Chương 7 CÁC MẠCH SỐ CƠ BẢN

7.1 BIỂU DIỄN SỐ:

Một số trong hệ thống số được tạo ra từ một hay nhiều ***ký số*** (***digit***), có thể bao gồm 2 phần: phần nguyên và phần lẻ, được phân cách nhau bằng dấu chấm ***cơ số*** (***radix***).

Trọng số (***Weight***) của mỗi ký số phụ thuộc vào vị trí của ký số đó.

Trọng số = Cơ số $^{\text{Vị trí}}$

Vị trí của ký số được đánh thứ tự từ **0** cho ký số hàng đơn vị, thứ tự này được tăng lên 1 cho ký số bên trái và giảm đi 1 cho ký số bên phải.

Giá trị của số được tính bằng tổng của các tích ký số với trọng số.

Giá trị = ∑ Ký số. Trọng số

Ký số ở tận cùng bên trái được gọi là ký số có trọng số lớn nhất (***Most Significant Digit – MSD***), ký số ở tận cùng bên phải được gọi là ký số có trọng số nhỏ nhất (***Least Significant Digit – LSD***).

Ví dụ

2 1 0 -1 -2

$1\ 2\ 8.\ 7\ 5_{10}$

$10^2 = 100$

$10^1 = 10$

$10^0 = 1$

$10^{-1} = 0.1$

$10^{-2} = 0.01$

Giá trị:

$1.10^2 + 2.10^1 + 8.10^0 + 7.10^{-1} + 5.10^{-2} = 128.75$

HỆ THỐNG SỐ THẬP PHÂN (DECIMAL - DEC)

Hệ thập phân có cơ số là 10, sử dụng 10 ký số là 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9.

Ví dụ

1 0 -1 -2
1 2, 7 5 D hoặc $_{10}$

- ký số 2 có vị trí là 0 và có **trọng số** là 10^0 = **1**.
- ký số 1 có vị trí là 1 và có **trọng số** là 10^1 = **10**.
- ký số 7 có vị trí là -1 và có **trọng số** là 10^{-1} = **0,1**.
- ký số 5 có vị trí là -2 và có **trọng số** là 10^{-2} = **0,01**.

Giá trị của số 12,75 là: $1 \times 10^1 + 2 \times 10^0 + 7 \times 10^{-1} + 5 \times 10^{-2}$
$= 1 \times 10 + 2 \times 1 + 7 \times 0,1 + 5 \times 0,01$
$=$ **12,75**

Để phân biệt số thập phân với số của các hệ thống số khác, ta thêm ký hiệu D (decimal) hoặc 10 ở dạng chỉ số dưới vào đằng sau.

HỆ THỐNG SỐ NHỊ PHÂN (BINARY-BIN)

Hệ nhị phân có cơ số là 2, sử dụng 2 ký số là 0 và 1.

Nguyên tắc tạo ra số nhị phân,cách tính trọng số và giá trị của số nhị phân tương tự với cách đã thực hiện đối với số thập phân.

Số nhị phân được ký hiệu bởi ký tự B (binary) hoặc số 2 ở dạng chỉ số dưới.

Mỗi ký số trong hệ nhị phân được gọi là 1 bit (binary digit).

Bit nằm tận cùng bên trái được gọi là bit có trọng số lớn nhất (Most Significant Bit –**MSB**).
Bit nằm tận cùng bên phải được gọi là bit có trọng số nhỏ nhất (Least Significant Bit –**LSB**).

Số nhị phân được dùng để biểu diễn các tín hiệu trong mạch số.

Chuyển từ hệ nhị phân sang hệ thập phân

Bằng cách tính giá trị của số nhị phân cần chuyển.

Ví dụ: Đổi số **1001,01B** sang hệ thập phân

3 2 1 0 -1 -2

1 0 0 1 , 0 1

$1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2}$

Kết quả:

1001,01B = 9,25D

Chuyển từ hệ thập phân sang hệ nhị phân

Trường hợp là số nguyên: chia liên tiếp cho 2 đến khi có kết quả là 0 rồi lấy các số dư theo thứ tự từ dưới lên.

Ví dụ : đổi số19D sang hệ nhị phân

19	2					
1	9	2				
	1	4	2			
		0	2	2		
			0	1	2	
				1	0	

Kết quả:
19D = 10011B

Trường hợp là số lẻ: nhân liên tiếp với 2, sau mỗi lần nhân lấy đi số phần nguyên, tiếp tục cho đến khi kết quả là 0 hoặc đến khi đạt độ chính xác cần thiết. Kết quả là các số lấy đi theo thứ tự từ trên xuống.

Ví dụ : Đổi số 0,8125D sang hệ nhị phân

0,8125 x 2	= **1**,625	→ lấy bit **1**
0,625 x 2	= **1**,25	→ lấy bit **1**
0,25 x 2	= **0**,5	→ lấy bit **0**
0,5 x 2	= **1**,0	→ lấy bit **1**

Kết quả: **0,8125D = 0,1101B**

Một số tính chất của số nhị phân

- Số nhị phân n bit có tầm giá trị từ $0 \div 2^n - 1$.

- Số nhị phân chẳn (chia hết cho 2) có LSB = 0.

- Số nhị phân lẻ (không chia hết cho 2) có LSB = 1.

- Bit còn được dùng làm đơn vị đo lường thông tin.

- Các bội số của bit là:
  - 1 byte = 8 bit
  - 1 KB = 2^{10} byte = 1024 byte
  - 1MB = 2^{10} KB
  - 1GB = 2^{10}MB
  - 1TB = 2^{10}MB

TÓM LẠI

- Bất kỳ một số N nào ở hệ cơ số r đều được chuyển về hệ thập phân bằng công thức tổng quát sau:

$$N_r = \sum_{i=0} C_i.r^i$$

Trong đó:

- r là cơ số.
- C_i: ký số tại vị trí thứ i.

- Để chuyển đổi một số từ hệ thập phân sang hệ sơ số r :

+ ***Phần nguyên***: chia liên tiếp cho r đến khi có kết quả của phép chia là 0 rồi lấy các số dư theo thứ tự từ dưới lên.

+ ***Phần lẻ***:nhân liên tiếp với r, sau mỗi lần nhân lấy đi số phần nguyên, tiếp tục cho đến khi kết quả là 0 hoặc đến khi đạt độ chính xác cần thiết. Kết quả là lấy các số nguyên đi theo thứ tự từ trên xuống.

CÁC HỆ THỐNG SỐ KHÁC

- Hệ thống số bát phân (Octal – ký hiệu: O hay 8)

- Cơ số là 8.
- Biểu diễn bởi 8 ký số: 0,1,2,3,4,5,6,7.
- Mỗi ký số bát phân được biểu diễn bởi 3 bit nhị phân.

- Hệ thống số thập lục phân (HexaDecimal – ký hiệu: H hay 16)

- Cơ số là 16.
- Biểu diễn bởi 16 ký số: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F.
- Mỗi ký số bát phân được biểu diễn bởi 4 bit nhị phân.

7.2 CƠ SỞ ĐẠI SỐ BOOLE

- Đại số Boole là đại số dùng để mô tả các hoạt động logic.
- Các biến Boole là các biến logic, chỉ mang giá trị 0 hoặc 1 (đôi khi gọi là True hoặc False).
- Hàm Boolean là hàm của các biến Boole, chỉ mang giá trị 0 hoặc 1.
- Đại số Boole gồm các phép toán cơ bản: Đảo (NOT), Giao hay Nhân (AND), Hợp hay Cộng (OR).

Các tiên đề của đại số Boole

1. Giao hoán

   $A + B = B + A$

   $A.B = B.A$

2. Phối hợp

   $A + (B + C) = (A + B) + C$

   $A.(B.C) = (A.B).C$

3. Phân bố

   $A.(B + C) = A.B + A.C$

   $A + (B.C) = (A + B)(A + C)$

4. ∃ hai phần tử trung hòa được ký hiệu là 0 và 1

   $A + 0 = A$

   $A.1 = A$

5. $\forall A \in X$, ∃ phần tử bù của A, được ký hiệu là $\overline{A}$:

   $A + \overline{A} = 1$

   $A . \overline{A} = 0$

CÁC ĐỊNH LÝ

Định lý đối ngẫu

Một mệnh đề được gọi là đối ngẫu với một mệnh đề khác khi ta thay thế:

$0 \leftrightarrow 1$; $(+) \leftrightarrow (.)$

Phát biểu định lý: khi một mệnh đề đúng thì mệnh đề đối ngẫu của nó cũng đúng.

Định lý DeMorgan

Phát biểu định lý:

Bù của một tổng bằng tích các bù: $\overline{A+B+...} = \overline{A}\,.\,\overline{B}...$

Bù của một tích bằng tổng các bù: $\overline{A.B...} = \overline{A}+\overline{B}+...$

CÁC ĐỊNH LÝ

Định lý 3: (luật phủ định của phủ định)

$\overline{\overline{A}} = A$

Định lý 4:

$A + 1 = 1$

$A \,.\, 0 = 0$

Tổng quát:

$A + B + C + ...+ 1 = 1$

$A \,.\, B \,.\, C \,.\, ... \,.\, 0 = 0$

CÁC ĐỊNH LÝ

Định lý 5: (luật đồng nhất)

$$A + A = A$$

$$A \,.\, A = A$$

Tổng quát:

$$A + A + A + \ldots + A = A$$

$$A \,.\, A \,.\, A \,. \;\ldots\; . A = A$$

Định lý 6: (luật hấp thu hay luật nuốt)

$$A + (A \,.\, B) = A$$

$$A \,.\, (A + B) = A$$

Định lý 7: (luật dán)

$$A \,.\, (\overline{A} + B) = A B$$

$$A + \overline{A} \,.\, B = A + B$$

VÍ DỤ ÁP DỤNG

Chứng minh rằng:

$$(A + B)(\overline{A} + C) = AC + \overline{A} B$$

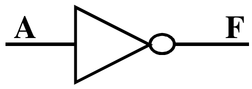
Giải

$$\begin{aligned} VT &= (A+B)(\overline{A}+C) \\ &= A\overline{A} + AC + \overline{A}B + BC \\ &= AC + \overline{A}B + BC \\ &= AC + \overline{A}B + BC(\overline{A}+A) \\ &= AC + \overline{A}B + ABC + \overline{A}BC \\ &= (AC + ABC) + (\overline{A}B + \overline{A}BC) \\ &= AC + \overline{A}B \quad \textbf{(đpcm)} \end{aligned}$$

7.3 GIỚI THIỆU CÁC CỔNG LOGIC

1. Cổng NOT (Đảo, Inverter)

Ký hiệu cổng:



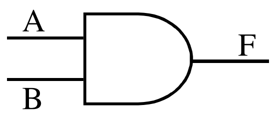
Hàm logic: $F = \overline{A}$

Bảng chân trị:

A	F
0	**1**
1	**0**

2. Cổng AND

Ký hiệu cổng:



Hàm logic:

$F=A\bullet B$ $F=A\wedge B$ $F=A\&B$ $F=AB$

Bảng chân trị:

A	B	F
0	0	**0**
0	1	**0**
1	0	**0**
1	1	**1**

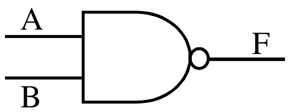
Tổng quát

Cổng AND có n ngõ vào

$$F=X_1 X_2 \ldots X_n$$

3. Cổng NAND

Ký hiệu cổng:



Hàm logic:

$$F=\overline{A \bullet B}$$

Bảng chân trị:

A	B	F
0	0	**1**
0	1	**1**
1	0	**1**
1	1	**0**

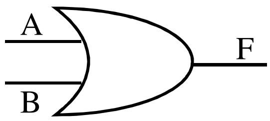
Tổng quát

Cổng NAND có n ngõ vào

$$F=\overline{X_1 X_2 \ldots X_n}$$

4. Cổng OR

Ký hiệu cổng:



Hàm logic:

$F=A+B$ $\quad F=A\vee B$ $\quad F=A|B$

Bảng chân trị:

A	B	F
0	0	**0**
0	1	**1**
1	0	**1**
1	1	**1**

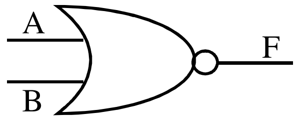
Tổng quát

Cổng OR có n ngõ vào

$$F=X_1+X_2+\ldots+X_n$$

5. Cổng NOR

Ký hiệu cổng:



Hàm logic:

$$F=\overline{A+B}$$

Bảng chân trị:

A	B	F
0	0	**1**
0	1	**0**
1	0	**0**
1	1	**0**

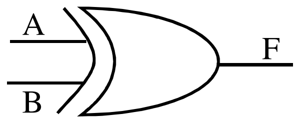
Tổng quát

Cổng NOR có n ngõ vào

$$F=\overline{X_1+X_2+....+X_n}$$

6. Cổng EXOR (XOR – Exclusive OR)

Ký hiệu cổng:



Hàm logic:

$$F=A\oplus B=\overline{A}B+A\overline{B}$$

Bảng chân trị:

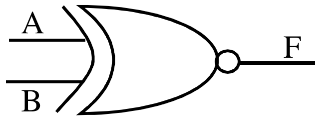
A	B	F
0	0	**0**
0	1	**1**
1	0	**1**
1	1	**0**

<u>Lưu ý</u>

Cổng XOR chỉ có 2 ngõ vào

7. Cổng EXNOR (XNOR – Exclusive NOR)

Ký hiệu cổng:



Hàm logic:

$$F = \overline{A \oplus B} = \overline{A}\,\overline{B} + AB$$

Bảng chân trị:

A	B	F
0	0	**1**
0	1	**0**
1	0	**0**
1	1	**1**

7.4 CÁC PHƯƠNG PHÁP BIỂU DIỄN HÀM BOOLE

1. **Phương pháp đại số**

   Hàm Boole được biểu diễn dưới dạng một biểu thức đại số của các biến boole (biến nhị phân), quan hệ với nhau bởi các phép toán cộng(OR), nhân (AND) hay phép lấy bù (NOT).

   Với các giá trị cho trước của các biến, hàm Boole có thể có giá trị 1 hoặc 0.

Ví dụ :

$$F(\underset{\substack{\uparrow \\ \textbf{MSB}}}{x}, y, z) = \overline{x}\, y + x\, z$$

2. Phương pháp bảng chân trị

Để biểu diễn hàm Boole dưới dạng bảng chân trị, ta liệt kệ một danh sách 2^n tổ hợp các giá trị 0 và 1 của các biến Boole và một cột chỉ ra giá trị của hàm F.

Ví dụ:

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

3. Phương pháp dạng chuẩn 1

Minterm (Tích chuẩn): là tích số của đầy đủ các biến ở dạng bù hay không bù. Nếu giá trị của biến là 0 thì biến sẽ ở dạng bù, còn nếu giá trị của biến là 1 thì biến sẽ ở dạng không bù.

Với n biến có thể tạo ra 2^n minterm.

Minterm được ký hiệu là **mi**, với i là tổ hợp nhị phân tạo bởi giá trị các biến.

Ví dụ: *Các minterm cho hàm 2 biến*

A	B	**minterm**	
		Biểu thức	*Ký hiệu*
0	0	$\overline{A}\ \overline{B}$	m0
0	1	$\overline{A}\ B$	m1
1	0	$A\ \overline{B}$	m2
1	1	$A\ B$	m3

Dạng chuẩn 1

Dạng chuẩn 1: là dạng tổng của các tích chuẩn (SOP – Standard Sum-Of-Products). Dạng chuẩn 1 có thể được tạo ra dễ dàng từ dạng tổng các tích.

$$F = \sum_{i=0}^{2^n-1} m_i . F_i$$

Với: mi là minterm thứ i

Fi là giá trị của hàm F tương ứng với minterm thứ i.

Dạng chuẩn 1 có thể biểu diễn bằng nhiều cách khác nhau.

Bất kỳ hàm Boole nào cũng có thể biểu diễn ở dạng chuẩn 1.

Ví dụ

Hàm F sau được viết dưới dạng chuẩn 1:

$$F(A,B,C,D) = ABCD + A\overline{B}C\overline{D} + ABC\overline{D} + \overline{A}B\overline{C}D$$

Ngoài ra, còn có nhiều cách để biểu diễn cho dạng chuẩn 1 của hàm trên:

$$\begin{aligned} F(A,B,C,D) &= ABCD + A\overline{B}C\overline{D} + ABC\overline{D} + \overline{A}B\overline{C}D \\ &= 1111 + 1010 + 1110 + 0101 \\ &= m15 + m10 + m14 + m5 \\ &= \sum(5,10,14,15) \end{aligned}$$

Bất kỳ hàm Boole nào cũng có thể biểu diễn ở dạng chuẩn 1

$$F(A,B,C) = AB + \overline{A}\,\overline{C}$$

Giải

$$
\begin{aligned}
&= AB(C+\overline{C}) + \overline{A}\left(B+\overline{B}\right)\overline{C} \\
&= ABC + AB\overline{C} + \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} \\
&= 111 + 110 + 010 + 000 \\
&= m_7 + m_6 + m_2 + m_0 \\
&= \sum(0,2,6,7)
\end{aligned}
$$

Bất kỳ hàm Boole nào cũng có thể biểu diễn ở dạng chuẩn 1

$$F(X,Y,Z) = (X+Z)(\overline{X}+Y)$$

Giải

$$
\begin{aligned}
&= X\overline{X} + XY + \overline{X}Z + YZ \\
&= XY(Z+\overline{Z}) + \overline{X}(Y+\overline{Y})Z + (X+\overline{X})YZ \\
&= XYZ + XY\overline{Z} + \overline{X}YZ + \overline{X}\,\overline{Y}Z + XYZ + \overline{X}YZ \\
&= XYZ + XY\overline{Z} + \overline{X}YZ + \overline{X}\,\overline{Y}Z \\
&= 111 + 110 + 011 + 001 \\
&= m_7 + m_6 + m_3 + m_1 \\
&= \sum(1,3,6,7)
\end{aligned}
$$

3. Phương pháp dạng chuẩn 2

Maxterm (tổng chuẩn): là tổng số của đầy đủ các biến ở dạng bù hay không bù. Nếu giá trị của biến là 1 thì biến sẽ ở dạng bù, còn nếu giá trị của biến là 0 thì biến sẽ ở dạng không bù.

Với n biến có thể tạo ra 2^n Maxterm.

Maxterm được ký hiệu là Mi, với i là tổ hợp nhị phân tạo bởi giá trị các biến.

Ví dụ: *Các Maxterm cho hàm 2 biến*

A	B	Maxterm	
		Biểu thức	*Ký hiệu*
0	0	$A+B$	M0
0	1	$A+\overline{B}$	M1
1	0	$\overline{A}+B$	M2
1	1	$\overline{A}+\overline{B}$	M3

Ghi chú: Bù của minterm là Maxterm và ngược lại.

$$\overline{m_i} = M_i \qquad \overline{M_i} = m_i$$

Ví dụ chứng minh:

m7 của hàm 3 biến: ABC

$$\begin{aligned}\overline{m_7} &= \overline{ABC}\\ &= \overline{A} + \overline{B} + \overline{C}\\ &= M_7\end{aligned}$$

Dạng chuẩn 2

Dạng chuẩn 2: là dạng tích của các tổng chuẩn (POS – Standard – Product-Of-Sums). Dạng chuẩn 2 có thể được tạo ra dễ dàng từ dạng tích các tổng.

$$F = \prod_{i=0}^{2^n-1} (M_i + F_i)$$

Với: Mi là Maxterm thứ i

Fi là giá trị của hàm F tương ứng với maxterm thứ i.

Dạng chuẩn 2 có thể biểu diễn bằng nhiều cách khác nhau.

Bất kỳ hàm Boole nào cũng có thể biểu diễn ở dạng chuẩn 2.

Ví dụ

Hàm F sau được viết dưới dạng chuẩn 2:

$$F(A,B,C,D) = (\overline{A}+B+\overline{C}+\overline{D})(A+\overline{B}+C+D)(A+\overline{B}+\overline{C}+D)$$

Ngoài ra, còn có nhiều cách để biểu diễn cho dạng chuẩn 2 của hàm trên:

$$F(A,B,C,D) = 1011 \;.\; 0100 \;.\; 0110$$

$$F(A,B,C,D) = M_{11} \;.\; M_4 \;.\; M_6$$

$$F(A,B,C,D) = \prod(4,6,11)$$

Bất kỳ hàm Boole nào cũng có thể biểu diễn ở dạng chuẩn 2

$$F(A,B,C) = AB + \overline{A}\,\overline{C}$$

Giải

$$= (A + \overline{A})(A + \overline{C})(\overline{A} + B)(B + \overline{C})$$

$$= (A + \overline{C})(\overline{A} + B)(B + \overline{C})$$

$$= (A + B\overline{B} + \overline{C})(\overline{A} + B + C\overline{C})(A\overline{A} + B + \overline{C})$$

$$= (A + B + \overline{C})(A + \overline{B} + \overline{C})(\overline{A} + B + C)(\overline{A} + B + \overline{C})(A + B + \overline{C})(\overline{A} + B + \overline{C})$$

$$= (A + B + \overline{C})(A + \overline{B} + \overline{C})(\overline{A} + B + C)(\overline{A} + B + \overline{C})$$

$$= 001 \quad . \quad 011 \quad . \quad 100 \quad . \quad 101$$

$$= M_1 \quad . \quad M_3 \quad . \quad M_4 \quad . \quad M_5$$

$$= \prod(1,3,4,5)$$

Bất kỳ hàm Boole nào cũng có thể biểu diễn ở dạng chuẩn 2

$$F(X,Y,Z) = (X + Z)(\overline{X} + Y)$$

Giải

$$= (X + Y\overline{Y} + Z)(\overline{X} + Y + Z\overline{Z})$$

$$= (X + Y + Z)(X + \overline{Y} + Z)(\overline{X} + Y + Z)(\overline{X} + Y + \overline{Z})$$

$$= 000 \quad . \quad 010 \quad . \quad 100 \quad . \quad 101$$

$$= M_0.M_2.M_4.M_5$$

$$= \prod(0,2,4,5)$$

Một số ví dụ

Hãy biểu diễn các hàm sau dưới dạng biểu thức đại số:

a. $F(A,B,C) = \sum(1,4,5,6,7)$

b. $F(A,B,C,D) = \sum(1,4,5,6,7)$

c. $F(X,Y,Z) = \prod(0,2,3,7)$

d. $F(X,Y,Z,T) = \prod(0,2,3,7)$

4. TRƯỜNG HỢP TÙY ĐỊNH

Trong thực tế có những trường hợp một vài tổ hợp nhị phân của các biến là không xảy ra. Do đó, giá trị của hàm tương ứng với những tổ hợp nhị phân này có thể là 0 hay 1 đều được, người ta gọi đó là những trường hợp tùy định (don't care, viết tắt là d). Khi điền vào bảng chân trị những trường hợp tùy định, ta dùng ký hiệu X.

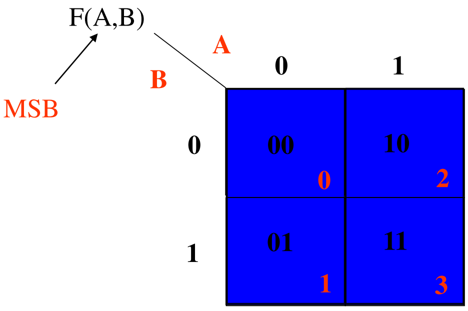
Ví dụ:

$$F(A,B) = \sum(0,2) + d(1)$$

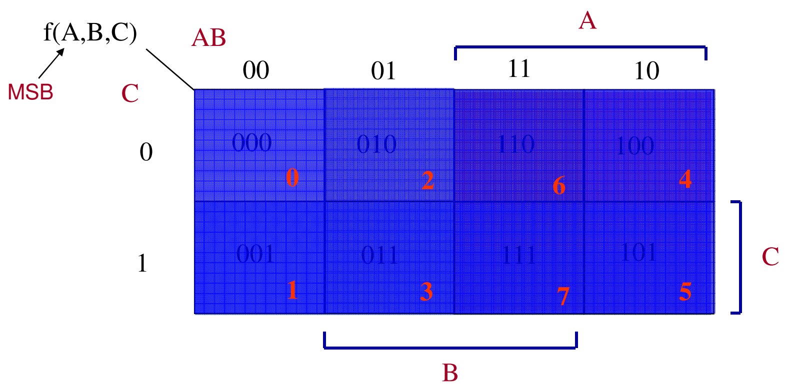
A	B	F
0	0	**1**
0	1	**X**
1	0	**1**
1	1	**0**

5. BÌA KARNAUGH

Bìa K cho hàm 2 biến



Bìa K cho hàm 3 biến



Bìa K cho hàm 4 biến

f(A,B,C,D)

CD \ AB	00	01	11	10
00	**0**	**4**	**12**	**8**
01	**1**	**5**	**13**	**9**
11	**3**	**7**	**15**	**11**
10	**2**	**6**	**14**	**10**

A: columns 11, 10; B: columns 01, 11; C: rows 11, 10; D: rows 01, 11

Bìa K cho hàm 5 biến

F

	A = 0				A = 1			
DE \ BC	00	01	11	10	10	11	01	00
00	**0**	**4**	**12**	**8**	**24**	**28**	**20**	**16**
01	**1**	**5**	**13**	**9**	**25**	**29**	**21**	**17**
11	**3**	**7**	**15**	**11**	**27**	**31**	**23**	**19**
10	**2**	**6**	**14**	**10**	**26**	**30**	**22**	**18**

Cách điền vào bìa K

1. Nếu hàm F được biểu diễn dưới dạng chuẩn 1 (dạng ∑) thì ta điền giá trị 1 vào các ô có số thứ tự tương ứng với các minterm (tích chuẩn), điền X vào các ô ứng với các trường hợp tùy định và điền 0 vào các ô còn lại.

   Ta có thể chỉ điền vào bìa K hai ký hiệu 0 và X, hoặc 1 và X. Các ô bỏ trống được ngầm hiểu.

<u>Ví dụ</u>: $$F(A,B,C) = \sum(0,1,3,6) + d(4,7)$$

F

C \ AB	**00**	**01**	**11**	**10**
0	**1** $_{0}$	**0** $_{2}$	**1** $_{6}$	**X** $_{4}$
1	**1** $_{1}$	**1** $_{3}$	**X** $_{7}$	**0** $_{5}$

Cách điền vào bìa K

2. Nếu hàm F được biểu diễn dưới dạng chuẩn 2 (dạng ∏) thì ta điền giá trị 0 vào các ô có số thứ tự tương ứng với các minterm (tích chuẩn), điền X vào các ô ứng với các trường hợp tùy định và điền 1 vào các ô còn lại.

   Ta có thể chỉ điền vào bìa K hai ký hiệu 0 và X, hoặc 1 và X. Các ô bỏ trống được ngầm hiểu.

<u>Ví dụ</u>:

$$F(A,B,C,D) = \prod(3,4,6,12,14,15).D(1,7,11)$$

F

CD \ AB	00	01	11	10
00	**1**	**0**	**0**	**1**
01	**X**	**1**	**1**	**1**
11	**0**	**X**	**0**	**X**
10	**1**	**0**	**0**	**1**

Cách điền vào bìa K

3. Nếu hàm F được biểu diễn dưới dạng bảng chân trị thì ta điền 0, 1 hoặc X vào các ô có tổ hợp nhị phân trùng với tổ hợp nhị phân của bảng chân trị.

Ví dụ:

A	B	C	F
0	0	0	1
0	0	1	X
0	1	0	X
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

F

C \ AB	00	01	11	10
0	1	X		1
1	X		1	

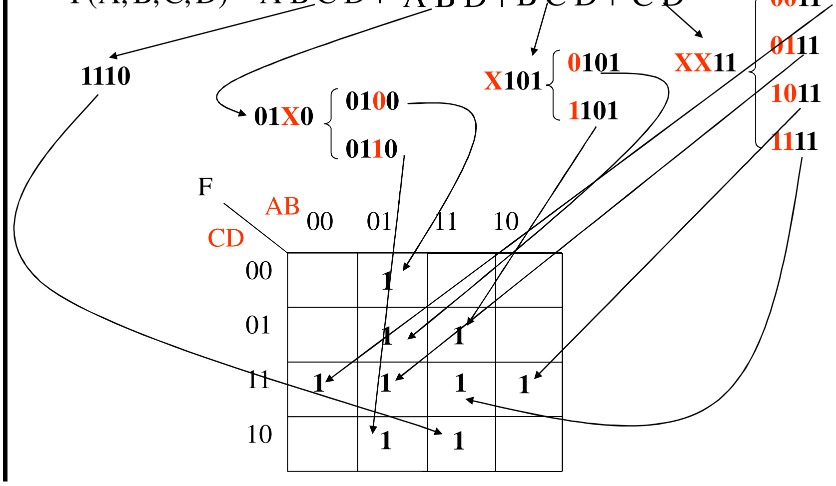
F

C \ AB	00	01	11	10
0		X	0	
1	X	0		0

Cách điền vào bìa K

4. Nếu hàm Boole được cho dưới dạng tổng của các tích không chuẩn.

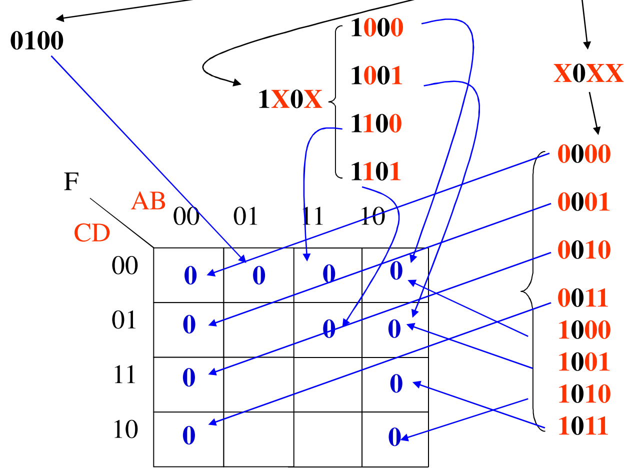
$$F(A,B,C,D) = A\,B\,C\,\overline{D} + \overline{A}\,B\,\overline{D} + B\,\overline{C}\,D + C\,D$$



Cách điền vào bìa K

5. Nếu hàm Boole được cho dưới dạng tích của các tổng không chuẩn.

$$F(A,B,C,D) = (A + \overline{B} + C + D)(\overline{A} + C)B$$



7.5 RÚT GỌN HÀM BOOLE BẰNG BÌA KARNAUGH

1. Định nghĩa các ô kế cận:

Hai ô được gọi là kế cận nhau, nếu chúng ứng với 2 minterm hoặc 2 maxterm, chỉ khác nhau ở 1 biến.

F (CD \ AB)	00	01	11	10
00		**1**	**1**	
01				
11				
10				

F (CD \ AB)	00	01	11	10
00		**0**		
01				
11				
10		**0**		

Bốn ô kế cận: gồm 2 nhóm 2 ô kế cận

F

CD \ AB	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01				
11				
10				

F

CD \ AB	00	01	11	10
00				
01	1	1		
11	1	1		
10				

F

CD \ AB	00	01	11	10
00			1	1
01				
11				
10			1	1

F

CD \ AB	00	01	11	10
00				
01	1			1
11	1			1
10				

Bốn ô kế cận: gồm 2 nhóm 2 ô kế cận

F

CD \ AB	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01				
11				
10				

F

CD \ AB	00	01	11	10
00				
01	0	0		
11	0	0		
10				

F

CD \ AB	00	01	11	10
00			0	0
01				
11				
10			0	0

F

CD \ AB	00	01	11	10
00				
01	0			0
11	0			0
10				

Bốn ô kế cận: gồm 2 nhóm 2 ô kế cận

F: CD \ AB	00	01	11	10
00				
01	1	1	1	1
11				
10				

F: CD \ AB	00	01	11	10
00	1	1		
01	1	1		
11				
10				

F: CD \ AB	00	01	11	10
00	1			1
01				
11				
10	1			1

F: CD \ AB	00	01	11	10
00	1			1
01	1			1
11				
10				

Bốn ô kế cận: gồm 2 nhóm 2 ô kế cận

F: CD \ AB	00	01	11	10
00				
01	0	0	0	0
11				
10				

F: CD \ AB	00	01	11	10
00	0	0		
01	0	0		
11				
10				

F: CD \ AB	00	01	11	10
00	0			0
01				
11				
10	0			0

F: CD \ AB	00	01	11	10
00	0			0
01	0			0
11				
10				

Tám ô kế cận: gồm 2 nhóm 4 ô kế cận

F: CD \ AB	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	1	1	1	1
11				
10				

F: CD \ AB	00	01	11	10
00	0	0		
01	0	0		
11	0	0		
10	0	0		

F: CD \ AB	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01				
11				
10	1	1	1	1

F: CD \ AB	00	01	11	10
00				
01	0	0	0	0
11	0	0	0	0
10				

Việc gom các ô kế cận

- Khi gom 2^n ô kế cận có cùng giá trị 1, ta được 1 tích.

- Gom 2^n ô ta loại đươc n biến biến.

- Các biến giống nhau còn lại được ghi dưới dạng bù, nếu nó có giá trị bằng 0, ngược lại sẽ được ghi dưới dạng không bù.

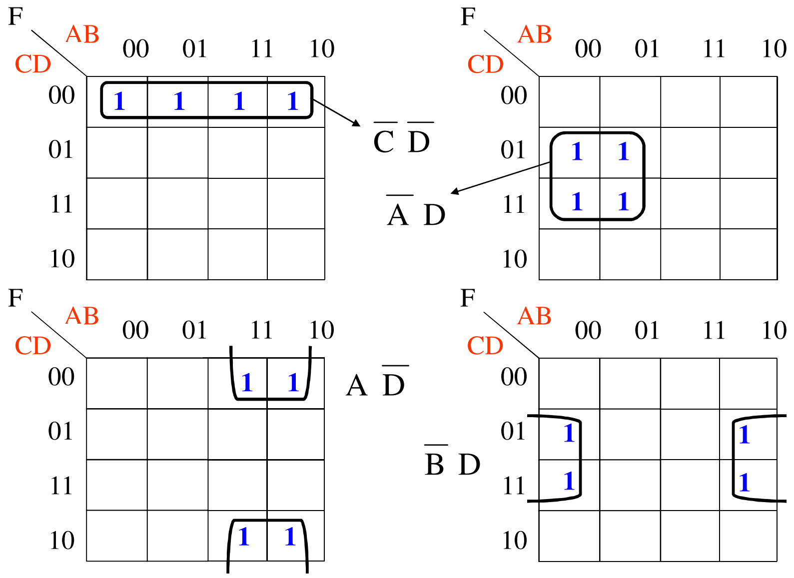
- Khi gom 2^n ô kế cận có cùng giá trị 0, ta được 1 tổng. Các biến sẽ được ghi theo qui ước ngược lại với dạng tích.

F: CD \ AB	00	01	11	10
00		1	1	
01				
11				
10			0	0

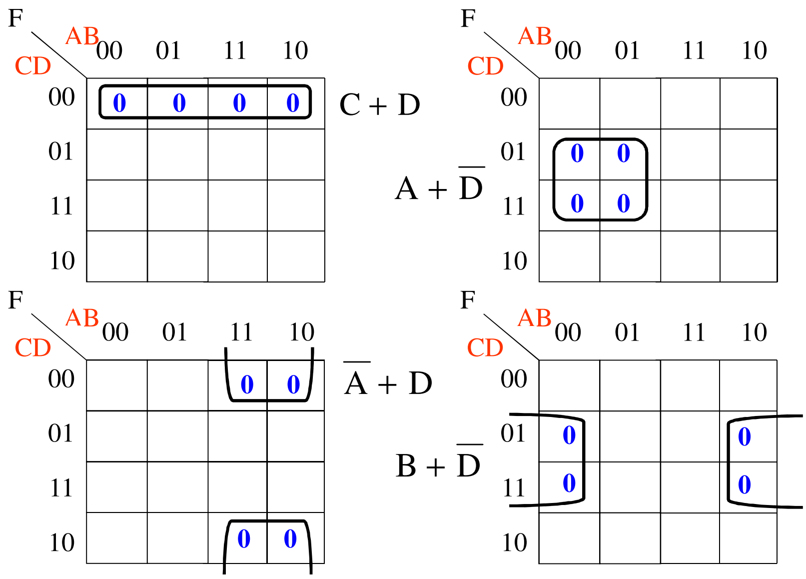
$$B\overline{C}\,\overline{D}$$

$$\overline{A}+\overline{C}+D$$

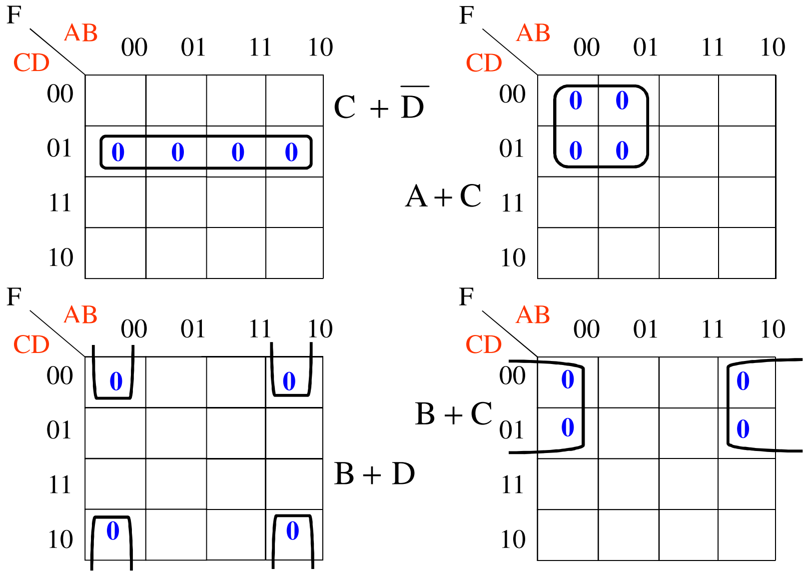
Các ví dụ



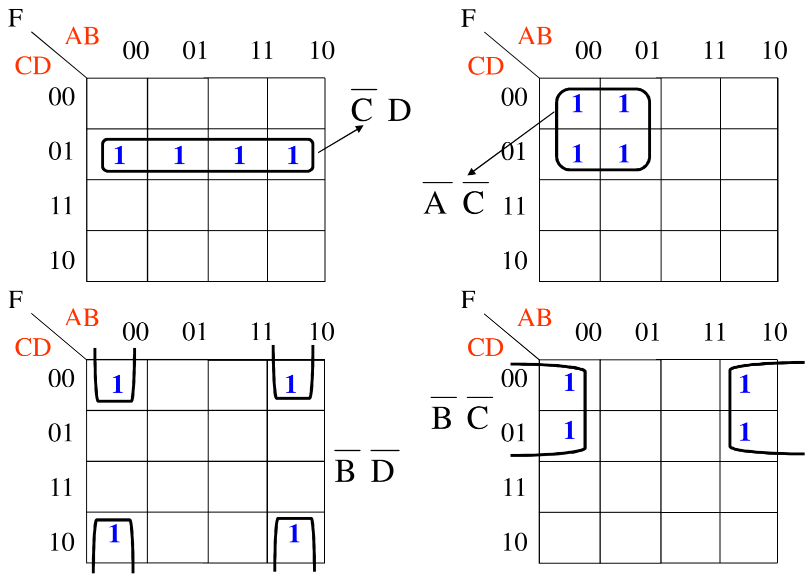
Các ví dụ



Các ví dụ



Các ví dụ



Các ví dụ

F CD \ AB	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	1	1	1	1
11				
10				

$\overline{C}$

A

F CD \ AB	00	01	11	10
00	0	0		
01	0	0		
11	0	0		
10	0	0		

F CD \ AB	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01				
11				
10	1	1	1	1

$\overline{D}$

$\overline{D}$

F CD \ AB	00	01	11	10
00				
01	0	0	0	0
11	0	0	0	0
10				

Rút gọn hàm sau

F CD \ AB	00	01	11	10
00		1		1
01		1		
11		1	1	
10		1	1	

$$F(A,B,C,D) = A\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D} + \overline{A}\,B + B\,C$$

Rút gọn hàm sau

$$F(A,B,C,D) = \sum(0,1,4,5,6,7,14,15)$$

F: CD \ AB	00	01	11	10
00	1	1		
01	1	1		
11		1	1	
10		1	1	

$$F(A,B,C,D) = \overline{A}\,\overline{C} + B\,C$$

Rút gọn hàm sau

$$F(A,B,C,D) = \prod(0,2,4,6,9,11,12,13,15)$$

F: CD \ AB	00	01	11	10
00	0	0	0	
01			0	0
11			0	0
10	0	0		

$$F(A,B,C,D) = (\overline{A}+\overline{D})\,(A+D)\,(\overline{B}+C+D)$$

$$F(A,B,C,D) = (\overline{A}+\overline{D})\,(A+D)\,(\overline{A}+\overline{B}+C)$$

Rút gọn hàm sau

$$F(A,B,C,D) = \sum(0,1,2,3,11) + d(6,7,9)$$

F: CD \ AB	00	01	11	10
00	1			
01	1			X
11	1	X		1
10	1	X		

$$F(A,B,C,D) = \overline{A}\,\overline{B} + \overline{B}\,D$$

Rút gọn hàm sau

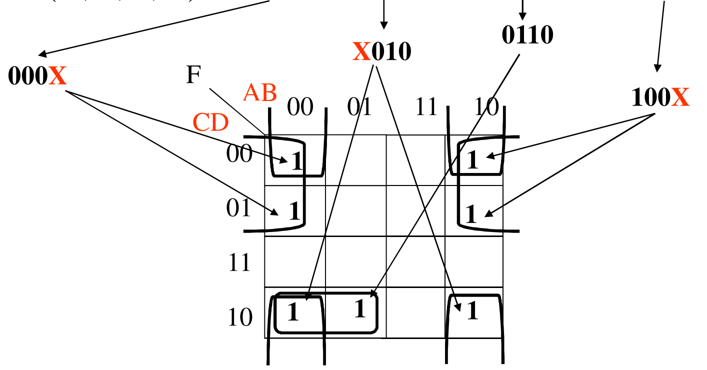
$$F(A,B,C,D) = \sum(0,1,2,4,5,6,8,9,12,13,14)$$

F: CD \ AB	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	1	1	1	1
11				
10	1	1	1	

$$F(A,B,C,D) = \overline{C} + \overline{A}\,\overline{D} + B\,\overline{D}$$

Rút gọn hàm sau

$$F(A,B,C,D) = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C} + \overline{B}\,C\,\overline{D} + \overline{A}\,B\,C\,\overline{D} + A\,\overline{B}\,\overline{C}$$



$$F(A,B,C,D) = \overline{B}\,\overline{C} + \overline{B}\,\overline{D} + \overline{A}\,C\,\overline{D}$$

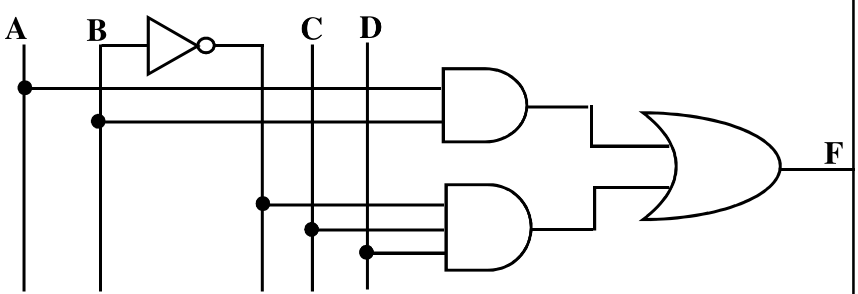
7.6 CÁC PHƯƠNG PHÁP THỰC HIỆN HÀM BOOLE BẰNG SƠ ĐỒ LOGIC

1. Cấu trúc AND-OR

Sơ đồ logic AND-OR được tạo ra từ hàm Boole có dạng tổng các tích.

Ví dụ:

$$F(A,B,C,D) = AB + \overline{B}\,C\,D$$

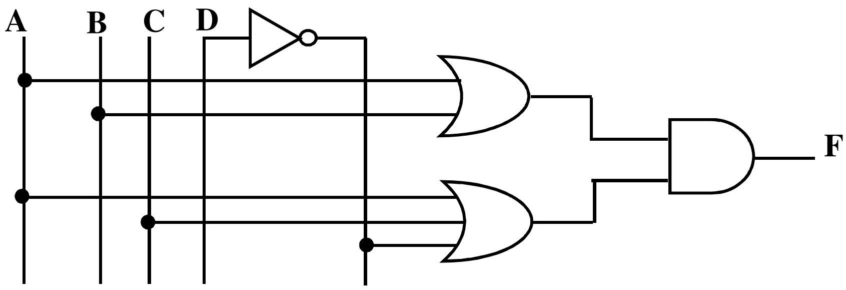


2. Cấu trúc OR – AND

Sơ đồ logic OR - AND được tạo ra từ hàm Boole có dạng tích các tổng.

Ví dụ:

$$F(A,B,C,D) = (A+B)(A+C+\overline{D})$$



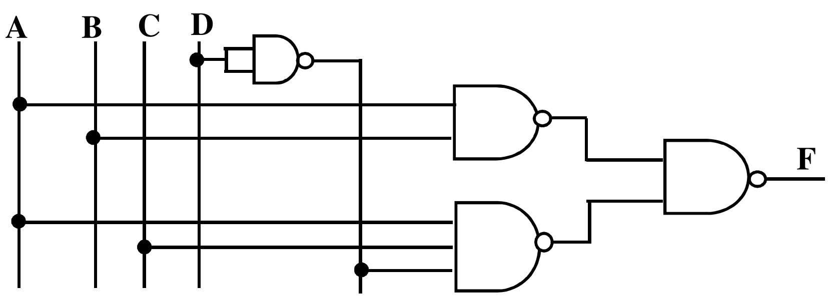
3. Cấu trúc NAND – NAND

Ví dụ:

$$F(A,B,C,D) = AB + AC\overline{D}$$

$$F(A,B,C,D) = \overline{\overline{AB + AC\overline{D}}}$$

$$F(A,B,C,D) = \overline{\overline{AB}\,.\,\overline{AC\overline{D}}}$$



4. Cấu trúc NOR – NOR

$$F(A,B,C,D) = (A+B)(A+C+\overline{D})$$

$$F(A,B,C,D) = \overline{\overline{(A+B)(A+C+\overline{D})}}$$

$$F(A,B,C,D) = \overline{\overline{(A+B)} + \overline{(A+C+\overline{D})}}$$