Biến đổi năng lượng điện cơ

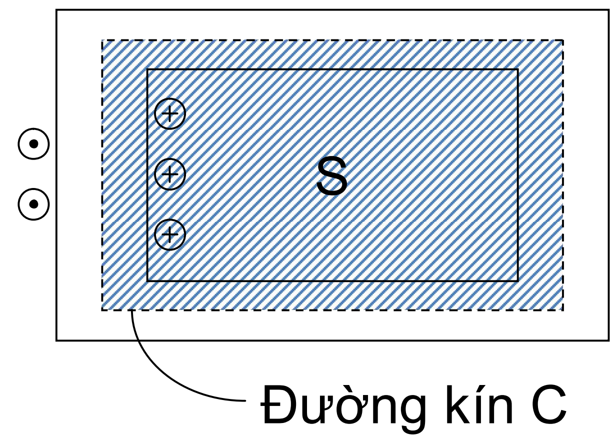
-Hệ thống điện cơ

Hệ thống điện cơ – Giới thiệu

- Mạch từ với một bộ phận dịch chuyển được khảo sát trong phần này.
- Tìm ra các mô hình toán học của hệ thống điện cơ.
- Một hay nhiều cuộn dây tương tác với nhau tạo ra lực hay moment của hệ thống cơ.
- Nói chung, cả dòng điện trong cuộn dây và lực (moment) đều thay đổi theo thời gian.
- Tập hợp phương trình vi phân điện cơ được đưa ra và được đưa về dạng phương trình trạng thái để thuận tiện cho việc mô phỏng, phân tích và thiết kế.

Hệ thống tịnh tiến – Ứng dụng của các luật về điện từ

- Xét hệ thống như hình Fig. 4.1



- Định luật vòng Ampere

$$\oint_C \underline{H} \bullet \underline{dl} = \int_S \underline{J}_f \bullet \underline{\eta} \cdot da$$

trở thành

$$Hl = Ni$$

- Định luật Faraday

$$\oint_C \underline{E} \bullet \underline{dl} = -\frac{d}{dt}\int_S \underline{B} \bullet \underline{\eta} \cdot da$$ trở thành $$v = \frac{d}{dt}(N\Phi) = \frac{d\lambda}{dt}$$

- Ứng dụng của định luật Gauss phụ thuộc vào hình dạng hình học và cho hệ thống có <u>H</u> khác nhau. Định luật bảo tòan điện tích dẫn tới các định luật Kirchhoff KCL.

Cấu trúc của một hệ thống điện cơ

Hệ thống điện ⟷ Kết nối điện-cơ ⟷ Hệ thống cơ

v, i, λ $\qquad$ f^e, x hay T^e, θ

- Với hệ thống tịnh tiến, $\lambda = \lambda(i, x)$.
- Với dạng hình học đơn giản, theo định luật Faraday

$$v = \frac{d\lambda}{dt} = \frac{\partial \lambda}{\partial i}\frac{di}{dt} + \frac{\partial \lambda}{\partial x}\frac{dx}{dt}$$

transformer voltage $\qquad$ speed voltage

Hệ thống (điện) tuyến tính

$$\lambda = L(x)i$$

Vì vậy,

$$v = L(x)\frac{di}{dt} + i\frac{dL(x)}{dx}\frac{dx}{dt}$$

- Với hệ thống không có phần dịch chuyển

$$\lambda = Li \qquad \text{và} \qquad v = L\frac{di}{dt}$$

- Với hệ thống nhiều cửa

$$v_k = \frac{d\lambda_k}{dt} = \sum_{j=1}^{N}\frac{\partial \lambda_k}{\partial i_j}\frac{di_j}{dt} + \sum_{j=1}^{M}\frac{\partial \lambda_k}{\partial x_j}\frac{dx_j}{dt} \qquad k = 1,2,\ldots,N$$

- Lực và từ thông móc vòng có thể là hàm của tất cả các biến.

Ví dụ 4.1

Tìm H_1, H_2, λ, và v, với giả thiết sau: 1) $\mu = \infty$, 2) g >> w, x >> 2w và 3) bỏ qua từ thông rò.

Định luật Gauss $2(\mu_0 H_1)(wd) - \mu_0 H_2(2wd) = 0$

Đưa đến $$H_1 = H_2 = \frac{Ni}{g+x}$$

Từ thông móc vòng $$\lambda = N\Phi = \frac{2wd\mu_0 N^2 i}{g+x}$$

Độ tự cảm $$L(x) = \frac{2wd\mu_0 N^2}{g+x}$$

Điện áp $$v(t) = \frac{2wd\mu_0 N^2}{g+x}\frac{di}{dt} - \frac{2wd\mu_0 N^2 i}{(g+x)^2}\frac{dx}{dt}$$

Các hệ thống quay

- VD. 4.2: Hình Fig. 4.7. Tìm λ_s, λ_r dưới dạng hàm của i_s, i_r, và θ, và tìm v_s va v_r của rotor dạng trụ. Giả sử $\mu = \infty$, và g << R và l.

$$H_{r1} = \frac{N_s i_s - N_r i_r}{g} = -H_{r3} \qquad H_{r2} = \frac{N_s i_s + N_r i_r}{g} = -H_{r4}$$

$$\lambda_s = N_s \phi_s = N_s \mu_0 H_{r1} R\theta l + N_s \mu_0 H_{r2} R(\pi - \theta) l$$

Đơn giản thành

$$\lambda_s = N_s^2 L_0 i_s + N_s N_r L_0 \left(1 - \frac{2\theta}{\pi}\right) i_r \qquad 0 < \theta < \pi$$

Tương tự,

$$\lambda_r = N_s N_r L_0 \left(1 - \frac{2\theta}{\pi}\right) i_s + N_r^2 L_0 i_r \qquad 0 < \theta < \pi$$

Với máy thực tế,

$$v_s(t) = L_s \frac{di_s}{dt} + M\cos(\theta)\frac{di_r}{dt} - i_r M \sin(\theta)\frac{d\theta}{dt}$$

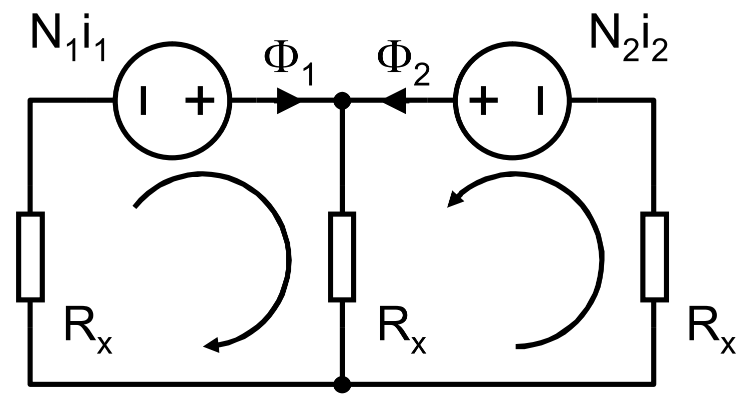
Ví dụ 4.4

- Tính λ_1 và λ_2 và xác định độ tự cảm và hỗ cảm cho hệ thống hình Fig. 4.14, sử dụng mạch tương đương.

$$R_x = \frac{x}{\mu_0 A} = \frac{x}{\mu_0 W^2}$$

$$N_1 i_1 = 2R_x \Phi_1 + R_x \Phi_2$$

$$N_2 i_2 = R_x \Phi_1 + 2R_x \Phi_2$$



$$\lambda_1 = N_1 \Phi_1 = \frac{\mu_0 W^2}{3x}\left(2N_1^2 i_1 - N_1 N_2 i_2\right)$$

$$\lambda_2 = N_2 \Phi_2 = \frac{\mu_0 W^2}{3x}\left(-N_1 N_2 i_1 + 2N_2^2 i_2\right)$$

- Xác định độ tự cảm và hỗ cảm?

Tính lực từ dùng pp năng lượng

- Lực từ $f^e = f^e(i, x) = f^e(\lambda, x)$ (vì i được tính từ $\lambda = \lambda(i, x)$) của hệ thống có một cửa điện và 1 cửa cơ.

- *f^e có chiều theo chiều dương của x.*

- Xét hệ thống trong hình Fig. 4.17, tương đương với Fig. 4.18. Gọi W_m là năng lượng dự trữ, theo định luật bảo toàn năng lượng

Tốc độ thay đổi năng lượng dự trữ	=	Công suất điện vào	−	Công suất cơ ra

$$\frac{dW_m}{dt} = vi - f^e \frac{dx}{dt} = i\frac{d\lambda}{dt} - f^e \frac{dx}{dt} \quad \text{hay} \quad dW_m = id\lambda - f^e dx$$

- Một biến số điện và một biến số cơ có thể được chọn một cách độc lập, mà không thay đổi bản chất vật lý của đối tượng. Giả sử (λ, x) được chọn.

Tính lực từ dùng pp năng lượng (tt)

- Sự thay đổi của năng lượng dự trữ khi λ đi từ a tới b – x độc lập với đường tích phân (Fig. 4.19). Với đường A

$$W_m(\lambda_b, x_b) - W_m(\lambda_a, x_a) = -\int_{x_a}^{x_b} f^e(\lambda_a, x)dx + \int_{\lambda_a}^{\lambda_b} i(\lambda, x_b)d\lambda$$

- Đường B

$$W_m(\lambda_b, x_b) - W_m(\lambda_a, x_a) = \int_{\lambda_a}^{\lambda_b} i(\lambda, x_a)d\lambda - \int_{x_a}^{x_b} f^e(\lambda_b, x)dx$$

- Cả hai cách đều phải cho ra cùng kết quả. Nếu $\lambda_a = 0$, thì lực từ bằng 0, vì thế đường A dễ dàng hơn

$$W_m(\lambda_b, x_b) - W_m(0, x_a) = \int_0^{\lambda_b} i(\lambda, x_b)d\lambda$$

- Tổng quát

$$W_m(\lambda, x) = \int_0^{\lambda} i(\lambda, x)d\lambda$$

Quan hệ lực - năng lượng

- Ta có

$$dW_m = id\lambda - f^e dx$$

- Vì $W_m = W_m(\lambda, x)$, vi phân của W_m được tính

$$\frac{dW_m}{dt} = \frac{\partial W_m(\lambda, x)}{\partial \lambda} d\lambda + \frac{\partial W_m(\lambda, x)}{\partial x} dx$$

- So sánh 2 phương trình, ta được

$$i = \frac{\partial W_m(\lambda, x)}{\partial \lambda}$$

$$f^e = -\frac{\partial W_m(\lambda, x)}{\partial x}$$

Ví dụ 4.5

- Tính $f^e(\lambda, x)$ và $f^e(i, x)$ của hệ thống trong hình VD. 4.1

$$\lambda = N\Phi = \frac{2wd\mu_0 N^2 i}{g+x} = \frac{2wd\mu_0 N^2}{g}\frac{i}{1+x/g} = L_0 \frac{i}{1+x/g}$$

Giải được i

$$i = \frac{\lambda}{L_0}\left(1+x/g\right)$$

$$W_m = \int_0^\lambda i(\lambda, x)d\lambda = \int_0^\lambda \frac{\lambda}{L_0}\left(1+x/g\right)d\lambda = \frac{\lambda^2}{2L_0}\left(1+x/g\right)$$

Tính f^e

$$f^e = -\frac{\partial W_m}{\partial x}(\lambda, x) = -\frac{\lambda^2}{2L_0 g}$$

$$f^e(i, x) = -\frac{L_0^2 i^2}{2L_0 g\left(1+x/g\right)^2} = -\frac{1}{2}\frac{L_0 i^2}{\left(1+x/g\right)^2}$$

Tính lực từ dùng pp ‘đồng năng lượng’

- Để tính $W_m(\lambda, x)$, cần tính $i = i(\lambda, x)$. Tuy nhiên việc này khá phức tạp, nên việc tính f^e trực tiếp từ $\lambda = \lambda(i, x)$ sẽ thuận tiện hơn.

$$dW_m = id\lambda - f^e dx \qquad d(\lambda i) = id\lambda + \lambda di \qquad id\lambda = d(\lambda i) - \lambda di$$

$$dW_m = d(\lambda i) - \lambda di - f^e dx \qquad \Rightarrow \qquad d(\lambda i - W_m) = \lambda di + f^e dx$$

- Định nghĩa của đồng năng lượng

$$\lambda i - W_m = W_m' = W_m'(i, x)$$

- Tích phân dW'_m dọc theo đường Ob’b (Fig. 4.21), $f^e = 0$ dọc theo Ob’

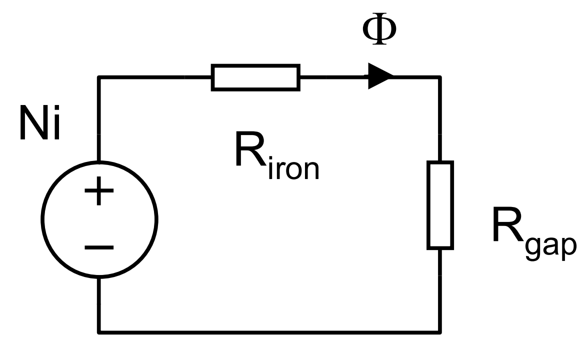
$$W_m'(i, x) = \int_0^i \lambda(i, x) di$$

- Ta có,

$$dW_m' = \frac{\partial W_m'}{\partial i} di + \frac{\partial W_m'}{\partial x} dx$$

λ $\qquad$ f^e

Ví dụ 4.8



- Tìm f^e trong hệ thống hình Fig. 4.22.

$$R_{iron} = \frac{l_c}{\mu A} \qquad R_{gap} = \frac{2x}{\mu_0 A}$$

$$\Phi = \frac{Ni}{R_{iron} + R_{gap}} = \frac{Ni}{\frac{l_c}{\mu A} + \frac{2x}{\mu_0 A}} = \frac{Ni}{R(x)}$$

- Từ thông móc vòng và đồng năng lượng

$$\lambda = N\Phi = \frac{N^2 i}{R(x)} \qquad W_m^{'} = \int_0^i \lambda(i,x)di = \frac{N^2 i^2}{2R(x)}$$

- Lực từ

$$f^e = \frac{\partial W_m^{'}}{\partial x} = \frac{N^2 i^2}{2}\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{R(x)}\right) = -\frac{N^2 i^2}{\mu_0 A\left(\frac{l_c}{\mu A} + \frac{2x}{\mu_0 A}\right)^2}$$

Năng lượng và đồng năng lượng biểu diễn bằng đồ thị

➢ Xét hệ thống điện tuyến tính trong hình Fig. 4.24,

$$W_m = \int_0^{\lambda} i(\lambda, x) d\lambda = \text{Area A} \qquad W_m^{'} = \int_0^{i} \lambda(i, x) di = \text{Area B}$$

➢ Nếu $\lambda(i, x)$ là hàm phi tuyến như hình Fig. 4.25, thì 2 diện tích sẽ không bằng nhau. Tuy nhiên, f^e được tính từ năng lượng hay đồng năng lượng sẽ bằng nhau.

➢ Đầu tiên, giữ λ không đổi, năng lượng W_m giảm một lượng $-\Delta W_m$ như trong hình Fig. 4.26(a) ứng với một lượng tăng Δx. Sau đó, giữ i không đổi, đồng năng lượng tăng $\Delta W'_m$. Lực từ trong cả hai trường hợp

$$f^e = -\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta W_m}{\Delta x} \qquad f^e = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta W_m^{'}}{\Delta x}$$

Đồng năng lượng cho hệ thống 2 cửa điện và 1 cửa cơ

- Xét hệ thống có 2 cửa điện và 1 cửa cơ, với $\lambda_1 = \lambda_1(i_1, i_2, x)$ và $\lambda_2 = \lambda_2(i_1, i_2, x)$.

Tốc độ thay đổi năng lượng dự trữ

$$\frac{dW_m}{dt} = v_1 i_1 + v_2 i_2 - f^e \frac{dx}{dt} = i_1 \frac{d\lambda_1}{dt} + i_2 \frac{d\lambda_2}{dt} - f^e \frac{dx}{dt}$$

hay $$dW_m = i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2 - f^e dx$$

Xét

$$i_1 d\lambda_1 + i_2 d\lambda_2 = d\left(\lambda_1 i_1 + \lambda_2 i_2\right) - \lambda_1 di_1 - \lambda_2 di_2$$

nên,

$$d\left(\underbrace{\lambda_1 i_1 + \lambda_2 i_2 - W_m}_{W_m^{'}}\right) = \lambda_1 di_1 + \lambda_2 di_2 + f^e dx \;\Longrightarrow\; dW_m^{'} = \lambda_1 di_1 + \lambda_2 di_2 + f^e dx$$

Cuối cùng,

$$W_m^{'}(i_1, i_2, x) = \int_0^{i_1} \lambda_1\left(i_1^{'}, 0, x\right) di_1^{'} + \int_0^{i_2} \lambda_2\left(i_1, i_2^{'}, x\right) di_2^{'}$$

Lực từ trong hệ thống nhiều cửa

- Xét một hệ thống với N cửa điện và M cửa cơ, từ thông móc vòng là $\lambda_1(i_1, ..., i_N, x_1, ..., x_M), ..., \lambda_N(i_1, ..., i_N, x_1, ..., x_M)$.

$$dW_m = d\lambda_1 i_1 + \ldots + d\lambda_N i_N - f_1^e dx_1 - \ldots - f_M^e dx_M$$

$$d(\lambda_1 i_1 + \ldots + \lambda_N i_N) = (d\lambda_1 i_1 + \ldots + d\lambda_N i_N) + (\lambda_1 di_1 + \ldots + \lambda_N di_N)$$

$$d\underbrace{\left(\sum_{i=1}^{N} \lambda_i i_i - W_m\right)}_{W_m'} = \sum_{i=1}^{N} \lambda_i di_i + \sum_{i=1}^{M} f_i^e dx_i$$

$$\lambda_i = \frac{\partial W_m'}{\partial i_i} \quad i = 1, \ldots, N$$

$$f_i^e = \frac{\partial W_m'}{\partial x_i} \quad i = 1, \ldots, M$$

Tính tóan W'$_m$

- Để W'$_m$, đầu tiên tính tích phân dọc theo các trục x_i axes, sau đó theo mỗi trục i_i. Khi lấy tích phân dọc theo x_i, W'$_m$ = 0 vì f^e bằng zero. Vì thế,

$$W_m^{'} = \int_0^{i_1} \lambda_1\left(i_1^{'},0,\ldots,0,x_1,x_2,\ldots x_M\right)di_1^{'}$$

$$+\int_0^{i_2} \lambda_2\left(i_1,i_2^{'},\ldots,0,x_1,x_2,\ldots x_M\right)di_2^{'} + \ldots$$

$$+\int \lambda_N\left(i_1,i_2,\ldots,i_{N-1},i_N^{'},x_1,x_2,\ldots x_M\right)di_N^{'}$$

- Chú ý rằng với trường hợp đặc biệt hệ thống 2 cửa điện 2 cửa cơ,

$$W_m^{'} = \int_0^{i_1} \lambda_1\left(i_1^{'},0,x_1,x_2\right)di_1^{'} + \int_0^{i_2} \lambda_2\left(i_1,i_2^{'},x_1,x_2\right)di_2^{'}$$

Và,

$$f_1^e = \frac{\partial W_m^{'}}{dx_1} \qquad f_2^e = \frac{\partial W_m^{'}}{dx_2}$$

Ví dụ 4.10

➢ Tính W'_m và các moment từ của hệ thống 3 cửa điện và 1 cửa cơ.

$$\lambda_1 = L_{11} i_1 + M i_3 \cos(\phi - \psi) \qquad \lambda_2 = L_{22} i_2 + M i_3 \sin(\phi - \psi)$$

$$\lambda_3 = L_{33} i_3 + M i_1 \cos(\phi - \psi) + M i_2 \sin(\phi - \psi)$$

$$W'_m = \int_0^{i_1} \lambda_1 (i'_1, 0, 0, \phi, \psi) di'_1 + \int_0^{i_2} \lambda_2 (i_1, i'_2, 0, \phi, \psi) di'_2 + \int_0^{i_3} \lambda_3 (i_1, i_2, i'_3, \phi, \psi) di'_3$$

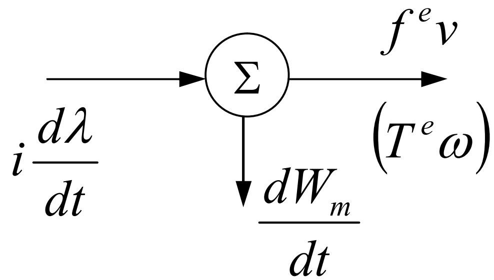
$$= \frac{1}{2} L_{11} i_1^2 + \frac{1}{2} L_{22} i_2^2 + \frac{1}{2} L_{33} i_3^2 + M i_1 i_3 \cos(\phi - \psi) + M i_2 i_3 \sin(\phi - \psi)$$

$$T_\phi^e = \frac{\partial W'_m}{\partial \phi} = -M i_1 i_3 \sin(\phi - \psi) + M i_2 i_3 \cos(\phi - \psi)$$

$$T_\psi^e = \frac{\partial W'_m}{\partial \psi} = M i_1 i_3 \sin(\phi - \psi) - M i_2 i_3 \cos(\phi - \psi)$$

Sự bảo toàn năng lượng

➤ Bỏ qua tổn hao từ, mối quan hệ đơn giản của hệ thống điện cơ có thể nhận được là,



Ta có

$$f^e = -\frac{\partial W_m(\lambda, x)}{\partial x} \qquad i = \frac{\partial W_m(\lambda, x)}{\partial \lambda}$$

Chú ý rằng

$$\frac{\partial^2 W_m}{\partial \lambda \partial x} = \frac{\partial^2 W_m}{\partial x \partial \lambda}$$

➤ Điều kiện cần và đủ để bảo toàn là

$$\frac{\partial i(\lambda, x)}{\partial x} = -\frac{\partial f^e(\lambda, x)}{\partial \lambda} \quad \text{hay} \quad \frac{\partial \lambda(i, x)}{\partial x} = \frac{\partial f^e(i, x)}{\partial i}$$

Hệ thống 2 cửa điện và 1 cửa cơ

- Với hệ thống này

$$dW'_m = \lambda_1 di_1 + \lambda_2 di_2 + f^e dx$$

- Các phương trình từ thông móc vòng và lực từ là

$$\lambda_1 = \frac{\partial W'_m}{\partial i_1} \qquad \lambda_2 = \frac{\partial W'_m}{\partial i_2} \qquad f^e = \frac{\partial W'_m}{\partial x}$$

- Điều kiện bảo toàn

$$\frac{\partial \lambda_1}{\partial x} = \frac{\partial f^e}{\partial i_1} \qquad \frac{\partial \lambda_2}{\partial x} = \frac{\partial f^e}{\partial i_2} \qquad \frac{\partial \lambda_1}{\partial i_2} = \frac{\partial \lambda_2}{\partial i_1}$$

- Có thể mở rộng cho hệ thống nhiều cửa điện - cơ.

Bảo toàn năng lượng giữa 2 điểm

- Ta có

$$dW_m = i(\lambda, x)d\lambda + \left(-f^e(\lambda, x)dx\right)$$

- Khi đi từ a tới b trong hình Fig. 4.31, sự thay đổi năng lượng dự trữ là

$$W_m(\lambda_b, x_b) - W_m(\lambda_a, x_a) = \int_{\lambda_a}^{\lambda_b} i d\lambda + \left[-\int_{x_a}^{x_b} f^e dx\right]$$

$$\Delta W_m\Big|_{a\to b} = EFE\Big|_{a\to b} + EFM\Big|_{a\to b}$$

Trong đó EFE là năng lượng từ nguồn điện và EFM là năng lượng từ nguồn cơ.

- Để xác định EFE và EFM, cần xác định một đường đi cụ thể. Khái niệm EFM dùng để khảo sát sự chuyển đổi năng lượng trong các thiết bị hoạt động theo chu kì.

Bảo toàn năng lượng sau một chu kỳ

- Sau một chu kỳ, khi hệ thống trở lại trạng thái ban đầu, $dW_m = 0$.

$$0 = \oint id\lambda - \oint f^e dx = \oint id\lambda + \left(-\oint f^e dx\right)$$

- Từ hình 4.30, $id\lambda$ = EFE, và $-f^e dx$ = EFM. Vì vậy, sau một chu kỳ,

$$\oint EFE + \oint EFM = 0 \qquad EFE\big|_{cycle} + EFM\big|_{cycle} = 0$$

- Có thể tính EFE hoặc EFM sau một chu kỳ. Nếu $EFE|_{cycle} > 0$, hệ thống hoạt động như một động cơ, và $EFM|_{cycle} < 0$. Nếu $EFE|_{cycle} < 0$, hệ thống hoạt động như máy phát, và $EFM|_{cycle} > 0$.

- VD. 4.14 – 4.16