BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC QUY NHƠN

Lê Xuân Khang

ĐA THỨC BẤT KHẢ QUY

Chuyên ngành: Phương pháp toán sơ cấp

Mã số: 60-46-40

Người hướng dẫn khoa học

PGS.TS. NGUYỄN ĐỨC MINH

Quy Nhơn, năm 2007

MỤC ĐÍCH NGHIÊN CỨU

Mục đích của luận văn này là trình bày sâu hơn sâu hơn về đa thức bất khả quy. Bên cạnh một hệ thống lý thuyết tối thiểu cần thiết, luận văn đưa ra các dạng bài tập và một số phương pháp khảo sát tính bất khả quy của đa thức.

BỐ CỤC CỦA LUẬN VĂN

BỐ CỤC CỦA LUẬN VĂN

Luận văn bao gồm hai chương.

BỐ CỤC CỦA LUẬN VĂN

Luận văn bao gồm hai chương.

- CHƯƠNG 1. MỘT SỐ VẤN ĐỀ CƠ SỞ

BỐ CỤC CỦA LUẬN VĂN

Luận văn bao gồm hai chương.

- **CHƯƠNG 1. MỘT SỐ VẤN ĐỀ CƠ SỞ**

Trong phần này chúng tôi chỉ chú trọng nêu những kiến thức cơ bản và các kết quả mà trong chương 2 có nhiều ứng dụng.

BỐ CỤC CỦA LUẬN VĂN

Luận văn bao gồm hai chương.

- **CHƯƠNG 1. MỘT SỐ VẤN ĐỀ CƠ SỞ**

  Trong phần này chúng tôi chỉ chú trọng nêu những kiến thức cơ bản và các kết quả mà trong chương 2 có nhiều ứng dụng.

- **CHƯƠNG 2. MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP KHẢO SÁT TÍNH BẤT KHẢ QUY CỦA ĐA THỨC.**

BỐ CỤC CỦA LUẬN VĂN

Luận văn bao gồm hai chương.

- **CHƯƠNG 1. MỘT SỐ VẤN ĐỀ CƠ SỞ**

  Trong phần này chúng tôi chỉ chú trọng nêu những kiến thức cơ bản và các kết quả mà trong chương 2 có nhiều ứng dụng.

- **CHƯƠNG 2. MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP KHẢO SÁT TÍNH BẤT KHẢ QUY CỦA ĐA THỨC.**

  Trong chương này, chúng tôi đưa ra bốn phương pháp cơ bản về khảo sát tính bất khả quy của đa thức, đó là:

home
◄◄
◄
►
►►
Back
FullSc
Close
Quit

BỐ CỤC CỦA LUẬN VĂN

Luận văn bao gồm hai chương.

- **CHƯƠNG 1. MỘT SỐ VẤN ĐỀ CƠ SỞ**

  Trong phần này chúng tôi chỉ chú trọng nêu những kiến thức cơ bản và các kết quả mà trong chương 2 có nhiều ứng dụng.

- **CHƯƠNG 2. MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP KHẢO SÁT TÍNH BẤT KHẢ QUY CỦA ĐA THỨC.**

  Trong chương này, chúng tôi đưa ra bốn phương pháp cơ bản về khảo sát tính bất khả quy của đa thức, đó là:

  ⋆ **Các phương pháp sơ cấp,**

BỐ CỤC CỦA LUẬN VĂN

Luận văn bao gồm hai chương.

- **CHƯƠNG 1. MỘT SỐ VẤN ĐỀ CƠ SỞ**

  Trong phần này chúng tôi chỉ chú trọng nêu những kiến thức cơ bản và các kết quả mà trong chương 2 có nhiều ứng dụng.

- **CHƯƠNG 2. MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP KHẢO SÁT TÍNH BẤT KHẢ QUY CỦA ĐA THỨC.**

  Trong chương này, chúng tôi đưa ra bốn phương pháp cơ bản về khảo sát tính bất khả quy của đa thức, đó là:

  ⋆ Các phương pháp sơ cấp,

  ⋆ Phương pháp dựa vào tính chia hết của các hệ số của đa thức,

home

◂◂

◂

▸

▸▸

Back

FullSc

Close

Quit

BỐ CỤC CỦA LUẬN VĂN

Luận văn bao gồm hai chương.

- **CHƯƠNG 1. MỘT SỐ VẤN ĐỀ CƠ SỞ**

  Trong phần này chúng tôi chỉ chú trọng nêu những kiến thức cơ bản và các kết quả mà trong chương 2 có nhiều ứng dụng.

- **CHƯƠNG 2. MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP KHẢO SÁT TÍNH BẤT KHẢ QUY CỦA ĐA THỨC.**

  Trong chương này, chúng tôi đưa ra bốn phương pháp cơ bản về khảo sát tính bất khả quy của đa thức, đó là:

  ⋆ Các phương pháp sơ cấp,

  ⋆ Phương pháp dựa vào tính chia hết của các hệ số của đa thức,

  ⋆ Phương pháp dựa vào việc so sánh độ lớn của các hệ số của đa thức

BỐ CỤC CỦA LUẬN VĂN

Luận văn bao gồm hai chương.

- **CHƯƠNG 1. MỘT SỐ VẤN ĐỀ CƠ SỞ**

  Trong phần này chúng tôi chỉ chú trọng nêu những kiến thức cơ bản và các kết quả mà trong chương 2 có nhiều ứng dụng.

- **CHƯƠNG 2. MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP KHẢO SÁT TÍNH BẤT KHẢ QUY CỦA ĐA THỨC.**

  Trong chương này, chúng tôi đưa ra bốn phương pháp cơ bản về khảo sát tính bất khả quy của đa thức, đó là:

  ⋆ Các phương pháp sơ cấp,

  ⋆ Phương pháp dựa vào tính chia hết của các hệ số của đa thức,

  ⋆ Phương pháp dựa vào việc so sánh độ lớn của các hệ số của đa thức

  ⋆ Phương pháp dựa vào các tính chất số học của các giá trị đa thức tại các giá trị nguyên.

BỐ CỤC CỦA LUẬN VĂN

Luận văn bao gồm hai chương.

- **CHƯƠNG 1. MỘT SỐ VẤN ĐỀ CƠ SỞ**

  Trong phần này chúng tôi chỉ chú trọng nêu những kiến thức cơ bản và các kết quả mà trong chương 2 có nhiều ứng dụng.

- **CHƯƠNG 2. MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP KHẢO SÁT TÍNH BẤT KHẢ QUY CỦA ĐA THỨC.**

  Trong chương này, chúng tôi đưa ra bốn phương pháp cơ bản về khảo sát tính bất khả quy của đa thức, đó là:

  ⋆ **Các phương pháp sơ cấp,**

  ⋆ **Phương pháp dựa vào tính chia hết của các hệ số của đa thức,**

  ⋆ **Phương pháp dựa vào việc so sánh độ lớn của các hệ số của đa thức**

  ⋆ **Phương pháp dựa vào các tính chất số học của các giá trị đa thức tại các giá trị nguyên.**

  Sau các ví dụ minh họa cho từng phương pháp, chúng tôi đều có nêu một số bài tập đề nghị.

CHƯƠNG 1: MỘT SỐ VẤN ĐỀ CƠ SỞ

CHƯƠNG 1: MỘT SỐ VẤN ĐỀ CƠ SỞ

1.1 VÀNH ĐA THỨC MỘT BIẾN

home

◄◄

◄

►

►►

Back

FullSc

Close

Quit

CHƯƠNG 1: MỘT SỐ VẤN ĐỀ CƠ SỞ

1.1 VÀNH ĐA THỨC MỘT BIẾN

CHƯƠNG 1: MỘT SỐ VẤN ĐỀ CƠ SỞ

1.1 VÀNH ĐA THỨC MỘT BIẾN

1.2. ĐA THỨC KHẢ QUY, BẤT KHẢ QUY

1.2. ĐA THỨC KHẢ QUY, BẤT KHẢ QUY

- **1.2.1 Định nghĩa.** Cho $\alpha \neq 0$ là một phần tử không khả nghịch của một miền nguyên D. Ta nói
  i) α là một phần tử khả quy trên D nếu nó viết được dưới dạng tích của hai phần tử không khả nghịch của D.
  ii) α là một phần tử bất khả quy trên D nếu nó không phải là phần tử khả quy.
  Cho $f(x) \in D[x]$. Ta nói $f(x)$ là khả quy (tương ứng bất khả quy) trên D (hay trên $D[x]$) nếu nó là phần tử khả quy (tương ứng bất khả quy).

home
◂◂
◂
▸
▸▸
Back
FullSc
Close
Quit

CHƯƠNG 1: MỘT SỐ VẤN ĐỀ CƠ SỞ

1.1 VÀNH ĐA THỨC MỘT BIẾN

1.2. ĐA THỨC KHẢ QUY, BẤT KHẢ QUY

- **1.2.1 Định nghĩa.** Cho $\alpha \neq 0$ là một phần tử không khả nghịch của một miền nguyên D. Ta nói
  i) α là một phần tử khả quy trên D nếu nó viết được dưới dạng tích của hai phần tử không khả nghịch của D.
  ii) α là một phần tử bất khả quy trên D nếu nó không phải là phần tử khả quy.
  Cho $f(x) \in D[x]$. Ta nói $f(x)$ là khả quy (tương ứng bất khả quy) trên D (hay trên $D[x]$) nếu nó là phần tử khả quy (tương ứng bất khả quy).
- **1.2.2 Nhận xét.** Các phần tử khả nghịch trên $D[x]$ là các đa thức hằng $f(x) \equiv \alpha$ với α khả nghịch trên D. Từ đó suy ra
  i) Đa thức $f(x) \in \mathbb{Z}[x]$ là bất khả quy trên $\mathbb{Z}$ (hay bất khả quy trên $\mathbb{Z}[x]$ hay bất khả quy) nếu $f(x) \not\equiv 0, \pm 1$ và nếu $f(x) = g(x)h(x)$, với $g(x)$ và $h(x) \in \mathbb{Z}[x]$ thì $g(x) \equiv \pm 1$ hoặc $h(x) \equiv \pm 1$.
  ii) Đa thức $f(x) \in \mathbb{Q}[x]$ là bất khả quy trên $\mathbb{Q}$ (hay bất khả quy trên $\mathbb{Q}[x]$) nếu $f(x) \not\equiv C$ (với C là hằng số) và nếu $f(x) = g(x)h(x)$, với $g(x), h(x) \in \mathbb{Q}[x]$ thì $\deg g(x) = 0$ hoặc $\deg h(x) = 0$.

CHƯƠNG 2: MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP KHẢO SÁT TÍNH BẤT KHẢ QUY CỦA ĐA THỨC

CHƯƠNG 2: MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP KHẢO SÁT TÍNH BẤT KHẢ QUY CỦA ĐA THỨC

2.1 Các phương pháp sơ cấp

CHƯƠNG 2: MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP KHẢO SÁT TÍNH BẤT KHẢ QUY CỦA ĐA THỨC

2.1 Các phương pháp sơ cấp

Các phương pháp sơ cấp để khảo sát tính bất khả quy của đa thức phổ biến là: phương pháp phản chứng, phương pháp hệ số bất định, xét giá trị của đa thức tại một số điểm. Các phương pháp này rất thích hợp cho học sinh phổ thông.

CHƯƠNG 2: MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP KHẢO SÁT TÍNH BẤT KHẢ QUY CỦA ĐA THỨC

2.1 Các phương pháp sơ cấp

Các phương pháp sơ cấp để khảo sát tính bất khả quy của đa thức phổ biến là: phương pháp phản chứng, phương pháp hệ số bất định, xét giá trị của đa thức tại một số điểm. Các phương pháp này rất thích hợp cho học sinh phổ thông.

2.2 Phương pháp dựa vào tính chia hết của các hệ số của đa thức

CHƯƠNG 2: MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP KHẢO SÁT TÍNH BẤT KHẢ QUY CỦA ĐA THỨC

2.1 Các phương pháp sơ cấp

Các phương pháp sơ cấp để khảo sát tính bất khả quy của đa thức phổ biến là: phương pháp phản chứng, phương pháp hệ số bất định, xét giá trị của đa thức tại một số điểm. Các phương pháp này rất thích hợp cho học sinh phổ thông.

2.2 Phương pháp dựa vào tính chia hết của các hệ số của đa thức

- **2.2.1 Tiêu chuẩn Eisenstein**

CHƯƠNG 2: MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP KHẢO SÁT TÍNH BẤT KHẢ QUY CỦA ĐA THỨC

2.1 Các phương pháp sơ cấp

Các phương pháp sơ cấp để khảo sát tính bất khả quy của đa thức phổ biến là: phương pháp phản chứng, phương pháp hệ số bất định, xét giá trị của đa thức tại một số điểm. Các phương pháp này rất thích hợp cho học sinh phổ thông.

2.2 Phương pháp dựa vào tính chia hết của các hệ số của đa thức

- **2.2.1 Tiêu chuẩn Eisenstein**
- **2.2.2 Các đa giác Newton**

CHƯƠNG 2: MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP KHẢO SÁT TÍNH BẤT KHẢ QUY CỦA ĐA THỨC

2.1 Các phương pháp sơ cấp

Các phương pháp sơ cấp để khảo sát tính bất khả quy của đa thức phổ biến là: phương pháp phản chứng, phương pháp hệ số bất định, xét giá trị của đa thức tại một số điểm. Các phương pháp này rất thích hợp cho học sinh phổ thông.

2.2 Phương pháp dựa vào tính chia hết của các hệ số của đa thức

- **2.2.1 Tiêu chuẩn Eisenstein**
- **2.2.2 Các đa giác Newton**

2.3 Phương pháp dựa vào việc so sánh độ lớn của các hệ số của đa thức

CHƯƠNG 2: MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP KHẢO SÁT TÍNH BẤT KHẢ QUY CỦA ĐA THỨC

2.1 Các phương pháp sơ cấp

Các phương pháp sơ cấp để khảo sát tính bất khả quy của đa thức phổ biến là: phương pháp phản chứng, phương pháp hệ số bất định, xét giá trị của đa thức tại một số điểm. Các phương pháp này rất thích hợp cho học sinh phổ thông.

2.2 Phương pháp dựa vào tính chia hết của các hệ số của đa thức

- **2.2.1 Tiêu chuẩn Eisenstein**
- **2.2.2 Các đa giác Newton**

2.3 Phương pháp dựa vào việc so sánh độ lớn của các hệ số của đa thức

Để so sánh các hệ số của đa thức và các giá trị đa thức, chúng tôi thường dùng bất đẳng thức chứa dấu giá trị tuyệt đối. Trong số các ví dụ minh họa và bổ đề sau đây, chúng tôi có chứng minh định lý Perron và đồng thời đưa ra một số bài toán ứng dụng của định lý này.

CHƯƠNG 2: MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP KHẢO SÁT TÍNH BẤT KHẢ QUY CỦA ĐA THỨC

2.1 Các phương pháp sơ cấp

Các phương pháp sơ cấp để khảo sát tính bất khả quy của đa thức phổ biến là: phương pháp phản chứng, phương pháp hệ số bất định, xét giá trị của đa thức tại một số điểm. Các phương pháp này rất thích hợp cho học sinh phổ thông.

2.2 Phương pháp dựa vào tính chia hết của các hệ số của đa thức

- **2.2.1 Tiêu chuẩn Eisenstein**
- **2.2.2 Các đa giác Newton**

2.3 Phương pháp dựa vào việc so sánh độ lớn của các hệ số của đa thức

2.4 Phương pháp dựa vào các tính chất số học của các giá trị đa thức tại các giá trị nguyên

CHƯƠNG 2: MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP KHẢO SÁT TÍNH BẤT KHẢ QUY CỦA ĐA THỨC

2.1 Các phương pháp sơ cấp

Các phương pháp sơ cấp để khảo sát tính bất khả quy của đa thức phổ biến là: phương pháp phản chứng, phương pháp hệ số bất định, xét giá trị của đa thức tại một số điểm. Các phương pháp này rất thích hợp cho học sinh phổ thông.

2.2 Phương pháp dựa vào tính chia hết của các hệ số của đa thức

- **2.2.1 Tiêu chuẩn Eisenstein**
- **2.2.2 Các đa giác Newton**

2.3 Phương pháp dựa vào việc so sánh độ lớn của các hệ số của đa thức

2.4 Phương pháp dựa vào các tính chất số học của các giá trị đa thức tại các giá trị nguyên

- **Với các phương pháp sơ cấp, chúng tôi đã đề cập đến việc khảo sát tính bất khả quy bằng cách xét giá trị của đa thức tại một số điểm. Trong mục này, chúng tôi tiếp tục phát triển phương pháp đó nhưng chủ yếu dựa vào các tính chất số học của các giá trị đa thức tại các giá trị nguyên. Các ví dụ minh họa ở đây bao gồm các kiến thức sơ cấp lẫn cao cấp.**

MỘT SỐ KẾT QUẢ CHÍNH

MỘT SỐ KẾT QUẢ CHÍNH

Luận văn đã trình bày một số vấn đề cơ sở và bốn phương pháp khảo sát tính bất khả quy của đa thức.

MỘT SỐ KẾT QUẢ CHÍNH

- Những đóng góp chính của luận văn là:

MỘT SỐ KẾT QUẢ CHÍNH

- Những đóng góp chính của luận văn là:

1. Trình bày một cách có hệ thống những khái niệm, cơ sở và các kết quả cơ bản về các đa thức bất khả quy trên các vành số nguyên và các trường số (chủ yếu là $\mathbb{Q}$).

MỘT SỐ KẾT QUẢ CHÍNH

- Những đóng góp chính của luận văn là:

1. Trình bày một cách có hệ thống những khái niệm, cơ sở và các kết quả cơ bản về các đa thức bất khả quy trên các vành số nguyên và các trường số (chủ yếu là $\mathbb{Q}$).

2. Phân loại, đưa ra các phương pháp giải cùng các ví dụ minh họa và các bài tập cho việc khảo sát tính bất khả quy bằng các phương pháp. Đặc biệt phương pháp sử dụng tích chập của hai đa thức và phương pháp sử dụng các đa giác Newton chưa có trong các sách tham khảo bằng tiếng Việt.

MỘT SỐ KẾT QUẢ CHÍNH

- Những đóng góp chính của luận văn là:

1. Trình bày một cách có hệ thống những khái niệm, cơ sở và các kết quả cơ bản về các đa thức bất khả quy trên các vành số nguyên và các trường số (chủ yếu là $\mathbb{Q}$).

2. Phân loại, đưa ra các phương pháp giải cùng các ví dụ minh họa và các bài tập cho việc khảo sát tính bất khả quy bằng các phương pháp. Đặc biệt phương pháp sử dụng tích chập của hai đa thức và phương pháp sử dụng các đa giác Newton chưa có trong các sách tham khảo bằng tiếng Việt.

3. Từ cách nhìn mới, luận văn đưa ra các bài toán mới từ một số bài toán thi học sinh giỏi, hoặc trên báo Toán học và Tuổi trẻ. Cụ thể như: các Nhận xét 2.1.27, 2.4.6, Hệ quả 2.4.7; các Ví dụ 2.1.9, 2.1.12, 2.1.13, 2.1.17, 2.1.20, 2.1.24, 2.1.25, 2.1.30, 2.1.32, 2.1.33, 2.2.4, 2.3.6, 2.3.7, 2.4.12 và các Bài tập đề nghị như 2.4, 2.5, 2.6, 2.12, 2.14, 2.15, 2.17, 2.18.

MỘT SỐ KẾT QUẢ CHÍNH

- Những đóng góp chính của luận văn là:

1. Trình bày một cách có hệ thống những khái niệm, cơ sở và các kết quả cơ bản về các đa thức bất khả quy trên các vành số nguyên và các trường số (chủ yếu là $\mathbb{Q}$).

2. Phân loại, đưa ra các phương pháp giải cùng các ví dụ minh họa và các bài tập cho việc khảo sát tính bất khả quy bằng các phương pháp. Đặc biệt phương pháp sử dụng tích chập của hai đa thức và phương pháp sử dụng các đa giác Newton chưa có trong các sách tham khảo bằng tiếng Việt.

3. Từ cách nhìn mới, luận văn đưa ra các bài toán mới từ một số bài toán thi học sinh giỏi, hoặc trên báo Toán học và Tuổi trẻ. Cụ thể như: các Nhận xét 2.1.27, 2.4.6, Hệ quả 2.4.7; các Ví dụ 2.1.9, 2.1.12, 2.1.13, 2.1.17, 2.1.20, 2.1.24, 2.1.25, 2.1.30, 2.1.32, 2.1.33, 2.2.4, 2.3.6, 2.3.7, 2.4.12 và các Bài tập đề nghị như 2.4, 2.5, 2.6, 2.12, 2.14, 2.15, 2.17, 2.18.

4. Giải và phân tích một số bài toán mới và khó trong [12] (tài liệu tham khảo tiếng Anh này không trình bày lời giải). Đó là các ví dụ: 2.1.1, 2.2.3 (a, b), 2.2.11 và 2.4.10.

MỘT SỐ KẾT QUẢ CHÍNH

● Những đóng góp chính của luận văn là:

1. Trình bày một cách có hệ thống những khái niệm, cơ sở và các kết quả cơ bản về các đa thức bất khả quy trên các vành số nguyên và các trường số (chủ yếu là $\mathbb{Q}$).

2. Phân loại, đưa ra các phương pháp giải cùng các ví dụ minh họa và các bài tập cho việc khảo sát tính bất khả quy bằng các phương pháp. Đặc biệt phương pháp sử dụng tích chập của hai đa thức và phương pháp sử dụng các đa giác Newton chưa có trong các sách tham khảo bằng tiếng Việt.

3. Từ cách nhìn mới, luận văn đưa ra các bài toán mới từ một số bài toán thi học sinh giỏi, hoặc trên báo Toán học và Tuổi trẻ. Cụ thể như: các Nhận xét 2.1.27, 2.4.6, Hệ quả 2.4.7; các Ví dụ 2.1.9, 2.1.12, 2.1.13, 2.1.17, 2.1.20, 2.1.24, 2.1.25, 2.1.30, 2.1.32, 2.1.33, 2.2.4, 2.3.6, 2.3.7, 2.4.12 và các Bài tập đề nghị như 2.4, 2.5, 2.6, 2.12, 2.14, 2.15, 2.17, 2.18.

4. Giải và phân tích một số bài toán mới và khó trong [12] (tài liệu tham khảo tiếng Anh này không trình bày lời giải). Đó là các ví dụ: 2.1.1, 2.2.3 (a, b), 2.2.11 và 2.4.10.

5. Chứng minh chi tiết một số định lí, bổ đề trong [12] mà các chứng minh này chưa xuất hiện trong các tài liệu bằng tiếng Việt như: định lí Perron (định lí 2.3.5), định lí Ore (định lí 2.4.4), ví dụ 2.4.3, các bổ đề 2.3.1, 2.3.2.

TÍCH CHẬP CỦA HAI ĐA THỨC

TÍCH CHẬP CỦA HAI ĐA THỨC

1.2.11 Định nghĩa Cho $f(x) = \sum_{i=0}^{n} a_i x^i, g(x) = \sum_{i=0}^{r} b_i x^i \in \mathbb{C}[x]$ với $a_n b_r \neq 0$. Tích chập của hai đa thức $f(x)$ và $g(x)$, kí hiệu $R(f,g)$, là một định thức của một ma trận vuông $(n+r)\times(n+r)$ với r hàng đầu bao gồm các hệ số của $f(x)$, trong đó mỗi hàng trong các hàng này chứa nhiều hơn một số 0 đứng đầu so với hàng trước nó và với n hàng cuối bao gồm các hệ số của $g(x)$, trong đó mỗi hàng trong các hàng này chứa nhiều hơn một số 0 đứng đầu so với hàng trước nó. Cụ thể, ta viết:

$$R(f,g) = \begin{vmatrix} a_n & a_{n-1} & a_{n-2} & \cdots & a_0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_n & a_{n-1} & \cdots & a_1 & a_0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & a_n & \cdots & a_2 & a_1 & a_0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{r-1} & a_{r-2} & a_{r-3} & \cdots & 0 \\ b_r & b_{r-1} & b_{r-2} & \cdots & b_0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & b_r & b_{r-1} & \cdots & b_1 & b_0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & b_r & \cdots & b_2 & b_1 & b-0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & b_{n-1} & b_{n-2} & b_{n-3} & \cdots & 0 \end{vmatrix}$$

1.2.13 Định lí. *(Thuật toán tìm số nguyên tố p để đa thức $f(x)$ là Eisenstein liên kết với p)*

Xét $f(x) \in \mathbb{Z}[x]$ có bậc $\geqslant 2$. Tính $R(f, f')$.

- Nếu $R(f, f') = 0$ thì $f(x)$ không phải là Eisenstein liên kết với bất kì số nguyên tố nào.

1.2.13 Định lí. *(Thuật toán tìm số nguyên tố p để đa thức $f(x)$ là Eisenstein liên kết với p)*

Xét $f(x) \in \mathbb{Z}[x]$ có bậc $\geqslant 2$. Tính $R(f, f')$.

- Nếu $R(f, f') = 0$ thì $f(x)$ không phải là Eisenstein liên kết với bất kì số nguyên tố nào.
- Nếu $R(f, f') \neq 0$,

1.2.13 Định lí. *(Thuật toán tìm số nguyên tố p để đa thức $f(x)$ là Eisenstein liên kết với p)*

Xét $f(x) \in \mathbb{Z}[x]$ có bậc $\geqslant 2$. Tính $R(f, f')$.

- Nếu $R(f, f') = 0$ thì $f(x)$ không phải là Eisenstein liên kết với bất kì số nguyên tố nào.
- Nếu $R(f, f') \neq 0$,

  $\star$ hãy tìm tất cả các ước nguyên tố của $R(f, f')$.

1.2.13 Định lí. *(Thuật toán tìm số nguyên tố p để đa thức $f(x)$ là Eisenstein liên kết với p)*

Xét $f(x) \in \mathbb{Z}[x]$ có bậc $\geqslant 2$. Tính $R(f, f')$.

- Nếu $R(f, f') = 0$ thì $f(x)$ không phải là Eisenstein liên kết với bất kì số nguyên tố nào.
- Nếu $R(f, f') \neq 0$,

  $\star$ hãy tìm tất cả các ước nguyên tố của $R(f, f')$.

  $\star$ Với mỗi số nguyên tố p là ước số của $R(f, f')$, ta kiểm tra rằng các phép tịnh tiến $f(x+a)$, với $a \in \{0; 1; ...; p-1\}$, có phải là dạng Eisenstein liên kết với p hay không?

  $\star\star$ Nếu có một số nguyên tố p và một số a như trên sao cho $f(x+a)$ là dạng Eisenstein liên kết với p thì $f(x)$ là đa thức Eisenstein.

  $\star\star$ Nếu không có số nguyên tố p và một số nguyên a như trên nào để $f(x+a)$ là dạng Eisenstein liên kết với p thì $f(x)$ không phải là đa thức Eisenstein liên kết với bất kì số nguyên tố nào.

1.2.14 Định lí. Cho đa thức $f(x) = \sum_{j=0}^{n} a_i x^i \in \mathbb{Z}[x]$ với $a_n \neq 0$ và p là một số nguyên tố. Nếu có một số nguyên a sao cho $p \mid f(a)$ thì các mệnh đề sau đây là đúng:

i) Nếu $p^2 \mid f(a)$ và $n \geqslant 2$ thì $f(x)$ không là Eisenstein liên kết với p;

ii) Nếu $f(x)$ là Eisenstein liên kết với p và $n \geqslant 2$ thì $p \mid \dfrac{f^{(m)}(a)}{m!}$ với mọi $m \in \{1; 2; ...; n-1\}$;

iii) Nếu $f(x)$ là Eisenstein liên kết với p và $n \geqslant 1$ thì $p^{n-1} \mid R(f, f')$;

iv) Nếu $f(x)$ là Eisenstein liên kết với p, $n \geqslant 1$ và $p \mid n$ thì $p^n \mid R(f, f')$.

1.2.14 Định lí. Cho đa thức $f(x) = \sum_{j=0}^{n} a_i x^i \in \mathbb{Z}[x]$ với $a_n \neq 0$ và p là một số nguyên tố. Nếu có một số nguyên a sao cho $p \mid f(a)$ thì các mệnh đề sau đây là đúng:

i) Nếu $p^2 \mid f(a)$ và $n \geqslant 2$ thì $f(x)$ không là Eisenstein liên kết với p;

ii) Nếu $f(x)$ là Eisenstein liên kết với p và $n \geqslant 2$ thì $p \mid \dfrac{f^{(m)}(a)}{m!}$ với mọi $m \in \{1; 2; ...; n-1\}$;

iii) Nếu $f(x)$ là Eisenstein liên kết với p và $n \geqslant 1$ thì $p^{n-1} \mid R(f, f')$;

iv) Nếu $f(x)$ là Eisenstein liên kết với p, $n \geqslant 1$ và $p \mid n$ thì $p^n \mid R(f, f')$.

2.2.3 Ví dụ. Với mỗi đa thức $f(x)$ dưới đây, hãy xác định tất cả các số nguyên tố p sao cho $f(x)$ là đa thức Eisenstein liên kết với p.

a) $f(x) = x^3 + x^2 - 2x - 1$;

b) $f(x) = x^3 + x + 1$;

c) $f(x) = x^4 + 2x - 1$.

GIẢI.

GIẢI.

a) Với $f(x) = x^3 + x^2 - 2x - 1$ ta có $f'(x) = 3x^2 + 2x - 2$ và

GIẢI.

a) Với $f(x) = x^3 + x^2 - 2x - 1$ ta có $f'(x) = 3x^2 + 2x - 2$ và

$$R(f, f') = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ 3 & 2 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 2 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & -1 & 4 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & -1 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 3 & 2 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 & -1 \\ -1 & 4 & 3 & -3 \\ 0 & -1 & 4 & 3 \\ 0 & 3 & 2 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & 5 & 1 & -4 \\ 0 & -1 & 4 & 3 \\ 0 & 3 & 2 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & 1 & -4 \\ -1 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & -2 \end{vmatrix} = -7$$

home
◄◄
◄
►
►►
Back
FullSc
Close
Quit

GIẢI.

a) Với $f(x) = x^3 + x^2 - 2x - 1$ ta có $f'(x) = 3x^2 + 2x - 2$ và

$$R(f,f') = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ 3 & 2 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 2 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & -1 & 4 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & -1 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 3 & 2 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 & -1 \\ -1 & 4 & 3 & -3 \\ 0 & -1 & 4 & 3 \\ 0 & 3 & 2 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & 5 & 1 & -4 \\ 0 & -1 & 4 & 3 \\ 0 & 3 & 2 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & 1 & -4 \\ -1 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & -2 \end{vmatrix} = -7$$

Vì 7 là số nguyên tố nên ta chỉ xét đến số nguyên tố $p = 7$. Do $7 \mid f(2)$ và $7 \mid f'(2)$ nên ta xét đa thức $f(x+2) = x^3+7x^2+14x+7$

home

◂◂

◂

▸

▸▸

Back

FullSc

Close

Quit

GIẢI.

a) Với $f(x) = x^3 + x^2 - 2x - 1$ ta có $f'(x) = 3x^2 + 2x - 2$ và

$$R(f, f') = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ 3 & 2 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 2 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & -1 & 4 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & -1 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 3 & 2 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 & -1 \\ -1 & 4 & 3 & -3 \\ 0 & -1 & 4 & 3 \\ 0 & 3 & 2 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & 5 & 1 & -4 \\ 0 & -1 & 4 & 3 \\ 0 & 3 & 2 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & 1 & -4 \\ -1 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & -2 \end{vmatrix} = -7$$

Vì 7 là số nguyên tố nên ta chỉ xét đến số nguyên tố $p = 7$. Do $7 \mid f(2)$ và $7 \mid f'(2)$ nên ta xét đa thức $f(x+2) = x^3+7x^2+14x+7$ Vậy đa thức $f(x+2)$ là dạng Eisenstein liên kết với 7. Suy ra $f(x+2)$ là bất khả quy trên $\mathbb{Q}$ và $f(x)$ cũng vậy.

home
◄◄
◄
►
►►
Back
FullSc
Close
Quit

GIẢI.

a) Với $f(x) = x^3 + x^2 - 2x - 1$ ta có $f'(x) = 3x^2 + 2x - 2$ và

$$R(f,f') = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ 3 & 2 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 2 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & -1 & 4 & 3 & -3 \\ 0 & 0 & -1 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 3 & 2 & -2 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 & -1 \\ -1 & 4 & 3 & -3 \\ 0 & -1 & 4 & 3 \\ 0 & 3 & 2 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 & -1 \\ 0 & 5 & 1 & -4 \\ 0 & -1 & 4 & 3 \\ 0 & 3 & 2 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & 1 & -4 \\ -1 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & -2 \end{vmatrix} = -7$$

Vì 7 là số nguyên tố nên ta chỉ xét đến số nguyên tố $p = 7$. Do $7 \mid f(2)$ và $7 \mid f'(2)$ nên ta xét đa thức $f(x+2) = x^3+7x^2+14x+7$ Vậy đa thức $f(x+2)$ là dạng Eisenstein liên kết với 7. Suy ra $f(x+2)$ là bất khả quy trên $\mathbb{Q}$ và $f(x)$ cũng vậy.

Vì $(x) = x^3 + x^2 - 2x - 1$ là một đa thức nguyên bản nên nó sẽ bất khả quy trên $\mathbb{Z}$.

CÁC ĐA GIÁC NEWTON

home

◄◄

◄

►

►►

Back

FullSc

Close

Quit

1.2.15 Định nghĩa. Cho đa thức $f(x) = \sum_{i=0}^{n} a_i x^i \in \mathbb{Z}[x]$ với $a_0 a_n \neq 0$ và p là một số nguyên tố. Với $i \in \{0; 1; ...; n\}$, ta đặt $x_i = i$ và $y_i \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\} \cup \{+\infty\}$ sao cho $p^{y_i} \mid a_{n-i}$, $p^{y_i+1} \nmid a_{n-i}$ nếu $a_{n-i} \neq 0$ và $y_i = +\infty$ nếu $a_{n-i} = 0$. Vì vậy ta có một tập hợp điểm $S = \{(x_0; y_0); ...; (x_n; y_n)\}$ trong mặt phẳng được mở rộng. Ta xét các cạnh dưới dọc theo bao lồi của các điểm này thỏa mãn các điều kiện sau:

i) Cạnh bên trái nhất có một điểm mút là $(x_0; y_0)$ và cạnh bên phải nhất có một điểm mút là $(x_n; y_n)$;

ii) Các điểm mút của mọi cạnh đều thuộc tập S;

iii) Nếu $(x_i; y_i)$ và $(x_j; y_j)$ là hai điểm mút của một cạnh như vậy thì mọi điểm $(x_u; y_u)$, với $i < u < j$, nằm trên hoặc ở phía trên đường thẳng đi qua hai điểm $(x_i; y_i)$ và $(x_j; y_j)$.

Đường đi được tạo thành bởi các cạnh này được gọi là đa giác Newton của $f(x)$ liên kết với p.

home
◀◀
◀
▶
▶▶
Back
FullSc
Close
Quit

CÁC ĐA GIÁC NEWTON

1.2.15 Định nghĩa. Cho đa thức $f(x) = \sum_{i=0}^{n} a_i x^i \in \mathbb{Z}[x]$ với $a_0 a_n \neq 0$ và p là một số nguyên tố. Với $i \in \{0; 1; ...; n\}$, ta đặt $x_i = i$ và $y_i \in \mathbb{Z}^+ \cup \{0\} \cup \{+\infty\}$ sao cho $p^{y_i} \mid a_{n-i}$, $p^{y_i+1} \nmid a_{n-i}$ nếu $a_{n-i} \neq 0$ và $y_i = +\infty$ nếu $a_{n-i} = 0$. Vì vậy ta có một tập hợp điểm $S = \{(x_0; y_0); ...; (x_n; y_n)\}$ trong mặt phẳng được mở rộng. Ta xét các cạnh dưới dọc theo bao lồi của các điểm này thỏa mãn các điều kiện sau:

i) Cạnh bên trái nhất có một điểm mút là $(x_0; y_0)$ và cạnh bên phải nhất có một điểm mút là $(x_n; y_n)$;

ii) Các điểm mút của mọi cạnh đều thuộc tập S;

iii) Nếu $(x_i; y_i)$ và $(x_j; y_j)$ là hai điểm mút của một cạnh như vậy thì mọi điểm $(x_u; y_u)$, với $i < u < j$, nằm trên hoặc ở phía trên đường thẳng đi qua hai điểm $(x_i; y_i)$ và $(x_j; y_j)$.

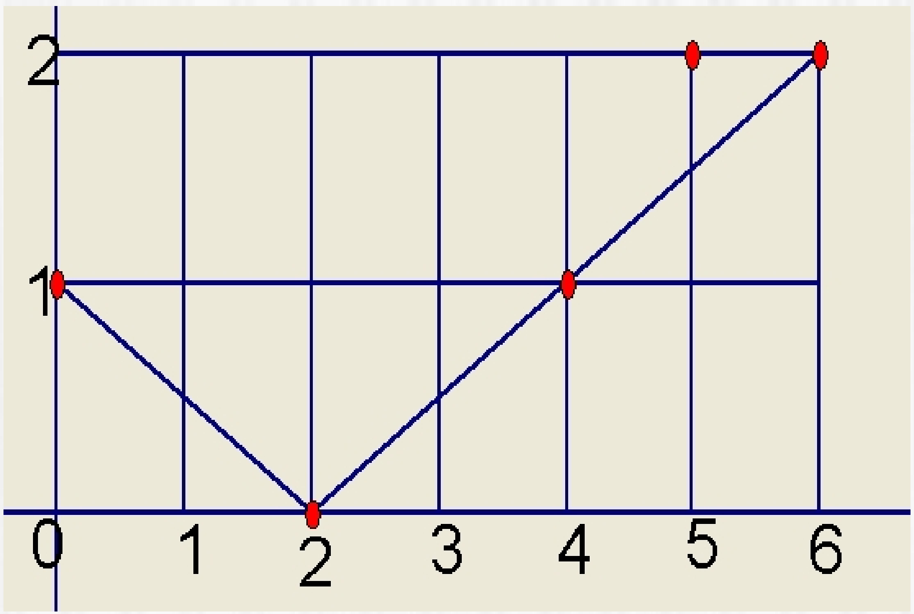
Đường đi được tạo thành bởi các cạnh này được gọi là đa giác Newton của $f(x)$ liên kết với p.

1.2.16 Nhận xét. Độ dốc (hay hệ số góc) của các cạnh luôn luôn tăng thực sự khi tính từ cạnh bên trái nhất đến cạnh bên phải nhất.

home ◂◂ ◂ ▸ ▸▸ Back FullSc Close Quit

Ví dụ. Nếu $f(x) = 2x^6 + x^4 + 2x^2 + 4x + 4$ $(a_6 = 2, a_5 = 0, a_4 = 1, a_3 = 0, a_2 = 2)$, thì đa giác Newton của $f(x)$ liên kết với 2 bao gồm hai cạnh, một cạnh từ $(0; 1)$ đến $(2; 0)$ và cạnh kia từ $(2; 0)$ đến $(6; 2)$

Ví dụ. Nếu $f(x) = 2x^6 + x^4 + 2x^2 + 4x + 4$ $(a_6 = 2, a_5 = 0, a_4 = 1, a_3 = 0, a_2 = 2)$, thì đa giác Newton của $f(x)$ liên kết với 2 bao gồm hai cạnh, một cạnh từ $(0;1)$ đến $(2;0)$ và cạnh kia từ $(2;0)$ đến $(6;2)$



Đa giác Newton của tích hai đa giác

1.2.17 Định lí *(Định lí Dumas).*

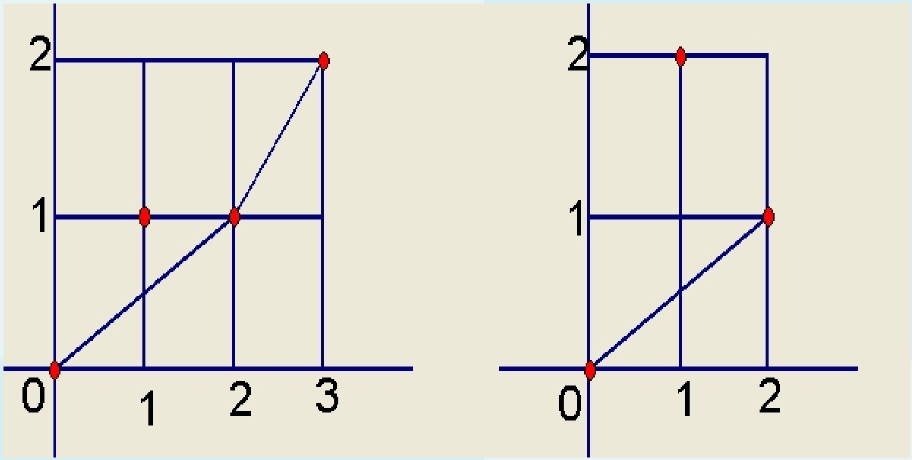
1.2.17 Định lí *(Định lí Dumas).*

Cho $g(x), h(x) \in \mathbb{Z}[x]$ với $g(0)h(0) \neq 0$ và p là một số nguyên tố. Cho k là một số nguyên không âm sao cho p^k chia hết hệ số bậc cao nhất của $g(x)h(x)$ nhưng p^{k+1} thì không. Khi đó các cạnh của đa giác Newton của $g(x)h(x)$liên kết với p có thể được tạo thành bằng cách dựng đường đi của đa giác bắt đầu tại điểm $(0; k)$ và tịnh tiến các cạnh của đa giác Newton của $g(x)$ và $h(x)$ liên kết với p, cần tịnh tiến một cách chính xác mỗi cạnh của các đa giác Newton tương ứng với $g(x)$ và $h(x)$. Điều cần thiết là các cạnh được tịnh tiến như phương pháp phải tạo thành đường đi của một đa giác với độ dốc tăng dần của các cạnh.

Ví dụ. Xét hai đa thức $g(x) = x^3 + 3x^2 + 12x + 9$ và $h(x) = 2x^2 + 9x + 3$ và số nguyên tố $p = 3$.

Đa giác Newton của $g(x)$ gồm hai cạnh, một cạnh với độ dốc $\frac{1}{2}$ và cạnh kia với độ dốc 1. Đa giác Newton của $h(x)$ chỉ có một cạnh với độ dốc $\frac{1}{2}$

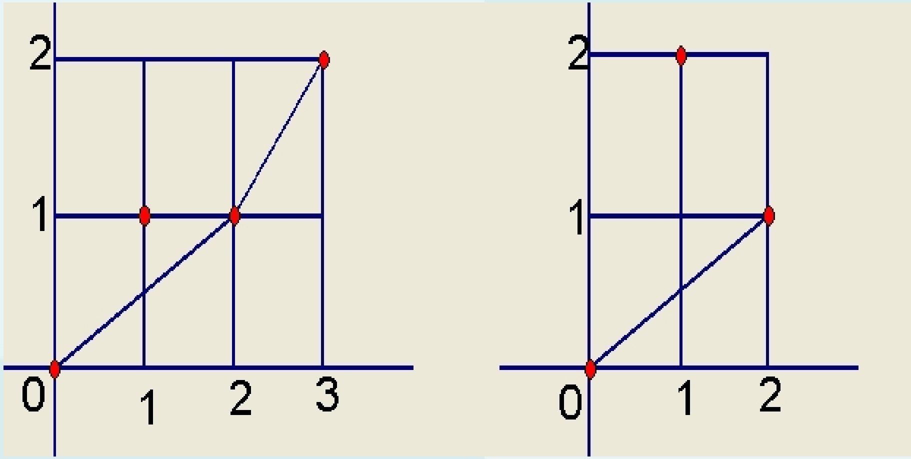
Ví dụ. Xét hai đa thức $g(x) = x^3 + 3x^2 + 12x + 9$ và $h(x) = 2x^2 + 9x + 3$ và số nguyên tố $p = 3$.



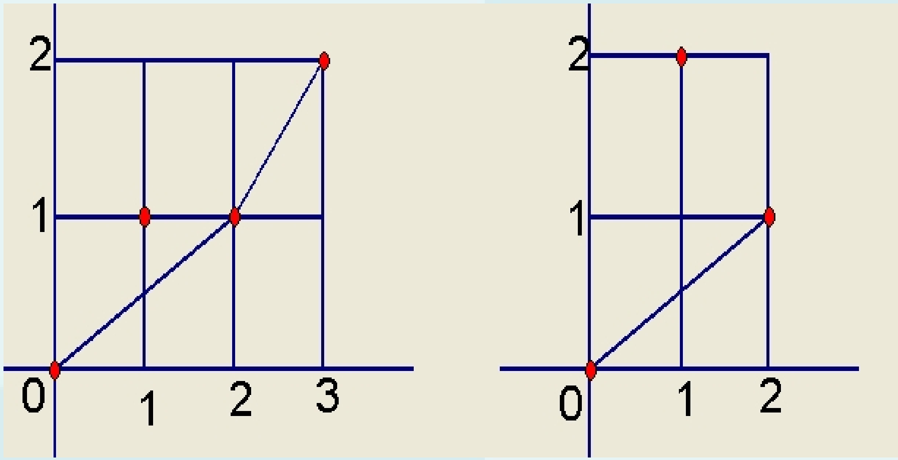
Đa giác Newton của $g(x)h(x) = 2x^5 + 15x^4 + 54x^3 + 135x^2 + 117x + 27$ gồm hai cạnh, một cạnh với độ dốc $\frac{1}{2}$ và cạnh kia với độ dốc 1 (việc tịnh tiến các cạnh của các đa giác Newton của $g(x)$ và $h(x)$ với độ dốc $\frac{1}{2}$ phải hợp lại thành một cạnh đơn trong đa giác Newton của $g(x)h(x)$).

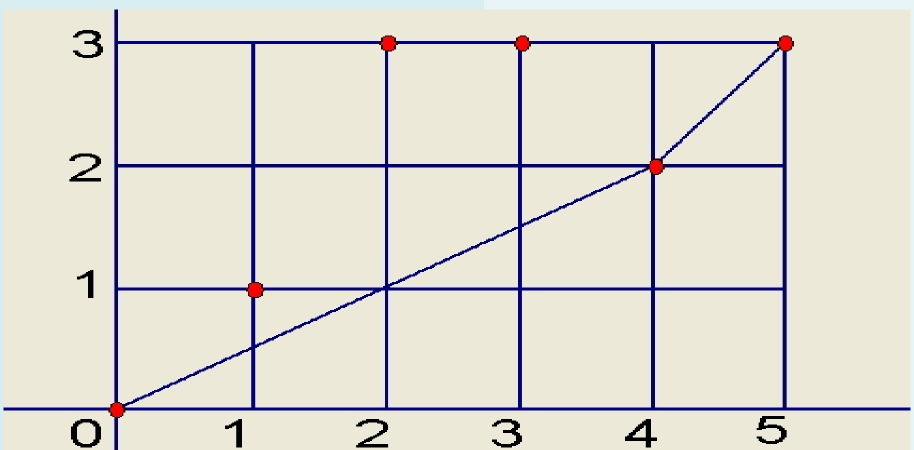
home
◂◂
◂
▸
▸▸
Back
FullSc
Close
Quit

Ví dụ. Xét hai đa thức $g(x) = x^3 + 3x^2 + 12x + 9$ và $h(x) = 2x^2 + 9x + 3$ và số nguyên tố $p = 3$.



Ví dụ. Xét hai đa thức $g(x) = x^3 + 3x^2 + 12x + 9$ và $h(x) = 2x^2 + 9x + 3$ và số nguyên tố $p = 3$.





home
◂◂
◂
▸
▸▸
Back
FullSc
Close
Quit

1.2.19 Hệ quả Cho đa thức $f(x) \in \mathbb{Z}[x]$ có bậc n với $f(0) \neq 0$ và giả sử rằng có các đa thức $g_1(x)$, $g_2(x)$,..., $g_r(x) \in \mathbb{Z}[x]$ (không nhất thiết bất khả quy) sao cho $f(x) = g_1(x)g_2(x)...g_r(x)$. Cho p là một số nguyên tố và các điểm $(x'_0; y'_0), (x'_1; y'_1), ..., (x'_k; y'_k)$ với $x'_0 = 0 < x'_1 < ... < x'_k = n$ là một danh sách đầy đủ các điểm nguyên trên đa giác Newton của $f(x)$ liên kết với p. Với $j \in \{0; 1; ...; k\}$, đặt $b_j = x'_j - x'_{j-1}$. Khi đó tồn tại $\varepsilon_{i,j} \in \{0; 1\}$, trong đó $i \in \{1; 2; ...; r\}$ và $j \in \{1; 2; ...; k\}$ sao cho với mỗi j, có một và chỉ một i để $\varepsilon_{i,j} = 1$ và với mỗi i thì $\deg g_i(x) = \sum_{j=1}^{k} \varepsilon_{i,j} b_j$.

2.2.12 Ví dụ. Xét tính bất khả quy trên $\mathbb{Z}$ của đa thức $f(x) = x^6 + 24x^5 + 12x^3 - 18x + 36$.

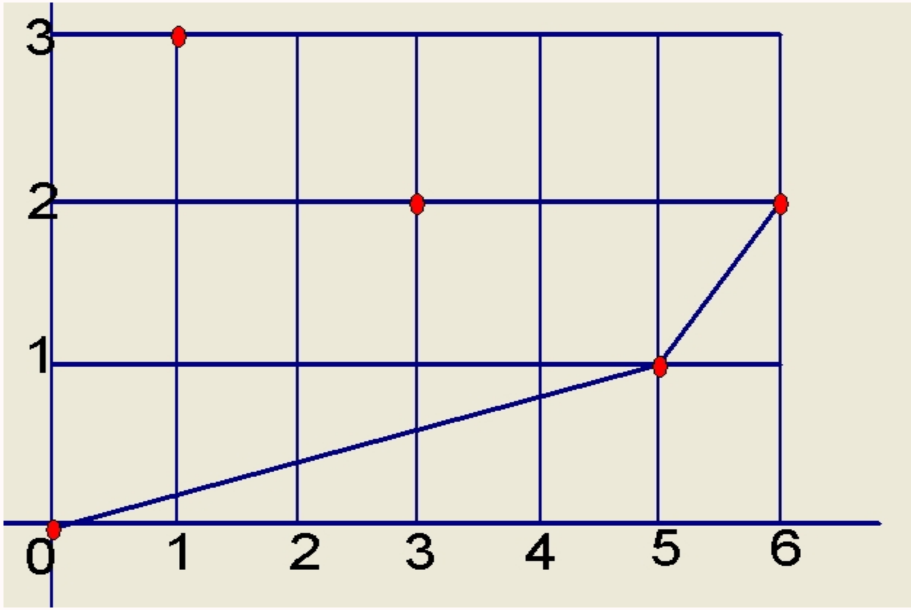
Giải.

Giải.

Ta có $f(x) = x^6 + 24x^5 + 12x^3 - 18x + 36 = 2^0 3^0 x^6 + 2^3 3^1 x^5 + 2^2 3^1 x^3 - 2^1 3^2 x + 2^2 3^2$. Đa giác Newton của $f(x)$ liên kết với $p = 2$ có hai cạnh, một cạnh từ $(0; 0)$ đến $(5; 0)$ và cạnh kia từ $(5; 0)$ đến $(6; 2)$.

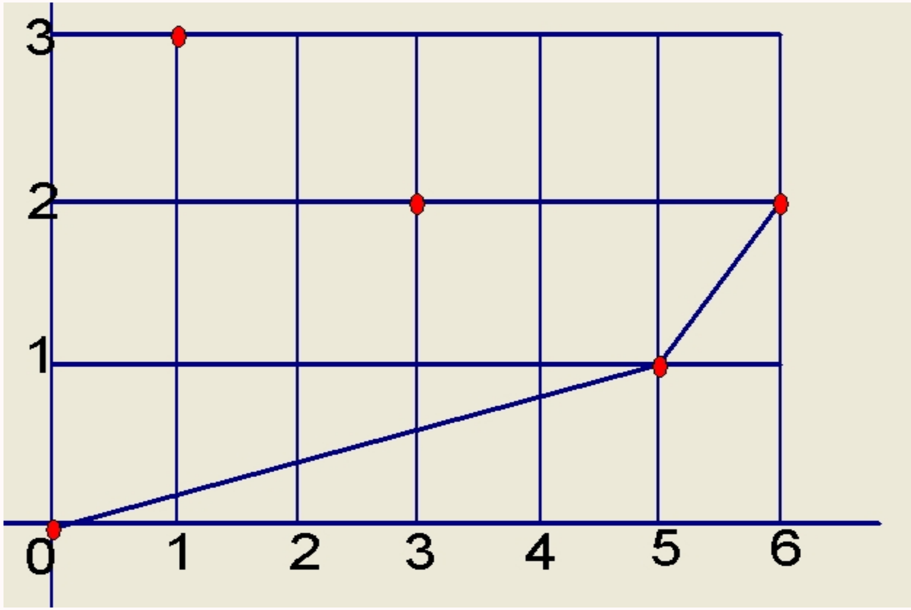
Giải.

Ta có $f(x) = x^6 + 24x^5 + 12x^3 - 18x + 36 = 2^0 3^0 x^6 + 2^3 3^1 x^5 + 2^2 3^1 x^3 - 2^1 3^2 x + 2^2 3^2$. Đa giác Newton của $f(x)$ liên kết với $p = 2$ có hai cạnh, một cạnh từ $(0; 0)$ đến $(5; 0)$ và cạnh kia từ $(5; 0)$ đến $(6; 2)$.



Giải.

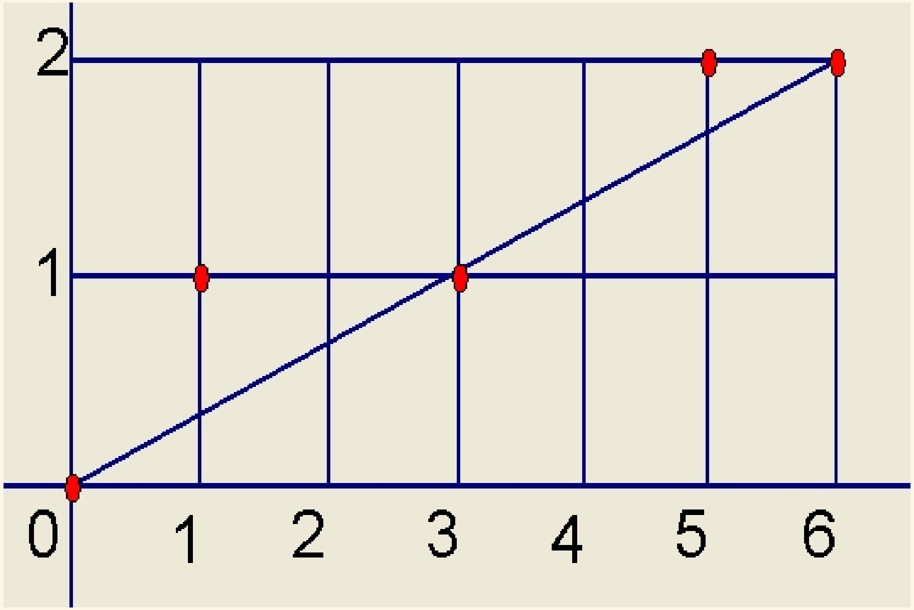
Ta có $f(x) = x^6 + 24x^5 + 12x^3 - 18x + 36 = 2^0 3^0 x^6 + 2^3 3^1 x^5 + 2^2 3^1 x^3 - 2^1 3^2 x + 2^2 3^2$. Đa giác Newton của $f(x)$ liên kết với $p = 2$ có hai cạnh, một cạnh từ $(0;0)$ đến $(5;0)$ và cạnh kia từ $(5;0)$ đến $(6;2)$.



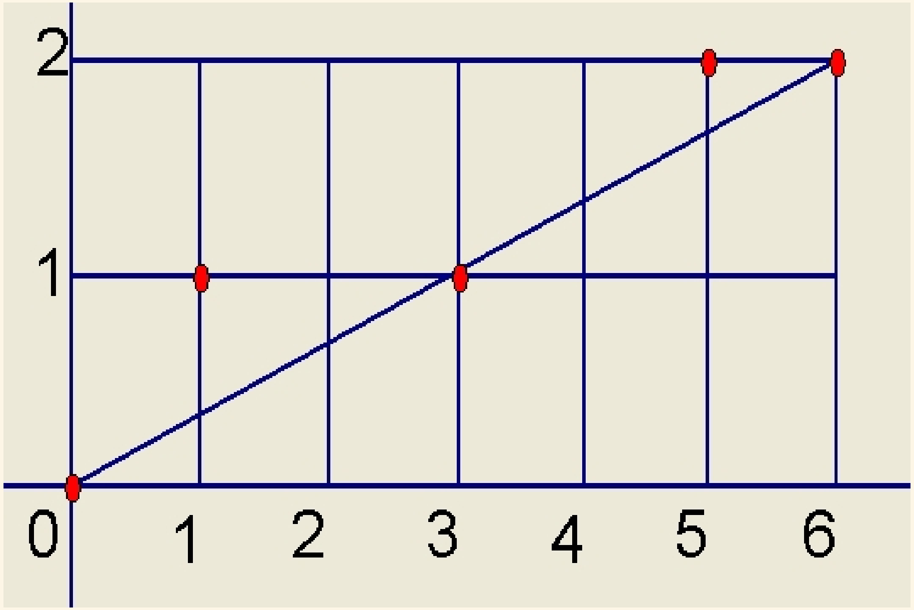
Theo định lí Dumas, đa thức $f(x)$ là bất khả quy trên $\mathbb{Q}$ hoặc $f(x)$ là tích của một đa thức tuyến tính và một đa thức bất khả quy trên $\mathbb{Q}$ có bậc 5.

Mặt khác, đa giác Newton của $f(x)$ liên kết với 3 chỉ có một cạnh với độ dốc $\frac{1}{3} < \frac{1}{2}$

Mặt khác, đa giác Newton của $f(x)$ liên kết với 3 chỉ có một cạnh với độ dốc $\frac{1}{3} < \frac{1}{2}$

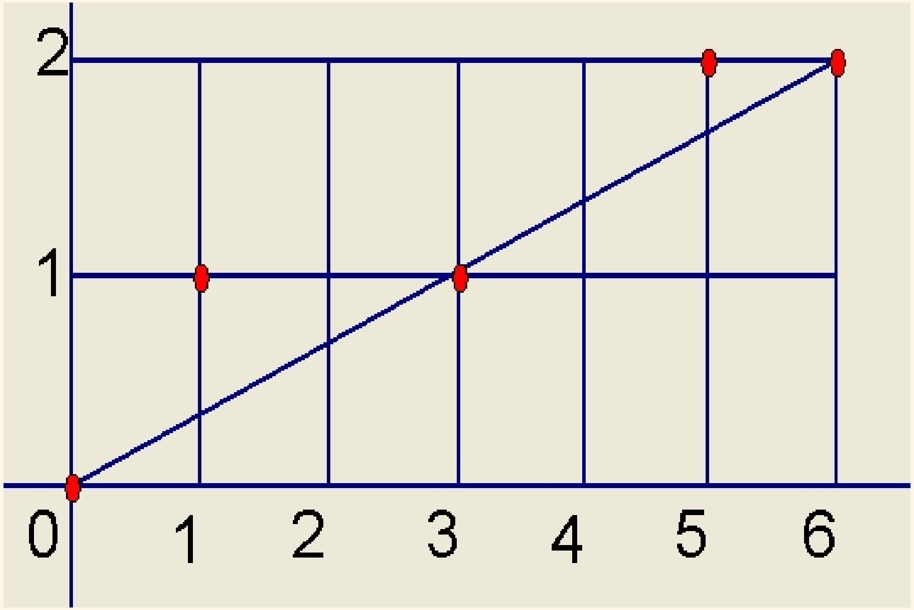


Mặt khác, đa giác Newton của $f(x)$ liên kết với 3 chỉ có một cạnh với độ dốc $\frac{1}{3} < \frac{1}{2}$



áp dụng bổ đề 2.2.9 với $p = 3$ ta suy ra $f(x)$ không có một nhân tử nào với bậc trong đoạn $[1; 2]$.

Mặt khác, đa giác Newton của $f(x)$ liên kết với 3 chỉ có một cạnh với độ dốc $\dfrac{1}{3} < \dfrac{1}{2}$



áp dụng bổ đề 2.2.9 với $p = 3$ ta suy ra $f(x)$ không có một nhân tử nào với bậc trong đoạn $[1; 2]$.

Vậy đa thức $f(x)$ là bất khả quy trên $\mathbb{Q}$. Hơn nữa, do $f(x)$ là một đa thức nguyên bản nên nó bất khả quy trên $\mathbb{Z}$.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

home
◄◄
◄
►
►►
Back
FullSc
Close
Quit

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Lê Hải Châu (1983), *Tuyển chọn các bài toán cấp 3 tập II*, NXB Giáo dục.

2. Phan Đức Chính (1999), *101 bài toán chọn lọc lớp 11 - 12 PTTH*, NXB Trẻ.

3. Ngô Thúc Lanh (1987), *Đại số và số học tập ba*, NXB Giáo dục.

4. Nguyễn Văn Mậu(2002), *Đa thức đại số và phân thức hữu tỉ*,NXB Giáo dục, Đà Nẵng.

5. Nguyễn Văn Mậu (Chủ biên), Lê Ngọc Lăng, Phạm Thế Long, Nguyễn Minh Tuấn (2006) , *Các đề thi Olympic Toán sinh viên toàn quốc*,NXB Giáo dục.

6. Lê Hoành Phò (2003), *Chuyên khảo đa thức*,NXB ĐHQG T/p. Hồ Chí Minh.

7. Nguyễn Tiến Quang (1987), *Bài tập đại số và số học tập 3*,NXB Giáo dục.

8. Sở GD. & ĐT T/p. Hồ Chí Minh (2001), *Tuyển tập đề thi Olympic 30-4 lần thứ VII - môn Toán*,NXB Giáo dục.

9. Bộ GD. & ĐT, Hội Toán học Việt Nam (2003), *Toán học và tuổi trẻ*,11(317), NXB Giáo dục.

10. GD. & ĐT, Hội Toán học Việt Nam (2004), "Đề và đáp án thi học sinh giỏi quốc gia môn Toán-năm học 2002-2003", *Toán học và tuổi trẻ*,1(319), NXB Giáo dục.

11. Dorwart. H. L (1935), "Irreducibility of Polynomials", *The American Mathematical Monthly, Vol. 42, No. 6 (Jun. - Jul., 1935), 369-381*.

12. Filaseta M. (1998) , *The theory of irreducible polynomials*, Math 788F, 9(313).

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC QUY NHƠN

Lê Xuân Khang

ĐA THỨC BẤT KHẢ QUY

Chuyên ngành: Phương pháp toán sơ cấp
Mã số: 60-46-40

Người hướng dẫn khoa học

PGS.TS. NGUYỄN ĐỨC MINH

Quy Nhơn, năm 2007

1

1.2.3 Định lí. Cho $f(x) \in \mathbb{Z}[x]$. Nếu f(x) bất khả quy trên $\mathbb{Z}[x]$ thì $f(x)$ bất khả quy trên $\mathbb{Q}[x]$. Ngược lại, nếu $f(x)$ bất khả quy trên $\mathbb{Q}[x]$ và là đa thức nguyên bản thì $f(x)$ bất khả quy trên $\mathbb{Z}[x]$.

1.2.4 Định lí. Mọi đa thức monic khác hằng thuộc $F[x]$ đều có duy nhất một cách phân tích thành tích của các đa thức monic bất khả quy trong $F[x]$ không kể đến thứ tự của các nhân tử.

1.2.5 Định lí. Cho $f(x) \in \mathbb{R}[x]$. Khi đó, điều kiện cần và đủ để $f(x)$ bất khả quy trên $\mathbb{R}$ là $deg f = 1$ hoặc $f(x)$ là một đa thức bậc hai không có nghiệm thực.

1.2.6 Nhận xét. Mọi đa thức có bậc $\geqslant 2$ trên $\mathbb{C}[x]$ đều khả quy trên $\mathbb{C}$ và mọi đa thức trên $\mathbb{R}[x]$ với bậc lớn hơn 2 đều phân tích được thành nhân tử bậc nhất và bậc hai nên cũng có thể coi là khả quy trên $\mathbb{R}$. Vì vậy, tính bất khả quy của đa thức thực chất chỉ có ý nghĩa trên $\mathbb{Q}$ và $\mathbb{Z}$ hoặc trên L với L là tập con thực sự của $\mathbb{R}$.

1.2.7 Định lí *(Tiêu chuẩn Eisenstein). Cho đa thức* $f(x) = \sum_{i=0}^{n} a_i x^i \in \mathbb{Z}[x]$ *với* n *là một số nguyên dương. Nếu tồn tại một số nguyên tố* p *sao cho* $p \nmid a_n$, $p \mid a_i\ \forall i = \overline{0, \ldots, n-1}$ *và* $p^2 \nmid a_0$, *thì đa thức* $f(x)$ *là bất khả quy trên* $\mathbb{Q}$.

1.2.8 Định lí*(Tiêu chuẩn Eisenstein mở rộng). Cho đa thức* $f(x) = \sum_{i=0}^{n} a_i x^i \in \mathbb{Z}[x]$ *với* $a_n \neq 0$ *và* $n > 1$. *Giả sử tồn tại một số nguyên tố* p *thỏa mãn* $p \nmid a_n$, $\exists k \in \mathbb{Z}, 0 \leqslant k < n$ *sao cho* $p \mid a_i\ \forall i = 0, 1, \cdots, k$ *và* $p^2 \nmid a_0$, *thì đa thức* $f(x)$ *phân tích được thành tích của hai đa thức thuộc* $\mathbb{Z}[x]$ *với bậc của một trong hai đa thức đó không nhỏ hơn k+1. Với* $k = n - 1$ *ta được tiêu chuẩn Eisenstein quen biết.*

1.2.9 Định nghĩa. *Cho đa thức* $f(x) = \sum_{i=0}^{n} a_i x^i \in \mathbb{Z}[x]$, *với* n *là một số nguyên dương và cho một số nguyên tố* p.

Đa thức $f(x)$ *gọi là dạng Eisenstein liên kết với* p *nếu có một số nguyên tố* p *sao cho* $p \nmid a_n, p \mid a_j\ \forall j = \overline{0, \ldots, n-1}$ *và* $p^2 \nmid a_0$.

Đa thức $f(x)$ *gọi là Eisenstein (hay là Eisenstein liên kết với* p*) nếu có một số nguyên* a *và một số nguyên tố* p *sao cho* $f(x+a)$ *là dạng Eisenstein liên kết với* p.