SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO QUẢNG NAM
TRƯỜNG THPT LÊ QUÝ ĐÔN

✱

ĐỀ TÀI:

GIÚP HỌC SINH LỚP 10 RÈN LUYỆN KỸ NĂNG GIẢI PHƯƠNG TRÌNH VÀ BẤT PHƯƠNG TRÌNH VÔ TỈ

Giáo viên: Nguyễn Thị Thanh Lam
Tổ Toán
Trường THPT Lê Quý Đôn

Năm học: 2010 - 2011

I. TÊN ĐỀ TÀI:

GIÚP HỌC SINH LỚP 10 RÈN LUYỆN KĨ NĂNG GIẢI PHƯƠNG TRÌNH VÀ BẤT PHƯƠNG TRÌNH VÔ TỈ.

II. ĐẶT VẤN ĐỀ:

Trong chương trình Toán THPT, mà cụ thể là phân môn Đại số 10, các em học sinh đã được tiếp cận với phương trình và bất phương trình chứa ẩn dưới dấu căn cũng như cách giải một vài dạng toán cơ bản của phần này. Tuy nhiên trong thực tế các bài toán giải phương trình và bất phương trình chứa ẩn dưới dấu căn rất phong phú và đa dạng. Đặc biệt, trong các đề thi Đại học - Cao đẳng - THCN các em sẽ gặp một lớp các bài toán về phương trình, bất phương trình vô tỉ mà chỉ có một số ít các em biết phương pháp giải nhưng trình bày còn lủng củng, chưa được gọn gàng sáng sủa, thậm chí còn mắc một số sai lầm không đáng có trong khi trình bày.

Trong SGK Đại số lớp 10 nâng cao, phần *phương trình và bất phương trình có chứa dấu căn* chỉ là một mục nhỏ trong bài: *Một số phương trình và bất phương trình quy về bậc hai* của chương IV. Thời lượng dành cho phần này lại rất ít, các ví dụ và bài tập trong phần này cũng rất hạn chế và chỉ ở dạng cơ bản. Nhưng trong thực tế, để biến đổi và giải chính xác phương trình và bất phương trình chứa ẩn dưới dấu căn đòi hỏi học sinh phải nắm vững nhiều kiến thức, phải có kĩ năng biến đổi toán học nhanh nhẹn và thuần thục. Muốn vậy, trong các tiết luyện tập giáo viên cần tổng kết lại cách giải các dạng phương trình và bất phương trình thường gặp, cũng như bổ sung thêm các dạng bài tập nâng cao, đặc biệt là rèn luyện cho học sinh kĩ năng giải phương trình và bất phương trình vô tỉ bằng phương pháp đặt ẩn phụ.

Giới hạn nghiên cứu của đề tài:

- Phương trình và bất phương trình vô tỉ: Các dạng toán cơ bản và nâng cao nằm trong chương trình Đại số 10.
- Một số bài toán giải phương trình và bất phương trình vô tỉ trong các đề thi Đại học - Cao đẳng.

III. CƠ SỞ LÍ LUẬN:

Nhiệm vụ trọng tâm trong trường THPT và hoạt động dạy của thầy và hoạt động học của trò. Đối với người thầy, việc giúp học sinh củng cố những kiến thức phổ thông nói chung, đặc biệt là kiến thức thuộc bộ môn Toán học là việc làm rất cần thiết.

Muốn học tốt môn Toán, các em phải nắm vững những tri thức khoa học ở môn Toán một cách có hệ thống, biết vận dụng lý thuyết một cách linh hoạt vào từng bài toán cụ thể. Điều đó thể hiện ở việc *học đi đôi với hành,* đòi hỏi học sinh phải có tư duy logic và suy nghĩ linh hoạt. Vì vậy, ttrong quá trình dạy học giáo viên cần định hướng cho học sinh cách học và nghiên cứu môn Toán một cách có hệ thống, biết cách vận dụng lí thuyết vào bài tập, biết phân dạng bài tập và giải một bài tập với nhiều cách khác nhau.

IV. CƠ SỞ THỰC TIỄN:

Bài toán giải phương trình và bất phương trình vô tỉ học sinh chỉ được học trong chương trình Đại số 10. Tuy nhiên, thời lượng dành cho phần này này rất ít, học sinh không được tiếp cận nhiều dạng toán khác nhau. Trong SGK Đại số lớp 10 nâng cao chỉ đưa ra ba dạng cơ bản: $\sqrt{A}\quad B, \sqrt{A}\quad B$ và $\sqrt{A}\quad B$, phần bài tập cũng chỉ nêu những bài tập nằm trong ba dạng này. Tuy nhiên, trong thực tế *phương trình và bất phương trình vô tỉ* rất đa dạng và phong phú. Trong quá trình học Toán ở lớp 11 và 12, khi gặp phải những bài toán đưa về phương trình và bất phương trình vô tỉ, đa số học sinh đều lúng túng, thường giải sai và thậm chí không biết cách giải. Đặc biệt, các đề thi Đại học - Cao đẳng các em sẽ gặp phương trình và bất phương trình vô tỉ ở nhiều dạng khác nhau chứ không chỉ nằm trong khuôn khổ ba dạng trên. Vì vậy, việc giúp cho các em có kĩ năng tốt, cũng như cung cấp thêm các phương pháp giải *phương trình và bất phương trình vô tỉ* là rất cần thiết nhằm đáp ứng nhu cầu thực tế hiện nay. Một điều rất quan trọng là trong quá trình giải *phương trình và bất phương trình vô tỉ,* giáo viên cần phải lưu ý cho học sinh các sai lầm thường mắc phải và phân tích nguyên nhân sai lầm để các em hiểu sâu hơn nhằm có được một bài giải tốt sau này.

V. NỘI DUNG:

A. Phương pháp biến đổi tương đương:

Nội dung của phương pháp này là sử dụng các tính chất của luỹ thừa và các phép biến đổi tương đương của phương trình, bất phương trình nhằm đưa các phương trình và bất phương ban đầu về phương trình và bất phương trình đã biết cách giải.

1) Dạng $\sqrt{f(x)} = g(x)$:

Ví dụ 1: Giải phương trình: $\sqrt{2x+1} = 3x+1$

Hướng dẫn giải: *Ta thấy VT luôn không âm, do đó nếu VP âm thì phương trình vô nghiệm, nên ta chỉ cần giải phương trình khi* $3x+1 \ge 0 \Leftrightarrow x \ge -\frac{1}{3}$. *Khi đó hai vế đều không âm và bình phương ta thu được phương trình tương đương.*

$$pt \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+1 \ge 0 \\ 2x+1 = (3x+1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge -\frac{1}{3} \\ 9x^2+4x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge -\frac{1}{3} \\ x = 0, x = -\frac{4}{9} \end{cases} \Leftrightarrow x = 0 \vee x = -\frac{4}{9}$$

Nhận xét: * $\sqrt{f(x)} = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) \ge 0 \\ f(x) = g^2(x) \end{cases}$ (không cần đặt đk: $f(x) \ge 0$)

* *Ở bài toán trên ta có thể giải bằng cách đặt ẩn phụ:* $t = \sqrt{2x+1}$

Ví dụ 2: Giải phương trình: $\sqrt{x+4} - \sqrt{1-x} = \sqrt{1-2x}$.

Hướng dẫn giải: ĐK: $-4 \le x \le \frac{1}{2}$ (*).

pt $\Leftrightarrow \sqrt{x+4} = \sqrt{1-2x} + \sqrt{1-x} \Leftrightarrow x+4 = 1-2x+2\sqrt{(1-2x)(1-x)}+1-x$

$$\Leftrightarrow 2x+1 = \sqrt{(1-2x)(1-x)} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1 \ge 0 \\ (2x+1)^2 = (1-2x)(1-x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge -\frac{1}{2} \\ 2x^2+7x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 0.$$

Đối chiếu đk (*) ta thấy x = 0 thỏa mãn. Vậy nghiệm của pt đã cho là x = 0

Nhận xét: *Ở phương trình trên ta chuyển $\sqrt{1-x}$ qua vế phải rồi mới bình phương. Mục đích của việc làm này là tạo ra hai vế của phương trình luôn cùng dấu để sau khi bình phương ta thu được phương trình tương đương.*

2) Dạng $\sqrt{f(x)} < g(x)$:

$$\sqrt{f(x)} < g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) > 0 \\ f(x) \ge 0 \\ f(x) < g^2(x) \end{cases}$$

Ví dụ 3: Giải phương trình: $\sqrt{2x^2-6x+1} < x-2$ (1)

Giải: (1) $\begin{cases} x \quad 2 \quad 0 \\ 2x^2 \quad 6x \quad 1 \quad 0 \\ 2x^2 \quad 6x \quad 1 \quad (x \quad 2)^2 \end{cases}$ $\begin{cases} x \quad 2 \\ x \quad \dfrac{3 \quad \sqrt{7}}{2} Vx \quad \dfrac{3 \quad \sqrt{7}}{2} \\ x^2 \quad 2x \quad 3 \quad 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x \quad 2 \\ x \quad \dfrac{3 \quad \sqrt{7}}{2} Vx \quad \dfrac{3 \quad \sqrt{7}}{2} \\ 1 \quad x \quad 3 \end{cases}$

$\dfrac{3 \quad \sqrt{7}}{2} \quad x \quad 3.$

3) Dạng $\sqrt{f(x)} \quad g(x)$:

$\sqrt{f(x)} \quad g(x)$ $\begin{cases} f(x) \quad 0 \\ g(x) \quad 0 \\ g(x) \quad 0 \\ f(x) \quad g^2(x) \end{cases}$

Vi ́dụ 4: Giải bpt: $\dfrac{\sqrt{2(x^2 \quad 16)}}{\sqrt{x \quad 3}} \quad \sqrt{x \quad 3} \quad \dfrac{7 \quad x}{\sqrt{x \quad 3}}$ *(ĐH Khôí A - 2004)*

Giải: ĐK: $x \quad 4$

bpt $\sqrt{2(x^2 \quad 16)} \quad x \quad 3 \quad 7 \quad x \quad \sqrt{2(x^2 \quad 16)} \quad 10 \quad 2x$ $\begin{cases} x^2 \quad 16 \quad 0 \\ 10 \quad 2x \quad 0 \\ 10 \quad 2x \quad 0 \\ 2(x^2 \quad 16) \quad (10 \quad 2x)^2 \end{cases}$

$\begin{cases} x \quad 5 \\ 10 \quad \sqrt{34} \quad x \quad 5 \end{cases} \quad x \quad 10 \quad \sqrt{34}$

Vi ́dụ 5: Giải phương triǹh: $\sqrt{2x \quad \sqrt{6x^2 \quad 1}} \quad x \quad 1$

Giải: pt $\begin{cases} x \quad 1 \quad 0 \\ 2x \quad \sqrt{6x^2 \quad 1} \quad (x \quad 1)^2 \end{cases}$ $\begin{cases} x \quad 1 \\ \sqrt{6x^2 \quad 1} \quad x^2 \quad 1 \end{cases}$ $\begin{cases} x \quad 1 \\ 6x^2 \quad 1 \quad (x^2 \quad 1)^2 \end{cases}$

$\begin{cases} x \quad 1 \\ x^4 \quad 4x^2 \quad 0 \end{cases} \quad x \quad 0, x \quad 2$

Vi ́dụ 6: Giải phương triǹh: $\sqrt{x(x \quad 1)} \quad \sqrt{x(x \quad 2)} \quad 2\sqrt{x^2}.$

Hướng dẫn giải: ĐK: $\begin{cases} x \quad 2 \\ x \quad 1 \\ x \quad 0 \end{cases}$ (*).

Pt $2x^2 \quad x \quad 2\sqrt{x^2(x \quad 1)(x \quad 2)} \quad 4x^2 \quad 2\sqrt{x^2(x^2 \quad x \quad 2)} \quad x(2x \quad 1)$

$4x^2(x^2+x-2)=x^2(2x-1)^2$ (do đk (*)) $\Leftrightarrow x^2(8x-9)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\dfrac{9}{8}\end{array}\right.$ (thỏa (*)).

Qua ví dụ trên, lưu ý cho học sinh các điểm sau:

1) Bài toán trên còn có cách giải như sau:

** x = 0 là một nghiệm của phương trình.*

*$x \geq 1$: $pt \Leftrightarrow \sqrt{x-1}+\sqrt{x+2}=2\sqrt{x} \Leftrightarrow 2\sqrt{x^2+x-2}=2x-1$

$\Leftrightarrow 4x^2+4x-8=4x^2-4x+1 \Leftrightarrow x=\dfrac{9}{8}$ *(nhận)*

*$x \leq -2$: $pt \Leftrightarrow \sqrt{-x(1-x)}+\sqrt{-x(-x-2)}=2\sqrt{(-x)(-x)}$

$\Leftrightarrow \sqrt{1-x}+\sqrt{-x-2}=2\sqrt{-x} \Leftrightarrow 2\sqrt{x^2+x-2}=-2x+1 \Leftrightarrow x=\dfrac{9}{8}$ *(loại)*

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là: x = 0 và x = $\dfrac{9}{8}$

2) Khi biến đổi như trên, chúng ta thường mắc sai lầm khi cho rằng $\sqrt{ab}=\sqrt{a}.\sqrt{b}$! *Đẳng thức này chỉ đúng khi* $a,b \geq 0$. *Nếu* $a,b \leq 0$ *thì* $\sqrt{ab}=\sqrt{-a}.\sqrt{-b}$.

Ví dụ 7: Giải phương trình: $\sqrt[3]{x+1}+\sqrt[3]{x+2}=\sqrt[3]{2x+3}$.

Hướng dẫn giải: $pt \Leftrightarrow 2x+3+3\sqrt[3]{(x+1)(x+2)}(\sqrt[3]{x+1}+\sqrt[3]{x+2})=2x+3$

$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} \sqrt[3]{x+1}+\sqrt[3]{x+2}=\sqrt[3]{2x+3} \\ \sqrt[3]{(x+1)(x+2)(2x+3)}=0\end{array}\right.$ (*)

$\Leftrightarrow x=-1; x=-2; x=-\dfrac{3}{2}$.

Qua ví dụ trên, lưu ý cho học sinh các điểm sau:

a) Khi giải phương trình trên chúng ta thường biến đổi như sau:

$2x+3+3\sqrt[3]{(x+1)(x+2)}(\sqrt[3]{x+1}+\sqrt[3]{x+2})=2x+3 \Leftrightarrow \sqrt[3]{(x+1)(x+2)(2x+3)}=0$!?. *Phép biến đổi này không phải là phép biến đổi tương đương! Vì ở đây chúng ta đã thừa nhận phương trình ban đầu có nghiệm. Do đó để có được phép biến đổi tương đương thì ta phải đưa về hệ như trên. Chẳng hạn ta xét pt sau:*

$\sqrt[3]{1-x}+\sqrt[3]{1+x}=-1 \Rightarrow 2+3\sqrt[3]{1-x^2}(\sqrt[3]{1-x}+\sqrt[3]{1+x})=-1 \Rightarrow \sqrt[3]{1-x^2}=1 \Leftrightarrow x=0.$

Thay x = 0 vào phương trình ban đầu ta thấy x = 0 không thỏa mãn.

b) Với dạng tổng quát: $\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}=\sqrt[3]{c}$ *ta lập phương hai vế và sử dụng hằng đẳng thức* $(a+b)^3=a^3+b^3+3ab(a+b)$, *ta có phương trình tương đương với hệ:* $\begin{cases}\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}=\sqrt[3]{c}\\ a+b+3\sqrt[3]{a..b.c}=0\end{cases}$. *Giải hệ này ta được nghiệm của phương trình.*

Ví dụ 8: Giải phương trình: a) $x^2+\sqrt{x+7}=7$ (1)

b) $\sqrt{4x+1}-\sqrt{3x-2}=\frac{x+3}{5}$ (2)

Hướng dẫn giải: a)

$$pt \Leftrightarrow x^2-(x+7)+(x+\sqrt{x+7})=0 \Leftrightarrow (x+\sqrt{x+7})(x-\sqrt{x+7}+1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{x+7}=-x\\ \sqrt{x+7}=x+1\end{array}\right.$$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\frac{1-\sqrt{29}}{2}\\ x=2\end{array}\right.$. Vậy pt đã cho có hai nghiệm: $x=2$ và $x=\frac{1-\sqrt{29}}{2}$.

b) $pt \Leftrightarrow 5(\sqrt{4x+1}-\sqrt{3x-2})=(4x+1)-(3x-2)$

$\Leftrightarrow 5(\sqrt{4x+1}-\sqrt{3x-2})=(\sqrt{4x+1}-\sqrt{3x-2}).(\sqrt{4x+1}+\sqrt{3x-2})$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{4x+1}-\sqrt{3x-2}=0\\ \sqrt{4x+1}+\sqrt{3x-2}=0\end{array}\right. \Leftrightarrow x=2$

Nhận xét: **Với phương trình (1) ta có thể giải như sau:*

Đặt $y=\sqrt{x+7}$ *ta có hệ phương trình:* $\begin{cases}y^2=x+7\\ x^2=-y+7\end{cases}$, *trừ vế theo vế hai phương trình trên ta được:* $(y+x)(y-x-1)=0$. *Giải ra ta tìm được x.*

** Dạng tổng quát của pt (1) là:* $x^2+\sqrt{x+a}=a$.

**Với pt (2) ta còn có cách giải khác như sau:*

(2) $\Leftrightarrow \sqrt{4x+1}-3-(\sqrt{3x-2}-2)=\frac{x-2}{5} \Leftrightarrow \frac{4(x-2)}{\sqrt{4x+1}+3}-\frac{3(x-2)}{\sqrt{3x-2}+2}=\frac{x-2}{5}$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=2\\ \frac{\sqrt{3x-2}-\sqrt{4x+1}-1}{(\sqrt{4x+1}+3)(\sqrt{3x-2}+2)}=\frac{1}{5}\ (*)\end{array}\right.$. Vì VT(*) < 0 (do $x\ge\frac{2}{3}$) *nên (*) vô nghiệm.*

Ví dụ 9: Giải các bất phương trình sau:

a) $\frac{x^2}{(1+\sqrt{1+x})^2}>x-4$ (1) b) $(x^2-3x)\sqrt{2x^2-3x-2}\ge 0$ (2)

Hướng dẫn giải:

a) ĐK: $x\ge -1$.

*Với x = 0 ta thấy bất phương trình luôn đúng.

*Với $x \neq 0 \Rightarrow 1 - \sqrt{x+1} \neq 0$. Nhân lượng liên hợp ở vế trái của bpt ta được:

$$\frac{x^2(1-\sqrt{1+x})^2}{(1+\sqrt{1+x})^2.(1-\sqrt{1+x})^2} < x+4 \Leftrightarrow (1-\sqrt{x+1})^2 < x+4 \Leftrightarrow \sqrt{x+1} < 3 \Leftrightarrow x < 8.$$

Vậy nghiệm của bất phương trình đã cho là: $T = [-1;8)$

b) Ta xét hai trường hợp:

TH 1: $2x^2 - 3x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \vee x = -\frac{1}{2}$, khi đó bpt luôn đúng.

TH 2: BPT $\Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 3x - 2 > 0 \\ x^2 - 3x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -\frac{1}{2} \vee x > 2 \\ x \leq 0 \vee x \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow x < -\frac{1}{2} \vee x \geq 3$.

Vậy nghiệm của bpt đã cho là: $T = (-\infty; -\frac{1}{2}] \cup \{2\} \cup [3; +\infty)$.

Qua ví dụ trên, lưu ý cho học sinh các điểm sau:

**Ở bài toán (2) ta thường không chú ý đến trường hợp 1, đây là sai lầm mà chúng ta thường gặp trong giải phương trình và bất phương trình vô tỉ.*

**Khi giải bất phương trình, nếu ta muốn nhân hoặc chia hai vế của bất phương trình cho một biểu thức thì ta phải xác định được dấu của biểu thức đó. Nếu chưa xác định được dấu của biểu thức mà ta muốn nhân thì ta có thể chia làm hai trường hợp.*

Ví dụ 10: Tìm m để phương trình:

$$\sqrt{2x^2 + mx - 3} = x + 1 \text{ có hai nghiệm phân biệt.}$$

Hướng dẫn giải: $pt \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x^2 + (m-2)x - 4 = 0(*) \end{cases}$.

Phương trình (*) luôn có hai nghiệm:

$$x_1 = \frac{2 - m - \sqrt{m^2 - 4m + 8}}{2} < 0; x_2 = \frac{2 - m + \sqrt{m^2 - 4m + 8}}{2} > 0.$$

Phương trình đã cho có hai nghiệm $\Leftrightarrow$ (*) có hai nghiệm phân biệt ≥ -1

$$\Leftrightarrow x_2 \geq -1 \Leftrightarrow 4 - m \geq \sqrt{m^2 - 4m + 8} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 4 \\ (4-m)^2 \geq m^2 - 4m + 8 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq 2.$$

Vậy $m \leq 2$ là những giá trị cần tìm.

B. Phương pháp đặt ẩn phụ:

Dạng 1: $F(\sqrt[n]{f(x)})=0$, *với dạng này ta đặt:* $t=\sqrt[n]{f(x)}$ *(nếu n chẵn thì phải có điều kiện* $t\ge 0$*) và chuyển về phương trình F(t) = 0, giải phương trình này ta tìm được* $t\Rightarrow x$. *Trong dạng này ta thường gặp dạng bậc hai:* $af(x)+b\sqrt{f(x)}+c=0$.

Ví dụ 1: Giải các phương trình sau:

a) $x^2+\sqrt{x^2+11}=31$ b) $(x+5)(2-x)=3\sqrt{x^2+3x}$

Hướng dẫn giải:

a) Đặt: $t=\sqrt{x^2+11}, t\ge 0$. Khi đó phương trình đã cho trở thành:

$t^2+t-42=0\Leftrightarrow t=6\Leftrightarrow\sqrt{x^2+11}=6\Leftrightarrow x=\pm 5.$

b) $pt\Leftrightarrow x^2+3x+3\sqrt{x^2+3x}-10=0$ Đặt: $t=\sqrt{x^2+3x}$, $t\ge 0$. Pt đã cho trở thành:

$t^2+3t-10=0\Leftrightarrow t=5\Leftrightarrow\sqrt{x^2+3x}=5\Leftrightarrow x^2+3x-25=0\Leftrightarrow x=\dfrac{-3\pm\sqrt{109}}{2}.$

Ví dụ 2: Tìm m để phương trình sau có nghiệm: $x^2-2x+2m\sqrt{5+2x-x^2}=m^2$.

Hướng dẫn giải: Đặt: $t=\sqrt{5+2x-x^2}=\sqrt{6-(x-1)^2}\Rightarrow t\in[0;6]$ và $x^2-2x=5-t^2$.

Khi đó phương trình đã cho trở thành: $t^2-2mt+m^2-5=0(*)\Leftrightarrow t=m\pm\sqrt{5}$

Phương trình đã cho có nghiệm $\Leftrightarrow$ (*) có nghiệm $t\in[0;\sqrt{6}]$, hay:

$$\left[\begin{array}{l}0\le m-\sqrt{5}\le\sqrt{6}\\ 0\le m+\sqrt{5}\le\sqrt{6}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sqrt{5}\le m\le\sqrt{6}+\sqrt{5}\\ -\sqrt{5}\le m\le\sqrt{6}-\sqrt{5}\end{array}\right..$$

Dạng 2: $m[\sqrt{f(x)}\pm\sqrt{g(x)}]\pm 2n\sqrt{f(x).g(x)}+n[f(x)+g(x)]+p=0.$

Với dạng này ta đặt: $t=\sqrt{f(x)}\pm\sqrt{g(x)}$. *Bình phương hai vế ta sẽ biểu diễn được những đại lượng còn lại qua t và chuyển phương trình (bpt) ban đầu về phương trình (bpt) bậc hai đối với t.*

Ví dụ 3: Cho phương trình: $\sqrt{3+x}+\sqrt{6-x}=m+\sqrt{(3+x)(6-x)}$.

a) Giải phương trình khi $m=3$.

b) Tìm m để phương trình đã cho có nghiệm.

Hướng dẫn giải: Đặt: $t=\sqrt{3+x}+\sqrt{6-x}\Rightarrow t^2=9+2\sqrt{(3+x)(6-x)}$ (*).

Áp dụng BĐT Côsi ta có: $2\sqrt{(3+x)(6-x)}\le 9$ nên từ (*) $\Rightarrow 3\le t\le 3\sqrt{2}$.

Phương trình đã cho trở thành: $t=m+\dfrac{t^2-9}{2}\Leftrightarrow -t^2+2t+9=2m$ (1)

a) Với $m=3$, ta có pt: $t^2-2t-3=0\Leftrightarrow t=3$ thay vào (*) ta được:

$\sqrt{(3\quad x)(6\quad x)}\quad 0 \quad \begin{matrix} x & 3 \\ x & 6 \end{matrix}$.

b) Phương trình đã cho có nghiệm $\quad$ (1) có nghiệm $t\quad [3;3\sqrt{2}]$.

Xét hàm số: $f(t)\quad t^2\quad 2t\quad 9$ với $t\quad [3;3\sqrt{2}]$, ta thấy $f(t)$ là hàm đồng biến

$$6\quad f(3)\quad f(t)\quad f(3\sqrt{2})\quad 9\quad 6\sqrt{2},\quad t\quad [3;3\sqrt{2}].$$

Do vậy (1) có nghiệm $t\quad [3;3\sqrt{2}]\qquad 6\qquad 2m\quad 9\quad 6\sqrt{2}\qquad \dfrac{6\sqrt{2}\quad 9}{2}\quad m\quad 3.$

Vậy: $m\quad [\dfrac{6\sqrt{2}\quad 9}{2};3]$ là những giá trị cần tìm.

Qua ví dụ trên, lưu ý cho học sinh điểm sau:

Nếu hàm số xác định trên D và có tập giá trị là Y thì phương trình $f(x)\quad k$ có nghiệm trên D $\quad k\quad Y$.

Ví dụ 4: Giải phương trình: $\sqrt{2x\quad 3}\quad \sqrt{x\quad 1}\quad 3x\quad 2\sqrt{(2x\quad 3)(x\quad 1)}\quad 16$

Hướng dẫn giải: ĐK: $x\quad 1$

Đặt: $t\quad \sqrt{2x\quad 3}\quad \sqrt{x\quad 1}, t\quad 0\quad t^2\quad 3x\quad 2\sqrt{(2x\quad 3)(x\quad 1)}\quad 4(*)$

Khi đó phương trình trở thành: $t\quad t^2\quad 20\qquad t^2\quad t\quad 20\quad 0\qquad t\quad 5$

Thay $t\quad 5$ vào (*) ta được: $21\quad 3x\quad 2\sqrt{2x^2\quad 5x\quad 3}$

$$\begin{matrix} 1\quad x\quad 7 \\ 441\quad 126x\quad 9x^2\quad 8x^2\quad 20x\quad 12 \end{matrix}\qquad \begin{matrix} 1\quad x\quad 7 \\ x^2\quad 146x\quad 429\quad 0 \end{matrix}$$

$x\quad 3$ là nghiệm của phương trình đã cho.

Dạng 3: $F(\sqrt[n]{f(x)},\sqrt[n]{g(x)})\quad 0$, trong đó $f(x)$ là một pt đẳng cấp bậc k.

Với dạng này ta xét hai trường hợp:

TH 1: $g(x)\quad 0$ xét trực tiếp.

TH 2: $g(x)\quad 0$ chia hai vế phương trình cho $g^k(x)$ và đặt $t\quad \sqrt[n]{\dfrac{f(x)}{g(x)}}$ ta được phương trình $F_1(t)\quad 0$ là phương trình đa thức bậc k.

Ta thường gặp dạng: $a.f(x)\quad b.g(x)\quad c.\sqrt{f(x)g(x)}\quad 0.$

Ví dụ 5: Giải phương trình: $5\sqrt{x^3\quad 1}\quad 2(x^2\quad 2)$.

Giải: $x\quad 1$. Ta có: Pt $\quad 5\sqrt{(x\quad 1)(x^2\quad x\quad 1)}\quad 2(x^2\quad x\quad 1)\quad 2(x\quad 1)$

$$2\frac{x\quad 1}{x^2\quad x\quad 1}\quad 5\sqrt{\frac{x\quad 1}{x^2\quad x\quad 1}}\quad 2\quad 0 \text{ (Do } x^2\quad x\quad 1\quad 0,\quad x).$$

Đặt: $t=\sqrt{\dfrac{x+1}{x^2-x+1}}, t\ge 0$, ta có pt: $2t^2-5t+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=2 \\ t=\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$.

$*\, t=2 \Leftrightarrow \dfrac{x+1}{x^2-x+1}=4 \Leftrightarrow 4x^2-5x+3=0$: pt vô nghiệm.

$*\, t=\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \dfrac{x+1}{x^2-x+1}=\dfrac{1}{4} \Leftrightarrow x^2-5x-3=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{5\pm\sqrt{37}}{2}$

Chú ý: *Trong nhiều bài toán, ta có thể đưa vào những ẩn phụ khác để làm đơn giản hình thức bài toán và từ đó dễ dàng tìm được lời giải. Chẳng hạn ta xét ví dụ sau:*

Ví dụ 6: Giải phương trình: $\sqrt{x^2+2x}+\sqrt{2x-1}=\sqrt{3x^2+4x+1}$.

Hướng dẫn giải: Đặt: $a=\sqrt{x^2+2x}, b=\sqrt{2x-1} \Rightarrow 3x^2+4x+1=3a^2-b^2$

Phương trình trở thành:

$a+b=\sqrt{3a^2-b^2} \Leftrightarrow a^2-ab-b^2=0 \Leftrightarrow a=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}b \Leftrightarrow \sqrt{x^2+2x}=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\sqrt{2x-1}$.

Giải phương trình này ta được nghiệm $x=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ và đây là nghiệm duy nhất của phương trình đã cho.

Ví dụ 7: Tìm m để phương trình sau có nghiệm:

$3\sqrt{x-1}+m\sqrt{x+1}=2\sqrt[4]{x^2-1}$ (ĐH Khối A - 2007)

Hướng dẫn giải: ĐK: $x\ge 1$

$*\, x=1$ là nghiệm phương trình $\Leftrightarrow m=0$.

$*\, x>1$, chia hai vế phương trình cho $\sqrt[4]{x^2-1}$ ta được: $3\sqrt[4]{\dfrac{x-1}{x+1}}+m\sqrt[4]{\dfrac{x+1}{x-1}}=2$.

Đặt: $t=\sqrt[4]{\dfrac{x-1}{x+1}}=\sqrt[4]{1-\dfrac{2}{x+1}} \Rightarrow 0<t<1, \forall t>1$ và phương trình trở thành:

$3t+\dfrac{m}{t}=2 \Leftrightarrow -3t^2+2t=m \; (*)$.

Phương trình đã cho có nghiệm $\Leftrightarrow (*)$ có nghiệm $t\in(0;1)$

Vì $\dfrac{1}{3}\ge -3t^2+2t>-1, \forall t\in(0;1) \Rightarrow (*)$ có nghiệm $t\in(0;1)$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{3}\ge m>-1 \Leftrightarrow -1<m\le\dfrac{1}{3}$. Vậy $-1<m\le\dfrac{1}{3}$ là giá trị cần tìm.

Qua ví dụ trên ta thấy việc đặt biểu thức nào bằng ẩn phụ là mấu chốt của bài toán. Để chọn được biểu thức đặt ẩn phụ thích hợp thì sau khi đặt ta *phải biểu diễn được các biểu thức chứa x khác trong phương trình, bất phương trình đã cho qua ẩn phụ vừa đặt. Tuy nhiên, trong nhiều trường hợp chúng ta không thể biểu diễn được hết các biểu thức chứa x có mặt trong phương trình, bất phương trình qua ẩn phụ được. Đối với loại này ta xét dạng sau đây:*

Dạng 4: $a.f(x)+g(x).\sqrt{f(x)}+h(x)=0$. Với phương trình dạng này ta có thể đặt $t=\sqrt{f(x)}$, khi đó ta được phương trình theo ẩn t: $at^2+g(x)t+h(x)=0$. Ta giải phương trình này theo t, xem x là tham số (tức là trong phương trình vừa có t, vừa có x) nên ta gọi dạng này là dạng *đặt ẩn phụ không triệt để.*

Ví dụ 8: Giải phương trình: $2(1-x)\sqrt{x^2+2x-1}=x^2-2x-1$

Hướng dẫn giải: Đặt: $t=\sqrt{x^2+2x-1}$, ta được pt: $t^2-2(1-x)t-4x=0$. Đây là phương trình bậc hai ẩn t có $\Delta'=(x+1)^2$, do đó phương trình này có hai nghiệm: $t=2, t=-2x.$

$*\ t=2\Leftrightarrow\sqrt{x^2+2x-1}=2\Leftrightarrow x^2+2x-5=0\Leftrightarrow x=-1\pm\sqrt{6}.$

$*\ t=-2x\Leftrightarrow\sqrt{x^2+2x-1}=-2x\Leftrightarrow\begin{cases}x\le 0\\3x^2-2x+1=0\end{cases}$ hệ này vô nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm: $x=-1\pm\sqrt{6}$.

Đặt ẩn phụ các hàm lượng giác:

Khi giải phương trình và bất phương trình chứa căn, đôi khi ta còn đặt ẩn phụ là các hàm số lượng giác. Bằng những tính chất của hàm số lượng giác, ta sẽ chuyển bài toán đại số về bài toán lượng giác và giải quyết bài toán lượng giác này.

Ví dụ 9: Giải phương trình: $1+\sqrt{1-x^2}=2x^2$.

Với bài toán này, học sinh có thể giải bằng phương pháp bình phương hoặc đặt ẩn phụ. Cách tiến hành hai phương pháp này tuy khác nhau nhưng cùng một mục đích là làm mất căn thức. Tuy nhiên, chúng ta có thể gợi ý cho học sinh: ĐK xác định của phương trình $-1\le x\le 1$ *và phải biến đổi* $1-x^2=a^2$, *đẳng thức này gợi ý cho chúng ta nghĩ đến công thức lượng giác cơ bản giữa sin và cos. Vậy ta có cách giải như sau:*

ĐK: $|x|\le 1$. Đặt $x=\cos t, t\in[0;\pi]$. Khi đó phương trình trở thành:

$1+\sqrt{1-\cos^2 t}=2\cos^2 t\Leftrightarrow 2\sin^2 t+\sin t-1=0\Leftrightarrow\sin t=\frac{1}{2}$ (do $\sin t\ge 0$).

Vậy: $x=\cos t=\pm\sqrt{1-\sin^2 t}=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$ là nghiệm của phương trình đã cho.

Nhận xét:

**Nếu* $|u(x)| \le a$ *thì có thể đặt* $u(x) = a\sin t, t \in [-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}]$, *hoặc đặt* $u(x) = a\cos t, t \in [0;\pi]$.

**Nếu* $|u(x)| \in [0;a]$ *thì có thể đặt* $u(x) = a\sin^2 t, t \in [0;\frac{\pi}{2}]$.

Ví dụ 10: Giải phương trình: $x^3 + \sqrt{(1-x^2)^3} = x\sqrt{2(1-x^2)}$

Hướng dẫn giải: ĐK: $|x| \le 1$.

Đặt: $x = \cos t, t \in [0;\pi]$. Phương trình trở thành:

$$\cos^3 t + \sin^3 t = \sqrt{2}\cos t\sin t \Leftrightarrow (\sin t + \cos t)(1 - \sin t\cos t) = \sqrt{2}\sin t.\cos t$$

$$\Leftrightarrow u(1 - \frac{u^2-1}{2}) = \sqrt{2}.\frac{u^2-1}{2} \Leftrightarrow u^3 + \sqrt{2}u^2 - 3u - \sqrt{2} = 0 \ (u = \sin t + \cos t, |u| \le \sqrt{2})$$

$$\Leftrightarrow (u-\sqrt{2})(u^2 + 2\sqrt{2}u + 1) = 0 \Leftrightarrow u = \sqrt{2} \text{ V } u = -\sqrt{2} + 1.$$

$$*u = \sqrt{2} \Leftrightarrow \cos(t - \frac{\pi}{4}) = 1 \Leftrightarrow t = \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$*u = 1 - \sqrt{2} \Leftrightarrow x + \sqrt{1-x^2} = 1 - \sqrt{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x \le 1 - \sqrt{2} \\ 1 - x^2 = (1 - \sqrt{2} - x)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \le 1 - \sqrt{2} \\ x^2 - (1-\sqrt{2})x + 1 - \sqrt{2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{1 - \sqrt{2} - \sqrt{2\sqrt{2}-1}}{2}$$

Ngoài các ví dụ trên, giáo viên nên đưa ra các phương trình với nhiều cách giải khác nhau để học sinh có thể đối chiếu, so sánh và có được nhiều kinh nghiệm khi giải toán. Ta xét ví dụ sau:

Ví dụ 11: Giải phương trình: $1 + \frac{2}{3}\sqrt{x - x^2} = \sqrt{x} + \sqrt{1-x}$ (1)

Hướng dẫn giải: ĐK: $0 \le x \le 1$

Để giải phương trình này thì rõ ràng ta phải loại bỏ căn thức. Có những cách nào để loại bỏ căn thức? Điều đầu tiên là ta nghĩ đến bình phương hai vế. Vì hai vế của phương trình đã cho luôn không âm nên bình phương hai vế ta thu được phương trình tương đương.

$$(1) \Leftrightarrow \left(1 + \frac{2}{3}\sqrt{x-x^2}\right)^2 = \left(\sqrt{x} + \sqrt{1-x}\right)^2 \Leftrightarrow 1 + \frac{4}{3}\sqrt{x-x^2} + \frac{4}{9}(x - x^2) = 1 + 2\sqrt{x-x^2}$$

$$\Leftrightarrow 2(x - x^2) - 3\sqrt{x-x^2} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x-x^2}\left(2\sqrt{x-x^2} - 3\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{x-x^2} = 0 \\ \sqrt{x-x^2} = \frac{3}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \text{ V } x = 1 \\ VN \end{array}\right.$$

Kết hợp với điều kiện, ta có nghiệm của phương trình là: x = 0 và x = 1.

Qua lời giải trên, ta thấy được $\sqrt{x-x^2}$ biểu diễn được qua $\sqrt{x}+\sqrt{1-x}$ nhờ vào đẳng thức $\left(\sqrt{x}+\sqrt{1-x}\right)^2=1+2\sqrt{x-x^2}$ (*). Cụ thể, nếu ta đặt $t=\sqrt{x}+\sqrt{1-x}$ thì $\sqrt{x-x^2}=\frac{t^2-1}{2}$ và khi đó phương trình đã cho trở thành phương trình bậc hai với ẩn là t: $1+\frac{t^2-1}{3}=t \Leftrightarrow t^2-3t+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1\\ t=2\end{array}\right.$

Vậy ta có: $\left[\begin{array}{l}\sqrt{x}+\sqrt{1-x}=1\\ \sqrt{x}+\sqrt{1-x}=2\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2\sqrt{x-x^2}=0\\ VN\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ x=1\end{array}\right.$

Việc thay thế biểu thức $\sqrt{x}+\sqrt{1-x}$ bằng một ẩn mới là t (ẩn phụ) là một suy nghĩ hoàn toàn tự nhiên. Để chọn được cách đặt ẩn phụ thích hợp thì ta phải tìm được mối liên hệ giữa các đối tượng tham gia trong phương trình, trong trường hợp này đó là đẳng thức (*).

Ngoài ra, ta còn có mối quan hệ khác giữa các biểu thức tham gia trong phương trình: $\left(\sqrt{x}\right)^2+\left(\sqrt{1-x}\right)^2=x+1-x=1$ (*). Đẳng thức này giúp ta liên tưởng đến hệ thức cơ bản nào mà chúng ta đã biết? Chắc hẳn học sinh dễ dàng trả lời được đó là đẳng thức lượng giác: $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$. Điều này dẫn đến cách giải sau:

Đặt: $x=\sin^2 t, t\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$. (Điều này hoàn toàn hợp lí vì $x\in[0;1]$).

Khi đó phương trình đã cho trở thành:

$$1+\frac{2}{3}\sin t.\cos t=\sin t+\cos t \Leftrightarrow 3((1-\sin t)+\sqrt{(1-\sin t)(1+\sin t)}(2\sin t-3)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin t=1 \Rightarrow x=1\\ 3\sqrt{1-\sin t}=(3-2\sin t)\sqrt{1+\sin t}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\\ \sin t(4\sin^2 t-6\sin t+8)=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\\ x=0\end{array}\right.$$

Qua ví dụ trên, ta thấy có nhiều cách để giải phương trình và bất phương trình vô tỉ. Mọi phương pháp đều chung một ý tưởng, đó là tìm cách loại bỏ căn thức và đưa phương trình đã cho về phương trình mà ta đã biết cách giải.

VI. KẾT QUẢ NGHIÊN CỨU:

Phương trình và bất phương trình vô tỉ một mảng kiến thức tương đối khó đối với học sinh lớp 10 nói riêng và bậc THPT nói chung nhưng lại thường gặp trong các đề thi Đại học - Cao đẳng. Vì vậy, đây là phần được nhiều thầy cô giáo quan tâm. Trong quá trình dạy học sinh lớp 10 và ôn tập cho học sinh lớp 12 phần này, tôi thường chỉ rõ cho học sinh bài toán đã cho thuộc dạng nào và nêu cách giải tương ứng cho từng dạng, sau mỗi bài toán tôi thường rút ra một vài nhận xét và nêu các sai lầm thường gặp để các em có thêm kinh nghiệm và biết vận dụng để giải các bài tập tương tự. Riêng đối với học sinh lớp 12, trong các tiết phụ đạo tôi hệ thống lại cho các em các dạng phương trình và bất phương trình vô tỉ thường gặp. Ngoài ra, cho các em làm quen với các bài toán về phương trình và bất phương trình vô tỉ trong các đề thi Đại học và Cao đẳng; đồng thời bổ sung một số dạng bài tập nâng cao với nhiều cách giải khác nhau. Với cách làm như vậy, đa số học sinh lớp 10 và học sinh lớp 12 đã có được kĩ năng giải mảng bài tập về phần này tốt hơn, biết nhận dạng cũng như biết cách đưa một phương trình hay bất phương trình vô tỉ về dạng quen thuộc đã biết cách giải.

VII. KẾT LUẬN:

Phương trình và bất phương trình vô tỉ là một nội dung quan trọng trong chương trình môn Toán lớp 10 nói riêng và bậc THPT nói chung. Vì vậy, bản thân tôi rất chú trọng khi dạy phần này cho học sinh.

Trên đây là một số kinh nghiệm của bản thân khi dạy phương trình và bất phương trình vô tỉ cho học sinh. Mặc dầu bản thân rất cố gắng tìm tòi học hỏi, nhưng chắc hẳn bài viết còn nhiều hạn chế, mong các thầy cô chân tình góp ý và bổ sung.

VIII. KIẾN NGHỊ:

Nhằm giúp học sinh học tốt hơn phần phương trình và bất phương trình vô tỉ, bản thân tôi có kiến nghị:

- Trong phân phối chương trình môn Toán lớp 10, các cấp có thẩm quyền nên tăng cường thêm số tiết cho nội dung này.
- Đối với học sinh lớp 12, giáo viên nên dành một số tiết bám sát để ôn tập lại cho các em các phương pháp giải phương trình và bất phương trình vô tỉ cơ bản cũng như cung cấp thêm cho các em một số bài tập nâng cao nhằm chuẩn bị tốt cho các em trong kì thi Đại học và Cao đẳng.

Tam Kì, ngày 15 tháng 4 năm 2011
Người viết

Nguyễn Thị Thanh Lam

IX. TÀI LIỆU THAM KHẢO

1) Sách giáo khoa Đại số 10 cơ bản và nâng cao - *Nhà xuất bản Giáo dục*.
2) Báo Toán học tuổi trẻ - *Nhà xuất bản Giáo dục*.
3) Các đề thi Đại học - Cao đẳng các năm.
4) Toán nâng cao Đại số lớp 10 - Phan Huy Khải - *Nhà xuất bản Giáo dục*.

X. MỤC LỤC

CỘNG HÒA XÃ HỘI CHỦ NGHĨA VIỆT NAM

Độc lập - Tự do - Hạnh phúc

PHIẾU ĐÁNH GIÁ, XẾP LOẠI SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM

Năm học: 2008 - 2009

I. Đánh giá xếp loại của HĐKH Trường THPT LÊ QUÝ ĐÔN

1. Tên đề tài: ***Giuṕ học sinh lớp 10 rèn luyện kĩ năng giải phương trình va\`bât́ phương trình vô tỉ.***
2. Họ và tên tác giả: Nguyêñ Thị Thanh Lam
3. Chức vụ: Giaó viên tổ TOAŃ
4. Nhận xét của Chủ tịch HĐKH về đề tài:
a) Ưu điểm: ....
....
....
....
....
....
b) Hạn chế: ....
....
....
....
....
5. Đánh giá, xếp loại:
Sau khi thẩm định, đánh giá đề tài trên, HĐKH Trường THPT Lê Quý Đôn thống nhất xếp loại : ....

Thư ký HĐKH:	**Chủ tịch HĐKH**
(Ký, ghi rõ họ tên)	*(Ký, đóng dấu, ghi rõ họ tên)*

II. Đánh giá, xếp loại của HĐKH Sở GD&ĐT Quảng Nam

Sau khi thẩm định, đánh giá đề tài trên, HĐKH Sở GD&ĐT Quảng Nam thống nhất xếp loại: ....

Những người thẩm định:	**Chủ tịch HĐKH**
(Ký, ghi rõ họ tên)	*(Ký, đóng dấu, ghi rõ họ tên)*

....
....
....

PHIẾU CHẤM ĐIỂM, XẾP LOẠI SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM
Năm học 2009 - 2010

(Dành cho người tham gia đánh giá xếp loại SKKN)

HỘI ĐỒNG KHOA HỌC
Trường THPT Lê Quý Đôn

- Đề tài:

Giuṕ học sinh lơṕ 10 rèn luyện kĩ năng giải phương trình va bât́ phương trình vô tỉ.

- Họ và tên tác giả: Nguyêñ Thị Thanh Lam
- Đơn vị: Tổ Toań - Trương̀ THPT Lê Quy Đôn.
- Điểm cụ thể:

Phần	**Nhận xét của người đánh giá xếp loại đề tài**	**Điểm tối đa**	**Điểm đạt được**
1. Tên đề tài 2. Đặt vấn đề		1	
3. Cơ sở lý luận		1	
4. Cơ sở thực tiễn		2	
5. Nội dung nghiên cứu		9	
6. Kết quả nghiên cứu		3	
7. Kết luận		1	
8.Đề nghị 9.Phụ lục		1	
10.Tài liệu tham khảo 11.Mục lục 12.Phiếu đánh giá xếp loại		1	
Thể thức văn bản, chính tả		1	
Tổng cộng		**20đ**	

Căn cứ số điểm đạt được, đề tài trên được xếp loại :

Người đánh giá xếp loại đề tài:

(Ký, ghi rõ họ tên)