

## HIGGS TRONG MÔ HÌNH THỐNG NHẤT TƯƠNG TÁC MỞ RỘNG 3-4-1 TỐI THIỂU VỚI NEUTRINO PHÂN CỰC PHẢI

Dương Văn Lợi  
Trường Đại học Tây Bắc

**Tóm tắt:** Trong bài báo này, chúng tôi tập trung tính toán phân thể Higgs trong mô hình thống nhất tương tác mở rộng 3-4-1 tối thiểu với neutrino phân cực phải. Đây là một phiên bản thú vị xuất phát từ các mô hình 3-4-1 gốc [1, 2]. Sự khác biệt so với công bố gần đây của chúng tôi [3] chỉ là trong bài báo này, cùng với các biện luận rõ ràng, chặt chẽ, thì các tính toán sẽ được thực hiện một cách chi tiết hơn, và tất nhiên các kết quả phải phù hợp với [3].

**Từ khóa:** Mô hình, tương tác, Higgs, 3-4-1, tối thiểu.

### 1. Giới thiệu

Hiện tượng dư thừa diphoton 750 GeV quan sát thấy gần đây [4] có thể được giải thích như là một sự tồn tại của một vô hướng trung hòa mới liên kết với các quark nặng mới đưa vào, hoặc trong một vài trường hợp liên kết với các boson và các lepton mới. Theo hướng này, các mô hình 3-3-1 [1, 5, 6] dường như là những ứng cử viên tốt do chúng chứa đựng tất cả các thành phần như là các quark mới và các trường vô hướng mới. Tuy nhiên, vấn đề là để thỏa mãn sự dư thừa diphoton ở LHC thì đòi hỏi rằng thang 3-3-1 ở mức thấp  $\omega \approx 400$  GeV, trong khi dòng trung hòa thay đổi số vị yêu cầu một thang lớn  $\omega \approx 2$  TeV. Để giải quyết vấn đề nan giải này cho mô hình 3-3-1 với neutrino phân cực phải, một tam tuyến vô hướng trơ đã được đưa thêm vào [7], hay mở rộng nhóm chuẩn [8], hoặc giới thiệu các vô hướng tích điện mới [9],... Tình trạng trên cũng xảy ra với các hướng mở rộng khác của Mô hình chuẩn (SM), do đó việc tìm các mô hình để thỏa mãn các dữ liệu thực nghiệm hiện nay là rất cần thiết.

Như đã biết,  $SU(4)_L$  là nhóm đối xứng cao nhất trong phần điện yếu [10]. Đã có một số mô hình xây dựng dựa trên cơ sở nhóm  $SU(3)_C \otimes SU(4)_L \otimes U(1)_X$  (3-4-1) [1, 2, 11], trong đó  $SU(3)_C$  là nhóm đối xứng màu của tương tác mạnh tác động lên các quark và các gauge boson truyền tương tác mạnh,  $SU(4)_L$  là nhóm đối xứng của tương tác yếu tác động lên các fermion phân cực trái,  $U(1)_X$  là nhóm đối xứng liên quan đến một số lượng tử mới  $X$  - tích, là khái niệm mở rộng của siêu tích  $Y$  trong SM; tuy vậy, phần Higgs vật lý là phần quan trọng nhất thì lại chưa được chú ý đến nhiều. Trong một số phiên bản, mâu thuẫn này đã không được nghiên cứu đầy đủ và chi tiết. Trong giai đoạn phát triển mạnh mẽ của vật lý hạt hiện nay, phần Higgs nên được xem xét một cách chi tiết nhất có thể, nhất là phần vô hướng trung hòa là nơi chứa đựng Higgs boson của SM. Vì vậy trong bài báo này, chúng tôi sẽ tập trung vào phần Higgs.

Bài báo của chúng tôi được sắp xếp như sau. Phần 2 sẽ trình bày sự sắp xếp các hạt trong mô hình, các trường vô hướng với các trung bình chân không tương ứng. Phần 3 là dành cho biểu thức thế vô hướng trong mô hình ở giới hạn bảo toàn số lepton. Các điều kiện cực tiểu thế được chỉ ra. Các tính toán xác định Higgs của SM và các Higgs mang điện, trung hòa sẽ được thảo luận chi tiết. Cuối cùng, chúng tôi trình bày kết luận trong Phần 4.

## 2. Mô hình

Với mô hình 3-4-1 nói chung, toán tử điện tích có dạng

$$Q = \alpha T_3 + \beta T_8 + \gamma T_{15} + X, \quad (1)$$

với  $\alpha, \beta, \gamma$  là các hệ số;  $T_i (i=1, 2, 3, \dots, 15)$  và  $X$  lần lượt là các vi tử ứng với nhóm  $SU(4)_L$  và tích của nhóm  $U(1)_X$ . Trong mô hình 3-4-1 tối thiểu với neutrino phân cực phải, các lepton được xếp vào tứ tuyến như sau

$$f_{aL} = (v_a, l_a, l_a^c, \nu_a^c)_L^T \sim (1, 4, 0), \quad a = e, \mu, \tau \quad (2)$$

đây là lý do mô hình đang xét được gọi là mô hình 3-4-1 tối thiểu với neutrino phân cực phải. Các số trong ngoặc đơn là số lượng tử tương ứng các nhóm  $SU(3)_C$ ,  $SU(4)_L$  và  $U(1)_X$ . Với cách sắp xếp này, toán tử điện tích được xác định

$$Q = T_3 - \sqrt{3}T_8 + X \quad (3)$$

Hệ số 1 trước  $T_3$  như là một sự đảm bảo rằng mô hình đang xem xét là sự mở rộng của SM.

Với các quark, một thế hệ quark được xếp vào tứ tuyến

$$Q_{3L} = (u_3, d_3, T, T')_L^T \sim \left(3, 4, \frac{2}{3}\right)$$

$$u_{3R} \sim \left(3, 1, \frac{2}{3}\right), \quad d_{3R} \sim \left(3, 1, -\frac{1}{3}\right), \quad T_R \sim \left(3, 1, \frac{5}{3}\right), \quad T'_R \sim \left(3, 1, \frac{2}{3}\right) \quad (4)$$

Hai thế hệ quark còn lại được xếp vào các phản tứ tuyến

$$Q_{\alpha L} = (d_\alpha, -u_\alpha, D_\alpha, D'_\alpha)_L^T \sim \left(3, 4^*, -\frac{1}{3}\right), \quad \alpha = 1, 2,$$

$$u_{\alpha R} \sim \left(3, 1, \frac{2}{3}\right), \quad d_{\alpha R} \sim \left(3, 1, -\frac{1}{3}\right), \quad D_{\alpha R} \sim \left(3, 1, -\frac{4}{3}\right), \quad D'_{\alpha R} \sim \left(3, 1, -\frac{1}{3}\right) \quad (5)$$

Để thực hiện quá trình phá vỡ đối xứng tự phát, cần bốn tứ tuyến Higgs là

$$\chi = (\chi_1^0, \chi_2^-, \chi_3^+, \chi_4^0)^T \sim (1, 4, 0), \quad \phi = (\phi_1^-, \phi^-, \phi^0, \phi_2^-)^T \sim (1, 4, -1),$$

$$\rho = (\rho_1^+, \rho^0, \rho^{++}, \rho_2^+)^T \sim (1, 4, 1), \quad \eta = (\eta_1^0, \eta_2^-, \eta_3^+, \eta_4^0)^T \sim (1, 4, 0) \quad (6)$$

Nếu phần Higgs có các trị trung bình chân không (VEV) như sau:

$$\begin{aligned}\langle \chi \rangle &= \left( 0, 0, 0, \frac{V}{\sqrt{2}} \right)^T, \quad \langle \phi \rangle = \left( 0, 0, \frac{\omega}{\sqrt{2}}, 0 \right)^T \\ \langle \rho \rangle &= \left( 0, \frac{v}{\sqrt{2}}, 0, 0 \right)^T, \quad \langle \eta \rangle = \left( \frac{u}{\sqrt{2}}, 0, 0, 0 \right)^T\end{aligned}\quad (7)$$

thì các lepton vẫn chưa nhận đủ khối lượng, do vậy chúng tôi giới thiệu thêm thập tuyến đối xứng (10<sub>S</sub>)

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \sqrt{2}H_1^0 & H_1^- & H_2^+ & H_2^0 \\ H_1^- & \sqrt{2}H_1^- & H_3^0 & H_3^- \\ H_2^+ & H_3^0 & \sqrt{2}H_2^{++} & H_4^+ \\ H_2^0 & H_3^- & H_4^+ & \sqrt{2}H_4^0 \end{pmatrix}\quad (8)$$

Như thông thường, giả sử các trường Higgs trung hòa được khai triển

$$H_1^0 = \frac{R_{H_1^0} - iI_{H_1^0}}{\sqrt{2}}, \quad H_2^0 = \frac{\varepsilon + R_{H_2^0} - iI_{H_2^0}}{\sqrt{2}}, \quad H_3^0 = \frac{v' + R_{H_3^0} - iI_{H_3^0}}{\sqrt{2}}, \quad H_4^0 = \frac{R_{H_4^0} - iI_{H_4^0}}{\sqrt{2}},\quad (9)$$

thì

$$\langle H \rangle = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \varepsilon \\ 0 & 0 & v' & 0 \\ 0 & v' & 0 & 0 \\ \varepsilon & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}\quad (10)$$

lúc này các lepton mang điện sẽ nhận thêm khối lượng qua  $\langle H_3^0 \rangle$ , còn các neutrino nhận khối lượng Dirac qua  $\langle H_2^0 \rangle$  và khối lượng Majorana từ  $\langle H_1^0 \rangle$  và  $\langle H_4^0 \rangle$ .

Để phù hợp với quá trình phá vỡ đối xứng tự phát đồng thời sinh khối lượng cho các hạt, các giá trị trung bình chân không phải thỏa mãn mối liên hệ  $V \gg \omega \gg u, v$  [1] và có thể xác định  $u^2 + v^2 + v'^2 + \varepsilon^2 \simeq 246^2 \text{ GeV}^2$  [3].

### 3. Thế Higgs

Trong giới hạn bảo toàn số lepton, biểu thức thế của mô hình có thể viết dưới dạng:

$$V(\eta, \rho, \phi, \chi, H) = V(\eta, \rho, \phi, \chi) + V(H),$$

trong đó

$$\begin{aligned}V(\eta, \rho, \phi, \chi) &= \mu_1^2 \eta^\dagger \eta + \mu_2^2 \rho^\dagger \rho + \mu_3^2 \phi^\dagger \phi + \mu_4^2 \chi^\dagger \chi + \lambda_1 (\eta^\dagger \eta)^2 + \lambda_2 (\rho^\dagger \rho)^2 + \lambda_3 (\phi^\dagger \phi)^2 + \lambda_4 (\chi^\dagger \chi)^2 \\ &+ (\eta^\dagger \eta) [\lambda_5 (\rho^\dagger \rho) + \lambda_6 (\phi^\dagger \phi) + \lambda_7 (\chi^\dagger \chi)] + (\rho^\dagger \rho) [\lambda_8 (\phi^\dagger \phi) + \lambda_9 (\chi^\dagger \chi)] \\ &+ \lambda'_9 (\phi^\dagger \phi) (\chi^\dagger \chi) + \lambda_{10} (\rho^\dagger \eta) (\eta^\dagger \rho) + \lambda_{11} (\rho^\dagger \phi) (\phi^\dagger \rho) + \lambda_{12} (\rho^\dagger \chi) (\chi^\dagger \rho) \\ &+ \lambda_{13} (\phi^\dagger \eta) (\eta^\dagger \phi) + \lambda_{14} (\chi^\dagger \eta) (\eta^\dagger \chi) + \lambda_{15} (\chi^\dagger \phi) (\phi^\dagger \chi) + (f \varepsilon^{ijkl} \eta_i \rho_j \phi_k \chi_l + \text{H.c.})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V(H) = & \mu_5^2 \text{Tr}(H^\dagger H) + [f_4 \chi^\dagger H \eta^* + \text{H.c.}] + \lambda_{16} \text{Tr}[(H^\dagger H)^2] + \lambda_{17} [\text{Tr}(H^\dagger H)]^2 \\
& + \text{Tr}(H^\dagger H) [\lambda_{18} (\eta^\dagger \eta) + \lambda_{19} (\rho^\dagger \rho) + \lambda_{20} (\phi^\dagger \phi) + \lambda_{21} (\chi^\dagger \chi)] + \lambda_{22} (\chi^\dagger H)(H^\dagger \chi) \\
& + \lambda_{23} (\eta^\dagger H)(H^\dagger \eta) + \lambda_{24} (\rho^\dagger H)(H^\dagger \rho) + \lambda_{25} (\phi^\dagger H)(H^\dagger \phi)
\end{aligned} \tag{11}$$

với  $\mu_m$  ( $m=1,2,3,4,5$ ) là các tham số có thứ nguyên khối lượng;  $f$  và  $\lambda_n$  ( $n=1,2,3,\dots,25$ ) là các tham số không thứ nguyên.

### 3.1. Điều kiện cực tiểu của thế Higgs

Khai triển các trường trung hòa trong các tứ tuyến Higgs  $\chi, \phi, \rho, \eta$  tương tự như (9). Để tìm điều kiện cực tiểu của thế vô hướng cũng như là phổ khối lượng phân vô hướng, ta sẽ khai triển các số hạng trong biểu thức thế vô hướng đến bậc hai của các trường. Bất biến chuẩn đòi hỏi tổng các hệ số gắn với bậc một theo các trường phải bị triệt tiêu. Điều kiện cực tiểu thế dẫn tới sáu phương trình như sau

$$\begin{aligned}
\mu_1^2 = & -\frac{1}{4u^2} \left[ 2\lambda_{16} \epsilon^2 (v'^2 - \epsilon^2) - \lambda_{22} \epsilon^2 V^2 + \lambda_{25} \epsilon^2 \omega^2 + \lambda_{24} \epsilon^2 v^2 + 2fV\omega v u \right] \\
& - \frac{1}{2} \left[ \lambda_{18} v'^2 + 2\lambda_1 u^2 + \lambda_5 v^2 + \lambda_6 \omega^2 + \lambda_7 V^2 \right], \\
\mu_2^2 = & -\frac{1}{2} \left[ 2\lambda_2 v^2 + \lambda_3 u^2 + \lambda_8 \omega^2 + \lambda_9 V^2 + \frac{f\omega V u}{v} + \lambda_{19} v'^2 + \frac{1}{2} \lambda_{24} v'^2 \right], \\
\mu_3^2 = & -\frac{1}{2} \left[ 2\lambda_3 \omega^2 + \lambda_6 u^2 + \lambda_8 v^2 + \lambda'_9 V^2 + \frac{f u V v}{\omega} + \lambda_{20} v'^2 + \frac{1}{2} \lambda_{25} v'^2 \right], \\
\mu_4^2 = & -\frac{1}{2} \left[ 2\lambda_4 V^2 + \lambda_7 u^2 + \lambda_9 v^2 + \lambda'_9 \omega^2 + \lambda_{21} v'^2 \right] \\
& - \frac{1}{4V^2} \left[ 2fV\omega v u + 2\lambda_{16} \epsilon^2 (v'^2 - \epsilon^2) - \lambda_{23} \epsilon^2 u^2 + \lambda_{24} \epsilon^2 v^2 + \lambda_{25} \epsilon^2 \omega^2 \right], \\
\mu_5^2 = & -\frac{1}{2} \left[ \lambda_{16} v'^2 + 2\lambda_{17} v'^2 + \lambda_{18} u^2 + (\lambda_{19} + \frac{1}{2} \lambda_{24}) v^2 + \lambda_{20} \omega^2 + \lambda_{21} V^2 + \frac{1}{2} \lambda_{25} \omega^2 \right], \\
f_4 = & \frac{\epsilon}{2Vu} \left[ 2\lambda_{16} (v'^2 - \epsilon^2) - \lambda_{22} V^2 - \lambda_{23} u^2 + \lambda_{24} v^2 + \lambda_{25} \omega^2 \right],
\end{aligned} \tag{12}$$

ở đây  $v'^2 \equiv v^2 + \epsilon^2$ .

### 3.2. Các Higgs tích điện đôi

Để tìm khối lượng của các Higgs boson, chúng ta sẽ tập trung đến các hệ số gắn với bậc hai của các trường. Trước tiên, chúng tôi xét các Higgs boson tích điện đôi (DCH). Trong cơ sở  $(H_1^{\pm\pm}, H_2^{\pm\pm}, \rho^{\pm\pm}, \phi^{\pm\pm})^T$ , biểu thức ma trận khối lượng của chúng như sau:

$$\mathcal{M}_{\text{DCH}}^2 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 2\lambda_{16}v'^2 + \lambda_{24}v^2 - \lambda_{25}\omega^2 & 2\lambda_{16}v'^2 & \sqrt{2}\lambda_{24}vv' & \sqrt{2}\lambda_{25}\omega v' \\ & 2\lambda_{16}v'^2 - \lambda_{24}v^2 + \lambda_{25}\omega^2 & \sqrt{2}\lambda_{24}vv' & \sqrt{2}\lambda_{25}\omega v' \\ & & 2\lambda_{11}\omega^2 - \frac{2f\omega Vu}{v} & 2\lambda_{11}\omega v - 2fVu \\ & & & 2\lambda_{11}v^2 - \frac{2fVu}{\omega} \end{pmatrix} \quad (13)$$

Vì  $\det \mathcal{M}_{\text{DCH}}^2 = 0$  nên tồn tại một cặp Goldstone boson tích điện đôi

$$G_U^{\pm\pm} = \frac{\sqrt{2}v'H_1^{\pm\pm} - \sqrt{2}v'H_2^{\pm\pm} - v\rho^{\pm\pm} + \omega\phi^{\pm\pm}}{\sqrt{\omega^2 + v^2 + 4v'^2}}. \quad (14)$$

Ngoài ra, còn có ba cặp DCH. Trong giới hạn  $v'^2 \simeq 0$ , các trị riêng khối lượng của chúng là

$$m_{h_i^{\pm\pm}}^2 = \frac{1}{4}(-\lambda_{25}\omega^2 + \lambda_{24}v^2) = -m_{h_2^{\pm\pm}}^2, \quad m_{h_3^{\pm\pm}}^2 = \frac{\omega^2 + v^2}{2} \left( \lambda_{11} - \frac{fVu}{\omega v} \right), \quad (15)$$

ở đây  $h_i^{\pm\pm}, i=1,2,3$  là các trạng thái riêng tương ứng. Như vậy trong giới hạn  $v'=0$ , sẽ luôn tồn tại một giá trị âm  $-|\frac{1}{4}(-\lambda_{25}\omega^2 + \lambda_{24}v^2)|$ , nghĩa là một biểu thức khối lượng âm ở bậc cây.

Mặt khác khi  $v' \neq 0$ , ma trận  $\mathcal{M}_{\text{DCH}}^2$  sinh khối lượng ở bậc cây có mối liên hệ Tr

$$(\mathcal{M}_{\text{DCH}}^2) = \sum_{i=1}^3 m_{h_i^{\pm\pm}}^2 \text{ hay}$$

$$m_{h_1^{\pm\pm}}^2 + m_{h_2^{\pm\pm}}^2 + m_{h_3^{\pm\pm}}^2 = \lambda_{16}v'^2 + \frac{\omega^2 + v^2}{2} \left( \lambda_{11} - \frac{fVu}{\omega v} \right). \quad (16)$$

Chúng ta có  $\lambda_{16} > 0$  và tổng của hai biểu thức khối lượng DCH trong (16) là cỡ  $\mathcal{O}(\lambda_{16}v'^2)$ . Bởi vì khối lượng các DCH là lời giải của phương trình  $\det(\mathcal{M}_{\text{DCH}}^2 - I_4 \times m_{h_i^{\pm\pm}}^2) = 0$ , chúng tôi có liên hệ khác:

$$m_{h_1^{\pm\pm}}^2 m_{h_2^{\pm\pm}}^2 m_{h_3^{\pm\pm}}^2 = -\frac{1}{16}(-\lambda_{25}\omega^2 + \lambda_{24}v^2)^2 \times \frac{\omega^2 + v^2 + 4v'^2}{2} \left( \lambda_{11} - \frac{fVu}{\omega v} \right). \quad (17)$$

Vế phải của (17) là không dương bởi vì hệ số  $\left( \lambda_{11} - \frac{fVu}{\omega v} \right)$  có dấu dương giống như trong biểu thức khối lượng của DCH nặng  $h_3^{\pm\pm}$ . Do đó luôn có một biểu thức khối lượng âm của DCH ở bậc cây. Để thoát khỏi vấn đề này, lượng  $|\lambda_{25}\omega^2 - \lambda_{24}v^2|$  nên rất nhỏ để các bổ đính vòng có thể đóng góp vào khối lượng của DCH và khi ấy nó có giá trị dương.

Tóm lại, tham số  $|\lambda_{25}|$  nên rất nhỏ. Đồng thời như trình bày ở trên, mô hình dự đoán tồn tại các hạt DCH nhẹ.

### 3.3. Các Higgs tích điện đơn

Chúng ta thấy rằng có 12 cặp Higgs tích điện đơn (SCH) hợp thành cơ sở ban đầu. Trong giới hạn  $\epsilon = 0$ , biểu thức ma trận khối lượng trong cơ sở ban đầu tách thành bốn ma trận độc lập  $3 \times 3: \mathcal{M}_{1\text{sch}}^2; \mathcal{M}_{2\text{sch}}^2; \mathcal{M}_{3\text{sch}}^2; \mathcal{M}_{4\text{sch}}^2$ , tương ứng với các cơ sở:  $(H_1^\pm, \phi_1^\pm, \eta_3^\pm); (\chi_2^\pm, H_4^\pm, \rho_2^\pm); (\phi_2^\pm, \chi_3^\pm, H_3^\pm); (\eta_2^\pm, \rho_1^\pm, H_2^\pm)$ . Cụ thể

$$\mathcal{M}_{1\text{sch}}^2 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} \lambda_{23}u^2 - \lambda_{25}\omega^2 & \lambda_{25}\omega v' & \lambda_{23}uv' \\ & 2\lambda_{13}u^2 - \lambda_{25}v'^2 - \frac{2fVvu}{\omega} & 2(\lambda_{13}\omega u - fVv) \\ & & 2\lambda_{13}\omega^2 + \lambda_{23}v'^2 - \frac{2fV\omega v}{u} \end{pmatrix}, \quad (18)$$

$$\mathcal{M}_{2\text{sch}}^2 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} \lambda_{22}v'^2 + 2\lambda_{12}v^2 - \frac{2f\omega uv}{V} & \lambda_{22}Vv' & 2(\lambda_{12}Vv - f\omega u) \\ & \lambda_{22}V^2 - \lambda_{24}v^2 & \lambda_{24}vv' \\ & & 2\lambda_{12}V^2 - \lambda_{24}v'^2 - \frac{2fV\omega u}{v} \end{pmatrix}, \quad (19)$$

$$\mathcal{M}_{3\text{sch}}^2 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 2\lambda_{15}V^2 - \lambda_{25}v'^2 - \frac{2fVvu}{\omega} & 2(\lambda_{15}V\omega - fvu) & \lambda_{25}v'\omega \\ & 2\lambda_{15}\omega^2 + \lambda_{22}v'^2 - \frac{2f\omega uv}{V} & \lambda_{22}Vv' \\ & & \lambda_{22}V^2 - \lambda_{25}\omega^2 \end{pmatrix}, \quad (20)$$

và

$$\mathcal{M}_{4\text{sch}}^2 = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} \lambda_{23}v'^2 + 2\lambda_{10}v^2 - \frac{2fV\omega v}{u} & 2(\lambda_{10}uv - fV\omega) & \lambda_{23}v'u \\ & 2\lambda_{10}u^2 - \lambda_{24}v'^2 - \frac{2fVu\omega}{v} & \lambda_{24}vv' \\ & & \lambda_{23}u^2 - \lambda_{24}v^2 \end{pmatrix}. \quad (21)$$

Mỗi ma trận này chỉ có một trị riêng bằng không, nghĩa là trạng thái không khối lượng, và hai giá trị khối lượng khác. Các trạng thái không khối lượng là

$$\begin{aligned} G_1^\pm &= \frac{(-v'H_1^\pm - \omega\phi_1^\pm + u\eta_3^\pm)}{\sqrt{\omega^2 + u^2 + v'^2}}, & G_2^\pm &= \frac{(-V\chi_2^\pm + v'H_4^\pm + v\rho_2^\pm)}{\sqrt{V^2 + v^2 + v'^2}}, \\ G_3^\pm &= \frac{(\omega\phi_2^\pm - V\chi_3^\pm + v'H_3^\pm)}{\sqrt{V^2 + \omega^2 + v'^2}}, & G_4^\pm &= \frac{(-u\eta_2^\pm + v\rho_1^\pm + v'H_2^\pm)}{\sqrt{u^2 + v^2 + v'^2}}. \end{aligned} \quad (22)$$

Với  $v' \neq 0$ , các trị riêng khối lượng khác cũng như là các trạng thái riêng tương ứng có chút phức tạp. Các tính toán ở đây xem xét trong giới hạn  $v', \epsilon \rightarrow 0$ . Trị riêng khối lượng của tám cặp SCH khác là

$$\begin{aligned}
m_{h_1^\pm}^2 &= \frac{1}{4}(\lambda_{23}u^2 - \lambda_{25}\omega^2), \quad m_{h_2^\pm}^2 = \frac{1}{4}(\lambda_{23}u^2 - \lambda_{24}v^2), \quad m_{h_3^\pm}^2 = \frac{u^2 + v^2}{2} \left( \lambda_{10} - \frac{f\omega V}{uv} \right), \\
m_{h_4^\pm}^2 &= \frac{u^2 + \omega^2}{2} \left( \lambda_{13} - \frac{fvV}{\omega u} \right), \quad m_{h_5^\pm}^2 = \frac{V^2 + \omega^2}{2} \left( \lambda_{15} - \frac{fvu}{V\omega} \right), \quad m_{h_6^\pm}^2 = \frac{V^2 + v^2}{2} \left( \lambda_{12} - \frac{f\omega u}{Vv} \right), \\
m_{h_7^\pm}^2 &= \frac{1}{4}(\lambda_{22}V^2 - \lambda_{25}\omega^2), \quad m_{h_8^\pm}^2 = \frac{1}{4}(\lambda_{22}V^2 - \lambda_{24}v^2), \tag{23}
\end{aligned}$$

với các trạng thái tương ứng là

$$\begin{aligned}
h_1^\pm &\equiv H_1^\pm, \quad h_2^\pm = H_2^\pm, \quad h_3^\pm = \frac{v\eta_2^\pm + u\rho_1^\pm}{\sqrt{u^2 + v^2}}, \quad h_4^\pm = \frac{u\phi_1^\pm + \omega\eta_3^\pm}{\sqrt{u^2 + \omega^2}}, \\
h_5^\pm &= \frac{V\phi_2^\pm + \omega\chi_3^\pm}{\sqrt{V^2 + \omega^2}}, \quad h_6^\pm = \frac{v\chi_2^\pm + V\rho_2^\pm}{\sqrt{V^2 + v^2}}, \quad h_7^\pm \equiv H_3^\pm, \quad h_8^\pm \equiv H_4^\pm.
\end{aligned}$$

Như vậy mô hình dự đoán hai hạt SCH khá nhẹ là  $h_1^\pm$  và  $h_2^\pm$ , bởi vì  $\lambda_{ij}$  cỡ  $\mathcal{O}(1)$ ;  $|\lambda_{25}\omega|$  là không quá lớn;  $u, v'$  và  $v$  là ở thang điện yếu.

### 3.4. Các Higgs trung hòa lẻ CP

Trong cơ sở ban đầu gồm mười thành phần Higgs trung hòa lẻ CP. Ma trận  $10 \times 10$  này liên quan tới năm trạng thái không khối lượng, một trong số chúng chính xác là  $\text{Im}[H_3^0]$  ngay cả khi  $\epsilon \neq 0$ . Hơn nữa, phần còn lại tách thành hai ma trận độc lập là  $4 \times 4$  và  $5 \times 5$ , tương ứng với các cơ sở  $(\text{Im}[\chi_1^0], \text{Im}[\eta_4^0], \text{Im}[H_4^0], \text{Im}[H_1^0])^T$  và  $(\text{Im}[\rho_2^0], \text{Im}[\phi_3^0], \text{Im}[\chi_4^0], \text{Im}[\eta_1^0], \text{Im}[H_2^0])^T$ . Trong giới hạn  $\epsilon = 0$ , chúng được xác định như sau:

$$\mathcal{M}_{\text{Im}}^2 = \begin{pmatrix} \frac{u(\lambda_{14}Vu - f\omega v)}{2V} & \frac{f\omega v - \lambda_{14}Vu}{2} & 0 & 0 \\ & \frac{V(\lambda_{14}Vu - f\omega v)}{2u} & 0 & 0 \\ & & \frac{2\lambda_{22}V^2 - \lambda_{25}\omega^2 - 2\lambda_{16}v'^2 - \lambda_{24}v^2}{4} & 0 \\ & & & \frac{2\lambda_{23}u^2 - \lambda_{25}\omega^2 - 2\lambda_{16}v'^2 - \lambda_{24}v^2}{4} \end{pmatrix}, \tag{24}$$

$$\mathcal{M}_{2\text{Im}}^2 = \begin{pmatrix} -\frac{f\omega Vu}{2v} & -\frac{fVu}{2} & -\frac{f\omega u}{2} & -\frac{f\omega V}{2} & 0 \\ & -\frac{fuvV}{2\omega} & -\frac{fuv}{2} & -\frac{fVv}{2} & 0 \\ & & -\frac{f\omega uv}{2V} & -\frac{f\omega v}{2} & 0 \\ & & & -\frac{f\omega Vv}{2u} & 0 \\ & & & & \frac{\lambda_{22}V^2 + \lambda_{23}u^2 - \lambda_{24}v^2 - \lambda_{25}\omega^2 - 2\lambda_{16}v'^2}{4} \end{pmatrix}. \quad (25)$$

Ba Higgs và các khối lượng tương ứng dễ dàng nhận được là

$$\begin{aligned} \text{Im}[H_4^0] &\equiv H_{A_1}, m_{A_1}^2 = \frac{1}{4}(2\lambda_{22}V^2 - 2\lambda_{16}v'^2 - \lambda_{24}v^2 - \lambda_{25}\omega^2), \\ \text{Im}[H_1^0] &\equiv H_{A_2}, m_{A_2}^2 = \frac{1}{4}(2\lambda_{23}u^2 - 2\lambda_{16}v'^2 - \lambda_{24}v^2 - \lambda_{25}\omega^2), \\ \text{Im}[H_2^0] &\equiv H_{A_3}, m_{A_3}^2 = \frac{1}{4}(\lambda_{22}V^2 + \lambda_{23}u^2 - 2\lambda_{16}v'^2 - \lambda_{24}v^2 - \lambda_{25}\omega^2). \end{aligned} \quad (26)$$

Phần còn lại là hai ma trận  $2 \times 2$  và  $4 \times 4$ , liên quan tới bốn Goldstone boson bao gồm  $G_{N_0}$  và  $G_{Z_i}$  ( $i=1,2,3$ ), và hai Higgs trung hòa lẻ CP có dạng như sau:

$$\begin{pmatrix} G_{N_0} \\ H_{A_4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{V}{\sqrt{V^2+u^2}} & \frac{u}{\sqrt{V^2+u^2}} \\ -\frac{u}{\sqrt{V^2+u^2}} & \frac{V}{\sqrt{V^2+u^2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{Im}[\chi_1^0] \\ \text{Im}[\eta_4^0] \end{pmatrix} \quad (27)$$

và

$$\begin{pmatrix} G_{Z_1} \\ G_{Z_2} \\ G_{Z_3} \\ H_{A_5} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{v}{\sqrt{v^2+u^2}} & 0 & 0 & \frac{v}{\sqrt{v^2+u^2}} \\ -\frac{vu^2}{\sqrt{A(v^2+u^2)}} & 0 & \frac{\sqrt{(v^2+u^2)V}}{\sqrt{A}} & -\frac{uv^2}{\sqrt{A(v^2+u^2)}} \\ \frac{V^2u^2v}{\sqrt{AB}} & \frac{\sqrt{A}\omega}{\sqrt{B}} & -\frac{Vv^2u^2}{\sqrt{AB}} & -\frac{V^2v^2u}{\sqrt{AB}} \\ \frac{V\omega u}{\sqrt{B}} & \frac{Vvu}{\sqrt{B}} & \frac{\omega vu}{\sqrt{B}} & \frac{V\omega v}{\sqrt{B}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{Im}[\rho_2^0] \\ \text{Im}[\phi_3^0] \\ \text{Im}[\chi_4^0] \\ \text{Im}[\eta_1^0] \end{pmatrix} \quad (28)$$

ở đây  $A = V^2v^2 + u^2(V^2 + v^2)$ ,  $B = V^2v^2(\omega^2 + u^2) + \omega^2u^2(V^2 + v^2)$ . Chúng tôi lưu ý là ba Goldstone boson bị ăn bởi các gauge boson Hermitian,  $Z_i$  ( $i=1,2,3$ ), là tổ hợp tuyến tính của các trạng thái không khối lượng ở trên,  $G_{Z_i}$ . Nhưng  $G_{Z_1}$  đóng góp chủ yếu vào Goldstone boson của boson  $Z$  trong SM.



Khối lượng của  $H_{A_{4,5}}$  là

$$m_{A_4}^2 = \frac{(V^2 + u^2)}{2} \left( \lambda_{14} - \frac{f\omega v}{Vu} \right), \quad m_{A_5}^2 = -\frac{f}{2} \left[ \frac{Vvu}{\omega} + \omega \left( \frac{Vv}{u} + \frac{u(V^2 + v^2)}{Vv} \right) \right] \quad (29)$$

Có thể thấy điều kiện dương của khối lượng Higgs trung hòa lẻ CP  $H_{A_5}$  chứng tỏ  $f < 0$ . Ngoài ra mô hình cũng tồn tại một Higgs boson trung hòa lẻ CP nhẹ là  $H_{A_2}$ .

### 3.5. Các Higgs trung hòa chẵn CP

Cũng như trên, trong cơ sở ban đầu có tất cả mười thành phần Higgs trung hòa chẵn CP. Biểu thức ma trận khối lượng của chúng tách thành hai ma trận nhỏ, cụ thể là ma trận  $4 \times 4$  và  $6 \times 6$ :  $\mathcal{M}_{1H^0}^2$  và  $\mathcal{M}_{2H^0}^2$ , tương ứng với hai cơ sở nhỏ là  $(\text{Re}[H_1^0], \text{Re}[H_4^0], \text{Re}[\chi_1^0], \text{Re}[\eta_4^0])^T$  và  $(\text{Re}[H_3^0], \text{Re}[\chi_4^0], \text{Re}[\phi_3^0], \text{Re}[\rho_2^0], \text{Re}[\eta_1^0], \text{Re}[H_2^0])^T$ .

Ma trận khối lượng thứ nhất  $\mathcal{M}_{1H^0}^2$  trong giới hạn  $\epsilon \rightarrow 0$  được xác định như sau

$$\mathcal{M}_{1H^0}^2 = \begin{pmatrix} \frac{2\lambda_{23}u^2 - \lambda_{24}v^2 - \lambda_{25}\omega^2 - 2\lambda_{16}v'^2}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2\lambda_{22}V^2 - \lambda_{24}v^2 - \lambda_{25}\omega^2 - 2\lambda_{16}v'^2}{4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{u(\lambda_{14}uV - f\omega v)}{2V} & \frac{\lambda_{14}uV - f\omega v}{2} \\ 0 & 0 & \frac{V(\lambda_{14}uV - f\omega v)}{2u} & 0 \end{pmatrix} \quad (30)$$

Ma trận này cho một trị riêng bằng không ứng với Goldstone boson của boson  $N^{0*}$  và ba giá trị khối lượng khác là

$$m_{h_1^0}^2 = \frac{1}{4} (2\lambda_{23}u^2 - \lambda_{24}v^2 - 2\lambda_{16}v'^2 - \lambda_{25}\omega^2), \quad m_{h_2^0}^2 = \frac{V^2 + u^2}{2} \left( \lambda_{14} - \frac{f\omega v}{Vu} \right),$$

$$m_{h_3^0}^2 = \frac{1}{4} (2\lambda_{22}V^2 - \lambda_{24}v^2 - 2\lambda_{16}v'^2 - \lambda_{25}\omega^2). \quad (31)$$

Các trạng thái riêng tương ứng thỏa mãn:

$$h_1^0 \equiv \text{Re}[H_1^0], \quad h_3^0 \equiv \text{Re}[H_4^0], \quad \begin{pmatrix} G_{N^{0*}} \\ h_2^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{V}{\sqrt{V^2 + u^2}} & \frac{u}{\sqrt{V^2 + u^2}} \\ \frac{u}{\sqrt{V^2 + u^2}} & \frac{V}{\sqrt{V^2 + u^2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{Re}[\chi_1^0] \\ \text{Re}[\eta_4^0] \end{pmatrix}.$$

Có thể thấy rằng trong khi hai trạng thái cuối là rất nặng cỡ thang phá vỡ của  $SU(3)_L$  và  $SU(4)_L$ , thì Higgs boson đầu tiên có thể nhẹ nhất bởi vì  $|\lambda_{25}\omega^2|$  không quá lớn như đã

thảo luận ở trên. Do vậy nó có thể là Higgs boson của SM hoặc Higgs boson trong vấn đề dư thừa diphoton 750 GeV.

Với ma trận khối lượng thứ hai  $\mathcal{M}_{2H^0}^2$ , trong trường hợp tổng quát dễ dàng kiểm tra rằng  $\det \mathcal{M}_{2H^0}^2 \neq 0$ , nhưng nếu  $\varepsilon = \nu' = 0$  thì  $\mathcal{M}_{2H^0}^2$  có một trị riêng không khối lượng. Hơn nữa, nếu  $\varepsilon = \nu' = \nu = u = 0$  thì ma trận có hai trị riêng không khối lượng, có nghĩa là có thể có hai Higgs boson trung hòa chẵn CP nhẹ. Do đó một trong số chúng có thể đồng nhất với Higgs SM, tức là phần Higgs của mô hình đang xem xét là đáng tin cậy. Trong giới hạn  $\varepsilon = \nu' = \nu = u = 0$ ,  $\mathcal{M}_{2H^0}^2$  được xác định

$$\mathcal{M}_{2H^0}^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 2\lambda_4 V^2 & \lambda_9 \omega V & 0 & 0 & 0 \\ & & 2\lambda_3 \omega^2 & 0 & 0 & 0 \\ & & & -\frac{f\omega V}{2} & \frac{f\omega V}{2} & 0 \\ & & & & -\frac{f\omega V}{2} & 0 \\ & & & & & \frac{\lambda_{22} V^2 - \lambda_{25} \omega^2}{4} \end{pmatrix} \quad (32)$$

Đóng góp chủ yếu vào bốn Higgs boson nặng là

$$\begin{aligned} m_{h_4^0}^2 &= -f\omega V, & m_{h_5^0}^2 &= \frac{1}{4}(\lambda_{22} V^2 - \lambda_{25} \omega^2) \\ m_{h_{6,7}^0}^2 &= \lambda_3 \omega^2 + \lambda_4 V^2 \pm \sqrt{(-\lambda_3 \omega^2 + \lambda_4 V^2)^2 + \lambda_9'^2 \omega^2 V^2}. \end{aligned} \quad (33)$$

#### 4. Kết luận

Trong phần Higgs của mô hình đang xem xét, chúng tôi thu được hai kết luận quan trọng: Thứ nhất, nghiên cứu ở trên có thể áp dụng cho các mô hình mà ở đó thập tuyến  $10_S H$  chưa được đưa vào. Thứ hai, mô hình dự đoán nhiều Higgs boson với khối lượng cỡ TeV mà ngày nay các máy thăm dò có thể tìm ra.

#### TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] R. Foot, H. N. Long, and T. A. Tran (1994).  $SU(3)_L \otimes U(1)_N$  and  $SU(4)_L \otimes U(1)_N$  gauge models with right-handed neutrinos, Phys. Rev. D 50, R34, [arXiv: hep-ph/9402243].
- [2] F. Pisano and V. Pleitez (1995).  $SU(4)_L \otimes U(1)_N$  model for the electroweak interactions, Phys. Rev. D., 51: 3865.

- [3] H. N. Long, L. T. Hue, and D. V. Loi (2016). Electroweak theory based on  $SU(4)_L \otimes U(1)_X$  gauge group, Phys. Rev. D 94, 015007, [arXiv: hep-ph/1605.07835].
- [4] The ATLAS Collaboration, ATLAS-CONF-2015-081; The CMS Collaboration, CMS-PAS-EXO-15-004.
- [5] F. Pisano and V. Pleitez (1992). Phys. Rev. D., 46: 410.
- [6] R. Foot, O. F. Hernandez, P. Pisano and V. Pleitez (1993). Phys. Rev. D., 47: 4158
- [7] P. H. Frampton (1992). Phys. Rev. Lett., 69: 2889.
- [8] M. Singer, J. W. F. Valle and J. Schechter (1980). Phys. Rev. D., 22: 738.
- [9] J. C. Montero, F. Pisano and V. Pleitez (1993). Phys. Rev. D., 47: 2918.
- [10] H. N. Long (1996). Phys. Rev. D., 53: 437.
- [11] H. N. Long (1996). Phys. Rev. D., 54: 4691.
- [12] S. M. Boucenna, S. Morisi, A. Vicente (2016). The LHC diphoton resonance from gauge symmetry, Phys. Rev. D., 93: 115008, [arXiv: hep-ph/1512.06878].
- [13] D. T. Huong, P. V. Dong (2016). Left-right asymmetry and 750 GeV diphoton excess, Phys. Rev. D., 93: 095019, [arXiv: hep-ph/1603.05146] và tài liệu tham khảo trong đó.
- [14] Q.-H. Cao, Y. Liu, Ke-P. Xie, B. Yan, D.-M. Zhang (2016). The Diphoton Excess, Low Energy Theorem and the 331 Model, Phys. Rev. D., 93: 075030, [arXiv: hep-ph/1512.08441].
- [15] M. B. Voloshin (1988). On Compatibility of Small Mass with Large Magnetic Moment of Neutrino, Sov. J. Nucl. Phys., 48: 512.
- [16] A. Palcu (2012). Dimension-five effective operators in electro-weak  $SU(4)_L \otimes U(1)_X$  gauge models, Phys. Rev. D., 85: 113010, [arXiv: hep-ph/1111.6262], và tài liệu tham khảo trong đó.

## THE HIGGS OF MINIMAL 3-4-1 MODEL WITH RIGHT-HANDED NEUTRINOS

**Duong Van Loi**  
**Tay Bac University**

***Abstract:** In this article, we focus on the Higgs sector of minimal 3-4-1 model with right-handed neutrinos. This is an interesting version of the model coming from the original 3-4-1 model [1, 2]. This is different from previous our works [3]. In this paper, along with clear and persuasive arguments, then the calculation will be done in greater details, and of course, the result must match [3].*

***Keywords:** Model, interaction, Higgs, 3-4-1, minimal.*