BÀI THUYẾT TRÌNH

Nội dung thuyết trình

1 Hoán vị,tổ hợp và chỉnh hợp. Công thức nhị thức Newton

2 Hoán vị lặp và tổ hợp lặp

1. Hoán vị,tổ hợp và chỉnh hợp. Công thức nhị thức Newton

1.1 Hoán vị

Bài toán :

Trong giờ học môn Giáo dục quốc phòng, một tiểu đội học sinh gồm 10 người được xếp thành một hàng dọc. Hỏi có bao nhiêu cách xếp?

1.1 Hoán vị

❖ Trả lời:

Mỗi cách xếp 10 người vào hàng là một **hoán vị** của 10 người đó.

❖ **Định nghĩa hoán vị** :

Cho tập hợp **A** gồm **n** phần tử khác nhau(n>0).Khi sắp xếp phần tử này *theo một thứ tự*, ta được một Hoán vị các phần tử của tập **A** .

1.1 Hoán vị

- **Định lý:**

  Số các Hoán vị của một tập hợp có phần tử là: $P_n = n! = n(n-1)....2.1$

Quy ước : $0! = 1$

Ví dụ 1: Sắp xếp 6 học sinh vào vào 6 cái ghế. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp?

Đáp án: $P_6 = 6! = 1.2.3\ldots6 = 720$

Bài tập hoán vị

- 1. Có bao nhiêu khả năng có thể xảy ra đối với thứ tự xếp hạng giữa các đội trong một giải bóng đá có 5 đội bóng?(không có trường hợp 2 đội bóng cùng hạng)
- 2. Tập hợp X={a,b,c}. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp 3 chữ cái trên?
- 3. Sắp xếp 6 học sinh vào vào 6 cái ghế. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp?
- ...

1.2Chỉnh hợp

Chỉnh hợp:

- Bài toán: Trong trận chung kết bóng đá phải phân định thắng thua bằng đá luân lưu 11m . Huấn luyện viên của mỗi đội cần trình với trọng tài một danh sách sắp thứ tự 5 cầu thủ trong số 11 cầu thủ của đội để tham gia đá.

Có bao nhiêu cách sắp xếp danh sách thứ tự 5 cầu thủ????

1.2 Chỉnh hợp

- Trả lời:

Mỗi danh sách có xếp **thứ tự** 5 cầu thủ được gọi là một **chỉnh hợp** chập 5 của 11 cầu thủ.

- **Định nghĩa chỉnh hợp** :
- Cho A là tập hợp gồm n phần tử (khác nhau). Mỗi bộ phận gồm k phần tử($1 \leq k \leq n$) sắp thứ tự của tập hợp A được gọi là một chỉnh hợp chập k của n phần tử.
- Số các chỉnh hợp chập k của n phần tử ký hiệu là:

$$A_n^k$$

1.2Chỉnh hợp

❖ Công thức :

Công thức: $$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Nhận xét: Hai Chỉnh hợp khác nhau khi và chỉ khi hoặc có ít nhất một phần tử của Chỉnh hợp này **không là phần tử** của Chỉnh hợp kia hoặc các phần tử của Chỉnh hợp giống nhau nhưng được sắp xếp theo **thứ tự khác nhau**.

1.2 Bài tập chỉnh hợp

- 1. Từ 10 học sinh giỏi của trường chọn ra 4 học sinh thi học sinh giỏi cấp thành phố với 4 môn toán , lý , hóa, sinh. Hỏi có mấy cách chọn 4 học sinh từ 10 học sinh?
- 2. sắp xếp 5 người vào một băng ghế có 7 chổ. Hỏi có bao nhiêu cách ?

1.3 Tổ hợp

- **Tổ hợp:**
- Bài toán: Trong mặt phẳng cho tập hợp P gồm n điểm. Hỏi:
  - a. Có bao nhiêu đoạn thẳng mà hai đầu mút thuộc P?
  - B. Có bao nhiêu vector có hướng mà điểm đầu và điểm cuối thuộc P?

1.3 Tổ hợp

- Định nghĩa:
- Cho tập A có n phần tử và số nguyên k với $0 \leq k \leq n$. Mỗi tập con của A có k phần tử gọi là một tổ hợp chập k của n phần tử(gọi tắt là tổ hợp chập k của A).

- Định lý: Số các tổ hợp chập k của n phần tử($0 \leq k \leq n$) là $C_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$

1.3 Tổ hợp

- Tính chất:

$$C_n^{n-k} = C_n^k$$

$$C_n^0 = C_n^n = 1$$

$$C_n^1 = C_n^{n-1} = n$$

$$C_{n+1}^k = C_n^k + C_n^{k-1} \quad (k \geq 1)$$

Khác nhau của chỉnh hợp và tổ hợp??

Chỉnh hợp : quan tâm đến *thứ tự* của các phần tử, còn tổ hợp thì không

1.3 Tổ hợp

- Bài tập:
- 1.Từ 10 học sinh của trường chọn ra 4 học sinh lập đội công tác xã hội. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ?

2. Từ 12 màu sơn mà cửa hàng A có, nếu cần mua 7 màu từ 12 màu ở cửa hàng có. Không quan tâm màu sắc được chọn và không tồn tại màu sắc được chọn có màu trùng nhau. Hỏi có mấy cách chọn?

1.4 Nhị thức Newton

- Công thức :

$$(x+y)^n = C_n^0 x^0 y^n + C_n^1 x^1 y^{n-1} + \ldots + C_n^n x^n y^0$$

$$= \sum_{k=0}^{n} C_n^k x^k y^{n-k}$$

- Tính chất :
  - Số các số hạn của công thức là n+1
  - Tổng các số mũ của x và y trong mỗi số hạng luôn luôn bằng số mũ của nhị thức: k+n-k= n

1.4 Nhị thức Newton

- Số hạng tổng quát của nhị thức là : $T_{k+1} = C_n^k a^{n-k} b^k$
- Các hệ số nhị thức cách đều hai số hạn đầu và cuối thì bằng nhau.
- ...

Ví dụ:

$(x+y)^6 = C_6^0 x^0y^6 + C_6^1 x^1y^5 + C_6^2 x^2y^4 + C_6^3 x^3y^3 + C_6^4 x^4y^2 + C_6^5 x^5y^1 + C_6^6 x^6y^0$

1.4 Nhị thức Newton

❖ Một số khai triển hay sử dụng:

- $2^n = (1+1)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k = C_n^0 + C_n^1 + \ldots + C_n^n$

- $0 = (1-1)^n = \sum_{k=0}^{n} (-1)^k C_n^k = C_n^0 - C_n^1 + \ldots + (-1)^n C_n^n$

- $(1-x)^n = \sum_{k=0}^{n} (-1)^k C_n^k x^k = C_n^0 x^0 - C_n^1 x^1 + \ldots + (-1)^n C_n^n x^n$

…

1.4 Nhị thức Newton

❖ Bài tập:

Ví dụ 1.1: (Đ(H Thủy lợi cơ sở II, 2000) Khai triển và rút gọn đa thức:

$$Q(x) = (1+x)^9 + (1+x)^{10} + \dots + (1+x)^{14}$$

Ta được đa thức: $Q(x) = a_0 + a_1 x + \dots + a_{14} x^{14}$

Xác định hệ số a_9.

2.1 Hoán vị lặp

- **Định nghĩa** : Có k loại vật, loại thứ j có nj vật giống nhau(không phân biệt) ($1\leq j\leq k$)
- Tổng số vật $n=n_1+n_2+\ldots+n_k$

Mỗi cách sắp xếp có thứ tự n đối tượng đã cho gọi là một hoán vị lặp của n.

- Số hoán vị của n đối tượng, trong đó có
  - n_1 đối tượng giống nhau thuộc loại 1.
  - n_2 đối tượng giống nhau thuộc loại 2.
  - n_k đối tượng giống nhau thuộc loại k

Số phép hoán vị lặp: $P^*_n = \dfrac{n!}{n_1!\,n_2!\ldots n_k!}$

2.1 Hoán vị lặp

- Ví dụ: Có bao nhiêu chuỗi ký tự khác nhau bằng cách sắp xếp các chữ cái của từ SUCCESS?
- Giải: Trong từ SUCCESS có 3 chữ S, 1 chữ U, 2 chữ C và 1 chữ E. Do đó số chuỗi có được là :

$$\frac{7!}{3!1!2!1!} = 420$$

- Chú ý: Hoán vị không lặp bằng hoán vị lặp khi $n_1 = n_2 = n_3 \ldots = n_k = 1$

Bài tập hoán vị lặp

1/ sắp 7 chữ số 5,5,5,8,8,7,7 vào 7 vị trí cho trước (không sắp trùng)

5	8	5	8	7	5	7

(1 cách sắp)

Giải:

3 loại vật $\begin{cases} n_1 = 3 \\ n_2 = 2 \\ n_3 = 2 \end{cases}$ số cách sắp: $P_7^*(3,2,2) = \dfrac{7!}{3!2!2!} = 210$

Bài tập hoán vị lặp

- 2/ Từ các chữ số 1,2,3 lập được bao nhiêu số tự nhiên có đúng 5 chữ số 1,2 chữ số 2 và 3 chữ số 3.
- Giải:

xem số cần lập có 10 chữ số gồm 5 chữ số 1 giống nhau, 2 chữ số 2 giống nhau và 3 chữ số 3 giống nhau.

Vậy có:

$$\frac{10!}{5!2!3!} = 2520 \text{ số}$$

ĐA THỨC NEWTON:

$$(x_1 + x_2 + \ldots + x_k)^n = \sum P^*(n_1, n_2 \ldots n_k)\, x_1^{n_1} \cdot x_2^{n_2} \ldots x_k^{n_k}$$

$$n_1 + n_2 + \ldots + n_k = n$$

Vd:

a./ Tính hệ số của ($x^4 y^3 z^2 t$) trong khai triển $(x+y+z+t)^{10}$

Giải:

$$P^*_{10}(4,3,2,1) = \frac{10!}{4!3!2!} = 12600$$

ĐA THỨC NEWTON:

b/. Suy ra hệ số của ($x^4 y^3 z^2 t$) trong khai triển $(6x+2y-3z+3t)^{10}$.

Giải:

Đặt $u=6x$, $v=2y$, $w=-3z$, $h=3t$

$$\Rightarrow (6x+2y-3z+3t)^{10} = (u+v+w+h)^{10}$$

$$=12600\, u^4 v^3 w^2 h$$

$$=12600(6x)^4 (2y)^3 (-3z)^2 (3t)$$

$$=3527193600 x^4 y^3 z^2 t$$

2.2 Tổ hợp lặp

- Định nghĩa : Mỗi cách chọn ra k vật từ n loại vật khác nhau (trong đó mỗi loại vật có thể được chọn lại nhiều lần) được gọi là một tổ hợp lặp chập k của n.
- Số các tổ hợp chập lặp k của n được ký hiệu: K_n^k

$$K_n^k = C_{n+k-1}^k = C^*(k,n)$$

Ví dụ:

Có 4 loại mũ (trắng, xanh, đen, nâu) cùng kiểu dáng,chất lượng, giá cả. Chọn ra 16 cái mũ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn? (theo màu sắc)

2.2 Tổ hợp lặp

- Giải:
- Có 4 loại vật =>chọn ra 16 vật $C^{*}_{(16,4)} = C^{16}_{19}$ = 969 cách chọn

Ví dụ 2:
tìm số nghiệm nguyên $\geq$ 0 của phương trình:
x+y+z+t=22

Giải: Cũng giống như vd1, ta có số nghiệm nguyên sẽ bằng:

$$C^{*}_{(22,4)} = C^{3}_{25} = 2300$$

BÀI TẬP TỔ HỢP LẶP

- 1/ Tìm số nghiệm nguyên của phương trình: x+y+z+t=32 nếu:
- a/ x,y,z,t $\geq$0 b/ x $\geq$2,y $\geq$3,z $\geq$1,t>5
- Giải:

a/ ta có:

$$\begin{cases} s=32 \\ x,y,z,t \geq 0 \end{cases} \Rightarrow C^{*}(32,4) = C_{35}^{3} = 6545$$

Bài tập tổ hợp lặp

b/ ta có:

$$\begin{cases} S=32 \\ x \geq 2, y \geq 3, z \geq 1, t>5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S' = 20 \\ x'=x-2 \geq 0 \ldots \\ t>5 \Rightarrow t \geq 6 \\ t'=t-6 \geq 0 \\ x',y',z',t' \geq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow C^{*}(20,4) = C_{23}^{3} = 1771$$

Bài tập tổ hợp lặp

- Bài tập: có bao nhiêu cách mua 20 hộp sơn với đúng 7 màu trong số 10 màu mà cửa hàng có?

Giải:

từ 10 màu chọn ra 7 màu không quan tâm màu sắc cần chọn, do đó ta có C_{10}^{7}

Gọi x,y,z,t,u,v,w là số màu sơn được chọn.

Ta có: x+y+z+t+u+v+w=20

x,y,z,t,u,v,w $\geq$ 1

X’=x-1,y’=y-1,z’=z-1….

X’+y’+z’+t’+u’+v’+w’= 13

Bài tập tổ hợp lặp

X',y',z',t',u',v',w' nguyên ≥ 0

=> C^{*} (13,7)

do 2 phép chọn xảy ra liên tiếp, ta được kết quả là:

KQ=C*(13,7) $\times C_{10}^{7} = C_{19}^{6} \times C_{10}^{7}$ = 3255840

End

❖Thank You !