệm đúng nếu như:

$$\frac{\lambda_0}{Na} < p \frac{\Delta\lambda}{a}, \text{ hay } \frac{\lambda_0}{\Delta\lambda} < pN.$$

Giá trị giới hạn tương ứng với năng suất phân giải lí thuyết  $R = pN$ .

Các đường cong trên *hình 23* cho ta thấy hai cường độ  $I_{\lambda_1}(\theta)$  và  $I_{\lambda_2}(\theta)$  cũng như tổng của chúng đối với các giá trị khác nhau của  $\Delta\lambda$ . Chúng có thể xem là phân giải được nếu như  $\frac{\lambda_0}{\Delta\lambda} < R$ .

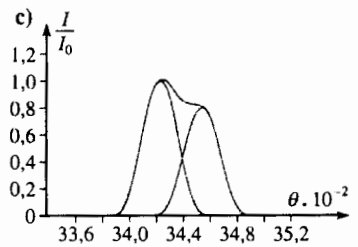
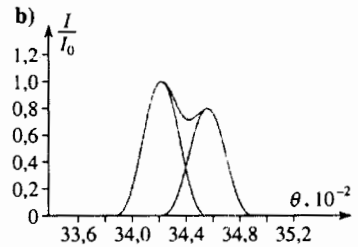
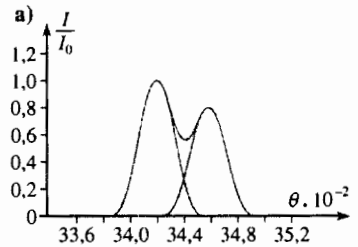


**Hình 22.** Tiêu chuẩn phân giải:  $N = 100$ ;  $L = 1 \text{ cm}$ ;  $\lambda_1 = 595 \text{ nm}$ ;  $\lambda_2 = 605 \text{ nm}$ . Hai vạch là phân giải được vì  $\theta_2 - \theta_1 > \Delta\theta$ .

### 3.2.3. Năng suất phân giải thực

Giá trị năng suất phân giải lí thuyết là rất lớn so với năng suất phân giải thực mà ta có thể nhận được trong thực nghiệm.

Với một cách tử  $1000 \text{ vạch} \cdot \text{mm}^{-1}$  được chiếu sáng trên một khoảng rộng  $1 \text{ cm}$ , số vạch được sử dụng sẽ vào cỡ  $10000$ . Nhưng năng suất phân giải thực chỉ vào cỡ  $1000$ . Như thí nghiệm đã chứng tỏ và kết quả của áp dụng 3, năng suất phân giải thực hầu như không phụ thuộc vào năng suất phân giải lí thuyết mà phụ thuộc chủ yếu vào độ rộng của khe vào, nghĩa là phụ thuộc vào phẩm chất của ống chuẩn trực.



**Hình 23a.**  $\frac{\lambda}{\lambda_0} = 0,9R$ ; **b.**  $\frac{\lambda}{\lambda_0} = R$ ;

**c.**  $\frac{\lambda}{\lambda_0} = 1,1R$ .

# Áp dụng 3

## Năng suất phân giải và độ sáng của quang phổ

Khe vào có độ rộng  $e$  của một máy quang phổ cách tử có bước  $a$  được đặt tại tiêu diện ảnh của một thấu kính có tiêu cự ảnh  $f_1'$ . Phổ bậc  $p$  được quan sát trong tiêu diện ảnh của một thấu kính có tiêu cự ảnh là  $f_2'$ . Ta giả sử rằng  $e$  rất nhỏ so với  $f_1'$ .

Ta cũng giả thiết rằng ảnh của một khe nguồn trên màn vô cùng hẹp cũng có độ rộng không đáng kể.

1) Ta giả sử nguồn sáng là đơn sắc. Tìm độ rộng  $\Delta X$  của ảnh khe tại bậc  $p$  theo góc tới trung bình  $\theta_{i0}$  và góc ló trung bình  $\theta_0$  (h.24).

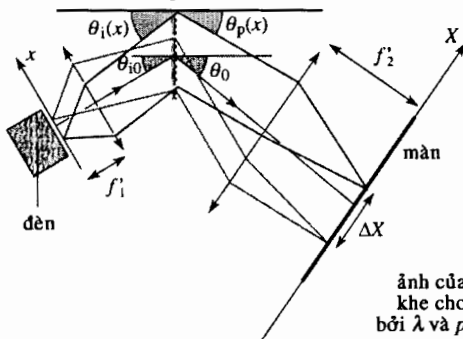
2) Hai thành phần của một vạch kép có bước sóng  $\lambda_0$  và  $\lambda_0 + \Delta\lambda$ . Với những điều kiện nào thì các ảnh của khe vào là phân biệt được? Từ đó suy ra năng suất phân giải  $R$  của máy quang phổ khi dùng cách tử ở gần vị trí góc lệch cực tiểu.

3) Tính  $R$  đối với cách tử 100 vạch.  $\text{mm}^{-1}$  và cách tử 1000 vạch.  $\text{mm}^{-1}$ .

Hãy biện minh cho sự gần đúng đã nói ở đầu bài tập.

Biết rằng:  $e \approx 0,1 \text{ mm}$ ;  $f_1' = 10 \text{ cm}$ ;  $p = 1$ ;  $\lambda \approx 0,5 \mu\text{m}$ .

4) Chứng minh rằng nếu  $\Phi$  là quang thông tương ứng với một vạch thì tích  $\Phi R$  là hằng số khi ta mở rộng khe vào.



Hình 24. Máy quang phổ có khe rộng: bước sóng  $\lambda$  và bậc  $p$  là cố định.

1) Ta chia khe vào thành những dải có độ rộng vô cùng bé  $dx$ .

• Chùm tia phát xuất từ dải trung tâm ( $x = 0$ ) tới cách tử với góc tới  $\theta_{i0}$  và góc ló là  $\theta_0$  sao

cho  $\sin\theta_0 = \sin\theta_{i0} + p \frac{\lambda}{a}$ .

• Đối với chùm tia phát xuất từ dải có hoành độ  $x$ , góc tới là:  $\theta_i(x) = \theta_{i0} + \frac{x}{f_1'}$ .

Vì  $\theta_i(x)$  xấp xỉ bằng  $\theta_{i0}$  nên ta tính được góc ló  $\theta(x)$  trong gần đúng bậc nhất là:

$$\theta(x) = \theta_0 + \frac{d\theta}{d\theta_i} \frac{d\theta_i}{dx} x = \theta_0 + \frac{\cos\theta_i}{f_1' \cos\theta_0} x.$$

Trên màn, hoành độ của các ảnh của hai mép khe là:

$$X_1 = f_2' \theta \left( \frac{-e}{2} \right) \text{ và } X_2 = f_2' \theta \left( \frac{e}{2} \right).$$

Do đó, độ rộng của ảnh là:

$$\Delta X = e \frac{f_2' \cos\theta_{i0}}{f_1' \cos\theta_0}.$$

2) Ta tính khoảng cách giữa hoành độ  $X_1$  và  $X_2$  của các tâm ảnh của từng vạch. Giả sử  $\theta_1$  và  $\theta_2$  là các góc ló tương ứng.

$$\sin\theta = \sin\theta_0 + p \frac{\lambda}{a}.$$

Vì  $\Delta\lambda$  rất nhỏ so với  $\lambda$  nên trong gần đúng bậc nhất ta có:

$$\cos\theta_0 (\theta_2 - \theta_1) = \frac{p}{a} \Delta\lambda,$$

từ đó suy ra  $X_2 - X_1 = f_2' (\theta_2 - \theta_1) = f_2' \frac{p\Delta\lambda}{a \cos\theta_0}$ .

Nếu  $\Delta\lambda$  tương ứng với giới hạn phân li hai ảnh thì  $X_2 - X_1 = \Delta X$ .

Suy ra, năng suất phân giải bằng:

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = p \frac{f_1'}{e} \frac{\lambda}{a \cos\theta_0}.$$

Tại vị trí góc lệch cực tiểu:

$$2 \sin\theta_{i0} = -p \frac{\lambda}{a}, \text{ hay } R = \frac{2f_1'}{e \sqrt{\left(\frac{2a}{p\lambda}\right)^2 - 1}}.$$

3) Đối với cách tử 100 vạch.  $\text{mm}^{-1}$ ,  $R \approx 50$ .

Đối với cách tử 1000 vạch.  $\text{mm}^{-1}$ ,  $R \approx 500$ .

Giá trị này rất nhỏ so với năng suất phân giải lí thuyết. Năng suất phân giải lí thuyết vào khoảng 10000 đối với một cách tử 1000 vạch.  $\text{mm}^{-1}$  được chiếu sáng trên một khoảng rộng 1 cm.

Sự mở rộng vạch phổ chủ yếu là do độ rộng của khe vào.

4) Đối với một sơ đồ máy quang phổ cho trước, quang thông đi vào máy tỉ lệ với độ rộng  $e$  của

khe vào. Vì  $R$  tỉ lệ với  $\frac{1}{e}$  nên là có thể suy ra rằng

tích  $\Phi R$  là không đổi.

► Để luyện tập: bài tập 3.

# 4 Các phép đo với giác kế

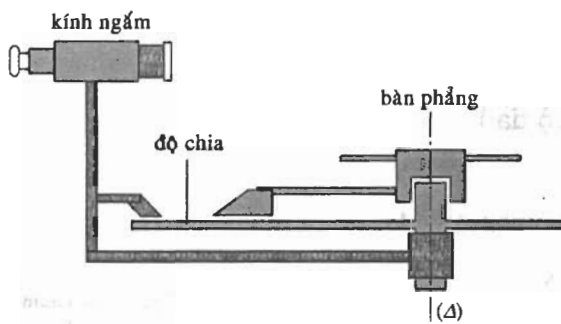
Các thí nghiệm dưới đây lặp lại những thí nghiệm ở mục §2 nhưng lần này ta dùng một thiết bị chính xác, đó là: giác kế.

## 4.1. Mô tả giác kế

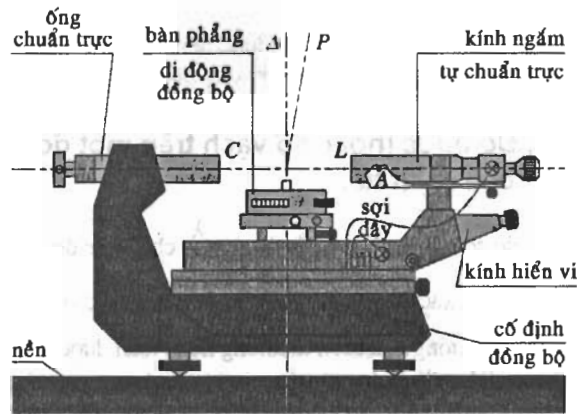
Giác kế cho phép tiến hành các phép đo góc. Nó gồm có 4 bộ phận (h.25 a và b).

- một đĩa kim loại  $D$  đặt cố định nằm ngang, trên mép đĩa có khắc độ để đo góc.
- một bàn phẳng có thể quay quanh một trục  $\Delta$  đi qua tâm của đĩa  $D$ ; bàn có 3 vít để điều chỉnh sự định hướng của nó so với trục  $\Delta$ .
- một kính ngắm (thường là loại kính ngắm có dây chữ thập được chiếu sáng; kính ngắm tự chuẩn trực) có thể di chuyển quanh trục  $\Delta$  và một vít cho phép định hướng kính ngắm trong mặt phẳng chứa  $\Delta$ ;
- một ống chuẩn trực cố định, nghĩa là gắn chặt với đĩa  $D$ .

Các vị trí góc của kính ngắm (thông thường cũng là của bàn phẳng) có thể được định vị. Đơn vị độ chia trên đĩa  $D$  thường là nửa độ (từ  $0^\circ$  cho đến  $359^\circ$ ); một du xích  $\frac{1}{30}$  cho phép đọc tới một phút góc. Cũng có thể có những du xích chính xác hơn.



Hình 25a. Giác kế cổ điển.



Hình 25b. Giác kế chính xác.

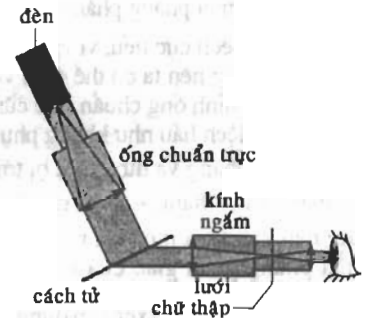
Theo thiết kế, tất cả các quang trục của kính ngắm và của ống chuẩn trực đều cắt trục  $\Delta$ .

Các hệ tinh chỉnh bằng vít vi cấp cho phép tinh chỉnh vị trí của kính ngắm và của bàn phẳng sau khi đã được di chuyển nhanh bằng tay.

## 4.2. Điều chỉnh

Theo những nghiên cứu giác kế ở phần trên, ta sẽ thu được một quang phổ rõ nét nếu như ống chuẩn trực cho ảnh của khe vào ở vô cực. Tùy theo loại giác kế, ống chuẩn trực đã được chỉnh vô cực từ trước hoặc cần phải được điều chỉnh mỗi khi sử dụng.

Các vạch của cách tử đặt trên bàn phẳng của giác kế cần phải song song với khe vào. Tùy theo loại giác kế, bàn phẳng đã được điều chỉnh từ trước hoặc có thể điều chỉnh được khi sử dụng. Kính ngắm cần phải được điều chỉnh để thấy rõ nét và đồng thời ảnh ở vô cực (ảnh của khe đối với một bức xạ đơn sắc trong một bậc phổ cho trước) và dây chữ thập cho phép định vị chính xác vạch phổ (h.26).



Hình 26. Giác kế (nhìn từ trên xuống).

Trên thực tế, trình tự điều chỉnh như sau:

- Điều chỉnh thị kính của kính ngắm sao cho nhìn thấy ảnh rõ nét của dây chữ thập. Nếu nhiều người cùng sử dụng thiết bị thì đây chính là phép điều chỉnh duy nhất cần phải tiến hành mỗi khi thay đổi người quan sát.

a) Nếu ống chuẩn trực chưa được điều chỉnh từ trước thì cần phải:

- điều chỉnh vật kính của kính ngắm ở vô cực. Nếu ta không có một kính ngắm tự chuẩn trực thì phép điều chỉnh này được tiến hành bằng cách ngắm vào một vật ở rất xa; vật ngắm này cần phải được thấy rõ nét đồng thời với dây chữ thập nằm ở tiêu diện ảnh của vật kính kính ngắm;
- điều chỉnh ống chuẩn trực. Nếu điều chỉnh tốt thì ảnh của khe vào qua ống chuẩn trực và kính ngắm cần phải được tạo ra trên tiêu diện ảnh của vật kính. Do đó, qua thị kính cần phải thấy đồng thời rõ nét cả ảnh của khe vào lẫn ảnh của dây chữ thập.

b) Nếu ống chuẩn trực đã được điều chỉnh tại vô cực từ trước thì cần phải điều chỉnh vật kính của kính ngắm để thấy qua thị kính đồng thời rõ nét cả ảnh của khe vào lẫn ảnh của dây chữ thập;

- Đặt cách tử lên trên bàn phẳng và nếu cần thiết, phải điều chỉnh bàn phẳng cho thật sự nằm ngang để giống thẳng các vạch cách tử với khe vào và với trục quay của bàn phẳng. Ta có thể tiến hành theo cách như sau: giới hạn độ cao của khe vào (bằng một lưỡi dao cạo chẳng hạn) để trên thực tế chỉ thấy là nguồn có ảnh được tạo ra trên đường nằm ngang của dây chữ thập. Sự điều chỉnh là đúng nếu như tất cả các ảnh của điểm nguồn đều có thể được quan sát trên đường nằm ngang này.

Sự điều chỉnh này chỉ có thể được tiến hành đúng đắn nếu như số vạch trên một đơn vị độ dài của cách tử không quá lớn (100 vạch trên mm).

### 4.3. Đo bước (hoặc số vạch trên một đơn vị độ dài) của cách tử

Hệ thức cơ bản  $\sin\theta_p = \sin\theta_i + p \frac{\lambda}{a}$  cho phép đo được  $a$  nếu như có thể đo

được chính xác  $\theta_p$  và  $\theta_i$ . Thực ra điều này là không thể được:

- sự định hướng của cách tử không hoàn toàn được xác định.
- vì sự điều chỉnh ống chuẩn trực không hoàn toàn chính xác nên có một sự phân tán nhất định các giá trị của  $\theta_i$  và do đó của cả  $\theta_p$ .

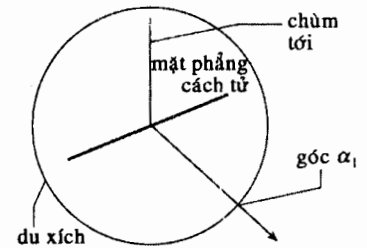
Trái lại, ta có thể đo góc lệch cực tiểu rất chính xác.

Bằng cách quay bàn phẳng, ta đặt cách tử ở vị trí góc lệch cực tiểu đối với một vạch nào đó tại một bậc phổ cho trước. Ta điều chỉnh cho ảnh của vạch này trùng với ảnh của dây chữ thập và ghi lại vị trí góc  $\alpha_1$  của kính ngắm (h.27a), để "kiểm soát" phép đo nên kiểm tra xem mặt phẳng của cách tử có gần đúng là mặt phẳng phân giác của tia tới và tia nhiễu xạ hay không.

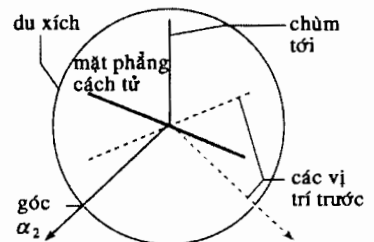
Ở vị trí góc lệch cực tiểu, vị trí của vạch phổ phụ thuộc khá ít vào góc quay của bàn phẳng nên ta có thể định vị nó rất chính xác. Hơn nữa, những sai sót trong điều chỉnh ống chuẩn trực cũng bị hạn chế đến mức tối thiểu bởi vì ở vị trí này góc lệch hầu như không phụ thuộc vào góc tới.

Quay bàn phẳng và đưa thiết bị tới vị trí góc lệch cực tiểu đối xứng (nghĩa là thay đổi  $p$  thành  $-p$ ) và ghi lại vị trí  $\alpha_2$  (h.27b); để "kiểm soát" phép đo, nên kiểm tra một lần nữa xem mặt phẳng của cách tử có gần đúng là mặt phẳng phân giác của tia tới và tia nhiễu xạ hay không. Ta sẽ được:

$$D_m = \frac{1}{2} |\alpha_1 - \alpha_2| \text{ (xem áp dụng 4).}$$



Hình 27a. Vị trí thứ nhất: đọc giá trị  $\alpha_1$ .



Hình 27b. Vị trí thứ hai: đọc giá trị  $\alpha_2$ .

# 1 Nhiễu xạ của một sóng phẳng qua các khe hẹp

## 1.1. Nhiễu xạ của chùm tia laser qua một khe

Chúng ta làm lại thí nghiệm đã mô tả ở *chương 1*. Một chùm tia laser được xem như là một sóng phẳng, đơn sắc tới đập vào màn chắn có một khe độ rộng  $a$  biến đổi được (h.1). Trên màn ảnh đặt cách đó vài mét, ta quan sát thấy vết laser vốn gần như là một điểm khi không có “vật cản”, nay bị trải ra theo phương vuông góc với khe khi cho khe hẹp dần lại. Hơn nữa, độ rọi trên màn không còn đều như trước nữa; hai bên vết sáng trung tâm có các vết thứ cấp nhỏ hơn và kém sáng hơn (h.2).

Các phép đo cho thấy rằng  $d$  (khoảng cách giữa khe và mặt phẳng quan sát),  $l$  (độ rộng của vết sáng trung tâm) và  $\lambda$  (bước sóng) thỏa mãn hệ thức:

$$l \approx \frac{2\pi d}{\lambda}, \text{ tương ứng với độ bán rộng góc của vết sáng trung tâm là } \alpha \approx \frac{\lambda}{a}.$$

Nếu định luật truyền thẳng của ánh sáng được nghiệm đúng thì vết sáng sẽ phải ngày càng hẹp lại theo phương vuông góc với khe: ý định thu nhỏ chùm tia dẫn đến một kết quả ngược lại. Trái lại, theo phương dọc theo khe, người ta không thấy một sự mở rộng chùm sáng nào cả.

## 1.2. Nhiễu xạ và cơ học lượng tử

Cỡ độ rộng vết nhiễu xạ có thể được suy ra từ một định luật cơ bản của cơ học lượng tử: nguyên lý bất định HEISENBERG. Nguyên lý này phát biểu rằng không thể đo được đồng thời vị trí và động lượng của một hạt với một độ chính xác tuyệt đối. Nếu như biết tọa độ của vị trí  $x$  với một độ bất định  $\Delta x$  thì chỉ có thể biết được thành phần  $p_x$  của động lượng với một độ bất định  $\Delta p_x$  sao cho  $\Delta p_x \Delta x \approx h$ ,  $h$  là hằng số PLANK.

Nguyên lý này đã được nhắc tới ở năm thứ nhất trong cơ học (xem *H-Prepa Cơ học I, năm thứ nhất, chương 1*) và trong hóa học khi nói về cấu trúc nguyên tử.

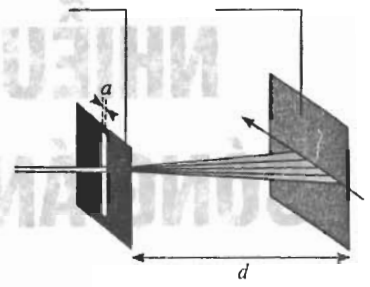
Như vậy, cho chùm tia đi qua một khe có độ rộng  $a$  có nghĩa là đo được hoành độ của vị trí các photon với một độ bất định  $\Delta x$  bằng  $a$ .

Sau “phép đo” này, chỉ có thể biết được thành phần  $p_x$  với một độ bất định vào cỡ  $\frac{h}{a}$  vì động lượng của một photon là  $p = \frac{h\nu}{c}$  nên độ mở rộng góc của chùm tia phải là (h.3):

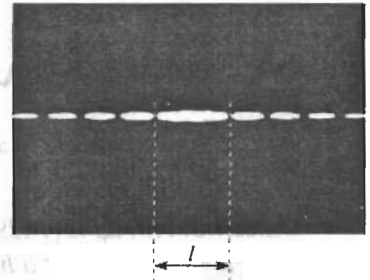
$$\Delta\theta \approx \frac{\Delta p_x}{p} \approx \frac{c}{\nu a} \text{ hay } \Delta\theta \approx \frac{\lambda}{a}.$$

Các định luật quang hình học không còn được tôn trọng tại một vật cản chắn một phần chùm sáng. Hiện tượng này được gọi là *hiện tượng nhiễu xạ*. Nói riêng, nếu sóng tới là một sóng phẳng, đơn sắc thì sóng nhiễu xạ qua một khe dài và hẹp là một chùm tia có độ mở rộng góc theo phương vuông góc với khe là  $\Delta\theta \approx \frac{\lambda}{a}$  với  $\lambda$  là bước sóng ánh sáng, còn  $a$  là độ rộng của khe.

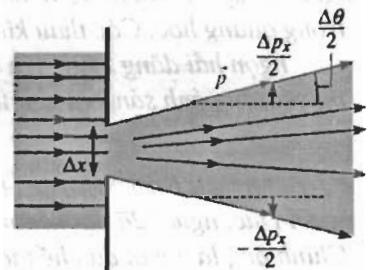
Gần đúng quang hình học vẫn còn sử dụng được nếu như  $a$  rất lớn so với  $\lambda$ .



Hình 1. Nhiễu xạ của chùm tia laser qua một khe hẹp.



Hình 2. Hình nhiễu xạ của chùm tia laser qua một khe.



Hình 3. Nhiễu xạ và hệ thức bất định HEISENBERG:  $\Delta x \Delta p_x = h$ .

### 1.3. Nhiễu xạ tại vô cực của sóng phẳng qua một cách tử khe

Chúng ta đã khảo sát giao thoa hai sóng tạo bởi hệ các khe YOUNG. Bằng cách tương tự, chúng ta cũng có thể nghiên cứu sóng ánh sáng nhiễu xạ qua một cách tử gồm  $N$  khe rất hẹp, giống hệt nhau và cách đều nhau.

#### 1.3.1. Bố trí thí nghiệm

Một mặt phẳng không trong suốt, trên đó có  $N$  khe cách đều nhau một khoảng là  $a$ . Trong thực tế, người ta có thể sử dụng một tấm phim dương bản trên đó có  $N$  vạch trong suốt, phân cách nhau bằng những dải không trong suốt. Hệ như vậy được gọi là *cách tử*, được chiếu sáng bằng một sóng phẳng, đơn sắc, bước sóng  $\lambda$  và vectơ sóng  $\vec{k}_i$  tới đập vuông góc với các khe. Người ta kí hiệu  $\theta_i$  là góc giữa pháp tuyến của mặt cách tử với  $\vec{k}_i$ .

Ta quan sát sóng nhiễu xạ qua cách tử ở vô cực hay tương đương là trên một màn đặt ở tiêu diện ảnh của một thấu kính (*h.4*).

Khi không có cách tử, chúng ta sẽ quan sát thấy một vết sáng nhỏ, gần như là một điểm ở trên màn. Khi có cách tử, chúng ta thấy có thêm nhiều vết sáng cách đều nhau, nằm dọc theo một đường vuông góc với khe và ở tại các vị trí thoả mãn hệ thức:

$$\sin\theta_p = \sin\theta_i + p \frac{\lambda}{a}.$$

#### 1.3.2. Mô hình hoá cách tử nhiễu xạ

Các khe làm nhiễu xạ sóng tới. Chúng ta giả sử rằng mỗi khe giống như một dây tóc đèn phát ra một sóng hình trụ kết hợp với sóng tới. Các kí hiệu được chỉ rõ trên *hình 5*. Trước hết, ta tính pha  $\varphi_m(M)$  của sóng nhiễu xạ bởi khe thứ  $m$  tại điểm  $M$  trên mặt phẳng quan sát:

$$\varphi_m(M) = \varphi_i(P_m) + \varphi_{P_m \rightarrow M},$$

$\varphi_i(P_m)$  là pha của sóng tới tại khe thứ  $m$ .

Vì sóng tới là sóng phẳng nên:

$$\varphi_i(P_m) - \varphi_i(P_0) = -\vec{k}_i \cdot \overrightarrow{P_0P_m} = -m \frac{2\pi}{\lambda} a \sin\theta_i.$$

Điểm  $M$  của màn sẽ tương ứng với một phương  $\theta$  trong không gian vật của thấu kính.

Nhưng theo định lí MALUS, các quang lộ ( $P_mM$ ) và ( $HM$ ) là như nhau. Do đó:

$$(P_mM) - (P_0M) = (P_0H) \text{ và } \varphi_{P_m \rightarrow M} = \varphi_{P_0 \rightarrow M} + m \frac{2\pi}{\lambda} a \sin\theta.$$

Cuối cùng,  $N$  sóng giao thoa tại  $M$  sẽ có pha là:

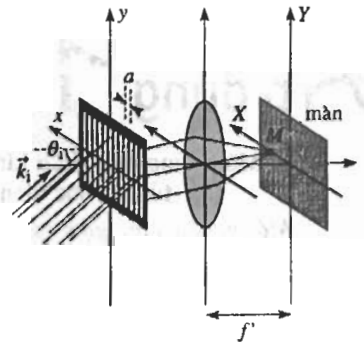
$$\varphi_m(M) = \varphi_0(M) + m \frac{2\pi}{\lambda} a (\sin\theta - \sin\theta_i) = \varphi_0(M) + m\varphi.$$

Nếu  $N$  rất lớn thì tổng của  $N$  hàm sin lệch pha nhau một lượng  $\varphi$  sẽ xấp xỉ bằng 0, trừ trường hợp  $\varphi$  rất gần với một bội số của  $2\pi$  (*h.6*). Trên màn, ánh sáng được tập trung tại những điểm tương ứng với các phương  $\theta_p$  sao cho:

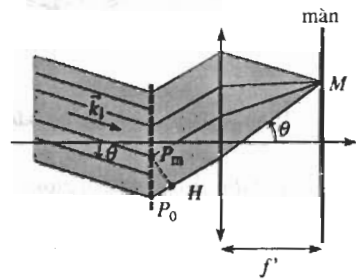
$$\frac{2\pi}{\lambda} a (\sin\theta_p - \sin\theta_i) = p2\pi, \text{ do đó } \sin\theta_p = \sin\theta_i + p \frac{\lambda}{a} \text{ với } p \text{ nguyên.}$$

Như vậy, mô hình được sử dụng là đủ để giải thích sự nhiễu xạ của sóng phẳng qua một cách tử khe.

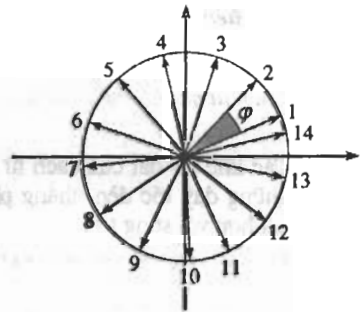
Các phương nhiễu xạ của ánh sáng phụ thuộc vào bước sóng  $\lambda$ . Ánh sáng đa sắc có bao nhiêu thành phần đơn sắc thì ta sẽ thu nhận được bấy nhiêu hệ vết sáng. Vì vậy, các cách tử được sử dụng chủ yếu để phân tách các thành phần đơn sắc của một ánh sáng đa sắc.



Hình 4. Nhiễu xạ ở vô cực qua cách tử khe.



Hình 5. Xác định pha của  $N$  sóng nhiễu xạ.



Hình 6. Khi  $N$  rất lớn, tổng các  $e^{iN\varphi}$  tiến tới 0, trừ các giá trị  $\varphi$  xấp xỉ  $2p\pi$  ( $p$  nguyên).

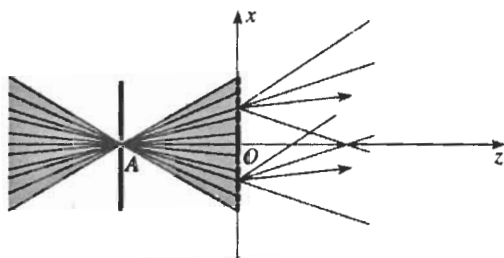


# Áp dụng 1

## Mô phỏng một thấu kính bằng một cách tử có bước biến đổi được

Một nguồn sáng gồm có một khe rất hẹp và rất dài được chiếu sáng bằng ánh sáng đơn sắc, bước sóng  $\lambda$ .

Ánh sáng ra khỏi khe này được chiếu lên một cách tử gồm  $2N + 1$  vạch rất hẹp và rất dài, có cùng độ rộng nhưng cách nhau không đều, tại các vị trí có tọa độ  $x_m$ .  $m$  nằm giữa  $-N$  và  $+N$  ( $N$  là rất lớn) và tâm của khe trung tâm trùng với gốc tọa độ  $O$  (h.7).



Hình 7. Mô phỏng thấu kính bằng một cách tử.

1) Tâm  $A$  của khe nguồn nằm trên trục  $(Oz)$  với  $z_A = f$  ( $f < 0$ ).

Tìm điều kiện đối với  $x_m$  để cho trong gần đúng GAUSS ( $\theta \ll 1$  rad), sóng nhiều xạ tại vô cực qua cách tử này gần như là một sóng phẳng truyền theo trục  $(Oz)$ .

2) Giả sử điều kiện này được thực hiện, khe nguồn luôn luôn định hướng song song với  $(Oy)$ , được định tâm tại một điểm  $A$  có tọa độ  $x_A$  và  $z_A$ .

Chứng minh rằng trong mặt phẳng của hình vẽ có một điểm  $A'$  tại đó cường độ sáng rất lớn.

Tìm các hệ thức liên hệ giữa  $x_A$ ,  $x_{A'}$  và  $f$ ?

Cách tử này có thể được sử dụng làm gì?

Các khe rất dài của cách tử có thể được xem như những dây tóc đèn thẳng phát ra những sóng trụ kết hợp với sóng tới.

1) Các sóng thứ cấp phát ra từ  $2N + 1$  khe sẽ giao thoa với nhau.

Vì  $N$  rất lớn nên cường độ sáng chỉ có giá trị đáng kể nếu như các sóng này là đồng pha (sai khác một lượng là  $2\pi$ ).

Điều kiện này được thực hiện tại vô cực theo phương  $(Oz)$  nếu như các pha của sóng tới tại các khe sai khác nhau một lượng là  $2\pi$ .

Cách đơn giản nhất để thực hiện điều đó là:

$$AP_m = AO + m\lambda.$$

Trong gần đúng GAUSS:

$$AP_m = -f \left( 1 + \frac{x_m^2}{2f^2} \right),$$

từ đó suy ra điều kiện:

$$x_m = \pm \sqrt{2|f\lambda|} \sqrt{m}.$$

Người ta có thể chứng tỏ rằng các sóng không thể đồng pha trong bất kì một phương nào khác.

Do đó, sóng tổng hợp giao thoa của  $2N + 1$  sóng nhiều xạ qua các khe tại vô cực sẽ tương đương với một sóng phẳng truyền theo phương  $(Oz)$ .

2) Cường độ sáng chỉ rất lớn nếu như các sóng nhiều xạ qua các khe đồng pha với nhau. Điều đó được thực hiện tại một điểm  $A'$  sao cho:

$$AP_m + P_m A' = AO + OA' + m\lambda.$$

Trong gần đúng GAUSS:

$$\begin{aligned} -z_A \left( 1 + \frac{(x_m - x_A)^2}{2z_A^2} \right) + z_{A'} \left( 1 + \frac{(x_m - x_{A'})^2}{2z_{A'}^2} \right) \\ = -z_A \left( 1 + \frac{x_A^2}{2z_A^2} \right) + z_{A'} \left( 1 + \frac{x_{A'}^2}{2z_{A'}^2} \right) + m\lambda. \end{aligned}$$

Điều kiện này được nghiệm đúng đối với tất cả các giá trị  $m$  nếu:

$$\frac{x_A}{z_A} = \frac{x_{A'}}{z_{A'}} \quad \text{và} \quad \frac{1}{z_A} - \frac{1}{z_{A'}} = \frac{1}{f}.$$

Chúng ta tìm lại được các hệ thức liên hợp của một thấu kính mỏng. Ánh sáng phát ra từ khe định tâm tại  $A$  sẽ tập trung trên một đoạn, định tâm tại  $A'$ .

Để đơn giản, chúng ta đã khảo sát trường hợp trong đó các tia sáng nằm trong một mặt phẳng tương đương với một thấu kính trụ.

Tương tự, tồn tại những cách tử khe tròn tương đương với một thấu kính cầu mỏng trong điều kiện GAUSS.

# 2 Nguyên lí HUYGENS - FRESNEL

## 2.1 Bài toán nhiễu xạ tổng quát

Các ví dụ nghiên cứu ở §1 chỉ là một trường hợp đặc biệt của hiện tượng nhiễu xạ tổng quát.

Chúng ta khảo sát một sóng tới đơn sắc, có biên độ  $s_i(M, t)$  chiếu vào một vật nào đó (h.8).

Sóng ló hay sóng nhiễu xạ phụ thuộc vào dạng và các tính chất quang học của vật nhiễu xạ.

Để giải bài toán này một cách chặt chẽ, ta phải tìm các nghiệm của phương trình cơ bản của trường điện từ (các phương trình MAXWELL) thoả mãn các điều kiện biên được đặt ra bởi vật nhiễu xạ và sóng tới (h.9).

Cách làm như vậy trên thực tế là rất khó khăn, ngay cả đối với những vật cản đơn giản mà chúng ta có thể tính toán đến tận cùng.

Nhưng rất may, là có một cách giải gần đúng, áp dụng được trong các trường hợp thường gặp.

## 2.2. Các sóng thứ cấp

Các sóng truyền trên mặt nước được quan sát một cách dễ dàng và trong mức độ định tính sẽ cho ta một ví dụ đơn giản về sự truyền sóng.

Nếu bề mặt chất lỏng bị biến dạng một cách cục bộ thì nó có xu hướng quay trở về vị trí cân bằng.

Sự quay trở về vị trí cân bằng này sẽ làm nhiễu loạn các điểm lân cận và những điểm này đến lượt mình sẽ bị lệch ra khỏi vị trí cân bằng. Do đó, chúng ta sẽ tưởng tượng được một sóng tạo ra do một hòn sỏi rơi trên mặt nước. Người ta quan sát được sự lan truyền của các vòng tròn sóng đồng tâm. Vì sự chấn động của mặt nước được truyền dần ra xa nên ta có thể giả sử rằng có thể nhận được một sóng đúng như vậy bằng cách gắn cho tất cả những điểm trên đường tròn bán kính  $r$  một biến dạng bề mặt giống hệt như biến dạng quan sát được.

Tất cả những điểm trên đường tròn này khi đó được xem như là những nguồn thứ cấp phát ra những "sóng con". Sự chồng chất của các sóng con này sẽ tái tạo lại sóng thực (h.10).

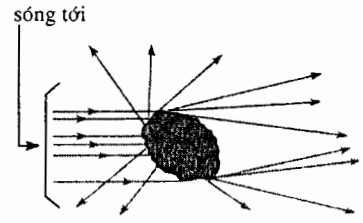
HUYGENS (vào thế kỉ XVII) đã có trực giác này khi đi tìm một mô hình có thể giải thích được các định luật khúc xạ. Tất nhiên vào thời đó, điều này chỉ là một giả thuyết dựa trên suy luận tương tự.

Vào thế kỉ thứ XIX, FRESNEL biết lí thuyết sóng của ánh sáng và sự giao thoa ánh sáng, đã hoàn chỉnh mô hình này để giải thích một cách đúng đắn sự phân bố cường độ sáng trong các hiện tượng nhiễu xạ.

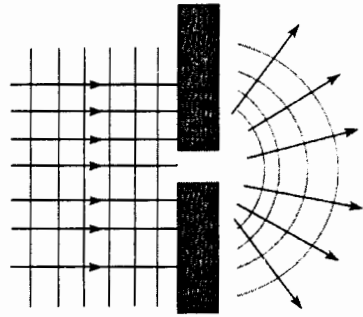
Cuối cùng, lí thuyết sóng điện từ đã cho phép chứng thực được giả thuyết này khi chỉ ra một cách chính xác những phép gần đúng cần thiết.

Chúng ta sẽ không đi sâu vào điểm này vì quá kỹ thuật và tinh tế mà chỉ thừa nhận một kết quả được biết dưới tên gọi là nguyên lí HUYGENS - FRESNEL.

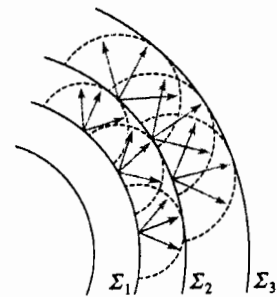
Thực ra, chúng ta đã ngầm sử dụng nguyên lí này trong §1: mỗi khe hẹp đã được xem như một nguồn sơ cấp, sự chồng chất của tất cả các biên độ sóng sơ cấp sẽ cho ta sóng nhiễu xạ.



Hình 8. Nhiễu xạ của sóng ánh sáng trên một mặt bất kì.



Hình 9. Hiện tượng tương tự: nhiễu xạ của sóng nước.



Hình 10. Sóng phát ra qua mặt sóng  $\Sigma$  được xem như kết quả chồng chất của các sóng thứ cấp (hoặc sóng con) phát ra từ tất cả các điểm trên  $\Sigma$ .

### 2.3. Độ trong suốt của một lỗ nhiễu xạ

Một miền trong suốt được tạo ra trên một màn phẳng, không trong suốt được gọi là *lỗ nhiễu xạ*.

Nếu  $P$  là một điểm trên mặt  $\Sigma$  của lỗ nhiễu xạ thì độ trong suốt phức (hay hàm truyền qua)  $\underline{t}(P)$  được định nghĩa bởi công thức:

$$\underline{s}^*(P, t) = \underline{t}(P)\underline{s}_i(P, t).$$

$\underline{s}_i(P, t)$  là biên độ mà sóng tới sẽ có được tại  $P$  khi không có lỗ nhiễu xạ.

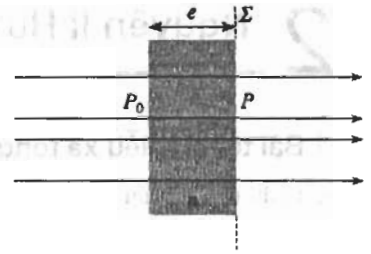
$\underline{s}^*(P, t)$  là biên độ mà ta sẽ quan sát được tại  $P$  khi không có nhiễu xạ, nghĩa là theo các định luật của quang hình học.

Nói riêng:

- $\underline{t}(P) = 0$  nếu vật nhiễu xạ là không trong suốt tại  $P$ ;
- $\underline{t}(P) = 1$  tại một lỗ thủng.

Chúng ta cũng nhận thấy rằng:

- $\underline{t}(P) = -1$  đối với một gương kim loại lí tưởng;
- $\underline{t}(P) = t_0 \exp\left(-i \frac{2\pi}{\lambda} (n-1)e\right)$  với  $t_0 < 1$  đối với bản thủy tinh có độ dày  $e$  (h.11).



Hình 11. Sự truyền sóng thẳng góc qua một bản thủy tinh.

### 2.4. Phát biểu nguyên lí

Nguyên lí HUYGENS - FRESNEL cho rằng sóng ánh sáng nhiễu xạ qua một lỗ là kết quả chồng chất của các sóng thứ cấp (hay các sóng nhỏ) phát ra từ tất cả các yếu tố của mặt lỗ (h.12).

Lỗ nhiễu xạ được đặc trưng bởi hàm truyền qua  $\underline{t}(P)$  và cùng với nó là một độ dài đặc trưng: đường kính nếu đó là một lỗ tròn, độ rộng nếu đó là một khe và chu kì không gian nếu  $\underline{t}$  là hàm tuần hoàn.

Chúng ta thừa nhận rằng nếu độ dài đặc trưng của lỗ nhiễu xạ rất lớn so với bước sóng  $\lambda$  thì một yếu tố diện tích  $dS$  tại lân cận của điểm  $P$  trên mặt  $\Sigma$  sẽ phát ra một sóng có biên độ tại  $M$  là:

$$d\underline{s}_P(M, t) = \underline{f}(P, M)\underline{t}(P)\underline{s}_i(P)e^{i\varphi_{P \rightarrow M}}.$$

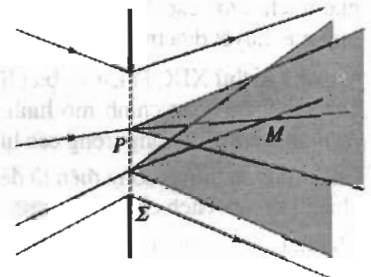
- $\varphi_{P \rightarrow M}$  biểu thị độ lệch pha khi sóng truyền từ  $P$  đến  $M$ .
- $\underline{f}(P, M)$  là một hàm biến đổi cực kì chậm so với sự biến đổi của hàm  $e^{i\varphi_{P \rightarrow M}}$ .
- Nếu lỗ nhiễu xạ được đặt trong một môi trường đồng chất có chiết suất  $n$  và nếu phương  $PM$  gần với phương của sóng tới và cuối cùng nếu  $PM$  rất lớn so với bước sóng ánh sáng thì sóng thứ cấp phát ra từ  $P$  có cấu trúc của một sóng cầu và:

$$\underline{f}(P, M) \approx \frac{C}{PM} \text{ với } C \text{ là một hằng số phức.}$$

• Hơn nữa, nếu điểm  $M$  tại đó ta quan sát sóng nhiễu xạ nằm cách xa lỗ nhiễu xạ thì các biến thiên tỉ đối của  $\frac{1}{PM}$  là nhỏ, có thể bỏ qua và hàm  $\underline{f}(P, M)$  quy về một hằng số phức  $K$  phụ thuộc vào khoảng cách trung bình giữa vật nhiễu xạ và mặt phẳng quan sát.

Để chứng minh định tính điều kiện về độ dài đặc trưng, chúng ta xét trường hợp một lỗ hình tròn đường kính  $D$  được tạo ra trên một màn không trong suốt.

- Nếu  $D$  vào cỡ của  $\lambda$  thì cần phải tính đến ảnh hưởng của màn làm bằng bản chất cụ thể của mép lỗ: hình dạng chính xác, vật liệu cách điện hay kim loại, v.v...



Hình 12. Nguyên lí HUYGENS - FRESNEL. Tất cả các điểm của lỗ nhiễu xạ  $\Sigma$  phát ra các sóng thứ cấp giao thoa với nhau tại  $M$ .

• Nếu  $D$  lớn thì các ảnh hưởng của mép lỗ trở nên không đáng kể và chỉ cần cho trước  $t$  là đủ để xác định sóng nhiễu xạ.

Vì chúng ta sẽ chỉ xét trường hợp nhiễu xạ tại vô cực theo phương gần với pháp tuyến của mặt  $\Sigma$ , nên chỉ cần nhớ nguyên lí HUYGENS - FRESNEL dưới dạng đơn giản hoá của nó.

Sóng nhiễu xạ qua một lỗ  $\Sigma$  đặc trưng bởi một hàm truyền qua  $t(P)$  là kết quả chồng chất của các sóng nhỏ thứ cấp phát ra từ tất cả các điểm trên mặt  $\Sigma$ .

Nếu độ dài đặc trưng của  $t(P)$  rất lớn so với bước sóng  $\lambda$  thì một yếu tố diện tích  $dS$  tại lân cận của điểm  $P$  trên mặt  $\Sigma$  sẽ phát ra một sóng có biên độ tại điểm  $M$  nằm ở xa và theo một phương gần với pháp tuyến của mặt  $\Sigma$  là:

$$dS_P(M, t) = K t(P) \underline{s}_i(P) e^{i\varphi_{P \rightarrow M}},$$

với  $K$  là một hằng số phức riêng cho từng dụng cụ,  $t(P)$  là hàm truyền qua của  $\Sigma$ ,  $\underline{s}_i(P)$  là biên độ phức tại  $P$  của sóng tới khi không có vật nhiễu xạ và  $\varphi_{P \rightarrow M}$  là độ lệch pha ứng với sự truyền sóng từ  $P$  đến  $M$ .

# Áp dụng 2

## Thấu kính mỏng

Chúng ta sẽ đi tìm lại những hệ thức liên hợp của một thấu kính mỏng bằng cách xem nó như là một lỗ nhiễu xạ.

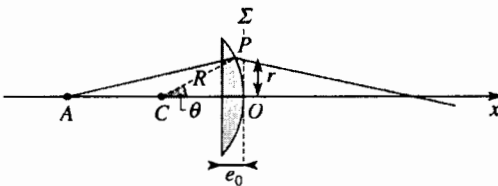
Cho xét một thấu kính phẳng lồi, mỏng, có chiết suất  $n$  đặt trong môi trường có chiết suất bằng 1. Lớp chất cầu có bán kính chính khúc là  $R$ .

Mặt ra  $\Sigma$  của hệ, là một mặt phẳng tiếp xúc với lớp chất tại  $O$  và vuông góc với quang trục (h.13). Thấu kính được chiếu sáng bằng một sóng đơn sắc phát ra từ nguồn điểm  $A$  nằm trên quang trục tại tọa độ:

$$z_A < -\frac{R}{n-1}.$$

Tất cả các tính toán cần phải được giới hạn tới bậc

2 đối với  $\frac{r}{R}$  và  $\theta$ .



Hình 13. Thấu kính mỏng được xem như vật nhiễu xạ.

1) Với  $r$  là khoảng cách từ một điểm  $P$  trên  $\Sigma$  tới quang trục, xác định hàm truyền qua phức  $t(r)$  (người ta thừa nhận rằng module  $t_0$  của hàm này là đều và xấp xỉ bằng 0,9).

2) Xác định pha của sóng tới có thể có tại  $P$  khi không có thấu kính.

3) Xác định điểm  $A'$  trên quang trục mà tại đó cường độ ánh sáng nhiễu xạ là mạnh. Từ đó suy ra hệ thức liên hợp của thấu kính trong các điều kiện GAUSS.

Độ dày  $e(r)$  của thấu kính đo theo phương song song với quang trục trong gần đúng bậc 2 là:

$$\begin{aligned} e(r) &= R \cos \theta - R + e_0 \approx e_0 - R \theta^2 \\ &= R(\theta_{\max}^2 - \theta^2) = \frac{r_{\max}^2 - r^2}{R}. \end{aligned}$$

Giới hạn ở bậc 2, hiệu quang lộ giữa  $A$  và  $P$  do thấu kính đưa vào là:

$$(AP) - AP = (n-1) \frac{r_{\max}^2 - r^2}{R}.$$

Thật vậy, nếu chúng ta tính đến độ nghiêng của các tia sáng, thì điều đó sẽ đưa vào một số có dạng

$$\cos\theta = 1 - \frac{\theta^2}{2}, \text{ và do đó một số hạng bổ chính bậc 4.}$$

Độ lệch pha tương ứng sẽ là:

$$\varphi(r) = -\frac{2\pi}{\lambda} \frac{n-1}{R} (r_{\max}^2 - r^2).$$

Hàm truyền qua là:

$$t(r) = t_0 \exp\left(-i \frac{2\pi}{\lambda} \frac{n-1}{R} (r_{\max}^2 - r^2)\right).$$

2) Giả sử  $\varphi_0$  là pha của sóng tới tại điểm  $A$ ; pha  $\varphi_i(P)$  của sóng tới sẽ có tại  $P$  khi không có thấu kính sẽ là:

$$\varphi_i(P) = \varphi_0 - \frac{2\pi}{\lambda} AP \approx \varphi_0 + \frac{2\pi}{\lambda} z_A \left(1 + \frac{r^2}{z_A^2}\right)$$

(nhớ rằng  $z_A < 0$ ).

3) Pha  $\varphi^*(P)$  của đại lượng phức  $t(P)S_i(P)$  là:

$$\varphi^*(P) = \varphi_0 + \frac{2\pi}{\lambda} z_A - \frac{2\pi}{\lambda} \frac{n-1}{R} r_{\max}^2 + \frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{1}{z_A} - \frac{n-1}{R}\right) r^2.$$

Xét một điểm  $A'$  nằm trên quang trục có tọa độ  $z_{A'}$  dương. Độ lệch pha gây ra do sự truyền sóng giữa  $P$  và  $A'$  trong gần đúng bậc 2 là:

$$\varphi_{P \rightarrow A'} = -\frac{2\pi}{\lambda} PA' \approx -\frac{2\pi}{\lambda} z_{A'} \left(1 + \frac{r^2}{z_{A'}^2}\right).$$

Cường độ sáng tại  $A'$  chỉ mạnh nếu như tất cả các sóng thứ cấp phát ra từ mọi điểm  $P$  của  $\Sigma$  đồng pha với nhau, nghĩa là:

$$\varphi^*(P) + \varphi_{P \rightarrow A'} = \text{cte (một lượng độc lập với } r).$$

Từ đó suy ra:

$$\frac{1}{z_A} - \frac{1}{z_{A'}} = \frac{n-1}{R}.$$

Chúng ta tìm lại được hệ thức liên hợp của các thấu kính mỏng với một biểu thức đúng của độ tụ theo bán kính chính khúc của lưỡng chất cầu.

## 3 Nhiễu xạ FRAUNHOFER của một sóng phẳng

### 3.1. Bố trí thực nghiệm

Một sóng phẳng có vectơ sóng  $\vec{k}_i$  chiếu tới một lỗ nhiễu xạ phẳng, có độ trong suốt  $t(P) = t(x, y)$ , nằm vuông góc với trục  $(Oz)$  và chứa điểm  $O$ . Chúng ta tìm cách xác định sóng nhiễu xạ tại vô cực. Điều đó quy về việc xác định  $s(M, t)$  tại mọi điểm  $M$  trên tiêu diện ảnh của thấu kính  $\mathcal{L}$  có tiêu cự ảnh  $f'$ , được giả sử là hoàn toàn tương điểm và tương phẳng.

Do đó,  $(x, y)$  biểu thị các tọa độ của điểm  $P$  còn  $(X, Y)$  là các tọa độ của điểm quan sát  $M$  (h.14).

Trong không gian vật của thấu kính, mỗi phương truyền theo vectơ đơn vị  $\vec{u}(M)$  tương ứng với một điểm  $M$  và do đó, với một vectơ sóng  $\vec{k}(M)$ .

Chúng ta giả sử rằng toàn hệ được đặt trong một môi trường đồng chất có chiết suất bằng 1.

Chú ý:

Khi mặt phẳng quan sát ở vô cực hay tại tiêu diện ảnh của một thấu kính, người ta nói về nhiễu xạ FRAUNHOFER, đối lập với trường hợp quan sát ở một khoảng cách ngắn, phải nghiên cứu tính tế hơn được gọi là nhiễu xạ FRESNEL.

### 3.2. Biên độ của sóng nhiễu xạ

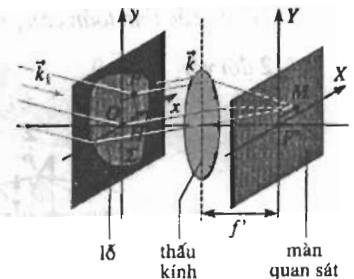
#### 3.2.1. Tính toán pha $\varphi_P(M)$

Giả sử  $\varphi_P(M)$  là pha tại  $M$  của sóng thứ cấp phát ra từ điểm  $P$  trên mặt  $\Sigma$ . Cách tính toán  $\varphi_P(M)$  tương tự như đã làm đối với cách tử ở §1:

$$\varphi_P(M) = \varphi_i(P) + \varphi_{P \rightarrow M}.$$

Nhưng  $\varphi_i(P)$  là pha của sóng tới tại  $P$ :

$$\varphi_i(P) - \varphi_i(O) = -\vec{k}_i \cdot \vec{OP}.$$



Hình 14. Nhiễu xạ ở vô cực của sóng phẳng qua lỗ  $\Sigma$ ; màn quan sát nằm tại tiêu diện ảnh của một thấu kính.

Theo định lí MALUS, các quang lộ ( $PM$ ) và ( $HM$ ) là như nhau. Do đó:

$$(PM) - (OM) = (OH) = \vec{u} \cdot \overline{OP} \text{ và } \varphi_{P \rightarrow M} = \varphi_{O \rightarrow M} + \vec{k}(M) \cdot \overline{OP}.$$

Cuối cùng, vì  $\varphi_O(M) = \varphi_i(O) + \varphi_{O \rightarrow M}$  nên:

Tại một điểm  $M$  ở vô cực (hay trên tiêu diện ảnh của một thấu kính) pha của sóng thứ cấp phát ra từ một điểm  $P$  của lỗ nhiễu xạ là một hàm số của vị trí điểm  $P$  và các vectơ sóng  $\vec{k}_i$  của sóng tới và  $\vec{k}(M)$  của sóng ló:

$$\varphi_P(M) = \varphi_0(M) + (\vec{k}(M) - \vec{k}_i) \cdot \overline{OP}.$$

$\varphi_0(M)$  không phụ thuộc vào điểm  $P$  biểu diễn pha tại  $M$  của sóng thứ cấp phát ra từ điểm  $O$  của lỗ.

### 3.2.2. Tính toán biên độ

Cần phải lấy tổng các biên độ của các sóng thứ cấp (kết hợp) phát ra từ tất cả các yếu tố của mặt  $\Sigma$ . Nếu  $s_0$  là biên độ (thực) của sóng tới thì:

$$\begin{aligned} \underline{s}(M, t) &= \iint_{\Sigma} d\underline{s}_P(M, t) \\ &= Ks_0 \exp[i(\omega t + \varphi_O(M))] \iint_{\Sigma} \underline{t}(x, y) \exp[i(\vec{k}(M) - \vec{k}_i) \cdot \overline{OP}] dx dy. \end{aligned}$$

Các thành phần của vectơ  $\vec{k}_i$  và  $\vec{k}(M)$  là:

$$\begin{cases} k_{ix} = \frac{2\pi}{\lambda} \alpha_i ; & k_{iy} = \frac{2\pi}{\lambda} \beta_i ; & k_{iz} = \frac{2\pi}{\lambda} \gamma_i \\ k_x = \frac{2\pi}{\lambda} \alpha ; & k_y = \frac{2\pi}{\lambda} \beta ; & k_z = \frac{2\pi}{\lambda} \gamma \end{cases} ;$$

Ta được biểu thức biên độ của sóng nhiễu xạ tại vô cực:

$$\underline{s}(M, t) = Ks_0 \exp[i(\omega t + \varphi_O(M))] \iint_{\Sigma} \underline{t}(x, y) \exp\left[i \frac{2\pi}{\lambda} ((\alpha - \alpha_i)x + (\beta - \beta_i)y)\right] dx dy.$$

Hình nhiễu xạ FRAUNHOFER là hình mà người ta quan sát được tại vô cực hoặc trên tiêu diện ảnh của một thấu kính.

Sóng có được do nhiễu xạ của một sóng phẳng, đơn sắc qua một lỗ phẳng  $\Sigma$  nằm trong mặt phẳng ( $xOy$ ) tại một điểm  $M$  ở vô cực có biểu thức như sau:

$$\underline{s}(M, t) = Ks_0 \exp[i(\omega t + \varphi_O(M))] \iint_{\Sigma} \underline{t}(x, y) \exp\left[i \frac{2\pi}{\lambda} ((\alpha - \alpha_i)x + (\beta - \beta_i)y)\right] dx dy.$$

$\alpha_i$  và  $\beta_i$  là các thành phần song song với ( $Ox$ ) và ( $Oy$ ) của vectơ đơn vị chỉ phương sóng tới.

$\alpha$  và  $\beta$  là các thành phần song song với ( $Ox$ ) và ( $Oy$ ) của vectơ đơn vị chỉ phương sóng ló ra từ  $\Sigma$  hướng tới  $M$ .

Chúng ta nhận thấy rằng nếu giới hạn ở những phương gần với trục thì:

$$\gamma \approx \gamma_i \approx 1 ; \quad \alpha \approx \frac{X}{f'} ; \quad \beta \approx \frac{Y}{f'}$$

### 3.3. Cường độ

#### 3.3.1. Cường độ tại một điểm

Ta đặt  $I_0 = K^2 s_0^2$ . Cường độ  $I = \underline{s} \cdot \underline{s}$  \* tại một điểm được tính theo công thức:

$$I(M) = I_0 \left| \iint_{\Sigma} \underline{t}(x, y) \exp \left[ i \frac{2\pi}{\lambda} ((\alpha - \alpha_i)x + (\beta - \beta_i)y) \right] dx dy \right|^2,$$

$$\text{hay } I(M) = I_0 \left| \iint_{\Sigma} \underline{t}(x, y) \exp \left[ i \frac{2\pi}{\lambda} \left( \left( \frac{X}{f'} - \alpha_i \right) x + \left( \frac{Y}{f'} - \beta_i \right) y \right) \right] dx dy \right|^2.$$

Cần phải lưu ý rằng hằng số  $K$  và do đó cả  $I_0$  phụ thuộc vào dụng cụ quan sát.

Nếu  $M$  là một điểm trên màn, đặt cách lỗ nhiễu xạ một khoảng  $D$  rất lớn thì

$I_0$  biến thiên như  $\frac{1}{D^2}$ . Nếu  $M$  là một điểm trên tiêu diện ảnh của một thấu

kính thì  $I_0$  phụ thuộc vào khẩu độ, tiêu cự của thấu kính và vào khoảng cách giữa lỗ nhiễu xạ và thấu kính.

Biểu thức  $I(M)$  này không cho phép ta xác định chính xác giá trị quang thông tại  $M$  mà chỉ tính được những biến thiên tương đối của nó từ điểm này đến điểm khác trên mặt phẳng quan sát.

#### 3.3.2. Quang thông và góc đặc

Có thể thuận tiện hơn và tự nhiên hơn nếu như ta định vị một vật ở khoảng cách xa bằng các tọa độ góc của nó.

Mỗi yếu tố diện tích  $dS$  của màn đặt ở khoảng cách  $D$  tương ứng với một góc đặc  $d\Omega$ . Nếu chỉ giới hạn ở những phương gần với pháp tuyến của lỗ và nếu màn quan sát song song với mặt lỗ thì gần đúng tới bậc 2 theo  $\alpha$  và  $\beta$ , ta có thể viết (h.15):

$$dS = D^2 d\Omega = D^2 d\alpha d\beta.$$

Chúng ta tưởng tượng một mặt phẳng  $\Pi$  song song với mặt lỗ nhiễu xạ và nằm cách nó một khoảng  $D$ . Nếu  $\alpha$  và  $\beta$  nhỏ và  $D$  rất lớn so với kích thước lỗ

thì khi để ý đến biên độ của các sóng thứ cấp giảm theo  $\frac{1}{r}$ , cường độ sáng

tại một điểm  $M$  trên  $\Pi$  sẽ là:

$$I(M) = \frac{Cs_0^2}{D^2} \left| \iint_{\Sigma} \underline{t}(x, y) \exp \left[ i \frac{2\pi}{\lambda} ((\alpha - \alpha_i)x + (\beta - \beta_i)y) \right] dx dy \right|^2,$$

với  $C$  là một hằng số.

Theo định nghĩa của cường độ sáng, quang thông (hay công suất bức xạ trung bình) nhận được bởi một yếu tố diện tích  $dS$  nằm ở quanh  $M$  là:

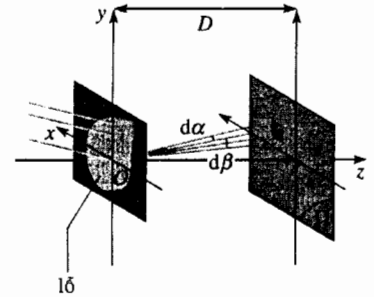
$$d\Phi = K_0 I(M) dS = K_0 I(M) D^2 d\Omega.$$

$K_0$  là hằng số tỉ lệ giữa cường độ và công suất bức xạ trung bình từ một đơn vị diện tích bề mặt (xem chương 1).

Do đó, chúng ta thu được biểu thức của quang thông nhiễu xạ trong một đơn vị góc đặc dưới dạng:

$$\frac{d\Phi}{d\Omega} = K' \frac{\Phi_i}{S} \left| \iint_{\Sigma} \underline{t}(x, y) \exp \left[ i \frac{2\pi}{\lambda} ((\alpha - \alpha_i)x + (\beta - \beta_i)y) \right] dx dy \right|^2,$$

ở đây  $S$  là diện tích của lỗ nhiễu xạ và  $\frac{\Phi_i}{S}$  tỉ lệ với  $s_0^2$  là quang thông bề mặt của sóng tới trên mặt lỗ nhiễu xạ.



Hình 15. Quang thông và góc đặc:  $dS$  được nhìn từ lỗ nhiễu xạ dưới một góc đặc  $d\Omega$ :  $d\Omega = d\alpha d\beta = \frac{dS}{D^2}$ .

### 3.4. Mối liên hệ giữa hàm trong suốt và hình nhiễu xạ

Biểu thức của  $I(M)$  hay tương đương với nó là biểu thức của  $\frac{d\Phi}{d\Omega}$  chỉ có thể tính được bằng giải tích trong một vài trường hợp đơn giản. Trong trường hợp tổng quát, chúng ta cần phải tính các tích phân đó bằng số.

Tuy nhiên, ngay cả khi không biết cấu trúc chính xác của hình nhiễu xạ  $I(\alpha, \beta)$  tương ứng với lỗ có độ trong suốt là  $t(x, y)$ , chúng ta cũng có thể phát biểu một vài quy luật chung.

#### 3.4.1. Sự dẫn của lỗ nhiễu xạ

Chúng ta hãy tưởng tượng một lỗ nhiễu xạ có độ trong suốt ban đầu  $t(x, y)$  bị dẫn rộng ra với một hệ số  $\mu$  theo phương ( $Ox$ ). Sau khi dẫn độ trong suốt mới sẽ là:

$$t'(x, y) = t\left(\frac{x}{\mu}, y\right).$$

Hình nhiễu xạ mới được cho bởi công thức:

$$I'(\alpha, \beta) = I_0 \left| \iint_{\Sigma'} t\left(\frac{x}{\mu}, y\right) \exp\left[i\frac{2\pi}{\lambda}((\alpha - \alpha_i)x + (\beta - \beta_i)y)\right] dx dy \right|^2,$$

ở đây  $\Sigma'$  kí hiệu lỗ nhiễu xạ đã bị kéo giãn.

Ta đặt  $\alpha' - \alpha_i = \mu(\alpha - \alpha_i)$  và  $x' = \frac{x}{\mu}$ .

$$I'(\alpha, \beta) = \mu^2 I_0 \left| \iint_{\Sigma'} t(x', y) \exp\left[i\frac{2\pi}{\lambda}((\alpha - \alpha_i)x' + (\beta - \beta_i)y)\right] dx' dy' \right|^2.$$

Các cận tích phân của biến  $x'$  trên  $\Sigma'$  bằng các cận của biến  $x$  trên  $\Sigma$ . Chúng ta tìm lại được một cách chính xác tích phân cho phép tính  $I(\alpha, \beta)$ .

Tóm lại  $I'(\alpha, \beta) = \mu^2 \frac{I_0}{I_0} I(\alpha', \beta)$ .

Sai khác một hệ số tỉ lệ, cường độ nhiễu xạ theo phương  $(\alpha, \beta)$  bằng cường độ nhiễu xạ theo phương  $(\alpha', \beta)$  trước khi kéo giãn lỗ. Hình nhiễu xạ sẽ bị co hẹp lại theo tỉ lệ  $\mu$  dọc theo phương ( $Ox$ ).

Các hình 16 và 17 diễn hình nhiễu xạ qua một lỗ chữ nhật có chiều dài và chiều rộng tương ứng là  $\Delta x$  và  $\Delta y$ . Trong trường hợp thứ nhất (h.16),  $\Delta x = \Delta y = a$ . Trong trường hợp thứ hai (h.17),  $\Delta x = a$  và  $\Delta y = 3a$ . Hình nhiễu xạ bị co lại theo tỉ lệ 3.

Sự kéo giãn lỗ nhiễu xạ theo một phương cho trước làm cho hình nhiễu xạ FRAUNHOFER bị co hẹp lại với cùng một tỉ lệ và cũng theo phương đó của hình nhiễu xạ FRAUNHOFER.

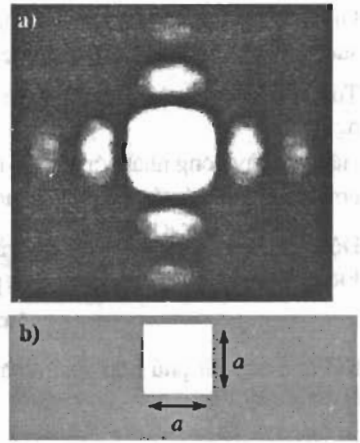
#### 3.4.2. Độ rộng của hình nhiễu xạ

Hàm  $I(M)$  được xác định tại mọi điểm trên màn quan sát.

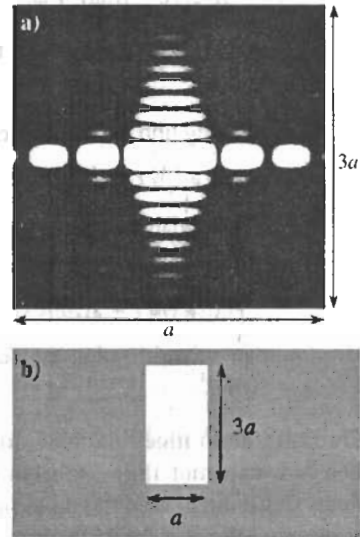
Tuy nhiên, thông thường cường độ sáng chỉ đáng kể trong một miền rất nhỏ xung quanh phương trung tâm  $(\alpha_i, \beta_i)$ . Khi đó, người ta có thể xác định một cách tùy ý độ rộng của hình nhiễu xạ đối với mỗi phương (h.18).

Theo kết quả ở phần trên, nếu ta biến đổi độ rộng  $\Delta x$  của lỗ nhiễu xạ thì độ rộng góc  $\Delta\alpha$  của hình nhiễu xạ cũng bị biến đổi theo sao cho:

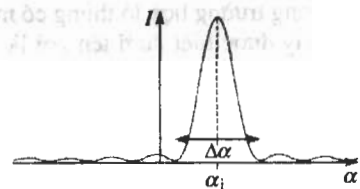
$$\Delta x \Delta\alpha = \text{cte}.$$



Hình 16. a) Nhiễu xạ qua lỗ hình vuông có cạnh  $a$ . b) Hệ nhiễu xạ.



Hình 17. a) Sự kéo giãn lỗ nhiễu xạ: nhiễu xạ qua lỗ hình chữ nhật có các cạnh là  $a$  và  $3a$ . b) Hệ nhiễu xạ.



Hình 18. Độ rộng góc của hình nhiễu xạ tỉ lệ nghịch với độ rộng  $\Delta x$  của lỗ.



Giá trị của hằng số này rõ ràng phụ thuộc vào dạng chính xác của hàm trong suốt  $t(x, y)$ , cũng như vào quy ước đã dùng để định nghĩa độ rộng.

Tuy nhiên, ta có thể tìm được cỡ độ lớn của nó bằng cách phân tích thứ nguyên.

Hằng số này đồng nhất với một độ dài. Nhưng độ lớn đặc trưng của một sóng đơn sắc chính là bước sóng  $\lambda$  của nó.

**Độ rộng  $\Delta x$  của lỗ nhiễu xạ và độ rộng góc  $\Delta \alpha$  của hình nhiễu xạ FRAUNHOFER dọc theo cùng một phương sẽ thoả mãn hệ thức:**

$$\Delta x \Delta \alpha \approx \lambda .$$

Kết quả này rất phù hợp với những lí luận lượng tử được trình bày ở đầu chương này.

### 3.4.3. Sự tịnh tiến lỗ nhiễu xạ

Chúng ta xét trường hợp quan sát hình nhiễu xạ trong tiêu diện ảnh của một thấu kính. Lỗ nhiễu xạ bị tịnh tiến, dịch chuyển đưa điểm  $O$  đến  $O'$  và điểm  $P$  đến  $P'$  (h.19).

Biên độ tại  $M$  của sóng thứ cấp phát ra từ một yếu tố diện tích nằm ở lân cận  $P'$  là:

$$ds_{P'}(M) = K' s_{O'} \exp[i(\omega t + \varphi_{O'}(M))] t(x, y) \exp[i(\vec{k}(M) - \vec{k}_i) \cdot \overline{O'P'}] dS.$$

Nhưng sự tịnh tiến không làm biến đổi các vectơ  $\vec{k}(M)$  và  $\vec{k}_i$ , và  $\overline{OP} = \overline{O'P'}$ .

Do đó, nếu không tính đến sai lệch có thể có giữa các hằng số  $K$  và  $K'$  thì:

$$ds_{P'}(M) = ds_P(M) \exp[i(\varphi_{O'}(M) - \varphi_O(M))].$$

Sau khi lấy tích phân trên bề mặt của lỗ nhiễu xạ, nếu  $\underline{s}(M)$  và  $\underline{s}'(M)$  các biên độ tại  $M$  trước và sau khi tịnh tiến lỗ thì:

$$\underline{s}'(M) = \underline{s}(M) \exp[i(\varphi_{O'}(M) - \varphi_O(M))].$$

Khi tính toán cường độ sáng thì hàm mũ có module bằng 1 sẽ biến mất và  $I'(M) = I(M)$ .

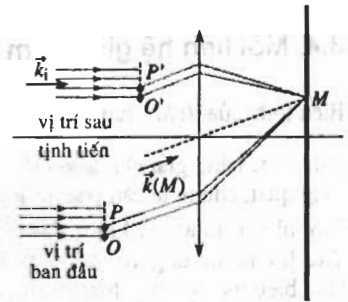
**Khi tịnh tiến lỗ nhiễu xạ, biên độ sóng nhiễu xạ tại một điểm trên tiêu diện ảnh của một thấu kính chỉ bị dịch pha đều. Cường độ của hình nhiễu xạ không bị biến đổi do lỗ tịnh tiến.**

### 3.4.4. Định lí BABINET

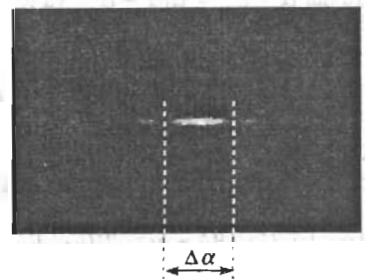
Các hình nhiễu xạ qua một lỗ thủng trên màn không trong suốt và qua một tấm chắn không trong suốt đồng dạng với lỗ là như nhau, chỉ khác ở chỗ trong trường hợp lỗ thủng có một vết sáng tại tâm hình nhiễu xạ. Tính chất này được biết dưới tên gọi là **định lí BABINET** được kiểm chứng một cách dễ dàng.

Chúng ta đặt một khe dài và hẹp (độ rộng vào cỡ 0,1mm) trên đường đi của một chùm tia laser. Hình nhiễu xạ trên một màn đặt cách vài mét được biểu diễn trên hình 20.

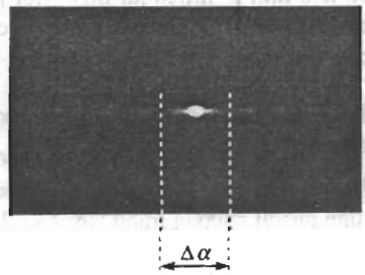
Chúng ta thay thế khe trên bằng một sợi chỉ mảnh kéo thẳng căng, một sợi tóc của một sinh viên chẳng hạn. Hình nhiễu xạ được biểu diễn trên hình 21.



**Hình 19.** Sự tịnh tiến lỗ nhiễu xạ: cường độ hình nhiễu xạ không thay đổi.



**Hình 20.** Hình nhiễu xạ qua một khe hẹp có độ rộng  $d$ :  $\Delta \alpha = 2 \frac{\lambda}{d}$ .



**Hình 21.** Hình nhiễu xạ bởi một sợi tóc có đường kính  $d$ :  $\Delta \alpha = 2 \frac{\lambda}{d}$ .

Như vậy, chúng ta đã có một phương pháp độc đáo, khá chính xác để đo các ống mao dẫn. Độ rộng góc  $\Delta\alpha$  của vết nhiễu xạ trung tâm và đường kính của sợi tóc liên hệ với nhau bằng công thức:

$$\Delta\alpha = 2 \frac{\lambda}{d}$$

Sự chứng minh định lý này sử dụng tính tuyến tính của hệ thức giữa  $t(x, y)$  và  $s(M)$ .

Chúng ta kí hiệu  $t_1(x, y)$  là độ trong suốt của màn có đục một lỗ thủng và  $t_2(x, y)$  là độ trong suốt của tấm chắn. Hai vật nhiễu xạ được gọi là phụ nhau (h.22) vì:

$$t_1(x, y) + t_2(x, y) = t_0(x, y) \text{ với } t_0(x, y) = 1.$$

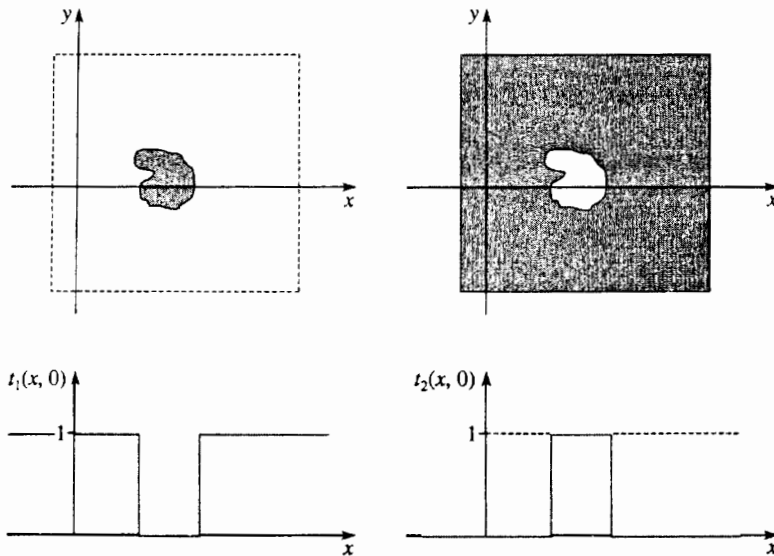
Nếu  $s_1(M)$ ,  $s_2(M)$  và  $s_0(M)$  biểu thị các biên độ tại  $M$  của các sóng nhiễu xạ qua  $t_1(x, y)$ ,  $t_2(x, y)$  và qua một lỗ nhiễu xạ có độ trong suốt bằng đơn vị thì:

$$s_1(M) + s_2(M) = s_0(M).$$

Nhưng một lỗ nhiễu xạ vô cùng rộng và hoàn toàn trong suốt sẽ không nhiễu xạ sóng tới và hình nhiễu xạ sẽ chỉ là một điểm sáng tại  $M_0$  theo phương của sóng tới. Ở ngoài điểm này, biên độ  $s_0(M)$  bằng 0. Do đó:

$$s_1(M, t) = -s_2(M, t) \text{ và } I_1(M) = I_2(M) \text{ nếu } M \neq M_0.$$

Ở ngoài điểm  $M_0$ , các biên độ trên là số đối nhau nên các cường độ tương ứng bằng nhau và do đó định lý đã được chứng minh.



Hình 22. Các vật nhiễu xạ phụ thuộc nhau  $t_1(x) + t_2(x) = 1$ .

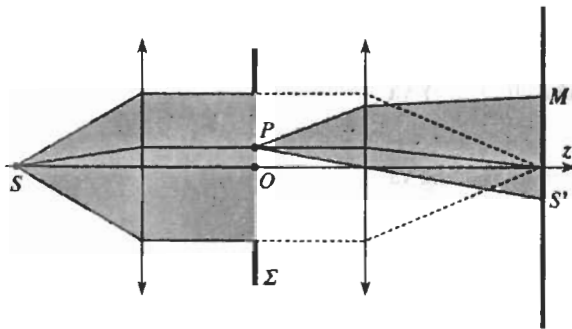
### 3.5. Nhiễu xạ trong mặt phẳng của ảnh hình học của nguồn điểm

#### 3.5.1. Sơ đồ hai thấu kính

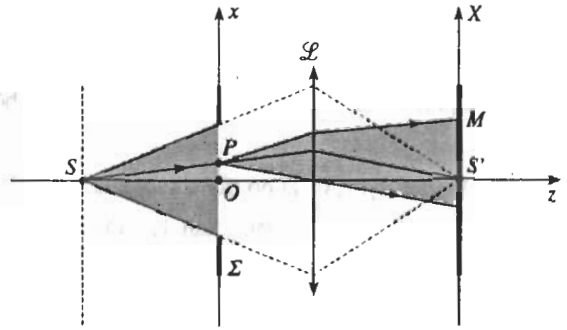
Một sóng phẳng có thể được tạo ra bằng cách đặt một lỗ nhỏ gần như một điểm được chiếu sáng đơn sắc tại tiêu điểm vật  $S$  của một thấu kính.

Tiêu điểm ảnh  $S'$  của thấu kính chiếu hình nhiễu xạ là ảnh hình học của  $S$  (h.23). Do đó, trong trường hợp này hình nhiễu xạ FRAUNHOFER sẽ là hình

nhiễu xạ trên mặt phẳng ảnh hình học của nguồn.



Hình 23. Sơ đồ 2 thấu kính:  $S'$  là ảnh hình học của  $S$ .



Hình 24. Sơ đồ 1 thấu kính:  $S'$  là ảnh hình học của  $S$  qua  $\mathcal{L}$ .

### 3.5.2. Sơ đồ một thấu kính

Nếu chúng ta dịch chuyển cả hệ (màn + thấu kính chiếu hình nhiễu xạ) và lỗ nhiễu xạ dọc theo trục  $(Oz)$  thì độ "tương phản" của ảnh trên màn không bị thay đổi: các khoảng cách giữa  $\Sigma$  và các thấu kính hoàn toàn không có mặt trong biểu thức của  $I(M)$ ; chúng ta không tính đến sự biến đổi có thể có của hằng số  $K$  và do đó của cường độ trung bình  $I_0$ . Vì vậy, chúng ta có thể đưa lỗ nhiễu xạ và các thấu kính lại gần nhau và tại giới hạn chúng trùng lên nhau. Chúng ta đã quy về sơ đồ chỉ dùng một thấu kính; đối với nó,  $S$  và  $S'$  là các điểm liên hợp (theo ý nghĩa của quang hình học nghĩa là khi không có nhiễu xạ). Bài tập 14 cho phép chứng minh bằng tính toán trực tiếp trên sơ đồ hình 24 rằng:

**Hình nhiễu xạ FRAUNHOFER của một lỗ được chiếu sáng bằng nguồn điểm có thể được quan sát trên mặt phẳng của ảnh hình học của nguồn.**

## 4 Nhiễu xạ FRAUNHOFER của sóng phẳng qua một lỗ chữ nhật

### 4.1. Biên độ

#### 4.1.1. Tính toán biên độ

Hàm truyền qua của một lỗ thủng hình chữ nhật có kích thước  $(a, b)$  định tâm tại  $O$  là:

$$t(x, y) = 1 \text{ nếu } -\frac{a}{2} < x < \frac{a}{2} \text{ và } -\frac{b}{2} < y < \frac{b}{2}$$

và  $t(x, y) = 0$  ở bên ngoài miền trên.

Khi đó, biểu thức của biên độ trở thành:

$$\underline{s}(M, t) = Ks_0 \exp[i(\omega t + \varphi_0(M))] \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \exp\left[i\frac{2\pi}{\lambda}((\alpha - \alpha_i)x + (\beta - \beta_i)y)\right] dx dy.$$

Tích phân kép ở đây bằng tích của hai tích phân đơn, giống nhau:

$$\underline{s}(M, t) = Ks_0 \exp[i(\omega t + \varphi_0(M))]$$

$$\left[ \int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}} \exp\left(i \frac{2\pi}{\lambda} (\alpha - \alpha_i) x\right) dx \right] \left[ \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} \exp\left(i \frac{2\pi}{\lambda} (\beta - \beta_i) y\right) dy \right].$$

Chúng ta tính tích phân thứ nhất:

$$\int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}} \exp\left(i \frac{2\pi}{\lambda} (\alpha - \alpha_i) x\right) dx = \frac{\exp\left[i \frac{2\pi}{\lambda} (\alpha - \alpha_i) \frac{a}{2}\right] - \exp\left[-i \frac{2\pi}{\lambda} (\alpha - \alpha_i) \frac{a}{2}\right]}{i \frac{2\pi}{\lambda} (\alpha - \alpha_i)}.$$

Chúng ta nhận thấy hàm sin ở trong vế phải:

$$\int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}} \exp\left(i \frac{2\pi}{\lambda} (\alpha - \alpha_i) x\right) dx = a \frac{\sin\left[\frac{\pi}{\lambda} (\alpha - \alpha_i) a\right]}{\frac{\pi}{\lambda} (\alpha - \alpha_i) a} = a \operatorname{sinc}(u),$$

nếu đặt  $u = \frac{\pi}{\lambda} (\alpha - \alpha_i) a$  và  $\operatorname{sinc}(u) = \frac{\sin u}{u}$  (hàm "sin cardinal").

**Biên độ tại một điểm  $M$  ở vô cực hay trên tiêu diện ảnh của một thấu kính của sóng nhiễu xạ qua một lỗ thủng hình chữ nhật có kích thước  $a$  (theo  $(Ox)$ ) và  $b$  (theo  $(Oy)$ ) là:**

$$\underline{s}(M, t) = Ks_0 ab \exp[i(\omega t + \varphi_0(M))] \operatorname{sinc}(u) \operatorname{sinc}(v)$$

với  $u = \frac{\pi}{\lambda} (\alpha - \alpha_i) a$  và  $v = \frac{\pi}{\lambda} (\beta - \beta_i) b$ .

- $\alpha_i$  và  $\beta_i$  là các thành phần dọc theo  $(Ox)$  và  $(Oy)$  của vectơ đơn vị chỉ phương sóng tới.
- $\alpha$  và  $\beta$  là các thành phần dọc theo  $(Ox)$  và  $(Oy)$  của vectơ đơn vị chỉ phương của các tia ló hướng tới  $M$ .
- $\operatorname{sinc}$  là hàm sin cardinal được định nghĩa bởi công thức:

$$\operatorname{sinc}(u) = \frac{\sin u}{u}.$$

#### 4.1.2. Các tính chất của hàm sin cardinal

Đồ thị của hàm  $\operatorname{sinc}(u)$  được biểu diễn trên hình 25 :

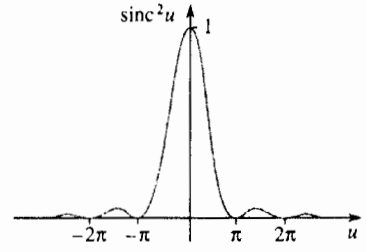
- hàm sin cardinal là một hàm chẵn;
- hàm có cực đại bằng 1 khi  $u = 0$ ;
- hàm bị triệt tiêu khi  $u = p\pi$  với  $p$  nguyên và khác 0.
- giữa hai lần triệt tiêu, ta quan sát thấy những cực đại phụ càng ngày càng yếu.

Đồ thị của hàm  $\operatorname{sinc}^2(u)$  được biểu diễn trên hình 26. Diện tích của đỉnh trung tâm bằng 92% diện tích toàn phần giữa trục  $u$  và đường cong.

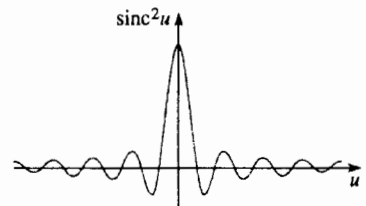
#### 4.2. Cường độ

Cường độ  $I(M) = \underline{s}(M, t) \underline{s}^*(M, t)$  có biểu thức là:

$$I(M) = I_0 \operatorname{sinc}^2\left(\frac{\pi}{\lambda} (\beta - \beta_i) b\right) \operatorname{sinc}^2\left(\frac{\pi}{\lambda} (\alpha - \alpha_i) a\right).$$



Hình 25. Hàm sin cardinal.

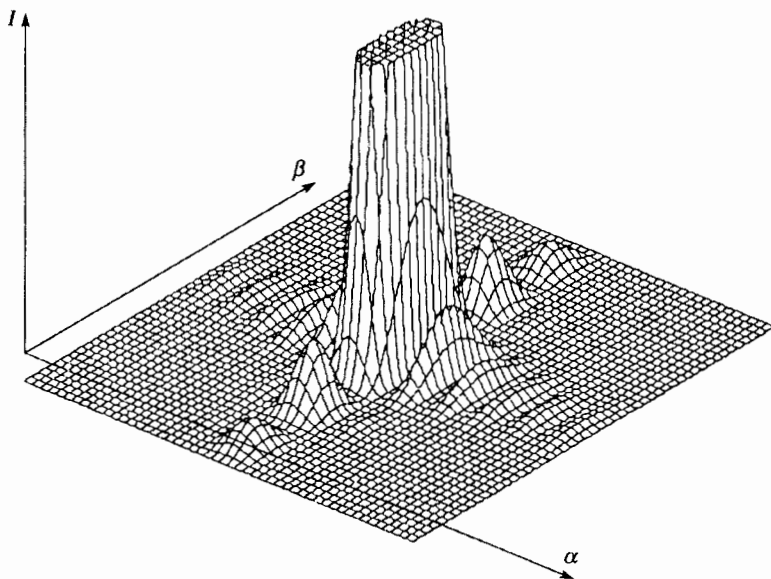


Hình 26. Đồ thị hàm số :

$$\operatorname{sinc}^2 u = \left(\frac{\sin u}{u}\right)^2.$$

Hình 27 biểu diễn hàm  $I(\alpha, \beta)$  trong không gian 3 chiều. Dạng của hình nhiễu xạ được biểu diễn trên hình 16 và 17.

Quang thông nhận được trên một bề mặt là tỉ lệ với tích phân của  $I$ , nghĩa là tỉ lệ với thể tích bao gồm giữa mặt phẳng đáy và mặt  $I(\alpha, \beta)$ .



Hình 27. Biểu diễn 3 chiều của cường độ sóng nhiễu xạ  $I(\alpha, \beta)$  qua một lỗ hình chữ nhật.

- Hình nhiễu xạ định tâm trên phương của chùm tia tới;
- Cường độ bị triệt tiêu nếu:

$$\alpha = \alpha_i + p \frac{\lambda}{a} \text{ hay } \beta = \beta_i + q \frac{\lambda}{b} \text{ với } p \text{ và } q \text{ là các số nguyên nào đó khác } 0.$$

Trên hình nhiễu xạ thành những vạch đen các phương này được biểu hiện

- Vết nhiễu xạ trung tâm có độ rộng là  $2 \frac{\lambda}{a}$  theo  $(Ox)$  và  $2 \frac{\lambda}{b}$  theo  $(Oy)$ .
- Các vết thứ cấp có độ rộng nhỏ hơn hai lần theo hai phương trên.
- Vết trung tâm là vết sáng nhất. Nó nhận gần 84% quang thông toàn phần.

Chú ý:

Theo biểu thức của  $\underline{s}(M, t)$ , cường độ tại tâm hình nhiễu xạ tỉ lệ với  $a^2 b^2$ .

Kết quả này tuân theo định luật bảo toàn năng lượng:

- quang thông đi qua khe tỉ lệ với diện tích của nó và do đó tỉ lệ với  $ab$ ;
- "mặt" của vết nhiễu xạ tỉ lệ với  $\frac{1}{a} \frac{1}{b}$ ;
- cường độ sáng tỉ lệ với quang thông chia cho diện tích của vết nhiễu xạ.

### 4.3. Trường hợp một khe hẹp

#### 4.3.1. Khai thác các kết quả trước đây

Trường hợp một khe rất dài (so với  $\lambda$ ) và hẹp, được quy về trường hợp ở phần trên.

Nếu  $\frac{\lambda}{b}$  tiến tới 0 thì độ rộng của hình nhiễu xạ theo phương ( $Oy$ ) cũng tiến tới 0 và ta sẽ không quan sát được nhiễu xạ theo phương này nữa: ánh sáng tập trung ở trên đường  $\beta = 0$ .

Nếu  $\beta \approx 0$ , tham số  $\alpha$  biểu thị sin của góc  $\theta$  (h.28) sẽ bằng  $\theta$  đối với những phương gần với pháp tuyến của mặt lỗ nhiễu xạ và:

$$I = I_0 \sin^2 \left( \frac{\pi}{\lambda} (\theta - \theta_i) a \right).$$

Chúng ta chỉ còn quan sát thấy một chuỗi những vết sáng dọc theo một trục, vết sáng trung tâm rất sáng (gần 92% quang thông toàn phần) và rộng gấp đôi các vết thứ cấp (h.28).

### 4.3.2. Tính toán đơn giản trực tiếp

Người ta cũng có thể tính toán một cách đơn giản trong trường hợp  $\vec{k}_i$  vuông góc với khe bằng cách thừa nhận một cách *tiên nghiệm* rằng hiện tượng nhiễu xạ chỉ có hiệu lực trong mặt phẳng vuông góc với khe. Khi đó, một hình vẽ hai chiều là đủ để biểu diễn (h.28). Các phương được xác định bằng các góc  $\theta_i$  và  $\theta$ .

• Các điểm  $H_1$  và  $O$  nằm trên cùng một mặt phẳng sóng tới, do đó:

$$\varphi_i(P) = \varphi_i(O) - \frac{2\pi}{\lambda} H_1 P = \varphi_i(O) - \frac{2\pi}{\lambda} x \sin \theta_i.$$

• Các quang lộ ( $PM$ ) và ( $H_2M$ ) đều bằng nhau, do đó:

$$\varphi_{P \rightarrow M} = \varphi_{O \rightarrow M} + \frac{2\pi}{\lambda} OH_2 = \varphi_{O \rightarrow M} + \frac{2\pi}{\lambda} x \sin \theta_i.$$

Với  $L$  là độ dài của khe, mỗi yếu tố diện tích  $Ldx$  phát ra một sóng thứ cấp có biên độ tại  $M$  đối với các giá trị nhỏ của  $\alpha$  và  $\alpha_i$ , là:

$$d\underline{s}_p(M, t) = K s_0 \exp[i(\omega t + \varphi_0(M))] \exp\left[i \frac{2\pi}{\lambda} (\theta - \theta_i) x\right] L dx.$$

Bằng cách lấy tích phân trên toàn độ rộng của khe, ta được:

$$\underline{s}(M, t) = K s_0 L \exp[i(\omega t + \varphi_0(M))] \int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}} \exp\left[i \frac{2\pi}{\lambda} (\theta - \theta_i) x\right] dx,$$

Chúng ta tìm lại được biểu thức của biên độ và của cường độ sáng (h.29).

**Khi một sóng phẳng bị nhiễu xạ qua một khe hẹp có độ dài  $L$  rất lớn so với bước sóng, sự nhiễu xạ chỉ xảy ra theo các phương vuông góc với khe. Biên độ tại một điểm ở vô cực xác định bởi góc  $\theta$  của sóng gây ra do nhiễu xạ của một sóng phẳng tới (có vectơ sóng vuông góc với khe và có phương được xác định bởi  $\theta_i$ ) là:**

$$\underline{s}(M, t) = K L a s_0 \exp[i(\omega t + \varphi_0(M))] \sin c \left( \frac{\pi}{2} (\theta - \theta_i) a \right),$$

và cường độ của nó là:

$$I(M) = I_0 \sin^2 \left( \frac{\pi}{\lambda} (\theta - \theta_i) a \right).$$

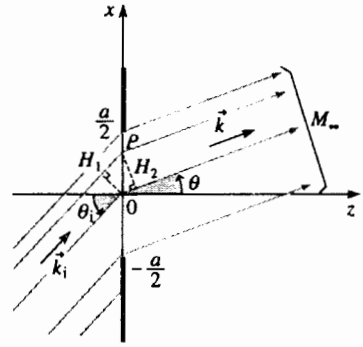
Vết trung tâm rộng gấp đôi các vết thứ cấp và sáng hơn rất nhiều, có độ rộng góc bằng:

$$\Delta\theta = 2 \frac{\lambda}{a}.$$

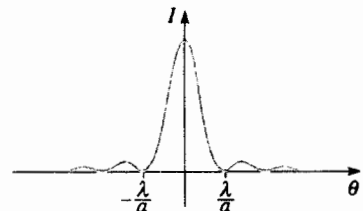
► **Đề luyện tập: bài tập 2, 3 và 6.**

#### Lí luận định tính

Chúng ta tìm lại một cách đơn giản các góc tương ứng với độ rọi bằng 0: xét trường hợp đơn giản khe được chiếu sáng vuông góc, các điểm nằm trong mặt phẳng của khe đều là kết hợp và cùng pha.



**Hình 28.** Nhiễu xạ qua 1 khe hẹp: mặt phẳng tới vuông góc với khe.

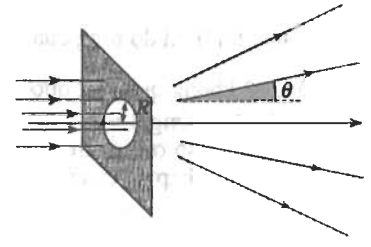


**Hình 29.** Nhiễu xạ qua một khe hẹp:  $I(\theta)$  với  $\theta_i = 0$ .

Ta lấy hai điểm  $P$  và  $P'$  của khe nhiễu xạ nằm cách nhau một khoảng  $\frac{a}{2}$ .

Giả sử rằng hiệu quang lộ tại vô cực từ hai điểm này là  $\frac{\lambda}{2}$  theo phương  $\theta$  (nghĩa là  $\theta \frac{a}{2} = \frac{\lambda}{2}$ ), khi đó theo phương này, tổng các biên độ nhiễu xạ từ  $P$  và  $P'$  là bằng 0. Bởi vì ứng với mọi điểm  $P$  quét một nửa khe sẽ tồn tại một điểm  $P'$  quét nốt nửa kia của khe. Điều đó có nghĩa là độ rọi theo phương  $\theta$  này là bằng 0, hay:

$$\theta = \frac{\lambda}{a} !$$



Hình 30. Nhiễu xạ của một sóng tới vuông góc qua một lỗ tròn bán kính  $R$ .

## 5 Nhiễu xạ ở vô cực của sóng phẳng qua một lỗ tròn

### 5.1. Biểu thức của biên độ và của cường độ

Sự tính toán nhiễu xạ FRAUNHOFER của một sóng phẳng qua một lỗ nhiễu xạ hình tròn đường kính  $D$  (h.30) làm xuất hiện một tích phân có giá trị là một hàm được gọi là hàm BESSEL. Bài tập 11 sẽ nghiên cứu lời giải của bài toán này, còn ở đây nó được biểu diễn trên hình 31 và 32.

Do tính đối xứng của lỗ nhiễu xạ, cường độ sáng chỉ phụ thuộc vào góc  $\theta$ .

Hình nhiễu xạ FRAUNHOFER của một sóng phẳng qua một lỗ tròn có bán kính  $R$  (đường kính  $D = 2R$ ) gồm có một vết tròn trung tâm, định tâm trên ảnh hình học của nguồn và được bao quanh bởi các vân đồng tâm.

- Các vân càng ngày càng kém sáng khi ra xa tâm;
- Bán kính góc của vết nhiễu xạ trung tâm (được xác định bởi bán kính của vân tối đầu tiên) vào cỡ  $\frac{\lambda}{D} : 1,22 \frac{\lambda}{D}$ .

Đường kính góc của vết nhiễu xạ trung tâm là  $\Delta\theta = 1,22 \frac{\lambda}{R}$ .

► Để luyện tập: bài tập 1.

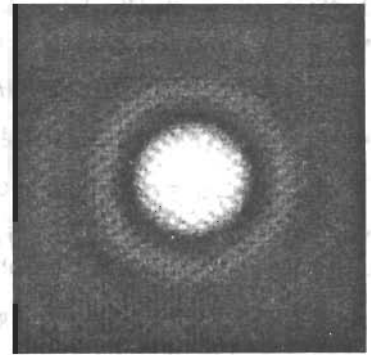
### 5.2. Ứng dụng: giới hạn phân li của một dụng cụ quang học

#### 5.2.1. Đại cương

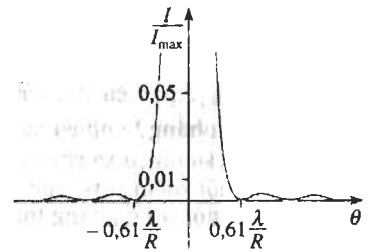
Chúng ta hãy tưởng tượng một dụng cụ quang học hoàn toàn tương điểm theo quan điểm quang hình học. Nếu không có nhiễu xạ thì sự phân giải của dụng cụ này sẽ là vô cùng vì nó cho hai ảnh phân biệt của hai điểm vật phân biệt dù chúng gần nhau như thế nào chẳng nữa.

Trên thực tế, khả năng phân giải của một dụng cụ bị giới hạn:

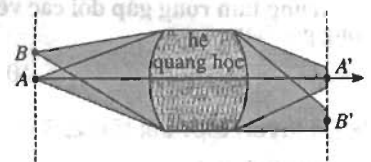
- vì những lí do kỹ thuật gây ra do đặc tính không hoàn toàn tương điểm của các linh kiện quang học;
- và đồng thời vì những lí do lí thuyết và không tránh khỏi: dụng cụ không phải là rộng một cách vô hạn sẽ nên nhiễu xạ ánh sáng tới từ vật. Mỗi vật điểm tương ứng với một vết ảnh định tâm trên ảnh hình học của nó (h.33).



Hình 31. Các vân nhiễu xạ qua 1 lỗ tròn.



Hình 32. Nhiễu xạ qua 1 lỗ tròn bán kính  $R$ :  $I(\theta)$ .

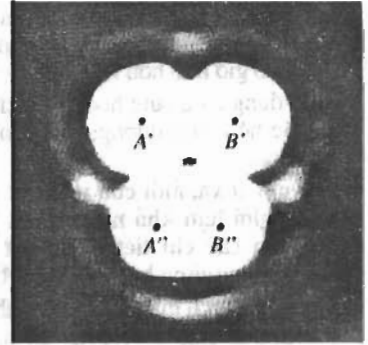


Hình 33. Tương ứng với hai điểm  $A, B$  là 2 vết nhiễu xạ định tâm tại các ảnh hình học  $A'$  và  $B'$  trên mặt phẳng liên hợp.

Khi biết cỡ độ lớn của đường kính vết ảnh của một vật điểm, ta có thể tiên đoán rằng:

- nếu khoảng cách giữa hai ảnh hình học  $A'$  và  $B'$  của hai vật  $A$  và  $B$  đủ lớn thì các vết ảnh tách biệt. Người ta nói rằng hai vật này được *phân li* bởi quang hệ;
- nếu không các vết ảnh trùng lên nhau và quang hệ không cho phép quan sát một cách phân biệt  $A$  và  $B$ ; hai vật này không phân li được (h.34).

Trường hợp giới hạn phụ thuộc vào độ nhạy của đầu thu. Người ta thường sử dụng tiêu chuẩn RAYLEIGH: giới hạn phân li được định nghĩa là khoảng cách giữa  $A$  và  $B$ , đối với nó tâm của vết ảnh của  $A$  nằm trên vân tối thứ nhất của vết ảnh của  $B$ . Giới hạn phân li tương ứng với những chi tiết nhỏ nhất mà người ta có thể phân biệt được nhờ quang hệ.



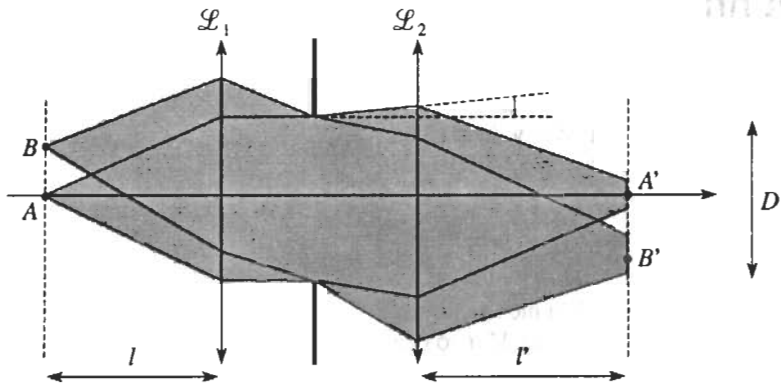
**Hình 34.** Ví dụ minh họa các ảnh phân li và không phân li.  
 •  $A'$  và  $B'$  phân li.  
 •  $A''$  và  $B''$  không phân li.

**5.2.2. Trường hợp một thấu kính mỏng**

Ta sẽ áp dụng khái niệm trên cho ảnh qua một thấu kính mỏng.

• **Tính bán kính của vết ảnh**

Để sử dụng một cách đơn giản các kết quả về nhiễu xạ tại vô cực của một sóng phẳng, chúng ta thay thế một thấu kính bị giới hạn bởi vành đỡ của nó có đường kính  $D$  bằng một hệ tương đương hai thấu kính có đường kính rất lớn, xen giữa là một chấn sáng có lỗ tròn, đường kính  $D$  (h.35).



**Hình 35.** Vết ảnh qua một thấu kính.

Ta khảo sát một vật  $A$  nằm ở tiêu điểm của  $L_1$ . Khi không có nhiễu xạ qua chấn sáng lỗ tròn, ảnh của nó sẽ trùng với tiêu điểm ảnh của  $L_2$ . Nhưng chấn sáng lỗ tròn được chiếu sáng bởi một sóng phẳng sẽ nhiễu xạ với một bán kính góc  $\Delta\alpha = 1,22 \frac{\lambda}{D}$ . Chùm tia ra khỏi chấn sáng lỗ tròn sẽ hơi bị phân kì: các phương ngoài cùng sẽ đánh dấu mép của vết ảnh có bán kính bằng:

$$r' = 1,22 \frac{\lambda}{D} l'$$

• **Tính giới hạn phân li**

Khoảng cách giữa các ảnh  $A'$  và  $B'$  của hai vật  $A$  và  $B$ , nằm trong cùng một mặt phẳng quan sát vuông góc với quang trục là  $A'B' = AB \frac{l'}{l}$ .

Nếu ta sử dụng tiêu chuẩn RAYLEIGH thì  $A$  và  $B$  sẽ được phân li (nghĩa là được tách rời nhau bởi quang hệ) nếu  $A'B' > r'$  hay  $AB > 1,22 \frac{\lambda}{D} l$ .

Nhưng  $\frac{l}{D}$  biểu thị số khẩu độ của thấu kính.

Trong các điều kiện GAUSS, số này thường rất lớn hơn 1.



Với các vật kính phức tạp gồm nhiều thấu kính, và gần đúng là tương điểm đối với các góc lớn, số khẩu độ tốt nhất là cỡ 1 đơn vị và khoảng cách cực tiểu không bao giờ nhỏ hơn  $\lambda$ .

Vì mọi dụng cụ quang học, trước tiên là mắt người, gồm rất nhiều thấu kính hoặc các hệ tương đương, giới hạn này được áp dụng với tất cả các quan sát quang học.

**Đó có nhiều xạ, ảnh của một vật điểm không hoàn toàn là một điểm và điều đó giới hạn khả năng phân giải của các quang cụ. Nói riêng, kích thước của các chi tiết nhỏ nhất còn có thể phân biệt được bằng các phương tiện quang học là vào cỡ bước sóng của ánh sáng sử dụng.**

Đó đó, giới hạn lí thuyết này ấn định khả năng phân li của các dụng cụ quang học thông thường là  $0,5\mu\text{m}$ . Để nghiên cứu những chi tiết tinh tế hơn, cần phải dùng đến các bức xạ có bước sóng nhỏ hơn, ví dụ như các tia X hoặc các chùm electron.

► **Để luyện tập: bài tập 5.**

## 6 Nhiễu xạ qua một tập hợp các lỗ giống hệt nhau

Chúng ta khảo sát trường hợp  $N$  lỗ giống hệt nhau. Lỗ  $m$  được định tâm tại điểm  $O_m(x_m, y_m)$  và có độ trong suốt là  $t(x, y) = t_0(x - x_m, y - y_m)$ , hàm  $t_0$  là như nhau đối với tất cả các lỗ (h.36). Tập hợp lỗ này được chiếu sáng bằng một sóng phẳng, đơn sắc có phương truyền được xác định bởi các góc  $\alpha_i$  và  $\beta_i$ .

### 6.1. Biểu thức của biên độ

Chúng ta hãy áp dụng nguyên lí HUYGENS - FRESNEL cho hệ nhiễu xạ này.  $N$  lỗ được chiếu sáng một cách kết hợp nên biên độ tại một điểm  $M$  ở vô cực bằng tổng các biên độ nhiễu xạ qua từng lỗ.

Đối với lỗ  $m$ :

$$\begin{aligned} \underline{\varepsilon}_m(M, t) &= Ks_0 \exp[i(\omega t + \varphi_{O_m}(M))] \\ &\iint_{\Sigma_m} t(x, y) \exp\left[i \frac{2\pi}{\lambda} ((\alpha - \alpha_i)(x - x_m) + (\beta - \beta_i)(y - y_m))\right] dx dy \end{aligned}$$

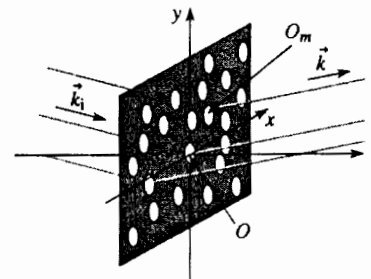
Bằng cách đổi biến số  $\xi = x - x_m$  và  $\eta = y - y_m$ , ta tìm được:

$$\begin{aligned} \underline{\varepsilon}_m(M, t) &= Ks_0 \exp[i(\omega t + \varphi_{O_m}(M))] \\ &\iint_{\Sigma_m} t_0(\xi, \eta) \exp\left[i \frac{2\pi}{\lambda} ((\alpha - \alpha_i)\xi + (\beta - \beta_i)\eta)\right] d\xi d\eta. \end{aligned}$$

$$\text{Tích phân: } F_D(M) = \iint_{\Sigma_m} t_0(\xi, \eta) \exp\left[i \frac{2\pi}{\lambda} ((\alpha - \alpha_i)\xi + (\beta - \beta_i)\eta)\right] d\xi d\eta$$

là như nhau đối với tất cả các lỗ. Nó tỉ lệ với biên độ nhiễu xạ qua một lỗ. Biên độ nhiễu xạ toàn phần tại  $M$  khi đó sẽ là:

$$\underline{\varepsilon}(M, t) = Ks_0 F_D(M) \exp(i\omega t) \sum_{m=1}^N \exp(i\varphi_{O_m}(M)).$$



Hình 36.  $N$  lỗ nhiễu xạ giống hệt nhau.

Cần nhớ rằng  $\varphi_{O_m}$  biểu thị pha tại  $M$  của sóng thứ cấp phát ra từ điểm  $O_m$ .

$$\varphi_{O_m}(M) = \varphi_O(M) + (\vec{k}(M) - \vec{k}_i) \cdot \overline{O_m P} = \varphi_O(M) + \frac{2\pi}{\lambda} [(\alpha - \alpha_i)x_m + (\beta - \beta_i)y_m].$$

Tổng biểu thị số hạng giao thoa của  $N$  sóng nhiễu xạ qua  $N$  lỗ là:

$$F_1(M) = \sum_{m=1}^N \exp \left[ i \frac{2\pi}{\lambda} ((\alpha - \alpha_i)x_m + (\beta - \beta_i)y_m) \right].$$

Biên độ tại một điểm  $M$  ở vô cực gây ra do nhiễu xạ của một sóng phẳng, đơn sắc qua một tập hợp  $N$  lỗ giống hệt nhau định tâm tại các điểm  $O_m(x_m, y_m)$  sẽ bằng tích số:

- của hàm nhiễu xạ của một lỗ định tâm tại  $O$ :

$$\underline{s}^*(M, t) = K s_0 [i(\omega t + \varphi_O(M))] F_D(M),$$

với  $F_D(M) = \iint_{\text{lỗ}} L_0(\xi, \eta) \exp \left[ i \frac{2\pi}{\lambda} ((\alpha - \alpha_i)\xi + (\beta - \beta_i)\eta) \right] d\xi d\eta ;$

- với một số hạng giao thoa:

$$F_1(M) = \sum_{m=1}^N \exp \left[ i \frac{2\pi}{\lambda} ((\alpha - \alpha_i)x_m + (\beta - \beta_i)y_m) \right].$$

## Áp dụng 3

### Các lỗ YOUNG

Một bản không trong suốt được khoan hai lỗ tròn có cùng bán kính  $R$  và có tâm cách nhau một khoảng  $a$ . Nó được chiếu sáng vuông góc bằng một sóng phẳng, đơn sắc có bước sóng  $\lambda$ . Hãy mô tả hình nhiễu xạ nhận được trên một màn đặt tại tiêu diện ảnh của một thấu kính có tiêu cự ảnh  $f'$ .

- Số hạng giao thoa là số hạng của hai nguồn kết hợp nằm cách nhau một khoảng  $a$ . Giả sử  $(OX)$  là trục song song với đường thẳng nối các tâm của hai lỗ trên màn, gốc  $O$  trùng với tiêu điểm ảnh của thấu kính:

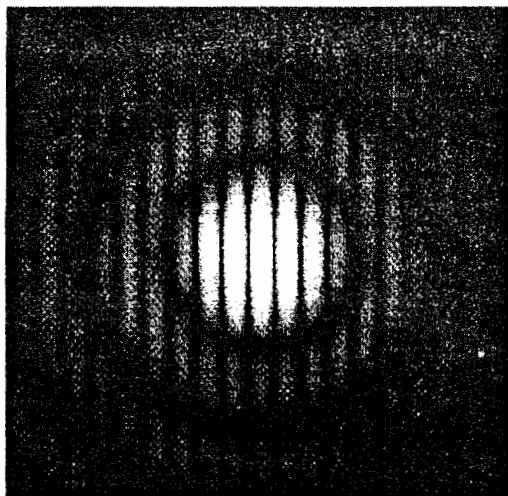
$$|F_I(M)|^2 = 1 + \cos \frac{2\pi aX}{\lambda f'}$$

- Số hạng nhiễu xạ chính là số hạng nhiễu xạ qua một lỗ tròn bán kính  $R$ :  $|F_D(M)|^2$  phụ thuộc vào  $r = OM$ . Vân tối đầu tiên có bán kính là:

$$r_0 = 0,61 \frac{\lambda}{R} f'.$$

- $I(M) = I_0 |F_D(M)|^2 \left[ 1 + \cos \frac{2\pi aX}{\lambda f'} \right]$  với  $I_0 = K^2 s_0^2$

(h.37). Số hạng nhiễu xạ biến điệu biên độ của các vân giao thoa.



Hình 37. Hai lỗ YOUNG: hình nhiễu xạ.

► Để luyện tập : bài tập 7.

## 6.2. Trường hợp các lỗ phân bố tùy ý

Trước hết, chúng ta xét trường hợp  $N$  rất lớn và  $N$  lỗ được phân bố một cách tùy ý.

Cường độ sáng có dạng:

$$I = I_0 |F_D(M)|^2 |F_I(M)|^2.$$

Số hạng nhiễu xạ phụ thuộc vào dạng của lỗ. Chúng ta nghiên cứu ảnh hưởng của số hạng giao thoa:

$$|F_I(M)|^2 = \left( \sum_{m=1}^N e^{i\varphi_m} \right) \left( \sum_{m=1}^N e^{-i\varphi_m} \right),$$

với  $\varphi_m = \frac{2\pi}{\lambda} [(\alpha - \alpha_i)x_m + (\beta - \beta_i)y_m]$ .

Chúng ta khai triển tích của hai tổng:

$$|F_I(M)|^2 = N + \sum_m \sum_{n \neq m} e^{i(\varphi_n - \varphi_m)}.$$

Nếu khảo sát từng cặp lỗ thì ta được:

$$\sum_m \sum_{n \neq m} e^{i(\varphi_n - \varphi_m)} = \sum_{n > m} (e^{i(\varphi_n - \varphi_m)} - e^{-i(\varphi_n - \varphi_m)}).$$

Giả sử  $|F_I(M)|^2 = N + 2 \sum_{n > m} \cos[\varphi_n(M) - \varphi_m(M)]$ .

Nếu các lỗ nhiễu xạ được phân bố một cách tùy ý thì các góc  $\varphi_{nm}(M)$ :

$$\varphi_{nm}(M) = \varphi_n(M) - \varphi_m(M)$$

cũng phân bố một cách tùy ý và tổng:

$$\sum_{n > m} \cos[\varphi_n(M) - \varphi_m(M)]$$

chỉ khác không đối với  $\alpha$  và  $\beta$  rất gần với  $\alpha_i$  và  $\beta_i$ .

Tổng này chứa  $\frac{N(N-1)}{2}$  số hạng và từ đó ta có thể kết luận rằng:

- $|F_I(M)|^2 = N^2$  theo phương của sóng tới;
- $|F_I(M)|^2 = N$  trong tất cả các phương khác.

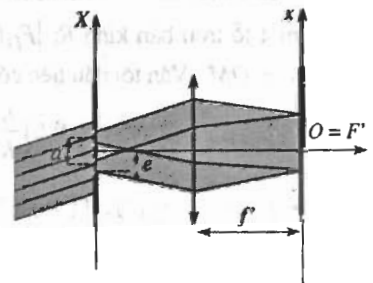
Một cách cụ thể, điều đó được thể hiện bằng một vết trung tâm rất sáng bao quanh bởi một hình nhiễu xạ giống như hình nhiễu xạ qua một lỗ duy nhất nhưng  $N$  lần sáng hơn.

Vì hình nhiễu xạ của một vật cản là giống hệt như hình nhiễu xạ của một lỗ có cùng kích thước (định lý BABINET) nên kết quả này cũng có thể được kiểm chứng một cách thực nghiệm bằng cách rắc một ít bột gồm những hạt hình cầu có kích thước rất nhỏ lên một chùm tia laser. Trên một màn đặt cách đó vài mét, chúng ta sẽ nhìn thấy những vân tròn giống như nhiễu xạ qua một lỗ tròn.

## 6.3. Áp dụng cho các khe YOUNG

Chúng ta quay trở về hệ hai khe YOUNG nghiên cứu ở chương 3.

Một bản không trong suốt trên đó có hai khe dài, có độ rộng  $e$  và cách nhau một khoảng  $a$ , được chiếu sáng theo phương  $(\alpha_i, \beta_i)$  bằng một sóng phẳng, đơn sắc, có bước sóng  $\lambda$ . Vấn đề đặt ra là xác định hình nhiễu xạ thu được trên tiêu diện ảnh của một thấu kính có tiêu cự ảnh  $f'$ . Chúng ta sử dụng hệ tọa độ  $(OX, OY)$  có gốc  $O$  trùng với tiêu điểm ảnh  $F'$  (h.38).



Hình 38. Hai khe YOUNG.

• Hiện tượng nhiễu xạ chỉ xảy ra dọc theo phương (Ox). Do đó, trong mặt phẳng quan sát, hình nhiễu xạ sẽ định xứ trên đường thẳng:

$$y = \beta_i f'.$$

• Số hạng giao thoa là số hạng giao thoa của hai nguồn điểm đặt cách nhau một khoảng  $a$ :

$$|F_1(M)|^2 = 1 + \cos \left[ \frac{2\pi a}{\lambda} \left( \frac{x}{f'} - \alpha_i \right) \right].$$

• Số hạng nhiễu xạ là số hạng nhiễu xạ của một khe có độ rộng  $e$ :

$$|F_D(M)|^2 = \left( \frac{\sin \frac{\pi e}{\lambda} \left( \frac{x}{f'} - \alpha_i \right)}{\frac{\pi e}{\lambda} \left( \frac{x}{f'} - \alpha_i \right)} \right)^2.$$

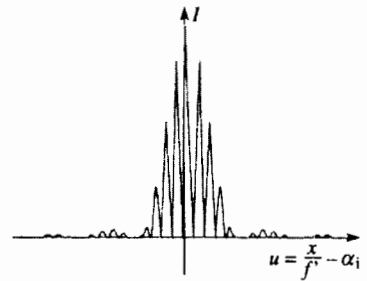
• Vì vậy:

$$I(M) = I_0 \sin^2 \left[ \frac{\pi e}{\lambda} \left( \frac{x}{f'} - \alpha_i \right) \right] \left[ 1 + \cos \left[ \frac{2\pi a}{\lambda} \left( \frac{x}{f'} - \alpha_i \right) \right] \right] \text{ nếu } y = \beta_i f'$$

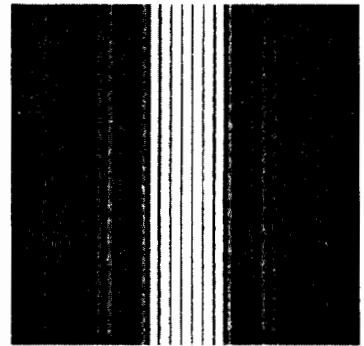
(h.39);  $I(M) = 0$  nếu  $y \neq \beta_i f'$ .

Số hạng nhiễu xạ biến điệu biên độ của các vân giao thoa.

Nếu sóng tới phát xuất từ một khe hẹp song song với các khe YOUNG và được đặt tại tiêu diện vật của một thấu kính thì hình nhiễu xạ sẽ gồm những dải song song với (Oy) (h.40).



Hình 39. Hình nhiễu xạ  $I(u)$ .



Hình 40. Hai khe YOUNG: hình nhiễu xạ.

## 6.4. Nhiễu xạ qua một cách tử phẳng

### 6.4.1. Định nghĩa

Cách tử phẳng là một vật nhiễu xạ có hàm truyền qua chỉ biến đổi dọc theo một phương (Ox) một cách tuần hoàn.

Trên thực tế, một cách tử bao gồm một chuỗi  $N$  chi tiết hoặc vạch giống hệt nhau, rất dài, song song với (Oy). Chu kì không gian  $a$  được gọi là bước của cách tử.

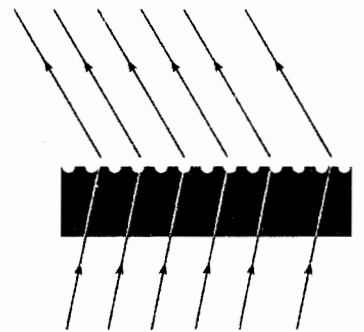
Do đó cách tử  $N$  vạch là một vật nhiễu xạ có độ rộng tổng cộng là  $l = Na$ .

Cách tử gồm nhiều khe hẹp được nghiên cứu ở §1 là một ví dụ đơn giản về cách tử. Người ta có thể tưởng tượng nhiều kiểu chi tiết khác nhau, bằng truyền qua hoặc bằng phản xạ.

• Phương pháp cổ điển để chế tạo một cách tử truyền qua là rạch những rãnh song song trên một tấm thủy tinh hoàn toàn phẳng. Hàm truyền qua là tuần hoàn nhưng khác với hàm truyền qua của một cách tử khe (h.41).

• Người ta cũng có thể chụp ảnh các vân giao thoa;

• Một cách tử phản xạ gồm có một mặt phản xạ (bằng kim loại) có mặt là một hàm tuần hoàn của  $x$  (h.42).



Hình 41. Cách tử truyền qua.

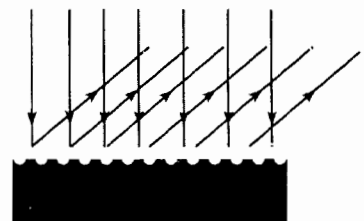
### 6.4.2. Biểu thức cường độ

Chúng ta lấy một cách tử truyền qua làm ví dụ.

Ta giới hạn nghiên cứu trong trường hợp sóng tới là sóng phẳng truyền theo phương vuông góc với các vạch của cách tử, nghĩa là đối với nó  $\beta_i = 0$ .

Vì hàm truyền qua hầu như độc lập với  $y$  nên hình nhiễu xạ bị giới hạn trên một đường được xác định bởi  $\beta = \beta_i = 0$ .

Bằng cách suy rộng các kết quả thu được đối với các khe YOUNG ở §6.3, chúng ta có thể nhận thấy rằng có thể dễ dàng suy ra trường hợp tổng quát từ trường hợp đặc biệt này.



Hình 42. Cách tử phản xạ.

• Nếu sóng tới là một sóng phẳng truyền theo phương  $(\alpha_i, \beta_i)$  thì hình nhiễu xạ sẽ nằm trên đường thẳng  $\beta = \beta_i$ . Nó được suy ra từ hình nhiễu xạ gây ra bởi một sóng phẳng truyền theo phương  $(\alpha_i, 0)$  bằng một phép tịnh tiến song song với  $(Oy)$ .

• Nếu sóng tới được phát ra từ một khe hẹp song song với các vạch của cách tử, đặt ở tiêu diện vật của một thấu kính, thì sự sắp xếp kế tiếp nhau của các hình nhiễu xạ gây ra bởi từng điểm của khe nguồn sẽ cho ta một hình nhiễu xạ có dạng những dải sáng song song với vạch của cách tử.

Chúng ta định vị các phương bằng những góc định hướng  $\theta_i$  đối với sóng tới và  $\theta$  đối với sóng ló. Khi đó,  $\alpha = \sin\theta$  và  $\alpha_i = \sin\theta_i$  (h.43a).

Ta chọn gốc toạ độ tại tâm của chi tiết thứ nhất được đánh dấu bằng chỉ số 0, và giả sử  $x_m$  là hoành độ tâm của từng chi tiết (h.43b):

$$x_m = ma.$$

Số hạng giao thoa được viết dưới dạng:  $F_I(M) = \sum_{m=0}^{N-1} e^{i\varphi_m}$ ,

$$\text{với } \varphi_m = \frac{2\pi}{\lambda} [(\sin\theta - \sin\theta_i)x_m] = m\psi \text{ và } \psi = \frac{2\pi a}{\lambda} (\sin\theta - \sin\theta_i).$$

$F_I(M)$  là tổng của một cấp số nhân:

$$F_I(M) = \sum_{m=0}^{N-1} e^{im\psi} = \frac{1 - e^{iN\psi}}{1 - e^{i\psi}}$$

được đơn giản hoá thành:

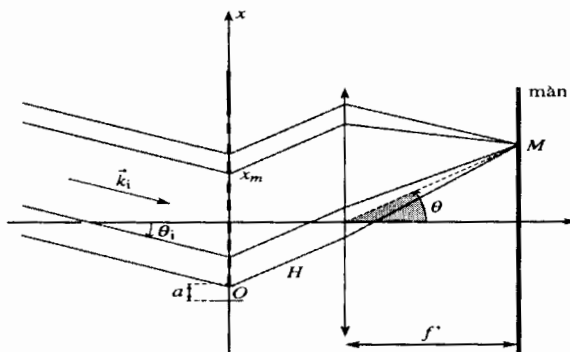
$$F_I(M) = \frac{\sin\left(N\frac{\psi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\psi}{2}\right)}.$$

Theo biểu thức tổng quát của biên độ nhiễu xạ qua  $N$  lỗ nhiễu xạ giống hệt nhau, cường độ sẽ có dạng:

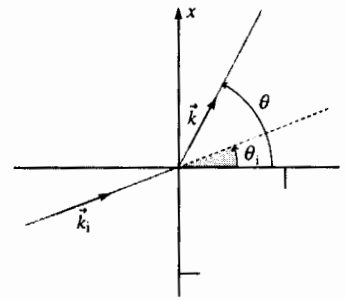
$$I = I_0 |F_D(M)|^2 \left( \frac{\sin\left(N\frac{\psi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\psi}{2}\right)} \right)^2.$$

Số hạng nhiễu xạ phụ thuộc vào hàm truyền qua  $t(x)$  của một chi tiết. Chúng ta nghiên cứu sự phân bố của số hạng giao thoa (h.44):

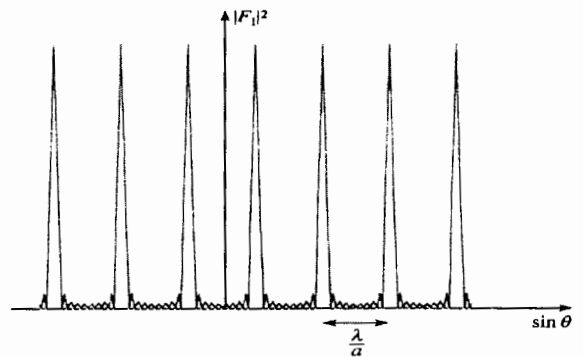
$$|F_I(M)|^2 = \left( \frac{\sin\left(N\frac{\psi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\psi}{2}\right)} \right)^2.$$



Hình 43b. Nhiễu xạ qua cách tử ( $\theta > 0$ ;  $\theta_i < 0$ ).



Hình 43a. Quy ước dấu của các góc ( $\theta_i > 0$ ;  $\theta > 0$ ).



Hình 44. Số hạng giao thoa của cách tử.

- $|F_I(M)|^2$  có chu kỳ  $2\pi$  đối với  $\psi$ , nghĩa là có chu kỳ  $\frac{\lambda}{a}$  đối với  $\sin\theta$ .
- Đối với các giá trị  $\psi = 2p\pi$ ,  $|F_I(M)|^2 = N^2$ . Đó là những cực đại của hàm  $|F_I(M)|^2$  tương ứng với  $\sin\theta = \sin\theta_i + p\frac{\lambda}{a}$ . Đối với những giá trị  $\theta$  này, các sóng nhiễu xạ qua tất cả các chi tiết của cách tử đồng pha với nhau.
- Giữa hai cực đại,  $|F_I(M)|^2$  bị triệt tiêu  $N$  lần và đi qua  $N - 1$  cực đại phụ, yếu hơn nhiều. Người ta tìm được một cấu trúc rất gần với hàm sin cardinal. Độ rộng của các đỉnh nhiễu xạ chính sẽ là:

$$\Delta(\sin\theta) = 2\frac{\lambda}{Na} = 2\frac{\lambda}{l}$$

Vì  $N$  rất lớn nên các đỉnh này rất hẹp.

- Một cách tử phẳng là một vật nhiễu xạ có độ trong suốt  $t(x)$  là hàm một chiều và tuần hoàn. Nó gồm có  $N$  chi tiết giống hệt nhau, có chu kỳ không gian hay bước  $a$ . Nói chung,  $N$  là rất lớn (vào cỡ 1000 vạch/mm).
- Cường độ tại một điểm  $M$  ở vô cực của sóng nhiễu xạ qua một cách tử được chiếu sáng bằng sóng phẳng đơn sắc sẽ có dạng:

$$I(\theta) = I_0 |F_D(M)|^2 |F_I(M)|^2$$

$I_0 |F_D(M)|^2$  là cường độ của sóng nhiễu xạ bởi chỉ một chi tiết.

$|F_I(M)|^2$  đi qua các cực đại rất nhọn nếu như phương nhiễu xạ  $\theta$  và phương của sóng tới  $\theta_i$  liên hệ với nhau bởi biểu thức:

$$\sin\theta = \sin\theta_i + p\frac{\lambda}{a} \text{ với } p \text{ nguyên.}$$

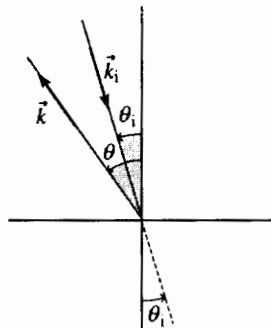
- Mỗi giá trị của  $p$  tương ứng với một bậc nhiễu xạ, các giá trị của  $\theta$  tương ứng với một cực đại cường độ phụ thuộc vào bước sóng ngoại trừ bậc 0.

# Áp dụng 4

## Cách tử phản xạ

1) Một dải kim loại có độ rộng  $e$ , được xem là phản xạ lí tưởng, được đặt trên một đế hoàn toàn đen.

Dải được chiếu sáng bằng một sóng phẳng, đơn sắc, bước sóng  $\lambda$ , có phương truyền vuông góc với các cạnh của dải và hợp một góc  $\theta_i$  với pháp tuyến của dải (h.45a).



Hình 45a. Quy ước dấu của các góc đối với cách tử phản xạ.

Xác định biên độ nhiễu xạ  $\underline{s}(\theta, t)$  tại vô cực theo phương  $\theta$ .

2) Một cách tử gồm rất nhiều dải kim loại phản xạ, độ rộng  $\frac{a}{4}$ , được xếp song song với nhau có bước là  $a$ .

Xác định cường độ ánh sáng nhiễu xạ tại từng bậc và các giá trị  $\theta$  tương ứng.

1) Trước hết, chúng ta xác định pha  $\varphi_P(M)$  tại một điểm  $M$  ở vô cực của sóng nhiễu xạ bởi một đường có hoành độ  $x$  đi qua  $P$ .

Pha của sóng tới tại  $P$  là:

$$\varphi_i(P) = \varphi_i(O) + \frac{2\pi}{\lambda} x \sin\theta_i$$

$$\text{và } \varphi_{P \rightarrow M} = \varphi_{O \rightarrow M} + \frac{2\pi}{\lambda} x \sin\theta$$

Từ đó suy ra  $\varphi_p(M) = \varphi_0(M) + \frac{2\pi}{\lambda} x(\sin\theta_i - \sin\theta)$ .

$$\underline{s}(M, t) = KLs_0 \exp[i(\omega t + \varphi_0(M))] \int_{-\frac{e}{2}}^{+\frac{e}{2}} \exp\left[i\frac{2\pi}{\lambda}(\sin\theta + \sin\theta_i)x\right] dx.$$

hay:

$$\underline{s}(M, t) = KLa s_0 \exp[i(\omega t + \varphi_0(M))] \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi}{\lambda}(\sin\theta + \sin\theta_i)e\right).$$

Hình nhiễu xạ định tâm trên phương phản xạ hình học:  $\theta = -\theta_i$ .

2) Tương tự, nếu  $O_m$  là tâm của dải  $m$  thì ta có:

$$\varphi_m(M) = \varphi_0(M) + m\frac{2\pi}{\lambda} a(\sin\theta_i + \sin\theta).$$

Các bậc, nghĩa là các cực đại của số hạng giao thoa, sẽ nằm ở vị trí ứng với:

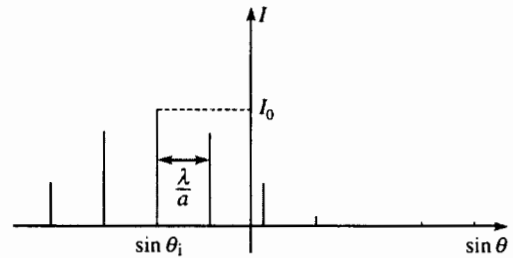
$$\sin\theta = -\sin\theta_i + p\frac{\lambda}{a}.$$

Số hạng nhiễu xạ:

$$|F_D|^2 = \operatorname{sinc}^2\left(\frac{\pi}{\lambda}(\sin\theta + \sin\theta_i)\frac{a}{4}\right)$$

cho các bậc  $0, \pm 1, \pm 2$  và  $\pm 3$  nằm trong đỉnh nhiễu xạ thứ nhất còn bậc 4 thì bị triệt tiêu.

Cường độ tại các bậc khác nhau được biểu diễn trên hình 45b.



Hình 45b. Cường độ sáng tại các bậc giao thoa khác nhau:

$$I = I_0 \operatorname{sinc}^2\left(\frac{\pi}{\lambda}(\sin\theta + \sin\theta_i)\frac{a}{4}\right).$$

### 6.4.3. Ứng dụng của cách tử

Các cách tử được dùng làm yếu tố tán sắc để phân tích ánh sáng đa sắc hay trong quang phổ học.

Chương 8 sẽ trình bày những khía cạnh thực nghiệm của việc ứng dụng cách tử trong quang phổ học.

► Để luyện tập: bài tập 5.

## 7 Sự nhiễu xạ và ảnh biến đổi FOURIER

Mục này đưa ra những vấn đề có nhiều ứng dụng nhưng khá tinh tế và nằm ở giới hạn của chương trình. Vì vậy, có thể không đọc phần này ngay trong lần tiếp cận đầu tiên.

### 7.1. Trường hợp hàm truyền qua $t(x)$

Chúng ta xét trường hợp một lỗ nhiễu xạ bất biến đối với phép tịnh tiến dọc theo  $(Oy)$ . Tất nhiên, đây là trường hợp lí thuyết nhưng người ta cũng có thể thực hiện được nó trên thực tế nếu độ dài  $L$  của lỗ dọc theo  $(Oy)$  rất lớn so với bước sóng.

Chúng ta sẽ giả sử rằng phương của chùm tia tới song song với mặt phẳng  $(xOz)$ . Khi đó sẽ không xảy ra hiện tượng nhiễu xạ song song với  $(Oy)$  và bài toán được xem xét trong mặt phẳng  $(xOz)$ .

Biên độ tại một điểm quan sát  $M$  ở vô cực được xác định bởi phương  $\theta$  và đối với những phương rất gần với  $(Oz)$  nó được viết như sau:

$$\underline{g}(M, t) = K L S_0 \exp[i(\omega t + \varphi_0(M))] \int_{\text{lỗ}} \underline{t}(x) \exp\left(i \frac{2\pi}{\lambda} (\theta - \theta_i) x\right) dx.$$

Từ nay về sau, chúng ta chỉ giới hạn trong trường hợp ánh sáng tới vuông góc với mặt phẳng của lỗ:

$$\underline{g}(M, t) = K L S_0 \exp[i(\omega t + \varphi_0(M))] \int_{\text{lỗ}} \underline{t}(x) \exp\left(i \frac{2\pi}{\lambda} \theta x\right) dx,$$

vì trường hợp tổng quát sẽ được suy ra một cách dễ dàng từ trường hợp riêng này.

## 7.2. Ảnh biến đổi FOURIER của $\underline{t}(x)$

Để làm xuất hiện phép biến đổi FOURIER trong khi tính toán  $\underline{g}(M, t)$ , chúng ta cần phải mở rộng cận tích phân thành  $]-\infty; +\infty[$ . Muốn vậy, chỉ cần kéo dài  $\underline{t}(x)$  ra bên ngoài lỗ nhiều xạ bằng một hàm đồng nhất bằng 0.

Đặt  $u = -\frac{2\pi}{\lambda} \theta$ , ta được:

$$\underline{g}(M, t) = \sqrt{2\pi} K L S_0 \exp[i(\omega t + \varphi_0(M))] \mathcal{F}(u)$$

$$\text{với } \mathcal{F}(u) = \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \underline{t}(x) e^{-iux} dx.$$

Ta thấy  $\underline{t}(x)$  là sự chồng chất của các hàm hình sin của  $x$  với tham số  $u$  là *mạch số không gian*.

Số hạng  $\exp[i(\omega t + \varphi_0(M))]$  có module bằng 1, không có mặt trong biểu thức của cường độ sáng:

$$I(M) = I_0 |(\mathcal{F}(u))^2|.$$

**Cường độ của sóng nhiễu xạ tại vô cực qua lỗ có độ trong suốt  $\underline{t}(x)$ , được chiếu sáng vuông góc, tỉ lệ với bình phương module ảnh biến đổi FOURIER của hàm truyền qua của lỗ:**

$$I(M) = I_0 |(\mathcal{F}(u))^2| \text{ với } u = -\frac{2\pi}{\lambda} \theta.$$

$\mathcal{F}(u)$  biểu diễn sự phân bố các mạch số không gian của  $\underline{t}(x)$ .

Các tính chất của hình nhiễu xạ FRAUNHOFER hoàn toàn đồng nhất với các tính chất của biến đổi FOURIER được nêu ra trong *phụ lục 1*:

- tính bất biến của hình nhiễu xạ đối với phép tịnh tiến lỗ nhiễu xạ;
- sự dẫn hình nhiễu xạ là do sự co của lỗ nhiễu xạ.

## 7.3. Hàm truyền qua hình sin

Xét một lỗ nhiễu xạ hình chữ nhật rất dài theo phương  $(Oy)$ , có độ rộng  $l$ . Độ trong suốt của lỗ là hàm thực có dạng:

$$\begin{cases} t(x) = t_0 \left(1 + \alpha \cos \frac{2\pi x}{a}\right) & \text{nếu } |x| < \frac{l}{2} \\ \text{và } t(x) = 0 & \text{nếu } |x| > \frac{l}{2} \end{cases}$$

$a$  là chu kì không gian hay bước của  $t(x)$ .

Tất nhiên là  $t_0(1 + \alpha) < 1$  (lỗ nhiễu xạ không có tính khuếch đại).



Chúng ta nghiên cứu hình nhiễu xạ FRAUNHOFER thu được khi chiếu một sóng phẳng, đơn sắc, bước sóng  $\lambda$  vuông góc với mặt của lỗ nhiễu xạ này ( $\theta_i = 0$ ).

Đặt  $u = -\frac{2\pi\theta}{\lambda}$  và tính toán ảnh biến đổi Fourier  $\mathcal{F}(u)$  của  $t(x)$ :

$$\mathcal{F}(u) = \sqrt{\frac{1}{2\pi}} t_0 \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \left[ 1 + \alpha \cos\left(\frac{2\pi x}{a}\right) \right] e^{-iux} dx.$$

Để tính tích phân trên, ta biến đổi hàm cosin thành các hàm mũ phức và thu được tổng của ba hàm sin cardinal:

$$\mathcal{F}(u) = \frac{t_0}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{2} \left[ 2 \operatorname{sinc} \frac{ul}{2} + \alpha \operatorname{sinc} \left[ \left( u + \frac{2\pi}{a} \right) \frac{l}{2} \right] + \alpha \operatorname{sinc} \left[ \left( u - \frac{2\pi}{a} \right) \frac{l}{2} \right] \right].$$

Đồ thị của hàm này được biểu diễn trên hình 46.

Người ta nhận thấy rằng 3 đỉnh của  $\mathcal{F}(u)$  có độ rộng  $\Delta u = \frac{4\pi}{\lambda}$  tương ứng

với các mạch số không gian của  $t(x)$ :

- đỉnh trung tâm tương ứng với thành phần không đổi (có mạch số bằng 0);
- hai đỉnh định tâm tại  $u = \pm \frac{2\pi}{a}$ . Nhưng  $\frac{2\pi}{a}$  chính là mạch số không gian của  $t(x)$ .

Nếu  $l \gg a$  thì ba đỉnh này hoàn toàn tách biệt nhau và khi lấy bình phương, các số hạng có dạng:

$$\operatorname{sinc}^2 \frac{ul}{2} \operatorname{sinc}^2 \left[ \left( u + \frac{2\pi}{a} \right) \frac{l}{2} \right] \text{ đều bằng 0 với mọi } u.$$

Do đó, cường độ trong mặt phẳng quan sát tại một điểm được xác định bởi góc  $\theta$  sẽ là (h.47):

$$I(\theta) = I_0 \left[ 4 \operatorname{sinc}^2 \left( \frac{\pi l}{\lambda} \theta \right) + \alpha^2 \operatorname{sinc}^2 \left[ \left( \theta + \frac{\lambda}{a} \right) \frac{\pi l}{\lambda} \right] + \alpha^2 \operatorname{sinc}^2 \left[ \left( \theta - \frac{\lambda}{a} \right) \frac{\pi l}{\lambda} \right] \right].$$

nếu  $l \gg a$ .

Các đỉnh có độ rộng là  $\Delta\theta = \frac{2\lambda}{l}$  và định tâm tại  $\theta = 0$ ,  $\theta = \frac{\lambda}{a}$  và  $\theta = -\frac{\lambda}{a}$ .

#### 7.4. Lỗ nhiễu xạ có độ trong suốt tuần hoàn hay cách tử

Bây giờ, chúng ta khảo sát cách tử nghĩa là một lỗ nhiễu xạ có độ trong suốt  $t(x)$  tuần hoàn với chu kỳ  $a$ , xác định đối với  $x$  nằm trong khoảng từ  $-l$  đến  $+l$ .

$t(x)$  có thể được khai triển thành chuỗi FOURIER:

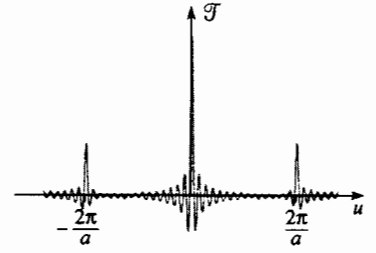
$$t(x) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} A_p \exp\left[ip \frac{2\pi}{a} x\right] \text{ với } A_p = \frac{2}{a} \int_0^a t(x) \exp\left(-ip \frac{2\pi}{a} x\right) dx.$$

Chúng ta giả sử rằng cách tử được chiếu sáng vuông góc bởi một sóng phẳng, đơn sắc. Để xác định sóng nhiễu xạ, ta đặt  $u = -\frac{2\pi\theta}{\lambda}$  và tính ảnh biến đổi

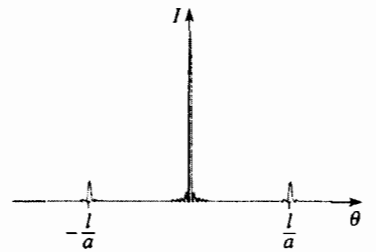
FOURIER  $\mathcal{F}(u)$  của  $t(x)$ :

$$\mathcal{F}(u) = \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \sum_{p=-\infty}^{+\infty} A_p \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \exp\left[i\left(-u + p \frac{2\pi}{a}\right)x\right] dx.$$

Việc tính tích phân trên giống như ở phần trước. Mỗi thành phần của khai triển chuỗi FOURIER phức tương ứng với một đỉnh dạng  $\operatorname{sinc}(\theta - \theta_p)$ :



Hình 46. Đồ thị của  $\mathcal{F}(u)$ .



Hình 47. Cường độ sáng  $I(\theta)$ .

- có độ rộng  $\Delta u = \frac{4\pi}{l}$  (hay  $\Delta\theta = \frac{2\lambda}{l}$ );
- định tâm tại  $u_p = \frac{p2\pi}{a}$  (hay  $\theta_p = -p \frac{\lambda}{a}$ );
- có cường độ cực đại tỉ lệ với  $|A_p|^2$ ;

Nếu  $l \gg a$ , tương ứng với  $N \gg 1$  thì các đỉnh nằm tách biệt nhau và cường độ xấp xỉ bằng:

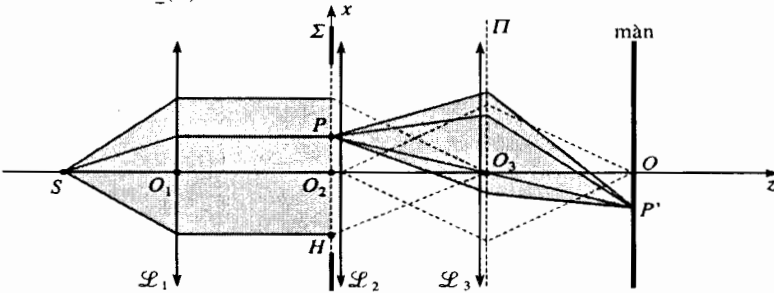
$$I \approx I_0 \sum_p |A_p|^2 \sin^2 \left[ \frac{\pi l}{\lambda} \left( \theta - p \frac{\lambda}{a} \right) \right] \text{ với } A_p = \frac{2}{a} \int_0^a f(x) \exp \left( -ip \frac{2\pi}{a} x \right) dx.$$

Biểu thức cường độ này cần phải đồng nhất với biểu thức biên độ mà ta đã tìm được trước đây:

$$I = I_0 \left( \frac{\sin N \frac{\pi a \theta}{\lambda}}{\sin \frac{\pi a \theta}{\lambda}} \right)^2 |F_D(\theta)|^2 \text{ với } F_D(\theta) = \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \int_0^a f(x) \exp \left( -i \frac{2\pi}{a} \theta x \right) dx.$$

Sự đồng nhất (với gần đúng  $N \gg 1$ ) không phải là hiển nhiên một cách *tiên nghiệm*. Chỉ biết rằng chúng ta đã tìm lại được các đỉnh ứng với những giá trị  $\theta$  và có độ rộng giống như trước.

**Hình nhiễu xạ FRAUNHOFER của sóng phẳng qua một cách tử có độ rộng  $l$ , hàm trong suốt  $f(x)$  có chu kỳ  $a$  ( $a \ll l$ ) là một tập hợp các vết sắp xếp một cách đều đặn tương ứng với các họa ba của khai triển chuỗi FOURIER của  $f(x)$ .**



Hình 48. Sơ đồ bộ lọc (dùng 3 thấu kính).  $O_3$  là ảnh hình học của  $S$ .  $O_2$  và  $O$  liên hợp qua  $L_3$ .

## 7.5. Sự lọc các tần số không gian

### 7.5.1. Bố trí thực nghiệm

Chúng ta bố trí thí nghiệm như trên hình 48. Nguồn  $S$  được giả sử là nguồn điểm, được đặt tại tiêu điểm vật của thấu kính  $L_1$ .

Sóng phẳng ra khỏi thấu kính được chiếu vuông góc với một lỗ  $\Sigma$  có độ trong suốt  $f(x)$  và có độ rộng  $l$  (một tấm phim dương bán chẳng hạn). Ánh nhiễu xạ FRAUNHOFER được tạo ra trên mặt phẳng  $\Pi$  là tiêu diện của  $L_2$  và thấu kính  $L_3$  được đặt trong mặt phẳng  $\Pi$  để tạo ảnh của  $\Sigma$  lên màn.

Nếu mặt phẳng  $\Pi$  không có một vật cản nào cả và nếu thấu kính  $L_3$  là đủ rộng để không làm nhiễu xạ một cách rõ rệt chùm tia sáng thì ảnh của  $\Sigma$  trên màn chính là ảnh có thể được tiên đoán nhờ quang hình học.

Vì trên  $\Pi$  có ảnh của phổ các tần số của  $f(x)$ , nên ta có thể loại một số các thành phần họa ba trong ảnh cuối cùng bằng cách che bớt các phân tương ứng của  $\Pi$ .

Một dải không trong suốt đặt trên mặt phẳng  $\Pi$  (một miếng băng dính đen trên  $L_3$  chẳng hạn), do đó sẽ tạo ra một bộ lọc chặn dải đối với các tần số không gian của hệ số truyền qua của lỗ nhiễu xạ.

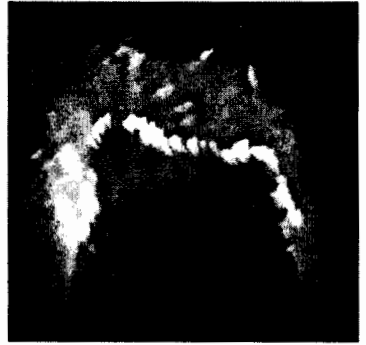
**Chú ý:**

Như chúng ta đã chứng minh ở mục §3.5.2, có thể thay thế hai thấu kính  $\mathcal{L}_1$  và  $\mathcal{L}_2$  bằng một thấu kính duy nhất tạo ảnh hình học của nguồn lên mặt phẳng  $\Pi$ .

**7.5.2. Lọc chặn thấp**

Một sự biến thiên đột ngột về độ trong suốt sẽ sinh ra những tần số cao trong phổ của  $t(x)$ . Suy rộng cho hai chiều không gian (theo  $(Ox)$  và  $(Oy)$ ), tính chất này được dùng trong kĩ thuật strio, một kĩ thuật nhằm làm hiện rõ đường viền của một vật thể, hay tổng quát hơn là các điểm có độ trong suốt  $t(x, y)$  rất không đồng nhất. Cách bố trí thí nghiệm giống như trên hình 48, nhưng ở đây người ta dán một bản tròn, không trong suốt vào tâm của thấu kính  $\mathcal{L}_3$  để chặn phần ánh sáng tương ứng với các tần số thấp.

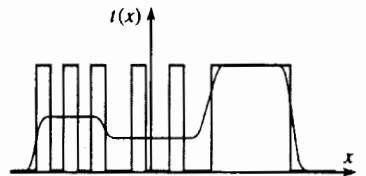
Ánh sáng đi tới màn sẽ giống như ánh sáng ứng với một hàm trong suốt  $t'(x, y)$  chỉ chứa những tần số không gian cao của  $t(x, y)$ . Hàm  $t'(x, y)$  như vậy là một hàm gần như bằng 0 ở mọi nơi trừ lân cận các điểm mà tại đó  $t(x, y)$  biến thiên nhanh. Bài tập 15 cho thấy điều đó trong một trường hợp đặc biệt, trường hợp độ trong suốt có dạng xung chữ nhật. Hình 49 là ảnh strioscopic của một cuvet chứa nước và một viên đường đang hoà tan trong đó. Các biến thiên chiết suất khó nhận ra khi nhìn trực tiếp lại dẫn đến những biến thiên rất lớn của đối số hàm  $t$ .



Hình 49. Strioscopic: sự tán của hạt đường.

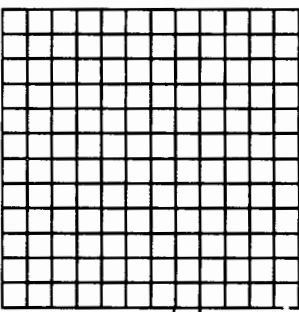
**7.5.3. Lọc chặn cao**

Chúng ta hãy nhìn sát vào một tấm ảnh đen trắng trên báo. Trên thực tế, nó gồm những chấm đen, mật độ chấm đen cho ta các mức độ xám khi nhìn ở khoảng cách xa. Biến động đối của mật độ xám là một hàm biến thiên chậm trong khi sự kế tiếp của các chấm đen là rất nhanh. Sự lọc chặn cao sẽ triệt tiêu những cấu trúc lưới này và làm trơn hình ảnh có độ xám trở nên liên tục (h.50). Để thực hiện sự lọc này, người ta đặt sát vào thấu kính  $\mathcal{L}_3$  một chắn sáng, loại bỏ các thành phần tần số không gian cao ra khỏi hình nhiễu xạ. Thí nghiệm làm nhãn một tấm ảnh dạng lưới trên thực tế là rất khó thực hiện vì độ sáng yếu gây ra do sự lọc.

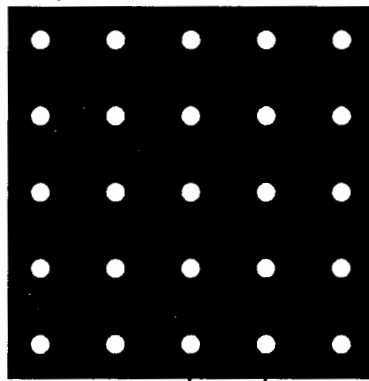


Hình 50. Hàm truyền qua gián đoạn và hàm liên tục tương ứng sau khi làm mịn.

Trái lại, ta có thể dễ dàng tiến hành thí nghiệm sau. Vật là một tấm lưới đều có bước  $a$  cỡ 1 phần 10 mm. Người ta có thể coi nó như một cách tử hai chiều và hình nhiễu xạ quan sát được trên mặt phẳng  $\Pi$  là một lưới các vết sáng vuông (h.51). Ta đặt lên trên mặt phẳng  $\Pi$  một khe hẹp, có độ rộng điều chỉnh được, định tâm trên ảnh hình học của nguồn và song song với  $(Ox)$ , nghĩa là theo phương thẳng đứng. Nếu khe còn rộng thì ảnh của lưới ở trên màn không bị biến đổi nhiều lắm. Tiếp theo, khi khép dần khe lại, các vết tương ứng với các tần số không gian đối với  $x$  càng ngày càng yếu, sẽ bị chặn lại và khi khe đủ hẹp thì theo phương  $(Ox)$  chỉ còn lại những số hạng có tần số bằng 0 và tương ứng với nó là một hàm độ rọi đều. Hình ảnh kém sáng hơn và chỉ gồm những vạch song song với  $(Oy)$  (h.52).



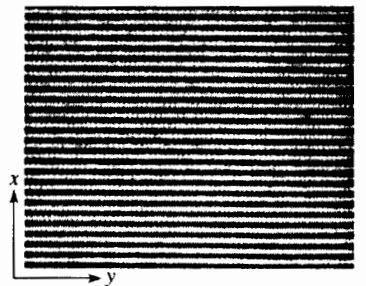
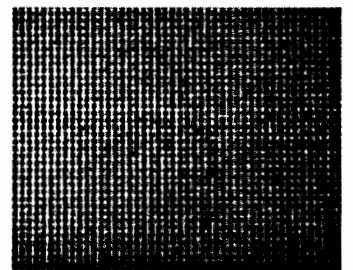
mặt phẳng  $\Sigma$



mặt phẳng  $\Pi$

$$\Delta\alpha = \frac{\lambda}{a}$$

Hình 51. Lưới và hình nhiễu xạ tương ứng ở vô cực.



Hình 52. Ảnh của lưới trước và sau khi lọc qua một khe thẳng đứng.

# ĐIỀU CẦN GHI NHỚ

## ■ HIỆN TƯỢNG NHIỄU XẠ

Các định luật về quang hình học không còn đúng nữa tại một vật cản, chắn một phần chùm sáng. Hiện tượng này được gọi là *hiện tượng nhiễu xạ*.

Nói riêng, nếu sóng tới là sóng phẳng, đơn sắc thì sóng nhiễu xạ qua một khe dài và hẹp là một chùm sáng độ rộng góc  $\alpha$  theo phương vuông góc với khe là:

$$\alpha \approx \frac{\lambda}{a} \text{ với } \lambda \text{ là bước sóng và } a \text{ là độ rộng của khe.}$$

Sự gần đúng quang hình học còn áp dụng được nếu  $a$  rất lớn so với  $\lambda$ .

## ■ NGUYÊN LÝ HUYGENS - FRESNEL

- Một miền trong suốt được tạo ra trên một màn phẳng không trong suốt được gọi là *lỗ nhiễu xạ*.
- Nếu  $P$  là một điểm trên mặt  $\Sigma$  của lỗ thì độ trong suốt phức  $\underline{t}(P)$  được định nghĩa là:

$$\underline{s}^*(P, t) = \underline{t}(P)\underline{s}_i(P, t),$$

với  $\underline{s}_i(P, t)$  là biên độ của sóng tới tại  $P$  nếu như không có lỗ nhiễu xạ,

$\underline{s}^*(P, t)$  là biên độ quan sát được tại  $P$  khi không có hiện tượng nhiễu xạ (nghĩa là tuân theo những định luật của quang hình học).

Nói riêng:

- $\underline{t}(P) = 0$  nếu vật nhiễu xạ là không trong suốt tại  $P$ .
- $\underline{t}(P) = 1$  tại một lỗ thủng.
- Sóng nhiễu xạ qua lỗ  $\Sigma$  được đặc trưng bởi một hàm truyền qua  $\underline{t}(P)$  là kết quả chồng chất của các sóng nhỏ phát ra từ tất cả các điểm của  $\Sigma$ .
- Nếu độ dài đặc trưng của  $\underline{t}(P)$  rất lớn so với bước sóng  $\lambda$  thì một yếu tố diện tích  $dS$  nằm ở lân cận điểm  $P$  của  $\Sigma$  sẽ phát ra một sóng có biên độ tại điểm  $M$  nằm ở xa, theo phương gần với pháp tuyến của mặt  $\Sigma$  là:

$$d\underline{s}_p(M, t) = K\underline{t}(P)\underline{s}_i(P)e^{i\varphi_{P \rightarrow M}},$$

với  $K$  là một hằng số phức ứng với từng dụng cụ,  $\underline{t}(P)$  là hàm truyền qua của  $\Sigma$  và  $\underline{s}_i(P)$  là biên độ phức của sóng tới tại  $P$  khi không có vật nhiễu xạ.

$\varphi_{P \rightarrow M}$  là độ lệch pha khi ánh sáng truyền từ  $P$  và  $M$ .

## ■ NHIỄU XẠ FRAUNHOFER

- Hình nhiễu xạ FRAUNHOFER là hình quan sát được ở vô cực hoặc trên tiêu diện ảnh của một thấu kính. Người ta cũng quan sát được hình nhiễu xạ như vậy trong mặt phẳng ảnh hình học của một nguồn điểm.
- Tại một điểm  $M$  ở vô cực (hoặc trên tiêu diện ảnh của một thấu kính), pha của sóng thứ cấp phát ra từ điểm  $P$  của lỗ nhiễu xạ sẽ là một hàm của vị trí điểm  $P$ , của các vectơ sóng tới  $\vec{k}_i$  và sóng ló  $\vec{k}(M)$ :

$$\varphi_P(M) = \varphi_0(M) + (\vec{k}(M) - \vec{k}_i) \cdot \overline{OP}.$$

$\varphi_0(M)$  không phụ thuộc vào điểm  $P$  và biểu thị pha tại  $M$  của sóng thứ cấp phát ra từ điểm  $O$  của lỗ nhiễu xạ.

• Biên độ tại một điểm  $M$  ở vô cực của sóng nhiễu xạ của một sóng phẳng đơn sắc qua lỗ nhiễu xạ phẳng  $\Sigma$  nằm trong mặt phẳng  $(xOy)$  là:

$$\underline{s}(M, t) = Ks_0 \exp[i(\omega t + \varphi_0(M))] \iint_{\Sigma} t(x, y) \exp\left[i \frac{2\pi}{\lambda} ((\alpha - \alpha_i)x + (\beta - \beta_i)y)\right] dx dy,$$

ở đây  $\alpha_i$  và  $\beta_i$  là các thành phần song song với  $(Ox)$  và  $(Oy)$  của vectơ đơn vị chỉ phương sóng tới;  $\alpha$  và  $\beta$  là các thành phần song song với  $(Ox)$  và  $(Oy)$  của vectơ đơn vị chỉ phương sóng ló ra từ  $\Sigma$  hướng tới  $M$ .

• Sự dãn rộng lỗ nhiễu xạ theo một phương cho trước sẽ thu hẹp hình nhiễu xạ FRAUNHOFER theo phương đó với cùng một tỉ lệ.

• Độ rộng  $\Delta x$  của lỗ nhiễu xạ và độ rộng góc  $\Delta \alpha$  của hình nhiễu xạ FRAUNHOFER theo cùng một phương thoả mãn hệ thức  $\Delta x \Delta \alpha \approx \lambda$ .

• Khi tịnh tiến lỗ nhiễu xạ trong mặt phẳng của nó, biên độ của sóng nhiễu xạ tại một điểm trên tiêu diện ảnh của một thấu kính chỉ bị lệch pha đều. Sự tịnh tiến này không làm thay đổi cường độ của hình nhiễu xạ.

### ■ NHIỄU XẠ QUA MỘT LỖ HÌNH CHỮ NHẬT

• Biên độ tại một điểm  $M$  ở vô cực (hoặc trên tiêu diện ảnh của một thấu kính) của sóng nhiễu xạ qua một lỗ chữ nhật có kích thước  $a$  (theo  $(Ox)$ ) và  $b$  (theo  $(Oy)$ ) là:

$$\underline{s}(M, t) = Ks_0 \exp[i(\omega t + \varphi_0(M))] \sin c(u) \sin c(v),$$

với

$$u = \frac{\pi}{\lambda} (\alpha - \alpha_i) a \quad \text{và} \quad v = \frac{\pi}{\lambda} (\beta - \beta_i) b.$$

$\alpha_i$  và  $\beta_i$  là các thành phần dọc theo  $(Ox)$  và  $(Oy)$  của vectơ đơn vị chỉ phương sóng tới.

$\alpha$  và  $\beta$  là các thành phần dọc theo  $(Ox)$  và  $(Oy)$  của vectơ đơn vị của tia ló hướng tới  $M$ .

$\sin c$  là hàm sin cardinal được định nghĩa là:  $\sin c(u) = \frac{\sin u}{u}$ .

Cường độ  $I(M) = \underline{s}(M, t) \underline{s}^*(M, t)$  có biểu thức như sau:

$$I(M) = I_0 \sin^2 c^2 \left( \frac{\pi}{\lambda} (\beta - \beta_i) b \right) \sin^2 c^2 \left( \frac{\pi}{\lambda} (\alpha - \alpha_i) a \right).$$

• Hình nhiễu xạ định tâm trên phương của chùm tới;

• Vết trung tâm sáng hơn nhiều so với các vết khác, có độ rộng là  $2 \frac{\lambda}{a}$  dọc theo  $(Ox)$ , và  $2 \frac{\lambda}{b}$  dọc theo  $(Oy)$ .

• So với vết trung tâm, các vết thứ cấp thì hẹp hơn hai lần theo cả hai chiều.

Khi một sóng phẳng nhiễu xạ qua một khe hẹp có độ dài  $L$  rất lớn so với bước sóng ánh sáng, sự nhiễu xạ chỉ xảy ra theo các phương vuông góc với khe.

Biên độ và cường độ tại một điểm ở vô cực sẽ có dạng:

$$\underline{s}(M, t) = KLas_0 \exp[i(\omega t + \varphi_0(M))] \sin c \left( \frac{\pi}{\lambda} (\alpha - \alpha_i) a \right)$$

và  $I(M) = I_0 \sin^2 c^2 \left( \frac{\pi}{\lambda} (\alpha - \alpha_i) a \right)$ .

Vết trung tâm rộng gấp đôi các vết thứ cấp, sáng hơn nhiều và có độ rộng góc là  $\Delta \theta = 2 \frac{\lambda}{a}$ .

## ■ NHIỀU XẠ QUA MỘT LỖ TRÒN

- Hình nhiễu xạ FRAUNHOFER của một sóng phẳng qua một lỗ tròn, bán kính  $R$  (đường kính  $D = 2R$ ) là một vết trung tâm hình tròn, định tâm trên ảnh hình học của nguồn và được bao quanh bởi các vân tròn đồng tâm.
- Các vân tròn càng ngày càng kém sáng khi ra xa tâm.
- Bán kính góc của vết nhiễu xạ trung tâm (được xác định bằng bán kính của vân tối thứ nhất) vào cỡ  $\frac{\lambda}{D} : 1,22 \frac{\lambda}{D}$ .

Đường kính góc của vết nhiễu xạ trung tâm là  $\Delta\theta = 1,22 \frac{\lambda}{R}$ .

- Do có nhiễu xạ, ảnh của một vật điểm không phải là một điểm và điều đó hạn chế khả năng phân giải của các dụng cụ quang học. Nói riêng, kích thước của các chi tiết nhỏ nhất còn phân biệt được bằng phương tiện quang học là vào cỡ bước sóng của ánh sáng sử dụng.

## ■ Nhiễu xạ qua một tập hợp các lỗ giống hệt nhau

Biên độ tại một điểm  $M$  ở vô cực gây ra do nhiễu xạ của một sóng phẳng đơn sắc qua một tập hợp  $N$  lỗ giống hệt nhau, định tâm tại các điểm  $O_m(x_m, y_m)$  bằng tích số của:

- hàm nhiễu xạ qua một lỗ định tâm tại  $O$ :

$$\underline{s}^*(M, t) = Ks_0 [i(\omega t + \varphi_O(M))] F_D(M),$$

với 
$$F_D(M) = \iint_{\Sigma_m} t_0(\xi, \eta) \exp \left[ i \frac{2\pi}{\lambda} ((\alpha - \alpha_i)\xi + (\beta - \beta_i)\eta) \right] d\xi d\eta,$$

- và số hạng giao thoa:

$$F_I(M) = \sum_{m=1}^N \exp \left[ i \frac{2\pi}{\lambda} ((\alpha - \alpha_i)x_m + (\beta - \beta_i)y_m) \right],$$

## ■ CÁCH TỬ NHIỀU XẠ

- Cách tử phẳng là một lỗ nhiễu xạ có độ trong suốt  $t(x)$  tuần hoàn theo một chiều. Nó gồm có  $N$  yếu tố giống hệt nhau, có chu kỳ không gian hay bước  $a$ . Nói chung,  $N$  rất lớn (vào cỡ 1000 vạch/mm).
- Cường độ tại một điểm  $M$  ở vô cực của sóng nhiễu xạ qua cách tử được chiếu sáng bằng một sóng phẳng, đơn sắc là:

$$I(\theta) = I_0 |F_D(M)|^2 |F_I(M)|^2,$$

trong đó  $I_0 |F_D(M)|^2$  là cường độ của sóng nhiễu xạ qua một yếu tố.

$|F_I(M)|^2$  có những cực đại rất nhọn nếu như phương nhiễu xạ  $\theta$  và phương sóng tới  $\theta_i$  thỏa mãn biểu thức:

$$\sin\theta = \sin\theta_i + p \frac{\lambda}{a} \text{ với } p \text{ nguyên.}$$

- Mỗi giá trị của  $p$  tương ứng với một bậc nhiễu xạ. Các giá trị của  $\theta$  tương ứng với một cực đại cường độ phụ thuộc vào bước sóng ngoại trừ bậc 0.

# BÀI TẬP

## ÁP DỤNG TRỰC TIẾP BÀI GIẢNG

### 1 Mở rộng đường kính chùm tia laser

Tại lối ra của một laser heli - neon phát một sóng gần như phẳng, đơn sắc, có bước sóng trong chân không  $\lambda_0 = 633 \text{ nm}$ , chùm tia laser có đường kính vào khoảng  $3 \text{ mm}$ . Hãy xác định cỡ độ lớn của đường kính chùm tia  $D$  tại khoảng cách  $L = 150 \text{ m}$ .

### 2 Nhiễu xạ qua một lỗ chữ thập

Một lỗ nhiễu xạ gồm có 2 khe hẹp, vuông góc với nhau được tạo ra trên một màn không trong suốt. Chúng có độ rộng  $a$  và độ dài  $L$  rất lớn so với  $a$  ( $L \gg a$ ).

Lỗ này được chiếu sáng vuông góc bởi một sóng đơn sắc. Với những gần đúng thích đáng, hãy mô tả các hình nhiễu xạ FRAUNHOFER trong 3 trường hợp sau.



trường hợp 1

trường hợp 2

trường hợp 3

### 3 Apô

Độ trong suốt (về biên độ) của một lỗ nhiễu xạ phẳng là:

$$t(x) = \exp\left(-\frac{|x|}{a}\right).$$

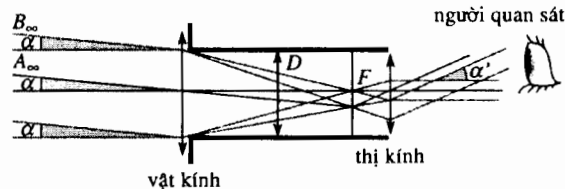
- 1) Xác định độ rộng  $a_0$  của một khe có cùng chiều dài được chiếu sáng bằng cùng một sóng phẳng và cho qua cùng một quang thông.
- 2) Lỗ nhiễu xạ này được chiếu sáng vuông góc bằng một sóng phẳng có bước sóng  $\lambda_0$ . Xác định hình nhiễu xạ ở vô cực.
- 3) So sánh với hình nhiễu xạ của một khe hẹp, có độ rộng  $a_0$ .
- 4) Cũng những câu hỏi trên với một lỗ nhiễu xạ có độ

trong suốt dạng GAUSS:  $t(x) = \exp\left(-\frac{x^2}{a^2}\right)$ .

Biết rằng:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(-\frac{x^2}{a^2}\right) e^{iux} dx = \sqrt{\pi} a e^{-a^2 u^2}$$

### 4 Năng suất phân giải lí thuyết của một kính thiên văn



Kính thiên văn là một hệ vô tiêu: tiêu điểm vật của vật kính và tiêu điểm ảnh của thị kính trùng nhau tại  $F$ . Hai vật ở vô cực,  $A_\infty$  theo phương của quang trục và  $B_\infty$  theo phương hợp một góc  $\alpha$  với quang trục, sẽ cho hai ảnh ở vô cực.

Người ta không tính đến những khiếm khuyết hình học của hai thấu kính và giả sử rằng các vật phát ra sóng có bước sóng xấp xỉ  $\lambda_0 = 0,5 \mu\text{m}$ .

1) Tính độ phóng đại của kính thiên văn:

$$G = \left| \frac{\alpha'}{\alpha} \right|.$$

theo các tiêu cự  $f_{ob}$  và  $f_{oc}$  của vật kính và của thị kính.

2) Đường kính vành đỡ vật kính là  $D$ .

a) Giải thích tại sao trong thực tế chỉ có vật kính nhiễu xạ chùm tia tới?

b) Tính bán kính góc  $\Delta\theta$  của chùm tia phát ra từ  $A_\infty$  sau khi đi qua kính?

c) Giá trị nhỏ nhất của  $\alpha$  là bao nhiêu để cho hai vật  $A_\infty$  và  $B_\infty$  có thể phân biệt được qua kính thiên văn?

d) Kết quả này cũng có thể áp dụng được cho kính viễn vọng phản xạ.

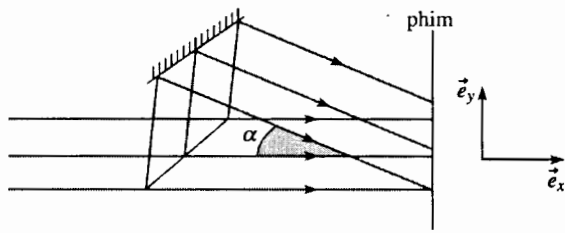
Một kính viễn vọng nghiệp dư thông thường có một gương đường kính  $D = 11 \text{ cm}$  và tiêu cự  $f_{ob} = 90 \text{ cm}$ .

Xác định giới hạn phân giải lí thuyết của kính này. Năng suất phân giải của mắt người vào cỡ  $10^{-3} \text{ rad}$ . Độ phóng đại cực đại phù hợp với khả năng phân giải của mắt người là bao nhiêu?

Người ta sẽ quan sát được gì nếu như kính có độ phóng đại lớn hơn?

### 5 Cách tử chế tạo bằng phương pháp chụp ảnh

Một sóng phẳng, đơn sắc, phát ra từ một laser (bước sóng  $\lambda_0$ ), được chia thành hai sóng có cùng cường độ  $I_0$  nhờ một bản bán mạ. Hai sóng thứ cấp có phương truyền hợp với nhau một góc  $\alpha$ , chiếu lên một tấm phim để chụp ảnh các vân giao thoa.



Nếu  $I(P)$  là cường độ ánh sáng tới điểm  $P$  trên phim thì hàm truyền qua về biên độ tại đó sau khi hiện ảnh là  $t(P) = t_0 - \mu I(P)$ .

Hệ thức tuyến tính này gần được nghiệm đúng nếu chọn thời gian chụp một cách thích hợp.

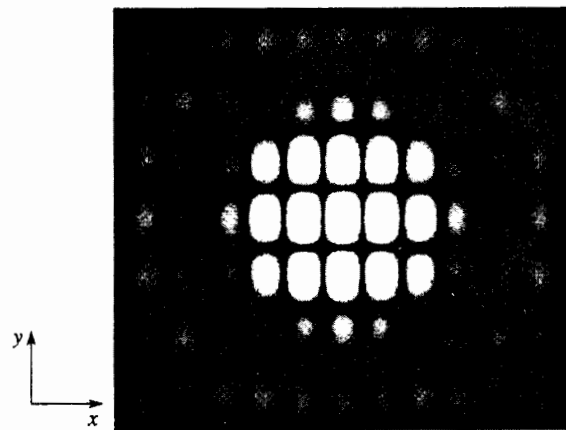
- 1) Xác định bước của cách tử có được sau khi hiện ảnh.
- 2) Cách tử này có độ rộng  $l$  rất lớn so với bước của nó, được chiếu sáng vuông góc bằng một sóng gần như phẳng, có bước sóng  $\lambda_0$ . Tìm sóng nhiễu xạ ở khoảng cách xa và cho kết luận.
- 3) Phim không thể ghi nhận được những chi tiết nhỏ hơn  $0,5 \mu\text{m}$ . Hãy cho biết cỡ độ lớn của giá trị cực đại của  $\alpha$ .

## 6 Nhiễu xạ trong ánh sáng trắng

Một khe hẹp và dài, có độ rộng  $a$ , được chiếu sáng vuông góc bởi một chùm sáng trắng. Hãy mô tả một cách định tính hình nhiễu xạ ở vô cực.

## 7 Nhiễu xạ qua một tập hợp các lỗ giống hệt nhau

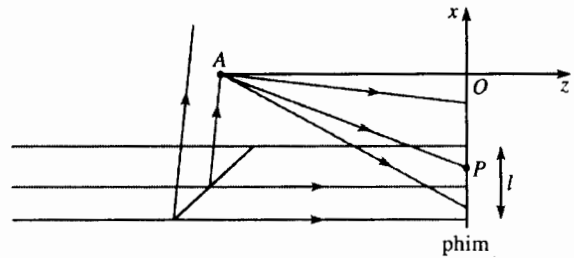
Một màn ảnh trên đó có khoan 4 lỗ giống hệt nhau, cho ta hình nhiễu xạ FRAUNHOFER được biểu diễn ở dưới đây. Xác định hình dạng và sự bố trí của các lỗ.



## VAN DUNG VON KIEN THUC

### 8 Hologram của một điểm

Một sóng phẳng, đơn sắc, phát ra từ một laser (bước sóng  $\lambda_0$ ), được chia thành hai sóng có cùng cường độ  $I_0$  nhờ một bản bán mạ.



Sóng phẳng truyền qua có cường độ  $I_0$ .

Sóng phản xạ trên bản bán mạ bị tán xạ bởi một điểm vật  $A$  nằm ở tọa độ  $x_A = 0$ ,  $y_A = 0$  và  $z_A = -p$  trên mặt của tấm phim dùng để chụp ảnh các vân giao thoa, ánh sáng từ  $A$  có cường độ  $I_A$  nhỏ hơn  $I_0$ . Giả sử độ rộng của tấm phim là  $l$ .

Nếu  $I(P)$  là cường độ ánh sáng tới điểm  $P$  trên phim và nếu như thời gian chụp được chọn thích hợp thì hàm truyền qua của phim sau khi hiện ảnh sẽ là:

$$t(P) = t_0 - \mu I(P).$$

- 1) Mô tả hình giao thoa ghi được trên phim.
- 2) Sau khi hiện ảnh, tấm phim được chiếu sáng vuông góc bởi một sóng phẳng có bước sóng  $\lambda_0$ .

Hãy viết biên độ phức của sóng nhiễu xạ ở khoảng cách xa, theo phương có các thành phần của vectơ đơn vị là  $(\alpha, \beta, \gamma)$  dưới dạng tổng của ba tích phân. Người ta chỉ xét trường hợp  $\alpha$  và  $\beta$  nhỏ, nghĩa là trong các điều kiện GAUSS của quang hình học. Muốn vậy, người ta sẽ biểu diễn độ trong suốt  $t(P)$  theo khoảng cách  $AP$ .

- 3) Hãy đồng nhất từng tích phân trong 3 tích phân trên với một sóng phát xuất từ một điểm. Xác định tọa độ của điểm này.

Điều gì sẽ xảy ra nếu vật  $A$  không còn là một điểm nữa mà có một độ rộng nào đó?

### 9 Đo bước sóng của sóng âm bằng phương pháp quang

Một đầu phát siêu âm, tần số  $f = 10 \text{ MHz}$ , được đặt trong một cuvet có hai mặt song song, độ dày  $e$ , chứa đầy nước.

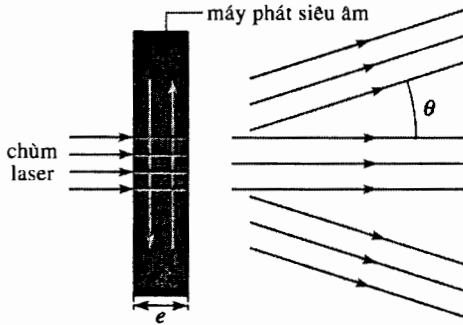


Các sóng âm phản xạ trên một thành cuvét và sự chồng chất của sóng tới và sóng phản xạ sẽ tạo ra một sóng đứng.

Cuvét được chiếu sáng bằng một sóng ánh sáng phẳng, đơn sắc, có bước sóng trong chân không  $\lambda_0 = 633 \text{ nm}$ . Sóng siêu âm có tốc độ:

$$c_{son} = 1,5 \cdot 10^3 \text{ m.s}^{-1},$$

là một sóng áp suất. Áp suất trong chất lỏng bằng tổng áp suất trung bình  $P_0$  với áp suất dư gây ra do sóng âm  $p(x,t)$ .



Ta đặt  $k = \frac{\omega}{c_{son}} = \frac{2\pi f}{c_{son}}$ ;  $P_{incident}(x,t) = p_0 \cos(\omega t - kx)$

và  $P_{reflechi}(x,t) = p_0 \cos(\omega t + kx)$ ;

$$p(x,t) = P_{incident}(x,t) + P_{reflesi}(x,t) = 2p_0 \cos kx \cos \omega t.$$

Chiết suất của nước phụ thuộc tuyến tính vào áp suất:

$$n = n_0(1 + \alpha p) \text{ với } \alpha = 1,0 \cdot 10^{-10} \text{ Pa}^{-1} \text{ và } n_0 = 1,3.$$

Cho  $e = 1 \text{ cm}$ .

1) Xác định biên độ biến thiên của quang lộ khi truyền qua cuvét.

2) Tìm hệ thức giữa bước sóng  $\lambda_{son}$  của sóng siêu âm với các phương nhiễu xạ của sóng ánh sáng.

3) Xác định độ trong suốt phức  $t(x,t)$ .

Với những giá trị nào của  $p_0$  thì người ta có thể viết độ trong suốt dưới dạng gần đúng sau:

$$t(x,t) = t_0 \left[ 1 + i \frac{2\pi}{\lambda} n_0 \alpha e p(x,t) \right] ?$$

Từ đó tính ra, cường độ nhiễu xạ phụ thuộc vào phương  $\theta$  trong trường hợp này.

Người ta giả sử rằng chùm tia laser có độ rộng  $a$  được trải ra từ  $x = -\frac{a}{2}$  đến  $x = +\frac{a}{2}$  với  $a = 2 \text{ mm}$ .

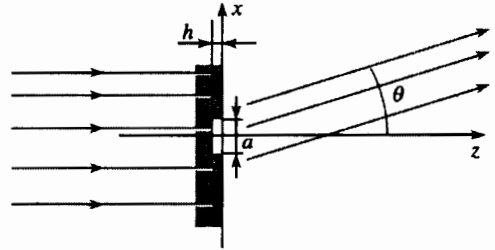
Xác định tỉ số biên độ của các đỉnh nhiễu xạ với:

$$p_0 = 10 \text{ Pa}, \text{ và sau đó với } p_0 = 10^4 \text{ Pa}.$$

## 10 Nhiễu xạ do một khuyết tật độ dày và sự tương phản pha

Một bản thủy tinh chiết suất  $n$ , độ dày  $e$ , có các mặt được xem là hoàn toàn phẳng và song song với nhau, có một khuyết tật độ dày. Dạng của khuyết tật này là một vạch độ sâu  $h$ , độ rộng  $a$  rất lớn so với  $h$  và độ dài  $l$  rất lớn so với  $a$ .

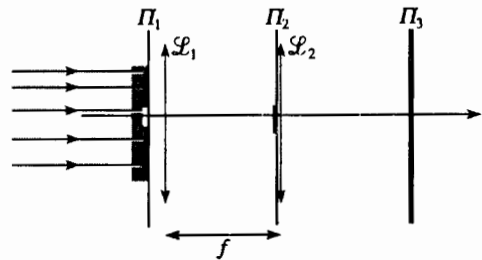
Bản này được chiếu sáng vuông góc bằng một sóng phẳng, đơn sắc, có bước sóng trong chân không là  $\lambda_0$ .



1) Xác định (với sai khác một hệ số hằng số) cường độ nhiễu xạ tại vô cực theo phương xác định bởi góc  $\theta$ .

2) Bản này được đặt vào trong bộ lọc (theo sơ đồ dưới đây):  $\Pi_2$  là tiêu diện ảnh của thấu kính  $\mathcal{L}_1$  và  $\Pi_3$  là mặt phẳng liên hợp của  $\Pi_1$  qua các thấu kính  $\mathcal{L}_1$  và  $\mathcal{L}_2$ . Một tấm chắn không trong suốt được đặt trong mặt phẳng  $\Pi_2$ . Mô tả hình ảnh quan sát được trên  $\Pi_3$ .

Hãy thảo luận về ảnh hưởng của độ rộng  $l$  của tấm chắn sáng.



## 11 Nhiễu xạ qua một lỗ tròn

$$\text{Cho: } \int_0^u \int_0^{2\pi} e^{i\eta \cos \theta} \eta d\eta d\theta = 2\pi u J_1(u).$$

Đồ thị của hàm  $J_1$ , một hàm lẻ được gọi là hàm BESSEL bậc 1, được biểu diễn trên hình vẽ; đạo hàm của nó tại 0 bằng  $\frac{1}{2}$ .

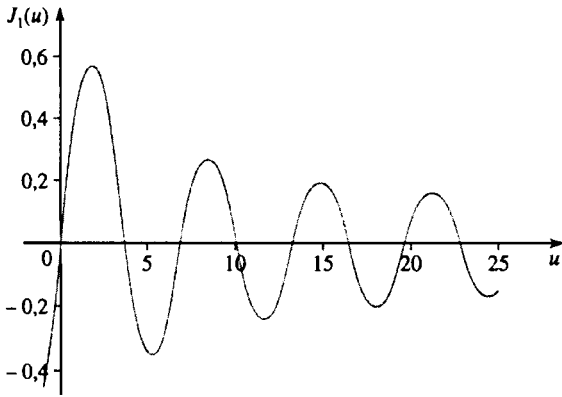
Một lỗ tròn, bán kính  $a$  được khoan trên một màn không trong suốt, được chiếu sáng vuông góc bởi một sóng phẳng đơn sắc, có bước sóng  $\lambda$ .

1) Bằng cách sử dụng hàm  $J_1$ , hãy viết biểu thức cường độ ánh sáng  $I(\alpha)$  nhiễu xạ tại vô cực theo phương hợp một góc  $\alpha$  với pháp tuyến của mặt lỗ. Vẽ dáng điệu của đồ thị  $I(\alpha)$  và đồng thời xác định vị trí các cực tiểu và cực đại.

2) Đối với những giá trị  $\alpha$  nhỏ, viết các công suất ánh sáng nhiễu xạ  $\mathcal{H}_0$  đối với đỉnh trung tâm,  $\mathcal{H}_1$  và  $\mathcal{H}_2$  đối với các vân tròn thứ nhất và thứ hai dưới dạng tích phân.

3) Đánh giá cỡ độ lớn của các tỉ số  $\frac{\mathcal{H}_1}{\mathcal{H}_0}$  và  $\frac{\mathcal{H}_2}{\mathcal{H}_0}$  từ đường

cong vẽ được trong phần 2).



## 12 Sự ghép kênh quang

Trong viễn thông, người ta gọi sự ghép kênh là kĩ thuật cho truyền nhiều kênh liên lạc trên cùng một đường truyền: cáp điện hoặc sợi quang học.

Người ta cũng có thể thực hiện một sự tương đương quang học bằng cách ghi nhận nhiễu xạ lên cùng một tấm phim.

Giả sử  $A_1$  và  $A_2$  là hai vật phẳng, trong suốt có các hệ số truyền qua về cường độ:

$$T_1(x) = a_1 [1 + g_1 \cos(\alpha_1 x + \varphi_1)]$$

$$\text{và } T_2(x) = a_2 [1 + g_2 \cos(\alpha_2 x + \varphi_2)].$$

Có độ tương phản  $g_1$  và  $g_2$  đều nhỏ hơn 1 và các mạch số không gian  $\alpha_1$  và  $\alpha_2$  có cùng cỡ độ lớn.

1) Trên cùng một phim, người ta lần lượt chụp từng ảnh có độ phóng đại  $\gamma$  của hai vật trên, được chiếu sáng bằng ánh sáng có cường độ  $I_0$ . Hoành độ  $x$  trên vật  $A_1$  (hoặc  $A_2$ ) tương ứng với hoành độ  $X = \gamma x$  trên phim.  $I_1(x)$  và  $I_2(x)$  là cường độ gây ra bởi từng vật. Người ta thừa nhận rằng bằng cách chọn thời gian chụp một cách thích

hợp, hàm truyền qua về biên độ của phim dương bản sau khi hiện ảnh là:

$$t(X) = t_0 + \mu [I_1(x) + I_2(x)].$$

a) Xác định  $t(X)$ .

b) Tấm phim dương bản được chiếu sáng vuông góc bởi một sóng phẳng, đơn sắc, có bước sóng  $\lambda$ .

Mô tả hình nhiễu xạ quan sát được trên tiêu diện ảnh  $\Pi$  của một thấu kính có tiêu cự ảnh  $f'$ .

Liệu người ta có thể tách biệt được những đóng góp của  $A_1$  và của  $A_2$ ?

2) Trên  $A_1$  và trên  $A_2$ , người ta đặt một lưới có hệ số truyền qua về biên độ tương ứng là:

$$G_1 = \frac{1}{2} [1 + \cos(\beta_1 x)] \text{ đối với } A_1$$

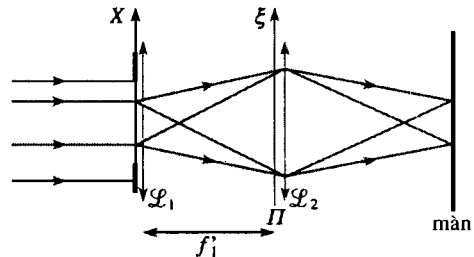
$$\text{và } G_2 = \frac{1}{2} [1 + \cos(\beta_2 x)] \text{ đối với } A_2.$$

$\beta_1$ ,  $\beta_2$  và  $\beta_1 - \beta_2$  rất lớn so với  $\alpha_1$  và  $\alpha_2$ .

Một lần nữa, trên cùng một phim người ta lại lần lượt tạo ra từng ảnh có độ phóng đại  $\gamma$  của hai vật đã bị biến đổi, được chiếu sáng bằng ánh sáng có cường độ  $I_0$ .

a) Xác định  $t(x)$ .

b) Tấm phim dương bản được chiếu sáng vuông góc bởi một sóng phẳng, đơn sắc, có bước sóng  $\lambda$ . Một thấu kính  $\mathcal{L}_1$  có tiêu cự ảnh  $f'_1$  được đặt sát vào tấm phim dương bản và một thấu kính  $\mathcal{L}_2$  được đặt gần với tiêu diện  $\Pi$  của  $\mathcal{L}_1$ , chiếu ảnh của tấm phim lên màn.



Mô tả hình nhiễu xạ quan sát được trong mặt phẳng  $\Pi$ . Liệu người ta có thể loại bỏ được sự đóng góp của  $A_2$  không?

Mô tả ảnh quan sát được trên màn khi đặt tại  $\Pi$  một tấm chắn không trong suốt, chứa hai khe định tâm ở các hoành độ  $-\gamma \frac{\lambda f'}{2\pi} \beta_1$  và  $+\gamma \frac{\lambda f'}{2\pi} \beta_1$ .

Người ta có thu được ảnh của  $A_1$  không?

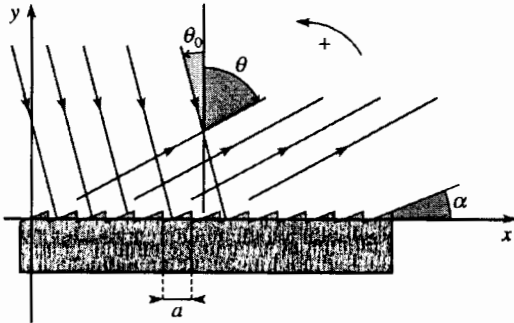
d) Tại mặt phẳng  $\Pi$ , người ta đặt một tấm chắn không trong suốt chứa một khe định tâm ở hoành độ  $\gamma \frac{\lambda f'}{2\pi} \beta_1$ .

Người ta có thu được ảnh của  $A_1$  không? Hãy cho biết cỡ độ lớn của độ rộng khe.

e) Tấm phim không thể ghi nhận được những chi tiết nhỏ hơn  $10 \mu\text{m}$  và  $\gamma = 1$ . Hãy cho biết cỡ độ lớn của các mạch số không gian  $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1$  và  $\beta_2$  có thể sử dụng được.  
Suy rộng cho những vật có hàm truyền qua bất kì.

### 13 Cách tử bậc

Một cách tử gồm có  $N$  yếu tố được khắc lên trên một tấm kim loại phản xạ lí tưởng.



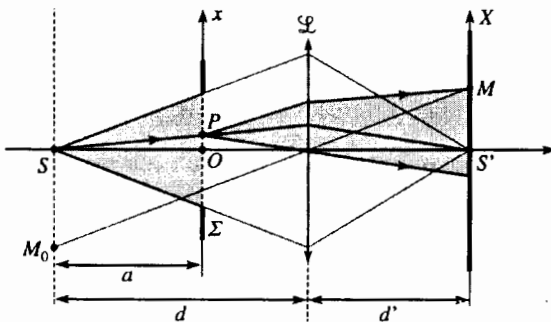
Cách tử được chiếu sáng bởi một sóng phẳng, đơn sắc có bước sóng  $\lambda$ , dưới một góc tới là  $\theta_0$ .

- 1) Xác định cường độ nhiễu xạ tại vô cực theo phương  $\theta$ .
- 2) Chọn được góc tới như thế nào để cường độ nhiễu xạ tại bậc  $p$  là cực đại? Hãy tính toán đối với bậc 1.

### 14\*\* Quan sát hình nhiễu xạ FRAUNHOFER

trong mặt phẳng ảnh của một nguồn điểm

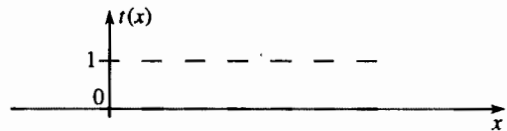
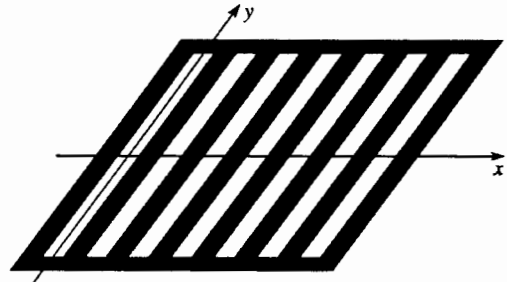
Xét một quang hệ được vẽ trên hình dưới đây: thấu kính  $\mathcal{L}$  cho ảnh hình học  $S'$  của một nguồn điểm  $S$  (nghĩa là khi không có nhiễu xạ); chùm sáng đi từ  $S$  phải qua chắn sáng lỗ  $\Sigma$ .



Chứng minh rằng người ta quan sát được một hình nhiễu xạ FRAUNHOFER ở lân cận điểm  $S'$ .

### 15\*\* Sự lọc của hàm trong suốt dạng răng lược

Lỗ nhiễu xạ  $\Sigma$  trong sơ đồ thí nghiệm là một tấm phim dương bản, trên đó có  $N$  dải trong suốt, giống hệt nhau, cách nhau bởi những dải không trong suốt có cùng độ rộng  $\frac{a}{2}$  ( $N \gg 1$ ). Góc  $O$  nằm ở tâm của một dải trong suốt.



Bước sóng ánh sáng sử dụng là  $\lambda = 633 \text{ nm}$  và các tiêu cự của  $\mathcal{L}_1$  và  $\mathcal{L}_2$  đều bằng  $f' = 40 \text{ cm}$ .

- 1)  $a = 2,53 \text{ mm}$ . Người ta muốn chỉ giữ lại trên ảnh cuối cùng các họa ba có bậc nằm giữa 10 và 60 của  $t(x)$ . Cần phải che miền nào của  $\Pi$ ? Ảnh của  $\Sigma$  trên màn khi đó sẽ như thế nào?
- 2)  $a = 0,25 \text{ mm}$ . Người ta muốn thu được một ảnh đều, cần phải che miền nào của  $\Pi$ ?
- 3)  $a = 1,01 \text{ mm}$ . Người ta chỉ muốn giữ họa ba bậc 1. Hỏi cần phải dùng màn chắn như thế nào? Người ta quan sát thấy gì trên màn ảnh?

### LỜI GIẢI

1 Người ta coi chùm tia phát ra từ laser tương đương với một sóng phẳng bị giới hạn bởi một lỗ nhiễu xạ chỉ trong suốt trên một hình tròn có đường kính  $D_0$ .

Bán kính góc của hình nhiễu xạ tại vô cực vào cỡ  $\frac{\lambda_0}{D_0}$ , từ đó suy ra

$$D \approx 2 \frac{\lambda_0}{D_0} L \approx 6 \text{ cm}.$$

**2** Biên độ ánh sáng nhiều xạ được tính ở vô cực nên các hình nhiễu xạ của 3 hệ này sẽ giống hệt nhau. Hàm truyền qua của lỗ nhiễu xạ bằng tổng của 3 số hạng:

$$t = t_1 + t_2 - t_3$$

với  $t_1$  là của nhánh nằm ngang;  $t_2$  là của nhánh thẳng đứng; còn  $t_3$  là của hình vuông trung tâm. Do đó biên độ nhiễu xạ theo phương  $(\alpha, \beta)$  là:

$$s(\alpha, \beta) = KLa \begin{cases} + \sin c \frac{\pi a \alpha}{\lambda_0} \sin c \frac{\pi L \beta}{\lambda_0} e^{i\varphi_1} \\ + \sin c \frac{\pi L \alpha}{\lambda_0} \sin c \frac{\pi a \beta}{\lambda_0} e^{i\varphi_2} \\ - \frac{a}{L} \sin c \frac{\pi a \alpha}{\lambda_0} \sin c \frac{\pi a \beta}{\lambda_0} e^{i\varphi_3} \end{cases}$$

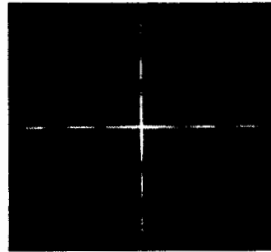
$\varphi_1, \varphi_2$  và  $\varphi_3$  là các số hạng phụ liên quan đến vị trí tâm đối xứng của 3 yếu tố trên.

Vì  $L \gg a$ , người ta có thể bỏ qua số hạng chứa  $\frac{a}{L}$  và xem rằng

$\sin c \frac{\pi L \beta}{\lambda_0}$  chỉ khác 0 (và bằng 1) đối với  $\beta = 0$ .

$\alpha \neq 0;$ $\beta \neq 0$	$\alpha \neq 0; \beta \neq 0$	$\alpha \neq 0; \beta \neq 0$
0	$I(\alpha, \beta) = I_0 \sin c^2 \pi a \frac{\alpha}{\lambda_0}$	$I(\alpha, \beta) = I_0 \sin c^2 \pi a \frac{\beta}{\lambda_0}$

Người ta có thể so sánh kết quả gần đúng trên với hình ảnh mô phỏng nhiễu xạ qua một hình chữ thập đối xứng có  $l = 100a$ .



**3** 1) Công suất (hoặc quang thông) tỉ lệ với tích phân:

$$\int_{l_0} I_{\text{incident}} t^2(x) dx.$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} t^2(x) dx = 2 \int_0^{+\infty} \exp\left(-\frac{2x}{a}\right) dx = a_0, \text{ suy ra } a_0 = a.$$

Chú ý: Tích phân từ  $-\infty$  đến  $+\infty$  là một thủ thuật toán học.

$$\text{Trên thực tế: } \int_{-\infty}^{+\infty} t^2(x) dx \approx \int_{-b}^{+b} t^2(x) dx \text{ nếu } b \gg a.$$

2) Cường độ nhiễu xạ theo phương  $(\alpha, \beta)$  là:

- nếu  $\beta \neq 0$  thì  $I(\alpha, \beta) = 0$ ;
- nếu  $\beta = 0$  thì

$$I(\alpha, \beta) = K \left[ \int_{-\infty}^0 \exp\left[\left(\frac{1}{a} + i \frac{2\pi}{\lambda_0} \alpha\right) x\right] dx + \int_0^{+\infty} \exp\left[\left(-\frac{1}{a} + i \frac{2\pi}{\lambda_0} \alpha\right) x\right] dx \right]$$

Sau khi tính toán, ta được:  $I(\alpha, \beta) = 4K \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{2\pi a \alpha}{\lambda_0}\right)^2\right]^2}$ .

3)  $I(\alpha, 0)$  biểu diễn một đường cong có dạng "hình chuông", có độ rộng ở một phần tư của chiều cao là:

$$\Delta \alpha = \frac{\lambda_0}{\pi a}.$$

Việc thay thế một khe bằng một lỗ nhiễu xạ có độ trong suốt biến thiên liên tục sẽ loại trừ được các đỉnh thứ cấp hay còn gọi là "các chân" của hình nhiễu xạ.

4)  $a_0 = \sqrt{\frac{\pi}{2}} a$  và  $I = I_{\text{max}} \exp\left[-\frac{8\pi^2 a^2}{\lambda^2} \alpha^2\right]$  nếu  $\beta = 0$ . Độ rộng

góc được xác định đối với một cường độ lớn hơn  $\frac{I_{\text{max}}}{e}$  là  $\Delta \alpha = \frac{\lambda}{\pi \sqrt{2} a}$ .

**4** 1) Bằng cách dựng ảnh trung gian của  $B_{\infty}$  qua vật kính, trong gần

dùng GAUSS, người ta tìm được:  $G = \frac{f_{\text{obj}}}{f_{\text{oc}}}$ .

2) a) Chùm sáng đi qua vật kính có đường kính xấp xỉ bằng  $D \frac{f_{\text{obj}}}{f_{\text{oc}}} = \frac{D}{G}$

tại vị trí của thị kính. Do đó, để dùng chế tạo được một thị kính đủ lớn để nó không giới hạn chùm tia sáng.

b) Một cách thông thường người ta thay thế vật kính bằng một chấn sáng lỗ tròn có đường kính  $D$  đặt trước một thấu kính rất lớn. Chấn sáng này sẽ biến đổi sóng phẳng phát ra từ  $A_{\infty}$  thành một chùm tia có bán kính góc

$$\text{xấp xỉ bằng } \frac{\lambda_0}{D}.$$

c) Vật kính và thị kính được xem là không làm nhiễu xạ ánh sáng sẽ biến đổi chùm tia này thành một chùm tia có bán kính góc xấp xỉ bằng

$$\Delta \theta \approx G \frac{\lambda_0}{D}.$$

Hai vật sẽ phân biệt được nếu như các vết ảnh tách rời nhau, nghĩa là nếu như dân cách góc  $G\alpha$  của các vết ảnh đó lớn hơn  $\Delta \theta$ .

Khi đó giới hạn phân giải là:  $\alpha_{\text{min}} \approx \frac{\lambda_0}{D}$ .

d)  $\alpha_{\text{min}} \approx 5.10^{-6} \text{ rad} \approx 1$  giây cung.

Nếu  $G = 200$  thì năng suất phân giải của kính viễn vọng là thích ứng với năng suất phân giải của mắt người. Với một độ phóng đại lớn hơn, người quan sát sẽ có cảm giác là ảnh không rõ nét.

Chú ý:

Với các gương rộng hơn, giới hạn phân giải do sự nhiễu xạ sẽ nhỏ hơn và sự giảm độ nét chủ yếu do nhiễu loạn của khí quyển.

**5** 1) Người ta kí hiệu  $\vec{k}_1$  và  $\vec{k}_2$  là các vector sóng của sóng truyền qua bản bán mạ và của sóng có được sau hai lần phản xạ:

$$\vec{k}_1 - \vec{k}_2 = \frac{2\pi}{\lambda_0} (\cos \alpha \vec{e}_x - \sin \alpha \vec{e}_y).$$

Độ lệch pha tại điểm có tung độ  $y$  ở trên phim là:

$$\varphi = \varphi_0 + (\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{OM} = \varphi_0 - \frac{2\pi}{\lambda_0} \sin \alpha y.$$

Từ đó, ta suy ra dân cách vân và cũng chính là bước của cách tử thu được sau khi hiện ảnh là:

$$i = \frac{\lambda_0}{\sin \alpha}.$$

2) Bằng cách chọn góc tọa độ thích hợp, ta có:

$$r(y) = t_0 - \mu I_0 \left( 1 + \cos \frac{2\pi}{\lambda_0} \sin \alpha y \right)$$

$$= (t_0 - \mu I_0) - \mu \frac{I_0}{2} \exp i \left[ \frac{2\pi}{\lambda_0} \sin \alpha y \right] - \mu \frac{I_0}{2} \exp \left[ -i \left( \frac{2\pi}{\lambda_0} \sin \alpha y \right) \right].$$

Áp dụng nguyên lý HUYGENS - FRENEL, ta được biên độ nhiễu xạ theo phương  $\theta$ . Đối với các phương nghiêng một góc nhỏ với  $\vec{e}_x$ , ta có:

$$g(\theta) = s_0 \left[ (t_0 - \mu I_0) \operatorname{sinc} \frac{\pi \theta}{\lambda_0} - \mu \frac{I_0}{2} \operatorname{sinc} \frac{\pi l(\theta - \alpha)}{\lambda_0} - \mu \frac{I_0}{2} \operatorname{sinc} \frac{\pi(\theta + \alpha)}{\lambda_0} \right].$$

Nếu  $l$  là lớn so với  $a$  thì sóng này sẽ được phân tích thành 3 sóng gần như phẳng, có các phương truyền lần lượt là  $-\alpha$ ,  $0$  và  $+\alpha$ .

Kết quả này phù hợp với lý thuyết về cách nê: các cực đại cường độ sẽ ở những phương sao cho  $\sin \theta_p = p \sin \alpha$  với  $p \in (-1, 0, 1)$ .

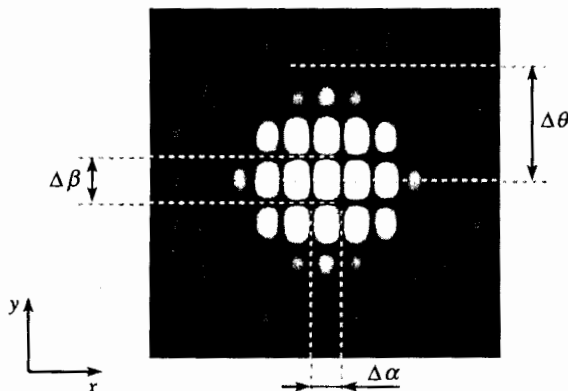
3) Người ta có thể xem hình sin ghi trên phim là chấp nhận được nếu như bước của cách tử bằng  $5 \mu\text{m}$  hay  $\alpha_{\max} = 0,1 \text{ rad}$ .

**6** Vết trung tâm có độ rộng góc  $\frac{\lambda}{a}$  đối với mỗi thành phần đơn sắc. Khi đi ra xa dần vân trắng trung tâm, đầu tiên người ta quan sát thấy sự dập tắt của màu xanh lam (do đó có sắc đỏ), sau đó là cực đại thứ cấp đầu tiên của màu xanh lam ( $0,45 \mu\text{m}$ ) tương ứng với cực tiểu của màu đỏ ( $0,65 \mu\text{m}$ ). Các vết thứ cấp khác rất khó nhìn thấy nằm lẫn vào trong màu trắng bạc trên có cường độ không đáng kể.

**7** Cấu trúc rộng nhất là hình nhiễu xạ qua một lỗ gồm có các vân tròn đồng tâm, có cường độ sáng giảm dần. Do đó các lỗ có dạng hình tròn, bán kính  $R$ .

Hình giao thoa  $F_1(\alpha, \beta)$  tuần hoàn theo  $x$  và theo  $y$ , nhận được bằng cách đặt 4 lỗ hổng tại các góc của một hình chữ nhật có kích thước  $a$  dọc theo  $(Ox)$  và  $b$  dọc theo  $(Oy)$ . Với giả thiết này, ta có:

$$F_1(\alpha, \beta) = \left[ 1 + \cos \frac{2\pi a \alpha}{\lambda} \right] \left[ 1 + \cos \frac{2\pi b \beta}{\lambda} \right].$$



Dãn cách vân dọc theo  $(Ox)$  tỉ lệ với  $\Delta\alpha = \frac{\lambda}{a}$ .

Dãn cách vân dọc theo  $(Oy)$  tỉ lệ với:  $\Delta\beta = \frac{\lambda}{b} = 1,5\Delta\alpha$ .

Bán kính góc của vân tối đầu tiên tỉ lệ với:

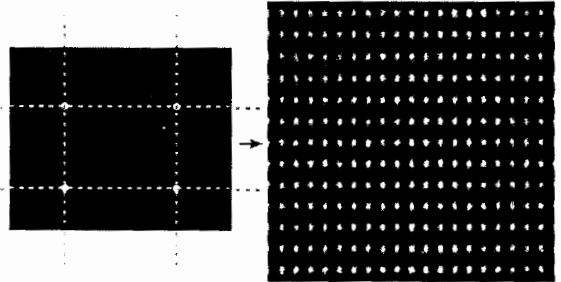
$$\Delta\theta = 0,61 \frac{\lambda}{R} = 3,5\Delta\alpha.$$

Từ đó, ta suy ra:  $a \approx 4R$  và  $b \approx 6R$ .

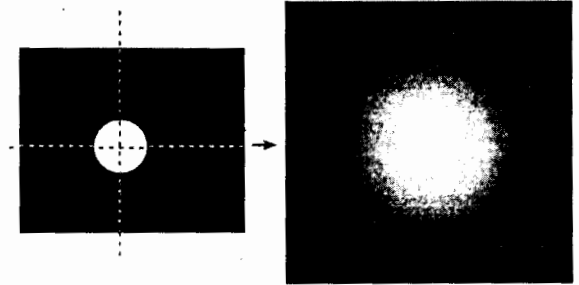
Chú ý:

Trên các sơ đồ dưới đây, người ta giải thích ánh thu được sau cùng.

• bốn lỗ vô cùng hẹp cho hình nhiễu xạ có dạng dưới đây:



• một lỗ tròn cho ta hình nhiễu xạ dưới đây:



Hình nhiễu xạ cuối cùng qua 4 lỗ giống hệt nhau là tích của hình nhiễu xạ ban đầu qua 4 nguồn điểm nằm tại tâm các lỗ với hình nhiễu xạ qua 1 lỗ.

**8** 1) Người ta xác định điểm  $P$  trên phim bằng các tọa độ cực  $(r, \theta)$

của nó với  $r \ll p$ .  $(AP) = \sqrt{p^2 + r^2}$ , nên hiệu đường đi  $\delta = \delta_0 + \frac{r^2}{2p}$ . Các vân giao thoa là những cung tròn đồng tâm.

2) Độ trong suốt của phim sau khi hiện ảnh là:

$$r(P) = t_0 - \mu I_0 - \mu I_A - 2\mu \sqrt{I_0 I_A} \cos \left[ \frac{2\pi}{\lambda_0} (AP - L) \right].$$

Hằng số  $L$  liên quan đến pha của sóng truyền qua.

Người ta khai triển hàm cosin theo các hàm mũ phức và áp dụng nguyên lý HUYGENS - FRESNEL.

Biên độ nhiễu xạ tại vô cực theo phương  $(\alpha, \beta)$  là:

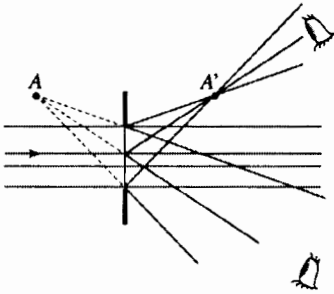
$$\begin{aligned} \underline{s}(\alpha, \beta) &= (t_0 - \mu I_0 - \mu I_A) \underline{s}_0 \int \exp\left(i \frac{2\pi}{\lambda_0} (\alpha x + \beta y)\right) dx dy \\ &- 2\mu \sqrt{I_0 I_A} \underline{s}_0 \left(-i \frac{2\pi}{\lambda_0} L\right) \iint \exp\left(i \frac{2\pi}{\lambda_0} (\alpha x + \beta y + AP)\right) dx dy \\ &- 2\mu \sqrt{I_0 I_A} \underline{s}_0 \left(-i \frac{2\pi}{\lambda_0} L\right) \iint \exp\left(i \frac{2\pi}{\lambda_0} (\alpha x + \beta y - AP)\right) dx dy. \end{aligned}$$

3) Một sóng phát ra từ điểm B, nhiễu xạ qua một lỗ có cùng kích thước với tấm phim, sẽ có biên độ theo nguyên lý HUYGENS - FRESNEL là:

$$\underline{s}(\alpha, \beta) = \underline{s}_0 \iint \exp\left(i \frac{2\pi}{\lambda_0} (\alpha x + \beta y - BP)\right).$$

Từ đó, ta suy ra:

- số hạng đầu tiên đồng nhất với biên độ của một sóng phẳng nhiễu xạ qua một lỗ có kích thước bằng kích thước của phim;
- số hạng thứ hai (sai khác một hằng số phức) đồng nhất với biên độ phức  $\underline{s}(\alpha, \beta)$  của một sóng có cường độ  $I_A$  hội tụ về điểm A', đối xứng với A qua mặt phẳng của phim và bị nhiễu xạ qua một lỗ có cùng kích thước với tấm phim;
- số hạng thứ ba (sai khác một hằng số phức) đồng nhất với biên độ phức  $\underline{s}(\alpha, \beta)$  của một sóng có cường độ  $I_A$  phát ra từ điểm A và nhiễu xạ qua lỗ có cùng kích thước với tấm phim.



Tùy theo phương quan sát mà người quan sát từ sau tấm phim có thể thấy một ảnh ảo đặt tại A hoặc một ảnh thật tại A'.

9) 1)  $\delta = \delta_0 + n_0 \alpha p e$  do đó  $\delta_{\max} = \delta_0 + 2n_0 \alpha p_0 e$ .

2) Hàm truyền qua của cuvét là hàm tuần hoàn với chu kỳ bằng  $\lambda_{\text{son}}$ . Đối với sóng ánh sáng, nó tạo thành một cách nê có bước bằng  $\lambda_{\text{son}}$ . Do đó sóng ánh sáng sẽ bị nhiễu xạ theo các phương thoả mãn:

$$\theta = q \frac{\lambda_0}{\lambda_{\text{son}}} \quad (q \text{ nguyên}).$$

Thay số, ta được  $\theta = 0,042 \text{ rad}$ .

3) Hàm truyền qua có môđun không đổi (hơn nhỏ hơn 1) và argument tuần hoàn:

$$\underline{t} = t_0 \exp\left(-i \frac{2\pi}{\lambda} n_0 \alpha p e\right).$$

Nếu  $\frac{4\pi}{\lambda_0} n_0 \alpha p e \ll 1$  thì  $\underline{t} = t_0 \left[1 + i \frac{2\pi}{\lambda} n_0 \alpha p e(x, t)\right]$ , hay

$$\begin{aligned} \underline{t} &= t_0 \left[1 + i \frac{2\pi}{\lambda_0} n_0 \alpha p_0 \cos(\omega t) \exp\left(i \frac{2\pi}{\lambda_{\text{son}}}\right) \right. \\ &\quad \left. + i \frac{2\pi}{\lambda_0} n_0 \alpha p_0 \cos(\omega t) \exp\left(-i \frac{2\pi}{\lambda_{\text{son}}} x\right)\right]. \end{aligned}$$

Áp dụng nguyên lý HUYGENS - FRESNEL, cường độ ánh sáng nhiễu xạ theo phương  $\theta$  là:

$$\begin{aligned} I(\theta, t) &= I_0 \left[ \sin c \frac{\pi a \theta}{\lambda_0} + i \frac{2\pi}{\lambda_0} n_0 \alpha p_0 \cos(\omega t) \sin c \left[ \frac{\pi a}{\lambda_0} \left( \theta + \frac{\lambda_0}{\lambda_{\text{son}}} \right) \right] \right. \\ &\quad \left. + i \frac{2\pi}{\lambda_0} n_0 \alpha p_0 \cos(\omega t) \sin c \left[ \frac{\pi a}{\lambda_0} \left( \theta - \frac{\lambda_0}{\lambda_{\text{son}}} \right) \right] \right]^2. \end{aligned}$$

Nếu cả ba đỉnh này tách biệt nhau, và điều đó sẽ xảy ra nếu  $\lambda_{\text{son}} \ll a$ , thì:

$$\begin{aligned} I(\theta) &\approx I_0 \left[ \sin c^2 \frac{\pi a \theta}{\lambda_0} + \left( \frac{2\pi}{\lambda_0} n_0 \alpha p_0 \cos(\omega t) \right)^2 \sin c^2 \left[ \frac{\pi a}{\lambda_0} \left( \theta + \frac{\lambda_0}{\lambda_{\text{son}}} \right) \right] \right. \\ &\quad \left. + \left( \frac{2\pi}{\lambda_0} n_0 \alpha p_0 \cos(\omega t) \right)^2 \sin c^2 \left[ \frac{\pi a}{\lambda_0} \left( \theta - \frac{\lambda_0}{\lambda_{\text{son}}} \right) \right] \right]. \end{aligned}$$

Chu kỳ của siêu âm nhỏ so với chu kỳ của các đầu thu. Do đó, các đầu thu sẽ cho giá trị trung bình của đại lượng cần đo.

Người ta quan sát được 3 vết nhiễu xạ có độ rộng  $2 \frac{\lambda_0}{a} = 0,6 \cdot 10^{-3} \text{ rad}$ .

Nếu vết trung tâm có cường độ cực đại là  $I_0$  thì hai vết bên, nằm tại

$$\theta = \pm \frac{\lambda_0}{\lambda_{\text{son}}} \text{ có cường độ cực đại là: } I_1 = 2 \left( \pi n_0 \frac{\alpha p_0}{\lambda_0} \right)^2 I_0.$$

•  $p_0 = 10 \text{ Pa}$ :  $\frac{4\pi}{\lambda_0} n_0 \alpha p_0 e = 2,6 \cdot 10^{-4} \ll 1$  và  $I_1 = 8 \cdot 10^{-9} I_0$ : không thể quan sát được.

•  $p_0 = 10^4 \text{ Pa}$ :  $\frac{4\pi}{\lambda_0} n_0 \alpha p_0 e = 2,6 \cdot 10^{-1} \ll 1$  và  $I_1 \approx 8 \cdot 10^{-3} I_0$ : có thể quan sát được.

10) 1) Hàm truyền qua về biên độ phức có biểu thức như sau:

$$\underline{t}(x) = t_0 \exp\left(-i \frac{(n-1)2\pi e}{\lambda_0}\right) \text{ nếu } |x| > \frac{a}{2};$$

$$\underline{t}(x) = t_0 \exp\left(-i \frac{(n-1)2\pi(e-h)}{\lambda_0}\right) \text{ nếu } |x| < \frac{a}{2}.$$

Số thực  $t_0$  nhỏ hơn 1 liên quan đến sự phản xạ trên hai hướng chất.

Người ta có thể xem nó như là sự chồng chất của hai hàm độ trong suốt:

$$\underline{t}(x) = \underline{t}_1(x) + \underline{t}_2(x), \text{ với } \underline{t}_1(x) = t_0 \exp\left(-i \frac{(n-1)2\pi e}{\lambda_0}\right) \text{ (hằng số),}$$

và  $\underline{t}_2(x) = t_1 \left[ \exp\left(i \frac{(n-1)2\pi h}{\lambda_0}\right) - 1 \right]$  đối với  $|x| < \frac{a}{2}$ , và bằng 0 ở các nơi khác.

Biên độ nhiễu xạ qua một lỗ có độ truyền qua đều sẽ bằng 0 ở khắp nơi trừ phương  $\theta = 0$ . Do đó, người ta có thể suy ra rằng đối với  $\theta$  khác 0:

$$\mathcal{E}_\theta = K \left[ \exp\left(i \frac{(n-1)2\pi h}{\lambda_0}\right) - 1 \right] \int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}} \exp\left(i \frac{2\pi}{\lambda_0} \theta x\right) dx.$$

Ta có thể kết luận:

$$I(0) \text{ rất lớn}; I(\theta) = I_0 \left[ 1 - \cos\left(\frac{(n-1)2\pi h}{\lambda_0}\right) \right] \left( \text{sinc} \frac{\pi \theta a}{\lambda_0} \right)^2$$

nếu  $\theta \neq 0$ .

2) Chỉ có ánh sáng tương ứng với  $t_2$  là tới được màn  $\Pi_3$  và có biên độ (sai khác một hệ số) đồng nhất với biên độ sóng nhiễu xạ qua một khe. Do đó, người ta quan sát được ảnh của khuyết tật sáng trên một nền tối.

Người ta nhận xét rằng, đối với các giá trị  $h$  nhỏ ( $h \ll \lambda_0$ ), cường độ sóng nhiễu xạ qua vạch khuyết tật là tỉ lệ với  $h^2$ , khi khai triển giới hạn hàm cosin.

Để cho ảnh này là ít bị biến dạng do bộ lọc, độ rộng của tấm chắn cần phải nhỏ so với độ rộng của hình nhiễu xạ gây ra bởi  $t_2$ , nghĩa là  $1 \ll f \frac{\lambda}{a}$ .

**11** Vì li do đối xứng,  $I$  chỉ phụ thuộc vào  $\alpha$ . Người ta định vị điểm  $P$  của lỗ nhiễu xạ (có trục  $Oz$ ) bằng các tọa độ cực của nó  $(\rho, \theta)$ .

Giá trị vector đơn vị của phương quan sát là:  $\vec{u} = \cos\alpha \vec{e}_z + \sin\alpha \vec{e}_x$ .

$\vec{OP} = \rho \cos\theta \vec{e}_x + \rho \sin\theta \vec{e}_y$ , do đó  $\vec{u} \cdot \vec{OP} = \rho \cos\theta \sin\alpha$ .

Từ đó suy ra:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}(\alpha) &= K \mathcal{E}_0 \int_0^a \int_0^{2\pi} \exp(ik\rho \sin\alpha \cos\theta) \rho d\rho d\theta \\ &= 2K \mathcal{E}_0 \pi a^2 \frac{J_1(ka \sin\alpha)}{ka \sin\alpha}. \end{aligned}$$

với  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ .

$$I(\alpha) = I_0 \left( \frac{J_1(ka \sin\alpha)}{ka \sin\alpha} \right)^2.$$

Hàng số  $I_0$  tỉ lệ với bình phương diện tích của lỗ nhiễu xạ  $(\pi a^2)^2$ . Ta tìm được:

$$\lim_{a \rightarrow 0} \left( \frac{J_1(ka \sin\alpha)}{ka \sin\alpha} \right)^2 = \frac{1}{4};$$

•  $I(\alpha) = 0$  đối với những giá trị sau đây của  $ka \sin\alpha$ :

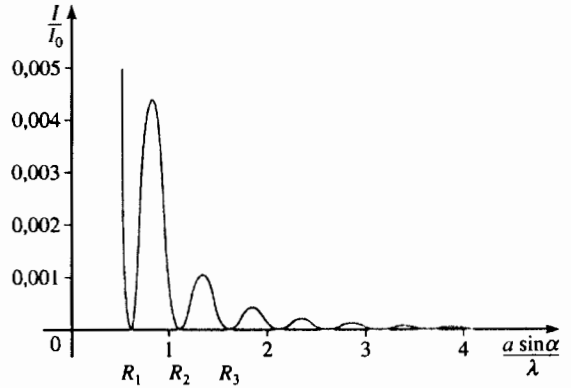
$$u_0 \approx 3,8; \quad u_1 \approx 7,0; \quad u_2 \approx 10,2; \quad u_3 \approx 13,3; \quad u_4 \approx 16,5; \\ u_5 \approx 19,6; \quad u_6 \approx 22,8.$$

Bán kính góc của vân tối đầu tiên là:

$$\frac{u_0}{ka} = \frac{3,8\lambda}{2\pi a} = 0,6 \frac{\lambda}{a}.$$

• Các cực đại thứ cấp của  $I(\alpha)$  gần như trùng với các cực trị của hàm  $J_1(ka \sin\alpha)$ . Theo đó thì của  $J_1$ , chúng sẽ tương ứng với các giá trị dưới đây:

$ka \sin\alpha$	5,5	8,6	11,7	14,8	18,0	21,1	24,2
$\frac{I}{I_0}$	$4,2 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-4}$	$7 \cdot 10^{-5}$	$4 \cdot 10^{-5}$



2) Công suất nhiễu xạ tại vô cực trong góc đặc  $d\Omega$  là:

$$d\mathcal{P} = AI(\alpha)d\Omega = AI(\alpha)2\pi \sin\alpha d\alpha \approx AI(\alpha)2\pi\alpha d\alpha$$

Đặt  $u = k\alpha a$ , ta được:

$$\mathcal{R} = K' \int_0^{u_0} \frac{(J_1(u))^2}{u} du; \quad \mathcal{A} = K' \int_0^{u_1} \frac{(J_1(u))^2}{u} du;$$

$$\mathcal{B} = K' \int_0^{u_2} \frac{(J_1(u))^2}{u} du.$$

3) Để tính toán gần đúng, người ta giả sử rằng đối với mỗi đỉnh:

•  $\frac{J_1^2(u)}{u}$  là một đỉnh có cực đại trùng với cực trị của hàm  $J_1(u)$ ;

• tích phân trên tỉ lệ với cực đại này nhân với độ rộng  $\Delta u$  của đỉnh.

Phương gần đúng này sẽ cho ta:

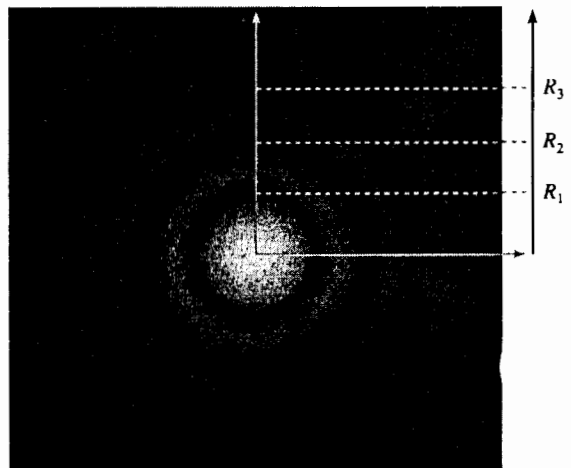
$$\frac{\mathcal{A}}{\mathcal{B}} \approx \frac{0,32^2 \times (7-3,8)}{5,5} = 9 \cdot 10^{-2} \\ \frac{\mathcal{A}}{\mathcal{B}} \approx \frac{0,58^2}{2,0} \times 3,8$$

và năng lượng  $\frac{\mathcal{A}}{\mathcal{B}} = 3,5 \cdot 10^{-2}$ .

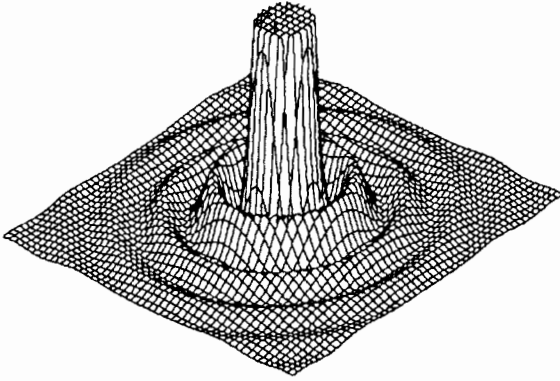
Để so sánh, kết quả tính toán chính xác các tích phân trên là:

$$\frac{\mathcal{A}}{\mathcal{B}} = 8,6 \cdot 10^{-2} \quad \text{và} \quad \frac{\mathcal{A}}{\mathcal{B}} = 3,3 \cdot 10^{-2}.$$

Đáng vẽ của hình nhiễu xạ và sự rõ nét của các tia "đen".



Sự tương tượng hình dáng đường cong phân bố cường độ sáng



**12** 1) a)  $t(X) = t_0 + \mu I_0 \left[ T_1 \left( \frac{X}{Y} \right) + T_2 \left( \frac{X}{Y} \right) \right]$ .

b) Hình nhiễu xạ gồm 5 đỉnh tương ứng với các tần số của các hàm hình sin tạo thành hàm  $t(X)$ . Các đỉnh này định tâm tại các hoành độ:

$$0, \pm \gamma \frac{\lambda f'}{2\pi} \alpha_1 \text{ và } \pm \gamma \frac{\lambda f'}{2\pi} \alpha_2.$$

Nếu  $\alpha_1$  xấp xỉ  $\alpha_2$  thì các đỉnh này sẽ chồng lấn lên nhau và không thể phân tách được. Do đó, ta không thể phân tách được 2 ảnh như một tấm chắn ở  $\Gamma$ .

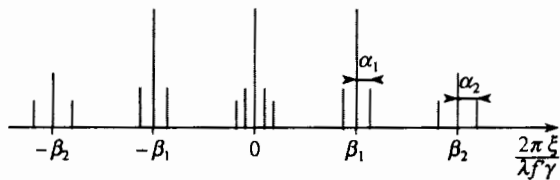
2) a)  $t(X) = t_0 + \mu I_0 \left[ T_1 \left( \frac{X}{Y} \right) G_1 \left( \frac{X}{Y} \right) + T_2 \left( \frac{X}{Y} \right) G_2 \left( \frac{X}{Y} \right) \right]$ .

b) Người ta phân tích  $t(X)$  thành các hàm hình sin:

$$t(X) = t_0 + \mu I_0 a_1 \left[ 1 + g_1 \cos \left( \alpha_1 \frac{X}{Y} + \varphi_1 \right) + \cos \left( \beta_1 \frac{X}{Y} \right) + \frac{1}{2} g_1 \cos \left( (\beta_1 - \alpha_1) \frac{X}{Y} - \varphi_1 \right) + \frac{1}{2} g_1 \cos \left( (\beta_1 + \alpha_1) \frac{X}{Y} + \varphi_1 \right) \right] + \mu I_0 a_2 \left[ 1 + g_2 \cos \left( \alpha_2 \frac{X}{Y} + \varphi_2 \right) + \cos \left( \beta_2 \frac{X}{Y} \right) + \frac{1}{2} g_2 \cos \left( (\beta_2 - \alpha_2) \frac{X}{Y} - \varphi_2 \right) + \frac{1}{2} g_2 \cos \left( (\beta_2 + \alpha_2) \frac{X}{Y} + \varphi_2 \right) \right].$$

Hình nhiễu xạ gồm có các đỉnh định tâm trên các tần số xuất hiện trong khai triển này. Một cách chính xác hơn, các đỉnh này định tâm tại các hoành độ:

$$0; \pm \gamma \frac{\lambda f'}{2\pi} \alpha_1; \pm \gamma \frac{\lambda f'}{2\pi} \beta_1; \pm \gamma \frac{\lambda f'}{2\pi} (\beta_1 + \alpha_1); \pm \gamma (\beta_1 - \alpha_1); \pm \gamma \frac{\lambda f'}{2\pi} \alpha_2; \pm \gamma \frac{\lambda f'}{2\pi} \beta_2; \pm \gamma \frac{\lambda f'}{2\pi} (\beta_2 + \alpha_2); \pm \gamma \frac{\lambda f'}{2\pi} (\beta_2 - \alpha_2);$$



c) Hai nhóm ba đỉnh định tâm ở  $\pm \beta_1$  là phân biệt được với các nhóm khác và có thể được lọc lựa ra nhờ một màn không trong suốt, có đục hai khe định tâm tại  $\pm \frac{\lambda f'}{2\pi} \beta_1$ .

Sóng ló ra khi đó sẽ đồng nhất với sóng bị nhiễu xạ qua một vật có độ trong suốt về biên độ là:

$$t'(x) = \mu I_0 a_1 \left[ \cos(\beta_1 x) + \frac{1}{2} g_1 \cos((\beta_1 - \alpha_1)x - \varphi_1) + \frac{1}{2} g_1 \cos((\beta_1 + \alpha_1)x + \varphi_2) \right],$$

hay  $t'(x) = \mu I_0 a_1 \cos(\beta_1 x) [1 + g_1 \cos(\alpha_1 x + \varphi_1)]$ .

Cường độ sáng sau khi lọc tỉ lệ với  $[t'(x)]^2$  và là một hàm có chu kì không gian  $\frac{2\pi}{\alpha_1}$  nhưng bị biến điệu bởi số hạng  $\cos^2(\beta_1 x)$ .

d) Sóng ló ra khi đó đồng nhất với sóng bị nhiễu xạ qua một vật có độ trong suốt về biên độ phức là:

$$t_{\perp}'(x) = \frac{1}{2} \mu I_0 a_1 \left[ \exp(i\beta_1 x) + \frac{1}{2} g_1 \exp[i((\beta_1 - \alpha_1)x - \varphi_1)] + \frac{1}{2} g_1 \exp[i((\beta_1 + \alpha_1)x + \varphi_1)] \right],$$

hay  $t_{\perp}'(x) = \frac{1}{2} \mu I_0 a_1 \exp(i\beta_1 x) [1 + g_1 \cos(\alpha_1 x + \varphi_1)]$ .

Cường độ tại một điểm của ảnh tỉ lệ với:

$$[1 + g_1 \cos(\alpha_1 x + \varphi_1)]^2 = T_1(x)^2.$$

Việc cường độ sáng tỉ lệ với  $T_1^2$  mà không tỉ lệ với  $T_1$  là điều không đáng ngạc nhiên lắm: hiệu số sẽ bằng 0 trong trường hợp ảnh được tạo bởi các phần đen hoặc phần trắng, và tính tuần hoàn vẫn được tôn trọng.

Khe phải cho qua ba đỉnh và lọc đi tất cả các đỉnh khác. Do đó, độ rộng của nó phải lớn hơn  $\gamma \frac{\lambda f'}{2\pi} \alpha_1$  và nhỏ hơn  $\gamma \frac{\lambda f'}{2\pi} |\beta_2 - \beta_1|$ .

e) Giả sử rằng  $\beta_2 > \beta_1$ . Cần phải ghi được lên phim các hàm tuần hoàn có chu kì xấp xỉ bằng  $\frac{2\pi}{\beta_2}$ . Ví dụ như ta có thể lấy tiêu chuẩn là:

$$\frac{2\pi}{\beta_2} \approx 100 \mu\text{m}.$$

Khi đó, ta sẽ phân biệt được rõ ràng với  $\frac{2\pi}{\beta_2} \approx 150 \mu\text{m}$ , và  $\alpha_1$  và  $\alpha_2$  đều lớn hơn 0,5 mm.

Một cách tổng quát hơn, cũng với những tiêu chuẩn như vậy, người ta có thể ghi nhận và phục hồi lại các vật thể mà các số hạng của khai triển chuỗi FOURIER của nó có chu kì lớn hơn 0,5 mm.

**13** 1) Trước hết, người ta tính biên độ  $\underline{s}_m(\theta)$  của sóng nhiễu xạ bởi vạch  $m$  mà tâm  $O_m$  của nó có hoành độ là  $x_m$ .

Vector sóng tới là  $\vec{k}_0 = k(\sin\theta_0 \vec{e}_x - \cos\theta_0 \vec{e}_y)$ .

Vector sóng ló theo phương  $\theta$  là:

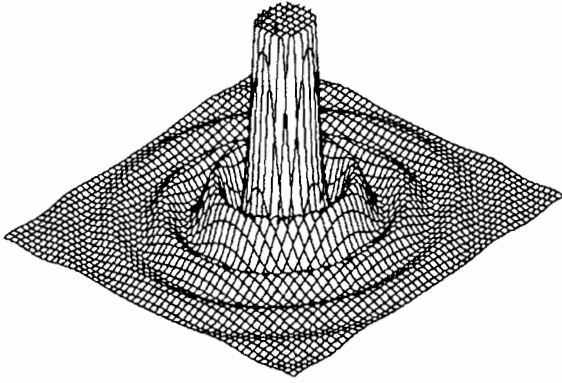
$$\vec{k} = k(-\sin\theta \vec{e}_x + \cos\theta \vec{e}_y).$$

Biên độ của sóng tới tại một điểm  $P$  có hoành độ  $x = x_m + \xi$  là:

$$\underline{s}_0(P) = \underline{s}_0(O_m) \exp(-i\vec{k}_0 \cdot \vec{OP}) = \underline{s}_0(O_m) \exp[-ik(\sin\theta_0 - \cos\theta_0 \tan\alpha) \xi].$$



Sự tương tự hình dáng đường cong phân bố cường độ sáng



**12** a)  $t(X) = t_0 + \mu I_0 \left[ T_1 \left( \frac{X}{\gamma} \right) + T_2 \left( \frac{X}{\gamma} \right) \right]$ .

b) Hình nhiễu xạ gồm 5 đỉnh tương ứng với các tần số của các hàm hình sin tạo thành hàm  $t(X)$ . Các đỉnh này định tâm tại các hoành độ:

$$0, \pm \gamma \frac{\lambda f'}{2\pi} \alpha_1 \text{ và } \pm \gamma \frac{\lambda f'}{2\pi} \alpha_2.$$

Nếu  $\alpha_1$  xấp xỉ  $\alpha_2$  thì các đỉnh này sẽ chồng lấn lên nhau và không thể phân tách được. Do đó, ta không thể phân tách được 2 ảnh như một tấm chắn ở  $\Pi$ .

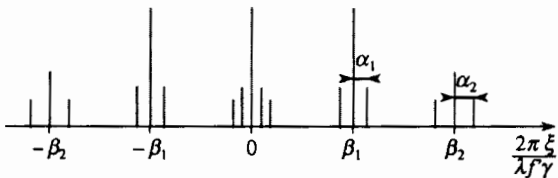
2) a)  $t(X) = t_0 + \mu I_0 \left[ T_1 \left( \frac{X}{\gamma} \right) G_1 \left( \frac{X}{\gamma} \right) + T_2 \left( \frac{X}{\gamma} \right) G_2 \left( \frac{X}{\gamma} \right) \right]$ .

b) Người ta phân tích  $t(X)$  thành các hàm hình sin:

$$t(X) = t_0 + \mu I_0 a_1 \left[ 1 + g_1 \cos \left( \alpha_1 \frac{X}{\gamma} + \varphi_1 \right) + \cos \left( \beta_1 \frac{X}{\gamma} \right) + \frac{1}{2} g_1 \cos \left( (\beta_1 - \alpha_1) \frac{X}{\gamma} - \varphi_1 \right) + \frac{1}{2} g_1 \cos \left( (\beta_1 + \alpha_1) \frac{X}{\gamma} + \varphi_1 \right) \right] + \mu I_0 a_2 \left[ 1 + g_2 \cos \left( \alpha_2 \frac{X}{\gamma} + \varphi_2 \right) + \cos \left( \beta_2 \frac{X}{\gamma} \right) + \frac{1}{2} g_2 \cos \left( (\beta_2 - \alpha_2) \frac{X}{\gamma} - \varphi_2 \right) + \frac{1}{2} g_2 \cos \left( (\beta_2 + \alpha_2) \frac{X}{\gamma} + \varphi_2 \right) \right].$$

Hình nhiễu xạ gồm có các đỉnh định tâm trên các tần số xuất hiện trong khai triển này. Một cách chính xác hơn, các đỉnh này định tâm tại các hoành độ:

$$0; \pm \gamma \frac{\lambda f'}{2\pi} \alpha_1; \pm \gamma \frac{\lambda f'}{2\pi} \beta_1; \pm \gamma \frac{\lambda f'}{2\pi} (\beta_1 + \alpha_1); \pm \gamma (\beta_1 - \alpha_1); \pm \gamma \frac{\lambda f'}{2\pi} \alpha_2; \pm \gamma \frac{\lambda f'}{2\pi} \beta_2; \pm \gamma \frac{\lambda f'}{2\pi} (\beta_2 + \alpha_2); \pm \gamma \frac{\lambda f'}{2\pi} (\beta_2 - \alpha_2);$$



c) Hai nhóm ba đỉnh định tâm ở  $\pm \beta_1$  là phân biệt được với các nhóm khác và có thể được lọc lựa ra nhờ một màn không trong suốt, có đục hai khe định tâm tại  $\pm \frac{\lambda f'}{2\pi} \beta_1$ .

Sóng ló ra khi đó sẽ đồng nhất với sóng bị nhiễu xạ qua một vật có độ trong suốt về biên độ là:

$$t'(x) = \mu I_0 a_1 \left[ \cos(\beta_1 x) + \frac{1}{2} g_1 \cos((\beta_1 - \alpha_1)x - \varphi_1) + \frac{1}{2} g_1 \cos((\beta_1 + \alpha_1)x + \varphi_2) \right],$$

hay  $t'(x) = \mu I_0 a_1 \cos(\beta_1 x) [1 + g_1 \cos(\alpha_1 x + \varphi_1)]$ .

Cường độ sáng sau khi lọc tỉ lệ với  $[t'(x)]^2$  và là một hàm có chu kỳ không gian  $\frac{2\pi}{\alpha_1}$  nhưng bị biến điệu bởi số hạng  $\cos^2(\beta_1 x)$ .

d) Sóng ló ra khi đó đồng nhất với sóng bị nhiễu xạ qua một vật có độ trong suốt về biên độ phức là:

$$\underline{t}'(x) = \frac{1}{2} \mu I_0 a_1 \left[ \exp(i\beta_1 x) + \frac{1}{2} g_1 \exp[i((\beta_1 - \alpha_1)x - \varphi_1)] + \frac{1}{2} g_1 \exp[i((\beta_1 + \alpha_1)x + \varphi_1)] \right],$$

hay  $\underline{t}'(x) = \frac{1}{2} \mu I_0 a_1 \exp(i\beta_1 x) [1 + g_1 \cos(\alpha_1 x + \varphi_1)]$ .

Cường độ tại một điểm của ảnh tỉ lệ với:

$$[1 + g_1 \cos(\alpha_1 x + \varphi_1)]^2 = T_1(x)^2.$$

Việc cường độ sáng tỉ lệ với  $T_1^2$  mà không tỉ lệ với  $T_1$  là điều không đáng ngạc nhiên lắm: hiệu số sẽ bằng 0 trong trường hợp ảnh được tạo bởi các phần đen hoặc phần trắng, và tính tuần hoàn vẫn được tôn trọng.

Khe phải cho qua ba đỉnh và lọc đi tất cả các đỉnh khác. Do đó, độ rộng của nó phải lớn hơn  $\gamma \frac{\lambda f'}{2\pi} \alpha_1$  và nhỏ hơn  $\gamma \frac{\lambda f'}{2\pi} |\beta_2 - \beta_1|$ .

e) Giả sử rằng  $\beta_2 > \beta_1$ . Cần phải ghi được lên phim các hàm tuần hoàn có chu kỳ xấp xỉ bằng  $\frac{2\pi}{\beta_2}$ . Ví dụ như ta có thể lấy tiêu chuẩn là:

$$\frac{2\pi}{\beta_2} = 100 \mu\text{m}.$$

Khi đó, ta sẽ phân biệt được rõ ràng với  $\frac{2\pi}{\beta_2} = 150 \mu\text{m}$ , cả  $\alpha_1$  và  $\alpha_2$  đều lớn hơn 0,5 mm.

Một cách tổng quát hơn, cũng với những tiêu chuẩn như vậy, người ta có thể ghi nhận và phục hồi lại các vật thể mà các số hạng của khai triển chuỗi FOURIER của nó có chu kỳ lớn hơn 0,5 mm.

**13** 1) Trước hết, người ta tính biên độ  $\underline{s}_m(\theta)$  của sóng nhiễu xạ bởi vạch m mà tâm  $O_m$  của nó có hoành độ là  $x_m$ .

Vector sóng tới là  $\vec{k}_0 = k(\sin\theta_0 \vec{e}_x - \cos\theta_0 \vec{e}_y)$ .

Vector sóng ló theo phương  $\theta$  là:

$$\vec{k} = k(-\sin\theta \vec{e}_x + \cos\theta \vec{e}_y).$$

Biên độ của sóng tới tại một điểm P có hoành độ  $x = x_m + \xi$  là:

$$\underline{s}_0(P) = \underline{s}_0(O_m) \exp(-i\vec{k}_0 \cdot \vec{OP}) = \underline{s}_0(O_m) \exp[-ik(\sin\theta_0 - \cos\theta_0 \tan\alpha \xi)].$$

Nếu  $M$  là một điểm ở vô cực, theo phương  $\theta$  thì:

$\varphi_{P \rightarrow M} = \varphi_{O \rightarrow M} + \vec{k} \cdot \vec{OP}$ , hay áp dụng nguyên lý HUYGENS - FRESNEL ta được:

$$\begin{aligned} \underline{s}_m(M) &= \underline{K}_{S_0}(O_m) \int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}} \exp[-i(\vec{k} - \vec{k}_0) \cdot \vec{OP} d\xi] \\ &= \underline{K}_{S_0}(O_m) \sin cu. \end{aligned}$$

với  $u = \frac{\pi a}{\lambda} [(\sin\theta + \sin\theta_0) - (\cos\theta + \cos\theta_0) \tan\alpha]$

$$= \frac{\pi a}{\lambda \cos\alpha} [\sin(\theta - \alpha) + \sin(\theta_0 - \alpha)].$$

Đặt  $\psi = \frac{2\pi a}{\lambda} (\sin\theta + \sin\theta_0)$ , biên độ sóng nhiễu xạ qua  $N$  vạch là:

$$\begin{aligned} \underline{s}(\theta) &= \underline{K}_{S_0}(O) \sin cu \sum_{m=0}^{N-1} \exp(i\vec{k} - \vec{k}_0) \cdot \vec{OO}_m \\ &= \underline{K}_{S_0}(O) \sin cu \frac{\sin \frac{N\psi}{2}}{\sin \frac{\psi}{2}}; \end{aligned}$$

$$I(\theta) = I_0 F_D(\theta) F_I(\theta) \text{ với } F_D(\theta) = (\sin cu)^2 \text{ và } F_I = \frac{\sin^2 \frac{N\psi}{2}}{\sin^2 \frac{\psi}{2}}.$$

2) Số hạng nhiễu xạ  $F_I(\theta)$  cực đại khi  $u = 0$  hay:

$$\theta = \theta_m = -\theta_0 + 2\alpha.$$

Số hạng giao thoa  $F_D(\theta)$  có các cực đại chính ứng với:

$$\sin \theta_p = -\sin \theta_0 + p \frac{\lambda}{a}.$$

Do đó, bậc  $P$  sẽ được tại tiền nếu  $\theta_p = \theta_m$  hay nếu  $\theta_p$  nằm ứng với phương của các tia phản xạ theo định luật quang hình học.

Tại bậc 1,  $\sin \theta_1 = -\sin \theta_0 + \frac{\lambda}{a}$  và  $\theta_1 = \theta_m$ , nên ta có:

$$\cos(\theta_0 - \alpha) = \frac{\lambda}{2a \sin \alpha}.$$

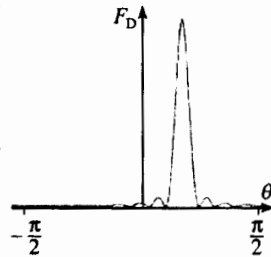
Chẳng hạn khi  $a = 2\lambda$  (cách từ 1000 vạch/mm đối với bước sóng

$$\lambda = 0,5 \mu\text{m}), \alpha = \frac{\pi}{6}.$$

Ta được:  $\theta_0 = \theta_1 = \theta_m = \frac{\pi}{6}$ .

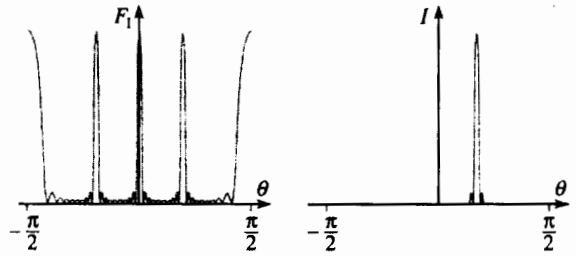
Trong trường hợp đặc biệt này, phương của bậc 1 là phương của sóng tới.

Để làm ví dụ, người ta biểu diễn lần lượt  $F_D(\theta)$ ,  $F_I(\theta)$  và  $I(\theta)$  với:



$$\alpha = \theta_0 = \frac{\pi}{6}, a = 2\lambda \text{ và } N = 10.$$

(giá trị là rất nhỏ so với các trường hợp thực tế để làm cho thấy rõ các chi tiết của hàm  $F_I(\theta)$ ). Ta thấy ngay rằng hầu như toàn bộ các quang thông nhiễu xạ là tập trung ở bậc 1.



**14\*\*** Để áp dụng nguyên lý HUYGENS - FRESNEL cho việc tính cường độ sáng tại một điểm  $M$  của mặt phẳng quan sát đi qua  $S$ , cần phải tính  $\varphi_P(M)$  - pha tại  $M$  của sóng thứ cấp phát ra từ điểm  $P$  của  $S$ :

$$\varphi_P(M) = \varphi_0 - \frac{2\pi}{\lambda} (SP - L_{PM}).$$

Giả sử  $M_0$  là điểm liên hợp của  $M$  qua thấu kính  $\mathcal{L}$ . Quang lộ giữa  $M_0$  và  $M$  là một hằng số  $L_0(M)$ , độc lập với tia sáng phát ra từ  $M_0$  và do đó ta có:

$$L_{PM} = L_0(M) - M_0P.$$

Cuối cùng,  $\varphi_P(M)$  được viết dưới dạng:

$$\varphi_P(M) = \varphi_0(M) - \frac{2\pi}{\lambda} (SP - SO - M_0P + M_0O).$$

Nếu kí hiệu  $(X_0, Y_0)$ ,  $(X, Y)$  và  $(x, y)$  là các tọa độ của  $M_0$ ,  $M$  và  $P$  thì dùng lại ở bậc 2, ta được:

$$M_0P = a \left[ 1 + \frac{(x - X_0)^2}{2a^2} + \frac{(y - Y_0)^2}{2a^2} \right];$$

$$M_0O = a \left[ 1 + \frac{X_0^2}{2a^2} + \frac{Y_0^2}{2a^2} \right];$$

$$SP = a \left( 1 + \frac{x^2}{2a^2} + \frac{y^2}{2a^2} \right); SO = a;$$

Từ đó suy ra:

$$\varphi_P(M) = \varphi_0(M) + \frac{2\pi}{\lambda a} (xX + yY),$$

hay (với  $\frac{X_0}{d} = \frac{X}{d}$  và  $\frac{Y_0}{d} = \frac{Y}{d}$ , vì  $M_0$  và  $M$  là hai điểm liên hợp):

$$\varphi_P(M) = \varphi_0(M) + \frac{2\pi d}{\lambda ad} (xX + yY).$$

Do đó, biên độ sáng đồng nhất với biên độ sáng đã được xác định đối với nhiễu xạ FRAUNHOFER của một sóng phẳng, tới vuông góc:

$$\underline{s}(M, t) = K \varepsilon_0 \exp[i(\omega + \varphi_0(M))] \iint_{\Sigma} t(x, y) \exp\left[i \frac{2\pi}{\lambda} \frac{d}{ad} (Xx + Yy)\right] dx dy.$$

Người ta cũng có thể chứng minh được kết quả tương tự nếu như nguồn  $S$  không nằm trên quang trục.

**15\*\*** 1) Vì  $N$  lớn nên các đỉnh nằm ứng với các họa ba của hàm răng lược hoàn toàn tách biệt nhau. Do đó, người ta có thể chặn được chúng một cách riêng biệt. Trong mẫu phẳng  $\Pi$ , các đỉnh này nằm ở các hoành độ:

$$X_p = p \frac{\lambda f'}{a}.$$

Chỉ tồn tại các họa ba bậc lẻ:

$$\frac{\lambda f'}{a} = 0,1 \text{ mm.}$$

Do đó, cần phải che những miền của mặt phẳng  $\Pi$  có tọa độ:

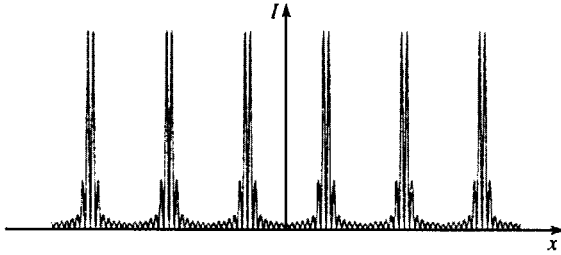
- bao gồm giữa  $-1$  mm đến  $+1$  mm để loại trừ các họa ba cho đến bậc 9.
- lớn hơn  $6$  mm và nhỏ hơn  $-6$  mm để loại trừ các họa ba có bậc lớn hơn 59.

Sóng truyền qua  $\Pi$  giống như sóng phát ra từ một lỗ nhiều xạ có hàm truyền qua bằng tổng của các họa ba từ bậc 11 đến bậc 59.

Cường độ sáng trên màn là:

$$I = I_0 \left[ \sum_{p=11}^{59} A_p \cos\left(p \frac{2\pi ax}{\lambda}\right) \right]^2.$$

với  $A_p = 0$  nếu  $p$  chẵn và  $A_p = \frac{2(-1)^p}{\pi |p|}$  nếu  $p$  lẻ.



Điều đó tương ứng với một vạch sáng mảnh nằm ở hai mép của dải không trong suốt, phù hợp với thí nghiệm Striô.

$$2) \frac{\lambda f'}{a} = 0,1 \text{ mm.}$$

Để chỉ giữ lại giá trị trung bình, cần phải loại bỏ tất cả các họa ba.

Muốn vậy, người ta phải đặt tại mặt phẳng  $\Pi$  một màn không trong suốt, trên đó có một khe định tâm tại gốc tọa độ, rộng là  $1$  mm.

3)  $\frac{\lambda f'}{a} = 0,4$  mm. Để chỉ giữ lại họa ba bậc 1, cần phải đặt tại mặt phẳng  $\Pi$  một màn không trong suốt, trên đó có hai khe có độ rộng xấp xỉ bằng  $0,4$  mm và định tâm tại  $X = \pm 0,4$  mm.

$$\text{Khi đó } I = I_0 \cos^2\left(p \frac{2\pi ax}{\lambda}\right).$$

Ảnh thu được trên màn có dạng hình sin và về cường độ, có tần số gấp đôi tần số của ảnh không bị lọc.

# GIÁO TRÌNH THỰC TẬP: GIAO THOA KẾ MICHELSON

# 7

## Mở đầu

*ALBERT MICHELSON, sinh năm 1852 tại Ba Lan và mất năm 1931 tại Chicago, rất nổi tiếng về những nghiên cứu trong quang học thực nghiệm.*

*Ông đã được nhận giải thưởng NOBEL vào năm 1907.*

*Năm 1893, ông đã thực hiện việc chuyển đổi mẫu mét thành số bước sóng của một vạch cadmium, và đã mở ra việc sử dụng những đơn vị độ dài mới.*

*Năm 1881 và 1887, ông đã dùng giao thoa kế của mình nhằm phát hiện ra sự biến đổi của vận tốc ánh sáng theo hướng truyền tia sáng. Sự thất bại của ý định thực nghiệm này đã cho phép đưa ra định luật về sự bất biến của vận tốc ánh sáng làm cơ sở cho thuyết tương đối hẹp.*

## M U C T I Ê U

- Hiểu rõ về mặt lí thuyết hoạt động của giao thoa kế.
- Sử dụng thành thạo thiết bị.
- Áp dụng vào việc nghiên cứu các bề mặt và bản mỏng.

## ĐIỀU CẦN BIẾT TRƯỚC

- Nguyên lí giao thoa kế MICHELSON.
- Tính kết hợp không gian.
- Tính kết hợp thời gian.

# 1 Mô tả thiết bị

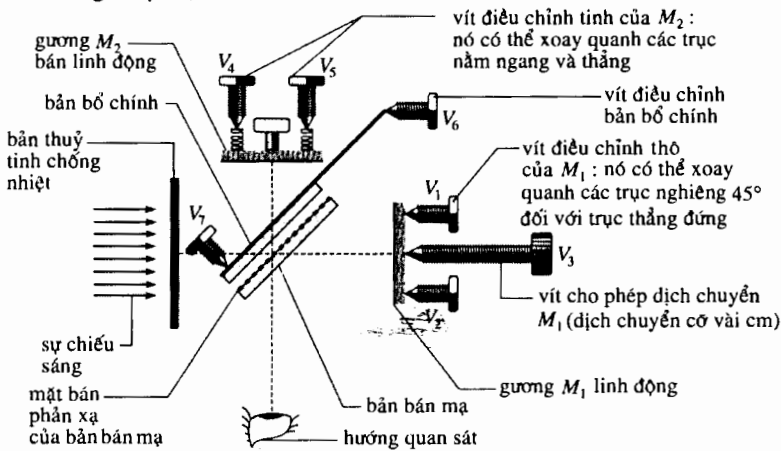
Các giao thoa kế MICHELSON khác nhau được trình bày ở phụ lục 2.

Hình 1 là sơ đồ dụng cụ nhìn từ trên xuống.

Ta có thể phân biệt được những bộ phận chính như sau:

- ba bản thủy tinh: bản thủy tinh chống nhiệt, bản bán mạ và bản bổ chính;
  - hai gương phẳng  $M_1$  và  $M_2$ ;
  - các vít điều chỉnh khác nhau của giao thoa kế được đánh số từ  $V_1$  đến  $V_7$ ;
- Trừ vít  $V_3$ , tất cả những vít này đều là những vít điều chỉnh:
- $V_1$  và  $V_2$  cho phép điều chỉnh thô sự định hướng của  $M_1$ ;
  - $V_4$  và  $V_5$  cho phép điều chỉnh tinh sự định hướng của  $M_2$ ;
  - $V_7$  cho phép điều chỉnh sự định hướng của bản bổ chính quanh một trục nằm ngang.
  - $V_6$  cho phép điều chỉnh sự định hướng của bản bổ chính quanh một trục thẳng đứng: sự điều chỉnh này có thể ghi nhớ được vì vít số 6 được chia độ.

Cuối cùng, vít  $V_3$  cho phép tịnh tiến gương  $M_1$  (đôi khi còn được gọi là bề trượt) và cũng có thể định vị được bằng thước chia độ (một độ chia của du xích bằng  $10 \mu\text{m}$ ).



Hình 1. Mô tả giao thoa kế MICHELSON.

## 2 Điều chỉnh giao thoa kế

### 2.1. Điều chỉnh bản bổ chính

#### 2.1.1. Nguyên lí

Để cho cả hai đường truyền sóng đồng nhất với nhau, bản bổ chính cần phải song song với bản bán mạ. Nếu như điều kiện này không được thực hiện thì ảnh của một vật qua hai bản này sẽ bị lệch nhau do phản xạ kí sinh giữa bản bổ chính và bản bán mạ.

Để điều chỉnh cho hai bản song song ta sẽ làm chông khít các ảnh của một vật ở xa bằng cách điều chỉnh các vít 6 và 7. Trong một số giao thoa kế, sự điều chỉnh này được làm một lần duy nhất và không thay đổi được.

### 2.1.2. Vật sáng

Các ảnh thứ cấp do phản xạ trên bản bố chính thường kém sáng hơn ảnh chính. Để phân biệt chúng một cách rõ ràng, ta có thể dùng những vật sáng sau:

- một lỗ chắn sáng được rọi sáng hoặc một vật có độ tương phản lớn và được rọi sáng mạnh (ví dụ như một hình chữ thập đen vạch trên một tờ giấy trắng);
- một chùm tia laser tương đương với một vật điểm nằm ở vô cực.

Trong một số giao thoa kế, các mặt của bản bán mạ và bản bố chính được phủ lớp khử phản xạ; và sự điều chỉnh cân phải được tiến hành với một laser và chiếu lên trên màn bởi vì cường độ vết thứ hai sẽ quá yếu nếu như dùng nguồn sáng cổ điển.

### 2.1.3. Quan sát

- Có thể chiếu ảnh của lỗ chắn sáng lên màn (h.2).
- Ta có thể quan sát trực tiếp bằng mắt thường một lỗ chắn sáng được rọi sáng đặt ở cách vài mét (h.3). Đó là phương pháp đơn giản nhất.
- Với một nguồn laser, ta chỉ cần quan sát vết của chùm tia laser ở trên màn.

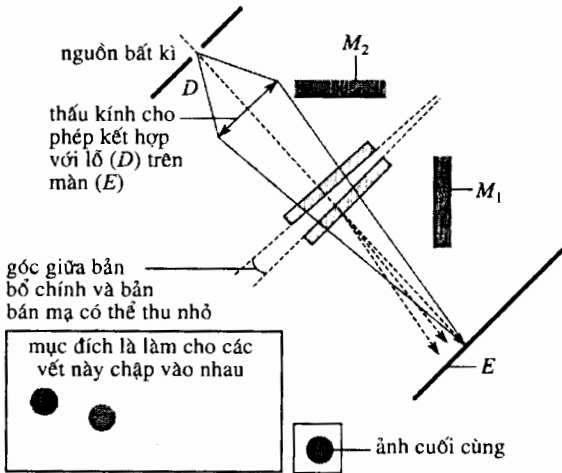
**Quy phạm an toàn:** nghiêm cấm quan sát trực tiếp khi dùng nguồn laser.

### 2.1.4. Góc chiếu sáng

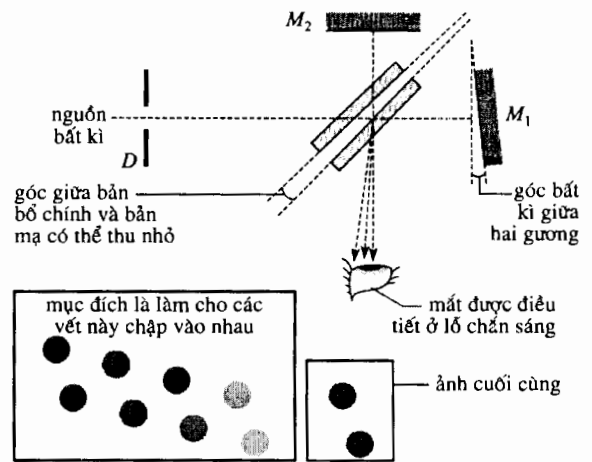
Có thể dùng hai góc chiếu sáng:

- không đi qua các gương (h.2);
- sử dụng sự phản xạ trên các gương (h.3).

Nên dùng phương pháp thứ nhất bởi vì nó tránh được những ảnh kí sinh do phản xạ trên các gương. Tuy nhiên, trong một số giao thoa kế, phương pháp này không dùng được vì lí do công kênh.



**Hình 2.** Một cách điều chỉnh bản bố chính không dùng các tia phản xạ trên gương  $M_1$  và  $M_2$ .



**Hình 3.** Một cách điều chỉnh bản bố chính khác có sử dụng sự phản xạ trên các gương  $M_1$  và  $M_2$ .

# Áp dụng 1

## Độ chính xác của sự điều chỉnh

Khoảng cách giữa hai ảnh của một lỗ chắn sáng trên một màn đặt cách bản bố chính 1 m là vào khoảng 1 mm.

Góc giữa bản bố chính và bản bán mạ là bao nhiêu?

Sự quay bản bố chính 1 góc  $\alpha$  so với vị trí song song của nó làm cho tia phản xạ quay một góc  $2\alpha$ . Do đó, góc  $2\alpha$  này vào khoảng  $10^{-3}$  rad. Từ đó suy ra  $\alpha \approx 5 \cdot 10^{-4}$  rad (nghĩa là vào khoảng 2 phút góc). Cần phải cố gắng để ít nhất cũng đạt được độ chính xác này.

Nếu có thể, nên điều chỉnh bản bố chính bằng phương pháp quan sát trực tiếp không qua các gương một lỗ chắn sáng đặt cách giao thoa kế vài mét. Ta sẽ thấy một tập hợp các ảnh (đọc theo một đường thẳng) của lỗ chắn sáng này và tìm cách chồng khít các ảnh này nhờ những vít định hướng bản bố chính.

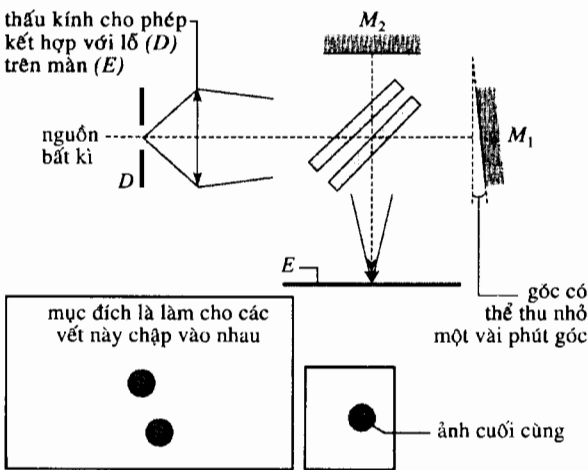
Nếu vít  $V_6$  có trang bị du xích thì ta có thể ghi lại số chỉ của du xích này. Như vậy, trong trường hợp do vô tình hay cố ý, vít điều chỉnh  $V_6$  bị thay đổi thì vị trí ban đầu của bản bố chính cũng được đặt lại một cách nhanh chóng.

## 2.2. Điều chỉnh sự "song song" của hai gương

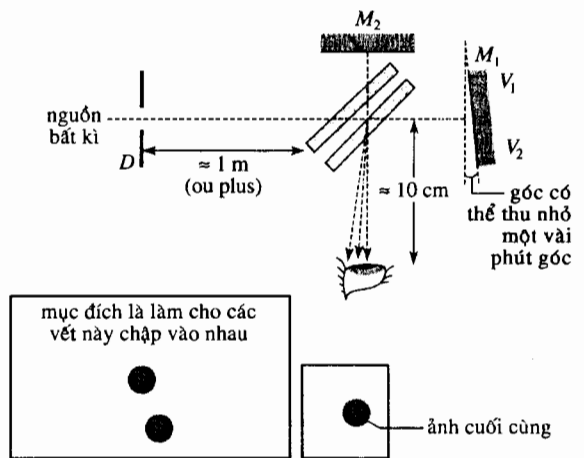
### 2.2.1. Nguyên lí

Mục đích của sự điều chỉnh này là tạo ra một bản không khí hai mặt song song giữa gương  $M_2$  và ảnh  $M_1'$  của gương  $M_1$  qua bản bán mạ.

Ta bắt đầu bằng cách làm chồng khít các ảnh của một vật đặt ở vô cùng bằng cách điều chỉnh các vít 1 và 2 (điều chỉnh thô), sau đó ta tinh chỉnh bằng cách quan sát những vân giao thoa tạo ra bởi bản không khí giữa  $M_2$  và  $M_1'$ .



**Hình 4.** Điều chỉnh hình học sự song song của hai gương nhờ các ốc vít  $V_1$  và  $V_2$ , bằng cách chiếu lên trên màn.



**Hình 5.** Điều chỉnh hình học sự song song của hai gương nhờ các ốc vít  $V_1$  và  $V_2$ , bằng quan sát trực tiếp bằng mắt thường.

### 2.2.2. Điều chỉnh quang hình

Ta tạo ảnh của một lỗ chắn sáng lên màn (h.4) hoặc quan sát nó trực tiếp bằng mắt thường sau khi đã đặt nó cách giao thoa kế vài mét (h.5). Phương pháp thứ hai là phương pháp đơn giản hơn.

- Đặt các vít chỉnh tinh (vít 4 và 5) ở vị trí nửa hành trình để có khoảng chỉnh tinh đủ rộng.
- Làm chông khí hai vết quan sát được bằng cách điều chỉnh các vít chỉnh thô (vít 1 và 2).

Giống như trong trường hợp điều chỉnh bản bố chính, ta có thể quan sát trực tiếp lỗ chắn sáng qua giao thoa kế (h.5) hoặc tạo ảnh của nó ở trên màn (h.4).

### 2.2.3. Điều chỉnh quang sóng

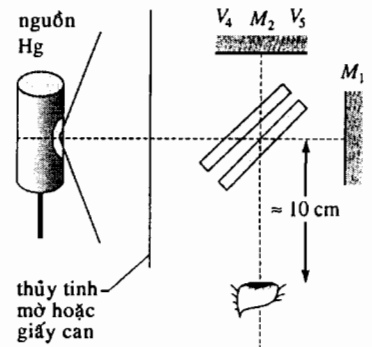
Để quan sát giao thoa gây ra do bản không khí giữa  $M_2$  và  $M_1'$ , độ dài kết hợp của nguồn cần phải lớn hơn hiệu đường đi. Trước hết cần phải làm sao cho hai nhánh của giao thoa kế có độ dài gần bằng nhau. Điều đó có thể đạt được bằng vít tinh tiến gương  $M_1$ .

Đặt một đèn hơi thủy ngân ngay ở lối vào của giao thoa kế (gắn bản thủy tinh chống nhiệt, nếu có) và đặt xen vào giữa chúng một tấm kính mờ hoặc một tờ giấy can để khuếch tán ánh sáng. Khi hai gương song song với nhau ta phải quan sát các vân giao thoa tròn định xứ tại vô cực.

Vì vậy, cần phải điều tiết mắt ở vô cực chứ không phải trên nguồn sáng hoặc trên các gương. Nói chung, ta làm được điều đó bằng cách đặt mắt ở rất gần lối ra của giao thoa kế (h.6). Trong giai đoạn điều chỉnh này, ta phải thấy được các vân giao thoa khá sát nhau hoặc một phần các vân tròn. Bằng cách điều chỉnh thật nhẹ nhàng các vít chỉnh thô, ta cần phải thu được hầu hết các vân tròn.

Nếu ta không nhìn thấy các vân giao thoa (chú ý rằng cần phải nhìn chúng ở vô cực), sự điều chỉnh quang hình học và cần phải xem xét lại sự điều chỉnh ban đầu hiệu đường đi.

Các vân giao thoa có thể chạy đi chạy lại khi ta di chuyển đầu của mình theo phương nằm ngang và phương thẳng đứng. Đôi khi, các vân giao thoa dường như hiện ra từ tâm hệ vân và mở rộng ra (như những gợn sóng ở trên mặt nước) hoặc ngược lại, co sát lại. Khi đó, vừa dịch chuyển đầu của mình vừa điều chỉnh các vít chỉnh tinh (các vít 4 và 5) cho đến khi các vân giao thoa không còn chạy đi chạy lại nữa.



Hình 6. Điều chỉnh sóng sự song song của hai gương các vít  $V_4$  và  $V_5$ .

## Áp dụng 2

### Sự ổn định các vân giao thoa

*Khi di chuyển đầu của mình, người làm thí nghiệm thấy tâm của hệ vân chuyển từ một cực đại cường độ sang một cực tiểu cường độ. Người đó cũng thấy tâm hệ vân dịch chuyển như vậy khi dịch chuyển từ đầu này sang đầu kia của thị trường, do đó trên toàn độ rộng của các gương, nghĩa là trên một khoảng 2 cm.*

*Biến thiên hiệu đường đi giữa hai vị trí này là bao nhiêu?*

*Góc giữa hai gương khi đó bằng bao nhiêu?*

Hiệu đường đi biến thiên một lượng là  $\frac{\lambda}{2}$ , do đó

độ dày của bản không khí biến thiên khoảng  $\frac{\lambda}{4}$ .

Góc giữa hai gương khi đó sẽ nhỏ hơn  $10^{-5}$  radian. Ta cần phải đạt được ít nhất độ chính xác này. Nếu đã hết sức cố gắng mà các vân giao thoa vẫn chạy đi chạy lại thì đó là vì các gương có khuyết tật về độ phẳng của gương. Nói chung, khuyết tật phải nhỏ hơn  $\frac{\lambda}{20}$  (theo số liệu của nhà chế tạo).

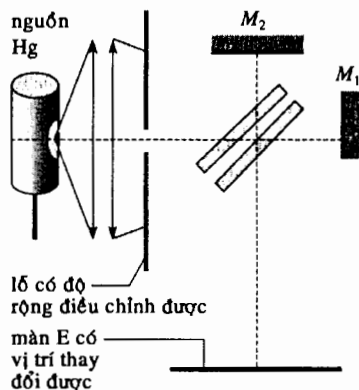


Sau khi đã điều chỉnh cho hai nhánh của giao thoa kế gần bằng nhau, việc điều chỉnh sự song song các gương (trên thực tế là sự song song của gương  $M_2$  và ảnh  $M_1'$  của  $M_1$  qua bản bán mạ) được tiến hành theo hai bước.

- Nhờ các vít chỉnh thô, ta làm trùng khít hai ảnh của một vật sáng đặt ở cách giao thoa kế vài mét.

- Sau đó ta chiếu sáng giao thoa kế bằng một đèn hơi thủy ngân và một bản khuếch tán (giấy can), điều tiết mắt ở vô cực để quan sát các vân giao thoa. Nhờ các vít chỉnh tinh, ta làm như thế nào để cho các vân không chạy đi chạy lại khi di chuyển đầu của mình.

Một trình tự điều chỉnh khác được thảo luận đầy đủ và trình bày ở mục §.6.



Hình 7. Sơ đồ thí nghiệm của sự tương phản của các vân giao thoa.

## 3 Các thí nghiệm với giao thoa kế được điều chỉnh thành bản không khí hai mặt song song

### 3.1. Sự định xứ ở vô cực

#### 3.1.1. Sự mở rộng nguồn sáng

Sơ đồ thí nghiệm được mô tả trên hình 7. Người ta sử dụng nguồn sáng là một đèn hơi thủy ngân.

- Với một nguồn gần như là nguồn điểm (lỗ chắn sáng nhỏ nhất có thể được), ta quan sát được những vân giao thoa trên một màn ảnh đặt tại lối ra. Các vân này rất rõ nét và tương phản với mọi vị trí của màn.

- Từ từ mở rộng lỗ chắn sáng: để vẫn có thể thu được hệ vân rõ nét cần phải đưa dần màn ra xa.

- Với một nguồn rất rộng, ta sẽ thu được hệ vân rất rõ nét trên màn với điều kiện là phải đặt màn ở tiêu điểm ảnh của một thấu kính hội tụ có tiêu cự lớn (1 m).

#### 3.1.2. Sự định xứ của các vân giao thoa

Như vậy, ta đã kiểm nghiệm được những hiện tượng sau:

- Với một nguồn sáng rộng, các vân giao thoa của bản hai mặt song song định xứ tại vô cực. Chúng kém tương phản hơn khi ở ngoài mặt định xứ.

- Với một nguồn sáng điểm, các vân có cùng một độ tương phản tại mọi điểm của trường giao thoa, chúng không phải là những vân định xứ.

Khi nguồn sáng là rộng, các vân giao thoa là những vân tròn định xứ ở vô cực.

#### 3.1.3. Sự tối ưu hoá

Ta có thể thay thế lỗ chắn sáng bằng một màn khuếch tán và quan sát những vân giao thoa bằng cách nhìn trực tiếp ra vô cực về phía gương  $M_2$ . Các vân giao thoa sẽ rất rõ nét và độ rộng của nguồn không làm thay đổi độ tương phản của hệ vân.

Chúng ta quay trở lại sơ đồ với lăng kính chiếu vân giao thoa lên màn không cần đặt chắn sáng lỗ tròn bởi vì nguồn sáng có thể rộng bao nhiêu cũng được. Thật vậy, cần phải nhớ rằng đối với giao thoa kế MICHELSON điều chỉnh thành bản không khí (các gương  $M_2$  và  $M_1'$  song song với nhau) độ dài kết hợp không gian là vô cùng.

Thấu kính càng gần giao thoa kế, trường giao thoa càng rộng và ta càng nhìn thấy nhiều vân giao thoa. Ta cũng có thể điều chỉnh vị trí của đèn nguồn và đặt một lăng kính giữa đèn này với giao thoa kế để sử dụng tối đa quang thông (h.8). Bây giờ ta có thể chuyển sang trình bày các thí nghiệm định lượng trong những điều kiện chiếu sáng và quan sát trên.

### 3.2. Quan sát hệ vân giao thoa

Đặt một lọc sắc xanh vào giữa nguồn sáng và giao thoa kế để có một ánh sáng gần như đơn sắc.

#### 3.2.1. Bán kính của các vân giao thoa

Ta điều chỉnh độ dày của bản không khí bằng vít tịnh tiến gương  $M_1$ , để có được khoảng một chục vân giao thoa trên màn và tâm của hệ vân là tối.

Chú ý rằng sự điều chỉnh thứ hai rất tinh tế: sự chuyển từ một cực đại sang một cực tiểu kế tiếp tương ứng với một biến thiên độ dày bản không khí và do đó với một độ dịch chuyển gương  $M_1$ , vào khoảng  $\frac{\lambda}{4}$  tức là cỡ  $0,15 \mu\text{m}$ .

Đại lượng này rất nhỏ; một độ chia trên du xích của vít tịnh tiến gương  $M_1$  tương ứng với một độ dịch chuyển bằng  $10 \mu\text{m}$ . Thật vậy, sự dịch chuyển của du xích là  $0,5 \text{ mm}$  vòng và mỗi vòng có 50 độ chia.

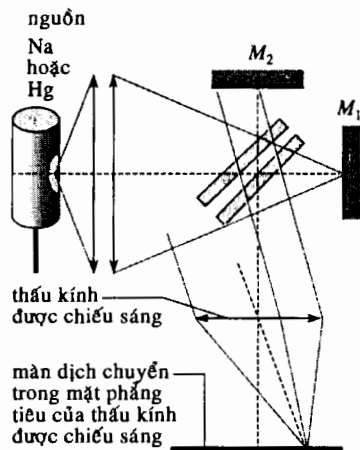
Ta đo bán kính  $\rho_1$  của vân tối thứ nhất, sau đó đo các bán kính  $\rho_2, \rho_3,$

$\rho_4 \dots$  của các vân tối tiếp theo. Tính các tỉ số  $\frac{\rho_2}{\rho_1}, \frac{\rho_3}{\rho_1}, \frac{\rho_4}{\rho_1} \dots$  ta sẽ thu

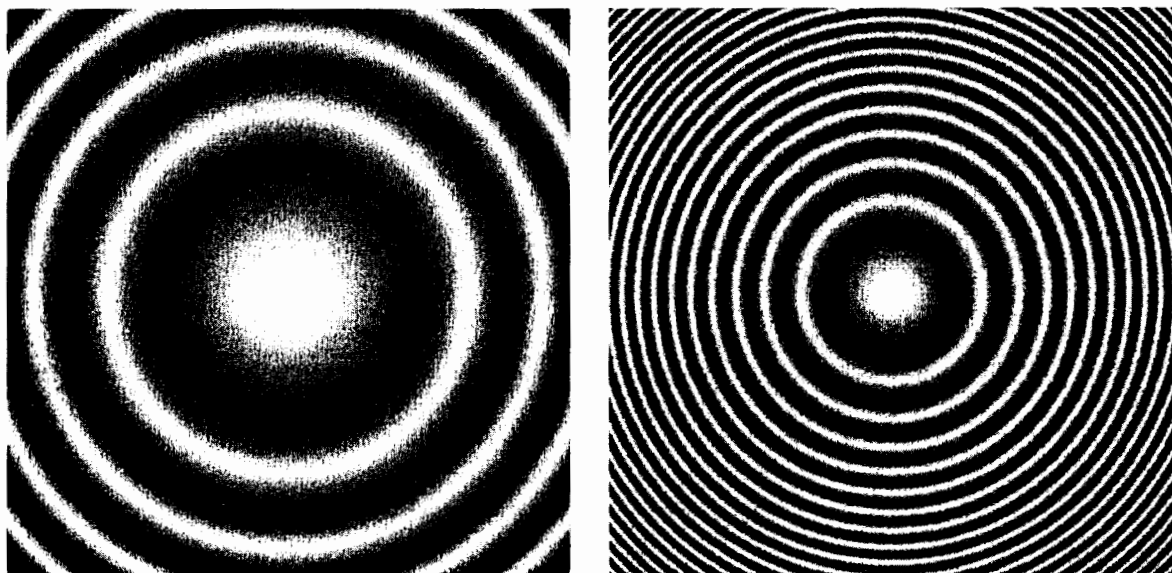
được các giá trị gần với  $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4} \dots$ , phù hợp với lí thuyết.

#### 3.2.2. Gắn trạng thái màu nền

Bằng cách vận vít tịnh tiến gương  $M_1$ , ta nhận thấy rằng độ dày của bản càng nhỏ thì số vân giao thoa nhìn thấy càng ít và bán kính của các vân càng lớn (h.9). Khi ta chỉ nhìn thấy tâm của một vân thì hệ giao thoa kế đã ở gần trạng thái tiếp xúc quang học hay màu nền hay trạng thái ứng với hiệu đường đi bằng 0.



Hình 8. Sơ đồ thu nhận các vân giao thoa đồng độ nghiêng.



Hình 9. Dạng trường giao thoa của các vân đồng độ nghiêng. a. Độ dày  $e_1$  giữa hai gương. b. Độ dày  $e_2 = 4e_1$  giữa hai gương.

Ta sẽ thấy rằng chỉ có thể xác định được vị trí này một cách chính xác trong ánh sáng trắng. Nếu các vân giao thoa bị biến dạng (thành hình ellipse hoặc các hình khác) khi ta điều chỉnh cho giao thoa kể qua trạng thái màu nền thì đó là vì bản bán mạ và bản bố chính chưa hoàn toàn song song với nhau.

Khi đó có thể sửa sự biến dạng vân giao thoa này bằng cách hiệu chỉnh chút ít bản bố chính.

Đối với một giao thoa kế MICHELSON có bản bán mạ và bản bố chính được xử lí khử phản xạ, đó là phương pháp điều chỉnh duy nhất có thể làm được đối với bản bố chính.

### 3.2.3. Xa trạng thái màu nền

Khi đó sẽ có nhiều vân giao thoa rất sát nhau nhưng nếu hiệu đường đi càng ngày càng lớn thì vân sáng sẽ càng ngày càng kém nét. Ta sẽ thiết lập mối liên hệ giữa các phép đo độ dài kết hợp thời gian với quan sát này.

## 3.3. Các phép đo liên quan đến tính kết hợp thời gian

Cần nhớ rằng đối với một giao thoa kế MICHELSON điều chỉnh thành bản không khí, độ dài kết hợp không gian của nó là vô cùng. Kích thước của nguồn sáng không ảnh hưởng đến hình giao thoa: độ rõ nét của các vân chỉ phụ thuộc vào tính kết hợp thời gian của nguồn sáng.

**Giao thoa kế MICHELSON điều chỉnh thành nê-m không khí là một dụng cụ lí tưởng để nghiên cứu tính kết hợp thời gian của các nguồn sáng vì khi đó độ dài kết hợp không gian bằng vô cùng.**

### 3.3.1. Độ rộng phổ của vạch xanh thủy ngân

Ta vẫn đặt lọc sáng xanh giữa quang hệ chiếu sáng và giao thoa kế. Bắt đầu từ trạng thái màu nền, ta tịnh tiến gương  $M_1$  luôn luôn theo cùng một chiều. Độ tương phản giảm dần và cuối cùng các vân giao thoa sẽ biến mất.

Từ những độ chia trên vít tịnh tiến, ta có thể đo được khoảng cách  $e$  giữa vị trí này với vị trí của trạng thái màu nền. Ta được hiệu đường đi  $2e$ , tại đó, các vân giao thoa biến mất vì mất tính kết hợp thời gian.

Các sóng không giao thoa nữa vì có hiệu đường đi lớn hơn độ dài trung bình của các đoàn sóng hay độ dài kết hợp thời gian  $l_c$ . Từ đó, ta suy ra thời gian kết hợp  $\tau_c$  và độ rộng phổ của bức xạ của xanh thủy ngân là:

$$\tau_c = \frac{l_c}{c} = \frac{2e}{c} \text{ và } \Delta\nu = \frac{1}{\tau_c} = \frac{c}{2e}$$

*Chú ý:*

- $l_c$  vào cỡ vài mm đối với các vạch của các đèn quang phổ vạch thông thường.
- Để đo một cách chính xác, nên xác định vị trí ứng với biến mất vân giao thoa về cả hai phía của trạng thái màu nền.
- Có thể xảy ra trường hợp khi tịnh tiến gương, độ tương phản của các vân giao thoa chỉ giảm trong một miền nào đó của trường giao thoa. Điều đó chứng tỏ rằng do ảnh hưởng của khuyết tật, sự tịnh tiến không còn chính xác nữa và bản không khí không thực sự là bản hai mặt song song. Để dàng khắc phục điều đó bằng cách hiệu chỉnh tinh song song nhờ các vít chỉnh tinh.

### 3.3.2. Hiệu hai bước sóng của vạch kép natri

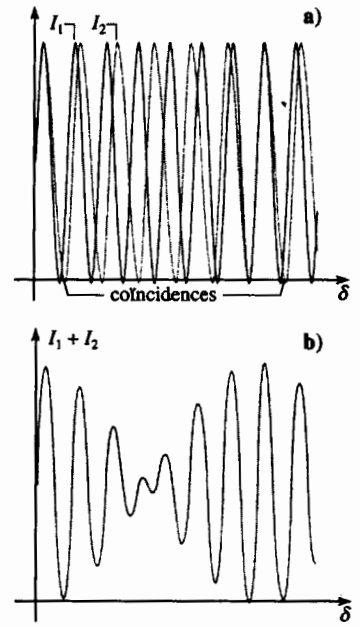
Ta lại thu được những thao tác nói ở trong phần trên sau khi thay đèn hơi thủy ngân bằng một đèn hơi natri.

Khi luôn luôn tịnh tiến  $M_1$  theo một chiều, các vân giao thoa biến mất, sau đó lại xuất hiện và rồi lại biến mất. Hiện tượng này xảy ra liên tục một cách tuần hoàn, các vân giao thoa càng ngày càng sít lại và nhìn chung kém tương phản hơn.

Ta vừa quan sát được sự tạo phách cường độ giữa hai vạch vàng của vạch kép natri (xem *chương 5*). Tại các cực đại của độ tương phản, hai hệ vân giao thoa là *trùng phùng*. Chúng là *đối trùng* khi độ tương phản bằng không (*h. 10*).

Khi đo khoảng cách, cần phải dịch chuyển gương qua nhiều lần đối trùng (được định vị chính xác hơn so với các lần trùng phùng), để dàng ta suy ra hiệu các bước sóng của vạch kép với một sai số nhỏ nếu biết giá trị trung bình của các bước sóng này ( $\lambda = 589 \text{ nm}$ ).

Nếu có một thiết bị ghi nhận cường độ thì ta có thể đặt nó ở tại tiêu diện ảnh của thấu kính để đo cường độ tại tâm của hệ vân. Khi đó, nên chiếu sáng giao thoa kế bằng một chùm tia ít phân kì để có cực đại cường độ tại tâm của hệ vân lên đầu thu.



Hình 10. Sự tạo phách. ▶

## Áp dụng 3

### Phân tích vạch kép natri

Giao thoa kế MICHELSON được điều chỉnh thành bản không khí hai mặt song song.

Vị trí đối trùng đầu tiên được xác định trên màn về một phía của trạng thái màu nền (khi đó các vân giao thoa có đường kính rất lớn, rất rộng) tương ứng với độ chia 21,24 mm và với độ chính xác 10  $\mu\text{m}$ .

Lần đối trùng thứ 11 tương ứng với độ chia 24,15 mm với cùng một độ chính xác.

Tìm hiệu hai bước sóng của vạch kép vàng của natri, biết rằng bước sóng trung bình  $\lambda_0$  là 589 nm.

Độ chính xác của phép đo này là bao nhiêu?

Giả sử hai bước sóng cần tìm là  $\lambda$  và  $\lambda'$  với  $\lambda < \lambda'$ . Sự đối trùng tương ứng với một cực đại cường độ ứng với bước sóng này và một cực tiểu cường độ đối với bước sóng kia.

Giữa hai lần đối trùng liên tiếp:

- có  $N$  vân ứng với  $\lambda'$  và  $N + 1$  vân ứng với  $\lambda$  (*h. 10*);
- gương bị dịch chuyển một khoảng là  $e$  và hiệu đường đi biến thiên một lượng là  $2e$ .

$$\text{Do đó, } 2e = N\lambda' = (N + 1)\lambda \text{ hay } \lambda' - \lambda = \frac{\lambda}{N} = \frac{\lambda\lambda'}{2e}.$$

$\lambda$  và  $\lambda'$  rất gần với  $\lambda_0$  nên cuối cùng ta có:

$$\lambda' - \lambda = \delta\lambda = \frac{\lambda_0^2}{2e}.$$

Ta có  $10e = 24,15 - 21,24 = 2,91 \text{ mm}$ , suy ra  $\delta\lambda = 0,596 \text{ nm}$ .

Khoảng bất định của phép đo  $e$  là 20  $\mu\text{m}$  trên 2,19 mm hay độ chính xác tỉ đối là 0,8%. Từ đó suy ra:

$$\delta\lambda = (0,596 \pm 0,005) \text{ nm}.$$

Chú ý:

Lần đối trùng thứ 11 vẫn còn quan sát được nhưng độ tương phản của hệ vân rất nhỏ.

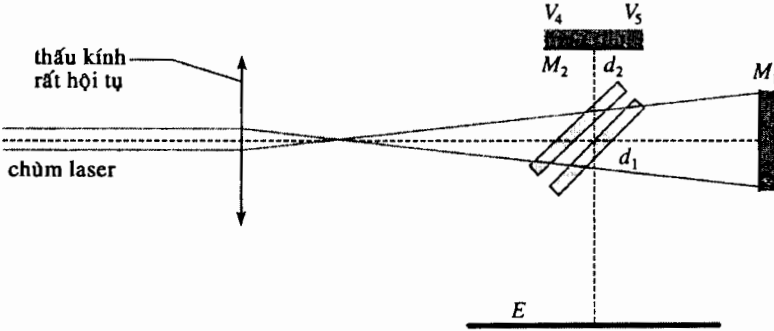
Thật vậy, hai vạch Na không phải hoàn toàn là đơn sắc. Vì vậy, các hình giao thoa tương ứng sẽ làm nhoè lẫn nhau nếu hiệu đường đi vào cỡ độ dài kết hợp thời gian.

Sự quan sát giao thoa ở đây cần phải được tiến hành bằng mắt thường.

Hình 11 cho phép ta thấy được biến chuyển của hệ vân giao thoa khi tăng dần khoảng cách giữa hai gương.

### 3.3.3. Độ dài đoàn sóng của laser

Nguồn sáng bây giờ là một laser helium - neon chẳng hạn, đó là một nguồn điểm (tại vô cực), nên các vân giao thoa không định xứ và màn ảnh có thể đặt ở khoảng cách hữu hạn. Ta sẽ dùng sơ đồ thí nghiệm như trên hình 12.



Hình 12.

Chùm tia ló ra khỏi thấu kính rất hội tụ (vật kính của kính hiển vi đặt ngược chẳng hạn) cần phải chiếu sáng đầy các gương. Ta cũng cần phải điều chỉnh hướng của chùm tia sao cho thấy được tâm của hệ vân ở trên màn.

Tiếp theo ta chỉ cần tịnh tiến gương  $M_1$  và sẽ nhận thấy rằng cho đến khi dịch chuyển hết cỡ, các vân giao thoa vẫn luôn luôn rất tương phản. Từ đó, dễ dàng suy ra được độ dài của đoàn sóng. Ngay cả khi nếu  $d_1 - d_2$  vào cỡ 1 m (với sơ đồ bố trí “trên bàn” chẳng hạn), ta cũng có thể có các vân giao thoa.

### 3.3.4. Ánh sáng của đèn hơi thủy ngân

Ta lại dùng sơ đồ thí nghiệm với đèn thủy ngân nhưng không có lọc sắc. Khi tịnh tiến gương ta nhận thấy rằng các màu sắc sẽ biến đổi tuần hoàn gần giống như các lần trùng phùng và đối trùng liên tiếp khi dùng đèn hơi natri. Ta nói rằng ta đã quan sát được hiện tượng “phách màu”. Nguyên nhân của hiện tượng này là do đèn hơi thủy ngân cho phổ vạch gián đoạn.

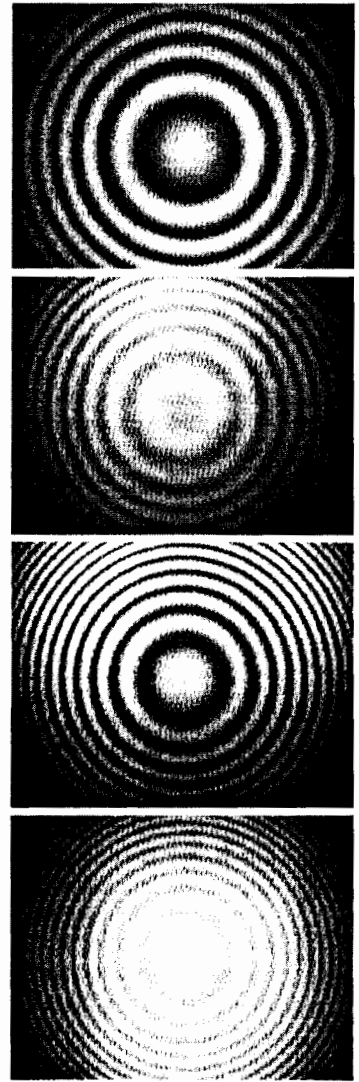
### 3.3.5. Ánh sáng trắng

Phổ của ánh sáng trắng là liên tục. Các vân giao thoa thu được có các màu đặc trưng của hiệu đường đi được gọi là các sắc NEWTON, và có màu trắng bạc trên khi hiệu đường đi lớn hơn vài  $\mu\text{m}$  (xem chương 5).

Do đó, ta chỉ có thể quan sát được các vân giao thoa ở lân cận vị trí tiếp xúc quang học; và như vậy khi cho một luồng khí đi qua giữa bản bán mạ và một gương, ta có thể nhìn thấy các biên của luồng khí đó (h.13).

Dùng cách bố trí thí nghiệm ở trên (với đèn hơi thủy ngân không lọc sắc), ta tịnh tiến gương sao cho quan sát thấy những vân giao thoa rất lớn ở trên màn, tức là càng gần vị trí tiếp xúc quang học càng tốt. Sau đó, thay đèn hơi thủy ngân bằng một nguồn phát ánh sáng trắng, ta sẽ thấy nhiều màu sắc ở trên màn. Nếu chùm tia tới rất hội tụ thì ta sẽ nhìn thấy những vân hình tròn rất rộng, có nhiều màu sắc khác nhau. Các màu này biến đổi khi dịch chuyển gương  $M_1$ . Cần phải lưu ý rằng chỉ dịch chuyển gương rất ít và do đó rất tinh (nhỏ hơn nửa độ chia của du xích, nghĩa là cỡ  $5\mu\text{m}$ ).

Nếu chùm tia tới kém hội tụ thì ta chỉ thấy được hầu như chỉ có một màu duy nhất với cường độ gần như đều ở trên màn.



Hình 11. Sự tiến triển của hệ vân giao thoa đồng độ nghiêng thu được bằng giao thoa kế MICHELSON (được chiếu sáng bằng đèn Na) khi tăng khoảng cách  $e$  giữa các gương. Ta lần lượt quan sát được những sự trùng và đối trùng.

### 3.3.6. Quang phổ vân

Khi hiệu đường đi lớn hơn  $3 \mu\text{m}$ , ta chỉ thấy màu trắng bạc trên và có thể được phân tích phổ nhờ một lăng kính.

Vì các gương song song với nhau và rất gần với vị trí tiếp xúc quang học nên ta dùng sơ đồ thí nghiệm như trên hình 14. Khi không có lăng kính, ảnh của khe vào trên màn có màu trắng. Nếu ta đặt một lăng kính (bằng cách nhìn trực tiếp chẳng hạn) ở lối ra của giao thoa kế thì ảnh này sẽ bị rải ra và ta có thể thấy một “quang phổ vân” (h.15).

Trên quang phổ thông thường của ánh sáng trắng, ta nhìn thấy các vân đen tương ứng với những bước sóng có cường độ bằng không.

- Nếu hiệu đường đi quá lớn thì các vân đen này sẽ rất hẹp và rất sát nhau, khó có thể nhìn thấy; trên thực tế, ta quan sát được một quang phổ vân khi dịch chuyển khoảng  $15 \mu\text{m}$  về phía bên này hoặc bên kia của vị trí ứng với hiệu đường đi bằng 0.
- Nếu ta tịnh tiến gương  $M_1$  thì các vân đen dần ra xa nhau khi hiệu đường đi giảm.
- Miền nhìn rõ của các vân đen ( $15 \mu\text{m}$ ) lại lớn hơn so với miền nhìn rõ của các sắc NEWTON ( $2,5 \mu\text{m}$ ). Khi hiệu đường đi nằm giữa hai giá trị đó, để tìm lại những sắc này, ta có thể bắt đầu bằng cách quan sát quang phổ vân, sau đó điều chỉnh cho các vân dần ra xa nhau nhất để có được vị trí rất gần với tiếp xúc quang học.

Chú ý: Quang phổ vân không phải là một hình giao thoa.

### 3.3.7. Dải truyền qua của một lọc sắc

Ta chiếu sáng giao thoa kế điều chỉnh thành bản không khí và rất gần với vị trí tiếp xúc quang học bằng một nguồn ánh sáng trắng và đặt một lọc sắc ở lối vào. Ta sẽ thấy những vân tối xen kẽ với những vân có màu của lọc sắc. Khi tịnh tiến gương  $M_1$ , ta sẽ quan sát được sự nhòe dần của các vân tròn.

Như vậy, ta đã tạo ra được một “vạch” màu có độ rộng tần số  $\Delta\nu$  tương ứng với một thời gian kết hợp ảo  $\tau_c$  và một độ dài kết hợp ảo  $l_c$ . Độ dài kết hợp này được đo giống như đối với vạch xanh của thủy ngân và từ đó ta có thể suy ra độ rộng tần số  $\Delta\nu$  hoặc độ rộng bước sóng  $\Delta\lambda$ , nghĩa là dải truyền qua của lọc sắc.

Các quan sát và các phép đo mà ta có thể tiến hành với giao thoa kế được điều chỉnh thành bản hai mặt song song chủ yếu liên quan đến phổ của ánh sáng chiếu vào giao thoa kế.

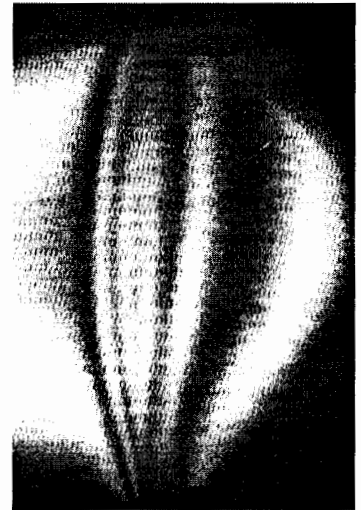
Chú ý: Đối với thao tác trên, lọc sắc có thể được đặt ở bất kỳ vị trí nào giữa nguồn sáng và màn ảnh.

### 3.4. Giao thoa trong ánh sáng phân cực

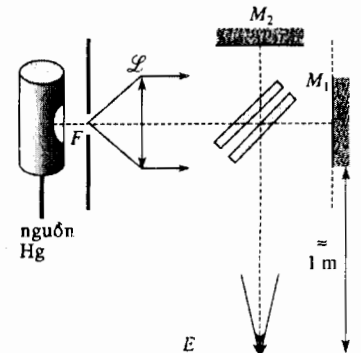
Ta điều chỉnh giao thoa kế để quan sát được các vân tròn giao thoa với đèn hơi thủy ngân, sau đó ta đặt trên mỗi đường truyền vào giữa bản bán mạ và gương một kính phân cực.

Chú ý rằng các gương rất dễ bị hỏng và chỉ tiến hành thí nghiệm với những linh kiện thích hợp, không va chạm vào các gương.

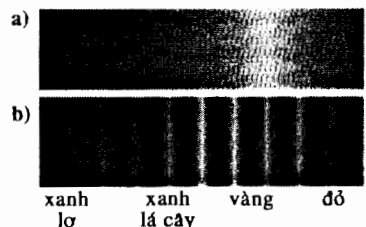
- Bán kính của các vân giao thoa sẽ khác trước vì có thêm hiệu đường đi phụ do độ dày của các kính phân cực.



**Hình 13.** Hình ảnh các dòng khí trong ngọn lửa của bột lửa gaz. Giao thoa kế MICHELSON được chiếu sáng bằng ánh sáng trắng nhờ một gương mờ và được điều chỉnh tại màu nền. Các dòng khí nằm giữa bản chứa sáng và một trong các gương.



**Hình 14.** Sơ đồ quan sát quang phổ vân (trước khi quan sát qua lăng kính).



**Hình 15.** Ví dụ về quang phổ vân.

a. Phổ đầy đủ.

b. Phổ vân có 9 vân đen.

- Độ tương phản phụ thuộc vào sự định hướng của các kính phân cực: nó sẽ cực đại nếu như các hướng của các kính phân cực song song với nhau và sẽ bằng 0 nếu như chúng vuông góc với nhau. Như vậy, ta đã chứng tỏ rằng các sóng phân cực vuông góc không thể giao thoa với nhau.

## 4 Các thí nghiệm với giao thoa kế được điều chỉnh thành nêm không khí

### 4.1. Điều chỉnh thành nêm không khí

Nếu giao thoa kế đã được điều chỉnh thành bản không khí hai mặt song song thì chỉ cần vận một trong hai hoặc cả hai vít chỉnh tinh là có thể có được một nêm không khí với góc đỉnh vào khoảng  $10^{-3}$  radian. Ta cần nhớ rằng nếu góc đỉnh quá lớn thì các vân giao thoa của nêm không khí sẽ rất sát nhau và hình giao thoa không còn dễ nhìn thấy nữa.

Ta chọn cách vận vít làm quay gương  $M_2$  xung quanh một trục thẳng đứng. Khi đó cạnh của nêm không khí nằm theo phương thẳng đứng và hệ sẽ bất biến đối với phép tịnh tiến dọc theo phương này. Điều đó cho phép ta dùng một khe sáng hẹp, thẳng đứng thay cho một nguồn điểm để có thể thu được hình giao thoa sáng hơn. Sự tịnh tiến gương  $M_1$  sẽ dẫn đến sự chạy của các vân giao thoa chừng nào chúng còn chưa bị nhòe vì mất tính kết hợp.

Ngược lại, để chuyển từ nêm không khí sang bản không khí hai mặt song song, ta chỉ cần làm rộng các vân bằng vít chỉnh tinh, sau đó lặp lại phép điều chỉnh quang sóng để đảm bảo tính "song song".

### 4.2. Sự định xứ của các vân giao thoa với nguồn sáng rộng đặt ở vô cực

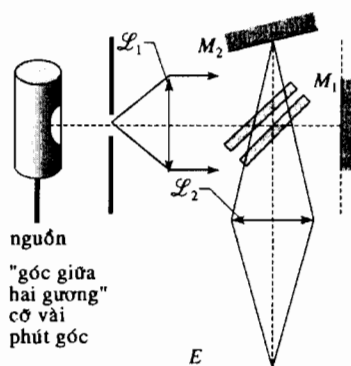
#### 4.2.1. Các điều kiện thực nghiệm

- Ánh sáng phải đơn sắc. Ta có thể dùng một đèn hơi thủy ngân và một lọc sắc xanh để tách vạch xanh có bước sóng là  $\lambda = 546,1$  nm.
- Giao thoa kế được điều chỉnh thành nêm không khí.
- Giao thoa kế được chiếu sáng bằng một khe thẳng đứng, có độ rộng biến đổi song song với cạnh của nêm không khí, được rọi sáng thích hợp. Khe này nằm trong tiêu diện vật của một thấu kính hội tụ (tiêu cự vào khoảng 10 cm, chẳng hạn) để tạo ra một nguồn đặt ở vô cực.
- Hai nhánh của giao thoa kế có độ dài gần như nhau để tránh những vấn đề liên quan đến tính kết hợp thời gian.
- Màn quan sát có thể di chuyển được.

#### 4.2.2. Độ tương phản của các vân giao thoa

Ta nghiên cứu sự biến chuyển độ tương phản theo độ rộng của khe nguồn và vị trí của màn ảnh.

- Với khe nguồn rất hẹp, các vân giao thoa không sáng lắm nhưng rất tương phản với mọi vị trí của màn ảnh.
- Từ từ mở rộng khe nguồn. Dẫn cách vân không thay đổi nhưng độ tương phản giảm. Để giữ được độ tương phản như trước, ta cần phải đưa màn lại gần tùy theo sự mở rộng khe nguồn.
- Khi khe nguồn rất rộng, để quan sát được các vân giao thoa, ta cần phải đặt thêm một thấu kính hội tụ ở lối ra của giao thoa kế (có tiêu cự  $f'$  vào khoảng 15 cm) và cho ảnh của gương  $M_2$  (*h.16*).



Hình 16. Sơ đồ quan sát các vân nêm không khí.

### 4.2.3. Mặt định xứ

- Nếu nguồn sáng là nguồn điểm thì độ tương phản không phụ thuộc vào điểm quan sát. Các vân giao thoa là các vân không định xứ.
- Nếu nguồn đặt ở vô cực được mở rộng thì độ tương phản của hình giao thoa giảm dần trừ miền lân cận của một mặt định xứ nằm rất gần các gương .  
Để hình giao thoa sáng hơn, cách dễ dàng nhất là không dùng lọc sắc xanh. Ta lại thấy một sự kế tiếp tuần hoàn của màu sắc mà điều đó không làm thay đổi vị trí của mặt định xứ.

### 4.2.4. Trường hợp nguồn sáng rất rộng

Về mặt *tiên nghiệm*, một nguồn sáng rất rộng dẫn đến sự mất mát về độ tương phản ngay cả trên mặt định xứ (điều này không đúng đối với bản hai mặt song song, từ đó ta thấy được ích lợi lớn của cách điều chỉnh đã nghiên cứu ở mục §3). Cần phải phân biệt rõ sự mất mát độ tương phản gây ra do mở rộng nguồn với lại sự mất mát độ tương phản liên quan đến tính kết hợp thời gian. Để cường độ sáng mạnh, các thí nghiệm sau đều dùng đèn thủy ngân không có lọc sắc xanh.

- Với khe nguồn hẹp, ta quan sát được các vân giao thoa trên mặt định xứ khi dịch chuyển gương  $M_1$ . Ghi lại số chỉ trên thang chia độ của vít tình tiến khi sự mất mát độ tương phản do thiếu tính kết hợp thời gian trở nên quan trọng.
- Làm lại thí nghiệm này với khe nguồn đủ rộng. Các vân giao thoa sẽ bị nhòe đi ngay khi gương bị dịch chuyển không nhiều lắm. Hình giao thoa chỉ đủ tương phản nếu hiệu đường đi nằm trong một khoảng giá trị nào đó. Khoảng giá trị này bị thu hẹp dần khi ta mở rộng nguồn sáng.
- Sau khi lấy khe ra hoặc thay thế nó bằng một tờ giấy can hoặc một tấm kính mờ, ta có một nguồn sáng rất rộng. Hình giao thoa vẫn luôn luôn định xứ ở gần gương nhưng chỉ rõ nét đối với những hiệu đường đi rất nhỏ. Có thể sử dụng tính chất này để xác định lân cận của vị trí ứng với hiệu đường đi bằng 0.
- Ta cũng có thể lấy các thấu kính ra và nhìn trực tiếp vào các gương được chiếu sáng bằng nguồn rất rộng đặt ở gần giao thoa kế. Các vân giao thoa vẫn định xứ ở lân cận các gương.
- Với cách điều chỉnh thành nêm không khí, các vân giao thoa là những vân thẳng, song song với cạnh của các gương.
- Khi dùng nguồn sáng rộng được đặt ở xa giao thoa kế, các vân giao thoa định xứ ở gần gương.
- Nếu nguồn sáng rất rộng thì các vân giao thoa chỉ rõ nét đối với những hiệu đường đi nhỏ.
- Nếu nguồn sáng rộng được đặt gần thì mặt định xứ cũng nằm rất gần các gương đối với những hiệu đường đi nhỏ.

## 4.3. Quan sát trong ánh sáng trắng

### 4.3.1. Cách thu nhận hệ vân giao thoa

Để thấy được các vân giao thoa trong ánh sáng trắng, trước hết cần phải tình tiến gương  $M_1$  để sao cho rất gần với vị trí ứng với hiệu quang lộ bằng 0. Sự điều chỉnh này rất nhạy: chỉ cần di chuyển gương đi một khoảng 5  $\mu\text{m}$  (nửa độ chia của du xích) là đủ để làm các màu sắc hoặc các vân giao thoa chạy đi ngay.

- Để có thể điều chỉnh được, cách đơn giản nhất là quan sát các vân giao thoa ở vô cực với một đèn quang phổ. Muốn vậy, ta mở rộng các vân cho đến khi



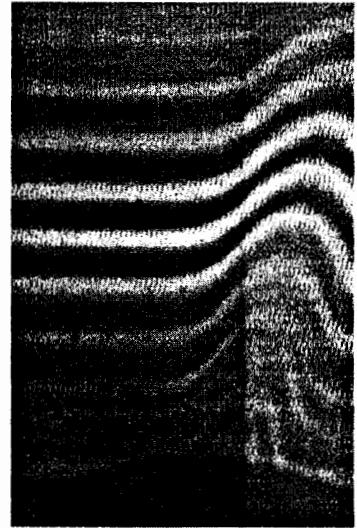
‘các gương song song với nhau, sau khi thấy rõ các vân tròn giao thoa, và ta tịnh tiến  $M_1$  để tìm vị trí tiếp xúc quang học (hay màu nền) khi làm các vân biến mất tại tâm của hệ vân.

Sau đó, ta có thể định hướng  $M_2$  để lại thu được các vân giao thoa nêm không khí với một hiệu đường đi đủ nhỏ để có thể quan sát được trong ánh sáng trắng.

• Một phương pháp khác cũng có thể tiến hành với giao thoa kế điều chỉnh thành nêm không khí và được chiếu sáng bằng một đèn thủy ngân không có chấn sáng lỗ tròn. Ta dịch chuyển gương  $M_1$  cho đến khi thu được các vân giao thoa ở trên các gương có độ tương phản lớn nhất. Hiệu đường đi khi đó xấp xỉ bằng 0.

■ Dù sử dụng phương pháp điều chỉnh nào thì tiếp sau đó, ta cũng thay thế nguồn phổ vạch bằng một đèn phát ánh sáng trắng và với một chút may mắn ta có thể thấy ngay những vân giao thoa có màu sắc. Nếu không xảy ra thì chỉ cần thay đổi chút ít hiệu đường đi bằng cách: vận nhẹ vít tịnh tiến gương  $M_1$ .

■ Một khi đã thu được hệ vân, ta có thể quan sát giao thoa ở trên màn hoặc trực tiếp điều tiết mắt lên các gương. Ta có thể mở rộng, thu hẹp các vân giao thoa hoặc định hướng chúng bằng cách vận hai vít chỉnh tinh.



**Hình 17.** Hình ảnh của dòng khí của bột lửa gaz. Giao thoa kế MICHELSON được chiếu sáng bằng ánh sáng trắng, được điều chỉnh thành nêm không khí.

### 4.3.2. Màu của vân trung tâm

Các màu sắc được phân bố đối xứng đối với vân trung tâm, điều đó cho phép ta định vị vân này. Nói chung, vân trung tâm là vân trắng hoặc vân đen, tùy thuộc vào độ lệch pha do phản xạ và do đó vào sự xử lí các bề mặt.

Nếu thấu kính chiếu hình giao thoa lên màn được định tâm không chính xác thì màu sắc của các vân giao thoa có thể bị biến đổi do sắc sai của thấu kính.

Để xác định màu sắc của vân trung tâm nên nhìn trực tiếp bằng mắt thường vào các gương. Khi đó có thể bỏ được nguồn sáng trắng và sử dụng ánh sáng ban ngày.

Ta cũng có thể quan sát được sự ảnh hưởng của sự sai lệch bản bố chính.

## 4.4. Một vài phép đo với nêm không khí

### 4.4.1. Hiện thị sự chảy của chất khí

Ta dùng luồng hơi của một bột lửa ga được đặt giữa bản bán mạ và một trong các gương. Trên đường đi của luồng hơi, các vân giao thoa bị biến dạng (h.17). Sự truyền ánh sáng qua luồng hơi làm xuất hiện thêm tại đó một hiệu đường đi phụ bằng  $(n - n_{kk})e$ . Đối với vân giao thoa bậc  $p$  cho trước, hiệu đường đi này được bỏ chính bằng sự giảm lộ trình hình học của tia sáng.

Trên ảnh chụp, vân trung tâm bị dịch chuyển khoảng một vân tại vị trí của luồng hơi. Hiệu đường đi tương ứng biến đổi một lượng là  $\lambda$  và nếu đường kính của luồng hơi vào khoảng 5 mm thì ta sẽ được  $2(n - n_{kk})e = \lambda$ , hay về số trị  $n - n_{kk} \approx 0,5 \cdot 10^{-3}$ .

Mở rộng các vân và đồng thời vẫn định tâm chúng sao cho không còn nhìn thấy vân trung tâm nữa. Luồng hơi khi đó hiện lên với nhiều màu sắc trên nền trắng nếu như vân trung tâm là vân trắng. Như vậy, ta đã hiển thị được luồng chảy của một chất lưu trong suốt.

Nếu ta dịch chuyển gương  $M_1$  đôi chút (ít hơn 1  $\mu\text{m}$ ), màu sắc của nền sẽ không còn là màu tâm trắng nữa mà sẽ là một trong những màu NEWTON. Một lần nữa ta lại làm hiển thị luồng hơi nhưng với những màu sắc khác nhau.

### 4.4.2. Phát hiện sự biến dạng

Chính trong ánh sáng trắng, ta có thể dễ dàng phát hiện được một sự dịch chuyển nhỏ của gương hoặc một sự biến dạng cục bộ của nó.

Điều chỉnh giao thoa kế thành nêm không khí sao cho hầu như chỉ thấy một màu và dùng một ngón tay ấn lên giá của dụng cụ: màu NEWTON sẽ thay đổi. Mặc dù làm bằng thép dầy, giá của giao thoa kế vẫn bị biến dạng! Bằng cách này, chúng ta có thể phát hiện được độ biến dạng vào khoảng  $0,01 \mu\text{m}$ .

#### 4.4.3. Đo độ dày của bản mica

Ta điều chỉnh giao thoa kế sao cho tất cả các vân giao thoa hiện lên trong trường giao thoa với vân trung tâm nằm ở tâm màn. Tiếp theo, ta đưa một bản mica mỏng, trong suốt vào giữa bản bán mạ và gương  $M_1$ . Các vân giao thoa sẽ biến mất vì ta đã tăng quang lộ trên đường truyền này một lượng bằng hai lần  $(n - 1)e$ .

Sau đó, nhờ vít tịnh tiến ta đưa gương  $M_1$  lại gần cho đến khi lại thấy được các vân giao thoa và đặt vân trung tâm vào vị trí cũ. Khoảng cách giữa hai vị trí của vít tịnh tiến này sẽ bằng  $(n - 1)e$ .

Thí nghiệm này được mô tả đơn giản “trên giấy”, nhưng đặt ra rất nhiều vấn đề phức tạp về mặt thực nghiệm.

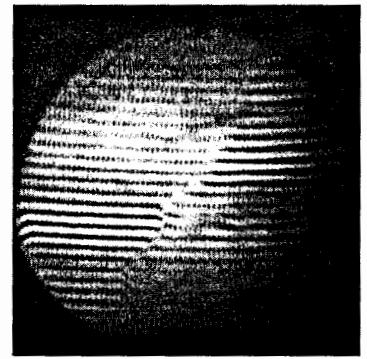
- Như chúng ta đã thấy, rất khó có thể tìm lại được các vân giao thoa trong ánh sáng trắng. Có lẽ cần phải thực hiện lại những thao tác cho phép thu nhận các vân giao thoa hoặc ít ra là tạo ra một quang phổ vân. Tuy nhiên, ánh sáng trắng là ánh sáng duy nhất có thể cho phép phân biệt vân giao thoa ứng với hiệu đường đi bằng 0 với các vân khác.

- Trên thực tế, chiết suất phụ thuộc vào bước sóng và vân trung tâm quan sát được khi có bản mica là một vân tiêu sắc. Nó không tương ứng một cách chính xác với hiệu đường đi bằng 0. Nếu đã biết độ dày của bản thì ta chỉ có thể xác định được giá trị gần đúng của chiết suất trung bình.

► Để luyện tập: bài tập 6.

#### 4.4.4. Đo hiệu độ dày

Ta quan sát các vân giao thoa thu được với một bản mica có độ dày không đều được đặt vào một trong hai đường truyền của giao thoa kế (h.18). Độ dịch chuyển của vân trung tâm tùy thuộc vào biến thiên độ dày của bản.



**Hình 18.** Hình ảnh cho thấy sự thay đổi độ dày của một bản mica trong ánh sáng trắng. Giao thoa kế MICHELSON được điều chỉnh thành nêm không khí.

## Áp dụng 4

### Phân tích một khuyết tật độ dày $e$

*Từ những quan sát trên hình 18 hãy suy ra biến thiên độ dày gây ra sự dịch chuyển của các vân giao thoa.*

Sự chênh lệch độ dày giữa hai phần của bản được đánh giá là vào khoảng  $6 \mu\text{m}$ .

Như vậy:

$$6\lambda \approx 2(n - 1)\Delta e, \text{ hay } \Delta e \approx 3 \mu\text{m}.$$

Có thể đo chính xác hơn nhiều nếu sử dụng các bảng số liệu về một sự tương ứng rất chính xác giữa các màu NEWTON với các độ dày quang học.

Các vân giao thoa trong ánh sáng trắng chỉ có thể quan sát được đối với các hiệu đường đi rất nhỏ (nhỏ hơn  $3 \mu\text{m}$ ).

Vân trung tâm chỉ có thể được định vị một cách chính xác trong ánh sáng trắng.

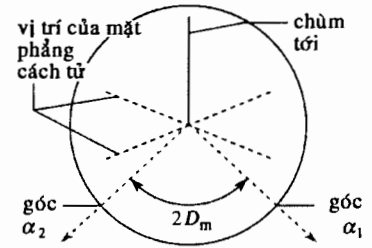
Có thể đo chính xác tới vài chục nm các biến thiên nhỏ của độ dày quang học gây ra do khuyết tật bề mặt hoặc do biến thiên chiết suất.

Ta nhận thấy rằng không cần thiết phải xác định hướng của cách tử cũng như của chùm tia tới (h.27c). Ta tính  $a$  bằng công thức:

$$2 \sin \frac{D_m}{2} = p \frac{\lambda}{a}$$

$D_m$  được xác định với một độ chính xác cỡ 1 phút góc hay với một độ chính xác tỉ đối đối với  $\frac{D_m}{2}$  vào khoảng  $10^{-3}$ .

Vì đã biết bước sóng với một độ chính xác cao, ta có thể xem khoảng bất định tỉ đối của phép đo  $a$  là vào cỡ  $10^{-3}$ .



Hình 27c. Vị trí thứ hai: đọc giá trị  $D_m$ .

# Áp dụng 4

## Đo số vạch trên một đơn vị độ dài của cách tử

Trị số của hai góc  $\alpha_1$  và  $\alpha_2$  xác định hướng của các tia nhiễu xạ tại vị trí góc lệch cực tiểu ở bậc 2 với bức xạ  $\lambda = 589,0$  nm (bức xạ của vạch kép vàng natri) là:

$$\alpha_1 = 34^\circ 44' \pm 2' \text{ và } \alpha_2 = 325^\circ 22' \pm 2'$$

Tính số vạch ( $n \pm \Delta n$ ) trên một đơn vị độ dài của cách tử.

Góc lệch  $D_m$  thỏa mãn hệ thức:

$$2D_m = 360^\circ - \alpha_2 + \alpha_1 \text{ (hình 28), nghĩa là:}$$

$$D_m = 180^\circ - \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2} = 34^\circ 41',$$

$$\text{với } \Delta D_m = \frac{\Delta \alpha_1 - \Delta \alpha_2}{2}, \text{ hay } D_m = 34^\circ 41' \pm 2'.$$

Số vạch  $n$  thỏa mãn hệ thức:

$$2 \sin \frac{D_m}{2} = p \frac{\lambda}{a} = pn\lambda, \text{ hay } n = \frac{2}{p\lambda} \sin \frac{D_m}{2};$$

$$\text{với } p = 2 \text{ và } \lambda = 589,0 \text{ nm} = 0,589 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$\text{Từ đó suy ra } n = \frac{1}{\lambda} \sin \frac{D_m}{2} = 506059 \text{ m}^{-1}.$$

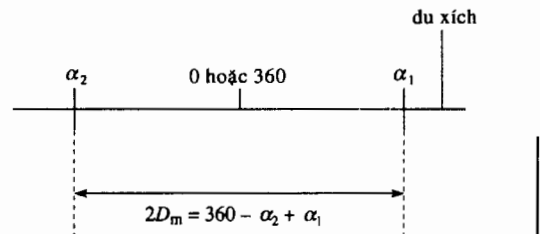
Tiếp theo ta tính  $\Delta n$ . Độ chính xác của  $\lambda$  được giả sử là lớn vô hạn và đồng nhất các độ lệch với các vị phân tương ứng, ta được:

$$\frac{\Delta n}{n} = \frac{\Delta D_m}{2} \frac{\cos\left(\frac{D_m}{2}\right)}{\sin\left(\frac{D_m}{2}\right)} = \frac{\Delta D_m}{2 \tan\left(\frac{D_m}{2}\right)} = 4,66 \cdot 10^{-4}$$

và do đó  $\Delta n \approx 240 \text{ m}^{-1}$ . Kết quả của phép đo có thể được viết lại như sau:

$$n = (506,0 \pm 0,3) \text{ vạch trên mm.}$$

Độ chính xác của phép đo khá cao.



Hình 28. Xác định góc lệch cực tiểu.

## 4.4. Sử dụng trong quang phổ học

### 4.4.1. Nguyên lí

Đặt cách tử ở vị trí góc lệch cực tiểu đối với bức xạ trung bình của phổ cần phân tích tại một bậc đã chọn. Như ta đã nhận thấy ở §2.3.4., đến mức tối thiểu này cho phép ta hạn chế ảnh hưởng của các hiệu ứng do điều chỉnh không hoàn hảo ống chuẩn trực.

Vị trí của các vạch phổ được xác định trên thang đo góc của giác kế (góc  $\alpha$ ) tại bậc  $p$  sẽ tuân theo định luật:

$$\alpha(\lambda) = \theta_p(\lambda) + \alpha_0, \text{ từ đó suy ra } \sin[\alpha(\lambda) - \alpha_0] = \sin\theta_i + p \frac{\lambda}{a}.$$

Thực ra, không cần thiết phải biết chính xác các hằng số  $\alpha_0$  và  $\theta_i$  cũng như bước  $a$  của cách tử. Một nguồn sáng đã biết (đèn hơi thủy ngân chẳng hạn) được dùng để lấy mẫu hệ thức giữa  $a$  và  $\lambda$ . Một khi đã lấy mẫu xong, giá trị  $\lambda$  của một bức xạ chưa biết sẽ được đọc trực tiếp trên đường cong lấy mẫu này.

# Áp dụng 5

## Lấy mẫu một quang phổ nghiệm

Người ta tạo ra một quang phổ nghiệm với một cách tử 500 vạch trên mm và một giác kế.

1) Xác định góc tới  $\theta_i$  mà tương ứng với nó vị trí góc lệch cực tiểu sẽ đạt được với vạch xanh thủy ngân ( $\lambda = 546,1 \text{ nm}$ ) tại bậc 1. Vị trí này được giữ nguyên.

2) Khi ảnh của khe tại bậc 0 trùng với ảnh của dây chữ thập, vị trí góc trên thang chia độ của giác kế là  $\alpha = \alpha_0 = 2'.$

Hãy biểu diễn trên cùng một sơ đồ chùm tia tới, cách tử, chùm tia ló và chỉ rõ các góc.

Vẽ đường cong lấy mẫu  $\alpha$  theo  $\lambda$ .

3) Người ta thay thế đèn thủy ngân bằng một đèn natri. Một vạch vàng mạnh được quan sát ở góc  $\alpha = 33^\circ 25'.$

Hãy xác định bước sóng của nó.

4) Vạch vàng của natri trên thực tế là một vạch kép có các bước sóng cách nhau khoảng 0,6 nm.

Độ rộng góc (theo  $\alpha$ ) của ảnh khe vào được đánh giá vào cỡ 1'.

Liệu người ta có thể phân ly được vạch kép natri không?

1) Vị trí góc lệch cực tiểu có thể đạt được đối với một góc tới (về giá trị tuyệt đối)  $\theta_i$  thỏa mãn (h.29):

$$2 \sin\theta_i = p \frac{\lambda}{a},$$

trong ứng dụng này

$$\theta_i = 0,137 \text{ rad.}$$

2)  $\sin[\alpha(\lambda) - \theta_i - \alpha_0]$

$$= \sin\theta_i + \frac{\lambda}{a}$$

Đường cong lấy mẫu được vẽ theo từng điểm hoặc bằng một phần mềm thích hợp (h.30):

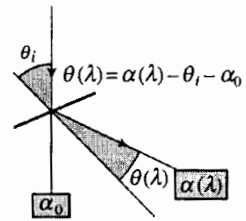
$$\alpha \text{ (độ)} = \left[ 0,1375 + \arcsin\left(0,1365 + \frac{\lambda(\text{nm}) 180}{2000 \pi}\right) \right].$$

### Chú ý:

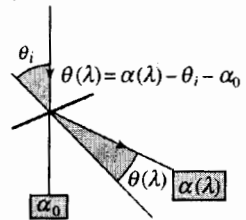
Trên thực tế, đường cong lấy mẫu này không thể tìm được bằng toán học (không biết một cách chính xác số vạch trên một đơn vị độ dài), nhưng bằng phương pháp vẽ đồ thị theo từng điểm khi sử dụng đèn hơi thủy ngân, đèn cadmium hoặc đèn neon,...

3)  $33^\circ 25' = 33,42 \text{ độ}$  từ đó suy ra  $\lambda = 589 \text{ nm}.$

4)  $\alpha(\lambda)$  gần như là một đường thẳng với độ dốc vào khoảng 2 phút trên một nm. Vạch kép của Natri do đó vừa vắn được phân li.



Hình 29. Xác định các góc.



Hình 30. Đường cong lấy mẫu.

► Để luyện tập: bài tập 4.

# ĐIỀU CẦN GHI NHỚ

## ■ GÓC LỆCH CỦA MỘT SÓNG ĐƠN SẮC QUA MỘT CÁCH TỬ

- Một cách tử gồm có  $N$  vạch giống hệt nhau, song song với nhau, cách nhau một khoảng  $a$  (bước cách tử) và có độ dài rất lớn so với  $a$ . Thông thường, một cách tử chứa từ 100 đến 5000 vạch trên 1 mm.
- Một sóng phẳng đơn sắc, do nhiễu xạ sẽ cho một tập hợp các sóng gần như phẳng. Đối với các sóng có phương truyền vuông góc với vạch cách tử, góc tới  $\theta_i$  và các góc ló  $\theta_p$  thỏa mãn hệ thức cơ bản của cách tử:

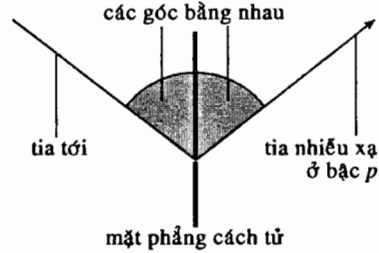
$$\sin\theta_p = \sin\theta_i + p \frac{\lambda}{a}.$$

Mỗi bậc phổ tương ứng với một giá trị của số nguyên  $p$ .

- Góc lệch đối với bậc  $p$  là  $D = |\theta_p - \theta_i|$ .

Khi  $\theta_i$  thay đổi,  $D$  đi qua một cực tiểu khi  $\theta_p = -\theta_i$ .

Mặt phẳng của cách tử khi đó là mặt phẳng *phân giác* của các tia tới và tia nhiễu xạ (về mặt thực nghiệm, nhận xét này rất quan trọng).



Hình 31. Góc lệch cực tiểu của các tia tới và tia khúc xạ.

## ■ MÁY QUANG PHỔ CÁCH TỬ

- Góc lệch phụ thuộc vào nhiều yếu tố trong đó có bước sóng của ánh sáng sử dụng. Do đó cách tử là một hệ tán sắc, có thể được sử dụng trong một máy quang phổ, thiết bị dùng để phân tích ánh sáng đa sắc.
- Một máy quang phổ cách tử cho ta các ảnh đơn sắc của khe vào khi chiếu ánh sáng cần phân tích vào khe.
- Nếu  $\Delta\lambda$  là khoảng cách phổ nhỏ nhất giữa hai bức xạ có bước sóng xấp xỉ  $\lambda_0$ , đo được bởi máy quang phổ thì theo định nghĩa năng suất phân giải của máy sẽ là:

$$R = \frac{\lambda_0}{\Delta\lambda}.$$

Đối với một máy quang phổ cho trước, sự mở rộng khe vào sẽ làm tăng độ sáng của các vạch quang phổ nhưng lại giảm sự phân giải.

# BÀI TẬP

## ÁP DỤNG TRỰC TIẾP BÀI GIẢNG

### 1 Nhiễu xạ của chùm tia laser

Một chùm tia laser ( $\lambda = 663 \text{ nm}$ ) bị nhiễu xạ qua một cách tử 300 vạch trên  $\text{mm}$ . Số chùm tia ló lớn nhất  $n$  là bao nhiêu nếu chùm tia tới vuông góc với mặt cách tử?

### 2 Góc lệch cực tiểu

Người ta quan sát phổ bậc 2 của một đèn hơi thủy ngân.

Đối với vạch tím  $435,8 \text{ nm}$ , góc lệch cực tiểu là  $51^\circ 40'$ . Đối với vạch xanh lá cây, góc lệch cực tiểu này là  $66^\circ 12'$ . Hãy xác định số vạch trên một  $\text{mm}$  của cách tử và bước sóng của vạch xanh lá cây.

### 3 Năng suất phân giải và độ rộng của khe

Ống chuẩn trực của một máy quang phổ cách tử gồm một khe có độ rộng  $e$  và một thấu kính có tiêu cự  $f = 10 \text{ cm}$ .

Cách tử được sử dụng có  $1000 \text{ vạch} \cdot \text{mm}^{-1}$ .

1) Tính độ rộng góc  $\Delta\alpha$  của các vạch phổ ở lân cận vị trí góc lệch cực tiểu.

2) Người ta nghiên cứu vạch kép của natri ở phổ bậc 2 tại vị trí góc lệch cực tiểu vào cỡ  $70^\circ$ . Từ đó suy ra khoảng cách góc  $\alpha_2 - \alpha_1$  giữa hai vạch gần nhau có bước sóng  $\lambda_1$  và  $\lambda_2$ .

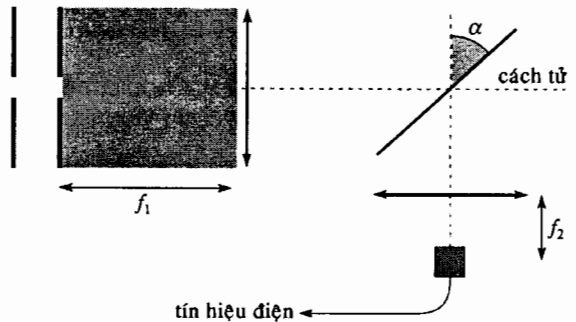
3) Độ rộng của khe vào cần phải là bao nhiêu để có thể phân li được vạch kép natri gồm hai vạch cách nhau một khoảng là  $0,6 \text{ nm}$ ?

### 4 Phổ quang kế

Một phổ quang kế gồm có một ống chuẩn trực (tiêu cự  $f_1$ ), một cách tử truyền xạ có thể quay quanh một trục và một vật kính có tiêu cự  $f_2$ , có quang trục vuông góc với trục của ống chuẩn trực. Đầu thu có khe vào rộng  $1 \text{ mm}$  được đặt ở tiêu điểm của vật kính.

1) Vẽ đường cong lấy mẫu cho bước sóng tại tâm của đầu thu theo góc  $\alpha$ . Khoảng biến thiên hữu ích theo  $\alpha$  là bao nhiêu nếu người ta muốn quét phổ khả kiến bậc 2 với một cách tử 500 vạch trên  $\text{mm}$ ?

2) Giá trị cực đại hữu ích của độ rộng  $e$  của khe vào sẽ xấp xỉ bao nhiêu nếu  $f_1 = f_2$ ?



## VẬN DỤNG VỐN KIẾN THỨC

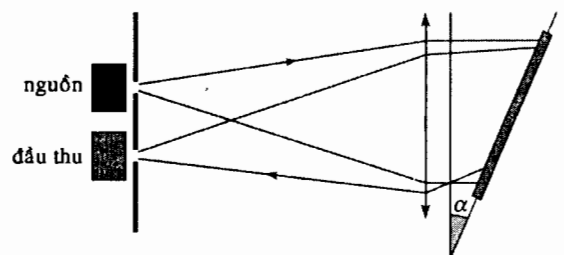
### 5 Sơ đồ quang phổ kế LITTROW

Quang phổ kế LITTROW gồm một cách tử phản xạ và một thấu kính duy nhất được dùng theo cả hai chiều. Khe vào và khe ra đều nằm trên một mặt phẳng vuông góc với quang trục của thấu kính cách nhau một khoảng  $h$  rất nhỏ so với tiêu cự  $f$  của thấu kính. Cách tử có bước  $a$ , có thể quay xung quanh một trục song song với vạch cách tử để quét từng phần phổ trên khe ra.

1) Người ta cần phải đặt các khe và thấu kính như thế nào?

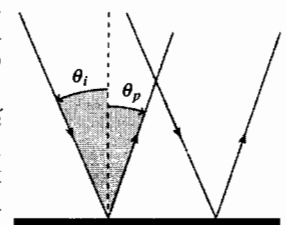
2) Tìm lại công thức cơ bản của cách tử phản xạ với những quy ước về hướng như trên hình vẽ.

3) Xác định hệ thức lấy mẫu cho bước sóng  $\lambda$  tại tâm của khe ra theo góc quay  $\alpha$ . Với cách tử có  $n = 500$  vạch trên  $\text{mm}$  được sử dụng ở phổ bậc 2, các giá trị hữu ích của  $\alpha$  là bao nhiêu?



4) Xác định năng suất phân giải  $R$  theo độ rộng  $e$  của các khe theo  $\lambda, f, a$  và theo bậc phổ  $p$ .

Người ta có thể làm như thế nào để có thể tăng dần tới năng suất phân giải lý thuyết của cách tử bằng  $pN$ ? ( $N$  là số vạch hữu ích của cách tử). Trong sơ đồ này  $\theta_i$  và  $\theta_p$  đều mang dấu dương.



# ĐIỀU CẦN GHI NHỚ

## ■ GÓC LỆCH CỦA MỘT SÓNG ĐƠN SẮC QUA MỘT CÁCH TỬ

- Một cách tử gồm có  $N$  vạch giống hệt nhau, song song với nhau, cách nhau một khoảng  $a$  (bước cách tử) và có độ dài rất lớn so với  $a$ . Thông thường, một cách tử chứa từ 100 đến 5000 vạch trên 1 mm.
- Một sóng phẳng đơn sắc, do nhiễu xạ sẽ cho một tập hợp các sóng gần như phẳng. Đối với các sóng có phương truyền vuông góc với vạch cách tử, góc tới  $\theta_i$  và các góc ló  $\theta_p$  thoả mãn hệ thức cơ bản của cách tử:

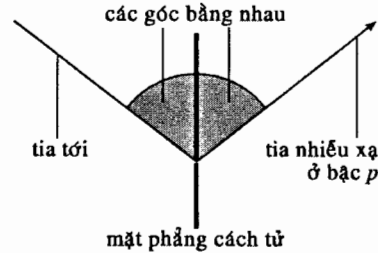
$$\sin\theta_p = \sin\theta_i + p \frac{\lambda}{a}.$$

Mỗi bậc phổ tương ứng với một giá trị của số nguyên  $p$ .

- Góc lệch đối với bậc  $p$  là  $D = |\theta_p - \theta_i|$ .

Khi  $\theta_i$  thay đổi,  $D$  đi qua một cực tiểu khi  $\theta_p = -\theta_i$ .

Mặt phẳng của cách tử khi đó là mặt phẳng *phân giác* của các tia tới và tia nhiễu xạ (về mặt thực nghiệm, nhận xét này rất quan trọng).



Hình 31. Góc lệch cực tiểu của các tia tới và tia khúc xạ.

## ■ MÁY QUANG PHỔ CÁCH TỬ

- Góc lệch phụ thuộc vào nhiều yếu tố trong đó có bước sóng của ánh sáng sử dụng. Do đó cách tử là một hệ tán sắc, có thể được sử dụng trong một máy quang phổ, thiết bị dùng để phân tích ánh sáng đa sắc.
- Một máy quang phổ cách tử cho ta các ảnh đơn sắc của khe vào khi chiếu ánh sáng cần phân tích vào khe.
- Nếu  $\Delta\lambda$  là khoảng cách phổ nhỏ nhất giữa hai bức xạ có bước sóng xấp xỉ  $\lambda_0$ , đo được bởi máy quang phổ thì theo định nghĩa năng suất phân giải của máy sẽ là:

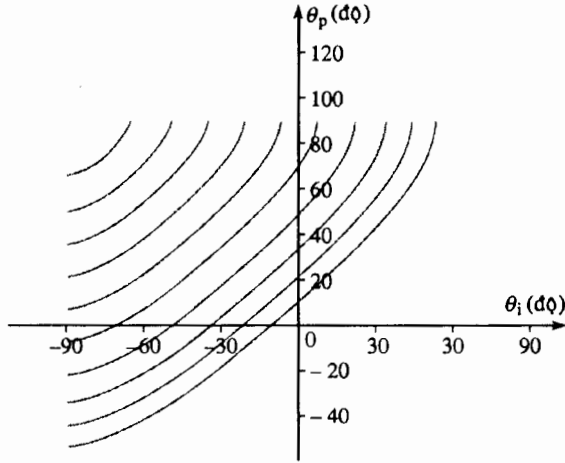
$$R = \frac{\lambda_0}{\Delta\lambda}.$$

Đối với một máy quang phổ cho trước, sự mở rộng khe vào sẽ làm tăng độ sáng của các vạch quang phổ nhưng lại giảm sự phân giải.

## LỜI GIẢI

1) Giá trị  $\sin\theta_p$  nằm giữa  $-1$  và  $+1$ . Nếu tất cả các bậc phổ đều tồn tại, thì ta có:

$$n = 1 + 2E \left[ \frac{a}{\lambda} \right] = 11.$$



Đó chính là dấu cho phép giải thích các đường cong ở hình trên. Đối với  $\theta_i = 0$ ,  $\theta_p$  chỉ được xác định khi  $|p| \leq 5$ .

2) Chỉ cần sử dụng hệ thức  $2 \sin \frac{D_m}{2} = p \frac{\lambda}{a}$ .

Ta được  $1000$  vạch.  $\text{mm}^{-1}$  và  $\lambda = 546,1$  nm.

3) Góc lệch là đại lượng dừng nên cách tử không làm biến đổi các khoảng cách góc.

Do đó  $\Delta\alpha \approx \frac{e}{f}$ .

$$2) D = \theta_p(\lambda) - \theta_i \text{ nên: } \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{\lambda_2 - \lambda_1} = \frac{dD}{d\lambda} = \frac{d\theta_p}{d\lambda} = \frac{p}{a \cos\theta_p}.$$

Tại vị trí góc lệch cực tiểu,  $\theta_p = \frac{1}{2} D_m = 35^\circ$

$$\text{hay } (\alpha_2 - \alpha_1)_{\text{rad}} \approx 2,5 \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{a}$$

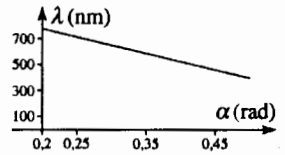
$$\text{hay } (\alpha_2 - \alpha_1)_{\text{ph}} \approx 8(\lambda_2 - \lambda_1)_{\text{nm}}.$$

3)  $\Delta\alpha$  cần phải nhỏ hơn 5 phút hay  $1,5 \cdot 10^{-3}$  rad, nói khác đi  $e < 0,15$  nm. Điều này có thể được thực hiện một cách dễ dàng.

4)  $\theta_i = \alpha$  và  $\theta_2 = \frac{\pi}{2} - \alpha$  ;

$$\text{do đó } \lambda = \frac{1}{2} a (\cos\alpha - \sin\alpha)$$

$$\text{hay } \lambda_{\text{nm}} = 1000(\cos\alpha - \sin\alpha).$$



2) Độ rộng góc của chùm tia trước khi tới cách tử là  $\Delta\theta_i = \frac{e}{f_1}$ .

Sau khi ra khỏi cách tử, với  $\lambda$  và  $p$  cho trước, độ rộng góc của chùm tia sẽ là:

$$\Delta\theta = \Delta\theta_p = \frac{\cos\theta_i}{\cos\theta_p} \frac{e}{f_1} = \frac{1}{\tan\alpha} \frac{e}{f_1},$$

với  $\lambda$  và  $p$  cho trước, ảnh của khe vào trên mặt đầu thu có độ rộng là

$$\frac{1}{\tan\alpha} \frac{ef_2}{f_1} \approx 2,7e \text{ khi lấy giá trị trung bình của } \alpha = 0,35 \text{ rad.}$$

Do đó, nếu  $e$  lớn hơn 0,35 mm thì người ta sẽ bị thiệt thòi về độ phân giải mà chẳng được lợi về quang thông đi vào đầu thu. Về mặt thực nghiệm, giá trị  $e < 0,35$  mm có thể thực hiện được một cách dễ dàng.

5) 1) Cách tử cần phải được chiếu sáng bằng chùm sáng song song.

Mặt phẳng khe cũng chính là tiêu diện của thấu kính.

2) Đối với cách tử phân xạ:

$$\sin\theta_p = -\sin\theta_i + p \frac{\lambda}{a}.$$

Ta nhận thấy rằng bậc 0 ngang ứng với phương phân xạ hình học.

3)  $\theta_i = \alpha$  và  $\theta_p = \alpha + \frac{h}{f}$  nên trong gần đúng bậc nhất của  $\frac{h}{f}$ , ta có:

$$\lambda = \frac{a}{p} \left[ \sin\left(\alpha + \frac{h}{f}\right) + \sin\alpha \right] \approx 2 \frac{a}{p} \sin\left(\alpha + \frac{h}{2f}\right).$$

Đường cong lấy mẫu sẽ là một đoạn của hình sin.

Để có thể quét hết phổ khả kiến,  $\alpha$  phải biến thiên giữa 0,2 rad và 0,4 rad.

4) Vì  $\theta_p = \theta_i$ , nên  $\frac{d\theta_p}{d\theta_i} = -1$ . Độ rộng góc của chùm tia được bảo toàn và ảnh của khe vào cũng có độ rộng là  $e$ .

Trong mặt phẳng chứa các khe, khoảng cách  $d$  giữa hai vạch gần nhau là:

$$d = f \frac{d\theta_p}{d\theta_i} \Delta\lambda = \frac{fp}{a \cos\theta_p} \Delta\lambda \approx \frac{fp}{a \cos\alpha} \Delta\lambda.$$

Tại giới hạn phân li,  $d = e$ . Với các giá trị trên của  $\alpha$ ,  $\cos\alpha \approx 1$ , hay:

$$R \approx \frac{p\lambda f}{ea} = p\lambda n \frac{f}{e}, \text{ nghĩa là } \lambda \approx 0,5 \mu\text{m}, R \approx 0,25 p \frac{f}{e}, \text{ từ đó suy ra:}$$

$$R \approx 0,5 p \frac{f}{e} \text{ với } p = 2.$$

Một cách tử có độ rộng hữu ích 2 cm sẽ có 10000 vạch, và tại phổ bậc 2 sẽ có năng suất phân giải lý thuyết là 20000.

Để đạt được giá trị này, ta cần phải có  $\frac{f}{e} = 0,25 \cdot 10^{-4}$ .

Với  $f = 300$  mm, từ điều kiện trên suy ra  $e = 7,5 \mu\text{m}$ ! Giá trị này không thể đạt được trong thực nghiệm. Nhưng cho dù không đạt được giá trị giới hạn này, ta có thể tiến dần tới nó, bằng cách giảm  $e$  và tăng  $f$ . Tăng  $f$  cũng làm sự thiệt thòi về độ sáng của phổ.



# GIÁO TRÌNH THỰC TẬP: NGHIÊN CỨU SỰ PHÂN CỰC CỦA SÓNG ÁNH SÁNG

# 9

## Mở đầu

*Một sóng âm tại một điểm cho trước được đặc trưng bởi phương truyền sóng và một biên độ vô hướng. Sự xoay đầu thu quanh một trục song song với phương truyền sóng không làm thay đổi tín hiệu lối ra của đầu thu.*

*Các sóng điện từ trong vùng tần số vô tuyến có cấu trúc phức tạp hơn: tín hiệu do ăng ten thu nhận phụ thuộc rất nhiều vào hướng của nó: tính bất đẳng hướng này liên quan đến bản chất vector của điện trường. Các sóng ánh sáng cũng là sóng điện từ nhưng nói chung các đầu thu không nhạy với hướng của điện trường.*

*Tuy nhiên, cần phải để ý đến đặc tính vector của sóng ánh sáng khi nó truyền qua các môi trường dị hướng có các tính chất quang học phụ thuộc vào phương của điện trường sóng ánh sáng.*

## M U C T I Ê U

- Mô tả các trạng thái phân cực.
- Phát hiện ánh sáng phân cực.
- Sử dụng kính phân cực và các bản chậm pha.
- Tạo ra và phân tích ánh sáng phân cực.

## ĐIỀU CẦN BIẾT TRƯỚC

- Sự truyền sóng.
- Chiết suất của môi trường
- Các khái niệm về giao thoa.

# 1 Một vài ví dụ

## 1.1. Kính râm dùng khi trượt tuyết hoặc đi trên băng

### 1.1.1. Thí nghiệm đơn giản

Chỉ cần nhìn vào một vật phản xạ ánh sáng (một tấm kính thủy tinh) qua các kính râm loại này và xoay tròn chúng (h.1). Với một sự định hướng nhất định của kính, ánh sáng phản xạ trên tấm thủy tinh đi qua kính bị yếu đi rất nhiều.

Điều tương tự cũng xảy ra đối với ánh sáng phản xạ trên mặt tuyết, từ đó ta thấy ích lợi của những kính này để làm yếu ánh sáng phản chiếu.

Hiện tượng này gây ra do bản chất của các kính râm và do đặc tính của ánh sáng phản xạ trên tấm kính hoặc trên mặt băng:

- cường độ của ánh sáng khuếch tán trên một vật không trong suốt hoặc phản xạ trên một gương kim loại thì không bị biến đổi theo sự định hướng của các kính râm này;
- nếu ta sử dụng các kính râm thông thường thì không thấy được sự làm yếu ánh sáng phản xạ nữa.

### 1.1.2. Giải thích

Cường độ của sóng ánh sáng và một hệ số truyền qua vô hướng đơn thuần không thể đủ để mô tả hiện tượng, phụ thuộc vào sự định hướng tương hỗ giữa sóng ánh sáng và kính râm được nêu ra ở phần trên.

Ta chỉ có thể giải thích được hiện tượng này khi tính đến bản chất vector của điện trường  $\vec{E}$  của sóng ánh sáng.

- Đối với ánh sáng phản xạ trên tấm thủy tinh, tất cả các phương của điện trường  $\vec{E}$  không còn tương đương nữa: ánh sáng này đã bị phân cực.
- Đối với những kính râm khảo sát cũng vậy, tất cả các phương của trường là không tương đương: đó là những kính lọc phân cực được chế tạo từ một vật liệu bất đẳng hướng. Chúng chỉ hấp thụ những sóng ánh sáng có điện trường  $\vec{E}$  dọc theo một hướng nhất định.

## 1.2. Lọc sáng phân cực dùng cho máy ảnh

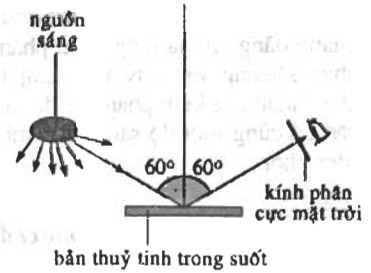
Để chụp ảnh một con cá bơi trong nước mà không bị ánh sáng phản xạ kí sinh của bầu trời trên mặt nước, ta có thể sử dụng một lọc sáng phân cực.

Bằng cách xoay lọc sáng này, ta có thể làm giảm ánh sáng phản xạ thậm chí gần như triệt tiêu chúng nếu như góc tới xấp xỉ bằng  $50^\circ$  (hình 2).

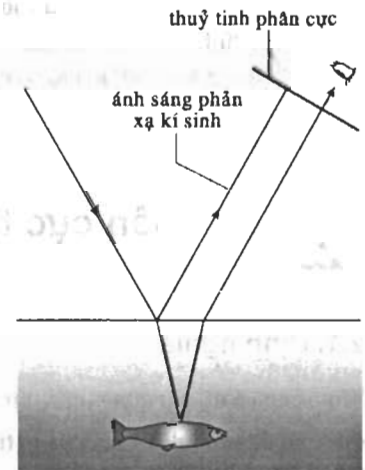
Ánh sáng khuếch tán trên con cá lại bị phân cực một cách khác (điện trường của ánh sáng đó không cùng hướng với ánh sáng phản xạ trên mặt nước) và không hoàn toàn bị hấp thụ bởi lọc sắc phân cực.

Ánh sáng tán xạ trên các phân tử của khí quyển tạo ra màu xanh của bầu trời cũng là ánh sáng phân cực.

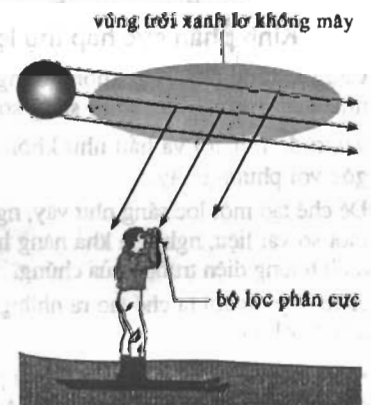
Bằng cách định hướng lọc sáng phân cực một cách thích hợp, ta có thể triệt tiêu một phần ánh sáng tán xạ từ bầu trời: trên các tấm ảnh chụp trong những kì nghỉ hè hoặc trên các tấm bưu ảnh, bầu trời hiện ra với một màu xanh đa trời đẹp (h.3).



Hình 1. Phản xạ trên mặt kính.



Hình 2. Sự loại bỏ các ánh sáng phản xạ kí sinh.



Hình 3. Ánh sáng khuếch tán từ bầu trời là ánh sáng p phân cực.

Hai tấm ảnh (h.4a và 4b) được chụp từ đỉnh của Puy-de-Dome trong tiết trời quang đãng cho ta thấy rõ sự phân cực của bầu trời: chúng được chụp cách nhau khoảng vài giây với cùng một máy ảnh nhưng với sự định hướng khác nhau của kính phân cực đặt ở trước vật kính. Trong khi các vật thể khác vẫn có cùng một độ sáng, trên một trong hai tấm ảnh, bầu trời trông có vẻ "đen" hơn.

Chú ý:

*Một số loài côn trùng (như ong chẳng hạn) định hướng trong không gian nhờ ánh sáng phân cực này.*

### Quy ước

Trong các phần sau, ta chỉ xét các sóng điện từ phẳng.

Cần lưu ý rằng điện trường  $\vec{E}$  của sóng phẳng vuông góc với phương truyền của nó; do đó vectơ này luôn luôn nằm trong mặt phẳng sóng.

**Định nghĩa:** Sự phân cực của một sóng điện từ luôn luôn được xác định bởi những tính chất hay những biến chuyển của vectơ điện trường  $\vec{E}$  của sóng trong một mặt phẳng sóng cho trước.

## 2 Sự phân cực thẳng

### 2.1. Định nghĩa

Một sóng có điện trường luôn giữ nguyên hướng dọc theo vectơ đơn vị  $\vec{u}$  được gọi là *sóng phân cực thẳng* theo vectơ  $\vec{u}$ ; vectơ  $\vec{u}$  xác định sự phân cực thẳng của sóng.

Chú ý:

*Mặt phẳng phân cực của một sóng có thể biến đổi tùy theo mặt phẳng sóng. Bài tập 4 minh họa điều khẳng định này.*

### 2.2. Lọc sóng ánh sáng nhờ kính phân cực

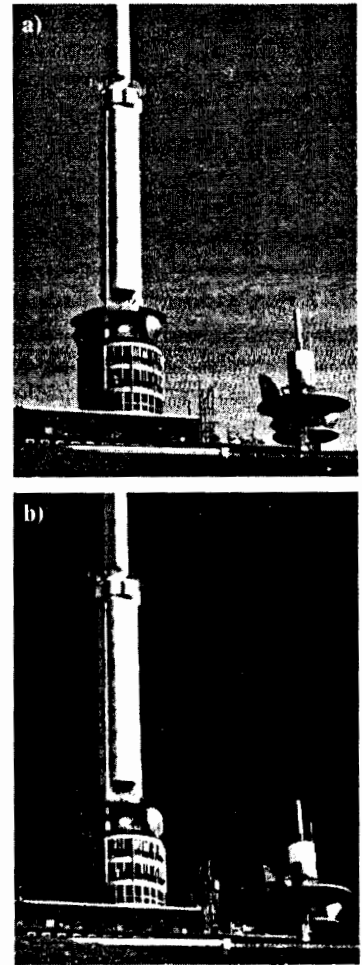
#### 2.2.1. Kính phân cực hấp thụ lọc lựa

Các lọc sáng phân cực thông dụng nhất là một bản mỏng trong suốt nếu như điện trường của sóng song song với phương đặc trưng (phương của vectơ đơn vị  $\vec{u}$ ) và hầu như không trong suốt nếu như trường  $\vec{E}$  vuông góc với phương này.

Để chế tạo một lọc sáng như vậy, người ta sử dụng *tính lưỡng hướng sắc* của một số vật liệu, nghĩa là khả năng hấp thụ lọc lựa các sóng điện từ tùy theo định hướng điện trường của chúng.

Hiện nay, người ta chế tạo ra những lọc sáng này bằng cách kéo dẫn một số màng polyme:

- nếu điện trường  $\vec{E}$  song song với phương kéo dẫn thì màng polyme trở nên dẫn điện, nó hấp thụ ánh sáng vì công suất bức xạ của sóng sẽ bị tiêu tán do các dòng điện gây ra bởi điện trường  $\vec{E}$ ;



**Hình 4.** Các bức ảnh chụp đỉnh Puy - de - Dome khi trời quang với hai vị trí trực giao của kính phân cực.

- nếu  $\vec{E}$  vuông góc với phương này thì màng polyme là cách điện và trong suốt;
- nếu trường  $\vec{E}$  theo một phương nào đó thì nó có thể được phân tích thành một thành phần song song và một thành phần vuông góc với phương kéo dẫn. Do đó, phương kéo dẫn của màng polyme sẽ vuông góc với phương đặc trưng  $\vec{u}$  của lọc sáng phân cực.

Trong miền sóng centimet, ta có thể thấy được những thiết bị tương tự gồm một dàn nhiều thanh kim loại. Một cách hệ thống, ta có thể đồng nhất các phân tử polyme bị kéo thẳng với những thanh kim loại của dàn này (h.5).

## 2.2.2 Cách tạo sóng phân cực thẳng

Để tạo một sóng phân cực thẳng theo phương  $\vec{u}$ , chỉ cần cho một sóng ánh sáng nào đó đi qua một lọc sáng phân cực hoặc một kính phân cực có phương đặc trưng là  $\vec{u}$ .

Cường độ ánh sáng truyền qua tỉ lệ với giá trị trung bình của bình phương cường độ điện trường và có thể được viết như sau:  $I_{tr} = TI_{in}$ .

Một cách lí tưởng, hệ số truyền qua sẽ bằng 0 ( $T_{min} = 0$ ) đối với trạng thái phân cực bị triệt tiêu và bằng đơn vị ( $T_{max} = 1$ ) đối với trạng thái trục giao với nó.

Thật vậy, tỉ số dập tắt  $\tau = \frac{T_{max}}{T_{min}}$  cho phép xác định phẩm chất của một kính phân cực thực tế.

Trên thực tế, các kính phân cực quang học được mô tả ở trên có tỉ số dập tắt khá lớn ( $\tau \approx 10^4$ ) nhưng độ truyền qua cực đại  $T_{max}$  chỉ vào khoảng 35%. Cơ chế phân cực do hấp thụ làm cho chúng không được dùng để phân cực ánh sáng có công suất lớn.

Trái lại, các kính phân cực loại này lại có thị trường rộng và làm việc rất thích hợp trong vùng khả kiến. Những đặc trưng này cùng với giá thành rẻ làm cho chúng được sử dụng khá rộng rãi.

**Kính phân cực là một lọc sáng biến đổi một sóng nào đó thành sóng phân cực thẳng theo phương đặc trưng  $\vec{u}$  của kính phân cực.**

## 2.3. Phân tích một ánh sáng phân cực thẳng

### 2.3.1. Kính phân tích

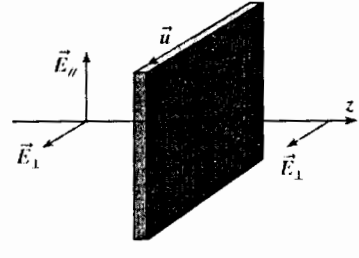
Một lọc sáng phân cực được gọi là *kính phân tích* khi nó tác động lên một ánh sáng đã bị phân cực. Về mặt vật chất, nó giống hệt như một kính phân cực.

Người ta nhận biết được một sóng phân cực thẳng bằng cách xoay kính phân tích đặt ở trong một mặt phẳng sóng. Nếu như tồn tại một vị trí của kính phân tích tại đó cường độ ánh sáng truyền qua là bằng 0 thì người ta có thể kết luận rằng:

- sóng tới là sóng phân cực thẳng;
- phương phân cực của nó vuông góc với phương đặc trưng  $\vec{u}$  của kính phân tích khi dập tắt ánh sáng.

Trái lại, nếu sóng tới không phải là sóng phân cực thẳng thì không thể làm trùng một cách liên tục điện trường  $\vec{E}$  với phương vuông góc với  $\vec{u}$  và do đó không thể dập tắt được sóng truyền qua.

**Nếu có thể dập tắt một sóng ánh sáng nhờ một lọc sáng phân cực (kính phân tích) thì sóng ánh sáng đó là sóng phân cực thẳng.**



**Hình 5.** Nguyên lí của kính phân cực hấp thụ lọc lựa.

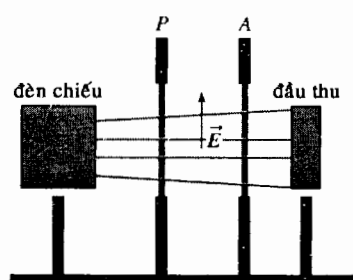
### 2.3.2. Sơ đồ “kính phân cực và kính phân tích chéo nhau”

Ta hãy bố trí thí nghiệm theo sơ đồ trên hình 6. Đầu thu có thể đơn giản là một màn quan sát bằng mắt hoặc một tế bào quang điện.

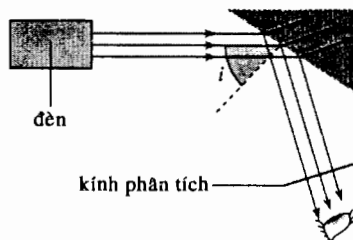
- Ánh sáng phát ra từ đèn chiếu là ánh sáng “tự nhiên”; trong thời gian đáp ứng của đầu thu tất cả các phương của trường  $\vec{E}$  trong mặt phẳng vuông góc với phương truyền sáng là tương đương nhau.
- Trong miền giữa kính phân cực  $P$  và kính phân tích  $A$ , sóng ánh sáng là phân cực thẳng theo phương đặc trưng  $\vec{u}_P$  của kính phân cực.
- Xoay kính phân tích, ta sẽ nhận thấy rằng cường độ sáng truyền qua kính phân tích sẽ hầu như bằng 0 theo một phương hoàn toàn xác định sao cho phương đặc trưng  $\vec{u}_A$  của kính phân tích vuông góc với  $\vec{u}_P$ .

**Bất kì loại ánh sáng nào tới một hệ gồm một kính phân cực và một kính phân tích đặt chéo nhau (các phương đặc trưng của chúng trực giao với nhau), cường độ ánh sáng ló đều bằng 0.**

Một phương thức chiếu phim nổi sử dụng nguyên lí này. Máy quay phim tạo ra hai phim tương ứng với sự nhìn của từng mắt. Khi chiếu phim, cả hai phim này được chiếu đồng thời lên cùng một màn ảnh nhưng ở lối ra của hai máy chiếu phim người ta đặt hai kính phân cực định hướng vuông góc với nhau. Mỗi khán giả đeo một kính mà mắt kính là các lọc sáng phân cực định hướng vuông góc với nhau. Mỗi mắt kính đóng vai trò một kính phân tích đặt vuông góc với một trong các kính phân cực của máy chiếu phim. Khi đó, mỗi mắt chỉ nhận một trong hai hình ảnh trên màn. Và điều đó tái tạo được cảm giác nhìn nổi. Chỉ cần bỏ kính ra hoặc nghiêng đầu đi thì sẽ thấy hai phim làm nhòe lẫn nhau ở trên màn ảnh.



Hình 6. Kính phân cực và kính phân tích.



Hình 7. Sự phân tích ánh sáng phản xạ.

### 2.3.3. Ứng dụng: Phân tích ánh sáng phản xạ

Ta quan sát qua một lọc sáng phân cực sóng ánh sáng phản xạ của một chùm tia gần song song trên mặt một lăng kính thủy tinh (h.7). Xoay lọc sáng (được sử dụng ở đây như một kính phân tích) cho đến khi thấy một cực tiểu độ rọi.

Nên sử dụng một lăng kính hơn là một bản hai mặt song song để cho ánh sáng cần phân tích bị một lần phản xạ không khí / thủy tinh.

- Cực tiểu độ rọi thu được khi phương đặc trưng  $\vec{u}$  của kính phân tích song song với mặt phẳng tới.

- Cường độ ánh sáng truyền qua kính phân tích hầu như bằng 0 nếu góc  $i$  xấp xỉ bằng  $60^\circ$ . Cực tiểu độ rọi sẽ không rõ ràng nếu  $i$  sai khác nhiều với giá trị này.

Thật vậy, ánh sáng phản xạ trên mặt phân cách giữa hai môi trường trong suốt là ánh sáng phân cực thẳng theo phương vuông góc với mặt phẳng tới (h.8).

Nếu như góc tới bằng góc tới BREWSTER  $i_B$  sao cho  $\tan i_B = \frac{n_2}{n_1}$  (xem H-Prepa, Sóng, năm thứ hai).

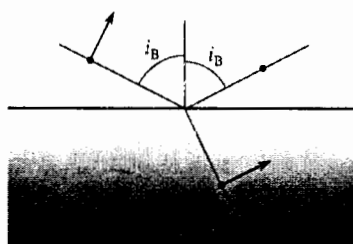
*Prepa, Sóng, năm thứ hai).*

$i_B$  vào khoảng  $56^\circ$  đối với sự phản xạ không khí / thủy tinh và vào khoảng  $52^\circ$  đối với sự phản xạ không khí / nước.

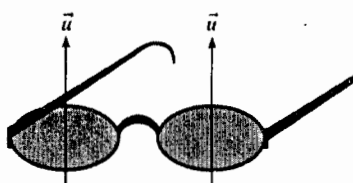
Sự phản xạ dưới góc tới BREWSTER có rất nhiều ứng dụng đơn giản:

- nó cho phép kiểm tra phương phân cực  $\vec{u}$  của một kính phân cực hay một kính phân tích: để có được cực tiểu cường độ sáng của sóng phản xạ,  $\vec{u}$  cần phải nằm trong mặt phẳng tới;

- cũng như vậy, trong trường hợp các kính râm dùng khi đi trên băng, phương  $\vec{u}$  phải thẳng đứng để giảm nhỏ nhất cường độ ánh sáng phản xạ trên mặt băng (h.9);



Hình 8. Dưới góc tới BREWSTER (các tia phản xạ và tia truyền qua khi đó trực giao với chuyển ngành); điện trường  $\vec{E}$  của sóng phản xạ là vuông góc với mặt sóng tới.



Hình 9. Kính đeo mặt dùng cho những người trượt tuyết là những kính phân cực có vectơ  $\vec{u}$  nằm theo phương thẳng đứng. Khi đó, ta làm giảm cường độ của các tia phản xạ.

• để chụp ảnh một vật trong tủ sau cửa kính, ta có thể đặt một kính phân cực ở trước vật kính máy ảnh để loại bớt các tia sáng phản xạ (h.10).



**Hình 10.** a. Người ta không nhìn thấy gì ở trong tủ kính. b. Người ta có thể nhìn thấy tất cả các sự vật ở trong tủ kính; ảnh phản xạ kém rõ nét hơn. Đối với hai vị trí trực giao của kính phân cực đặt trước vật kính của máy ảnh, người ta có thể hoặc không thể nhìn thấy những vật đặt trong tủ kính.

## 2.4. Định luật MALUS

### 2.4.1. Phát biểu và chứng minh

Một chùm sáng phân cực thẳng theo phương  $\vec{u}_0$  đi qua một kính phân cực có phương đặc trưng  $\vec{u}$  đặt vuông góc với phương truyền.

$E_0$  và  $I_0$  là biên độ và cường độ của sóng tới,  $E$  và  $I$  là biên độ và cường độ của sóng ló,  $\alpha$  là góc giữa  $\vec{u}$  và  $\vec{u}_0$ .

Nếu sóng tới có cường độ  $I_0$  là sóng phân cực thẳng theo phương  $\vec{u}_0$  thì sóng ló sẽ phân cực thẳng theo phương  $\vec{u}$  và cường độ  $I$  của nó sẽ tuân theo định luật MALUS:

$$I = I_0 \cos^2 \alpha \quad \text{với } \alpha = (\vec{u}, \vec{u}_0),$$

Sự chứng minh định luật này dựa trên tính tuyến tính của các phương trình trường điện từ. Sóng phân cực dọc theo  $\vec{u}_0$  giống hệt như sự chồng chất hai sóng phân cực dọc theo  $\vec{u}$  và  $\vec{v}$  sao cho tại mỗi thời điểm (h.11) ta có:

$$\vec{E}(M, t) = E(M, t) \vec{u}_0 = E(M, t) \cos \alpha \vec{u} + E(M, t) \sin \alpha \vec{v}.$$

Sóng phân cực dọc theo  $\vec{v}$  bị kính phân cực hấp thụ còn sóng phân cực theo  $\vec{u}$  sẽ truyền qua một cách hoàn toàn.

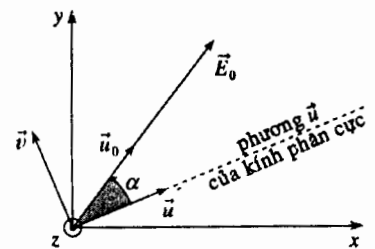
Biên độ ở lối ra do đó sẽ bằng  $E_0 \cos \alpha$  còn cường độ sẽ tỉ lệ với bình phương biên độ và bằng  $I_0 \cos^2 \alpha$ .

Trong trường hợp đặc biệt  $\alpha = 90^\circ$ , ta lại được sơ đồ “kính phân cực và kính phân tích chéo nhau”.

### 2.4.2. Kiểm chứng thực nghiệm

Cần phải có một chùm sáng gần như song song, hai lọc sáng phân cực (kính phân cực  $P$  và kính phân tích  $A$ ) và một đầu thu nhạy với cường độ ánh sáng. Sơ đồ bố trí thí nghiệm được vẽ trên hình 4.

Sóng sáng ra khỏi  $P$  bị phân cực theo phương  $\vec{u}_P$ . Bằng cách xoay kính phân tích và do đó xoay cả phương đặc trưng  $\vec{u}_A$  của nó, ta làm biến đổi góc  $\alpha$  giữa  $\vec{u}_P$  và  $\vec{u}_A$ , và có thể kiểm chứng được tính hiệu lực của định luật MALUS.



**Hình 11.** Tác động của một kính phân cực lên một sóng phân cực thẳng.

# Áp dụng 1

## Kiểm chứng thực nghiệm định luật MALUS

Thí nghiệm trên đây được thực hiện với một kính phân cực và một kính phân tích có các phương trục tiên không được đánh dấu trên vành kính. Bằng cách thay đổi góc  $\alpha$  đánh dấu tùy ý vị trí của kính phân tích, người ta thu được bảng các số liệu điện áp  $V(\alpha)$  (cho bởi một sơ đồ điện tử dùng đầu thu photodiốt) dưới đây. Cực tiểu độ rọi thu được khi  $\alpha_{\min} = 42^\circ$  với  $V = 11$  mV.

Hãy đưa ra một cách khai thác các kết quả này cho phép kiểm chứng tính hiệu lực của định luật Malus.

$\alpha$ (độ)	0	5	10	15	20	25
$V$ (mV)	280	230	180	135	95	60

$\alpha$ (độ)	30	35	40	45	50	55
$V$ (mV)	35	20	12	13	25	40

$\alpha$ (độ)	60	65	70	75	80	85	90
$V$ (mV)	69	101	142	190	237	288	341

Cực tiểu độ rọi phải tương ứng với một vị trí tại đó  $P$  và  $A$  chéo nhau  $\alpha = 90^\circ$ . Do đó, chúng ta sẽ đặt:  $\theta = 90^\circ + \alpha - \alpha_{\min}$ .

Sơ đồ điện tử của đầu thu được giả sử là hoạt động trong miền tuyến tính của nó và do đó ta có thể

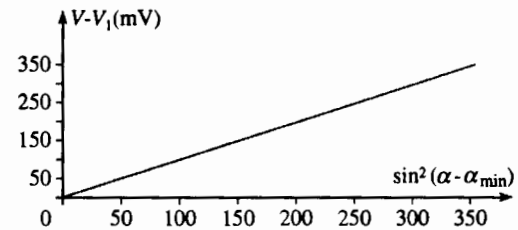
thay thế cường độ  $I$  bằng điện áp  $V$  và tìm cách kiểm chứng định luật sau:

$$V = V_0 \sin^2(\alpha - \alpha_{\min}) + V_1,$$

ở đây  $V_1 = V(\alpha_{\min})$  tính ra mV.

Do đó ta vẽ  $V - V_1$  theo  $\sin^2(\alpha - \alpha_{\min})$ .

Định luật MALUS được kiểm chứng bằng thực nghiệm nếu như ta được một đường thẳng (h.12).



Hình 12. Đường thẳng thực nghiệm chứng tỏ tính hiệu lực của định luật MALUS.

$\sin^2(\alpha - \alpha_{\min}) \cdot 10^{-3}$	448	362	281	206	104	86	43
$V - V_1$ (mV)	269	219	169	124	84	49	24

$\sin^2(\alpha - \alpha_{\min}) \cdot 10^{-3}$	15	1	3	19	51	95
$V - V_1$ (mV)	9	1	2	14	29	58

$\sin^2(\alpha - \alpha_{\min}) \cdot 10^{-3}$	153	220	297	397	465	552
$V - V_1$ (mV)	90	131	179	226	277	330

## 3 Các trạng thái phân cực của sóng

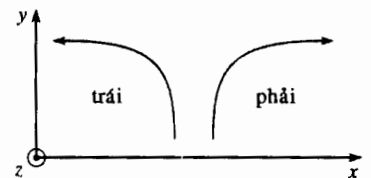
Sự phân cực thẳng chỉ là một trường hợp đặc biệt của các trạng thái phân cực sóng ánh sáng.

### 3.1. Sự định hướng của mặt phẳng sóng

Đối với một sóng phẳng đơn sắc, vector điện trường biến thiên theo hình sin trong mặt phẳng sóng (mặt phẳng vuông góc với phương truyền sóng); cách thức biến đổi vector cường độ điện trường được đặc trưng bởi trạng thái phân cực của sóng.

Để có thể mô tả một cách rõ ràng trạng thái phân cực này, ta cần phải quy ước với nhau về sự định hướng của mặt phẳng sóng.

Đối với người quan sát nhìn thấy sóng đi về phía mình, mặt phẳng sóng được định hướng như mặt phẳng  $(xOy)$  của hình học phẳng thông thường. Sự quay theo chiều kim đồng hồ được gọi là sự quay phải còn sự quay theo chiều ngược chiều kim đồng hồ được gọi là sự quay trái (h.13).

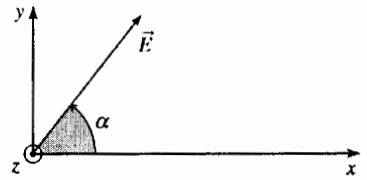


Hình 13. Sự định hướng của các mặt sóng. Quy ước định hướng nếu như sóng đi tới người quan sát.

### 3.2. Sự phân cực thẳng

Trong trường hợp đặc biệt của sự phân cực thẳng, trường  $\vec{E}$  giữ nguyên một phương cố định trong mặt phẳng sóng (h.14):

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} E_0 \cos \alpha \cos(\omega t - kz + \varphi_0) \\ E_0 \sin \alpha \cos(\omega t - kz + \varphi_0) \\ 0 \end{pmatrix}$$



Hình 14. Sự phân cực thẳng.

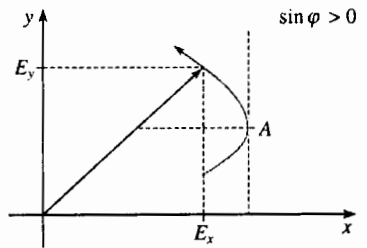
Có thể chọn gốc thời gian sao cho  $\varphi = 0$ .

Bằng kí hiệu phức, ta có:  $\vec{E} = \begin{pmatrix} E_0 \cos \alpha e^{i(\omega t - kz)} \\ E_0 \sin \alpha e^{i(\omega t - kz)} \\ 0 \end{pmatrix}$ .

### 3.3. Sự phân cực ellipse

Trong trường hợp tổng quát, hai thành phần  $E_x$  và  $E_y$  của một sóng đơn sắc có cùng tần số nhưng có thể lệch pha nhau :

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} E_{0x} \cos(\omega t - kz) \\ E_{0y} \cos(\omega t - kz - \varphi) \\ 0 \end{pmatrix}; \text{ bằng kí hiệu phức, ta có: } \vec{E} = \begin{pmatrix} E_{0x} e^{i(\omega t - kz)} \\ E_{0y} e^{i(\omega t - kz - \varphi)} \\ 0 \end{pmatrix}$$



Hình 15.  $(E_y)_A$  là cùng dấu với  $\cos \varphi$

và  $\left(\frac{dE_y}{dt}\right)_A$  là cùng dấu với  $\sin \varphi$ .

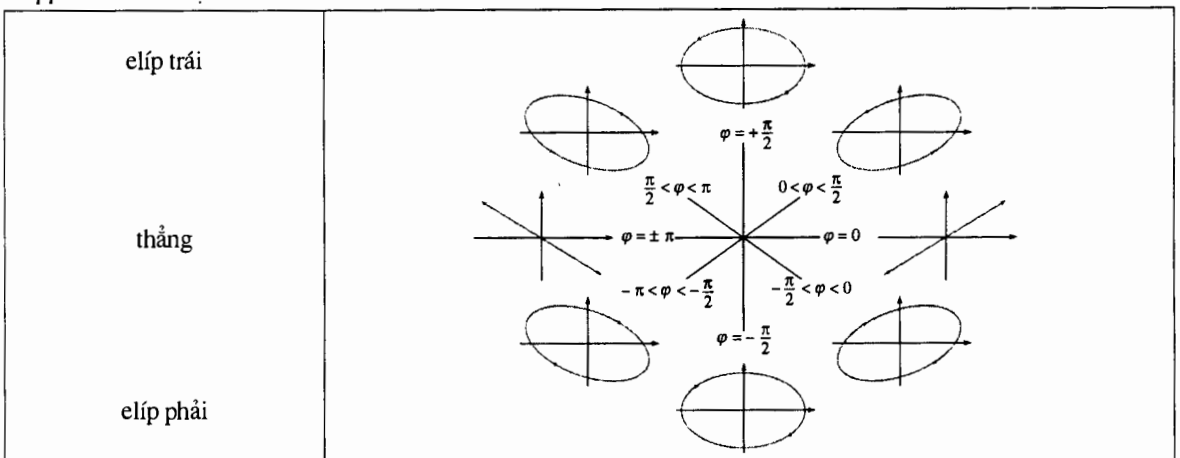
ở đây  $E_{0x} > 0$  và  $E_{0y} > 0$ .

Sóng đơn sắc đã cho có thể xem như là chồng chất của hai sóng phân cực thẳng theo hai phương trục giao với nhau và có cùng một tần số và kết hợp với nhau. Tại một điểm cho trước ( $z = \text{hằng số}$ ), đầu mút của vectơ  $\vec{E}$  sẽ vẽ ra một đường ellipse (trong một số trường hợp đặc biệt, nó có thể là một đoạn thẳng hay một đường tròn) trong mặt phẳng quan sát. Chiều vẽ của đường

ellipse được xác định bởi dấu của  $\left(\frac{dE_y}{dt}\right)_{\omega t - kz = 0} = \omega E_{0y} \sin \varphi$  và do đó

bằng dấu của  $\sin \varphi$  (h.15).

Các trạng thái phân cực khác nhau của một sóng phẳng đơn sắc được tóm tắt trong hình 16. Người ta gọi độ ellipse của sóng là tỉ số của bán trục lớn của ellipse trên bán trục nhỏ của nó.



Hình 16. Các trạng thái phân cực của một sóng phẳng, đơn sắc, phân cực.



### 3.4. Sự phân cực tròn

Trường hợp đặc biệt của hai trạng thái phân cực tròn được trình bày trên hình 17 (nên nhớ rằng  $z =$  hằng số và ta đang xét trong một mặt phẳng sóng cho trước).

bản chất của sóng	kí hiệu thực	kí hiệu phức	sơ đồ
sóng phân cực tròn phải $\varphi = -\frac{\varphi}{2}$	$\vec{E} = \begin{pmatrix} E_0 \cos(\omega t - kz) \\ -E_0 \sin(\omega t - kz) \\ 0 \end{pmatrix}$	$\vec{E} = \begin{pmatrix} E_0 e^{i(\omega t - kz)} \\ iE_0 e^{i(\omega t - kz)} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ i \\ 0 \end{pmatrix} E_0 e^{i(\omega t - kz)}$	
sóng phân cực tròn trái $\varphi = +\frac{\varphi}{2}$	$\vec{E} = \begin{pmatrix} E_0 \cos(\omega t - kz) \\ E_0 \sin(\omega t - kz) \\ 0 \end{pmatrix}$	$\vec{E} = \begin{pmatrix} E_0 e^{i(\omega t - kz)} \\ -iE_0 e^{i(\omega t - kz)} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -i \\ 0 \end{pmatrix} E_0 e^{i(\omega t - kz)}$	

Hình 17. Hai trạng thái phân cực tròn.

**Chú ý:**

Hai trạng thái phân cực tròn này làm cơ sở cho một loạt các trạng thái phân cực. Nếu  $E_+(z, t)$  và  $E_-(z, t)$  tương ứng là các sóng phân cực tròn phải và trái thì dễ dàng thấy rằng tất cả các sóng đơn sắc đều có thể được viết dưới dạng phức như sau:  $\vec{E}(z, t) = \mu_+ \vec{E}_+(z, t) + \mu_- \vec{E}_-(z, t)$  với  $\mu_+$  và  $\mu_-$  là các hằng số phức.

Trong trường hợp tổng quát, sóng đơn sắc là một sóng phân cực ellipse. Tại một điểm xác định trong không gian, đầu mút của vectơ  $\vec{E}$  sẽ vạch ra một hình ellipse theo thời gian có các đặc trưng phụ thuộc vào độ lệch pha  $\varphi$  giữa hai thành phần  $E_x$  và  $E_y$ .

Trường hợp đặc biệt khi  $\varphi = 0$  ( $\pi$ ) là trường hợp phân cực thẳng.

Trường hợp đặc biệt khi  $\varphi$  bằng  $\frac{\pi}{2}$  ( $\pi$ ) và các biên độ  $E_{0x}$  và  $E_{0y}$  bằng nhau là trường hợp phân cực tròn.

### 3.5. Ánh sáng tự nhiên

Các nguồn sáng cổ điển gồm một số rất lớn các hạt (phân tử) phát xạ ra những đoàn sóng không kết hợp với nhau và phân cực tùy ý:

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} E_{0x}(t) \cos[\omega t - kz + \varphi_x(t)] \\ E_{0y}(t) \cos[\omega t - kz + \varphi_y(t)] \\ 0 \end{pmatrix}$$

Lưu ý rằng, các hàm số  $E_{0x}(t)$ ,  $E_{0y}(t)$ ,  $\varphi_x(t)$  và  $\varphi_y(t)$  là những hàm của thời gian, biến thiên rất chậm so với chu kỳ của tín hiệu sáng: trạng thái phân cực biến đổi với thời gian đặc trưng bằng thời gian kết hợp  $\tau_c$  của nguồn, rất lớn so với chu kỳ  $T = \frac{2\pi}{\omega}$ , nhưng nói chung là rất nhỏ so với thời gian đáp ứng  $\tau_R$  của đầu thu.

Trong một khoảng thời gian rất lớn so với  $\tau_c$ :

- đầu mút của vectơ  $\vec{E}$  vẽ ra một quỹ đạo tùy ý mà ta không thể mô tả nó một cách đơn giản được. Ánh sáng tự nhiên là ánh sáng không phân cực;
- các phương  $\vec{e}_x$  và  $\vec{e}_y$  là tương đương nhau và do đó:

$$\langle E_x^2 \rangle = \langle E_y^2 \rangle = \frac{1}{2} \langle \vec{E} \cdot \vec{E} \rangle.$$

Ánh sáng tự nhiên không có trạng thái phân cực ổn định trong thời gian đáp ứng của các đầu thu quang học.

Người ta nói rằng nó không bị phân cực.

## Áp dụng 2

### Tác dụng của kính phân cực lên ánh sáng tự nhiên

Cường độ  $I$  ở lối ra của một kính phân cực (li tưởng) sẽ là bao nhiêu khi chiếu vào nó ánh sáng tự nhiên có cường độ là  $I_0$ ?

Giả sử rằng sóng truyền dọc theo trục  $(Oz)$ .

Điện trường  $\vec{E} = E_x \vec{e}_x + E_y \vec{e}_y$  của ánh sáng tới có để các thành phần  $E_x$  và  $E_y$  biến thiên một cách tùy ý.

Đối với sóng tới:

$$I_0 = \langle \vec{E} \cdot \vec{E} \rangle = \langle E_x^2 \rangle + \langle E_y^2 \rangle = 2 \langle E_x^2 \rangle,$$

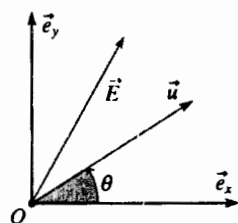
$$\text{vì } \langle E_y^2 \rangle = \langle E_x^2 \rangle.$$

Sau khi đi qua kính phân cực có phương đặc trưng  $\vec{u}$  và đặt  $\theta = (\vec{e}_x, \vec{u})$  (h.18), ta có:

$$\begin{aligned} I &= \langle (\vec{E} \cdot \vec{u})^2 \rangle \\ &= \langle (E_x \cos\theta + E_y \sin\theta)^2 \rangle \\ &= \langle E_x^2 \rangle \cos^2\theta \\ &\quad + \langle E_y^2 \rangle \sin^2\theta = \langle E_x^2 \rangle. \end{aligned}$$

Từ đó suy ra:

$$I = \frac{1}{2} I_0.$$



Hình 18. Kính phân cực nằm ở mặt phẳng sóng  $(xOy)$  của sóng tới.

### 3.5.1. Ánh sáng phân cực toàn phần hay ánh sáng phân cực một phần

Các ánh sáng phân cực thẳng, phân cực ellipse, hoặc phân cực tròn được gọi là các ánh sáng phân cực toàn phần.

Sự chống chất ánh sáng tự nhiên và một ánh sáng phân cực toàn phần cho ta ánh sáng phân cực một phần.

Trong những thí nghiệm tiếp theo, chúng ta chỉ quan tâm đến ánh sáng tự nhiên hoặc ánh sáng phân cực toàn phần.

► Để luyện tập: bài tập 1 và 2.

# 4 Các bản dị hướng

## 4.1. Thí nghiệm với dải băng dính trong suốt

Trong thí nghiệm trình bày trên hình 19, kính phân cực  $P$  và kính phân tích  $A$  được đặt vuông góc với nhau. Cường độ sáng truyền qua hầu như bằng 0 khi không có bản thủy tinh và cũng như khi có bản thủy tinh.

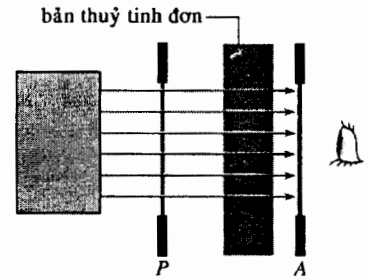
Bản thủy tinh không biến đổi trạng thái phân cực của ánh sáng truyền qua nó; nó được gọi là *dễ dàng hướng*, bởi vì hệ số truyền qua của nó độc lập với sự định hướng của điện trường  $\vec{E}$ .

Tiếp theo, ta dán một dải băng dính trong suốt lên bản thủy tinh và không thay đổi sự định hướng của  $P$  và  $A$ . Nếu dải băng dính này không song song với phương đặc trưng của  $P$ , hoặc của  $A$  thì kính phân tích sẽ cho qua ánh sáng có cường độ không thể bỏ qua được.

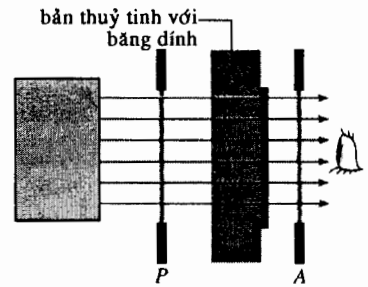
Dải băng dính đã biến đổi trạng thái phân cực của sóng ánh sáng. Sự biến đổi này không chỉ đơn giản là quay phương phân cực bởi vì không thể lại dập tắt ánh sáng bằng cách xoay kính phân tích. Dải băng dính biến đổi phân cực thẳng thành phân cực ellipse, là một vật liệu *dị hướng* quang học. Vật liệu này tác động một cách khác nhau lên các thành phần của điện trường  $\vec{E}$ .

Chú ý:

*Dải băng dính có tính dị hướng do nó đã bị kéo giãn mà nó đã phải chịu trong khi chế tạo.*



Hình 19a.  $P$  và  $A$  chéo nhau.



Hình 19b.  $P$  và  $A$  luôn luôn chéo nhau.

## 4.2. Các bản chậm pha

### 4.2.1. Các đường trung hoà của một bản dị hướng

Ta làm lại thí nghiệm xoay bản thủy tinh có dán băng dính được trình bày trên hình 19b. Đối với hai phương định hướng vuông góc với nhau của băng dính (trên thực tế là khi băng dính song song hoặc vuông góc với phương đặc trưng của  $P$ ), cường độ ánh sáng ra khỏi kính phân tích gần như bằng không; sự dập tắt ánh sáng này chứng tỏ rằng sóng vẫn giữ nguyên tính phân cực thẳng gây ra do kính phân cực.

Ta có thể quan sát được hiện tượng như vậy khi thay thế bản thủy tinh có dán băng dính bằng một trong những “bản chậm pha” của phòng thí nghiệm.

Bản chậm pha là một bản mỏng làm bằng một vật liệu dị hướng. Khi được chiếu sáng vuông góc, nói chung nó sẽ làm biến đổi trạng thái phân cực của sóng tới. Tuy nhiên, các sóng phân cực thẳng dọc theo hai phương đặc biệt, vuông góc với nhau, được gọi là trục giao với nhau, hai đường trung hoà của bản vẫn giữ nguyên tính phân cực thẳng. Sau đây, ta sẽ đánh dấu phương của các đường trung hoà bằng  $\vec{e}_x$  và  $\vec{e}_y$ .

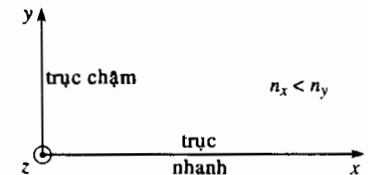
### 4.2.2. Sự chậm pha

Ta có thể giải thích được những quan sát trên khi xem rằng các sóng phân cực thẳng theo  $\vec{e}_x$  và  $\vec{e}_y$  như được truyền đi trong một môi trường đẳng hướng nhưng với các chiết suất khác nhau. Ta kí hiệu hai chiết suất này là  $n_x$  và  $n_y$  và giả sử rằng  $n_y > n_x$ .

Trục song song với  $\vec{e}_x$  được gọi là *trục nhanh* còn trục song song với  $\vec{e}_y$

được gọi là *trục chậm* bởi vì  $v_x = \frac{c}{n_x} > v_y = \frac{c}{n_y}$  (h.20). Vì khác nhau

về vận tốc pha, nên hai thành phần  $\vec{E}_x$  và  $\vec{E}_y$  của điện trường  $\vec{E}$  của sóng ló không có cùng một độ lệch pha như các thành phần tương ứng của sóng tới.



Hình 20. Các quy ước được sử dụng để biểu diễn các đường trung hoà của một bản dị hướng.

Chấn động sóng song song với trục chậm bị chậm pha  $\psi$  khi đi qua bản có độ dày  $e$  (h.21):

$$\psi = (k_y - k_x)e = \frac{2\pi}{\lambda}(n_y - n_x)e = \frac{2\pi}{\lambda}\delta_L.$$

$\delta_L$  là hiệu quang lộ phụ ở giữa hai chấn động vuông góc với nhau, được đưa vào bởi bản.

lối vào ( $z = 0$ )	toán tử quang học	lối ra	lối ra khi thay đổi góc thời gian
$\vec{E} = \begin{pmatrix} E_{0x}e^{i\omega t} \\ E_{0y}e^{i(\omega t - \varphi)} \\ 0 \end{pmatrix}$	bản dị hướng có độ dày $e$	$\vec{E} = \begin{pmatrix} E_{0x}e^{i(\omega t - k_x e)} \\ E_{0y}e^{i(\omega t - k_y e - \varphi)} \\ 0 \end{pmatrix}$	$\vec{E} = \begin{pmatrix} E_{0x}e^{i\omega t} \\ E_{0y}e^{i(\omega t - \varphi - \psi)} \\ 0 \end{pmatrix}$ <p>với <math>\psi = (k_y - k_x)e</math></p>

Hình 21. Ảnh hưởng của bản chậm pha lên một sóng phân cực nào đó.

Do có hai chiết suất và mỗi chiết suất tương ứng với một trạng thái phân cực nên vật liệu làm bản được gọi là *lưỡng chiết*.

**Bản chậm pha có tác dụng làm biến đổi độ lệch pha  $\varphi$  giữa thành phần  $E_x$  và  $E_y$  của điện trường,  $\vec{e}_x$  và  $\vec{e}_y$  xác định các trục trung hoà của bản.**

Nếu độ lệch pha phụ là  $\frac{\pi}{2}$  đối với một tần số cho trước thì bản được gọi

là bản một phần tư sóng (hay  $\delta_L = \frac{\pi}{4}$ ) đối với tần số này. Nếu độ lệch

pha phụ là  $\pi$ , thì bản được gọi là bản nửa sóng (hay  $\delta_L = \frac{\pi}{2}$ ).

Chú ý:

Nếu ta bỏ qua sự phản xạ yếu trên các mặt lối vào và lối ra thì bản làm chậm chỉ biến đổi sự phân cực mà không biến đổi cường độ của sóng.

$I = E_{0y}^2 + E_{0x}^2$  không bị biến đổi sau khi truyền qua bản.

### 4.2.3. Xác định vị trí của các đường trung hoà

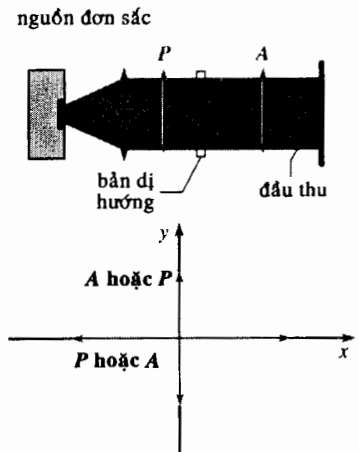
Khi không có bản dị hướng, ta đập tắt được ánh sáng khi  $P$  và  $A$  chéo nhau. Đưa bản dị hướng vào giữa  $P$  và  $A$ . Nói chung, chấn động ra khỏi bản là một chấn động ellipse nào đó và cường độ ánh sáng ra khỏi kính phân tích là khác 0. Các kính phân cực vẫn được giữ cố định và đặt chéo nhau, ta xoay bản dị hướng. Khi các trục ( $Ox$ ) và ( $Oy$ ) trùng với các phương đặc trưng trực giao của  $P$  và  $A$  (h.22), sự phân cực thẳng gây ra bởi  $P$  không bị biến đổi khi đi qua bản và độ rọi thu được ở sau  $A$  lại bằng 0 với mọi giá trị của  $\varphi$ . Thao tác thí nghiệm này cho phép xác định phương của các đường trung hoà của bản, tuy nhiên nó không cho phép xác định trục chậm.

► Để luyện tập: bài tập 3 và 5.

## 4.3. Bản nửa sóng

### 4.3.1. Định nghĩa

Bản nửa sóng là một bản làm bằng một vật liệu dị hướng sao cho  $\psi = \pi$ . Hiệu đường đi giữa hai chấn động khi đó sẽ là nửa bước sóng, từ đó bản có tên gọi như vậy. Độ dày  $e$  của bản sẽ thoả mãn  $(n_y - n_x)e = \frac{\lambda}{2}$ .



Hình 22. Định vị các đường trung hoà của một bản làm chậm.

Do đó, rõ ràng rằng một bản như vậy chỉ thực sự là “nửa sóng” đối với những sóng có tần số hoàn toàn xác định. Tác động của bản nửa sóng được trình bày trong hình 23 (nhớ rằng  $e^{-i\pi} = -1$ ).

lối vào ( $z = 0$ )	toán tử quang học	lối ra khi thay đổi gốc thời gian
$\vec{E} = \begin{pmatrix} E_{0x} e^{i\omega t} \\ E_{0y} e^{i(\omega t - \varphi)} \\ 0 \end{pmatrix}$	<p><b>bản nửa sóng</b> đường trung hoà (<math>Ox</math>) và (<math>Oy</math>):</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• (<math>Ox</math>) là trục nhanh</li> <li>• (<math>Oy</math>) là trục chậm</li> </ul>	$\vec{E} = \begin{pmatrix} E_{0x} e^{i\omega t} \\ -E_{0y} e^{i(\omega t - \varphi)} \\ 0 \end{pmatrix}$

Hình 23. Tác dụng của một bản làm chậm pha lên một sóng có độ phân cực nào đó: trường hợp bản nửa sóng.

# Áp dụng 3

**Biến thiên của độ lệch pha theo tần số.**

Xét một bản nửa sóng đối với bức xạ xanh lá cây của thủy ngân có bước sóng  $\lambda_0 = 546$  nm.

Xác định độ chậm pha  $\psi(\lambda)$  của nó đối với một bước sóng nào đó khi bỏ qua sự biến thiên của chiết suất theo bước sóng.

Tính toán đối với trường hợp  $\lambda = 450$  nm.

Độ chậm pha sẽ là:

$$\psi = \frac{2\pi}{\lambda} (n_y - n_x) e.$$

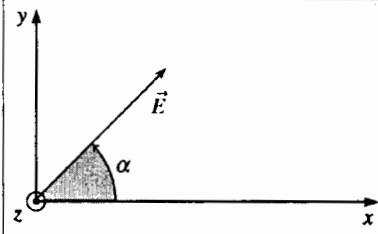

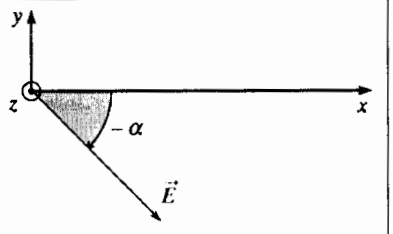
Vì  $\psi(\lambda_0) = \pi$  và vì các chiết suất, độ dày của bản ở đây là hằng số nên ta có:

$$\psi(\lambda) = \pi \frac{\lambda_0}{\lambda}.$$

Nếu  $\lambda = 450$  nm, thì  $\psi = 218^\circ$ .

## 4.3.2. Tác dụng của bản nửa sóng lên một sóng phân cực thẳng

Một bản nửa sóng biến đổi chấn động thẳng thành một chấn động thẳng đối xứng qua các đường trung hoà của nó (h.24).

lối vào ( $z = 0$ )	toán tử quang học	lối ra khi thay đổi gốc thời gian
<p><b>phân cực thẳng</b></p> $\vec{E} = \begin{pmatrix} E_0 \cos\alpha e^{i\omega t} \\ E_0 \sin\alpha e^{i\omega t} \\ 0 \end{pmatrix}$ <p>(<math>E_0 &gt; 0</math>)</p>	<p><b>bản nửa sóng</b> đường trung hoà (<math>Ox</math>) và (<math>Oy</math>):</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• (<math>Ox</math>) là trục nhanh</li> <li>• (<math>Oy</math>) là trục chậm</li> </ul>	<p><b>phân cực thẳng</b></p> $\vec{E} = \begin{pmatrix} E_0 \cos\alpha e^{i\omega t} \\ -E_0 \sin\alpha e^{i\omega t} \\ 0 \end{pmatrix}$
	<p><b>bản nửa sóng</b></p> 	

Hình 24. Tác dụng của bản nửa sóng lên một sóng phân cực thẳng.

Chúng ta có thể kiểm chứng kết quả này bằng thực nghiệm. Ta đặt một bản nửa sóng vào giữa  $P$  và  $A$  chéo nhau, định hướng bản này sao cho đập tắt được sóng truyền qua kính phân tích.

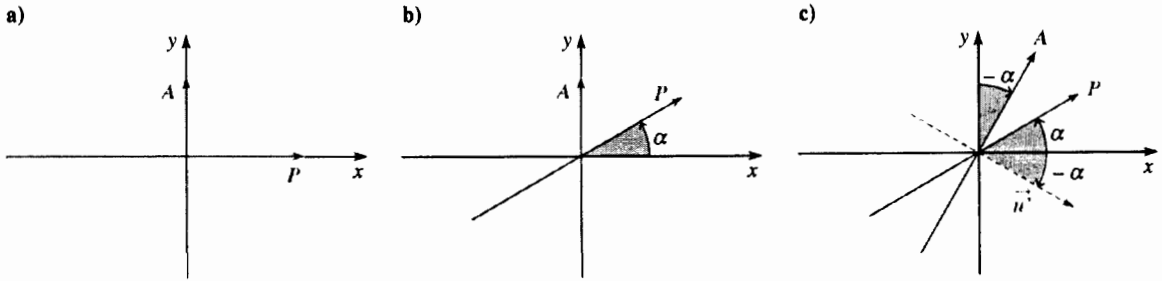
Khi đó, các đường trung hoà của bản sẽ trùng với các phương của  $P$  và  $A$  (h.25a).

Xoay kính phân cực  $P$  một góc  $\alpha$  (h.25b),  $20^\circ$  chẳng hạn và sau đó xoay tiếp kính phân tích  $A$  theo chiều ngược với chiều xoay kính phân cực  $P$ .

Ta lại được đập tắt ánh sáng nếu như sự quay của kính phân tích đúng bằng góc quay của kính phân cực.

Như vậy, ta đã chứng tỏ rằng:

- sóng đi qua bản nửa sóng là sóng phân cực thẳng;
- phương phân cực của nó đúng là đối xứng với phương phân cực gây ra bởi kính  $P$  đối với các đường trung hoà của bản nửa sóng (hình 25c).



Hình 25. Nghiên cứu bản nửa sóng.

a. Định vị các đường trung hoà. b.  $P$  quay một góc  $\alpha$ . Không thể đập tắt được ánh sáng truyền qua. c.  $A$  quay một góc  $-\alpha$ . Ánh sáng truyền qua lại bị đập tắt: sóng đi qua bản nửa sóng là sóng phân cực dọc theo hướng vector  $\vec{n}'$ .

# Áp dụng 4

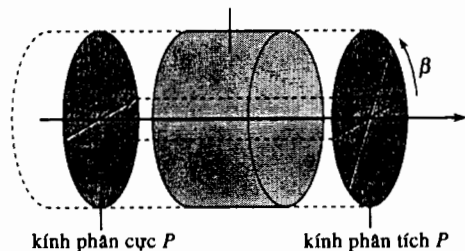
## Sự khác biệt giữa lưỡng chiết và khả năng quay cực

Một vật liệu có khả năng quay cực sẽ làm quay phương phân cực của một sóng ánh sáng truyền qua nó đi một góc  $\beta$  (h.26). Làm thế nào để có thể phân biệt được hiệu ứng này với ảnh hưởng của một bản nửa sóng, cũng làm quay phương phân cực như vậy?

Sự quay một góc  $\beta$  của phương phân cực gây ra do bản vật liệu có khả năng quay cực, không phụ thuộc vào sự định hướng của vật liệu khi xoay bản (quay xung quanh phương của chùm sáng).

Trái lại, sự quay gây ra do bản nửa sóng phụ thuộc vào sự định hướng của bản này, thậm chí nó có thể bị triệt tiêu khi một trục của bản

trùng với phương của chấn động phân cực thẳng đang xét.



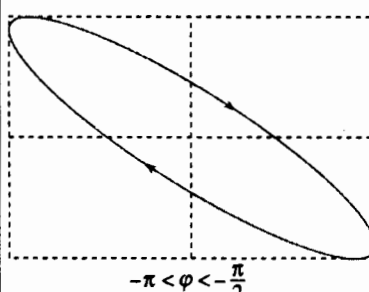

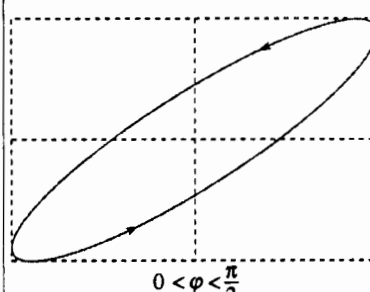
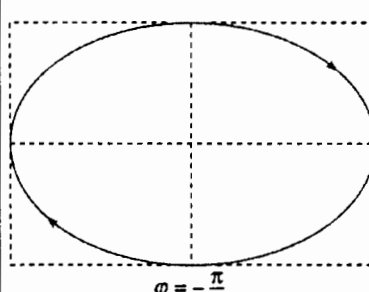

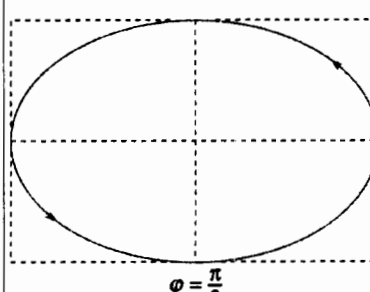
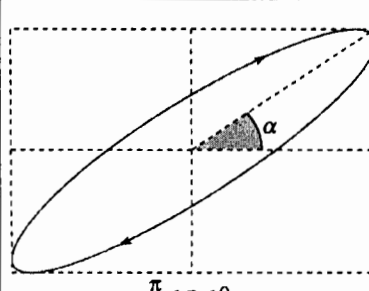

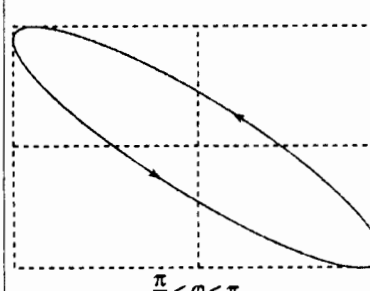
Hình 26. Sự quay của mặt phẳng phân cực.

### 4.3.1. Tác dụng của bản nửa sóng

#### lên một chấn động phân cực ellipse hoặc phân cực tròn

Bản nửa sóng biến đổi chấn động ellipse thành một chấn động ellipse:

- có các trục đối xứng với các trục của bản  $\frac{\lambda}{2}$ ;
- có cùng một độ ellipse;
- có chiều quay ngược lại (h.27).

lối vào ( $z = 0$ )	toán tử quang học	lối ra khi thay đổi góc thời gian
<p>phân cực ellipse phải (<math>-\pi &lt; \varphi &lt; 0</math>)</p> $\vec{E} = \begin{pmatrix} E_{0x}e^{i\omega t} \\ E_{0y}e^{i(\omega t - \varphi)} \\ 0 \end{pmatrix}$ <p>(<math>E_{0x} &gt; 0; E_{0y} &gt; 0</math>)</p>	<p>bản nửa sóng</p> <p>đường trung hoà (<math>Ox</math>) và (<math>Oy</math>):</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• (<math>Ox</math>) là trục nhanh</li> <li>• (<math>Oy</math>) là trục chậm</li> </ul>	<p>phân cực ellipse trái (<math>0 &lt; \varphi' &lt; \pi</math>)</p> $\vec{E} = \begin{pmatrix} E_{0x}e^{i\omega t} \\ E_{0y}e^{i(\omega t - \varphi')} \\ 0 \end{pmatrix}$ <p>với <math>\varphi' = \varphi + \pi</math></p>
 <p><math>-\pi &lt; \varphi &lt; -\frac{\pi}{2}</math></p>	<p>↔ bản nửa sóng ↔</p> 	 <p><math>0 &lt; \varphi &lt; \frac{\pi}{2}</math></p>
 <p><math>\varphi = -\frac{\pi}{2}</math></p>	<p>↔ bản nửa sóng ↔</p> 	 <p><math>\varphi = \frac{\pi}{2}</math></p>
 <p><math>-\frac{\pi}{2} &lt; \varphi &lt; 0</math></p>	<p>↔ bản nửa sóng ↔</p> 	 <p><math>\frac{\pi}{2} &lt; \varphi &lt; \pi</math></p>

Hình 27. Tác dụng của bản nửa sóng lên một sóng phân cực ellipse.

Bản nửa sóng biến đổi sóng phân cực ellipse thành một sóng phân cực ellipse đối xứng với nó qua các trục trung hoà của bản.

Đối với một bản cho trước, tính chất này chỉ đúng với một bước sóng xác định.

#### 4.4. Bản một phần tư sóng

##### 4.4.1. Định nghĩa

Bản một phần tư sóng là một bản được làm bằng vật liệu dị hướng sao cho:

$$\psi = \frac{\pi}{2}.$$

Hiệu đường đi giữa hai chấn động khi đó sẽ là một phần tư bước sóng. Vì vậy, bản được gọi là bản một phần tư bước sóng.

Độ dày  $e$  của bản phải thoả mãn:

$$(n_y - n_x)e = \frac{\lambda}{4}$$

Rõ ràng rằng một bản như vậy chỉ thực sự là “một phần tư sóng” đối với các sóng có tần số hoàn toàn xác định.

Tác dụng của bản một phần tư bước sóng như vậy được trình bày trên hình 28

(nhớ rằng  $e^{-i\frac{\pi}{2}} = -i$ ).

lối vào ( $z = 0$ )	toán tử quang học	lối ra khi thay đổi gốc thời gian
$\vec{E} = \begin{vmatrix} E_{0x}e^{i\omega t} \\ E_{0y}e^{i(\omega t - \varphi)} \\ 0 \end{vmatrix}$	<p><b>bản một phần tư sóng</b> đường trung hoà (<math>Ox</math>) và (<math>Oy</math>):</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• (<math>Ox</math>) là trục nhanh</li> <li>• (<math>Oy</math>) là trục chậm</li> </ul>	$\vec{E} = \begin{vmatrix} E_{0x}e^{i\omega t} \\ -iE_{0y}e^{i(\omega t - \varphi)} \\ 0 \end{vmatrix}$

**Hình 28.** Tác dụng của một bản một phần tư sóng lên một sóng có độ phân cực nào đó: trường hợp bản một phần tư sóng.

##### 4.4.2. Tác dụng của bản một phần tư sóng lên sóng phân cực thẳng

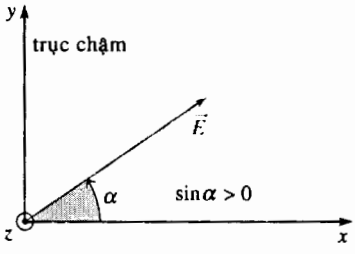

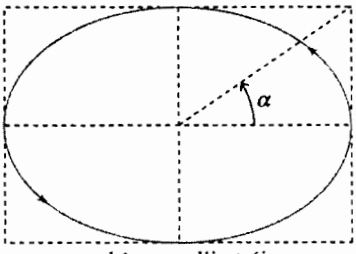
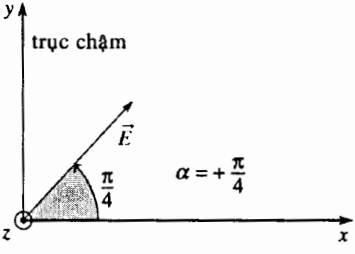

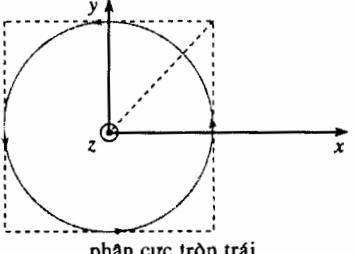
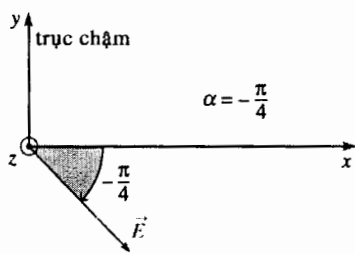

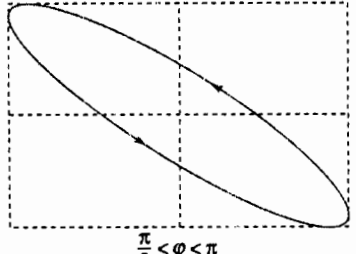
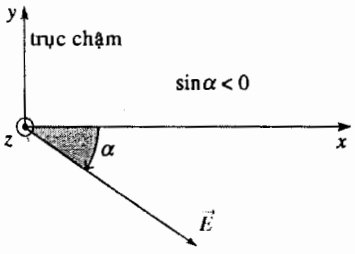

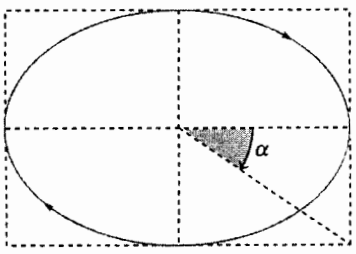
Bản một phần tư sóng biến đổi sóng phân cực thẳng thành một sóng phân cực ellipse.

Các trục của ellipse là các trục của bản (h.29).

##### 4.4.3. Tác dụng của bản một phần tư sóng lên chấn động tròn

Bản một phần tư sóng biến đổi sóng phân cực tròn thành một sóng phân cực thẳng dọc theo một trong các đường phân giác của các trục của bản (h.30, trang 259).



lối vào ( $z = 0$ )	toán tử quang học	lối ra khi thay đổi góc thời gian
<p>phân cực thẳng</p> $\vec{E} = \begin{pmatrix} E_0 \cos\alpha e^{j\omega t} \\ E_0 \sin\alpha e^{j\omega t} \\ 0 \end{pmatrix}$	<p>bản một phần tư sóng đường trung hoà (<math>Ox</math>) và (<math>Oy</math>):</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• (<math>Ox</math>) là trục nhanh</li> <li>• (<math>Oy</math>) là trục chậm</li> </ul>	<p>phân cực ellipse phải hoặc trái, trục của ellipse là các đường trung hoà của bản</p> $\vec{E} = \begin{pmatrix} E_0 \cos\alpha e^{j\omega t} \\ -jE_0 \sin\alpha e^{j\omega t} \\ 0 \end{pmatrix}$
<p>trục chậm</p>  <p><math>\sin\alpha &gt; 0</math></p>	<p>→ bản một phần tư sóng →</p> 	 <p>phân cực ellipse trái</p>
<p>trục chậm</p>  <p><math>\alpha = +\frac{\pi}{4}</math></p>	<p>→ bản một phần tư sóng →</p> 	 <p>phân cực tròn trái</p>
<p>trục chậm</p>  <p><math>\alpha = -\frac{\pi}{4}</math></p>	<p>→ bản một phần tư sóng →</p> 	 <p><math>\frac{\pi}{2} &lt; \phi &lt; \pi</math></p>
<p>trục chậm</p>  <p><math>\sin\alpha &lt; 0</math></p>	<p>→ bản một phần tư sóng →</p> 	

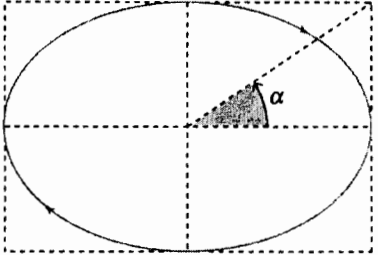

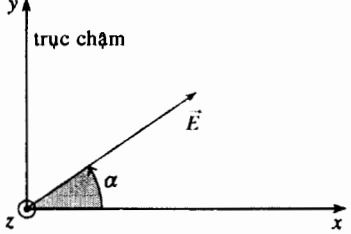
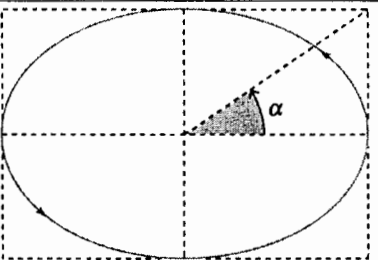

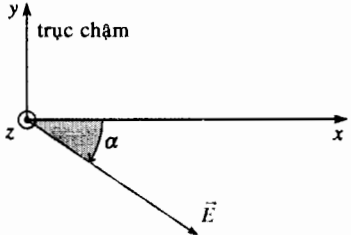
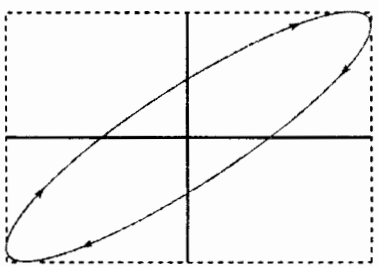

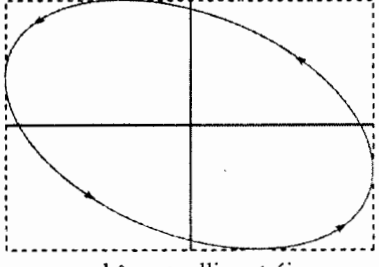
Hình 29. Tác động của bản một phần tư sóng lên sóng phân cực tròn.

lối vào ( $z = 0$ )	toán tử quang học	lối ra khi thay đổi góc thời gian
<p>phân cực tròn trái</p> $\vec{E} = \begin{pmatrix} E_0 e^{i\omega t} \\ iE_0 e^{i\omega t} \\ 0 \end{pmatrix}$	<p>→ bản một phần tư sóng →</p> <p>đường trung hoà (<math>Ox</math>) và (<math>Oy</math>):</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• (<math>Ox</math>) là trục nhanh</li> <li>• (<math>Oy</math>) là trục chậm</li> </ul>	<p>phân cực thẳng có phương hợp một góc <math>45^\circ</math> với các đường trung hoà</p> $\vec{E} = \begin{pmatrix} E_0 e^{i\omega t} \\ E_0 e^{i\omega t} \\ 0 \end{pmatrix}$
	<p>→ bản một phần tư sóng →</p>	
<p>phân cực tròn phải</p> $\vec{E} = \begin{pmatrix} E_0 e^{i\omega t} \\ -iE_0 e^{i\omega t} \\ 0 \end{pmatrix}$	<p>→ bản một phần tư sóng →</p> <p>đường trung hoà (<math>Ox</math>) và (<math>Oy</math>):</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• (<math>Ox</math>) là trục nhanh</li> <li>• (<math>Oy</math>) là trục chậm</li> </ul>	<p>phân cực thẳng có phương hợp một góc <math>45^\circ</math> với các đường trung hoà</p> $\vec{E} = \begin{pmatrix} E_0 e^{i\omega t} \\ -E_0 e^{i\omega t} \\ 0 \end{pmatrix}$
	<p>→ bản một phần tư sóng →</p>	

Hình 30. Tác động của bản một phần tư sóng lên một sóng phân cực ellipse.

#### 4.4.4. Tác dụng của bản một phần tư sóng lên một chấn động ellipse

Tác dụng của bản một phần tư sóng được mô tả trên hình 31.

lối vào ( $z = 0$ )	toán tử quang học $\rightarrow$	lối ra khi thay đổi góc thời gian
<p><b>phân cực ellipse phải trục của ellipse trùng với đường trung hoà</b></p> $\vec{E} = \begin{pmatrix} E_{0x}e^{i\omega t} \\ iE_{0y}e^{i\omega t} \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} \text{của bán } \frac{\lambda}{4} \\ (E_{0x} = E_0 \cos\alpha \\ \text{và } E_{0y} = E_0 \sin\alpha \\ \text{với } 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}) \end{matrix}$	<p><b>bản một phần tư sóng</b> đường trung hoà (<math>Ox</math>) và (<math>Oy</math>):</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• (<math>Ox</math>) là trục nhanh</li> <li>• (<math>Oy</math>) là trục chậm</li> </ul>	<p><b>phân cực thẳng</b></p> $\vec{E} = \begin{pmatrix} E_{0x}e^{i\omega t} \\ E_{0y}e^{i\omega t} \\ 0 \end{pmatrix}$
	<p><math>\rightarrow</math> bản một phần tư sóng <math>\rightarrow</math></p> 	
<p><b>phân cực ellipse trái trục của ellipse trùng với đường trung hoà</b></p> $\vec{E} = \begin{pmatrix} E_{0x}e^{i\omega t} \\ -iE_{0y}e^{i\omega t} \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} \text{của bán } \frac{\lambda}{4} \\ (E_{0x} = E_0 \cos\alpha \\ \text{và } E_{0y} = E_0 \sin\alpha \\ \text{với } 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}) \end{matrix}$	<p><math>\rightarrow</math> bản một phần tư sóng <math>\rightarrow</math> đường trung hoà (<math>Ox</math>) và (<math>Oy</math>):</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• (<math>Ox</math>) là trục nhanh</li> <li>• (<math>Oy</math>) là trục chậm</li> </ul>	<p><b>phân cực thẳng</b></p> $\vec{E} = \begin{pmatrix} E_{0x}e^{i\omega t} \\ -E_{0y}e^{i\omega t} \\ 0 \end{pmatrix}$
	<p><math>\rightarrow</math> bản một phần tư sóng <math>\rightarrow</math></p> 	
<p><b>phân cực ellipse bất kì</b></p> $\vec{E} = \begin{pmatrix} E_{0x}e^{i\omega t} \\ E_{0y}e^{i(\omega t - \varphi)} \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} (E_{0x} > 0 \\ \text{và } E_{0y} > 0) \end{matrix}$	<p><math>\rightarrow</math> bản một phần tư sóng <math>\rightarrow</math> đường trung hoà (<math>Ox</math>) và (<math>Oy</math>):</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• (<math>Ox</math>) là trục nhanh</li> <li>• (<math>Oy</math>) là trục chậm</li> </ul>	<p><b>phân cực ellipse</b></p> $\vec{E} = \begin{pmatrix} E_{0x}e^{i\omega t} \\ -iE_{0y}e^{i(\omega t - \varphi)} \\ 0 \end{pmatrix}$
 <p>phân cực ellipse phải với <math>-\frac{\pi}{2} &lt; \varphi &lt; 0</math></p>	<p><math>\rightarrow</math> bản một phần tư sóng <math>\rightarrow</math></p> 	 <p>phân cực ellipse trái với <math>0 &lt; \varphi' &lt; \frac{\pi}{2}</math> (<math>\varphi' = \varphi + \frac{\pi}{2}</math>)</p>

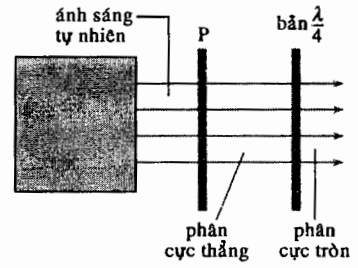
Hình 31.

Bản một phân tử sóng biến đổi chấn động thẳng thành một chấn động ellipse có các trục là các đường trung hoà của bản.

Ngược lại, nó biến đổi một chấn động ellipse thành một chấn động thẳng nếu như các trục của ellipse trùng với các đường trung hoà của bản.

Nó biến đổi mọi sóng phân cực tròn thành sóng phân cực thẳng.

Tác dụng này được dùng làm tiêu chuẩn để nhận biết một sóng phân cực tròn.



Hình 32. Kính phân cực tròn.

## 5 Cách tạo ra ánh sáng phân cực

### 5.1. Phân cực thẳng

Để có được một ánh sáng phân cực thẳng từ ánh sáng tự nhiên, ta có thể sử dụng một kính phân cực, tiếp theo đó ta có thể biến đổi trạng thái phân cực cơ bản này để tạo ra các trạng thái phân cực khác.

### 5.2. Phân cực tròn

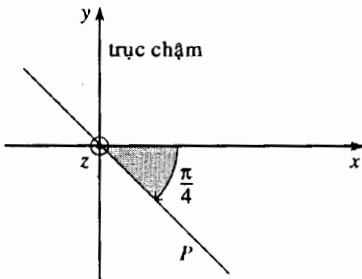
Ta có thể chế tạo ra một kính phân cực tròn từ một kính phân cực và một bản một phân tử sóng, bằng cách định hướng các đường trung hoà của bản hợp một góc  $45^\circ$  với phương đặc trưng của kính phân cực như trên các hình 32, 33 và 34.

Chú ý:

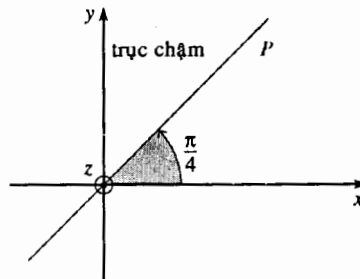
• Kính phân cực tròn này là đơn hướng: chùm tia tới trước hết cần phải đi qua kính phân cực sau đó mới qua bản một phân tử sóng biến chấn động thẳng thành chấn động tròn.

Rõ ràng rằng nếu như ta đổi chỗ hai thành phần này thì sóng ló sẽ là sóng phân cực thẳng.

• Dụng cụ này chỉ thực sự làm đúng chức năng đối với một sóng đơn sắc có bước sóng hoàn toàn xác định mà với nó bản dị hướng là bản "một phân tử sóng".



Hình 33. Cách tạo một sóng phân cực tròn phải.



Hình 34. Cách tạo một sóng phân cực tròn trái.

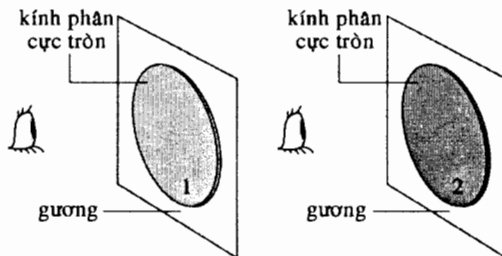
# Áp dụng 5

## Kính phân cực tròn và sự không quay lại quang học

Một kính phân cực tròn được tạo ra bằng cách ghép một kính phân cực  $P$  với một bản một phần tư sóng (phương đặc trưng của  $P$  hợp một góc  $45^\circ$  với các đường trung hoà  $(Ox)$  và  $(Oy)$  của bản) nhưng các vạch trên kính phân cực tròn dùng để đánh dấu các mặt vào (kính phân cực  $P$ ) và mặt ra (bản một phần tư sóng) đã bị xoá mất.

Vì vậy, ta sẽ kí hiệu một cách đơn giản hai mặt của kính là mặt 1 và mặt 2. Đặt kính phân cực này sát vào một gương phẳng.

Hình 35 cho thấy hiện tượng quan sát được. Giải thích các kết quả và nhận biết các mặt của kính phân cực?



Hình 35. Kính phân cực tròn đặt trước một gương phẳng.  
a. Mặt 2 đối diện với gương: kính phân cực có màu xám.  
b. Mặt 1 đối diện với gương: trông kính phân cực rất tối.

Trong cả hai trường hợp, ánh sáng truyền qua kính phân cực tròn bị phản xạ trên gương phẳng, sau đó lại đi qua kính phân cực theo chiều ngược lại. Ta khảo sát trường hợp khi kính phân cực tròn được đặt theo chiều “thuận”, bản nửa sóng áp vào mặt gương (h.36).

Khi đó, sẽ không có ánh sáng phản xạ bởi vì ánh sáng sau khi đi qua bản lần thứ hai là phân cực thẳng vuông góc với kính phân cực  $P$ . Kính phân cực tròn có màu đen.

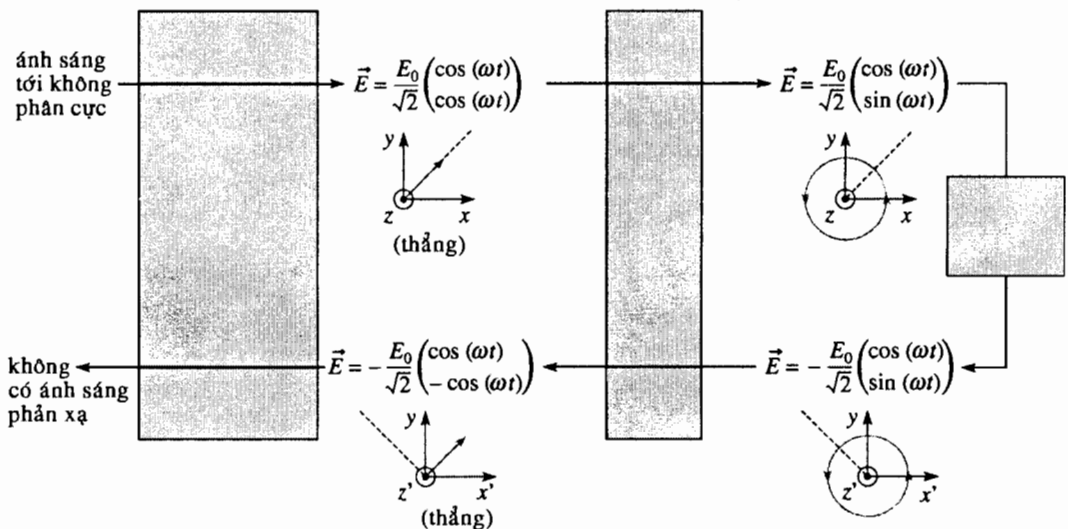
Tiếp theo, ta xét trường hợp kính phân cực tròn được đặt trên gương phẳng theo chiều “ngược” (h.37): ánh sáng phản xạ là phân cực tròn. Sau khi đi qua kính phân cực đầu tiên làm giảm một nửa cường độ ánh sáng ban đầu (trên thực tế là hơn bởi vì độ trong suốt của kính phân cực không bằng 1 ngay cả khi đặt đúng phương trạng thái phân cực thẳng đã chọn).

Dụng cụ có màu “xám” trong ánh sáng phản xạ.

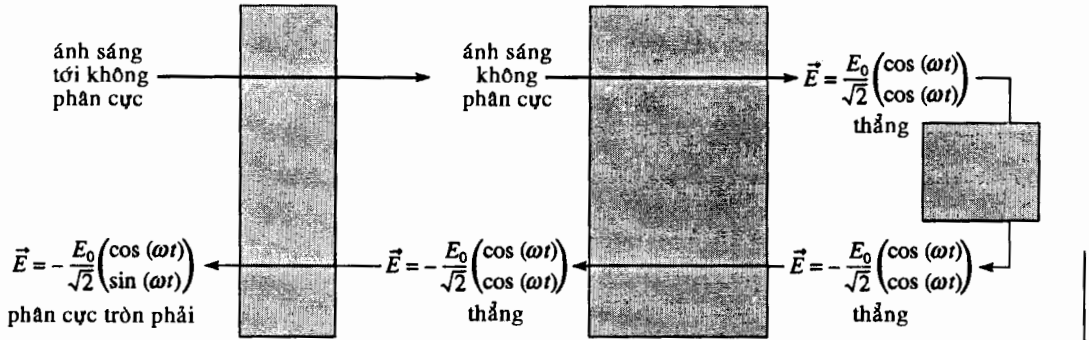
Ta có thể kết luận: mặt 1 là bản một phần tư sóng, còn mặt 2 là kính phân cực  $P$ .

Dụng cụ này rất nhạy với bản chất vectơ của ánh sáng. Cấu hình thứ nhất của nó, có tác dụng như một bộ chặn không cho ánh sáng quay lại.

Hiệu ứng này có thể được dùng làm cơ sở để chế tạo các chuyển mạch quang, trong đó lưỡng chiết của bản sẽ được điều khiển bằng một tín hiệu điện.



Hình 36. Bản nửa sóng đặt đối diện với một gương phẳng.



Hình 37. Kính phân cực đối diện với một gương phẳng.

### 5.3. Phân cực ellipse

Bằng cách đặt một bản chậm pha sau một kính phân cực thẳng, ta có thể tạo ra một kính phân cực ellipse có ý nghĩa nhất định trong ứng dụng thực tế.

Nếu ta dùng một bản một phần tư sóng thì từ các bảng hình 29, ta có thể xác định được những đặc trưng của ellipse theo góc  $\alpha$  giữa trục nhanh và phương đặc trưng của kính phân cực.

## 6 Phân tích tính phân cực của ánh sáng

### 6.1. Phân cực thẳng

#### 6.1.1. Kính phân tích dập tắt ánh sáng

Chúng ta đã biết rằng có thể phân tích một chấn động thẳng nhờ một kính phân cực thẳng đơn giản đóng vai trò một kính phân tích: ta sẽ tìm một cực tiểu cường độ  $I$  của ánh sáng truyền qua kính phân tích hơn là tìm một cực đại

bởi vì sự biến thiên tỉ đối  $\frac{\Delta I}{I}$  khi đó sẽ lớn hơn nhiều.

Tuy nhiên khi xác lập trạng thái dập tắt ánh sáng, ta đã sử dụng phương pháp tìm cực trị về bản chất không chính xác lắm (h.38).

#### 6.1.2. Kính phân tích bóng nửa tối

Để phát hiện phương của một chấn động thẳng chính xác hơn, ta có thể sử dụng kính phân tích bóng nửa tối (h.39). Kính này được cấu tạo từ:

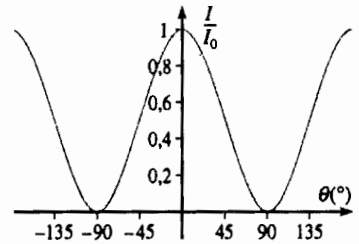
- một bản nửa sóng chỉ chắn một nửa chùm tia hữu ích. Bản này biến đổi sóng phân cực thẳng theo  $\vec{u}$  thành sóng phân cực thẳng theo  $\vec{u}'$  đối xứng với  $\vec{u}$  qua các trục của bản;
- một kính phân cực thẳng  $A$  (kính phân tích) có phương đặc trưng  $\vec{u}_A$ .

Giả sử  $\vec{u}$  là phương phân cực chưa biết của sóng tới;

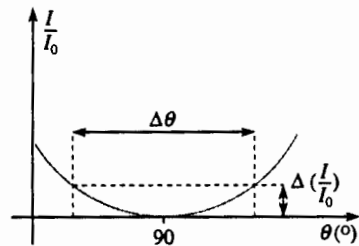
Các góc xác định phương phân cực của sóng tới và sự định hướng của kính phân tích đối với các trục ( $Ox$ ) và ( $Oy$ ) của bản được kí hiệu như sau (h.39):

$$\alpha = (\vec{e}_x, \vec{u}) \text{ và } \beta = (\vec{e}_y, \vec{u}_A).$$

Tại mặt ra của bản nửa sóng, ta sẽ có hai miền ánh sáng phân cực thẳng khác nhau được xác định bởi  $\alpha$  và  $-\alpha$ .

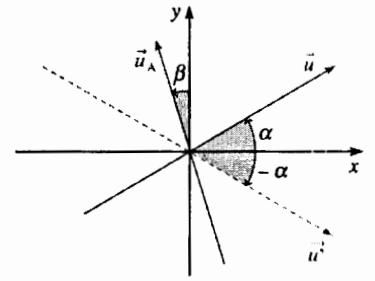
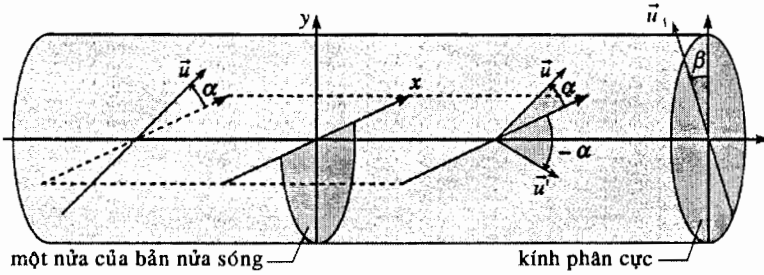


Hình 38a. Phân tích một dao động thẳng bằng định luật MALUS:  $\frac{I}{I_0} = f(\theta) = \cos^2\theta$ .



Hình 38b. Độ bất định của phương pháp tìm cực trị: ở lân cận  $\theta = 90^\circ$ , sự thẳng giăng của cường độ sáng xác nhận được chỉ là bậc 2 so với sự không chính xác của  $\Delta\theta$ .

Tại lối ra của kính phân tích, ta sẽ thấy hai miền sáng có cường độ khác nhau một cách *tiên nghiệm* (một thị kính cho phép ngắm vào mặt phẳng của bản nửa sóng).

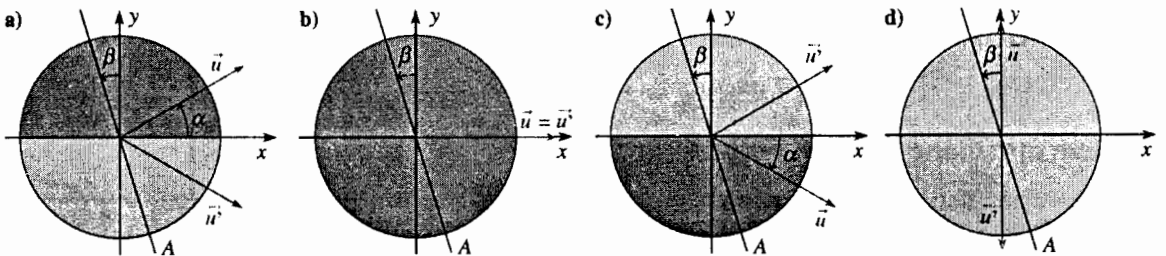


**Hình 39b.** Sự định lượng của các linh kiện trong một kính phân tích sóng nửa tối.

**Hình 39a.** Nguyên lý kính phân tích sóng nửa tối: các yếu tố của kính.

Cho góc  $\beta$  một giá trị xác định, nhỏ so với 1 radian và xoay hệ (bản nửa sóng + kính phân tích), điều đó tương đương với sự biến thiên góc  $\alpha$ .

- Nếu  $\alpha = \beta$ , miền  $y > 0$  có màu đen còn miền  $y < 0$  sáng yếu (h.40a).
- Nếu  $\alpha = -\beta$ , miền  $y < 0$  có màu đen còn miền  $y > 0$  sáng yếu (h.40c).
- Nếu  $\alpha = 0$ , cả hai miền đều sáng nhưng yếu (h.40b).
- Nếu  $\alpha = \frac{\pi}{2}$ , cả hai miền đều rất sáng (h.40d).



**Hình 40.** Cách điều chỉnh kính phân tích sóng nửa tối. Tại vị trí hai nửa tối đều, sóng tới là phân cực dọc theo  $(Ox)$ .

a.  $\alpha = \beta$  . b.  $\alpha = 0$  , hai bóng nửa tối đều . c.  $\alpha = -\beta$  . d.  $\alpha = \frac{\pi}{2}$  .

Vị trí  $\alpha = 0$  gọi là vị trí *bóng nửa tối* được xác lập với một độ chính xác cao. Nó nằm giữa hai vị trí rất dễ phân biệt (sự đập tắt ánh sáng của một miền) hai vị trí này chỉ sai khác bởi phép quay một góc nhỏ, bằng  $2\beta$ .

Vị trí  $\alpha = \frac{\pi}{2}$  cũng cân bằng độ rọi của cả hai miền nhưng nó không thể được xác lập với cùng độ chính xác như trên vì bằng mắt thường, nó sai khác rất ít so với các vị trí  $\alpha = \frac{\pi}{2} \pm \beta$  .

Như vậy, để xác định phương phân cực  $\vec{u}$  của sóng tới, chỉ cần điều chỉnh sao cho đúng vị trí bóng nửa tối; khi đó  $\vec{u}$  sẽ song song với trục  $(Ox)$  đã được định vị trên hệ từ trước.

Ta có thể phân tích một cách định lượng hơn bằng cách áp dụng định luật MALUS. Các cường độ sáng của hai miền được tính như sau:

- Miền  $y > 0$  :  $I_1 = I_0 \cos^2\left(\frac{\pi}{2} + \beta - \alpha\right) = I_0 \sin^2(\alpha - \beta)$  .
- Miền  $y < 0$  :  $I_2 = I_0 \cos^2\left(\frac{\pi}{2} + \beta + \alpha\right) = I_0 \sin^2(\alpha + \beta)$  .

Sau khi điều chỉnh,  $I_1 = I_2$ , nghĩa là  $(\alpha - \beta) \equiv \pm(\alpha + \beta)[\pi]$ .

Vì góc  $\beta$  cố định nên chỉ có hai nghiệm chấp nhận được là  $\alpha = 0$  và  $\alpha = 90^\circ$  (sai khác  $180^\circ$ ).

Đối với vị trí bóng nửa tối  $\alpha = 0$ , cường độ sáng của hai miền nhỏ và bằng:

$$I_0 \sin^2 \beta \ll I_0.$$

Đối với vị trí  $\alpha = 90^\circ$ , cường độ sáng của hai miền lớn hơn:

$$I_0 \sin^2 \beta \approx I_0.$$

Với cùng một sai số định vị  $\delta\alpha$  nghĩa là  $\alpha = 0 \pm \delta\alpha$  hoặc  $\alpha = 90^\circ \pm \delta\alpha$ , độ chênh lệch về cường độ  $|I_1 - I_2|$  là như nhau đối với cả hai vị trí.

Trái lại, độ tương phản hay độ chênh lệch tỉ đối sẽ là:

$$\Gamma = \left| \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2} \right|,$$

tốt nhất ở vị trí bóng nửa tối.

Đó chính là vị trí mà ta cần phải điều chỉnh để đạt được.

Cuối cùng, ta nhận thấy rằng độ lệch  $|I_1 - I_2|$  bị triệt tiêu ở vị trí bóng nửa tối, nhưng nó sẽ bằng 1 trong miền  $\delta\alpha$  ở lân cận vị trí này. Do đó, phương pháp phân tích này về bản chất là chính xác hơn phương pháp tìm cực tiểu mà chúng ta đã biết ở phần trước.

### 6.1.3. Phân cực kế LAURENT

Dụng cụ này dùng để đo năng suất quay cực của một dung dịch quang hoạt.

Các phân tử chirales không thể chống khít với ảnh của chúng qua một gương phẳng có các tính chất làm quay mặt phẳng phân cực của sóng ánh sáng đi qua chúng.

Góc quay  $\theta$  phụ thuộc vào nồng độ phân tử  $C$  của chất quang hoạt và năng suất quay cực  $\alpha_f$  và độ dài  $l$  của quãng đường truyền của ánh sáng trong dung dịch (định luật BIOT):

$$\theta = \alpha_f C l.$$

Vì vậy, việc đo  $\theta$  cho phép xác định được chuẩn độ của một dung dịch, ví dụ như dung dịch đường chẳng hạn.

Sơ đồ của thiết bị được vẽ trên hình 41. Nguyên lí của nó gần giống nguyên lí của kính phân cực bóng nửa tối. Chúng ta sẽ sử dụng các kí hiệu như trước.

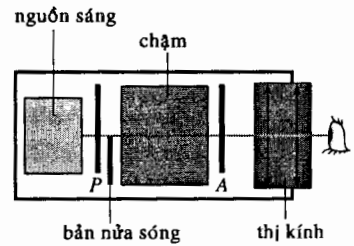
- Kính phân cực  $P$  và bản nửa sóng là cố định và xác định góc  $\alpha$ .
- Khi không có dung dịch ở trong cuvet, trạng thái bóng nửa tối sẽ được thiết lập khi xoay kính phân tích  $A$  đến vị trí  $\beta = \alpha$ .
- Dung dịch làm quay các phương phân cực  $\vec{u}$  và  $\vec{u}'$  theo cùng một góc  $\theta = \alpha_f C l$ . Vì vậy, ta sẽ lại tìm được vị trí bóng nửa tối khi quay kính phân tích  $A$  một góc đúng bằng  $\theta$ .

## 6.2. Sự phân cực ellipse

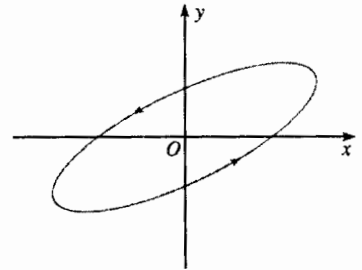
Xét một chấn động ellipse chưa biết (h.42a).

Sự phân tích tính phân cực được tiến hành theo hai giai đoạn:

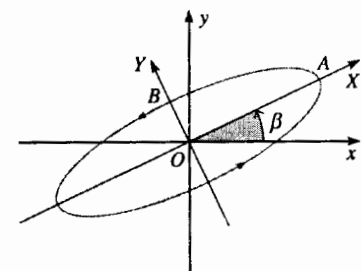
- giai đoạn 1: Tìm các phương của  $(OX)$  (trục lớn) và  $(OY)$  (trục nhỏ) của ellipse (h.42b), và do đó tìm được góc  $\beta$ .
- giai đoạn 2: Xác định chiều phân cực phải hay trái và đồng thời tỉ số của các trục  $(OA)$  và  $(OB)$  (h.42c), nghĩa là xác định góc  $\alpha$ .



Hình 41. Phân cực kế LAURENT (thị kính cho phép ngắm chừng vào mặt phẳng bản nửa sóng).



Hình 42a. Chấn động ellipse chưa biết.



Hình 42b. Xác định các phương  $(OX)$  và  $(OY)$  của trục ellipse.



### 6.2.1. Giai đoạn 1: Nghiên cứu sự định hướng của ellipse bằng một kính phân cực

Độ rọi truyền qua kính phân tích thẳng khi chiếu vào nó một chấn động ellipse sẽ cực đại (vị trí 1) nếu phương đặc trưng của kính phân tích song song với trục lớn của ellipse và sẽ cực tiểu (vị trí 2) nếu phương này vuông góc với nó (h.42c):

- vị trí 1: cường độ cực đại là  $I_{\max} = \frac{1}{2} E_0^2 \cos^2 \alpha$  ;
- vị trí 2: cường độ cực tiểu là  $I_{\min} = \frac{1}{2} E_0^2 \sin^2 \alpha$  .

Tỉ số  $\frac{I_{\min}}{I_{\max}} = \tan^2 \alpha$  xác định độ ellipse của chấn động.

Như vậy, chúng ta đã xác định được vị trí của các trục của ellipse (và do đó cả góc  $\beta$ ); có thể đánh giá sơ bộ  $\alpha$  bằng cách đo  $I_{\max}$  và  $I_{\min}$  .

Chú ý:

Cho đến thời điểm này, chiều quay của chấn động vẫn còn chưa được xác định.

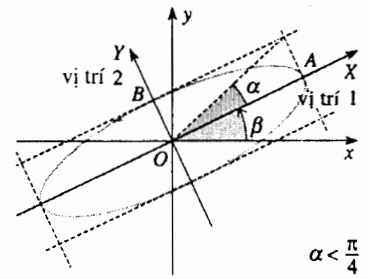
### 6.2.2. Giai đoạn 2: sử dụng một bản một phần tư sóng

Chúng ta hãy lấy kính phân cực ra và đặt vào đó một bản một phần tư sóng có trục chậm và trục nhanh như đã biết trên chùm tia tương ứng với chấn động ellipse. Bằng cách làm trùng trục nhanh của bản này với phương của kính phân cực tại vị trí 1 ở phần trên (h.42d). Trong những điều kiện này, chấn động tạo ra là chấn động thẳng và phương của nó phụ thuộc vào chiều quay của chấn động ellipse ban đầu (h.42d và e).

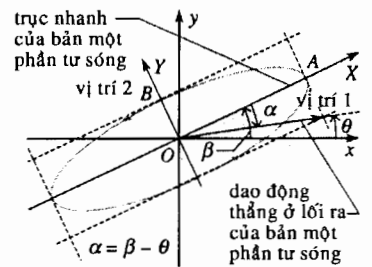
Sự phân tích chấn động thẳng này cho phép tìm được giá trị của  $\theta$  (trên thực tế là  $\theta + \frac{\pi}{2}$  khi người ta tìm cường độ cực tiểu bằng một kính phân tích đơn giản hoặc bằng một kính phân tích bóng nửa tối nếu muốn chính xác hơn).

Một sự suy luận đơn giản về các giá trị nhận được và chiều quay của kính phân tích cho phép xác định hoàn toàn chấn động ellipse chưa biết.

**Để phân tích một ánh sáng phân cực ellipse cần phải biến đổi nó thành một ánh sáng phân cực thẳng bằng một bản một phần tư sóng. Phương của các trục của bản và phương phân cực của sóng ló cho phép xác định hoàn toàn sự phân cực ellipse của sóng tới.**



Hình 42c. Sự phân cực hoàn toàn được xác định khi biết các góc  $\alpha$  (góc không định hướng),  $\beta$  (góc không định hướng) và chiều vẽ hình ellipse.



Hình 42d. Trục nhanh của bản một phần tư sóng được đặt theo phương của kính phân cực ở vị trí 1 nghĩa là theo bán trục lớn của hình ellipse. Chấn động ló ra là chấn động phân cực thẳng.

## 6.3. Phân tích ánh sáng phân cực tròn

### 6.3.1. Sử dụng một lọc sáng phân cực

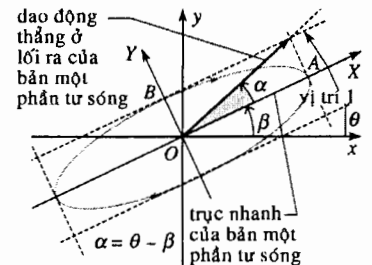
Độ rọi truyền qua một kính phân tích thẳng khi chiếu vào nó một chấn động tròn là không phụ thuộc vào phương đặc trưng của kính phân tích. Tuy nhiên thử nghiệm này không đủ để xác định đặc trưng của một sóng phân cực tròn:

- chiều quay là không xuất hiện;
- kết quả là như nhau đối với ánh sáng tự nhiên không phân cực.

Một bản một phần tư bước sóng cho phép loại bỏ những điều bất dịch trên.

### 6.3.2. Sử dụng một bản một phần tư sóng

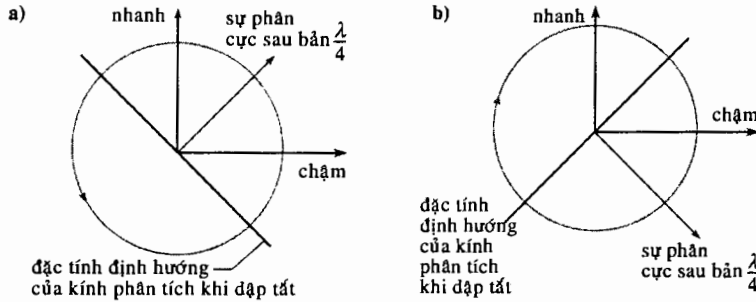
Đặt một bản một phần tư sóng có các trục nhanh và trục chậm đã biết lên chùm tia cần phân tích



Hình 42e. Trục nhanh của bản một phần tư sóng được đặt theo phương bán trục lớn của hình ellipse: tại ló ra, chấn động là phân cực thẳng và phụ thuộc vào chiều quay của chấn động ellipse.

- Nếu sóng tới là không phân cực thì nó vẫn là không phân cực.
- Nếu sóng tới là phân cực tròn thì sóng ló sẽ là phân cực thẳng và điều này chúng ta có thể nhận ra một cách dễ dàng với một kính phân tích.

Ở đây, cần phải nhớ rằng chỉ có ánh sáng phân cực thẳng mới có thể bị dập tắt khi quay kính phân tích. Sự định hướng của sự phân cực thẳng này đối với các trục trung hoà của bản một phần tư sóng cho phép xác định chiều quay của chấn động tròn (*h.43*).

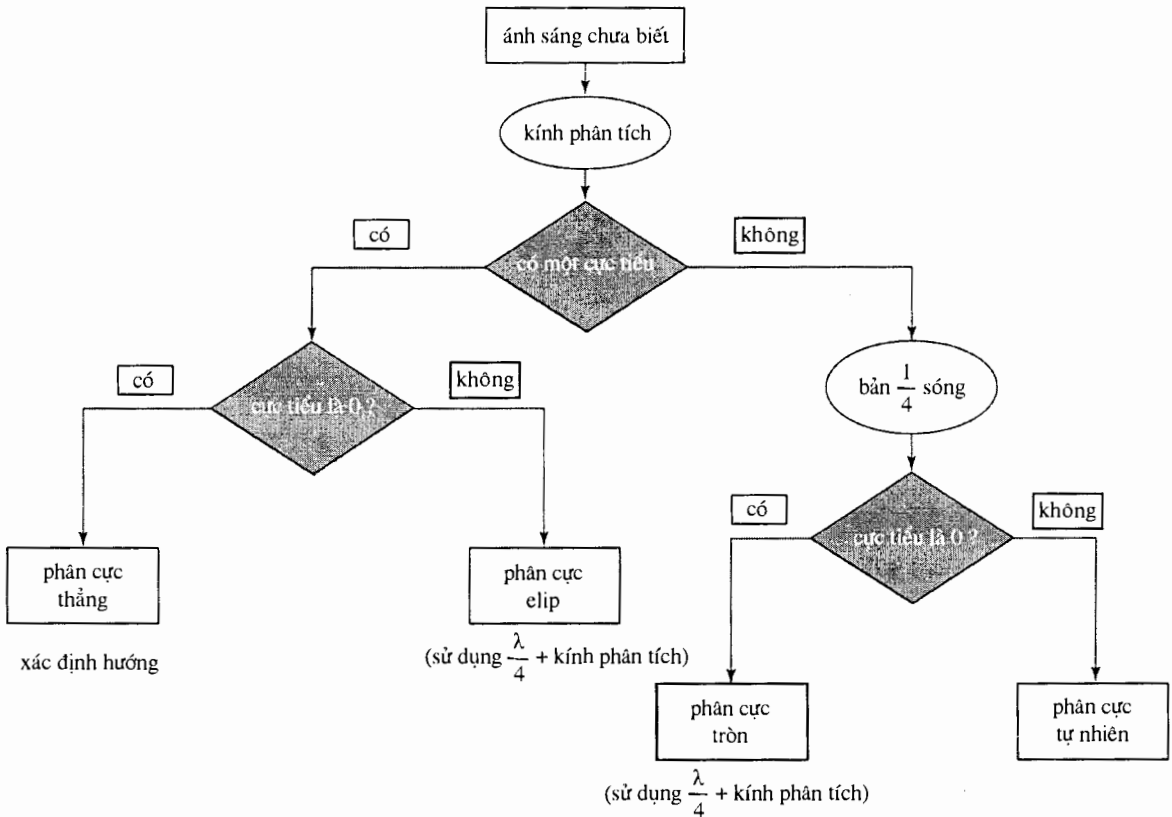


◀ **Hình 43.** Phân tích ánh sáng phân cực tròn.

- a) Phân cực tròn trái.  
b) Phân cực tròn phải.

### 6.4. Phân tích một ánh sáng chưa biết

Quy trình phân tích một ánh sáng chưa biết được mô tả trên *hình 44* cho phép xác định bản chất của một ánh sáng nhận được nếu người ta biết rằng nó hoặc là tự nhiên, hoặc là phân cực hoàn toàn (ta loại trừ trường hợp ánh sáng phân cực một phần mặc dù trường hợp đó thường xảy ra).



**Hình 44.** Lưu đồ phân tích một sóng phân cực bất kì.

# 7 Giao thoa trong ánh sáng phân cực

## 7.1. Giao thoa do một bản lưỡng chiết

Ta khảo sát sơ đồ thí nghiệm gồm một kính phân cực  $P$ , một bản lưỡng chiết mỏng và một kính phân tích  $A$ , được chiếu sáng bằng một chùm sáng đơn sắc, song song (h.45).

Kí hiệu  $(Ox)$  và  $(Oy)$  là các trục toạ độ trùng với các đường trung hoà của bản. Vị trí của kính phân cực và kính phân tích được xác định bằng những góc  $\alpha$  và  $\beta$  (h.46).

• Kính phân cực  $P$  tạo ra một chấn động thẳng. Điện trường nhận được được phân tích thành hai thành phần trên các trục  $(Ox)$  và  $(Oy)$  của bản.

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = E_0 \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \end{pmatrix} \cos(\omega t).$$

• Bản lưỡng chiết đưa vào một hiệu pha  $\varphi$  giữa các thành phần này. Bằng cách biến đổi gốc thời gian, ta được:

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = E_0 \begin{pmatrix} \cos\alpha \cos(\omega t) \\ \sin\alpha \cos(\omega t - \varphi) \end{pmatrix}.$$

• Khi ra khỏi kính phân tích, biên độ của trường là:

$$[E_0 \cos\alpha \cos\beta] \cos(\omega t) + [E_0 \sin\alpha \sin\beta] \cos(\omega t - \varphi).$$

Kính phân tích sẽ làm *giao thoa* các thành phần  $E_x$  và  $E_y$  của điện trường của sóng đi ra khỏi bản. Các thành phần này là kết hợp và lệch pha nhau là  $\varphi$ . Biên độ của các số hạng giao thoa với nhau là:

$$A = E_0 \cos\alpha \cos\beta \quad \text{và} \quad B = E_0 \sin\alpha \sin\beta.$$

Cường độ trên đầu thu khi đó sẽ có dạng:

$$I(\varphi) = A^2 + B^2 + 2AB \cos\varphi.$$

## 7.2. Phép đo độ lệch pha

### • Cấu hình ban đầu

Người ta đặt hai kính phân cực và kính phân tích chéo nhau, xoay bản cho đến khi cường độ ló ra khỏi hệ bằng 0.

$\alpha = 0$  và  $\beta = \frac{\pi}{2}$  (hoặc ngược lại) và các đường trung hoà trùng với  $P$  và  $A$

chéo nhau.

### • Cấu hình nền tối

$P$  và  $A$  vẫn đặt chéo nhau (do đó có tên là "nền tối") chúng ta đưa các trục của bản hợp một góc  $45^\circ$  với các phương đặc trưng của  $P$  và  $A$ .

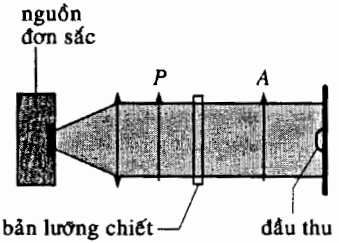
$$A = -B = \pm \frac{E_0}{2} \quad \text{và} \quad \text{cường độ bằng } I_1 = E_0^2 \sin^2 \frac{\varphi}{2}.$$

### • Cấu hình nền sáng

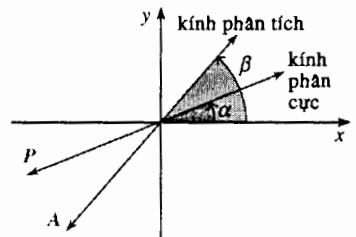
Bản lưỡng chiết và  $P$  giữ cố định, chúng ta quay  $A$  một góc  $90^\circ$ .  $P$  và  $A$  khi đó song song với nhau (do đó có tên là "nền sáng") và hợp một góc  $45^\circ$  với các đường trung hoà của bản.

$$A = B = \pm \frac{E_0}{2} \quad \text{và} \quad \text{cường độ bây giờ là } I_2 = E_0^2 \cos^2 \frac{\varphi}{2}.$$

Từ đó, ta có thể suy ra độ lệch pha  $\varphi$  do có bản lưỡng chiết nhưng không biết dấu của nó. Ở đây, ta không thể phân biệt được các trục nhanh và trục chậm của bản.



Hình 45. Bản lưỡng chiết nằm giữa kính phân cực và kính phân tích.



Hình 46. Sự định hướng của kính phân cực và kính phân tích ( $(Ox)$  và  $(Oy)$  là hai đường trung hoà của bản).

**Chú ý:**

Phương pháp này nhanh nhưng kém chính xác đối với các độ lệch pha quá gần 0 hoặc  $\pm\pi$ . Trên thực tế, ta cần phải thêm vào các độ rọi lý thuyết, một độ rọi dư của sơ đồ được đánh giá khi định vị các đường trung hoà.

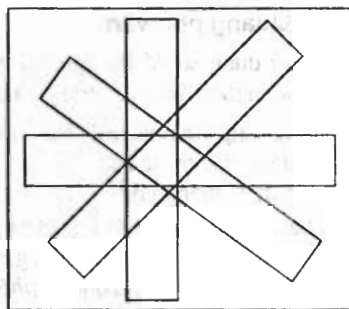
### 7.3. Giao thoa trong ánh sáng phân cực có phổ trắng

#### 7.3.1. Thí nghiệm chứng minh

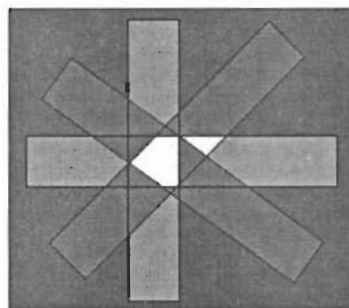
Trong sơ đồ ở phần trên, ta thay thế đèn phổ vạch bằng một nguồn sáng trắng (đèn dây tóc chẳng hạn) và bản lưỡng chiết bằng một bản thuỷ tinh mà trên đó có dán những dải băng dính.

Ảnh của các bản này được tạo ra trên màn nhờ một thấu kính hội tụ mỏng (h.47).

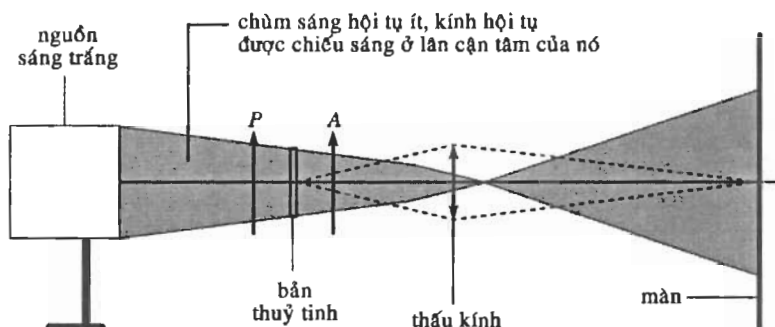
P và A chéo nhau được đặt ở hai phía của bản. Góc  $\varphi$  phụ thuộc vào bước sóng và độ dày của bản băng dính. Các bước sóng bị dập tắt ở trong phổ (đối với chúng,  $\varphi$  là bội số nguyên của  $2\pi$ ) sẽ bị biến đổi từ miền này của ảnh sang miền khác và khi đó ảnh sẽ có những màu sắc biến đổi từ miền này sang miền khác.



Hình 47b. Băng dính dán trên tấm thuỷ tinh.



Hình 47c. Hình ảnh quan sát được khi P và A chéo nhau.



Hình 47a. Sơ đồ thí nghiệm giao thoa trong ánh sáng phân cực có phổ trắng.

Bây giờ, ta xoay kính phân tích A một góc  $90^\circ$ : P và A là song song với nhau. Tại một miền cho trước, bây giờ chúng ta sẽ có một phổ "phụ" và do đó một màu phụ với màu mà chúng ta quan sát được khi P và A chéo nhau.

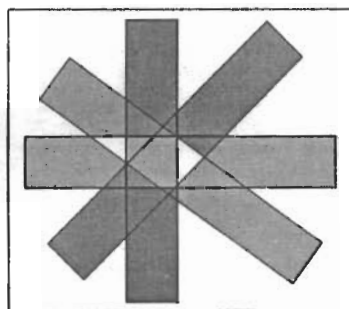
**Chú ý:**

Các hằng định vừa rồi của chúng ta có phần hơi thái quá. Ta chỉ quan sát được các vân giao thoa có độ tương phản bằng 1, có nghĩa là có sự dập tắt ánh sáng nếu như P và A đặt hợp một góc  $45^\circ$  với các trục của một bản lưỡng chiết.

Nói chung, độ tương phản giao thoa trong ánh sáng phân cực là nhỏ hơn 1, và hiện tượng được quan sát kém rõ ràng hơn.

Các ứng suất cơ học tác dụng lên vật liệu trong suốt cũng có thể gây ra tính lưỡng chiết của vật liệu.

Nguyên lý của sơ đồ vừa trình bày cũng có thể được sử dụng để quan sát những ứng suất ở bên trong của khối vật liệu; chỉ cần thay thế bản thuỷ tinh có dán băng dính bằng một bản plexiglass (một cái thước kẻ chẳng hạn) mà trên đó có tác dụng những ứng suất nén.



Hình 47d. Hình ảnh quan sát được khi P và A song song với nhau.

### 7.3.2. Quang phổ vân

Ta lại sử dụng sơ đồ thí nghiệm trên hình 47, lần này hệ được chiếu sáng bằng một nguồn ánh sáng trắng và ta đặt vào giữa kính phân tích và kính phân cực song song với nhau một bản lưỡng chiết có các trục hợp một góc  $45^\circ$  với các phương đặc trưng của  $P$  và  $A$ . Người ta thay thế màn quan sát bằng một khe của máy quang phổ.

Nếu bản mà đủ dày (vào khoảng mm) thì phổ quan sát được là phổ của ánh sáng trắng có thêm các vân đen gây ra do sự vắng mặt của một số các bước sóng. Phổ như vậy gọi là *quang phổ vân*.

Thật vậy, cường độ nhận được bởi máy quang phổ sẽ là  $I = I_0 \cos^2 \frac{\varphi}{2}$  và các bước sóng vắng mặt trong phổ sẽ thoả mãn  $\cos \varphi = 0$  hay :

$$\varphi = 2\pi \frac{e}{\lambda} (n_2 - n_1) = (2m + 1)\pi \text{ với } m \text{ nguyên.}$$

Khi xoay bản chậm pha hoặc kính phân tích, độ tương phản bị biến đổi, các vân đen bị biến đi sau đó lại xuất hiện...

# ĐIỀU CẦN GHI NHỚ

## ■ KÍNH PHÂN TÍCH VÀ KÍNH PHÂN CỰC THẮNG

- Một sóng có điện trường giữ nguyên hướng xác định theo thời gian tại một điểm cho trước được gọi là sóng phân cực thẳng.
- Kính phân cực biến đổi một sóng bất kì thành một sóng phân cực thẳng dọc theo một phương  $\vec{u}$  đặc trưng của kính phân cực.
- Nếu sóng tới có cường độ  $I_0$  là sóng phân cực thẳng theo phương  $\vec{u}_0$  thì sóng ló có cường độ  $I$  được cho bởi định luật MALUS:  $I = I_0 \cos^2 \alpha$  với  $\alpha = \text{góc}(\vec{u}, \vec{u}_0)$ .
- Bất kì ánh sáng nào tới một hệ gồm một kính phân cực và một kính phân tích “đặt chéo nhau” (các phương đặc trưng trực giao với nhau) thì cường độ của ánh sáng ló bằng 0.

## ■ CÁC TRẠNG THÁI PHÂN CỰC CỦA MỘT SÓNG ĐƠN SẮC

- Một sóng đơn sắc là phân cực ellipse nếu như hai thành phần  $E_x$  và  $E_y$  của điện trường  $\vec{E}$  bị lệch pha một góc  $\varphi$  khác  $0, \pi$  hoặc  $\pm \frac{\pi}{2}$ .

Đầu mút của  $\vec{E}$  tại một điểm cho trước theo thời gian sẽ vẽ nên một đường ellipse mà có các đặc trưng phụ thuộc vào  $\varphi$ .

- Trường hợp đặc biệt  $\varphi = 0$  hoặc  $\pi$  là trường hợp phân cực thẳng.
- Trường hợp đặc biệt  $\varphi = \frac{\pi}{2}$  hoặc  $-\frac{\pi}{2}$  là trường hợp phân cực tròn.
- Ánh sáng tự nhiên không có trạng thái phân cực ổn định trong khoảng thời gian đáp ứng của các đầu thu quang học. Người ta nói rằng, nó không bị phân cực.

## ■ CÁC BẢN LÀM CHẬM PHA

- Một bản mỏng, dị hướng có tác dụng biến đổi độ lệch pha giữa thành phần  $E_x$  và thành phần  $E_y$  của điện trường,  $\vec{e}_x$  và  $\vec{e}_y$  xác định các trục trung hoà của bản.
- Đối với một tần số xác định, nếu độ lệch pha phụ gây ra bởi bản là bằng  $\pi$ , thì bản được gọi là bản nửa sóng (hay  $\frac{\lambda}{2}$ ) đối với tần số đó.

Một bản nửa sóng biến đổi sự phân cực của một sóng thành phân cực đối xứng qua các đường trung hoà của bản.

- Nếu độ lệch pha này bằng  $\pm \frac{\pi}{2}$  đối với một tần số cho trước, bản sẽ được gọi là bản một phần tư sóng (hay  $\frac{\lambda}{4}$ ) đối với tần số đó.

- Một bản một phần tư sóng biến đổi một chấn động thẳng thành một chấn động ellipse, có các trục là các đường trung hoà của bản.

Ngược lại nó biến đổi một chấn động ellipse thành một chấn động thẳng nếu như các trục của ellipse trùng với các đường trung hoà của bản.

Nó biến đổi tất cả các sóng phân cực tròn thành sóng phân cực thẳng. Điều này cho ta một tiêu chuẩn để nhận biết sóng phân cực tròn.

## ■ PHÂN TÍCH MỘT ÁNH SÁNG PHÂN CỰC

- Sự quay kính phân tích không làm biến đổi cường độ của một ánh sáng tới là tự nhiên hoặc phân cực tròn. Người ta có thể khắc phục sự bất định này bằng cách đặt một bản một phần tư sóng trước kính phân tích.

- Để phân tích tính phân cực của một ánh sáng phân cực ellipse hoặc phân cực tròn, cần phải biến đổi nó thành một ánh sáng phân cực thẳng bằng bản một phần tư sóng. Phương của các trục của bản và phương phân cực của sóng ló cho phép xác định tính phân cực của sóng tới.

# BÀI TẬP

## ÁP DỤNG TRỰC TIẾP BÀI GIẢNG

### 1 Phân tích một sóng thành hai sóng phân cực thẳng

Một sóng điện từ phẳng, đơn sắc, truyền theo phương  $(Oz)$ . Trong một mặt phẳng sóng, điện trường của nó được viết dưới dạng:

$$\vec{E} = \begin{cases} E_x = E_0 \cos\alpha \cos\omega t \\ E_y = E_0 \sin\alpha \cos(\omega t - \varphi) \\ E_z = 0 \end{cases}$$

- 1) Phân tích sóng này thành chồng chất của hai sóng phân cực thẳng “trực giao với nhau”. Cách phân tích này có duy nhất hay không?
- 2) Đặc biệt hãy xét trường hợp một chấn động tròn.

### 2 Phân tích một sóng thành hai sóng phân cực tròn

Một sóng điện từ phẳng, đơn sắc, truyền theo phương  $(Oz)$ .

- 1) Sóng này có tính phân cực thẳng; trong một mặt phẳng sóng, điện trường của nó được viết dưới dạng:

$$\vec{E} = \begin{cases} E_x = E_0 \cos\alpha \cos\omega t \\ E_y = E_0 \sin\alpha \cos\omega t \\ E_z = 0 \end{cases}$$

Phân tích sóng này thành chồng chất của hai sóng phân cực tròn quay theo hai chiều ngược nhau. Vẽ đồ thị của sự phân tích này.

- 2) Làm lại câu hỏi 1) đối với một sóng phân cực có điện trường được viết như sau:

$$\vec{E} = \begin{cases} E_x = E_0 \cos\alpha \cos\omega t \\ E_y = E_0 \sin\alpha \cos\omega t \\ E_z = 0 \end{cases}$$

### 3 Tác dụng của một kính phân cực và một bản chậm pha lên ánh sáng tự nhiên

Một sóng ánh sáng tự nhiên có cường độ  $I_0$  phẳng, đơn sắc được truyền theo phương  $(Oz)$ .

- 1) Nó lần lượt đi qua một bản chậm pha có các trục  $(Ox)$  và  $(Oy)$  đưa vào một độ chậm pha  $\varphi$  và sau đó là một kính phân cực lí tưởng  $P$ .

Cường độ của sóng ló  $I$  sẽ biến thiên như thế nào khi người ta xoay kính phân cực?

- 2) Câu hỏi tương tự khi ta đổi chỗ bản và kính phân cực.

### 4 Sóng phân cực thẳng

Cho một sóng truyền theo  $(Oz)$ , có điện trường được cho bởi công thức:

$$E = \begin{cases} E_0 = \cos\left(2\pi \frac{z}{L}\right) e^{i(\omega t - kz)} \\ E_0 = \sin\left(2\pi \frac{z}{L}\right) e^{i(\omega t - kz)} \\ 0 \end{cases}$$

- 1) Đây có phải là sóng phẳng không?
- 2) Đây là sóng phân cực thẳng không?
- 3) Xác định mặt phẳng phân cực tại:

$$z = 0; z = \frac{L}{4}; z = \frac{L}{2}; z = L.$$

- 4) Trong mặt phẳng phân cực, sự biến đổi theo  $z$  là như thế nào?

### 5 Biểu diễn JONES

Một sóng điện từ phẳng, đơn sắc, truyền theo phương  $(Oz)$ . Trong một mặt phẳng sóng, với kí hiệu phức, điện trường của nó được viết dưới dạng:

$$\vec{E} = \begin{cases} E_x = E_0 \cos\alpha e^{i\omega t} \\ E_y = E_0 \sin\alpha e^{i(\omega t - \varphi)} \\ E_z = 0 \end{cases}$$

với  $E_0$  là thực và dương.

- 1) Hãy trình bày một kí hiệu có dạng  $\vec{E} = E_0 \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} e^{i\omega t}$ ,

được gọi là vectơ JONES để biểu diễn biên độ phức của sóng phẳng đơn sắc này.

Xét các trường hợp đặc biệt của các sóng phân cực thẳng, phân cực tròn phải hoặc phân cực tròn trái.

- 2) Trong hình thức luận JONES, người ta biểu diễn tác dụng của một kính phân cực bằng một ma trận  $(P)$  được định nghĩa như sau:

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix}_{ra} = (P) \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix}_{vào}$$

- a) Ma trận  $(P)$  cần phải có dạng như thế nào để mô tả tác dụng của một kính phân cực hướng dọc theo  $(Ox)$ ,

đọc theo  $(Oy)$ , hoặc dọc theo một trục hợp một góc  $\beta$  với  $(Ox)$ ?

b) Tìm lại biểu thức của định luật MALUS (xem mục §2.3) bằng hình thức luận này.

3) Theo hình thức luận Jones, ma trận  $(L)$  cần phải có dạng như thế nào để có thể biểu diễn một cách *tiên nghiệm* tác dụng của một bản làm chậm đưa vào một độ lệch pha  $\varphi$  giữa hai thành phần  $E_x$  và  $E_y$  của trường, nghĩa là:

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix}_{ra} = (L) \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix}_{vào}$$

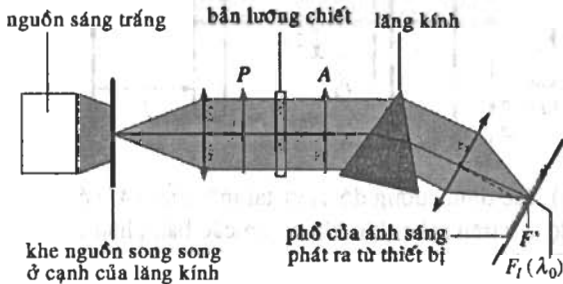
Tại sao cách viết  $\begin{pmatrix} e^{i\frac{\varphi}{2}} & 0 \\ 0 & e^{-i\frac{\varphi}{2}} \end{pmatrix}$  cũng có thể chấp nhận được?

## VẬN DỤNG VỐN KIẾN THỨC

### 6 Đo độ lưỡng chiết

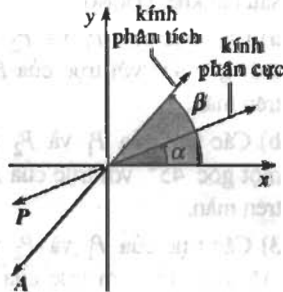
Người ta tiến hành một thí nghiệm như sau.

• Một khe nguồn được chiếu bằng ánh sáng trắng, được đặt trong tiêu diện vật của một thấu kính hội tụ mỏng.



• Chùm sáng được tạo ra truyền qua hệ (kính phân cực, bản lưỡng chiết có chiết suất  $n_1$  và  $n_2$ , kính phân tích A) cho giao thoa trong ánh sáng phân cực.

• Ánh sáng ra khỏi hệ trên được phân tích bằng một máy quang phổ. Sự định hướng của P, A và các trục  $(Ox)$  và  $(Oy)$  của bản được vẽ trong sơ đồ bên.



1) Viết lại biểu thức của độ lệch pha  $\varphi(\lambda)$  gây ra do bản có độ dày  $e$ , độ lưỡng chiết  $\Delta n = n_2 - n_1$  (hiệu các chiết suất tương ứng với hai quang trục của bản).

2) Chứng tỏ rằng độ rọi trên miền của màn ứng với ảnh của thành phần phổ có bước sóng trong chân không  $\lambda$  là tỉ lệ với:

$$f(\lambda) = A^2 + B^2 + 2AB \cos \varphi(\lambda).$$

ở đây  $A = \cos \alpha \cos \beta$  và  $B = \sin \alpha \sin \beta$ .

3) Độ tương phản của tín hiệu giao thoa kể này là bao nhiêu?

4) Người ta mong muốn có được một độ tương phản tối ưu cũng như một độ rọi càng lớn càng tốt.

Chứng minh rằng có hai cách định hướng P và A cho phép thực hiện được những điều kiện trên đây (ta giả sử rằng chúng đã được thực hiện).

5) Tại sao người ta nói rằng phổ quan sát được là phổ vân? Người ta đã thực hiện phép gần đúng nào khi xem độ rọi nhận được là tuần hoàn đối với đại lượng  $\frac{1}{\lambda}$ ?

Điều này có luôn luôn đúng không? Trong phần sau, ta sẽ thực hiện phép gần đúng này.

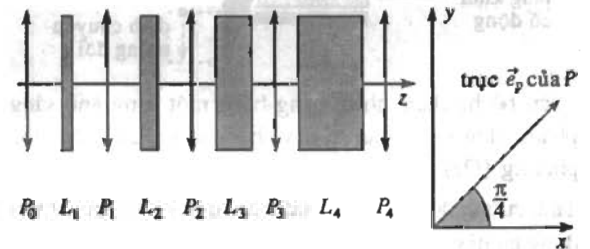
6) Máy quang phổ được lấy mẫu và đo đó ta biết bước sóng  $\lambda$  nằm trên một miền đã cho của màn. Hãy đề xuất một kỹ thuật đo độ lưỡng chiết của bản nghiên cứu, nghĩa là đo giá trị  $\Delta n$  khi biết độ dày  $e$  của bản.

### 7 Lọc LYOT

Người ta khảo sát một dãy gồm 5 kính phân cực  $P_m$  ( $m = 0, \dots, 4$ ) và 4 bản chậm pha  $L_m$  ( $m = 1, \dots, 4$ ) hoàn toàn trong suốt được vẽ trên sơ đồ dưới đây.

• Các bản chậm pha được làm từ cùng một vật liệu, các trục trung hoà tương ứng với các chiết suất  $n_1$  và  $n_2$  không phụ thuộc bước sóng với  $n_2 > n_1$ ; tất cả các trục trung hoà đều tương ứng song song với nhau (các trục  $(Ox)$  và  $(Oy)$ ); độ dày các bản lần lượt là  $a$ ,  $2a$ ,  $3a$  và  $4a$ .

• Các trục của tất cả kính phân cực đều song song với nhau và đều hợp một góc  $45^\circ$  với trục  $(Ox)$ .





1) Toàn hệ được chiếu sáng bằng ánh sáng tự nhiên, phẳng, đơn sắc có tần số vòng là  $\omega$  và bước sóng  $\lambda$ , truyền theo phương  $(Oz)$ .

Tính cường độ ánh sáng ló ra khỏi hệ  $I$  theo cường độ ánh sáng tới  $I_0$  và độ lệch pha

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} a(n_2 - n_1).$$

2) Toàn hệ được chiếu sáng bằng một chùm sáng trắng, chứa tất cả các bước sóng nằm giữa  $0,4 \mu\text{m}$  và  $0,75 \mu\text{m}$ . Hãy xác định các bước sóng có cường độ ánh sáng ló không thể bỏ qua. Dụng cụ này có thể dùng để làm gì?

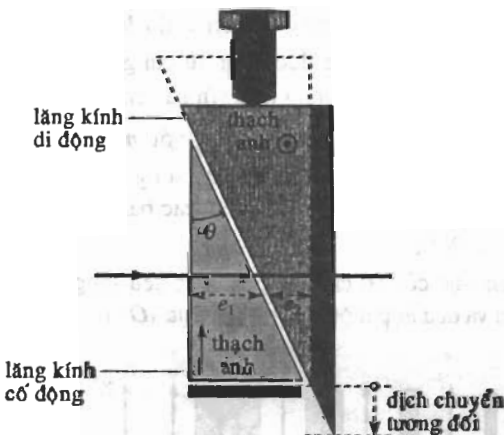
Cho biết:  $a = 0,2 \text{ mm}$  và  $n_2 - n_1 = 10^{-2}$ .

## 8 Máy bẻ chính BABINET

Người ta khảo sát hai bản chặm pha làm từ cùng một vật liệu, có dạng lăng kính với góc đỉnh rất nhỏ  $\varepsilon$  và các trục trung hoà  $(Ox)$ ,  $(Oy)$  (chiết suất  $n_1$  và  $n_2 > n_1$ ).

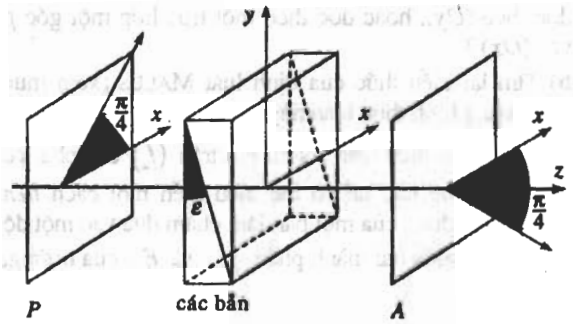
Cả hai bản được cắt sao cho  $(Ox)$  là trục nhanh của bản thứ nhất và là trục chậm của bản thứ hai; còn  $(Oy)$  là trục chậm của bản thứ nhất và là trục nhanh của bản thứ hai.

Hai bản được đặt ở giữa kính phân cực  $P$  và kính phân tích  $A$  chéo nhau. Các trục của hai kính này hợp một góc  $45^\circ$  với các trục  $(Ox)$  và  $(Oy)$ . Vị trí tương đối của hai bản có thể điều chỉnh được.



Toàn bộ hệ được chiếu sáng bằng một sóng ánh sáng phẳng, đơn sắc có tần số  $\omega$  và bước sóng  $\lambda$ , truyền theo phương  $(Oz)$ .

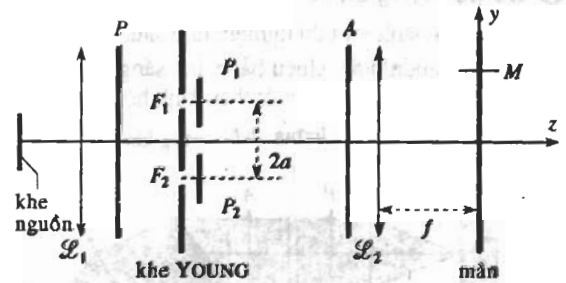
Tính cường độ  $I(y)$  quan sát được trên một màn đặt sau dụng cụ này.



## 9 Giao thoa trong ánh sáng phân cực

Người ta khảo sát dụng cụ cổ điển hai khe YOUNG được vẽ trên sơ đồ dưới đây: một khe nguồn rất hẹp phát ánh sáng đơn sắc có tần số  $\omega$  và bước sóng  $\lambda$ , được đặt tại tiêu diện của thấu kính  $L_1$ . Người ta quan sát hình giao thoa trên một màn đặt tại tiêu diện của một thấu kính  $L_2$  có tiêu cự  $f$  (khe nguồn và các khe YOUNG đều song song với nhau và vuông góc với mặt phẳng của hình vẽ; khoảng cách giữa hai khe YOUNG  $F_1$  và  $F_2$  là  $2a$ ).

Ánh sáng tới bị phân cực nhờ kính phân cực  $P$ .



1) Xác định cường độ  $I(y)$  tại một điểm  $M$  có hoành độ  $y$  ở trên màn (khi không có các bản phân cực  $P_1$ ,  $P_2$  và  $A$ ).

2) Người ta đặt thêm hai kính phân cực  $P_1$  và  $P_2$  vào sau hai khe YOUNG  $F_1$  và  $F_2$ .

a) Các trục của  $P_1$  và  $P_2$  song song với nhau và hợp một góc  $45^\circ$  với trục của  $P$ . Xác định cường độ  $I(y)$  trên màn.

b) Các trục của  $P_1$  và  $P_2$  vuông góc với nhau và hợp một góc  $45^\circ$  với trục của  $P$ . Xác định cường độ  $I(y)$  trên màn.

3) Các trục của  $P_1$  và  $P_2$  vuông góc với nhau và hợp một góc  $45^\circ$  với trục của  $P$ . Người ta đặt thêm một kính phân tích  $A$  vào trước  $L_2$ . Trục của  $A$  hợp một góc  $\alpha$  với trục của kính phân cực  $P_1$ . Xác định giá trị mới của cường độ  $I(y)$  trên màn.

Xét hai trường hợp đặc biệt:  $\alpha = 0$  và  $\alpha = 90^\circ$ .

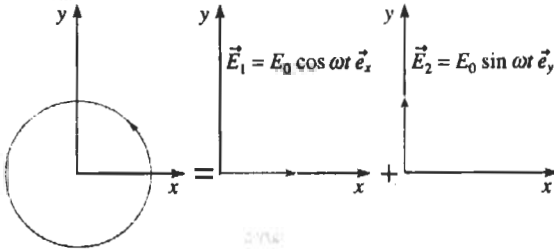
# LỜI GIẢI

1) Sự phân tích vector  $\vec{E}$  theo yêu cầu của đầu bài có thể thực hiện được ngay và rõ ràng rằng đó không phải là duy nhất:

$$\vec{E} = E_0 \begin{pmatrix} \cos\alpha \cos(\omega t) \\ \sin\alpha \cos(\omega t - \varphi) \end{pmatrix} = E_0 \begin{pmatrix} \cos\alpha \cos(\omega t) \\ 0 \end{pmatrix} + E_0 \begin{pmatrix} 0 \\ \sin\alpha \cos(\omega t - \varphi) \end{pmatrix}$$

2) Phân tích một chuẩn động tròn thành các chuẩn động thẳng:

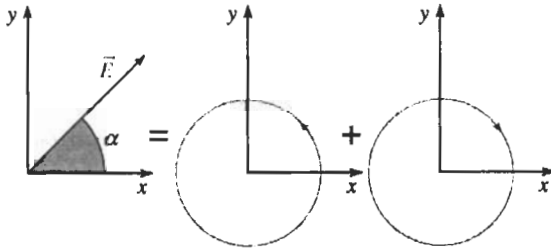
$$\vec{E} = E_0 \begin{pmatrix} \cos(\omega t) \\ \pm \sin(\omega t) \end{pmatrix} = E_0 \begin{pmatrix} \cos(\omega t) \\ 0 \end{pmatrix} \pm E_0 \begin{pmatrix} 0 \\ \sin(\omega t) \end{pmatrix}$$



Cả hai thành phần này đều có cùng cường độ.

2) Để phân tích chuẩn động thẳng thành hai chuẩn động tròn, ta có thể viết:

$$\vec{E} = E_0 \begin{pmatrix} \cos\alpha \cos(\omega t) \\ \sin\alpha \cos(\omega t) \end{pmatrix} = \frac{E_0}{2} \begin{pmatrix} \cos(\omega t + \alpha) \\ \sin(\omega t + \alpha) \end{pmatrix} + \frac{E_0}{2} \begin{pmatrix} \cos(\omega t - \alpha) \\ -\sin(\omega t - \alpha) \end{pmatrix}$$



Phân cực thẳng = phân cực tròn trái + phân cực tròn phải.

Với kí hiệu phức, ta có:

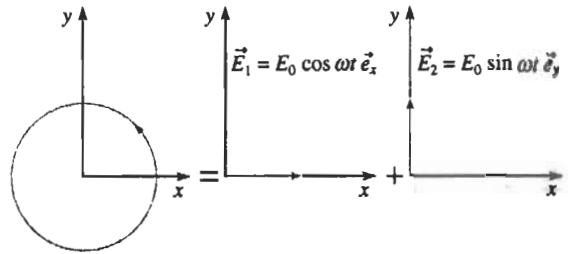
$$\begin{aligned} \vec{E} &= E_0 e^{i\omega t} \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \end{pmatrix} = E_0 e^{i\omega t} \begin{pmatrix} \frac{e^{i\alpha} + e^{-i\alpha}}{2} \\ \frac{e^{i\alpha} - e^{-i\alpha}}{2i} \end{pmatrix} \\ &= \frac{E_0}{2} e^{i(\omega t + \alpha)} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} + \frac{E_0}{2} e^{i(\omega t - \alpha)} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} \end{aligned}$$

2) Để phân tích chuẩn động ellipse thành hai chuẩn động tròn, ta có thể viết:

$$\begin{aligned} \vec{E} &= E_0 \begin{pmatrix} \cos\alpha \cos(\omega t) \\ \sin\alpha \sin(\omega t) \end{pmatrix} \\ &= E_0 \frac{\cos\alpha + \sin\alpha}{2} \begin{pmatrix} \cos(\omega t) \\ \sin(\omega t) \end{pmatrix} + E_0 \frac{\cos\alpha - \sin\alpha}{2} \begin{pmatrix} \cos(\omega t) \\ -\sin(\omega t) \end{pmatrix} \end{aligned}$$

hay với kí hiệu phức:

$$\begin{aligned} \vec{E} &= E_0 e^{i\omega t} \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ -i \sin\alpha \end{pmatrix} \\ &= E_0 e^{i\omega t} \frac{\cos\alpha + \sin\alpha}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} + E_0 e^{i\omega t} \frac{\cos\alpha - \sin\alpha}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} \end{aligned}$$



Phân cực ellipse = phân cực tròn trái + phân cực tròn phải.

3) Các thành phần trên hai

trục (Ox) và (Oy) của sóng ánh sáng tới "không kết hợp" với nhau (vì vậy,

$$I_0 = \frac{1}{2} \langle E_0^2 \cos^2\theta \rangle + \frac{1}{2} \langle E_0^2 \sin^2\theta \rangle = \frac{1}{2} \langle E_0^2 \rangle$$

chúng vẫn không kết hợp sau khi qua bản chệch pha, cường độ ánh sáng không thay đổi.

Ra khỏi kính phân cực, sóng là phân cực thẳng và cường độ ánh sáng bằng  $I = \frac{I_0}{2}$  (xem áp dụng 1), không phụ thuộc vào sự định hướng của kính.

Thật vậy, điện trường của sóng ánh sáng ra khỏi kính được định hướng theo P và bằng:

$$E_0 \{ \cos\theta \cos\alpha \cos(\omega t) + \sin\theta \sin\alpha \cos(\omega t - \varphi) \}$$

nặng lòng với một cường độ sáng:

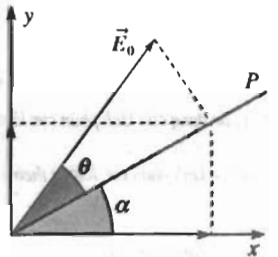
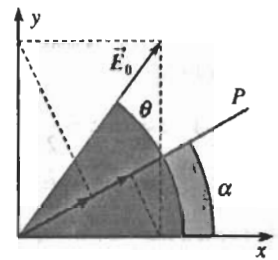
$$\begin{aligned} I &= \frac{1}{2} \langle E_0^2 \cos^2\theta \rangle \cos^2\alpha + \frac{1}{2} \langle E_0^2 \sin^2\theta \rangle \sin^2\alpha \\ &\quad + \langle E_0^2 \cos\theta \sin\theta \rangle \cos\alpha \sin\alpha \cos\varphi \\ &= \frac{1}{2} \langle \frac{E_0^2}{2} \rangle \cos^2\alpha + \frac{1}{2} \langle \frac{E_0^2}{2} \rangle \sin^2\alpha + 0 \times \cos\alpha \sin\alpha \cos\alpha = \frac{1}{2} I_0 \end{aligned}$$

2) Ra khỏi kính phân cực, điện trường có tính phân cực thẳng và có thể được viết dưới dạng (kí hiệu  $\alpha$  là góc giữa trục (Ox) và trục của kính phân cực):

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} E_x = E_0 \cos\theta \cos\alpha \cos\omega t \\ E_y = E_0 \cos\theta \sin\alpha \cos\omega t \end{pmatrix}$$

Cường độ sáng  $I = \langle E_x^2 + E_y^2 \rangle$  khi đó sẽ là giống như câu hỏi 1):

$$I = \frac{I_0}{2}$$



Ra khỏi bản chập pha, một cách tiên nghiệm trường có tính phân cực ellipse:

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} E'_x = E_0 \cos\theta \cos\alpha \cos\omega t \\ E'_y = E_0 \cos\theta \sin\alpha \cos(\omega t - \varphi) \end{pmatrix}$$

và cường độ  $I = \langle E_x^2 + E_y^2 \rangle$  vẫn giữ nguyên không thay đổi,

$I' = I = \frac{I_0}{2}$ , không phụ thuộc vào sự định hướng của kính phân cực.

**4** 1) Trong mặt phẳng  $z = \text{cte}$ , tại một thời điểm  $t$  cho trước, các vector  $\vec{E}$  đồng nhất như nhau; các mặt sóng là những mặt phẳng  $z = \text{cte}$ .

2) Ta có thể tính được tỉ số  $\frac{E_y}{E_x} = \tan\left(2\pi \frac{z}{L}\right)$ :  $\vec{E}$  dao động theo phương của vector đơn vị  $\vec{u}$  sao cho  $(\vec{Ox}, \vec{u}) = 2\pi \frac{z}{L}$ . Trong một mặt phẳng  $z = \text{cte}$ , phương này là cố định và do đó sóng là sóng phân cực thẳng.

3) Đối với  $z = 0$ ,  $z = \frac{L}{2}$  và  $z = L$ ,  $\vec{E}$  dao động theo phương  $(Ox)$  trong khi đối với  $z = \frac{L}{4}$ , nó dao động theo phương  $(Oy)$ .

4) Mặt phẳng phân cực của sóng bị quay.

**5** 1) Biên độ phức  $\vec{E}_0$  của sóng phẳng đơn sắc có thể được viết dưới dạng một "vector JONES"  $\vec{E}_0 = E_0 \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha e^{-i\varphi} \end{pmatrix}$  (với  $\alpha = \cos\alpha$  và  $\varphi = \sin\alpha e^{-i\varphi}$ ).

Vector phức này mang các thông tin về biên độ và tính phân cực của sóng phẳng, đơn sắc. Đối với một sóng phân cực thẳng, người ta có thể lấy  $\varphi = 0$ , từ đó suy ra:

$$\vec{E}_0 = E_0 \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \end{pmatrix}$$

Đối với sóng phân cực tròn phải,  $\varphi = -\frac{\pi}{2}$  và  $\alpha = \frac{\pi}{4}$ , suy ra  $\vec{E}_0 = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}$ .

Đối với sóng phân cực tròn trái,  $\varphi = \frac{\pi}{2}$  và  $\alpha = \frac{\pi}{4}$ , suy ra:

$$\vec{E}_0 = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}$$

2) a) Tác dụng của kính phân cực là một phép chiếu vector. Ta có:

• Đối với kính phân cực hướng theo  $(Ox)$ :  $(P_x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ ;

• Đối với kính phân cực hướng theo  $(Oy)$ :  $(P_y) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Ma trận  $P$  trong trường hợp thứ ba thu được từ  $(P_x)$  bằng cách quay hệ tọa độ một góc  $\beta$ :

$$(P_\alpha) = \begin{pmatrix} \cos\beta & -\sin\beta \\ \sin\beta & \cos\beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\beta & \sin\beta \\ -\sin\beta & \cos\beta \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} \cos^2\beta & \sin\beta \cos\beta \\ \sin\beta \cos\beta & \sin^2\beta \end{pmatrix}$$

b) Sóng tới không phân cực được biểu diễn bằng  $\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix}$ , ở đây hai thành phần phức này có cùng môđun và lệch pha nhau một cách tùy ý, cường độ khi đó sẽ là:

$$I_0 = \frac{1}{2} \Re e (E_x E_x^* + E_y E_y^*) = (E_x E_x^*) = |E_x|^2.$$

Chọn trục  $(Ox)$  song song với trục của kính phân cực thứ nhất, kính phân cực thứ hai (kính phân tích) hợp một góc  $\theta$  với trục này, ta có:

$$\vec{E}_{ra} = \begin{pmatrix} \cos^2\theta & \sin\theta \cos\theta \\ \sin\theta \cos\theta & \sin^2\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix}_{\text{vào}} \\ = \cos\theta \begin{pmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{pmatrix} E_x.$$

do đó  $|\vec{E}_{ra}|^2 = \cos^2\theta |E_x|^2$ , điều này tương ứng với định luật MALUS.

3) Với kí hiệu phức, tác dụng của bản có thể được biểu diễn bởi ma trận:

$$(L) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-i\varphi} \end{pmatrix}. \text{ Ta có thể chọn } (L) = \begin{pmatrix} e^{i\frac{\varphi}{2}} & 0 \\ 0 & e^{-i\frac{\varphi}{2}} \end{pmatrix}.$$

Nó chỉ tương ứng với sự biến đổi toàn cục về pha của trường mà điều đó không làm thay đổi tính phân cực của sóng được biểu diễn.

**6** 1) Độ lệch pha là  $\varphi = 2\pi \frac{e}{\lambda} \Delta n$  (xem §3.1.2).

2) Trong §3.2, người ta đã chứng minh rằng cường độ  $I(\lambda)$  tỉ lệ với:

$$f(\lambda) = A^2 + B^2 + 2AB \cos\varphi(\lambda).$$

3) Trong phổ quan sát được,  $\lambda$  và do đó cả  $\varphi$  và  $I$  đều biến đổi. Độ tương phản là:

$$\Gamma = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{2|AB|}{A^2 + B^2}.$$

4) Độ tương phản sẽ cực đại khi các biên độ tín hiệu mà chúng ta cho giao thoa là bằng nhau, nghĩa là khi  $|A| = |B|$  hay  $|\cos\alpha \cos\beta| = |\sin\alpha \sin\beta|$ , từ đó suy ra  $\cos(\alpha \pm \beta) = 0$  và  $(\alpha \pm \beta) = \frac{\pi}{2}(\pi)$ .

Cường độ cực đại được cho bởi công thức  $f_{\max}(\lambda) = (|A| + |B|)^2$ , nghĩa là  $f_{\max}(\lambda) = \cos^2(\alpha - \beta)$ , nếu  $|A|$  và  $|B|$  có cùng dấu, hoặc  $f_{\max}(\lambda) = \cos^2(\alpha + \beta)$  nếu  $|A|$  và  $|B|$  trái dấu nhau.

Rõ ràng rằng, giá trị lớn nhất của  $f_{\max}(\lambda) = \cos^2(\alpha \pm \beta)$  là 1, tương ứng với  $(\alpha \pm \beta) \equiv 0[\pi]$ .

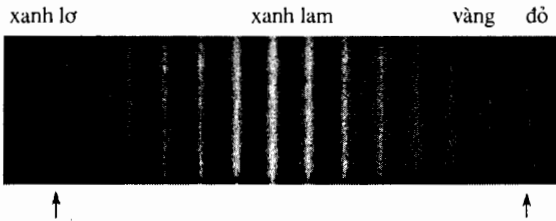
Để thực hiện hai điều kiện này, người ta chọn một trong hai cấu hình sau:

•  $P$  và  $A$  chéo nhau, hợp một góc  $45^\circ$  với các trục của bản  $(\alpha = -\beta = \pm \frac{\pi}{4})$ :  $f_1(\lambda) = \sin^2 \frac{\varphi}{2}$ ;

- $P$  và  $A$  song song với nhau hợp một góc  $45^\circ$  với các trục của bản  
 $\left(\alpha = \beta = \pm \frac{\varphi}{2}\right): f_2(\lambda) = \cos^2 \frac{\varphi}{2}$ .

5) Trong cả hai trường hợp, một quang phổ vân rất tương phản sẽ xuất hiện trên màn. Các vân (vạch tối trên nền phổ liên tục của ánh sáng trắng) tương ứng với:

- $\varphi = 2\pi \frac{e}{\lambda} \Delta n = 2\pi p$  khi  $P$  và  $A$  chéo nhau ( $p$  nguyên);
- $\varphi = 2\pi \frac{e}{\lambda} \Delta n = (2p + 1)\pi$  khi  $P$  và  $A$  song song với nhau.



Cả hai cấu hình này cho phép quan sát các quang phổ vân phụ nhau.

Giống như  $\varphi$ , quang phổ vân là tuần hoàn đối với biến số  $\frac{1}{\lambda}$ .

Trên thực tế, độ tán sắc nghĩa là sự phụ thuộc (nói chung là không nhiều lắm) của  $n_1$  và  $n_2$  vào  $\lambda$ , làm cho phổ chỉ gần như là tuần hoàn.

Tuy nhiên, người ta biết rằng các biến thiên tỉ đối của chiết suất ở trong vùng phổ khả kiến nói chung là nhỏ. Trong những điều kiện đó, người ta có thể bỏ qua sự phụ thuộc của  $\Delta n$  vào  $\lambda$  trong phần tiếp theo.

6) Nếu máy quang phổ đã được lấy mẫu và đã biết độ dày  $e$  của bản thì người ta có thể xác định được hai vân tối tương ứng với các bước sóng  $\lambda_p$  và  $\lambda_{p+m}$  và từ đó suy ra:

$$|\Delta n| = \frac{m}{e} \frac{\lambda_p \lambda_{p+m}}{\lambda_{p+m} - \lambda_p}$$

7) 1) Mỗi bản gây ra một độ lệch pha giữa hai thành phần trên các trục ( $Ox$ ) và ( $Oy$ ) của điện trường:

$$\varphi_m = m\pi, \text{ ở đây } \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} a(n_2 - n_1)$$

với  $m = 1, \dots, 4$ .

Người ta xác định điện trường ở lối ra của từng yếu tố bằng cách sử dụng các kí hiệu phức:

• Tại lối ra của  $P_0$ :  $\vec{E}_0 = E_0 e^{i\omega t} \vec{e}_p = \frac{E_0}{\sqrt{2}} e^{i\omega t} (\vec{e}_x + \vec{e}_y)$ ;

• Tại lối ra của  $L_1$ :  $\vec{E}_1 = \frac{E_0}{\sqrt{2}} e^{i\omega t} (\vec{e}_x + e^{-i\varphi} \vec{e}_y)$ ;

• Tại lối ra của  $P_1$ :

$$\vec{E}'_1 = \frac{E_0}{\sqrt{2}} e^{i\omega t} (1 + e^{-i\varphi}) \vec{e}_p = \frac{E_0}{2\sqrt{2}} e^{i\omega t} (1 + e^{-i\varphi}) (\vec{e}_x + \vec{e}_y)$$
;

• Tại lối ra của  $L_2$ :

$$\vec{E}'_2 = \frac{E_0}{2\sqrt{2}} e^{i\omega t} (1 + e^{-i\varphi}) (\vec{e}_x + e^{-i2\varphi} \vec{e}_y)$$
;

• Tại lối ra của  $P_2$ :

$$\begin{aligned} \vec{E}'_2 &= \frac{E_0}{4} e^{i\omega t} (1 + e^{-i\varphi})(1 + e^{-2i\varphi}) \vec{e}_p \\ &= \frac{E_0}{4} e^{i\omega t} (1 + e^{-i\varphi} + e^{-i2\varphi} + e^{-i3\varphi}) \vec{e}_p \\ &= \frac{E_0}{4\sqrt{2}} e^{i\omega t} (1 + e^{-i\varphi} + e^{-i2\varphi} + e^{-i3\varphi}) (\vec{e}_x + \vec{e}_y) \end{aligned}$$

và cứ như vậy cho đến lối ra của  $P_4$ :

$$\begin{aligned} \vec{E}'_4 &= \frac{E_0}{16} e^{i\omega t} (1 + e^{-i\varphi} + e^{-i2\varphi} + e^{-i3\varphi} + \dots + e^{-i15\varphi}) \vec{e}_p \\ &= \frac{E_0}{16} e^{i\omega t} \frac{1 - e^{-i16\varphi}}{1 - e^{-i\varphi}} \vec{e}_p \end{aligned}$$

Biết rằng khi đi qua kính phân cực thứ nhất, cường độ ánh sáng bị chia cho 2 (xem áp dụng 1). Ta có:

$$I_0 = 2 \frac{1}{2} \mathcal{R} e \left( \vec{E}_0 \vec{E}_0^* \right) = |E_0|^2$$

Tại lối ra của toàn hệ, cường độ sẽ là:

$$I_0 = 2 \frac{1}{2} \mathcal{R} e \left( \vec{E}_4 \vec{E}_4^* \right) = \frac{I_0}{2} \left( \frac{\sin 16 \frac{\varphi}{2}}{16 \sin \frac{\varphi}{2}} \right)^2$$

Như vậy, ta đã tìm lại được một hàm đặc trưng cho độ rọi tương ứng với sự chống chất của  $N = 16$  sóng, lệch pha so với nhau cùng một lượng (trường hợp này đã gặp khi nghiên cứu các cách tử phẳng).

2) Ở chương 6, ta đã thấy rằng hàm số nói trên chỉ nhận những giá trị không thể bỏ qua khi  $\varphi$  xấp xỉ bằng  $2\pi p$  (khi  $p$  nguyên). Các bước sóng truyền qua là:

$$\lambda_p = \frac{a(n_2 - n_1)}{p}$$

Đôi với  $a = 0,2 \text{ mm}$  và  $n_2 - n_1 = 10^{-2}$ , ta được  $a(n_2 - n_1) = 2 \mu\text{m}$  suy ra các giá trị khá dĩ trong vùng phổ khả kiến là  $p = 3$  và  $\lambda_3 = 0,67 \mu\text{m}$ ;  $p = 4$  và  $\lambda_4 = 0,50 \mu\text{m}$ ;  $p = 5$  và  $\lambda_5 = 0,40 \mu\text{m}$ .

Dụng cụ này do đó có thể được sử dụng như một lọc sáng cho phép tách ra một vạch từ một chùm tia tới đa sắc.

8) Tại lối ra của kính phân cực  $P$ , sóng là phân cực thẳng, và người ta

có thể viết nó dưới dạng:  $\vec{E} = \begin{cases} E_x = E_0 \cos \omega t \\ E_y = E_0 \cos \omega t \end{cases}$

Ở lối ra của cả hai bản, hai thành phần của trường có độ lệch pha  $\varphi$  phụ thuộc vào hoành độ  $y$  của điểm mà tại đó sóng truyền qua bản:

$$\begin{aligned} \varphi(y) &= \frac{2\pi}{\lambda} e_1 (n_2 - n_1) - \frac{2\pi}{\lambda} e_2 (n_2 - n_1) \\ &= \frac{2\pi}{\lambda} (n_2 - n_1) (e_1 - e_2) = -\frac{2\pi}{\lambda} 2y (n_2 - n_1) l \end{aligned}$$

(với giả sử rằng  $\tan I \approx I$ ).

Điện trường được viết dưới dạng:  $\vec{E}' = \begin{cases} E'_x = E_0 \cos \omega t \\ E'_y = E_0 \cos(\omega t - \varphi) \end{cases}$

Tại lỗ ra của kính phân tích, sóng lại có tính phân cực thẳng, điện trường được viết như sau:

$$\vec{E}'' = \frac{E_0}{\sqrt{2}} (\cos(\omega t) + \cos(\omega t - \varphi)) \vec{e}_A,$$

ở đây, ta đã kí hiệu  $\vec{e}_A$  là vector đơn vị chỉ phương của trục kính phân tích.

Cường độ  $I = \langle \vec{E}''^2 \rangle$ , do đó sẽ có dạng:

$$I(y) = I_0 (1 + \cos \varphi) = I_0 \left( 1 - \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda} 2y(n_2 - n_1) \right) \right)$$

Trên màn, người ta quan sát được các vân giao thoa song song với trục (Ox), có tâm là vân tối (tại tâm của hình giao thoa, tại  $y=0$  và  $I=0$ ) cách đều nhau với dãn cách vân bằng:

$$y_0 = \frac{\lambda}{2(n_2 - n_1)\epsilon}.$$

Thiết bị này được gọi là máy bẻ chính BABINET cho phép đo các hiệu đường đi gây ra bởi các bản tinh thể bằng cách dịch chuyển một bản so với bản kia (sự dịch chuyển một bản gây ra sự tịnh tiến các vân giao thoa).

**9** Trong bài tập này, cần phải chú ý đến bản chất vector của hai trường

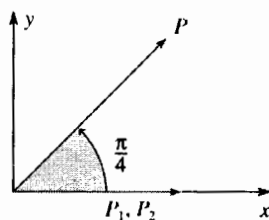
$\vec{E}_1$  và  $\vec{E}_2$  giao thoa với nhau tại M (luôn luôn giả sử rằng các mặt phẳng sóng tương ứng với hai sóng giao thoa vẫn hầu như song song với nhau bởi vì các khoảng cách a và y vẫn rất nhỏ so với tiêu cự f).

Trong mọi trường hợp, cường độ sáng bằng:

$$I = \langle (\vec{E}_1 + \vec{E}_2)^2 \rangle = \langle (\vec{E}_1)^2 \rangle + \langle (\vec{E}_2)^2 \rangle + 2\langle (\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2) \rangle$$

Các trường  $\vec{E}_1$  và  $\vec{E}_2$  ở đây có tính phân cực thẳng và người ta có thể viết như sau, ở đây đã sử dụng kí hiệu thực và lấy trung bình góc thời gian một cách khéo léo:

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_{01} \cos(\omega t) \text{ và} \\ \vec{E}_2 = \vec{E}_{02} \cos(\omega t - \varphi).$$



ở đây  $\varphi(y) = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{2ay}{f}$ , kí hiệu độ lệch pha giữa hai sóng tại M (độ lệch pha này đã được xác định ở chương 3). Sau khi ra khỏi hai khe  $F_1$  và  $F_2$  (và trước khi đi qua  $P_1$  và  $P_2$ ), hai trường có cùng một biên độ  $E_0$ . Ta đặt  $I_0 = E_0^2$ .

1) Các trường  $\vec{E}_1$  và  $\vec{E}_2$  bị phân cực thẳng bởi P (có trục được xác định bằng vector đơn vị  $\vec{e}_P$ ) là cộng tuyến và có cùng biên độ  $E_0$ :

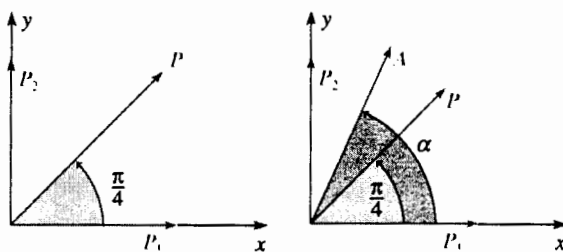
$$\vec{E}_1 = E_0 \cos(\omega t) \vec{e}_P \\ \text{và} \quad \vec{E}_2 = E_0 \cos(\omega t - \varphi) \vec{e}_P.$$

Do đó, người ta có thể quy về bài toán chồng chất cổ điển của hai chấn động vô hướng, từ đó suy ra:

$$I(y) = \langle (E_1^2) \rangle + \langle (E_2^2) \rangle + 2\langle (E_1 \cdot E_2) \rangle = I_0 (1 + \cos \varphi(y)).$$

Trên màn người ta quan sát được các vân giao thoa song song với các khe (nghĩa là song song với (Ox)), cách đều nhau và dãn cách vân bằng

$$y_0 = \frac{\lambda f}{2a}.$$



Chú ý: Sự có mặt của kính phân cực P làm giảm độ rọi trung bình đi 2 lần (xem áp dụng 1).

2) a) Không làm giảm tính tổng quát của bài toán, người ta có thể giả sử rằng, các trục chung của  $P_1$  và  $P_2$  là trùng với trục (Ox). Khi đó ta có:

$$\vec{E}_1 = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \cos(\omega t) \vec{e}_x \text{ và } \vec{E}_2 = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \cos(\omega t - \varphi) \vec{e}_x,$$

từ đó suy ra:  $I(y) = \frac{I_0}{2} (1 + \cos \varphi(y))$ .

Vì vậy, người ta quan sát được trên màn các vân giao thoa giống như trong câu hỏi 1, nhưng những vân này kém sáng hơn 2 lần.

b) Các trường  $\vec{E}_1$  và  $\vec{E}_2$  vuông góc với nhau:

$$\vec{E}_1 = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \cos(\omega t) \vec{e}_x \text{ và } \vec{E}_2 = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \cos(\omega t - \varphi) \vec{e}_y.$$

Trong biểu thức của  $I(y)$ , số hạng giao thoa sẽ biến mất bởi vì  $\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 = 0$ . Trên màn, cường độ sáng là đều và bằng  $I(y) = \frac{I_0}{2}$ .

Người ta nhận thấy rằng, điện trường tổng cộng (là tổ hợp của  $\vec{E}_1$  và  $\vec{E}_2$ ) có tính phân cực ellipse).

3) Tại lỗ ra của kính phân tích A (trục được xác định bởi vector đơn vị  $\vec{e}_A$ ), các trường  $\vec{E}_1$  và  $\vec{E}_2$  là cộng tuyến với  $\vec{e}_A$ .

$$\vec{E}_1 = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \cos \alpha \cos(\omega t) \vec{e}_A$$

$$\text{và } \vec{E}_2 = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \sin \alpha \cos(\omega t - \varphi) \vec{e}_A,$$

Từ đó suy ra,  $I(y) = \frac{I_0}{4} (1 + \sin 2\alpha \cos \varphi(y))$ .

Người ta quan sát được trên màn các vân giao thoa như ở trong câu hỏi 1) nhưng chúng kém sáng hơn 4 lần và độ ngang phản  $\Gamma$  của chúng cũng nhỏ hơn:

$$\Gamma = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = |\sin 2\alpha|.$$

Bằng cách xoay kính phân tích, người ta có thể làm biến đổi độ ngang phản này. Các vân sẽ hiện rất rõ ( $\Gamma = 1$ ) khi  $\alpha = \pm \frac{\pi}{4}$  (khi đi từ

giá trị  $+\frac{\pi}{4}$  đến giá trị  $-\frac{\pi}{4}$  có một sự hoán vị giữa các vân sáng và vân tối).

Cường độ sáng trên màn là đều khi  $\alpha = 0, \pm \frac{\pi}{2}$  và  $\pi$ : khi đó kính phân tích đã chắn một trong hai chấn động và không còn giao thoa nữa.

# PHỤ LỤC 1

## ẢNH BIẾN ĐỔI FOURIER

### 1 ĐỊNH NGHĨA

Cho một hàm phức  $f$  biến số thực  $x$ . Nếu như hàm này

có bình phương môđun khả tích, nghĩa là  $\int_{-\infty}^{+\infty} |f(x)|^2 dx$

hội tụ (ta không thảo luận về tiêu chuẩn hội tụ ở đây), thì ta định nghĩa ảnh biến đổi FOURIER  $F(u)$  của nó là một hàm biến thực  $u$  thoả mãn công thức:

$$F(u) = \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) e^{-iux} dx.$$

Ngược lại,  $f(x)$  được suy ra từ  $F(u)$  bằng ảnh biến đổi FOURIER ngược có biểu thức như sau:

$$f(x) = \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} F(u) e^{iux} du.$$

Để ngắn gọn, ta kí hiệu hai phép toán này là T.F. và T.F.<sup>-1</sup>.

• Ta có thể hiểu ảnh biến đổi FOURIER như một khai triển thành chuỗi FOURIER, trong đó  $f(x)$  là một tổng liên tục và không còn gồm các hàm sin, gián đoạn nữa.

$$f(x) = \sum_{-\infty}^{+\infty} a_p \exp\left[ip \frac{2\pi}{a} x\right],$$

nếu  $f(x)$  là hàm tuần hoàn có chu kì  $a$ ;

$$f(x)(x) = \int_{u=-\infty}^{+\infty} F(u) e^{iux} du \text{ nếu } f(x) \text{ không phải là}$$

hàm tuần hoàn.

Trong trường hợp thứ hai,  $u$  là mạch số và ứng với khoảng  $du$  tương ứng với một thành phần hoạ ba phức nguyên tố:

$$df = F(u) du e^{i\omega t}.$$

Do đó, ảnh biến đổi FOURIER  $F(u)$  của  $f$  sẽ biểu diễn sự phân bố các mạch số không gian của  $f$ .

• Nếu  $f(x)$  là các giá trị thực thì:

$$F(u) = \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \cos(ux) du$$

$$-i \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \sin(ux) dx.$$

Chúng ta đã gặp phép toán này rất nhiều lần trong quang học. Biên độ phức  $f(x)$  của một đoàn sóng là T.F.<sup>-1</sup> của đường cong phổ  $F(\omega)$  của nó (chương 1).

T.F. của giao thoa đồ  $I(\delta)$  của một ánh sáng đa sắc cho ta đường cong phân bố phổ của nó (chương 5).

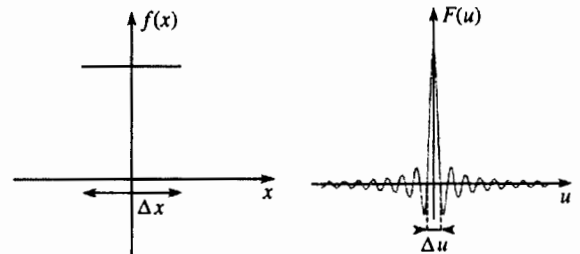
Cường độ của hình nhiễu xạ FRAUNHOFER tỷ lệ với bình phương của T.F.<sup>-1</sup> của độ trong suốt của vật nhiễu xạ (chương 6).

### 2 Các ví dụ

Ở đây chúng ta chỉ cho các kết quả. Một vài kết quả đơn giản, dễ dàng tính được còn một số khác thì phức tạp hơn.

•  $f(x) = A$  nếu  $|x| < \frac{\Delta x}{2}$  và  $f(x) = 0$  nếu  $|x| > \frac{\Delta x}{2}$ ,

$$F(u) = \frac{A\Delta x}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sin \frac{2\pi u \Delta x}{2}}{\frac{2\pi u \Delta x}{2}} \text{ với } \Delta u \Delta x = 4\pi \text{ (h.1).}$$



Hình 1. Ảnh biến đổi FOURIER của hàm  $f$  nào đó.

$$f(x) = A \text{ nếu } |x| < \frac{\Delta x}{2}; f(x) = 0 \text{ nếu } |x| > \frac{\Delta x}{2}.$$

• Hàm dạng GAUSS:

$$f(x) = A \exp\left[-\left(\frac{2x}{\Delta x}\right)^2\right].$$

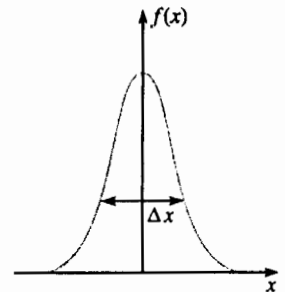
$F(u)$  cũng có dạng GAUSS

$$F(u) = \frac{A\Delta x}{2\sqrt{2}} \exp\left[-\left(\frac{2u}{\Delta u}\right)^2\right]$$

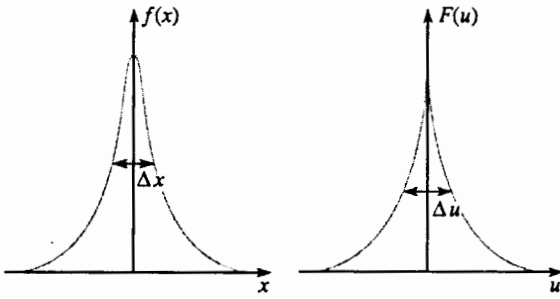
với  $\Delta u \Delta x = 8$  (h.2).

• Hàm dạng Lorentz:

$$f(x) = \frac{A}{1 + \left(\frac{2x}{\Delta x}\right)^2}.$$



Hình 2. Ảnh biến đổi FOURIER của hàm dạng GAUSS.



Hình 3. Ảnh biến đổi FOURIER của hàm dạng LORENTZ.

$$F(u) = \sqrt{\frac{\pi}{8}} A \Delta x \exp\left(-\frac{2|u|}{\Delta u}\right) \text{ với } \Delta u \Delta x = 4.$$

**Chú ý:**

- Đối với 3 hàm chẵn nói trên, T.F. và T.F.<sup>-1</sup> là như nhau.
- Δu và Δx biểu thị độ rộng của các đỉnh. Ta luôn luôn có (với sai khác một hằng số cỡ đơn vị): ΔuΔx ≈ 2π.

### 3 “HÀM” DIRAC δ(x)

**a. Định nghĩa**

Với ý nghĩa là một hàm số, thực thể toán học này không có định nghĩa “phù hợp”. Ta chỉ cần biết rằng tồn tại một lí thuyết (lí thuyết về phân bố) cho phép giải quyết một cách chặt chẽ cái mà đối với chúng ta là một “kì dị” toán học.

Không quan tâm đến tính chặt chẽ, δ(x) được định nghĩa như sau:

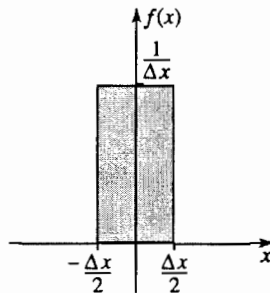
- δ(x) = 0 với mọi x ≠ 0;
- δ(0) bằng vô cực;
- ∫<sub>-a</sub><sup>+a</sup> δ(x)dx = 1 với mọi a ≈ 0.

Như vậy, đó là một đỉnh có diện tích bằng một đơn vị và có độ rộng bằng 0. Người ta có thể xem nó như là giới hạn khi Δx tiến tới 0 của một hàm được định nghĩa như sau:

$$f(x) = \frac{1}{\Delta x} \text{ nếu } |x| < \frac{\Delta x}{2}$$

$$\text{và } f(x) = 0 \text{ nếu } |x| > \frac{\Delta x}{2}$$

(h.4).



Hình 4. δ(x) biểu thị giới hạn của hàm này khi Δx tiến tới 0.

Suy rộng ra, người ta gọi tất cả các đỉnh giống như trên tại x = x<sub>0</sub> là các đỉnh DIRAC, nghĩa là một hàm có dạng:

$$f(x) = A\delta(x - x_0).$$

### b. Ảnh biến đổi FOURIER

Theo “định nghĩa” trên:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x)f(x)dx = f(0) \text{ và do đó nếu } f(x) = A\delta(x) \text{ thì:}$$

$$F(u) = \frac{A}{\sqrt{2\pi}}.$$

T.F. của hàm δ(x) là một hằng số.

Ngược lại, T.F. của một hàm không đổi A là A√2πδ(x).

## 4 CÁC TÍNH CHẤT CỦA ẢNH BIẾN ĐỔI FOURIER

F(u) luôn luôn là kí hiệu ảnh biến đổi FOURIER của f(x); và do đó f(x) là ảnh biến đổi FOURIER ngược của F(u). Các tính chất áp dụng trong giáo trình quang học chỉ đơn thuần được nêu ra. Một vài tính chất được kiểm chứng một cách dễ dàng.

**a. Sự tịnh tiến**

Nếu g(x) = f(x - x<sub>0</sub>) thì ảnh biến đổi FOURIER của g(x) là:

$$G(u) = e^{-ix_0u}F(u).$$

Ngược lại, nếu g(x) = e<sup>-iu<sub>0</sub>x</sup>f(x) thì ảnh biến đổi FOURIER của g(x) là:

$$G(u) = F(u - u_0).$$

Tính chất này cho phép tính toán rất nhiều ảnh biến đổi FOURIER.

• Cho f(t) được định nghĩa như sau:

$$f(t) = e^{i\omega_0 t} \text{ nếu } |t| < \frac{\tau}{2} \text{ và } f(t) = 0 \text{ nếu } |t| > \frac{\tau}{2}.$$

$$f(t) = e^{i\omega_0 t} h(t) \text{ với}$$

$$h(t) = 1 \text{ nếu } |t| < \frac{\tau}{2} \text{ và } h(t) = 0 \text{ nếu } |t| > \frac{\tau}{2}.$$

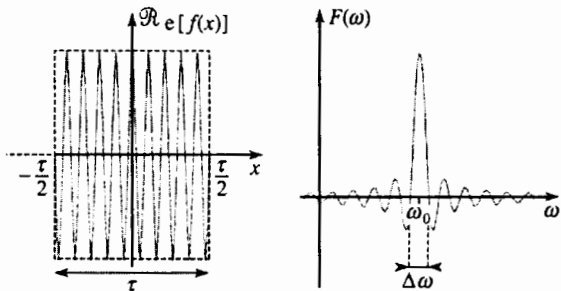
Chúng ta biết ảnh biến đổi FOURIER của h(t) và do đó:

$$F(\omega) = H(\omega - \omega_0),$$

hay:

$$F(\omega) = \frac{\tau}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sin \frac{2\pi(\omega - \omega_0)}{\Delta\omega}}{2\pi(\omega - \omega_0)} \text{ với } \Delta\omega\tau = 4\pi \text{ (h.5).}$$

$$\Delta\omega$$



Hình 5. Ảnh biến đổi FOURIER của  $f(t)$  nào đó.

$$f(t) = 3^{-i\omega_0 t} \text{ nếu } |t| < \frac{\tau}{2} \text{ và } f(t) = 0 \text{ nếu } |t| > \frac{\tau}{2}.$$

• Ảnh biến đổi FOURIER của một hàm điều hoà có mạch số  $u_0$  là một đỉnh DIRAC định tâm tại  $u_0$  và/hoặc tại  $-u_0$ . Cho hàm  $f(x) = Ae^{iu_0 x}$ .

Ảnh biến đổi FOURIER của hằng số  $A$  là một đỉnh DIRAC nên từ đó ta có thể suy ra :

$$F(u) = A\sqrt{2\pi} \delta(u - u_0).$$

Nếu  $g(x) = A \cos(u_0 x)$  thì ảnh biến đổi FOURIER của nó là:

$$G(u) = A\sqrt{\frac{\pi}{2}} [\delta(u - u_0) + \delta(u + u_0)] \text{ (hình 6)}.$$

### b. Sự dẫn trực toạ độ

Cho hàm  $g(x) = f\left(\frac{x}{m}\right)$ .

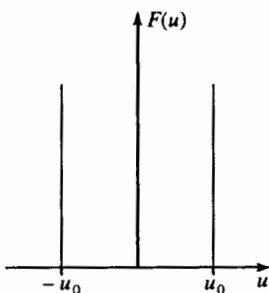
Ảnh biến đổi FOURIER của  $g(x)$  là  $G(u) = mF(mu)$ .

Sự dẫn độ thị của  $g(x)$  sẽ chuyển thành sự co độ thị của  $F(u)$ .

### c. Độ rộng của đỉnh

Cho một hàm chẵn  $f(x)$  có đồ thị là một đỉnh định tâm tại  $x = 0$ . Khi đó, đồ thị của  $F(u)$  cũng là một đỉnh định tâm tại  $u = 0$ .

Các độ rộng của hai đỉnh này liên hệ với nhau bằng biểu thức  $\Delta u \Delta x = C$ , với  $C$  là một hằng số phụ thuộc vào cách quy ước khi định nghĩa độ rộng của các đỉnh. Như chúng ta đã thấy, trong các ví dụ,  $C$  vào cỡ  $2\pi$ .



Hình 6. Ảnh biến đổi FOURIER của  $f(x) = \cos(u_0 x)$ .

## 5 ẢNH BIẾN ĐỔI FOURIER CỦA MỘT HÀM TUẦN HOÀN

Cho  $f(x)$  là một hàm tuần hoàn chu kì  $a$ . Do đó, nó có thể được khai triển thành chuỗi FOURIER:

$$f(x) = \sum_{-\infty}^{+\infty} a_p \exp\left(ip \frac{2\pi}{a} x\right).$$

Trong khai triển này,  $a_p$  là các hệ số phức.

Nếu  $f(x)$  là hàm chẵn thì  $a_p$  là các số thực và  $a_{-p} = a_p$ .

Nếu  $f(x)$  là hàm lẻ thì  $a_p$  là các số thuần ảo và  $a_{-p} = -a_p$ .

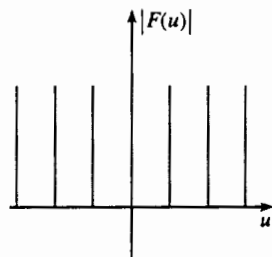
### a. Hàm tuần hoàn thực sự

Hàm này được xác định và tuần hoàn đối với mọi  $x$  nằm trong khoảng từ  $-\infty$  đến  $+\infty$ .

Khi biết ảnh biến đổi FOURIER của một hàm điều hoà, ta được:

$$F(u) = \sum_{-\infty}^{+\infty} \sqrt{2\pi} a_p \left(u - p \frac{2\pi}{a}\right).$$

Như vậy, ảnh biến đổi FOURIER của một hàm tuần hoàn là một tập hợp nhiều đỉnh Dirac nằm tại các mạch số hạng ba. Do đó, ảnh biến đổi FOURIER được suy ra trực tiếp từ khai triển chuỗi FOURIER (h.7).



Hình 7. Ảnh biến đổi FOURIER của hàm tuần hoàn.

Giá trị trung bình không đổi liên quan với đỉnh  $p = 0$ , tương ứng với mạch số bằng 0.

### b. Hàm tuần hoàn trên một khoảng

Các hàm số thường gặp chỉ xác định trên một khoảng hữu hạn. Chúng ta giả sử rằng  $g(x)$  là một hàm tuần

hoàn (chu kì  $a$ ) trên khoảng  $\left[-\frac{e}{2}; +\frac{e}{2}\right]$ .

Khi đó:

$$F(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{-\infty}^{+\infty} a_p \int_{-\frac{e}{2}}^{\frac{e}{2}} \exp\left(ip \frac{2\pi}{a} x\right) \exp(-iux) dx.$$

Sau khi tính tích phân, ta được:

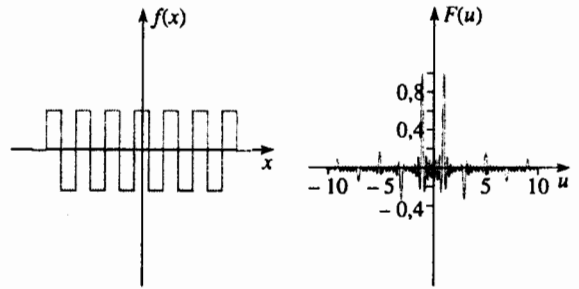
$$F(u) = \frac{e}{\sqrt{2\pi}} \sum_{-\infty}^{+\infty} a_p \frac{\sin\left[\frac{e}{2}\left(u - p \frac{2\pi}{a}\right)\right]}{e\left(u - p \frac{2\pi}{a}\right)}.$$

Chúng ta lại thu được một phổ tương tự như phổ của hàm tuần hoàn thực sự, chỉ khác ở chỗ là các đỉnh DIRAC được thay bằng các đỉnh có dạng:



$$\frac{\sin[\alpha(u - u_p)]}{\alpha(u - u_p)},$$

có độ rộng  $\frac{4\pi}{e}$  và độ cao  $\frac{|a_p|e}{\sqrt{2\pi}}$  (h8). Khi  $e$  tiến ra vô cùng, ta lại được các đỉnh DIRAC.



Hình 8.

# PHỤ LỤC 2

## Giao thoa kế MICHELSON kiểu Mich – 2 (SOPRA) (bản mô tả cấu tạo)

### Nguyên lý

Giao thoa kế MICHELSON là một giao thoa kế hai sóng có các nhánh trực giao với nhau.

Một bản bán mạ, cố định chia chùm sáng tới thành hai chùm: một chùm phản xạ và một chùm truyền qua.

Hai gương phẳng được lắp trên giá có các bộ phận chỉnh tinh và chỉnh thô cho phép quan sát các vân giao thoa sau khi các chùm tia được tái hợp qua bản bán mạ.

Một bản bố chính giống hệt như bản bán mạ cho phép bố chính tuyệt đối các quang lộ (vân trung tâm màu trắng): bản này có trang bị các bộ phận chỉnh tinh.

Một trong các gương được lắp trên một bộ trượt để chủ động thay đổi hiệu đường đi (bậc zero hoặc ảnh biến đổi FOURIER).

### Giao thoa kế MICHELSON kiểu Mich-2

- Một bản bán mạ,  $\phi 50$  mm, đặt cố định ở góc  $45^\circ$ , có một lớp phủ kim loại, bán trong suốt.

Độ cao của trục so với chân đế giao thoa kế:  $175 \pm 5$  mm.

Độ cao của trục so với mặt đế: 40 mm.

Kích thước của đế máy:  $305 \times 455$  mm.

Khối lượng của giao thoa kế: 13 kg.

- Một gương phẳng cố định,  $\phi 20$  mm, có thể lùi 10mm để tăng hiệu đường đi. Gương có trang bị bộ phận chỉnh tinh là những lá thép uốn theo các trục nằm ngang và thẳng đứng.

- Một gương phẳng di động,  $\phi 20$  mm, được lắp trên một giá trượt có độ chính xác cao, được trang bị các bộ phận chỉnh tinh bằng vít vi cấp 0,5 mm/vòng.

Gương được dịch chuyển bằng tay hoặc bằng mô tơ đồng bộ nằm trong máy theo hai chiều chuyển động với hộp số bằng tay (1 vòng trong 12 phút).

Sự điều chỉnh góc của gương theo các trục thẳng đứng và nằm ngang được thực hiện bằng vít vi cấp  $0,5 \text{ mm.vòng}^{-1}$ ,  $10 \text{ mrad.vòng}^{-1}$ .

Hành trình của bộ: 15 mm bằng vít chặn vi cấp (độ chính xác định vị:  $5 \mu\text{m}$ ).

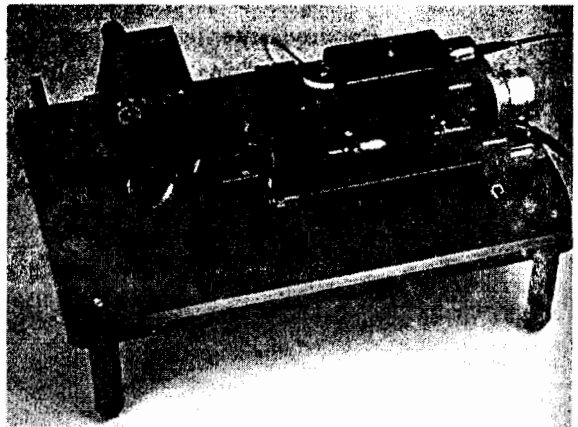
- Một bản bố chính giống hệt như bản bán mạ có các bộ phận chỉnh tinh theo cả hai phương.

Bản bố chính nằm đối diện với bản bán mạ nên có thể điều chỉnh tính song song của chúng bằng sự chuẩn trực đồng thời trên cả hai bản.

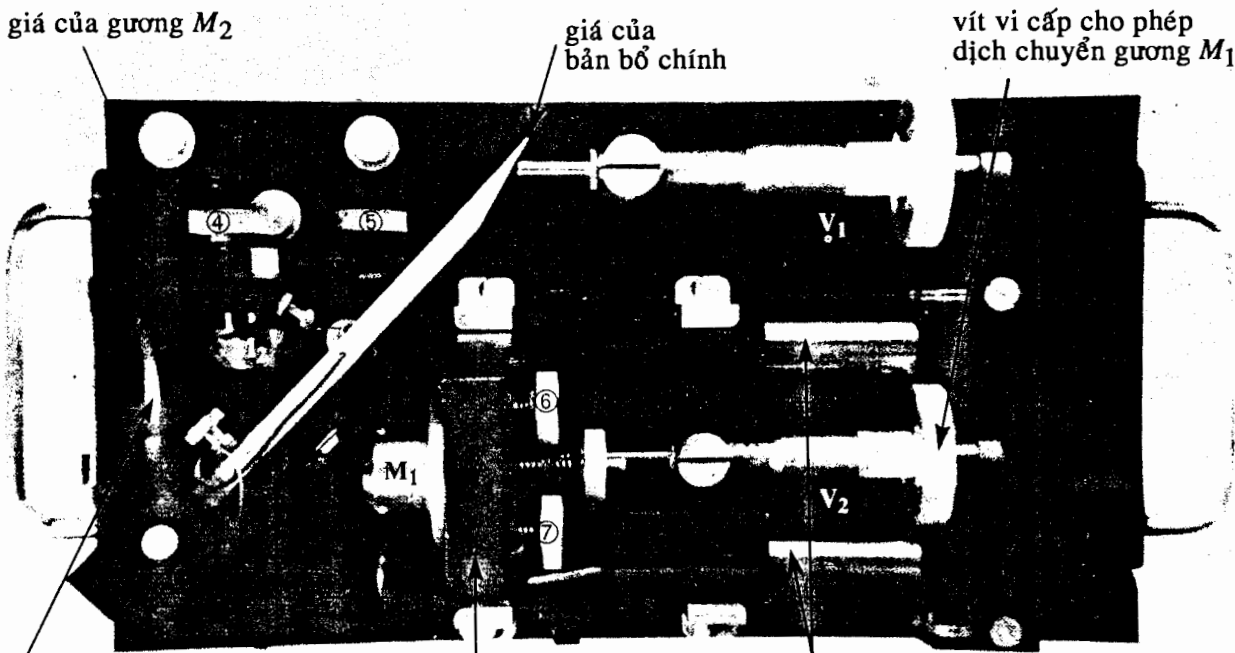
Bản bố chính được lắp trên hệ điều chỉnh có vít vi cấp  $0,5 \text{ mm.vòng}^{-1}$ ,  $7 \text{ mrad.vòng}^{-1}$ .

Chất lượng của các giao thoa đồ: nhỏ hơn một nửa vân trên  $\phi 16$  mm.

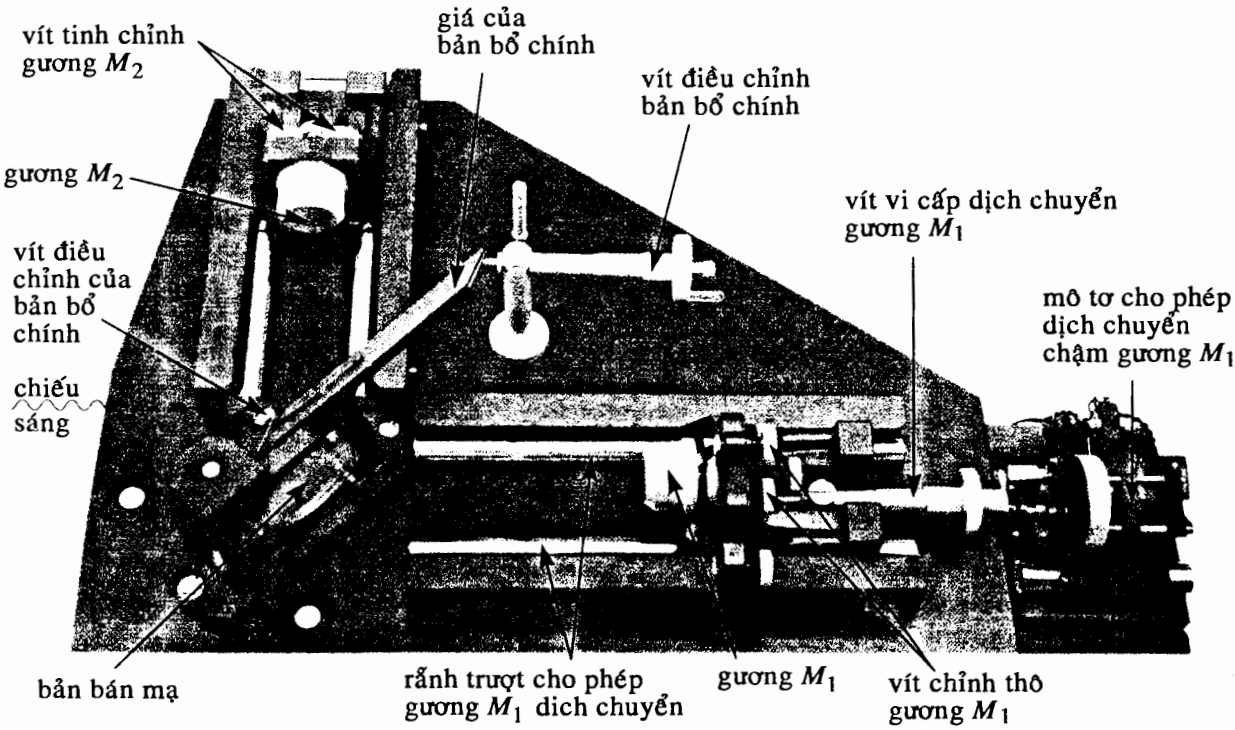
Thị trường: 20 mm.



Hình 1. Giao thoa kế MICHELSON - Mich-2 (SOPRA).



Hình 2. Giao thoa kế MICHELSON nhìn từ trên xuống ; ④ - ⑤ vít tinh chỉnh của gương  $M_2$  ; ⑥ - ⑦ vít chỉnh thế của gương  $M_1$ .



Hình 3. Các chi tiết của giao thoa kế MICHELSON. Nhìn tổng quát mẫu 200 (SOPRA).

## QUANG HỌC SÓNG

Mã số: 7K483T6 - DAI

In 1.000 bản khổ 19 x 27 cm, tại Công ty cổ phần in Thái Nguyên.

Số xuất bản: 194 - 2006/CXB/17-323/GD.

In xong và nộp lưu chiểu quý II năm 2006.



# Quang học sóng



CÔNG TY CỔ PHẦN SÁCH ĐẠI HỌC – DẠY NGHỀ

**HEVOBCO**

Địa chỉ : 25 Hàn Thuyên, Hà Nội



8 934980 640234



*Giá: 35.000 đ*