TRT NG Đ I H C AN GIANG
KHOA ST PH M

NHI T LI T CHÀO M NG
H I THI BÀI GI NG ĐI N T L N III

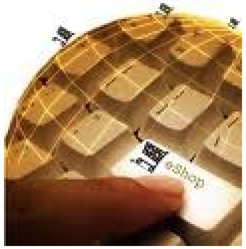
2010

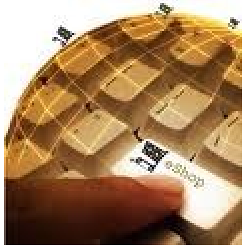
GIẢI TÍCH ĐA TRỊ

BỘ MÔN TOÁN – KHOA SƯ PHẠM- TRƯỜNG ĐẠI HỌC AN GIANG.

GIẢNG VIÊN : LÊ KIÊN THÀNH.

MỤC LỤC



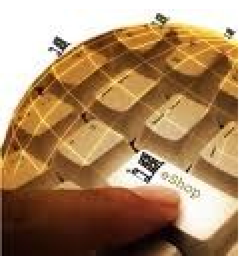


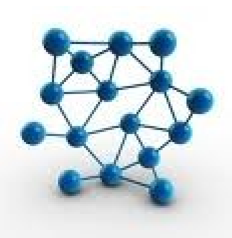
Chương 1 Kiến thức chuẩn bị

1. **Không gian tuyến tính và tập lồi**

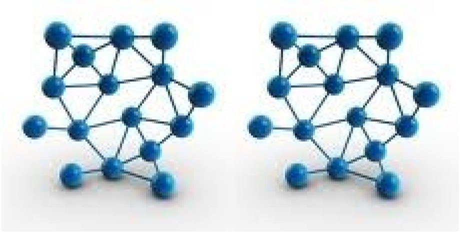
   - **Định nghĩa không gian tuyến tính.**

   - **Định nghĩa tập hợp lồi (tiết 1).**

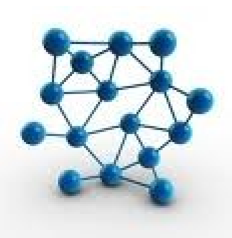




Tiết 2

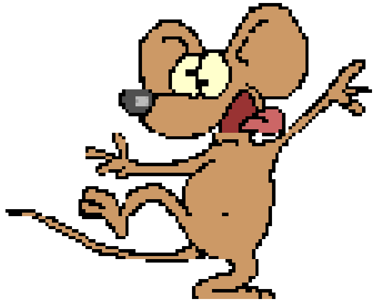


Định nghĩa và các tính chất nón lồi



NỘI DUNG BÀI GIẢNG

1. Ổn định lớp
2. kiểm tra bài cũ
3. Tiến trình bài mới
4. Củng cố
5. Dặn dò



KIỂM TRA BÀI CŨ

Bài tập. **Cho tập hợp con C không rỗng của không gian tuyến tính thực X.**

Tập hợp C có tính chất $x \in C; \lambda > 0 \Rightarrow \lambda x \in C$ **và tập hợp C thỏa điều kiện** $C + C \subset C$. **Chứng minh rằng C là tập lồi**

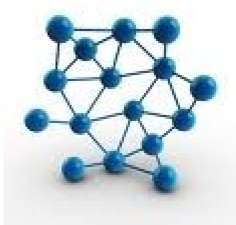
Thật vậy, với mọi $x; y \in C; \lambda \in [0;1]$ **ta có**

$$\lambda x \in C \quad (1-\lambda)y \in C$$

Với bao hàm thức $C + C \subset C$ **khi đó ta có**

$$\lambda x + (1-\lambda)y \in C$$

Nghĩa là nón C là lồi. $\square$



ĐỊNH NGHĨA VÀ TÍNH CHẤT CỦA NÓN

Nội dung

I. Định nghĩa nón

1. Nón có đỉnh
2. Nón tái tạo

II. Các tính chất của nón

1. Nón lồi
2. Nón sinh bởi một tập

ĐỊNH NGHĨA NÓN

I. Khái niệm nón

1. Định nghĩa

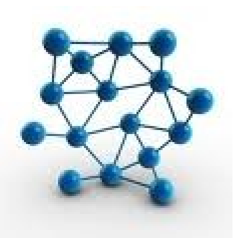
Giả sử C là một tập con không rỗng của không gian tuyến tính thực X.

1. **Tập C được gọi là Nón, nếu**

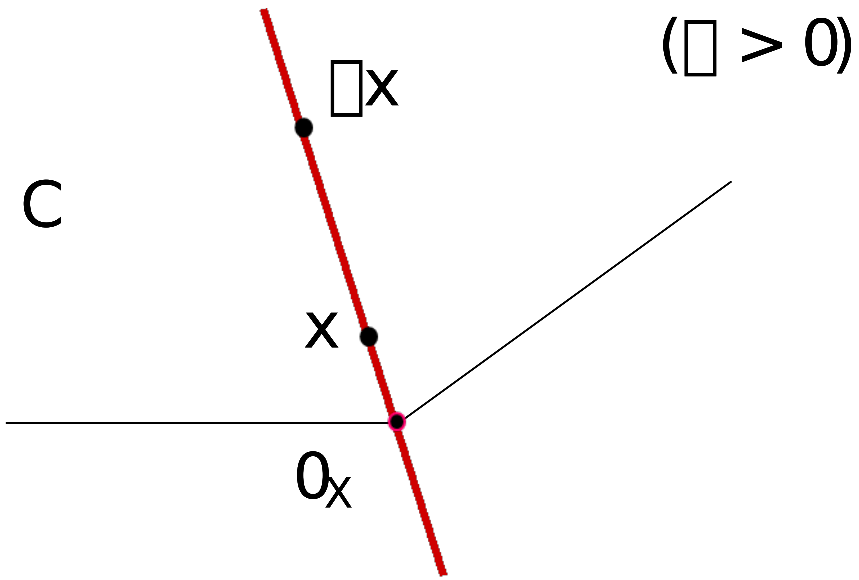
$$x \in C;\ \lambda \geq 0 \Rightarrow \lambda x \in C$$

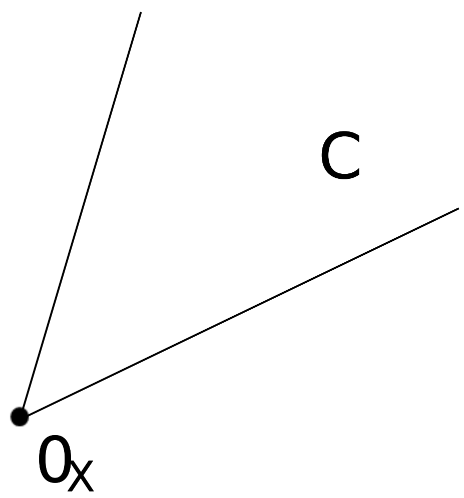
2. **Một nón C gọi là nón có đỉnh, nếu**

$$C - C = X$$



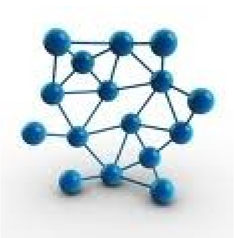
ĐỊNH NGHĨA NÓN





Nón

Nón có đỉnh



ĐỊNH NGHĨA NÓN

2. Một nón C gọi là tái tạo, nếu

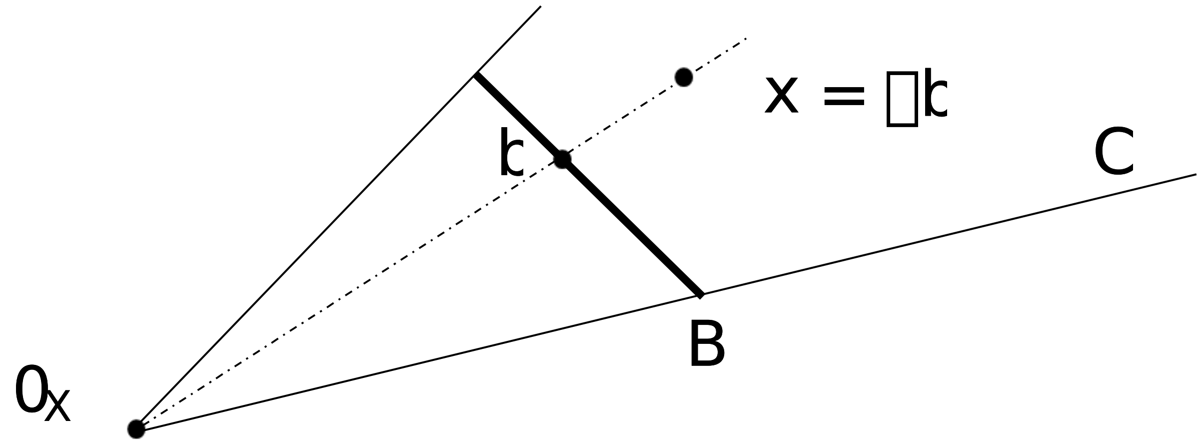
$$C \cup (-C) = \{X\}$$

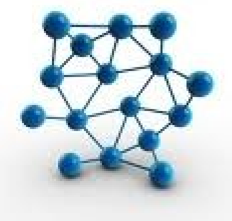
3. Tập con lồi không rỗng B của nón lồi $C \neq \{0_X\}$ **gọi là một cơ sở của C, nếu mỗi** $x \in C \setminus \{0_X\}$ **được biểu diễn duy nhất dạng**

$$x = \lambda b \quad \lambda > 0; b \in B$$

ĐỊNH NGHĨA NÓN

Cơ sở B của nón C





TÍNH CHẤT CỦA NÓN

II. Các tính chất của nón

Bổ đề 1.2

Nón C trong không gian tuyến tính thực là lồi khi và chỉ khi

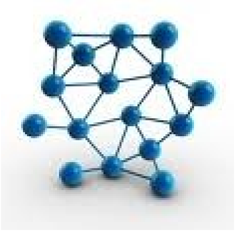
$$C + C \subset C$$

Chứng minh

$(\Rightarrow)$ **Giả sử C là nón lồi. Khi đó, với** $x; y \in C$ **ta có**

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y = \frac{1}{2}(x + y) \in C$$

Suy ra $x + y \in C$**. Vậy,** $C + C \subset C$



TÍNH CHẤT CỦA NÓN

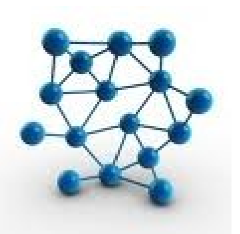
($\Leftarrow$) **Với mọi** $x; y \in C; \lambda \in [0; 1]$ **ta có**

$$\lambda x \in C \qquad (1-\lambda)y \in C$$

Với bao hàm thức $C + C \subset C$ **khi đó ta có**

$$\lambda x + (1-\lambda)y \in C$$

Nghĩa là nón C là lồi. $\square$



TÍNH CHẤT CỦA NÓN

Bổ đề 1.2

Giả sử C là nón lồi trong không gian tuyến tính thực X, với phần trong đại số không rỗng. Khi đó

a) $\operatorname{int}(C) \cup \{0_X\}$ **là nón lồi,**

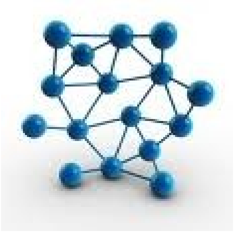
b) $\operatorname{int}(C) = C + \operatorname{int}(C)$.

TÍNH CHẤT CỦA NÓN

Chứng minh

a) Lấy bất kỳ $\bar{x} \in \operatorname{int}(C)$; $\varepsilon > 0$**. Với mọi** $x \in X$ **có** $\delta > 0$ **sao cho**

$$\bar{x} + \frac{t}{\varepsilon} x \in C; \quad \forall t \in [0; \delta]$$



Khi đó C là nón, ta lấy

$$\varepsilon\left(\bar{x} + \frac{t}{\varepsilon} x\right) = \varepsilon \bar{x} + t x \in C \quad t \in [0; \delta]$$

Vậy, ta được $\bar{x} \in \operatorname{int}(C) \Rightarrow \operatorname{int}(C) \cup \{0_X\}$ **là nón lồi.**

TÍNH CHẤT CỦA NÓN

b) Ta có phép lồng

$$\mathrm{int}(C) = \{0_X\} + \mathrm{int}(C) \subset C + \mathrm{int}(C)$$

là rõ ràng. Nên ta cần chứng minh bao hàm thức ngược lại. Lấy

bất kỳ $x \in C; \varepsilon \in \mathrm{int}(C)$ **và** $x \in X$ **. Ta có với** $\delta > 0$ **thì**

$$\varepsilon + \lambda x \in C; \quad \forall \lambda \in [0; \delta]$$

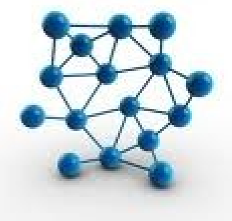
do C là tập lồi, ta có

$$x + \varepsilon + \lambda x \in C; \quad \forall \lambda \in [0; \delta]$$

chứng tỏ rằng

$$x + \varepsilon \in \mathrm{int}(C)$$

Vậy $C + \mathrm{int}(C) \subset \mathrm{int}(C).$



$\blacksquare$

TÍNH CHẤT CỦA NÓN

Bổ đề 1.4

Một nón C trong không gian tuyến tính thực X là tái tạo, nếu

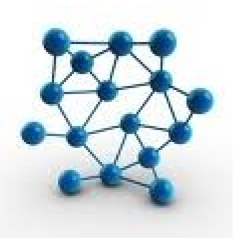
$$\operatorname{int}(C) \neq \emptyset$$

Chứng minh (Xem như bài tập).

Bổ đề 1.5

Mỗi nón lồi không tầm thường với một cơ sở trong không gian tuyến tính thực là có đỉnh.

Chứng minh (Xem như bài tập).



TÍNH CHẤT CỦA NÓN

Định nghĩa 1.8

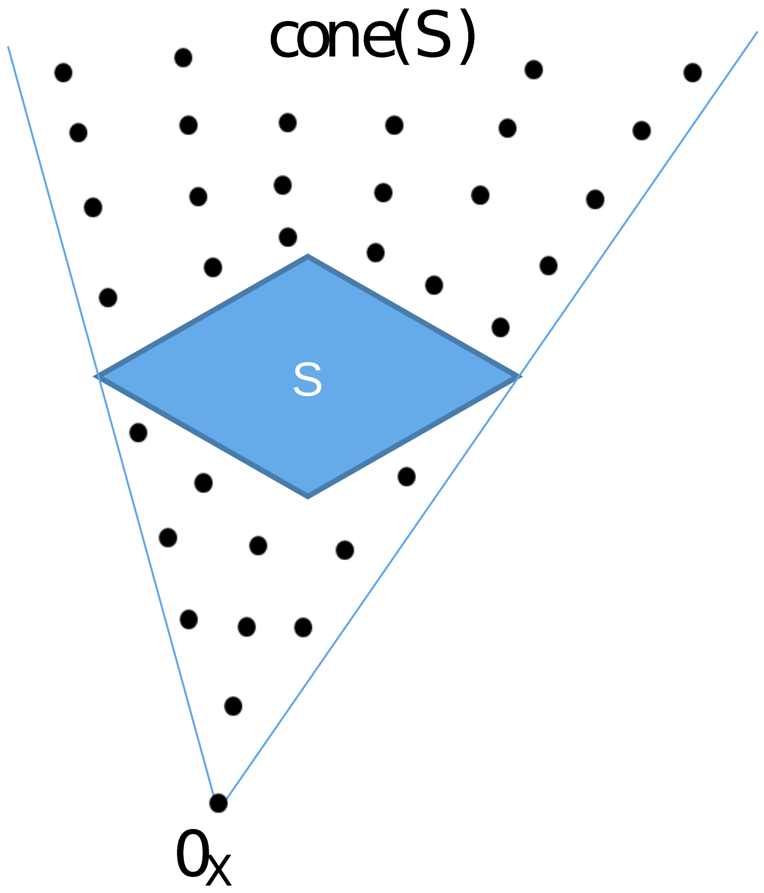
Giả sử S là một tập con không rỗng của không gian tuyến tính thực. Ký hiệu

$$\mathrm{cone}(S) = \{x \in X \mid x = \sum \lambda_s s, \forall \lambda_s \geq 0; s \in S\}$$

được gọi là *Nón sinh bởi S*.

Chuù yù: Một cơ sở B của nón C thì $\mathrm{cone}(B) = C$. Nếu $0_X \in \mathrm{int}(S)$ cho tập con không rỗng S của không gian tuyến tính thực X khi đó $\mathrm{cone}(S) = X$

Nón sinh bởi S



CHÚ Ý

- Ký hiệu một cơ sở B của nón lồi. Bởi tính lồi của B và tính duy nhất của□ thì ta có $0_X \notin B$.

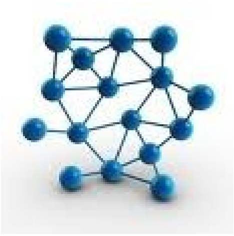
- Nón là một lớp các tập con của không gian tuyến tính thực. Phần trong của nón lồi và nón sinh bởi tập đều có các tính chất rất quan trọng.

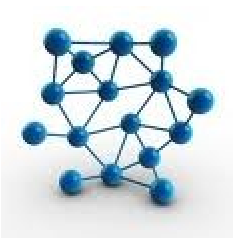
- Nón lồi sắp thứ tự (sắp bộ phận) là rất quan trọng. Sẽ được nghiên cứu trong tiết tiếp theo.

CỦNG CỐ

Nón C trong không gian tuyến tính thực là lồi, cần thỏa điều kiện gì?

Trả lời : Điều kiện đó là $C + C \subset C$

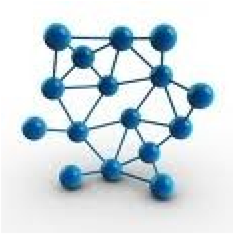




DẶN DÒ

- Nắm vững định nghĩa nón và các tính chất của nón lồi.

- Chứng minh hai bổ đề 1.4 và bổ đề 1.5



- Xem trước giáo trình ở nhà.

Cảm ơn !