



**Bài 1 (2 điểm).**

Cho biểu thức  $A = \frac{3\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}}$  và  $B = \frac{\sqrt{x}-1}{3\sqrt{x}-1} + \frac{1}{3\sqrt{x}+1} + \frac{8\sqrt{x}}{9x-1}$  với  $x > 0; x \neq \frac{1}{9}$

- 1) Tính giá trị của biểu thức A tại  $x = 4$ .
- 2) Rút gọn biểu thức  $P = A.B$ .
- 3) Tìm  $x$  nguyên sao cho biểu thức  $\frac{1}{P}$  đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị nhỏ nhất đó.

**Bài 2 (2 điểm). Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình**

Chiều dài của bể bơi là 120m. Trong một đợt tập bơi phòng chống đuối nước ở một trường THCS, mỗi học sinh phải thực hiện bài tập bơi từ đầu này sang đầu kia của bể bơi theo vận tốc quy định. Sau khi bơi được  $\frac{1}{2}$  quãng đường đầu, học sinh A giảm vận tốc 1m/s so với vận tốc quy định trên quãng đường còn lại. Tính vận tốc theo quy định biết học sinh A về đến đầu kia của bể bơi chậm hơn quy định là 10 giây.

**Bài 3 (2 điểm).**

1) Giải hệ phương trình sau: 
$$\begin{cases} 5\sqrt{x+1} - \frac{4}{y^2+1} = 8 \\ 3\sqrt{x+1} + \frac{2}{y^2+1} = 7 \end{cases}$$

- 2) Cho phương trình  $x^2 - 6x + 2m + 1 = 0$  (1)
  - a) Tìm  $m$  để phương trình (1) có 2 nghiệm trái dấu.
  - b) Tìm  $m$  để phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn:  $x_1^2 = x_2$  4

**Bài 4 (3,5 điểm).** Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn tâm O ( $AB < AC$ ), đường kính AD. Đường cao BE, CP, AQ cắt nhau tại H.

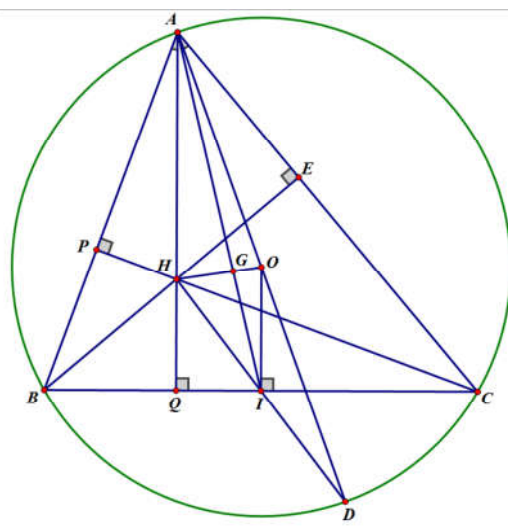
- a) Chứng minh rằng tứ giác APHE nội tiếp.
- b) So sánh  $\widehat{BAH}$  và  $\widehat{OAC}$
- c) Gọi I là trung điểm của BC, G là giao điểm của AI và OH. Chứng minh rằng G là trọng tâm  $\Delta ABC$ .
- d) Tìm điều kiện của tam giác ABC để  $OH \parallel BC$

**Bài 5 (0,5 điểm).** Cho  $a, b$  là các số thực không âm thỏa mãn:  $a + b \leq 1$ .

Chứng minh rằng:  $a^2 b^2 (a^2 + b^2) \leq \frac{1}{32}$

## HƯỚNG DẪN CHẤM TOÁN 9

BÀI	Ý	HƯỚNG DẪN CHẤM	ĐIỂM
<b>1</b>			<b>(2đ)</b>
	<b>a</b>	<b>Tính giá trị biểu thức A s</b>	<b>(0,5đ)</b>
		$x = 4 \text{ (TM)} \Rightarrow \sqrt{x} = 2$ . Thay vào A $A = \frac{3.2 + 1}{4 + 2} = \frac{7}{6}$ Vậy $A = \frac{7}{6}$ khi $x = 4$	 <b>0.25</b> <b>0.25</b>
	<b>b</b>	<b>Rút gọn P = A.B</b>	<b>(1đ)</b>
		$B = \frac{3x + 3\sqrt{x}}{(3\sqrt{x} - 1)(3\sqrt{x} + 1)}$	<b>0.5</b>
		$P = A.B = \frac{3}{3\sqrt{x} - 1}$	<b>0.5</b>
	<b>c</b>	Tìm x nguyên sao cho biểu thức $\frac{1}{P}$ đạt giá trị nhỏ nhất	<b>(0,5đ)</b>
		$\frac{1}{P} = \sqrt{x} - \frac{1}{3}$ Vì $x > 0$ và x nguyên $\Rightarrow x \geq 1 \Rightarrow \sqrt{x} \geq 1 \Rightarrow \sqrt{x} - \frac{1}{3} \geq \frac{2}{3}$	<b>0.25</b>
		Min $\frac{1}{P} = \frac{2}{3}$ . Dấu “=” xảy ra khi $x = 1$ (tm)	<b>0.25</b>
<b>2. Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình</b>			<b>(2đ)</b>
		Gọi vận tốc bơi của học sinh theo quy định là x (m/s, $x > 1$ )	<b>0.25</b>
		Thời gian dự định bơi cả bể là $\frac{120}{x}$ (giây) Nửa bể dài $\frac{1}{2} = 60$ m Thực tế, thời gian bơi $\frac{1}{2}$ bể đầu là $\frac{60}{x}$ (giây) Vận tốc bơi khi giảm 1 m/s là $x-1$ (m/s) Thời gian bơi $\frac{1}{2}$ bể sau là $\frac{60}{x-1}$ (giây) Vì đến chậm hơn quy định 10 giây nên ta có phương trình: $\left(\frac{60}{x} + \frac{60}{x-1}\right) - \frac{120}{x} = 10$	<b>1</b>
		$\Leftrightarrow x^2 - x - 6 = 0$ $\Leftrightarrow x = 3$ (tm)	<b>0.5</b>
		Vậy vận tốc bơi của học sinh theo quy định là 3 m/s	<b>0.25</b>
<b>3</b>			<b>(2đ)</b>
	<b>1</b>		<b>1đ</b>
		Đk: $x \geq 1$	<b>0.25</b>
		Đặt $\sqrt{x+1} = a; \frac{1}{y^2+1} = b$ ĐK: $a \geq 0$	<b>0.25</b>

		Giải hệ phương trình $\Rightarrow \begin{cases} a = 2(TM) \\ b = \frac{1}{2} \end{cases}$	0.25
		Thay vào $\Rightarrow \begin{cases} x = 3(TM) \\ y = \pm 1 \end{cases}$ Vậy nghiệm của hệ phương trình là (3; 1) và (3; -1)	0.25
2			1đ
a		Đề phương trình có 2 nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow a.c < 0 \Leftrightarrow m < \frac{-1}{2}$	0.5
b		Đề phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\Rightarrow \Delta' = 8 - 2m > 0 \Rightarrow m < 4$ Theo hệ thức Vi ét: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 6 & (1) \\ x_1 \cdot x_2 = 2m + 1 & (2) \end{cases}$ Theo đề bài: $x_1^2 = x_2 - 4 \Rightarrow x_2 = x_1^2 + 4$ (3) Từ (1) và (3) $\Rightarrow x_1^2 + x_1 - 2 = 0$ $\Rightarrow x_1 = 1$ hoặc $x_1 = -2$	0.25
		TH1: $x_1 = 1 \Rightarrow x_2 = 5$ . Thay vào (2) $\Rightarrow m = 2$ (TM) TH2: $x_1 = -2 \Rightarrow x_2 = 8$ . Thay vào (2) $\Rightarrow m = \frac{-17}{2}$ (TM) Vậy $m = 2$ hoặc $m = \frac{-17}{2}$	0.25
4			(3,5đ)
			0.25
a		$\widehat{APH} + \widehat{AEH} = 180^\circ \Rightarrow$ tg APHE nội tiếp	0.75
b		CM: $\widehat{ACD} = 90^\circ$ CM: $\widehat{ABC} = \widehat{ADC}$ $\Rightarrow \widehat{BAH} = \widehat{OAC}$	0.25 0.25 0.5
c		CM: tg BHCD là hbh $\Rightarrow$ I là trung điểm HD CM: OI là đường trung bình tam giác AHD $\Rightarrow AH \parallel OI; AH = 2OI$ $\Delta AHG$ đồng dạng $\Delta IOG \Rightarrow GA = 2 GI$ $\Rightarrow$ G là trọng tâm tam giác ABC	0.25 0.25 0.25 0.25

	<p>CM tứ giác HQIO là hình chữ nhật <math>\Rightarrow AH = 2HQ \Rightarrow AQ = 3.QH</math>  <math>\Delta QAC</math> đồng dạng <math>\Delta QBH \Rightarrow QA.QH = QB.QC</math>  <math>\Rightarrow \frac{1}{3}QA^2 = QB.QC</math>  <math>\Rightarrow \frac{QA}{QC} \cdot \frac{QA}{QB} = 3</math>  <math>\Rightarrow \tan B \cdot \tan C = 3</math>  <math>\Rightarrow</math> Tam giác ABC có <math>\tan B \cdot \tan C = 3</math> thì <math>OH \parallel BC</math></p>	<p><b>0.25</b></p> <p><b>0.25</b></p>
<p><b>5</b></p>	<p>- Do <math>x, y \geq 0 \Rightarrow x + y \geq 2\sqrt{xy} \Rightarrow (x + y)^2 \geq 4xy \Rightarrow xy \leq \frac{(x+y)^2}{4}</math> (1)  - Ta có: <math>a^2b^2(a^2 + b^2) = \frac{1}{2} \cdot ab \cdot [2ab \cdot (a^2 + b^2)]</math>  - Áp dụng BĐT (1)  <math>a^2b^2(a^2 + b^2) \leq \frac{1}{2} \frac{(a+b)^2}{4} \cdot \frac{[(2ab) + (a^2 + b^2)]^2}{4}</math>  <math>\Rightarrow a^2b^2(a^2 + b^2) \leq \frac{1}{2} \frac{(a+b)^2}{4} \cdot \frac{[(a+b)^2]^2}{4} \leq \frac{1}{2} \cdot \frac{(1)^2}{4} \cdot \frac{(1^2)^2}{4} \leq \frac{1}{32}</math></p>	<p><b>0.25</b></p> <p><b>0.25</b></p>

Lần 2, ngày thi 28/4/2018

**Lưu ý:** Đề thi gồm 2 trang, học sinh làm bài vào tờ giấy thi.

**Bài 1 (1,5 điểm).**

Cho hai biểu thức  $A = \left(3\sqrt{5} - \frac{1}{2}\sqrt{80} + \sqrt{20}\right)\sqrt{5}$  và  $B = \left(1 + \frac{x + \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}}\right)\left(1 + \frac{x - \sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}}\right)$ , với  $0 \leq x \neq 1$ .

- Rút gọn A và B.
- Tìm các giá trị của x, biết  $|B| = A$ .

**Bài 2 (1,5 điểm).**

1. Cho hai đường thẳng (d):  $y = (m - 1)x - m$  và  $(d_1)$ :  $y = (2m + 1)x + m^2 + 1$ . Chứng minh rằng hai đường thẳng (d) và  $(d_1)$  không thể trùng nhau.

2. Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} 3(x + 1) - 2y = 7 \\ 2(x + 3) + y = 11 \end{cases}$$

**Bài 3 (2,5 điểm).**

1. Cho phương trình bậc hai với ẩn x, tham số m:  $x^2 - 2(m - 1)x + 2m - 4 = 0$  (1).

- Giải phương trình (1) với  $m = 0$ .
- Tìm m để phương trình (1) có ít nhất một nghiệm không dương.

2. Bài toán thực tế:

Theo tiêu chuẩn FIFA (Liên đoàn bóng đá thế giới) về sân bóng đá mini cỏ nhân tạo 5 người (kể cả thủ môn) thì: “Sân hình chữ nhật, chiều dọc tối đa 42m và tối thiểu 25m, chiều ngang tối đa 25m và tối thiểu 15m. Trong mọi trường hợp chiều dọc sân phải lớn hơn chiều ngang sân”.

**Dựa vào thông tin trên, em hãy giải bài toán sau:**

Sân bóng đá mini 5 người cỏ nhân tạo Máy Tơ, quận Ngô Quyền, thành phố Hải Phòng có đạt tiêu chuẩn FIFA hay không? Biết rằng sân hình chữ nhật kích thước sân thỏa mãn điều kiện sau: Chiều dọc sân dài hơn chiều ngang sân là 22m, diện tích sân là 779m<sup>2</sup>.

**Bài 4 (3,5 điểm).**

1. Cho tam giác ABC nhọn có  $AC > AB$  nội tiếp đường tròn tâm O. Các đường cao BD, CE của tam giác cắt nhau ở H. Đường thẳng DE cắt đường thẳng BC tại F, AF cắt đường tròn tâm O tại K.

a) Chứng minh rằng: BCDE là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh rằng:  $FA \cdot FK = FE \cdot FD$

c) Gọi M là trung điểm của BC. Chứng minh rằng: FH vuông góc với AM.

2. Cho tam giác ABC vuông tại B, góc ACB bằng  $30^0$  và cạnh  $AC = 2$  cm. Tính thể tích hình nón tạo thành khi quay tam giác ABC quanh AB.

**Bài 5 (1,0 điểm).**

a) Chứng minh rằng với mọi  $x, y > 0$  ta có  $\frac{2}{x^2 + 2y^2 + 3} \leq \frac{1}{xy + y + 1}$ .

b) Cho 3 số dương a, b, c thỏa mãn  $abc = 1$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = \frac{1}{a^2 + 2b^2 + 3} + \frac{1}{b^2 + 2c^2 + 3} + \frac{1}{c^2 + 2a^2 + 3}.$$

=====Hết=====

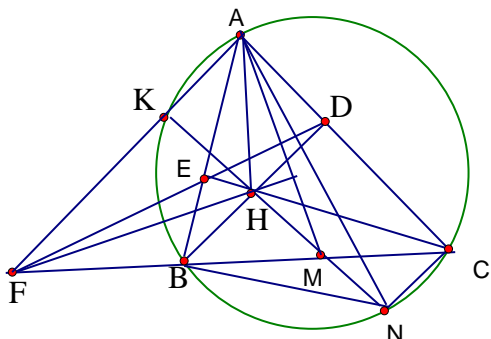
**HƯỚNG DẪN CHẤM THI THỬ LẦN 2**  
**MÔN TOÁN**

BÀI	ĐÁP ÁN	ĐIỂM
<b>1</b> <b>(1,5 điểm)</b>	<b>a)</b> $A = \left(3\sqrt{5} - \frac{1}{2}\sqrt{80} + \sqrt{20}\right)(\sqrt{5}) = (3\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 2\sqrt{5})(\sqrt{5}) = (3\sqrt{5})(\sqrt{5}) = 15$	0,5
	<b>b)</b> Với $0 \leq x \neq 1$ ta có:  $B = \left(1 + \frac{x + \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}}\right) \left(1 + \frac{x - \sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}}\right) = \left(1 + \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)}{1 + \sqrt{x}}\right) \left(1 - \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)}{\sqrt{x} - 1}\right)$ $= (1 + \sqrt{x})(1 - \sqrt{x}) = 1 - x$	0,5
	$ B  = A \Leftrightarrow  1 - x  = 15 \Leftrightarrow 1 - x = \pm 15 \Leftrightarrow x = 16, x = -14$ Kết hợp với ĐKXD thì giá trị cần tìm là $x = 16$	0,5

<b>2</b> <b>(1,5 điểm)</b>	<b>1. (0,75 điểm)</b> Nếu (d) và (d <sub>1</sub> ) trùng nhau thì phải có: $m^2 + 1 = -m$ và $m - 1 = 2m + 1$ mà $m^2 + 1 = -m \Leftrightarrow m^2 + m + 1 = 0 \Leftrightarrow \left(m + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} = 0$  Phương trình này vô nghiệm nên không có giá trị nào của m để hai đường thẳng (d) và (d <sub>1</sub> ) trùng nhau (đpcm).	0,5     0,25
	<b>2. (0,75 điểm)</b>  $\begin{cases} 3(x + 1) - 2y = 7 \\ 2(x + 3) + y = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$  $\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ 4x + 2y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 14 \\ 2x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$	0,25     0,25
	Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x; y) = (2; 1)$	0,25

Bài	Đáp án	Điểm
<b>3</b> <b>(2,5đ)</b>	<b>1. (1,5 điểm)</b> <b>a)</b> $m = 0$ . PT (1) có hai nghiệm $x_1 = -1 + \sqrt{5}; x_2 = -1 - \sqrt{5}$ <b>b)</b> Có $\Delta' = [-(m - 1)]^2 - (2m - 4) = m^2 - 2m + 1 - 2m + 4 = m^2 - 4m + 4 + 1$ $= (m - 2)^2 + 1 > 0$ với mọi m, vậy phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt	0,75     0,25

	<p>- Phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt <math>x_1, x_2</math> với mọi <math>m</math>.</p> <p>Theo định lí Viet ta có : <math display="block">\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1 \cdot x_2 = 2m-4 \end{cases}</math></p> <p>- Phương trình (1) có hai nghiệm đều dương khi</p> $\begin{cases} x_1 + x_2 > 0 \\ x_1 \cdot x_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(m-1) > 0 \\ 2m-4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 > 0 \\ 2m > 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m > 2 \end{cases} \Leftrightarrow m > 2$ <p>- Vậy để phương trình (1) có ít nhất một nghiệm không dương thì <math>m \leq 2</math></p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>
	<p><b>2. ( 1,0 điểm)</b></p> <p>Gọi chiều ngang sân bóng là <math>x</math> (m), ĐK <math>15 &lt; x &lt; 25</math></p> <p>Thì chiều dọc của sân sẽ là: <math>x + 22</math> (m).</p> <p>Theo giả thiết, sân bóng hình chữ nhật với diện tích là <math>779\text{m}^2</math> nên ta có phương trình: <math>x \cdot (x + 22) = 779</math>.</p> $\Leftrightarrow x^2 + 22x - 779 = 0$ $\Delta' = 112 - (-779) = 900 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = 30$ $\Rightarrow x_1 = -11 + 30 = 19 \text{ ( Thỏa mãn điều kiện)}$ $x_2 = -11 - 30 = -41 < 0 \text{ ( loại)}$ <p>Vậy chiều ngang sân bóng là 19m.</p> <p>Chiều dọc sân bóng là : <math>19 + 22 = 41</math> m.</p> <p>Kết luận: Kích thước sân bóng này đạt tiêu chuẩn FIFA.</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>

Bài	Đáp án	Điểm
		<p>0,5</p>



<b>Bài 4 (3,5 điểm)</b>	<b>1a. (0,75 điểm)</b>	
	<p>Ta có <math>BD \perp AC; CE \perp AB</math> (GT) <math>\Rightarrow BDC = BEC = 90^\circ</math>  <math>\Rightarrow</math> Hai điểm E, D cùng thuộc đường tròn đường kính BC.  <math>\Rightarrow</math> Tứ giác BEDC nội tiếp</p>	0,75
	<b>1b. (1,0 điểm)</b>	
	<p>Vì Tứ giác BEDC nội tiếp <math>\Rightarrow FEB = FCD</math>  Mà EFB chung  <math>\Rightarrow \triangle FEB \sim \triangle FCD</math> (g.g) <math>\Rightarrow \frac{FE}{FB} = \frac{FC}{FD} \Rightarrow FD \cdot FE = FB \cdot FC</math> (1)</p>	0,5
	<p>Ta có tứ giác AKBC nội tiếp <math>\Rightarrow FKB = FCA</math>  Lại có KFB chung  <math>\triangle FKB \sim \triangle FCA \Rightarrow \frac{KF}{FB} = \frac{FC}{FA} \Rightarrow FK \cdot FA = FB \cdot FC</math> (2)</p>	0,5
	Từ (1) và (2) $\Rightarrow FK \cdot FA = FE \cdot FD$	
	<b>1c. (0,75 điểm)</b>	
	<p><math>FK \cdot FA = FE \cdot FD \Rightarrow \frac{FK}{FE} = \frac{FD}{FA}</math> Mà KFE chung  nên <math>\triangle FKE \sim \triangle FDA</math> (c.g.c)  <math>\Rightarrow FKE = FDA \Rightarrow</math> tứ giác AKED nội tiếp.  Mặt khác <math>ADH = AEH = 90^\circ</math> (GT)  <math>\Rightarrow</math> A, E, D cùng thuộc đường tròn đường kính AH.  <math>\Rightarrow</math> K thuộc đường tròn đường kính AH <math>\Rightarrow AKH = 90^\circ</math>.  Gọi N là giao điểm của HK và đường tròn tâm O.  Ta có AN là đường kính <math>\Rightarrow ABN = ACN = 90^\circ</math>  <math>\Rightarrow NC \parallel BH; BN \parallel CH \Rightarrow</math> BHCN là hình bình hành  <math>\Rightarrow</math> HN đi qua trung điểm M của BC  <math>\Rightarrow</math> MH vuông góc với FA.  Vì H là giao điểm hai đường cao BD, CE nên H là trực tâm của tam giác ABC  <math>\Rightarrow</math> AH vuông góc với FM.  Trong tam giác FAM có hai đường cao AH, MK nên H là trực tâm của tam giác <math>\Rightarrow</math> FH vuông góc với AM.</p>	0,25
	<b>2. (0,5 điểm)</b>	
	<p>Khi quay tam giác ABC vuông tại B một vòng quanh cạnh AB cố định ta được hình nón có đỉnh là A, bán kính đáy là BC, chiều cao là AB.  Xét tam giác ABC vuông tại B ta có:</p>	0,25
$AB = AC \cdot \sin 30^\circ = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1; BC = AC \cdot \cos 30^\circ = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$	0,25	
$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot (\sqrt{3})^2 \cdot 1 = \pi (cm^3)$	0,25	

<b>Bài 5</b> <b>(1,0</b> <b>điểm)</b>	<p>a) Chứng minh : <math>\frac{2}{x^2+2y^2+3} \leq \frac{1}{xy+y+1}</math> (<math>x, y &gt; 0</math>)</p> <p>Vì <math>x, y &gt; 0</math> nên <math>x^2+2y^2+3 &gt; 0</math>; <math>xy+y+1 &gt; 0</math></p> <p>Do đó : <math>\frac{2}{x^2+2y^2+3} \leq \frac{1}{xy+y+1} \Leftrightarrow 2xy+2y+2 \leq x^2+2y^2+3</math></p> <p style="text-align: center;"><math>\Leftrightarrow (x-y)^2+(y-1)^2 \geq 0</math> với mọi <math>x, y &gt; 0</math></p> <p>Dấu bằng xảy ra khi <math>x = y = 1</math>.</p>	0,25
	<p>b) Áp dụng bất đẳng thức ở câu a) ta có:</p> $\frac{1}{a^2+2b^2+3} = \frac{1}{2} \frac{2}{a^2+2b^2+3} \leq \frac{1}{2} \frac{1}{ab+b+1}$ $\frac{1}{b^2+2c^2+3} = \frac{1}{2} \frac{2}{b^2+2c^2+3} \leq \frac{1}{2} \frac{1}{bc+c+1}$ $\frac{1}{c^2+2a^2+3} = \frac{1}{2} \frac{2}{c^2+2a^2+3} \leq \frac{1}{2} \frac{1}{ca+a+1}$ <p>Cộng từng vế của các bất đẳng thức cùng chiều ta được:</p> $P \leq \frac{1}{2} \left( \frac{1}{ab+b+1} + \frac{1}{bc+c+1} + \frac{1}{ca+a+1} \right)$ <p>Do <math>abc = 1</math> nên:</p> $\frac{1}{ab+b+1} + \frac{1}{bc+c+1} + \frac{1}{ca+a+1} = \frac{ca}{ca^2b+abc+ca} + \frac{a}{abc+ac+a} + \frac{1}{ca+a+1}$ $= \frac{ca}{ca+a+1} + \frac{a}{ca+a+1} + \frac{1}{ca+a+1} = 1.$ <p>Do đó <math>P \leq \frac{1}{2}</math>. Dấu “=” xảy ra khi <math>a = b = c = 1</math>.</p> <p>Vậy <math>\max P = \frac{1}{2}</math> đạt được khi <math>a = b = c = 1</math>.</p>	0,25
		0,25

Mời các bạn vào trang <https://download.com.vn/de-thi-vao-lop-10> để xem thêm nhiều đề thi khác nhau của các trường trên địa bàn cả nước.

**Câu 1 : (2 điểm )**

a. Tính tổng  $S = \frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \dots + \frac{1}{2017.2018.2019}$

b. Cho các số thực m,n,p,x,y,z thỏa mãn các điều kiện

$x = ny + pz; y = mx + pz; z = mx + ny, x + y + z \neq 0$  . Tính giá trị của biểu thức

$$B = \left( \frac{2019}{1+m} + \frac{2019}{1+n} + \frac{2019}{1+p} - 4037 \right)^{2018} + 2019 .$$

**Câu 2 : (2 điểm )**

a. Giải phương trình  $\sqrt[3]{x^3 + 5x^2} - 1 = \sqrt{\frac{5x^2 - 2}{6}}$

$$\begin{cases} x + 2\sqrt{\quad} = \frac{2}{\quad} + \frac{1}{\quad} - 3 \end{cases}$$

b. Giải hệ phương trình  $\begin{cases} \sqrt{y} & x & x & \sqrt{y} \\ x^3 - xy - 9x + 12 \end{cases}$

**Câu 3 : (2 điểm )**

a. Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên a thì biểu thức  $A = \frac{a^5}{120} + \frac{a^4}{12} + \frac{7a^3}{24} + \frac{5a^2}{12} + \frac{a}{5}$  cũng là một số tự nhiên .

b. Tìm tất cả các cặp số nguyên (x;y) thỏa mãn  $5x^2 + 8y^2 = 20412$

**Câu 3 : (3 điểm )**

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn tâm O bán kính R cố định và điểm D là chân đường phân giác trong góc A của tam giác .Gọi E và F lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABD và tam giác ACD

Chứng minh  $AEO = ADC$  và tứ giác AEOF là tứ giác nội tiếp.

a. Chứng minh tam giác OEF là tam giác cân.

b. Khi B, C cố định và A di động trên (O) ( $A \neq B; A \neq C$ ). Chứng minh diện tích tứ giác AEOF không đổi.

**Câu 4 : (1 điểm)** Trong mặt phẳng, có nhiều nhất bao nhiêu đường thẳng mà mỗi đường thẳng trong số các đường thẳng đó đều cắt được đúng 2018 đường thẳng khác?

### Bài giải toàn bài

**Câu 1 : (2 điểm)**

a. Tính tổng  $S = \frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \dots + \frac{1}{2017.2018.2019}$

b. Cho các số thực m, n, p, x, y, z thỏa mãn các điều kiện

$x = ny + pz; y = mx + pz; z = mx + ny, x + y + z \neq 0$ . Chứng minh rằng  $\frac{1}{1+m} + \frac{1}{1+n} + \frac{1}{1+p} = 2$

### Bài làm

a. Tính tổng  $S = \frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \dots + \frac{1}{2016.2017.2018}$

Bằng phương pháp quy nạp ta chứng minh được điều sau luôn đúng :

$$P(x) = \frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \dots + \frac{1}{n(n+1).(n+2)} = \frac{n^2 + 3n}{4(n^2 + 3n + 2)} \text{ với mọi } n \text{ nguyên dương.}$$

Khi đó  $S = \frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \dots + \frac{1}{2016.2017.2018} = P(2017) = \frac{4074340}{16297368} = \frac{1018585}{4074342}$ .

Vậy  $S = \frac{1018585}{4074342}$ .

b. Ta có  $\begin{cases} x = ny + pz \\ y = mx + pz \\ z = mx + ny \end{cases} \Rightarrow x + y + z = 2(ny + pz + mx)$ . Từ đó ta suy ra :

$$\begin{cases} \frac{1}{n+1} = \frac{2y}{x+y+z} \\ \frac{1}{p+1} = \frac{2x}{x+y+z} \\ \frac{1}{m+1} = \frac{2z}{x+y+z} \end{cases}$$

Nên ta có  $\frac{1}{1+m} + \frac{1}{1+n} + \frac{1}{1+p} = 2$ . Vậy  $B = \left( \frac{2019}{1+m} + \frac{2019}{1+n} + \frac{2019}{1+p} - 4037 \right)^{2018} + 2019 = 2020$

**Câu 2 : (2 điểm)**

a. Giải phương trình  $\sqrt[3]{x^3 + 5x^2} - 1 = \sqrt{\frac{5x^2 - 2}{6}}$

b. Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} \frac{x}{\sqrt{y}} + \frac{2\sqrt{y}}{x} = \frac{2}{x} + \frac{1}{\sqrt{y}} - 3 \\ x^3 - xy - 9x + 12 = 0 \end{cases}$$

**Bài làm**

a. Đặt:  $a = \sqrt[3]{x^3 + 5x^2}$ ;  $b = \sqrt{\frac{5x^2 - 2}{6}} \geq 0$

Ta có:  $a - 1 = b$ .

Từ cách đặt ta có:  $a = \sqrt[3]{x^3 + 5x^2}$ ;  $b = \sqrt{\frac{5x^2 - 2}{6}} \geq 0$   $\begin{cases} a^3 - x^3 = 5x^2 \\ 6b^2 + 2 = 5x^2 \end{cases} \Rightarrow (a - 2)^3 = x^3 \Rightarrow x = a - 2$

Từ đó, x là nghiệm của PT:  $(x + 2)^3 - x^3 = 5x^2 \Leftrightarrow x^2 + 12x + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2(-3 + \sqrt{7}) \\ x = 2(-3 - \sqrt{7}) \end{cases}$ .

Thử lại:  $x = 2(-3 + \sqrt{7})$  thỏa mãn. Nghiệm của phương trình là:  $x = 2(-3 + \sqrt{7})$ .

b. Điều kiện:  $x \neq 0$ ;  $y > 0$ .

Đặt:  $\sqrt{y} = a > 0$ . Khi đó hệ phương trình trở thành: 
$$\begin{cases} \frac{x}{a} + \frac{2a}{x} = \frac{2}{x} + \frac{1}{a} - 3(1) \\ x^3 - xa^2 - 9x + 12 = 0(2) \end{cases}$$

Biến đổi phương trình (1) trở thành:

$$\frac{x}{a} + \frac{2a}{x} = \frac{2}{x} + \frac{1}{a} - 3 \Leftrightarrow (2a + x)(a + x - 1) = 0$$

TH1:  $2a + x = 0 \Rightarrow x = -2a$  thay vào phương trình (2) ta được:

$$-6a^3 + 18a + 12 = 0 \Leftrightarrow (a - 2)(a + 1)(a + 6) = 0 \Rightarrow a = 2 \text{ (theo điều kiện).}$$

Từ đó suy ra  $x = -4$ ;  $y = 4$  (thử lại ta thấy thỏa mãn bài ra).

TH2:  $a + x - 1 = 0 \Rightarrow a = 1 - x$  thay vào phương trình (2) ta được:

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \Rightarrow a = -1 \\ x = 3 \Rightarrow a = -2 \end{cases} \text{ (không thỏa mãn).}$$

Kết luận: Vậy hệ phương trình đã cho có một nghiệm duy nhất là  $(x, y) = (-4, 4)$

**Câu 3 : (2 điểm)**

a. Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên a thì biểu thức  $A = \frac{a^5}{120} + \frac{a^4}{12} + \frac{7a^3}{24} + \frac{5a^2}{12} + \frac{a}{5}$  cũng là một số tự nhiên.

b. Tìm tất cả các cặp số nguyên (x,y) thỏa mãn  $5x^2 + 8y^2 = 20412$ .

**Bài làm**

a. Ta có  $A = \frac{a^5}{120} + \frac{a^4}{12} + \frac{7a^3}{24} + \frac{5a^2}{12} + \frac{a}{5} = \frac{a(a+1)(a+2)(a+3)(a+4)}{120}$ .

Vì a, a+1, a+2, a+3, a+4 là 5 số tự nhiên liên tiếp nên chia hết cho 3, 5.

Vì a, a+1, a+2, a+3 là 4 số tự nhiên liên tiếp nên có một số chia hết cho 4 và một số chia hết cho 2  $\Rightarrow a(a+1)(a+2)(a+3)(a+4) : 120 = 1$

Vậy

với mọi số tự nhiên  $a$  thì biểu thức  $A = \frac{a^5}{120} + \frac{a^4}{12} + \frac{7a^3}{24} + \frac{5a^2}{12} + \frac{a}{5}$  cũng là một số tự nhiên.

b. Ta có:  $20412:2$  và  $8y^2:2$  nên  $x:2$

Đặt khi đó phương trình trở thành:

$$5x^2 + 2y^2 = 5103. \text{ Vì } 5103:3$$

Nên  $5x^2 + 2y^2:3$ . Hay  $x^2 + y^2:3 \Rightarrow x:3; y:3$ . Đặt  $x = 3x_1$  thì phương trình trở

thành  $5x_1^2 + 2y_1^2 = 567$ . Suy luận tương tự ta cũng đặt  $x = 3x_2$  và  $y = 3y_2$ , ta

được  $5x_2^2 + 2y_2^2 = 63$ . Đặt  $x = 3x_3$  và  $y = 3y_3$ , ta được  $5x_3^2 + 2y_3^2 = 7$ . Nếu  $x = 0; y = 0$

thì phương trình đã cho vô nghiệm.

Nếu  $x_4 \neq 0; y_3 \neq 0$  thì  $x_4 = \pm 1$  và  $y_3 = \pm 1 \Rightarrow x = \pm 54, y = \pm 27$ . Vậy  $x = \pm 54, y = \pm 27$

**Câu 3 : (3 điểm)**

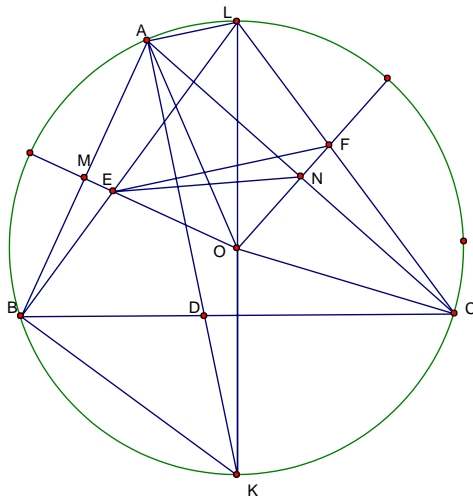
Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn tâm O bán kính R cố định và điểm D là chân đường phân giác trong góc A của tam giác. Gọi E và F lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABD và tam giác ACD

a. Chứng minh  $\angle AEO = \angle ADC$  và tứ giác AEOF là tứ giác nội tiếp

b. Chứng minh tam giác OEF là tam giác cân.

c. Khi B, C cố định và A di động trên (O) (A khác B, A khác C). Chứng minh diện tích tứ giác AEOF không đổi.

### Bài làm



a. Gọi M, N là trung điểm của AB, AC. Do đó  $EA = EB, OA = OB$  nên O, M, E thẳng hàng. Nên ta có  $\angle AEO = 180^\circ - \angle AME = 180^\circ - \frac{1}{2} \angle AMB = 180^\circ - \angle ADB = \angle ADC$ . Tương tự ta có

$\angle AFO = \angle AFN = 180^\circ - \angle ADC$ . Nên lúc đó ta có  $\angle AFO + \angle AEO = 180^\circ$ .

Suy ra tứ giác AEOF nội tiếp.

b.  $OAE = AME - AOM = ADC - ACB = DAB$ . Mà ta có

$OAF = 180^\circ - AON - AFN = 180^\circ - ABC - ADB = DAB$ . Nên khi đó ta có suy ra

$OAE = OAF \Rightarrow OE = OF$  nên tam giác OEF là tam giác cân.

c. Ta có  $S_{AEO} = S_{BEO}$ ,  $S_{AFO} = S_{LEOF}$ . AD cắt (O) tại K, KL là đường kính của (O), thì AL

vuông góc với AK và EF cũng vuông góc với AK nên suy ra AL song song với EF

. Nên ta có  $S_{AEOF} = S_{LEOF}$ . Mà  $KBD = KAC = DAB$ . Nên KB là tiếp tuyến của (E) nên

$KBE = 90^\circ$  mà  $KBL = 90^\circ$  nên B, L, E thẳng hàng. Tương tự C, L, F thẳng hàng. Vậy

$2S_{AEOF} = S_{LEOF} + S_{BEO} + S_{CFO} = S_{LBC} - S_{OBC}$  (không đổi).

**Câu 4 : (1 điểm )** Trong mặt phẳng ,có nhiều nhất bao nhiêu đường thẳng mà mỗi đường thẳng trong số các đường thẳng đó đều cắt được đúng 2018 đường thẳng khác ?

**Bài làm**

Giả sử có  $n$  đường thẳng .Đường thẳng  $a$  cắt 2018 đường là  $b_1;b_2;...;b_{2018}$ .Suy ra  $a$  phải song song với  $n-2019$  đường thẳng còn lại.

Vậy đường thẳng  $b_i$  (với  $i$  chạy từ 1 đến 2018) cắt  $n-2019$  đường thẳng này mà số đường thẳng  $b_i$  có thể cắt thêm  $\leq 2017$  đường thẳng ( trừ đường thẳng  $a$ ).

Vậy  $n - 2019 \leq 2017 \Rightarrow n \leq 4036$ . Dấu = xảy ra  $\Leftrightarrow b_i$  song song với 2017 đường thẳng có dạng  $b_j$  ( $j$  khác  $i$  và  $j$  chạy từ 1 đến 2018).

Và  $a$  phải song song với 2017 đường thẳng còn lại không tính đường thẳng  $a$  và 2018 đường thẳng  $b_1;b_2;...;b_{2018}$ .Tức là có 2018 đường thẳng song song với nhau và vuông góc với 2018 đường thẳng còn lại.Vậy  $\text{Max}(n)=4036$ .



**Bài 1:**

Rút gọn các biểu thức sau:

a)  $A = 4\sqrt{8} - \sqrt{18} - \sqrt{2}$

b)  $B = \frac{1}{3+\sqrt{7}} + \frac{1}{3-\sqrt{7}}$

**Bài 2:**

Cho hàm số:  $y = (m^2 - 1)x + m + 3$  ( $m$  là tham số)

a) Tìm giá trị của  $m$  để đồ thị của hàm số đi qua điểm  $M(-1; 2)$

b) Tìm  $m$  để đồ thị của hàm số song song với đường thẳng (d):  $y = 3x + 5$

**Bài 3:**

Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a)  $x^2 - 9x + 20 = 0$     b)  $x^4 - 4x^2 - 5 = 0$     c)  $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$

**Bài 4:**

Trên đường tròn  $(O,R)$  cho trước, vẽ dây cung  $AB$  cố định không đi qua  $O$ . Điểm  $M$  bất kỳ trên tia  $BA$  sao cho  $M$  nằm ngoài đường tròn  $(O,R)$ . từ  $M$  kẻ hai tiếp tuyến  $MC$  và  $MD$  với đường tròn  $(O,R)$  ( $C,D$  là hai tiếp điểm)

a) Chứng minh tứ giác  $OCMD$  nội tiếp.

b) Chứng minh  $MC^2 = MA.MB$

c) Gọi  $H$  là trung điểm đoạn  $AB$ ,  $F$  là giao điểm của  $CD$  và  $OH$ .

Chứng minh  $F$  là điểm cố định khi  $M$  thay đổi

**Bài 5:**

Cho các số dương  $a,b,c,d$  thỏa mãn  $abcd = 1$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của:

$$M = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + a(b+c) + b(c+d) + d(c+a)$$

==== Hết ====

**Bài 1:**

Rút gọn các biểu thức sau:

a)  $A = 5\sqrt{12} - 3\sqrt{27} - \sqrt{3}$

b)  $B = \frac{1}{2+\sqrt{5}} + \frac{1}{2-\sqrt{5}}$

**Bài 2:**

Cho hàm số:  $y = (m^2 - 2)x + m + 3$  (m là tham số)

a) Tìm giá trị của m để đồ thị của hàm số đi qua điểm M(1; 3)

b) Tìm m để đồ thị của hàm số song song với đường thẳng (d):  $y = 2x + 5$

**Bài 3:**

Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a)  $x^2 - 11x + 30 = 0$     b)  $x^4 - 9x^2 - 10 = 0$     c)  $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$

**Bài 4:**

Trên đường tròn (O,R) cho trước, vẽ dây cung MN cố định không đi qua O. Điểm A bất kỳ trên tia NM sao cho A nằm ngoài đường tròn (O,R), từ A kẻ hai tiếp tuyến AC và AB với đường tròn (O,R) (C,B là hai tiếp điểm)

a) Chứng minh tứ giác OCAB nội tiếp.

b) Chứng minh  $AC^2 = AM \cdot AN$

c) Gọi H là trung điểm đoạn MN, F là giao điểm của CB và OH.

Chứng minh F là điểm cố định khi A thay đổi

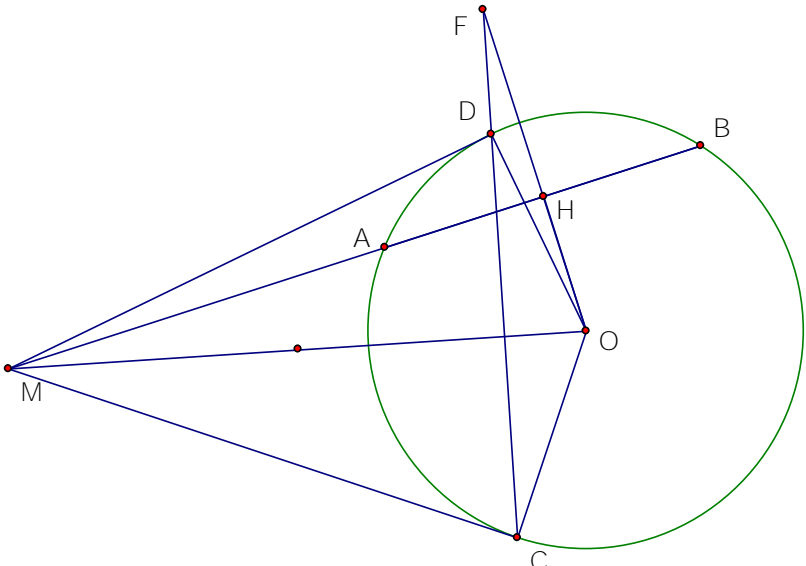
**Bài 5:**

Cho các số dương a,b,c,d thỏa mãn  $abcd = 1$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của:

$$M = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + a(b+c) + b(c+d) + d(c+a)$$

=== Hết ===

**HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THI THỬ VÀO LỚP 10 THPT  
NĂM HỌC 2018 - 2019 Môn: TOÁN (MĐ 01)**

Bài	Các ý	Nội dung	Điểm
<b>Bài 1 (2,0đ)</b>	1,0 đ	a) $A = 4\sqrt{8} - \sqrt{18} - \sqrt{2}$ $= 8\sqrt{2} - 3\sqrt{2} - \sqrt{2} = 4\sqrt{3}$	1,0
	1,0 đ	b) $B = \frac{1}{3+\sqrt{7}} + \frac{1}{3-\sqrt{7}} = \frac{3-\sqrt{7}}{9-7} + \frac{3+\sqrt{7}}{9-7} = 3$	1,0
<b>Bài 2 (1,5đ)</b>		$y = (m^2 - 1)x + m + 3$ (1) a) Khi đồ thị hàm số (1) đi qua điểm M (-1;2) thì: $3 = (m^2 - 1).(-1) + m + 3$ Suy ra $m^2 + m - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -2 \end{cases}$ vậy ...	0.25  0.5
		b) Khi đồ thị hàm số (1) song song với đường thẳng (d): $y = 3x + 5$ thì: $\begin{cases} m^2 - 1 = 3 \\ m + 3 \neq 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 = 4 \\ m \neq 2 \end{cases}$ Suy ra $m = -2$ . Vậy với $m = -2$ thì đồ thị hàm số (1) song song với đường thẳng (d): $y = 3x + 5$ thì:	0.5  0.25
<b>Bài 3 (2.đ)</b>	0.75 đ	a) $x^2 - 9x + 20 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = 4 \end{cases}$	0.75
	0.75 đ	b) $x^4 - 4x^2 - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = -1 \\ x^2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{5} \\ x = -\sqrt{5} \end{cases}$	0.75
	0.5 đ	c) $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$	0.5
<b>Bài 4 (3,5đ)</b>			0,50

	1,0đ	<p>a) Ta có <math>\begin{cases} \text{MDO} = 90^\circ \\ \text{MCO} = 90^\circ \end{cases}</math> (Vì MC, MD là tiếp tuyến)</p> <p><math>\Rightarrow \text{MDO} + \text{MCO} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ</math></p> <p>Vậy tứ giác MDOC nội tiếp</p>	0,50 0,25 0,25
	1,0đ	<p>b) xét <math>\triangle MAC</math> và <math>\triangle MCB</math> có: M chung; <math>\text{MCA} = \text{MBC}</math> (góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp cùng chắn cung CA)</p> <p><math>\Rightarrow \triangle MAC \sim \triangle MCB</math> (g - g)</p> <p><math>\Rightarrow \frac{\text{MC}}{\text{MB}} = \frac{\text{MA}}{\text{MC}} \Rightarrow \text{MC}^2 = \text{MA} \cdot \text{MB}</math></p>	0,50 0,50
	1.0 đ	<p>c) Ta có <math>\text{OI} \cdot \text{OM} = \text{CO}^2</math> (1) (I là giao điểm của OM và CD)  Mặt khác tứ giác MIHF nội tiếp nên <math>\text{OI} \cdot \text{OM} = \text{OH} \cdot \text{OF}</math> (2)  Từ (1) và (2) ta có <math>\text{OH} \cdot \text{OF} = \text{CO}^2 = \text{R}^2</math> (không đổi)  Vì AB cố định nên OH cố định suy ra F cố định  Vậy F là điểm cố định khi M thay đổi</p>	0,25 0,25 0,5
<b>Bài 5</b> <b>(1.0đ)</b>		<p>Ta cần <math>a^2 + b^2 \geq 2ab \quad c^2 + d^2 \geq 2cd</math></p> <p>Do <math>abcd = 1 \Rightarrow cd = \frac{1}{ab}</math> nên</p> <p><math>a^2 + b^2 + c^2 + d^2 \geq 2(ab + cd) = 2\left(ab + \frac{1}{ab}\right) \geq 4 \quad (1)</math></p> <p>Mặt khác: <math>a(b+c) + b(c+d) + d(c+a)</math></p> <p><math>= (ab+cd) + (ac+bd) + (bc+ad)</math></p> <p><math>= \left(ab + \frac{1}{ab}\right) + \left(ac + \frac{1}{ac}\right) + \left(bc + \frac{1}{bc}\right) \geq 2 + 2 + 2 \quad (2)</math></p> <p>Từ (1) và (2) ta có:</p> <p><math>M = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + a(b+c) + b(c+d) + d(c+a) \geq 10</math></p> <p>Vậy giá trị nhỏ nhất của M = 10 khi a=b=c=d=1</p>	0.5 0,5
<b>Tổng</b>			<b>10,0</b>

**Lưu ý:** Các cách giải khác đúng đều cho điểm tối đa, điểm toàn bài quy tròn đến 0,5đ.

**PHÒNG GIÁO DỤC-ĐÀO TẠO HƯƠNG KHÊ**

**HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THI THỬ VÀO LỚP 10 THPT  
NĂM HỌC 2018 - 2019 Môn: TOÁN (MĐ 02)**

Bài	Các ý	Nội dung	Điểm
<b>Bài 1 (2,0đ)</b>	1,0 đ	a) $A = 5\sqrt{12} - 3\sqrt{27} - \sqrt{3}$ $= 10\sqrt{3} - 9\sqrt{3} - \sqrt{3} = 0$	1,0
	1,0 đ	b) $B = \frac{1}{2+\sqrt{5}} + \frac{1}{2-\sqrt{5}} = \frac{2-\sqrt{5}}{4-5} + \frac{2+\sqrt{5}}{4-5} = -4$	1.0
<b>Bài 2 (1,5đ)</b>		$y = (m^2 - 2)x + m + 3$ (1) a) Khi đồ thị hàm số (1) đi qua điểm M (1;3) thì: $3 = (m^2 - 2).1 + m + 3$ Suy ra $m^2 + m - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m=-2 \end{cases}$ vậy ...	0.25  0.5
		b) Khi đồ thị hàm số (1) song song với đường thẳng (d): $y = 2x + 5$ thì: $\begin{cases} m^2 - 2 = 2 \\ m + 3 \neq 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 = 4 \\ m \neq 2 \end{cases}$ Suy ra $m = -2$ , vậy với $m = -2$ thì đồ thị hàm số (1) song song với đường thẳng (d): $y = 3x + 5$ .	0.5  0.25
<b>Bài 3 (2.đ)</b>	0.75 đ	a) $x^2 - 11x + 30 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ x=6 \end{cases}$	0.75
	0.75 đ	b) $x^4 - 9x^2 - 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = -1 \\ x^2 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{10} \\ x = -\sqrt{10} \end{cases}$	0.75
	0.5 đ	c) $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 2x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$	0.5

			0,50
<b>Bài 4</b> <b>(3,5đ)</b>	1,0đ	<p>c) Ta có <math>\begin{cases} ABO = 90^0 \\ ACO = 90^0 \end{cases}</math> (Vì AC, AB là tiếp tuyến)</p> <p><math>\Rightarrow ABO + ACO = 90^0 + 90^0 = 180^0</math></p> <p>Vậy tứ giác ABOC nội tiếp</p>	0,50 0,25 0,25
	1,0đ	<p>d) xét <math>\triangle MAC</math> và <math>\triangle NCA</math> có: A chung; <math>MCA = ANC</math> (góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp cùng chắn cung CM)</p> <p><math>\Rightarrow \triangle MAC \sim \triangle CAN</math> (g - g)</p> <p><math>\Rightarrow \frac{AM}{AC} = \frac{AC}{AN} \Rightarrow AC^2 = AM \cdot AN</math></p>	0,50 0,50
	1,0 đ	<p>c) Ta có <math>OI \cdot OA = CO^2</math> (1) (I là giao điểm của OA và CB)</p> <p>Mặt khác tứ giác AIHF nội tiếp nên <math>OI \cdot OA = OH \cdot OF</math> (2)</p> <p>Từ (1) và (2) ta có <math>OH \cdot OF = CO^2 = R^2</math> (không đổi)</p> <p>Vì MN cố định nên OH cố định suy ra F cố định</p> <p>Vậy F là điểm cố định khi M thay đổi</p>	0,25 0,25 0,5
<b>Bài 5</b> <b>(1.0đ)</b>		<p>Ta cần <math>a^2 + b^2 \geq 2ab \quad c^2 + d^2 \geq 2cd</math></p> <p>Do <math>abcd = 1 \Rightarrow cd = \frac{1}{ab}</math> nên</p> <p><math>a^2 + b^2 + c^2 + d^2 \geq 2(ab + cd) = 2\left(ab + \frac{1}{ab}\right) \geq 4 \quad (1)</math></p> <p>Mặt khác: <math>a(b+c) + b(c+d) + d(c+a)</math></p> <p><math>= (ab+cd) + (ac+bd) + (bc+ad)</math></p> <p><math>= \left(ab + \frac{1}{ab}\right) + \left(ac + \frac{1}{ac}\right) + \left(bc + \frac{1}{bc}\right) \geq 2 + 2 + 2 \quad (2)</math></p> <p>Từ (1) và (2) ta có:</p> <p><math>M = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + a(b+c) + b(c+d) + d(c+a) \geq 10</math></p> <p>Vậy giá trị nhỏ nhất của M = 10 khi a=b=c=d=1</p>	0.5 0,5

<b>Tổng</b>			<b>10,0</b>
-------------	--	--	-------------

*Lưu ý: Các cách giải khác đúng đều cho điểm tối đa, điểm toàn bài quy tròn đến 0,5đ.*

**PHÒNG GIÁO DỤC-ĐÀO TẠO HƯƠNG KHÊ**





**HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THI THỬ LẦN 1**  
(Hướng dẫn chấm có 04 trang)

**Bài 1 (2,5 điểm).**

- Tính giá trị biểu thức:  $A = \frac{\sqrt{20} + 1}{\sqrt{5}} - \frac{\sqrt{(\sqrt{5} - 1)^2 + 1}}{5}$ .
- Giải phương trình:  $3x^2 - 7x + 2 = 0$ .
- Giải hệ phương trình:  $\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ x + y = -3 \end{cases}$ .

Câu	Nội dung	Điểm
<b>1</b> <b>(1,0đ)</b>	$A = \frac{\sqrt{20} + 1}{\sqrt{5}} - \frac{\sqrt{(\sqrt{5} - 1)^2 + 1}}{5} = \frac{2\sqrt{5} + 1}{\sqrt{5}} - \frac{ \sqrt{5} - 1  + 1}{5}$	0,5
	$= \frac{10 + \sqrt{5}}{5} - \frac{\sqrt{5}}{5}$	0,25
	$= \frac{10}{5} = 2.$	0,25
<b>2</b> <b>(0,75đ)</b>	$\Delta = (-7)^2 - 4.3.2 = 25 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 5$	0,25
	Phương trình có hai nghiệm phân biệt : $x_1 = \frac{-(-7) - 5}{2.3} = \frac{1}{3}; x_2 = \frac{-(-7) + 5}{2.3} = 2.$	0,5
	Cách khác (học sinh chưa được học công thức nghiệm của phương trình bậc hai có thể làm theo cách này): $3x^2 - 7x + 2 = 0 \Leftrightarrow (x - 2)(3x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{1}{3} \end{cases}$	
<b>3</b> <b>(0,75đ)</b>	$\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ x + y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 2x + 2y = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = -5 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ -3 - 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -2 \end{cases}$	0,25

**Bài 2 (1,5 điểm).** Cho hàm số  $y = -\frac{1}{2}x^2$  có đồ thị  $(P)$  và đường thẳng  $(D): y = 2x + m$  ( $m$  là tham số).

1. Vẽ đồ thị  $(P)$ .

2. Biết rằng đường thẳng  $(D)$  đi qua điểm  $A(2; -2)$ . Tìm giá trị của tham số  $m$  và tìm tọa độ điểm chung của  $(D)$  với  $(P)$ .

Câu	Nội dung	Điểm												
<b>1</b> <b>(1,0đ)</b>	Bảng giá trị: <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td><math>y = -\frac{1}{2}x^2</math></td> <td>-2</td> <td><math>-\frac{1}{2}</math></td> <td>0</td> <td><math>-\frac{1}{2}</math></td> <td>-2</td> </tr> </table>	$x$	-2	-1	0	1	2	$y = -\frac{1}{2}x^2$	-2	$-\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	-2	0,5
	$x$	-2	-1	0	1	2								
$y = -\frac{1}{2}x^2$	-2	$-\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	-2									
	Đồ thị đảm bảo đủ hai yêu cầu: + Vẽ hai trục, đánh dấu đúng các điểm trên bảng. + Vẽ đồ thị đi qua các điểm được đánh dấu.	0,5												
<b>2</b> <b>(0,5đ)</b>	$A \in (D) \Leftrightarrow -2 = 2 \cdot 2 + m \Leftrightarrow m = -6$	0,25												
	Phương trình hoành độ giao điểm của $(D)$ và $(P)$ là: $-\frac{1}{2}x^2 = 2x - 6 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -6 \end{cases}$ Tọa độ giao điểm của $(D)$ và $(P)$ là: $(2; -2); (-6; -18)$ .	0,25												

**Bài 3 (2,0 điểm).**

1. Quãng đường  $AB$  dài 200km. Một ô tô khởi hành từ  $A$  đi đến  $B$  và một mô tô khởi hành từ  $B$  đi đến  $A$  cùng lúc. Sau khi gặp nhau tại địa điểm  $C$  (nằm trên quãng đường  $AB$ ), ô tô chạy thêm 1 giờ 20 phút nữa thì đến  $B$ , còn mô tô chạy thêm 3 giờ nữa thì đến  $A$ . Tìm vận tốc của ô tô và vận tốc của mô tô.

2. Giải phương trình:  $(x + 2)^2 - \sqrt{x^2 + 4x - 1} = 7$ .

Câu	Nội dung	Điểm
<b>1</b> <b>(1,5đ)</b>	Gọi $x, y$ ( $km/h$ ) lần lượt là vận tốc của ô tô, mô tô (Điều kiện: $x > 0; y > 0$ ).	0,25
	Quãng đường $AC$ là: $3y$ Quãng đường $CB$ là: $\frac{4}{3}x$ (1 giờ 20 phút = $\frac{4}{3}$ giờ)	0,25
	Ta có: $\frac{4}{3}x + 3y = 200$ (1)	
	Thời gian ô tô đi từ $A$ đến $C$ là: $\frac{3y}{x}$ (h) Thời gian mô tô đi từ $B$ đến $C$ là: $\frac{4x}{3y}$ (h) Ta có: $\frac{3y}{x} = \frac{4x}{3y} \Leftrightarrow 4x^2 = 9y^2 \Rightarrow 2x = 3y$ (2) (Vì $x > 0; y > 0$ ).	0,25

	Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} \frac{4}{3}x + 3y = 200 \\ 2x = 3y \end{cases}$	0,25
	Giải hệ phương trình tìm được $\begin{cases} x = 60 \\ y = 40 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện)	0,25
	Vậy vận tốc ô tô là 60 km/h, vận tốc mô tô là 40 km/h.	0,25
<b>2</b> <b>(0,5đ)</b>	$(x+2)^2 - \sqrt{x^2+4x-1} = 7 \Leftrightarrow x^2+4x-3 - \sqrt{x^2+4x-1} = 0$	0,25
	Đặt $t = \sqrt{x^2+4x-1}$ ( $t \geq 0$ ), ta có: $t^2 - t - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \text{ (loại)} \\ t = 2 \text{ (nhận)} \end{cases}$	
	Với $t = 2$ ta có: $x^2+4x-1 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -5 \end{cases}$	0,25

**Bài 4 (3,5 điểm).** Cho đường tròn  $(O)$  đường kính  $AB$  và  $d$  là tiếp tuyến của  $(O)$  tại  $A$ . Xét điểm  $M$  thay đổi trên  $d$  ( $M$  khác  $A$ ). Từ  $M$  kẻ tiếp tuyến khác  $d$  của  $(O)$ , gọi  $C$  là tiếp điểm. Đường thẳng  $MB$  cắt  $(O)$  tại  $D$  khác  $B$ . Đường thẳng qua  $C$  vuông góc với  $AB$  lần lượt cắt  $MB$ ,  $AB$  tại  $K, H$ . Đường thẳng  $AK$  cắt  $(O)$  tại  $E$  khác  $A$ .

1. Chứng minh tứ giác  $ADKH$  nội tiếp.
2. Chứng minh  $DB$  là phân giác của góc  $HDE$ .
3. Chứng minh  $K$  là trung điểm của  $CH$ .
4. Chứng minh khi  $M$  thay đổi thì đường tròn ngoại tiếp tam giác  $DEH$  luôn đi qua một điểm cố định.

Câu	Nội dung	Điểm
		0,5

<b>1</b> <b>(1,0đ)</b>	$D$ thuộc đường tròn đường kính $AB$ nên $\widehat{ADB} = 90^\circ$	0,5
	Ta có $\widehat{ADK} = \widehat{KHA} = 90^\circ \Rightarrow$ tứ giác $ADKH$ nội tiếp đường tròn đường kính $AK$ .	0,5
<b>2</b> <b>(1,0đ)</b>	Tứ giác $ADKH$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{KDH} = \widehat{KAH}$	0,25
	Lại có $\widehat{KAB} = \widehat{BDE}$ (góc nội tiếp chắn cung $BE$ )	0,25
	$\Rightarrow \widehat{BDE} = \widehat{BDH} \Rightarrow DB$ là phân giác của $\widehat{HDE}$ .	0,5
<b>3</b> <b>(0,5đ)</b>	Gọi $N$ là giao điểm của đường thẳng $BC$ và $d$ . Do $MC = MA \Rightarrow \Delta MAC$ cân tại $M \Rightarrow \widehat{MAC} = \widehat{MCA}$ . Tuy nhiên $C$ thuộc đường tròn đường kính $AB$ nên $CA \perp CB$ $\Rightarrow \widehat{MCN} = 90^\circ - \widehat{MCA}$ ; $\widehat{MNC} = 90^\circ - \widehat{MAC} \Rightarrow \widehat{MCN} = \widehat{MNC}$	0,25
	Như vậy tam giác $MNC$ cân tại $M \Rightarrow MN = MC$ . Do đó $M$ là trung điểm $AN$ .	
	Theo định lý Talet cho các tam giác $BMN, BMA$ với $NA // CH$ (cùng vuông góc $AB$ ), ta được: $\frac{CK}{MN} = \frac{BK}{BM}$ ; $\frac{KH}{AM} = \frac{BK}{BM} \Rightarrow \frac{CK}{MN} = \frac{KH}{AM}$ Mà $MN = MA \Rightarrow KC = KH \Rightarrow K$ là trung điểm của $CH$ .	0,25
<b>4</b> <b>(0,5đ)</b>	Ta chứng minh đường tròn ngoại tiếp tam giác $DEH$ luôn đi qua điểm $O$ cố định. Thật vậy, nếu $H$ trùng $O$ hiển nhiên ta có điều phải chứng minh.	0,25
	Xét trường hợp $H$ nằm giữa $O$ và $B$ , ta có: $\widehat{EOB} = 2\widehat{EAB}$ ; $\widehat{EDH} = 2\widehat{EAB} \Rightarrow \widehat{EOB} = \widehat{EDH} \Rightarrow$ tứ giác $DEHO$ nội tiếp.	
	Trường hợp $H$ nằm giữa $A$ và $O$ chứng minh tương tự. Vậy đường tròn ngoại tiếp tam giác $DEH$ luôn đi qua điểm $O$ cố định.	0,25

**Bài 5 (0,5 điểm).** Xét hai số dương  $a, b$  thay đổi tùy ý. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu

thức:  $P = \frac{(a+b)^4}{a^2+b^2} + \frac{8}{ab}$ .

$a, b$ là các số dương nên ta có: $(a+b)^4 = (a^2+b^2+2ab)^2 \geq \left(2\sqrt{(a^2+b^2).2ab}\right)^2 = 8ab(a^2+b^2) \Rightarrow P \geq 8ab + \frac{8}{ab}$	0,25
Mặt khác $ab + \frac{1}{ab} \geq 2\sqrt{ab \cdot \frac{1}{ab}} = 2 \Rightarrow P \geq 16$ Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow a = b = 1$ . Vậy giá trị nhỏ nhất của $P$ là 16, đạt tại $a = b = 1$ .	0,25

**Ghi chú :** Thí sinh làm cách khác đúng vẫn đạt điểm tối đa.

—————Hết—————

**Bài 1( 2 điểm)**

Cho biểu thức 
$$P = \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1}$$

a) Tìm  $x$  để biểu thức  $P$  có nghĩa. Rút gọn biểu thức  $P$ .

b) Tính giá trị của  $P$  khi  $x = \frac{2}{9+4\sqrt{2}}$ .

c) Chứng minh :  $P < \frac{1}{3}$ .

**Bài 2( 2 điểm)** Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình:

Hai máy cày có năng suất khác nhau cùng làm việc trên một cánh đồng . Hai máy cày đó cày được  $\frac{1}{6}$  cánh đồng trong 15h. Nếu máy thứ nhất làm một mình trong 12h, máy thứ hai làm một mình trong 20h thì cả hai máy cày được 20% cánh đồng . Hỏi nếu mỗi máy làm việc riêng thì có thể cày xong cánh đồng trong bao lâu ?

**Bài 3( 2 điểm)**

1) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} \frac{1}{x-2} + \frac{1}{y-1} = 2 \\ \frac{2}{x-2} + \frac{3}{y-1} = 5 \end{cases}$$

2) Cho phương trình  $x^2 + mx + n - 3 = 0$  ( $m, n$  là tham số)

a) Cho  $n = 0$  .Chứng minh rằng phương trình luôn có nghiệm với mọi  $m$  .

b) Tìm  $m$  và  $n$  để phương trình có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn 
$$\begin{cases} x_1 - x_2 = 1 \\ x_1^2 - x_2^2 = 7 \end{cases}$$

**Bài 4( 3,5 điểm)** Cho đường tròn tâm  $O$  đường kính  $AB = 2R$  ,  $xy$  là tiếp tuyến với  $(O)$  tại  $B$ .

$CD$  là một đường kính bất kì . Gọi giao điểm của  $AC, AD$  với  $xy$  lần lượt là  $M, N$ .

a) Chứng tứ giác  $MCDN$  nội tiếp.

b) Chứng minh  $AC \cdot AM = AD \cdot AN$

c) Gọi  $I$  là tâm đường tròn ngoại tiếp  $MCDN$  và  $H$  là trung điểm của  $MN$ .

Chứng minh tứ giác  $AOIH$  là hình bình hành .

d) Khi đường kính  $CD$  quay xung quanh điểm  $O$  thì  $I$  di chuyển trên đường nào?

**Bài 5(0.5 điểm)** Cho  $a, b, c$  là các số dương. Chứng minh rằng

$$\frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{a+c}{b} \geq 4 \left( \frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b} \right)$$

-----  
Giám thị coi thi không giải thích gì thêm!

Họ và tên thí sinh.....Số báo danh.....

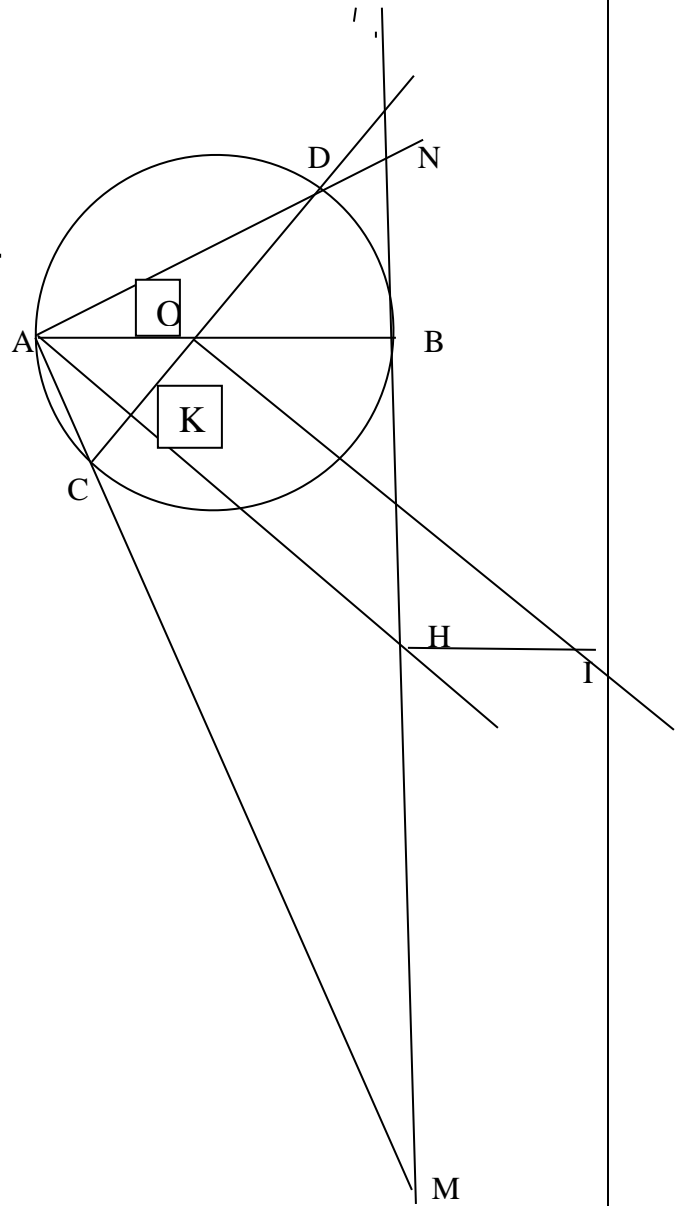
TRƯỜNG THCS- THPT HỒNG HÀ

ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM ĐỀ SỐ 1 THI THỬ VÀO 10

Năm học 2017-2018

Bài	Đáp án	Thang điểm
1		2đ
1a	<p>ĐK: <math>x \geq 0; x \neq 1</math></p> $P = \frac{x+2+(x-1)-(x+\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}$ $= \frac{x-\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}$ $= \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}$	1đ
1b	$x = \frac{2}{9+4\sqrt{2}} = \frac{2(9-4\sqrt{2})}{81-32} = \frac{(4-\sqrt{2})^2}{7^2} \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{4-\sqrt{2}}{7}$ $P = \frac{28-7\sqrt{2}}{95-15\sqrt{2}}$	0,5đ
1c	<p>Đk : <math>x \geq 0; x \neq 1</math></p> $P - \frac{1}{3} = \frac{-(x-2\sqrt{x}+1)}{3(x+\sqrt{x}+1)}$ $= \frac{-(\sqrt{x}-1)^2}{3(x+\sqrt{x}+1)} < 0 \Rightarrow P < \frac{1}{3}$	0,5đ
2 (2 đ)	<p>Gọi thời gian máy 1 cày một mình xong cánh đồng là x (<math>x &gt; 15; x \in N^*</math>)                      Gọi thời gian máy 2 cày một mình xong cánh đồng là y                      (<math>y &gt; 15; y \in N^*</math>)</p>	0,25đ
	<p>Thiết lập pt <math>\frac{15}{x} + \frac{15}{y} = \frac{1}{6}</math></p>	0,5 đ
	<p>Thiết lập pt <math>\frac{12}{x} + \frac{20}{y} = \frac{1}{5}</math></p>	0,5đ
	<p>Giải hpt được <math>x=360; y=120</math></p>	0,5đ
	<p>Kết luận đúng</p>	0,25đ
3		2đ
3.1	<p>Đk <math>x \neq 2; y \neq 1</math></p> <p>Đặt <math>\frac{1}{x-2} = a; \frac{1}{y-1} = b \Rightarrow a = 1; b = 1</math></p> <p><math>x=3; y=2</math></p>	1đ
3.2a	$x^2 + mx - 3 = 0 \Rightarrow \Delta = m^2 + 12 > 0 \forall m$	0,5đ
3.2b	<p>Theo viết: <math>\begin{cases} x_1 + x_2 = -m \\ x_1 x_2 = n - 3 \end{cases}</math></p> <p>Mà <math>\begin{cases} x_1 - x_2 = 1 \\ x_1^2 - x_2^2 = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -7 \\ n = 15 \end{cases}</math></p>	0,5đ

4



4a

$$\hat{ADC} = \hat{DAB}$$

$$\begin{cases} \hat{DAB} + \hat{BAC} = 90^\circ \\ \hat{AMN} + \hat{BAC} = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{AMN} = \hat{DAB} \Rightarrow \hat{ADC} = \hat{AMN}$$

$$\hat{ADC} + \hat{CDN} = 180^\circ \Rightarrow \hat{AMN} + \hat{CDN} = 180^\circ \Rightarrow \text{dpcm}$$

1đ

4b

$$AC \cdot AM = AD \cdot AN$$

Xét 2 tam giác vuông ADC và AMN có  $\hat{ADC} = \hat{AMN}$   
nên chúng đồng dạng

$$\text{suy ra } \frac{AD}{AM} = \frac{AC}{AN} \Rightarrow \text{dpcm}$$

1đ

4c

I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác MCDN. H là trung điểm MN.

Chứng minh AOIH là hình bình hành

Kẻ trung trực CD và MN suy ra tâm I

Tam giác NAM vuông tại A suy ra HA=HM

Suy ra

1đ

	$\widehat{KAC} = \widehat{AMN} \Rightarrow \widehat{ADC} = \widehat{KAC}$ $do \widehat{ADC} + \widehat{KCA} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{KAC} + \widehat{KCA} = 90^\circ \Rightarrow AK \perp CD \Rightarrow KH // OI (1)$ $\begin{cases} AO \perp MN \\ HI \perp MN \end{cases} \Rightarrow AO // HI \Rightarrow dpcm$	
4d	AOIH là hình bình hành suy ra $AO = HI = R$ Suy ra $d(I; MN) = R$ Suy ra I nằm trên đường thẳng //xy và cách xy một khoảng =R	0,5đ
5	$VT = a\left(\frac{1}{c} + \frac{1}{b}\right) + b\left(\frac{1}{c} + \frac{1}{a}\right) + c\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$ $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq \frac{4}{x+y} \quad (do (x+y)^2 \geq 4xy \Leftrightarrow \frac{x+y}{xy} \geq \frac{4}{x+y})$ Mà $\Rightarrow VT \geq a \cdot \frac{4}{c+b} + b \cdot \frac{4}{a+c} + c \cdot \frac{4}{a+b} \Rightarrow dpcm$	0,5 đ



**Câu 1 (2,0 điểm).** Giải phương trình và hệ phương trình sau:

$$1) x^2 + 9 = 6x \qquad 2) \begin{cases} x + 2y = -3 \\ 3x + y = 1 \end{cases}$$

**Câu 2 (2,0 điểm).**

1) Cho  $a > 0, b > 0, a \neq b$ , rút gọn biểu thức:

$$A = \left( \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{ab} - b} + \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{ab} - a} \right) : \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{a\sqrt{b} - b\sqrt{a}}$$

2) Tìm giá trị của  $m$  để ba đường thẳng:  $3x - y = 10, 2x + 3y = -8$  và  $y = mx + 6$  cùng đi qua một điểm.

**Câu 3 (2,0 điểm).**

1) Hai người cùng làm chung một công việc trong vòng 8 giờ thì xong. Nếu người thứ nhất làm 1 giờ 30 phút và người thứ hai làm tiếp 3 giờ thì được 25% công việc. Hỏi nếu làm riêng một mình thì mỗi người cần bao nhiêu thời gian để hoàn thành công việc.

2) Tìm  $m$  để đồ thị của hàm số  $y = 2x + m + 5$  ( $m$  là tham số) cắt trục tung tại điểm A, cắt trục hoành tại điểm B sao cho diện tích tam giác AOB bằng 6 (với O là gốc tọa độ).

**Câu 4 (3,0 điểm).**

Cho đường tròn (O) đường kính  $AB = 2R$ . Điểm C nằm giữa hai điểm A và B, vẽ đường tròn (I) đường kính CA và đường tròn (K) đường kính CB. Qua C kẻ đường thẳng vuông góc với AB cắt đường tròn (O) tại D và E. Đoạn thẳng DA cắt đường tròn (I) tại M, DB cắt đường tròn (K) tại N.

a) Chứng minh rằng: Bốn điểm C, M, D, N cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh rằng: MN là tiếp tuyến chung của đường tròn (I) và đường tròn (K).

c) Xác định vị trí điểm C trên đường kính AB sao cho tứ giác CMDN có diện tích lớn nhất.

**Câu 5 (1,0 điểm).** Cho hai số thực  $x, y$  thỏa mãn:  $x > y$  và  $xy = 2$ . Tìm giá trị nhỏ

nhất của biểu thức:  $M = \frac{2x^2 - 3xy + 2y^2}{x - y}$ .

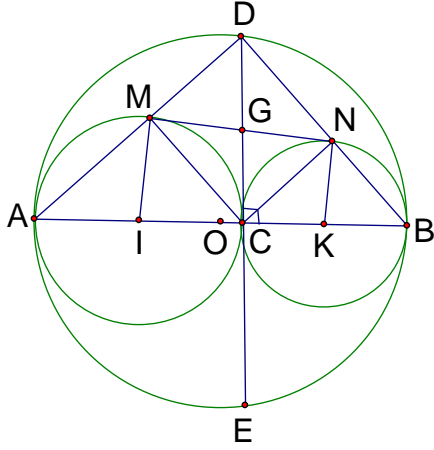
————— Hết —————

Họ tên học sinh:.....Số báo danh:.....

Chữ kí giám thị 1: ..... Chữ kí giám thị 2:.....

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 1 (2 điểm)	1) $x^2 + 9 = 6x \Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow (x - 3)^2 = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 3$	0,25
	Vậy nghiệm của phương trình là $x = 3$	0,25
	2) $\begin{cases} x + 2y = -3 \\ 3x + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2y - 3 \\ 3(-2y - 3) + y = 1 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -2y - 3 \\ -6y - 9 + y = 1 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -2y - 3 \\ -5y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}$	0,25
Vậy nghiệm của hệ phương trình là $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}$	0,25	
Câu 2 (2 điểm)	1) Với $a > 0, b > 0, a \neq b$ , ta có: $A = \left( \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{ab} - b} + \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{ab} - a} \right) \cdot \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{a\sqrt{b} - b\sqrt{a}}$ $= \left( \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}(\sqrt{a} - \sqrt{b})} - \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}(\sqrt{a} - \sqrt{b})} \right) \cdot \frac{a\sqrt{b} - b\sqrt{a}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$	0,25
	$= \left( \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}(\sqrt{a} - \sqrt{b})} - \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}(\sqrt{a} - \sqrt{b})} \right) \cdot \frac{a\sqrt{b} - b\sqrt{a}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$	0,25
	$= \frac{a - b}{\sqrt{ab}(\sqrt{a} - \sqrt{b})} \cdot \frac{\sqrt{ab}(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$	0,25
	$= \frac{a - b}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$	0,25
	2) Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng: $3x - y = 10$ , $2x + 3y = -8$ là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} 3x - y = 10 \\ 2x + 3y = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3x - 10 \\ 2x + 3(3x - 10) = -8 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 3x - 10 \\ 2x + 9x - 30 = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3x - 10 \\ 11x = 22 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -4 \\ x = 2 \end{cases}$ Học sinh tìm hoành độ giao điểm sau đó tìm tung độ giao điểm cho điểm tối đa	0,25

	Ba đường thẳng: $3x - y = 10$ , $2x + 3y = -8$ và $y = mx + 6$ cùng đi qua một điểm khi điểm $(2; -4)$ thuộc đường thẳng $y = mx + 6$ Không có điểm $(2; -4)$ thuộc đường thẳng $y = mx + 6$ Hoặc đường thẳng $y = mx + 6$ đi qua điểm $(2; -4)$ không chấm phần này	0,25
	$\Leftrightarrow -4 = 2m + 6 \Leftrightarrow m = -5$ . Vậy $m = -5$	0,25
<b>Câu 3</b> (2 điểm)	1) Gọi thời gian người thứ nhất làm riêng một mình xong công việc là $x$ (giờ), thời gian người thứ hai làm riêng một mình xong công việc là $y$ (giờ), điều kiện $x > 8$ , $y > 8$ . Trong một giờ: người thứ nhất làm được $\frac{1}{x}$ (công việc), người thứ hai làm được $\frac{1}{y}$ (công việc), cả hai người cùng làm chung một công việc trong vòng 8 giờ thì xong nên ta có phương trình: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{8}$ (1) Cả hai người cùng làm chung một công việc trong vòng 8 giờ thay bằng Theo bài ra ta có phương trình cho điểm tối đa	0,25
	Đổi 1 giờ 30 phút = $\frac{3}{2}$ giờ. Do người thứ nhất làm 1 giờ 30 phút và người thứ hai làm tiếp 3 giờ thì được 25% công việc nên ta có phương trình: $\frac{3}{2x} + \frac{3}{y} = \frac{1}{4}$ (2)	0,25
	Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{8} \\ \frac{3}{2x} + \frac{3}{y} = \frac{1}{4} \end{cases}$	
	Đặt $a = \frac{1}{x}$ , $b = \frac{1}{y}$ ta có hệ phương trình: $\begin{cases} a + b = \frac{1}{8} \\ \frac{3}{2}a + 3b = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8a + 8b = 1 \\ 6a + 12b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 24a + 24b = 3 \\ 12a + 24b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{12} \\ b = \frac{1}{24} \end{cases}$	0,25
Từ đó suy ra $\begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{12} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{24} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 24 \end{cases}$ (Thoả mãn)		
Vậy thời gian người thứ nhất làm riêng một mình xong công việc là 12 (giờ), thời gian người thứ hai làm riêng một mình xong công việc là 24 (giờ) Trong các vấn đề đơn vị, điều kiện, đổi dữ kiện, đổi chiều điều kiện – viết tắt; thiếu 2-3 mục trừ 0,25đ, thiếu 4-5 mục trừ 0,5đ	0,25	

	<p>2) (Không cần vẽ đồ thị) Đồ thị của hàm số <math>y = 2x + m + 5</math> cắt trục tung tại điểm <math>A(0; m+5)</math>; đồ thị của hàm số <math>y = 2x + m + 5</math> cắt trục hoành tại điểm <math>B\left(\frac{-(m+5)}{2}, 0\right)</math>.</p> <p>Sai tọa độ điểm A, điểm B không chấm</p> <p>Khi đó: <math>OA =  m+5 </math>, <math>OB = \left \frac{-(m+5)}{2}\right  = \frac{ m+5 }{2}</math></p> <p>OA ; OB không có dấu GTTĐ không chấm</p>	0,25	
	<p>Diện tích tam giác AOB bằng 6 nên:</p> $\frac{1}{2} \cdot OA \cdot OB = 6 \Leftrightarrow \frac{1}{2}  m+5  \cdot \frac{ m+5 }{2} = 6 \Leftrightarrow (m+5)^2 = 24$ <p>Không có OA; OB ở trên mà thay đúng có dấu GTTĐ cho điểm tối đa</p>	0,25	
	$\Leftrightarrow  m+5  = 2\sqrt{6} \Leftrightarrow m+5 = 2\sqrt{6} \text{ hoặc } m+5 = -2\sqrt{6}$	0,25	
	$\Leftrightarrow m = 2\sqrt{6} - 5 \text{ hoặc } m = -2\sqrt{6} - 5$	0,25	
<p><b>Câu 4</b> (3 điểm)</p>		<p>1) Vẽ hình đúng</p>	0,25
		<p>Xét tam giác AMC có MI là trung tuyến và <math>MI = \frac{1}{2}AC</math> nên <math>\Delta AMC</math> vuông tại M <math>\Rightarrow \angle AMC = 90^\circ \Rightarrow \angle DMC = 90^\circ</math></p> <p>Chứng minh góc nội tiếp chắn nửa đường tròn cho điểm tối đa</p> <p>Chứng minh tương tự <math>\Rightarrow \angle BNC = 90^\circ \Rightarrow \angle DNC = 90^\circ</math></p>	0,25
	<p>Chứng minh tương tự <math>\Rightarrow \angle ADB = 90^\circ</math>. Tứ giác CMDN có <math>\angle CMD = \angle ADB = \angle CND = 90^\circ</math> nên CMDN là hình chữ nhật.</p>		0,25
	<p>gọi G là giao điểm của MN và CD ta có MN và CD cắt nhau tại trung điểm G của mỗi đường (bỏ) suy ra <math>GC = GD = GM = GN \Rightarrow</math> bốn điểm C, M, D, N cùng thuộc một đường tròn tâm G.</p> <p>Tam giác DMC và tam giác DNC thuộc đường tròn đường kính DC <math>\Rightarrow</math> bốn điểm C, M, D, N cùng thuộc một đường tròn tâm G cho điểm tối đa.</p>		0,25
	<p>2) Ta có <math>\Delta IMC</math> cân tại I (<math>IM = IC</math>) <math>\Rightarrow \angle IMC = \angle ICM</math> và <math>\Delta GMC</math> cân tại G (<math>GM = GC</math>) <math>\Rightarrow \angle GMC = \angle GCM</math></p>		0,25
	<p><math>\Rightarrow \angle GMC + \angle IMC = \angle ICM + \angle GCM \Rightarrow \angle IMG = \angle ICG = 90^\circ</math>  <math>\Rightarrow MN</math> là tiếp tuyến của đường tròn (I)</p> <p>Có thể chứng minh <math>\angle IMA + \angle DMG = 90^\circ \Rightarrow \angle IMG = 90^\circ</math></p>		0,25
<p>Ta có <math>\Delta KNC</math> cân tại K (<math>KN = KC</math>) <math>\Rightarrow \angle KNC = \angle KCN</math></p>		0,25	

	và $\Delta GNC$ cân tại $G$ ( $GN = GC$ ) $\Rightarrow GNC = GCN$	
	$\Rightarrow GNC + KNC = KCN + GCN \Rightarrow GNC = GCK = 90^\circ$ $\Rightarrow MN$ là tiếp tuyến của đường tròn ( $K$ ) $\Rightarrow MN$ là tiếp tuyến chung của hai đường tròn ( $I$ ) và ( $K$ )	0,25
	3) Xét $\Delta ACD$ vuông tại $C$ nên $AD \cdot MD = CD^2 \Rightarrow MD = \frac{CD^2}{AD}$ Xét $\Delta BCD$ vuông tại $C$ nên $BD \cdot ND = CD^2 \Rightarrow ND = \frac{CD^2}{BD}$	0,25
	Xét $\Delta ABD$ vuông tại $D$ nên $AD \cdot BD = AB \cdot CD$ $\Rightarrow S_{C_{MNDN}} = MD \cdot ND = \frac{CD^2}{AD} \cdot \frac{CD^2}{BD} = \frac{CD^4}{AD \cdot BD} = \frac{CD^4}{AB \cdot CD} = \frac{CD^3}{AB}$	0,25
	Mặt khác: $CD \leq R$ , $AB = 2R$ suy ra $\Rightarrow S_{C_{MNDN}} \leq \frac{R^3}{2R} = \frac{R^2}{2}$	0,25
	Tứ giác $C_{MNDN}$ có diện tích lớn nhất bằng $\frac{R^2}{2}$ khi $CD = R$ $\Leftrightarrow C$ trùng với $O$ .	0,25
<b>Câu 5</b> (1 điểm)	Nhận xét: Cho hai số dương $a, b$ ta có $a + b - 2\sqrt{ab} = (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0 \Rightarrow a + b \geq 2\sqrt{ab}$ , đẳng thức xảy ra khi $a = b$ (Vấn cho điểm nếu học sinh sử dụng bất đẳng thức Côsi cho hai số $a, b > 0$ )	0,25
	$M = \frac{2x^2 - 3xy + 2y^2}{x - y} = \frac{2(x - y)^2 + xy}{x - y}$ . Do $x > y$ và $xy = 2$ nên $M = 2 \left( (x - y) + \frac{1}{x - y} \right) \geq 4 \sqrt{(x - y) \frac{1}{x - y}} = 4$	0,25
	Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} xy = 2 \\ x - y = \frac{1}{x - y} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 2 \\ x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 1 \\ y^2 + y - 2 = 0 \end{cases} \\ x > y \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 1, x = 2 \\ y = -2, x = 1 \end{cases}$ . Kết luận: Min $A = 4$ khi $\begin{cases} x = 2, y = 1 \\ x = 1, y = -2 \end{cases}$	0,25

**Chú ý:** - Giáo viên có thể chia nhỏ biểu điểm;

- Học sinh làm cách khác, đúng vẫn chấm điểm tối đa.

Ngày thi: 25 tháng 02 năm 2018

Thời gian làm bài : 120 phút( không kể thời gian giao đề)

**Bài I ( 2,0 điểm)**

Cho hai biểu thức:  $A = \frac{2x - 3\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 2}$  và  $B = \frac{\sqrt{x^3} - \sqrt{x} + 2x - 2}{\sqrt{x} + 2}$  với  $x \geq 0$  và  $x \neq 4$

- 1) Tính giá trị của A khi  $x = 4 - 2\sqrt{3}$
- 2) Tìm giá trị của x để  $B = A + 1$
- 3) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $C = B - A$

**Bài II ( 2 điểm)**

Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Một ô tô dự định đi từ A đến B trong một khoảng thời gian đã định. Nếu xe chạy với vận tốc 35 km/h thì đến B chậm mất 2 giờ. Nếu xe chạy với vận tốc 50km/h thì đến B sớm hơn 1 giờ. Tính quãng đường AB và thời gian dự định đi lúc ban đầu.

**Bài III ( 2 điểm)**

1) Giải hệ phương trình :

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{x+3}{x}} + \frac{2y}{y-2} = 8 \\ 2\sqrt{\frac{x+3}{x}} + \frac{3y}{y-2} = 13 \end{cases}$$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng  $(d_1): y = -mx + m + 1$  và  $(d_2): y = \frac{1}{m}x - 1 - \frac{5}{m}$

với m là tham số khác 0 .

- a) Chứng minh rằng  $(d_1)$  và  $(d_2)$  luôn vuông góc với nhau với mọi giá trị của tham số  $m \neq 0$  .
- b) Tìm điểm cố định mà đường thẳng  $(d_1)$  luôn đi qua . Chứng minh rằng giao điểm của hai đường thẳng luôn thuộc một đường cố định.

**Bài IV ( 3,5 điểm).** Cho đường tròn tâm O, bán kính R. Điểm A thuộc đường tròn, BC là một đường kính ( $A \neq B, A \neq C$ ). Vẽ AH vuông góc với BC tại H. Gọi E, M lần lượt là trung điểm của AB, AH và P là giao điểm của OE với tiếp tuyến tại A của đường tròn (O, R).

- 1) Chứng minh rằng:  $AB^2 = BH \cdot BC$
- 2) Chứng minh: PB là tiếp tuyến của đường tròn (O)
- 3) Chứng minh ba điểm P, M, C thẳng hàng.
- 4) Gọi Q là giao điểm của đường thẳng PA với tiếp tuyến tại C của đường tròn (O). Khi A thay đổi trên đường tròn (O), tìm giá trị nhỏ nhất của tổng  $OP + OQ$  .

**Bài V ( 0,5 điểm)**

Cho các số thực không âm  $x, y, z$  thỏa mãn:  $x \leq 1, y \leq 1, z \leq 1$  và  $x + y + z = \frac{3}{2}$ . Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức  $P = x^2 + y^2 + z^2$

---

## Đáp án

**Câu 1:** (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức  $A = \frac{2x - 3\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 2}$  và  $B = \frac{\sqrt{x^3} - \sqrt{x} + 2x - 2}{\sqrt{x} + 2}$  với  $x \geq 0$  và  $x \neq 4$ .

1. Tính giá trị của  $A$  khi  $x = 4 - 2\sqrt{3}$ .
2. Tìm giá trị của  $x$  để  $B = A + 1$ .
3. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $C = B - A$ .

### Lời giải.

Với  $x \geq 0; x \neq 4$ , ta có:

$$\begin{aligned} A &= \frac{2x - 3\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 2} = \frac{(2x - 4\sqrt{x}) + (\sqrt{x} - 2)}{\sqrt{x} - 2} = \frac{2\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2) + (\sqrt{x} - 2)}{\sqrt{x} - 2} \\ &= \frac{(\sqrt{x} - 2)(2\sqrt{x} + 1)}{(\sqrt{x} - 2)} = 2\sqrt{x} + 1. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= \frac{\sqrt{x^3} - \sqrt{x} + 2x - 2}{\sqrt{x} + 2} = \frac{(\sqrt{x^3} - \sqrt{x}) + (2x - 2)}{\sqrt{x} + 2} = \frac{\sqrt{x}(x - 1) + 2(x - 1)}{\sqrt{x} + 2} \\ &= \frac{(\sqrt{x} + 2)(x - 1)}{(\sqrt{x} + 2)} = x - 1. \end{aligned}$$

1. Khi  $x = 4 - 2\sqrt{3} = 3 - 2\sqrt{3} + 1 = (\sqrt{3} - 1)^2$ , thay vào  $A$ , ta được

$$A = 2\sqrt{x} + 1 = 2\sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2} + 1 = 2(\sqrt{3} - 1) + 1 = 2\sqrt{3} - 1.$$

Vậy  $x = 4 - 2\sqrt{3}$  thì  $A = 2\sqrt{3} - 1$ .

2.  $B = A + 1 \Leftrightarrow x - 1 = 2\sqrt{x} + 1 + 1$   
 $\Leftrightarrow x - 2\sqrt{x} - 3 = 0$   
 $\Leftrightarrow (x + \sqrt{x}) - (3\sqrt{x} + 3) = 0$   
 $\Leftrightarrow \sqrt{x}(\sqrt{x} + 1) - 3(\sqrt{x} + 1) = 0$   
 $\Leftrightarrow (\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 3) = 0$   
 $\Leftrightarrow \sqrt{x} - 3 = 0$  (Vì  $\sqrt{x} \geq 0, \forall x \geq 0, x \neq 4$  nên  $\sqrt{x} + 1 > 0$ )  
 $\Leftrightarrow x = 9$ .

Vậy  $x = 9$  thì  $B = A + 1$ .

3.  $C = B - A = (x - 1) - (2\sqrt{x} + 1) = x - 2\sqrt{x} - 2 = (x - 2\sqrt{x} + 1) - 3 = (\sqrt{x} - 1)^2 - 3$

Với  $\forall x \geq 0; x \neq 4$  thì  $(\sqrt{x} - 1)^2 \geq 0$ , nên  $(\sqrt{x} - 1)^2 - 3 \geq -3$ .

Dấu bằng xảy ra khi  $(\sqrt{x}-1)^2=0 \Leftrightarrow \sqrt{x}-1=0 \Leftrightarrow \sqrt{x}=1 \Leftrightarrow x=1$ .

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $C=B-A$  là  $-3$  khi  $x=1$ .

**Câu 2:** (2 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một ô tô dự định đi từ A đến B trong một thời gian đã định. Nếu xe chạy với vận tốc 35km/h thì đến B chậm mất 2 giờ. Nếu xe chạy với vận tốc 50km/h thì đến B sớm hơn 1 giờ. Tính quãng đường AB và thời gian dự định đi lúc ban đầu.

**Lời giải.**

Gọi  $x$  (giờ) là thời gian dự định đi lúc ban đầu. ( $x > 0$ )

Theo đề bài ta có phương trình sau:

$$35(x+2) = 50(x-1)$$

$$\Leftrightarrow 35x + 70 = 50x - 50$$

$$\Leftrightarrow 15x = 120$$

$$\Leftrightarrow x = 8 \text{ (nhận)}$$

Vậy thời gian dự định đi lúc ban đầu là 8 (giờ)

Quãng đường AB là  $35(8+2) = 350$  (km)

**Câu 3:**

1, giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} \sqrt{\frac{x+3}{x}} + \frac{2y}{y-2} = 8 \\ 2\sqrt{\frac{x+3}{x}} + \frac{3y}{y-2} = 13 \end{cases}$$

**Lời giải.**

$$\text{Đặt } \begin{cases} \sqrt{\frac{x+3}{x}} = a (a \geq 0) \\ \frac{y}{y-2} = b (b > 0) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + 2b = 8 \\ 2a + 3b = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{\frac{x+3}{x}} = 2 \\ \frac{y}{y-2} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$$

2, Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng  $(d_1): (d_1): y = -mx + m + 1$  và

$(d_2): y = \frac{1}{m}x - 1 - \frac{5}{m}$  với  $m$  là tham số khác 0.

a, Chứng minh rằng  $(d_1)$  và  $(d_2)$  luôn vuông góc với mọi giá trị của tham số  $m \neq 0$ .

b, Tìm điểm cố định mà đường thẳng  $(d_1)$  luôn đi qua. Chứng minh rằng giao điểm của hai đường thẳng luôn thuộc một đường cố định

**Lời giải.**

a, Hệ số góc của đường thẳng  $(d_1)$  là  $-m$  và hệ số góc của đường thẳng  $(d_2)$  là  $\frac{1}{m}$ .

Xét tích của các hệ số góc của hai đường thẳng  $(d_1)$  và  $(d_2)$ :

$-m \cdot \frac{1}{m} = -1$  nên hai đường thẳng  $(d_1)$  và  $(d_2)$  vuông góc với nhau với mọi giá trị của  $m$ .

b,  $(d_1): y = -mx + m + 1$                        $(d_2): y = \frac{1}{m}x - 1 - \frac{5}{m}$



Giả sử  $M(x_0; y_0)$  là giao điểm của  $(d_1)$  và  $(d_2)$

$$y_0 - 1 = m(1 - x_0)$$

$$y_0 + 1 = \frac{1}{m}(x_0 - 5)$$

$$\Rightarrow (y_0 + 1)(y_0 - 1) = (1 - x_0)(x_0 - 5)$$

$$y_0^2 - 1 = -x_0^2 + 6x_0 - 4$$

$$(x_0 - 3)^2 + y_0^2 = 5$$

Giả sử  $I(3; 0) \in$  mặt phẳng tọa độ

Ta có  $IM = \sqrt{(x_0 - 3)^2 + y_0^2} = \sqrt{5}$  không đổi.

Vậy  $M$  thuộc đường tròn tâm  $I$  bán kính  $\sqrt{5}$

**Câu 4:** (3,5 điểm). Cho đường tròn tâm  $O$ , bán kính  $R$ . Điểm  $A$  thuộc đường tròn,  $BC$  là một đường kính ( $A \neq B, A \neq C$ ). Vẽ  $AH$  vuông góc với  $BC$  tại  $H$ . Gọi  $E, M$  lần lượt là trung điểm của  $AB, AH$  và  $P$  là giao điểm của  $OE$  với tiếp tuyến tại  $A$  của đường tròn  $(O, R)$ .

1) Chứng minh rằng:  $AB^2 = BH \cdot BC$

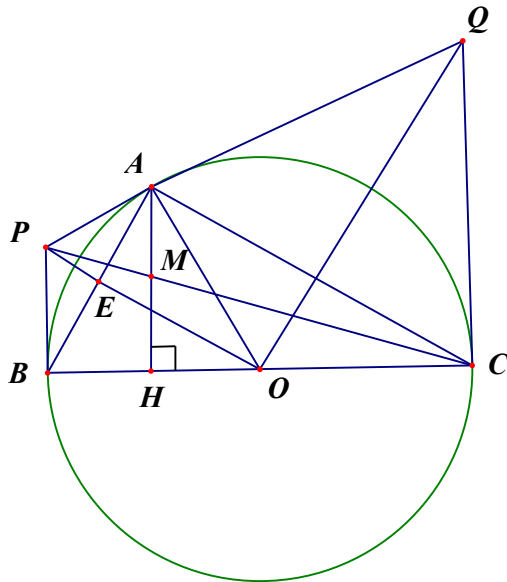
2) Chứng minh:  $PB$  là tiếp tuyến của đường tròn  $(O)$

3) Chứng minh ba điểm  $P, M, C$  thẳng hàng.

4) Gọi  $Q$  là giao điểm của đường thẳng  $PA$  với tiếp tuyến tại  $C$  của đường tròn  $(O)$ .

Khi  $A$  thay đổi trên đường tròn  $(O)$ , tìm giá trị nhỏ nhất của tổng  $OP + OQ$ .

**Lời giải.**



1) Chứng minh rằng:  $AB^2 = BH \cdot BC$

Xét  $\triangle ABC$  vuông tại  $A \Rightarrow AB^2 = BH \cdot BC$

2) Chứng minh:  $PB$  là tiếp tuyến của đường tròn  $(O)$

Có  $E$  là trung điểm của  $AB \Rightarrow AB \perp OE \Rightarrow OE$  là đường trung trực của  $AB$

$$\Rightarrow PA = PB \Rightarrow \Delta OPA = \Delta OPB (c - c - c) \Rightarrow \widehat{PAO} = \widehat{PBO} = 90^\circ \Rightarrow PB \perp AO$$

$\Rightarrow PB$  là tiếp tuyến của đường tròn  $(O)$

3) Chứng minh ba điểm  $P, M, C$  thẳng hàng.

Giả sử  $PC$  cắt  $AH$  tại  $N$

$$\text{Ta chứng minh được } \frac{PE}{PO} = \frac{BH}{BC} \text{ mà } \frac{BH}{BC} = \frac{CN}{CP}$$

$$\Rightarrow \frac{PE}{PO} = \frac{CN}{CP} \Rightarrow \Delta PNE \sim \Delta PCO (c - g - c)$$

$$\Rightarrow \widehat{PNE} = \widehat{PCO} \text{ mà hai góc ở vị trí so le trong } \Rightarrow NE \parallel OC \Rightarrow NE \parallel BH$$

Lại có  $E$  là trung điểm của  $AB \Rightarrow N$  là trung điểm  $AH \Rightarrow N \equiv M$

Vậy  $P, M, C$  thẳng hàng.

4) Tìm giá trị nhỏ nhất của tổng  $OP + OQ$ .

Theo bất đẳng thức cô si ta có

$$OP + OQ \geq 2\sqrt{OP \cdot OQ}$$

$$\text{Mà } OP \cdot OQ = OA \cdot PQ = PQ \cdot R$$

$\Rightarrow OP \cdot OQ$  đạt giá trị nhỏ nhất khi  $PQ$  nhỏ nhất  $\Leftrightarrow PQ$  là khoảng cách giữa hai đường  $BP$  và  $CQ$

$\Rightarrow PQ \parallel BC \Rightarrow A$  là điểm chính giữa đường tròn.

**Câu 5:** (0,5 điểm)

Cho các số thực không âm  $x, y, z$  thỏa mãn  $x \leq 1, y \leq 1, z \leq 1$  và  $x + y + z = \frac{3}{2}$ .

Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = x^2 + y^2 + z^2$

**Lời giải.**

**Tìm giá trị lớn nhất**

Ta có  $0 \leq x, y, z \leq 1$ . Do vai trò  $x, y, z$  như nhau nên giả sử  $x \geq y \geq z$ . Khi đó  $1 \geq x \geq \frac{1}{2}$

Ta có

$$y + z = \frac{3}{2} - x \Rightarrow y^2 + z^2 + 2yz = \frac{9}{4} - 3x + x^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 = \frac{9}{4} - 3x + 2x^2 - 2yz \leq \frac{9}{4} - 3x + 2x^2 = \frac{5}{4} + (x-1)(2x-1) \leq \frac{5}{4}$$

$$\text{Vậy } P \leq \frac{5}{4}$$

Vậy  $\text{Max } P = \frac{5}{4}$  khi  $(x, y, z) = \left(1; \frac{1}{2}; 0\right)$  và các hoán vị  $x, y, z$

**Tìm giá trị nhỏ nhất**

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho 2 số dương, ta có  $x^2 + \frac{1}{4} \geq 2\sqrt{x^2 \cdot \frac{1}{4}} = x$

---

Tương tự  $y^2 + \frac{1}{4} \geq y$ ;  $z^2 + \frac{1}{4} \geq z$

Cộng theo vế các bất đẳng thức ta có  $x^2 + y^2 + z^2 + \frac{3}{4} \geq x + y + z = \frac{3}{2}$

Hay  $x^2 + y^2 + z^2 \geq \frac{3}{2}$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi  $x = y = z = \frac{1}{2}$ .

Vậy  $\text{Min } P = \frac{3}{2}$  khi  $x = y = z = \frac{1}{2}$ .

**Bài 1 (2 điểm):** Cho hai biểu thức:

$$A = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3} \text{ và } B = \frac{1}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{4\sqrt{x}}{x+2\sqrt{x}-3} \text{ với } x \geq 0; x \neq 1$$

a) Tính giá trị biểu thức  $A$  khi  $x = \frac{16}{9}$ .

b) Rút gọn biểu thức  $B$ .

c) Tìm  $x$  để  $\frac{A-1}{B} \leq -\frac{1}{2}$ .

**Bài 2 : (2,0 điểm)**

Hưởng ứng phong trào trồng cây vì môi trường xanh, sạch, đẹp; một chi đoàn thanh niên dự định trồng 240 cây xanh trong một thời gian quy định. Do mỗi ngày chi đoàn trồng được nhiều hơn dự định 15 cây nên không những họ đã hoàn thành công việc sớm hơn dự định 2 ngày mà còn trồng thêm được 30 cây xanh nữa. Tính số cây mà chi Đoàn dự định trồng trong một ngày?

**Bài 3. (2 điểm):**

1) Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{3x}{x-2} - \frac{2}{\sqrt{y+2}} = 4 \\ \frac{2x}{x-2} + \frac{1}{\sqrt{y+2}} = 5 \end{cases}$$

2) Cho phương trình:  $x^2 - 2(m-1)x + m - 3 = 0$  (1)

a) Giải phương trình (1) với  $m = 0$ ;

b) Tìm  $m$  để phương trình (1) có 2 nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1 < 2 < x_2$ .

**Bài 4: (3,5 điểm)**

Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  ( $AB < AC$ ), lấy điểm  $M$  thuộc cạnh  $AC$ . Vẽ đường tròn  $(O)$  đường kính  $MC$  cắt  $BC$  tại  $E$ ,  $BM$  cắt  $(O)$  tại  $N$ ,  $AN$  cắt  $(O)$  tại  $D$ ,  $ED$  cắt  $AC$  tại  $H$ .

- Chứng minh tứ giác  $BANC$  nội tiếp.
- Chứng minh  $AB \parallel DE$  và  $MH \cdot HC = EH^2$ .
- Chứng minh  $M$  cách đều ba cạnh của tam giác  $ANE$ .
- Lấy  $I$  đối xứng với  $M$  qua  $A$ , lấy  $K$  đối xứng với  $M$  qua  $E$ . Tìm vị trí của  $M$  để đường tròn ngoại tiếp tam giác  $BIK$  có bán kính nhỏ nhất?

**Bài 5:**(0,5 điểm)

Tìm GTLN của biểu thức  $M = \frac{x\sqrt{y-2} + y\sqrt{x-3}}{xy}$  ( $x \geq 3, y \geq 2$ )

### Hướng dẫn giải - đáp số

**Bài 1:**

a) Tính giá trị biểu thức  $A$  khi  $x = \frac{16}{9}$ .

Thay  $x = \frac{16}{9}$  (TMĐK) vào biểu thức  $A$  có:

$$A = \frac{\sqrt{\frac{16}{9}} - 1}{\sqrt{\frac{16}{9}} + 3} = \frac{\frac{1}{3} - 1}{\frac{1}{3} + 3} = \frac{-\frac{2}{3}}{\frac{10}{3}} = -\frac{2}{10} = -\frac{1}{5}$$

Vậy  $A = -\frac{1}{5}$  khi  $x = \frac{16}{9}$ .

b) Rút gọn biểu thức  $B$ .

$$B = \frac{1}{\sqrt{x+3}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-1}} - \frac{4\sqrt{x}}{x+2\sqrt{x}-3} = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+3}}$$

c) Tìm  $x$  để  $\frac{A-1}{B} \leq -\frac{1}{2}$ .

$$\frac{A-1}{B} = (A-1) : B = \left( \frac{\sqrt{x-1}-1}{\sqrt{x+3}} - 1 \right) : \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+3}} = -\frac{4}{\sqrt{x+1}}$$

$$\frac{A-1}{B} \leq -\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{-4}{\sqrt{x+1}} + \frac{1}{2} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-7}{2(\sqrt{x+1})} \leq 0$$

$$\text{Mà } x \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x}+1 \geq 1 \Leftrightarrow 2(\sqrt{x}+1) \geq 2 > 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{x}-7 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} \leq 7$$

$$\Leftrightarrow 0 \leq x \leq 49$$

Kết hợp điều kiện xác định:  $x \geq 0; x \neq 1$

Vậy  $0 \leq x \leq 49; x \neq 1$  thì  $\frac{A-1}{B} \leq -\frac{1}{2}$

### Bài 2:

Gọi số cây mà chi đoàn dự định trồng trong một ngày là  $x$  cây ( $x \in \mathbb{N}^*$ )

Do mỗi ngày chi đoàn trồng được nhiều hơn dự định 15 cây nên số cây mà chi đoàn trồng trong một ngày theo thực tế là  $x+15$  (cây)

Số cây trồng được theo thực tế là  $240+30=270$  cây

Thời gian trồng 240 cây xanh theo dự định là  $\frac{240}{x}$  (ngày)

Thời gian trồng 270 cây xanh theo dự định là  $\frac{270}{x+15}$  (ngày)

Do họ đã hoàn thành công việc sớm hơn dự định 2 ngày nên ta có PT:

$$\frac{240}{x} - \frac{270}{x+15} = 2$$

$$\Rightarrow 240(x+15) - 270x = 2x(x+15)$$

$$\Leftrightarrow 240x + 3600 - 270x = 2x^2 + 30x$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 30x + 30x - 3600 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 30x - 1800 = 0$$

$$\Delta = 30^2 - 4 \cdot (-1800) = 8100$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{8100} = 90$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-30+90}{2} = 30(TM) \\ x_2 = \frac{-30-90}{2} = -60(KTM) \end{cases}$$

Vậy số cây mà chi đoàn dự định trồng trong một ngày là 30 cây

### Bài 3:

1) Điều kiện:  $x \neq 2, y > -2$

Đặt  $\frac{x}{x-2} = a$  và  $\frac{1}{\sqrt{y+2}} = b$  ( $b > 0$ )

Hệ phương trình trở thành:  $\begin{cases} 3a - 2b = 4 \\ 2a + b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases}$

- $a = 2 \Leftrightarrow \frac{x}{x-2} = 2 \Rightarrow x = 2x - 4 \Leftrightarrow x = 4$  (tmdk)
- $\frac{1}{\sqrt{y+2}} = 1 \Rightarrow \sqrt{y+2} = 1 \Leftrightarrow y + 2 = 1 \Leftrightarrow y = -1$  (tmdk)

Vậy hệ phương trình có nghiệm  $(x, y) = (4, -1)$

2)  $x^2 - 2(m-1)x + m - 3 = 0$  (1)

a)  $m = 0$  khi đó phương trình trở thành:  $x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x+3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$

Vậy tập nghiệm của phương trình  $S = \{1, -3\}$

b)  $\Delta' = (m-1)^2 - (m-3) = m^2 - 3m + 4 = \left(m - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} \geq \frac{7}{4} > 0$  với mọi  $m$

$\Rightarrow$  Phương trình có hai nghiệm phân biệt  $\forall m$ .

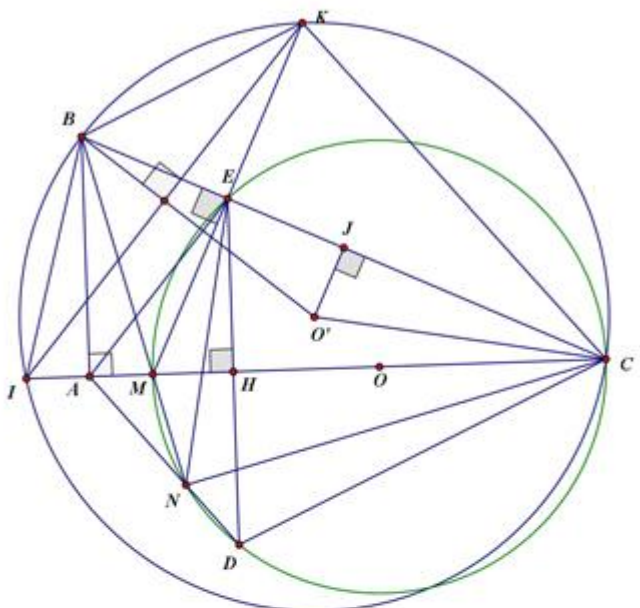
Theo định lý Vi-et:  $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1 \cdot x_2 = m-3 \end{cases}$

Để  $x_1 < 2 < x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 - 2 < 0 \\ x_2 - 2 > 0 \end{cases} \Rightarrow (x_1 - 2)(x_2 - 2) < 0 \Leftrightarrow x_1 x_2 - 2(x_1 + x_2) + 4 < 0$

$\Rightarrow m - 3 - 2 \cdot 2 \cdot (m-1) + 4 < 0 \Leftrightarrow -3m + 5 < 0 \Leftrightarrow m > \frac{5}{3}$

Vậy  $m > \frac{5}{3}$  thì phương trình (1) có 2 nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1 < 2 < x_2$ .

**Bài 4:**



a) Ta có  $\widehat{MNC} = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn  $(O)$ ).

Lại có  $\widehat{BAC} = 90^\circ$  (gt)

Do đó tứ giác  $BANC$  là tứ giác nội tiếp (theo dấu hiệu: “tứ giác có hai đỉnh kề nhau nhìn cạnh đối diện các góc bằng nhau là tứ giác nội tiếp”).

b)

+ Theo câu a) tứ giác  $BANC$  là tứ giác nội tiếp nên  $\widehat{DNC} = \widehat{ABC}$  (1)

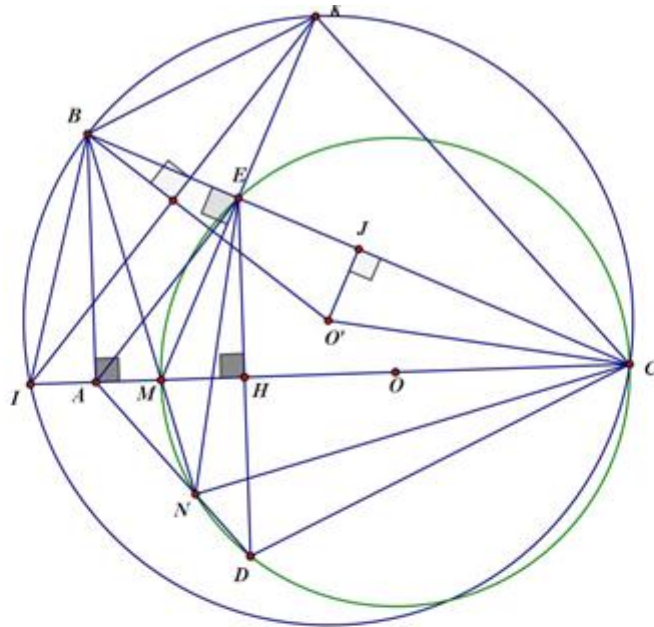
Lại có  $\widehat{DNC} = \widehat{DEC}$  (2) (hai góc nội tiếp cùng chắn  $\widehat{CD}$  của  $(O)$ ).

Từ (1), (2) suy ra  $\widehat{ABC} = \widehat{DEC}$ , suy ra  $AB \parallel DE$  (có hai góc ở vị trí đồng vị bằng nhau).

+ Vì  $AB \parallel DE$  mà  $AB \perp AC$  nên  $DE \perp AC$  hay  $EH \perp MC$ .

Mà tam giác  $MEC$  vuông tại  $E$  nên  $MH \cdot HC = EH^2$  (hệ thức lượng trong tam giác vuông)





c) Ta có  $\widehat{ANB} = \widehat{ACB}$  (3) (hai góc nội tiếp cùng chắn  $\widehat{AB}$  của đường tròn ngoại tiếp tứ giác  $BANC$ ).

Và  $\widehat{MNE} = \widehat{MCE}$  (4) (hai góc nội tiếp cùng chắn  $\widehat{ME}$  của  $(O)$ ).

Từ (3), (4) ta được  $\widehat{ANB} = \widehat{MNE}$  hay  $NM$  là phân giác của  $\widehat{ANE}$  (5)

Ta có  $MC \perp DE$  mà  $MC$  là đường kính của  $(O)$  nên  $H$  là trung điểm của  $DE$ .

Từ đó ta có  $\triangle ADE$  cân tại  $A$  (tam giác có đường cao đồng thời là đường trung tuyến)

Suy ra  $AH$  cũng là phân giác của  $\widehat{EAD}$  trong tam giác  $\triangle ADE$

Hay  $AM$  là phân giác của  $\widehat{NAE}$  (6)

Từ (5), (6) suy ra  $M$  là tâm đường tròn nội tiếp tam giác  $ANE$  hay  $M$  cách đều ba cạnh của tam giác  $ANE$ .

d) Ta có:  $\widehat{IBA} = \widehat{MBA}$  (vì  $\triangle BAI = \triangle BAM$ )

$\widehat{MBE} = \widehat{KBE}$  (vì  $\triangle BEM = \triangle BEK$ )

Do đó:  $\widehat{IBK} + \widehat{ICK} = 2.\widehat{ABM} + 2.\widehat{MBC} + 2.\widehat{ACB} = 2.(\widehat{ABM} + \widehat{MBC} + \widehat{ACB})$

Suy ra tứ giác  $IBKC$  nội tiếp (theo dấu hiệu: “tứ giác có tổng hai góc đối bằng  $180^\circ$  là tứ giác nội tiếp”)

Hay đường tròn ngoại tiếp tam giác  $IBK$  đi qua  $C$ .

Gọi  $O'$  là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác  $IBK$  và gọi  $J$  là trung điểm của  $BC$ .

Thì  $O'J \perp BC$  (Định lý về đường kính và dây cung)

Ta có:  $O'C \geq JC$ ,  $JC$  không đổi.

Do đó  $O'C$  nhỏ nhất khi  $O' \equiv J$

Khi đó  $O'C = O'I = O'A = JA = JC$ , suy ra  $I \equiv A$  hay  $M \equiv A$ .

**Bài 5:**

$$M = \frac{x\sqrt{y-2} + y\sqrt{x-3}}{xy} = \frac{\sqrt{y-2}}{y} + \frac{\sqrt{x-3}}{x}$$

Áp dụng bất đẳng thức Co-si cho hai số không âm  $2$  và  $y-2$

$$\begin{aligned} y &= (y-2) + 2 \geq 2\sqrt{(y-2) \cdot 2} \\ \Leftrightarrow y &\geq 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{y-2} \\ \Leftrightarrow \frac{\sqrt{y-2}}{y} &\leq \frac{1}{2\sqrt{2}} \end{aligned}$$

Dấu "=" xảy ra  $\Leftrightarrow y-2=2 \Leftrightarrow y=4$  (mdk)

Áp dụng bất đẳng thức Co-si cho hai số không âm  $3$  và  $x-3$

$$\begin{aligned} x &= (x-3) + 3 \geq 2\sqrt{(x-3) \cdot 3} \\ \Leftrightarrow x &\geq 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{x-3} \\ \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x-3}}{x} &\leq \frac{1}{2\sqrt{3}} \end{aligned}$$

Dấu "=" xảy ra  $\Leftrightarrow x-3=3 \Leftrightarrow x=6$  (mdk)

$$\Rightarrow M \leq \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{2\sqrt{3}}$$

Vậy GTLN của  $M = \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{2\sqrt{3}}$ . Dấu "=" xảy ra  $\Leftrightarrow x=6, y=4$



# ĐỀ THI THỬ VÀO LỚP 10

Năm học 2018 - 2019

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài : 120 phút

TRƯỜNG THCS & THPT LƯƠNG THẾ VINH

**Bài 1 (2 điểm):** Cho các biểu thức  $P = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3} + \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3} + \frac{x-4\sqrt{x}-9}{9-x}$ ;  $Q = \frac{\sqrt{x}+5}{3-\sqrt{x}}$  với  $x \geq 0; x \neq 9$

- Rút gọn biểu thức  $P$
- Tìm  $x$  sao cho  $P = 3$
- Đặt  $M = P:Q$ . Tìm giá trị của  $x$  để  $|M| < \frac{1}{2}$

**Bài 2 (2 điểm):** Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Hai vòi nước cùng chảy vào một bể nước cạn (không có nước) trong 1 giờ 12 phút thì đầy bể.

Nếu mở vòi thứ nhất chảy trong 30 phút và vòi thứ hai chảy trong 1 giờ thì được  $\frac{7}{12}$  bể. Hỏi mỗi vòi chảy một mình thì sau bao lâu đầy bể?

**Bài 3 (2 điểm):**

1) Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{4}{\sqrt{2x-y}} - \frac{21}{x+y} = \frac{1}{2} \\ \frac{3}{\sqrt{2x-y}} + \frac{7-x-y}{x+y} = 1 \end{cases}$$

2) Cho hai hàm số  $y = 2x - 1$  và  $y = -\frac{1}{2}x + 4$

- Tìm tọa độ giao điểm  $M$  của đồ thị hai hàm số trên
- Gọi  $N, P$  lần lượt là giao điểm của hai đồ thị trên với trục tung. Tính diện tích tam giác  $MNP$ .

**Bài 4 (3,5 điểm):** Cho đường tròn  $(O;R)$  đường kính  $AB$  và điểm  $M$  bất kì thuộc đường tròn ( $M$  khác  $A$  và  $B$ ). Kẻ tiếp tuyến tại  $A$  của đường tròn, tiếp tuyến này cắt tia  $BM$  ở  $N$ . Tiếp tuyến của đường tròn tại  $M$  cắt  $AN$  ở  $D$ .

- Chứng minh 4 điểm  $A, D, M, O$  cùng thuộc một đường tròn
- Chứng minh  $OD$  song song với  $BM$  và suy ra  $D$  là trung điểm của  $AN$
- Đường thẳng kẻ qua  $O$  và vuông góc với  $BM$  cắt tia  $DM$  ở  $E$ . Chứng minh  $BE$  là tiếp tuyến của đường tròn  $(O;R)$
- Qua  $O$  kẻ đường thẳng vuông góc với  $AB$  và cắt đường thẳng  $BM$  tại  $I$ . Gọi giao điểm của  $AI$  và  $BD$  là  $J$ . Khi điểm  $M$  di động trên đường tròn  $(O;R)$  thì  $J$  chạy trên đường nào?

**Bài 5 (0,5 điểm):** Cho  $a < 0$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $P = a^2 + 4a + 15 + \frac{36a + 81}{a^2}$