SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO **CAO BẰNG**	**ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN** **LỚP 12 THPT NĂM HỌC 2018 - 2019**
ĐỀ CHÍNH THỨC	**Môn: TOÁN** Thời gian: 180 phút *(Không kể thời gian giao đề)* *(Đề gồm: 01 trang)*

Câu 1 (*4,0 điểm*). Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$ có đồ thị (C).

a) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) biết tiếp tuyến song song với đường thẳng có phương trình $y = -3x + 1$.

b) Gọi A, B là các điểm cực trị của (C). Tìm tọa độ điểm M thuộc Parabol (P): $y = x^2$ sao cho tam giác AMB vuông tại M.

Câu 2 (*4,0 điểm*).

a) Tìm tập xác định của hàm số $y = \ln\left(\dfrac{2x-1}{x+3} - 3\right)$.

b) Giải phương trình: $\sin 2x + 1 = 6\sin x + \cos 2x$.

Câu 3 (*3,0 điểm*). Một đội ngũ cán bộ khoa học gồm 8 nhà Toán học nam, 5 nhà Vật lý nữ và 3 nhà Hóa học nữ. Người ta chọn ra từ đó 4 người để đi công tác, tính xác suất sao cho trong 4 người được chọn phải có nữ và có đủ ba bộ môn.

Câu 4 (*3,0 điểm*). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có phương trình cạnh $AB: x - y - 2 = 0$, phương trình cạnh $AC: x + 2y - 5 = 0$. Biết trọng tâm của tam giác $G(3; 2)$. Xác định tọa độ điểm A và viết phương trình cạnh BC.

Câu 5 (*4,0 điểm*). Cho hình chóp $S.ABC$ có ABC là tam giác vuông tại B, $AB = a\sqrt{3}$, $\widehat{ACB} = 60^0$, hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là trọng tâm tam giác ABC, gọi E là trung điểm AC biết $SE = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB).

Câu 6 (*2,0 điểm*). Một khách sạn có 50 phòng. Nếu mỗi phòng cho thuê với giá 400 ngàn đồng một ngày thì toàn bộ phòng được thuê hết. Biết rằng cứ mỗi lần tăng giá lên 20 ngàn đồng thì có thêm hai phòng bỏ trống không có người thuê. Hỏi giám đốc khách sạn phải chọn giá phòng mới là bao nhiêu để thu nhập của khách sạn trong ngày là lớn nhất?

____________Hết____________

Họ và tên thí sinh:…………………………. Số báo danh:………………………

Họ tên, chữ ký của giám thị 1:…………………………………………………

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
CAO BẰNG

ĐỀ CHÍNH THỨC

HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN LỚP 12 THPT NĂM HỌC 2018-2019

Môn: TOÁN
(Hướng dẫn chấm có 04 trang)

I. Hướng dẫn chung

1. Điểm của bài thi theo thang điểm 20, phần lẻ được tính đến 0,25 điểm. Giám khảo giữ nguyên điểm lẻ, không được làm tròn điểm.

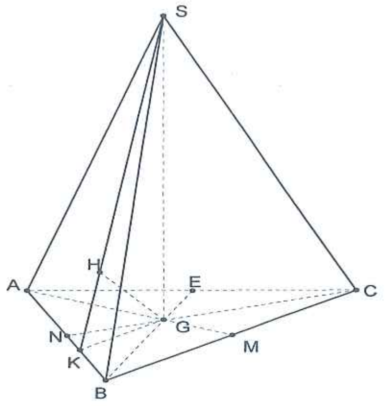
2. Việc chi tiết hóa (nếu có) thang điểm trong hướng dẫn chấm phải đảm bảo không làm sai lệch hướng dẫn chấm.

3. Nếu thí sinh làm bài không theo cách nêu trong hướng dẫn chấm nhưng giải theo cách khác mà lập luận chặt chẽ, tính toán chính xác thì vẫn cho đủ số điểm từng phần như hướng dẫn quy định.

II. Đáp án và thang điểm:

Câu	ý	Đáp án	Điểm
1		**Cho hàm số $y=x^3-3x^2+4$ có đồ thị (*C*).** **a) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (*C*) biết tiếp tuyến song song với đường thẳng có phương trình $y=-3x+1$.** **b) Gọi *A*, *B* là các điểm cực trị của (*C*). Tìm tọa độ điểm *M* thuộc Parabol (*P*): $y=x^2$ sao cho tam giác *AMB* vuông tại *M*.**	4,0
	a	Ta có $y'=3x^2-6x$.	0,5
		Vì tiếp tuyến của (*C*) song song với đường thẳng $y=-3x+1$ nên hoành độ tiếp điểm là nghiệm của phương trình: $3x^2-6x=-3 \Leftrightarrow x=1$.	0,5
		Với $x=1 \Rightarrow y=2$.	0,5
		Phương trình tiếp tuyến: $y=-3(x-1)+2$ hay $y=-3x+5$.	0,5
	b	$y'=0 \Leftrightarrow 3x^2-6x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$ Ta có các điểm cực trị của (*C*) là: *A*(0;4) và *B*(2;0).	0,5
		Gọi $M\left(x;x^2\right)$ thuộc (*P*. Khi đó: $\overrightarrow{AM}=\left(x;x^2-4\right)$ và $\overrightarrow{BM}=\left(x-2;x^2\right)$ Tam giác *AMB* vuông tại $M \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM}=0 \Leftrightarrow x\left(x-2\right)+x^2\left(x^2-4\right)=0$	0,5
		$\Leftrightarrow x\left(x^3-3x-2\right)=0 \Leftrightarrow x\left(x+1\right)^2\left(x-2\right)=0$	0,5
		Vậy có 3 điểm *M* thuộc (*P*) để ΔAMB vuông tại *M* là $M_1\left(0;0\right);M_2\left(-1;1\right)$ và $M_3\left(2;4\right)$	0,5
2		**a) Tìm tập xác định của hàm số** $y=\ln\left(\dfrac{2x-1}{x+3}-3\right)$. **b) Giải phương trình:** $\sin 2x+1=6\sin x+\cos 2x$	4,0

	a	Hàm số $y=\ln\left(\dfrac{2x-1}{x+3}-3\right)$ xác định $\Leftrightarrow \begin{cases}\dfrac{2x-1}{x+3}-3>0\\ x+3\neq 0\end{cases}$	0,75
		$\Leftrightarrow \dfrac{-x-10}{x+3}>0 \Leftrightarrow -10<x<-3$	0,75
		Vậy tập xác định của hàm số là $D=(-10;-3)$.	0,5
	b	Tập xác định: $x\in\mathbb{R}$ $\Leftrightarrow(\sin 2x-6\sin x)+(1-\cos 2x)=0$	0,5
		$\Leftrightarrow 2\sin x(\cos x-3)+2\sin^2 x=0$ $\Leftrightarrow 2\sin x(\cos x-3+\sin x)=0$	0,5
		$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x=0\\ \sin x+\cos x=3\ (VNo)\end{array}\right.$	0,5
		$\Leftrightarrow x=k\pi$. Vậy nghiệm của phương trình là $x=k\pi, k\in Z$.	0,5
3	**Một đội ngũ cán bộ khoa học gồm 8 nhà Toán học nam, 5 nhà Vật lý nữ và 3 nhà Hóa học nữ. Người ta chọn ra từ đó 4 người để đi công tác, tính xác suất sao cho trong 4 người được chọn phải có nữ và có đủ ba bộ môn.**		3,0
		Chọn ngẫu nhiên 4 nhà khoa học trong 16 nhà khoa học có C_{16}^4 cách	0,5
		Chọn 4 người đi công tác thỏa mãn yêu cầu bài toán có các trường hợp sau: Chọn 2 nhà toán học nam, 1 nhà vật lý nữ, 1 nhà hóa học nữ có $C_8^2.C_5^1.C_3^1$ cách	0,5
		Chọn 1 nhà toán học nam, 2 nhà vật lý nữ, 1 nhà hóa học nữ có $C_8^1.C_5^2.C_3^1$ cách	0,5
		Chọn 1 nhà toán học nam, 1 nhà vật lý nữ, 2 nhà hóa học nữ có $C_8^1.C_5^1.C_3^2$ cách	0,5
		Số cách chọn đoàn công tác: $C_8^2.C_5^1.C_3^1+C_8^1.C_5^2.C_3^1+C_8^1.C_5^1.C_3^2$	0,5
		Vậy xác suất cần tìm là : $P=\dfrac{C_8^2.C_5^1.C_3^1+C_8^1.C_5^2.C_3^1+C_8^1.C_5^1.C_3^2}{C_{16}^4}=\dfrac{3}{7}$.	0,5
4	**Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy*, cho tam giác *ABC* có phương trình cạnh $AB: x-y-2=0$, phương trình cạnh $AC: x+2y-5=0$. Biết trọng tâm của tam giác *G*(3; 2). Xác định tọa độ điểm *A* và viết phương trình cạnh *BC*.**		3,0
		Tọa độ điểm *A* là nghiệm của HPT: $\begin{cases}x-y-2=0\\ x+2y-5=0\end{cases}$	0,5
		Giải hệ phương trình ta được $\begin{cases}x=3\\ y=1\end{cases}$. Do đó: *A*(3; 1).	0,5
		Gọi $B(b;\ b-2)\in AB$, $C(5-2c;\ c)\in AC$	0,5

		Do G là trọng tâm của tam giác ABC nên $\begin{cases} 3+b+5-2c=9 \\ 1+b-2+c=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b-2c=1 \\ b+c=7 \end{cases}$	0,5
		$\Rightarrow \begin{cases} b=5 \\ c=2 \end{cases}$. Hay $B(5;\,3)$, $C(1;\,2)$	0,5
		Một vectơ chỉ phương của cạnh BC là $\vec{u} = \overrightarrow{BC} = (-4;-1)$. Phương trình cạnh BC là: $x - 4y + 7 = 0$.	0,5
5		**Cho hình chóp $S.ABC$ có ABC là tam giác vuông tại B, $AB = a\sqrt{3}$, $\widehat{ACB} = 60^0$, hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là trọng tâm tam giác ABC, gọi E là trung điểm AC biết $SE = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB).**	4,0
	a	Gọi G là trọng tâm tam giác ABC; gọi M, N lần lượt là trung điểm BC, AB. Theo giả thiết có $SG \perp (ABC)$ 	0,5
		Xét tam giác ABC vuông tại B Có $AC = \dfrac{AB}{\sin\widehat{ACB}} = 2a$, $BC = \dfrac{AB}{\tan\widehat{BCA}} = a$, $GE = \dfrac{BE}{3} = \dfrac{a}{3}$	0,5
		Ta có $S_{ABC} = \dfrac{1}{2}AB.BC = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$ (đvdt) Xét tam giác SGE vuông tại G có $SG = \sqrt{SE^2 - GE^2} = \sqrt{3a^2 - \dfrac{a^2}{9}} = \dfrac{a\sqrt{26}}{3}$	0,5
		Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}SG.S_{ABC} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{26}}{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a^3\sqrt{78}}{18}$ (đvdt)	0,5
	b	Có $CN = 3GN \Rightarrow d\big(C,(SAB)\big) = 3d\big(G,(SAB)\big)$ (1)	0,5
		Vẽ $GK // BM\,(K \in AB)$ ta có $\begin{cases} AB \perp SG \\ AB \perp GK \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SGK)$ Vẽ $GH \perp SK\,(H \in SK)$ ta có $\begin{cases} GH \perp AB \\ GH \perp SK \end{cases} \Rightarrow GH \perp (SAB)$	0,5
		Suy ra $d\big(G,(SAB)\big) = GH$ (2) ; từ (1) và (2) suy ra $d\big(C,(SAB)\big) = 3GH$	0,5

		Ta có $GK \,//\, BM \Rightarrow \dfrac{GK}{BM} = \dfrac{AG}{AM} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow GK = \dfrac{2}{3}BM = \dfrac{2}{3}\dfrac{BC}{2} = \dfrac{a}{3}$	
		Xét tam giác SGK vuông tại G và có đường cao GH, ta có: Suy ra $\dfrac{1}{GH^2} = \dfrac{1}{GS^2} + \dfrac{1}{GK^2} = \dfrac{9}{26a^2} + \dfrac{9}{a^2} = \dfrac{243}{26a^2} \Rightarrow GH = \dfrac{a\sqrt{78}}{27}$ Vậy $d\left(C,\left(SAB\right)\right) = 3GH = \dfrac{a\sqrt{78}}{9}$	0,5
6	**Một khách sạn có 50 phòng. Nếu mỗi phòng cho thuê với giá 400 ngàn đồng một ngày thì toàn bộ phòng được thuê hết. Biết rằng cứ mỗi lần tăng giá lên 20 ngàn đồng thì có thêm hai phòng bỏ trống không có người thuê. Hỏi giám đốc khách sạn phải chọn giá phòng mới là bao nhiêu để thu nhập của khách sạn trong ngày là lớn nhất.**		2,0
		Gọi x (ngàn đồng) là giá phòng khách sạn cần đặt ra, $x \geq 400$. Giá thuê phòng chênh lệch sau khi tăng là: $x - 400$ (ngàn đồng). Số lượng phòng cho thuê giảm đi khi chọn mức giá thuê phòng mới là: $\dfrac{x-400}{20}.2 = \dfrac{x-400}{10}$ (phòng).	0,5
		Số phòng cho thuê với giá x là: $50 - \dfrac{x-400}{10} = \dfrac{900-x}{10}$. Tổng doanh thu trong ngày là: $x(\dfrac{900-x}{10}) = -\dfrac{x^2}{10} + 90x$.	0,5
		Xét hàm số $f(x) = -\dfrac{x^2}{10} + 90x$ với $x \geq 400$. $f'(x) = -\dfrac{x}{5} + 90 \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 450$	0,5
		Lập bảng biến ta thấy $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất khi $x = 450$. Vậy nếu cho thuê với giá 450 ngàn đồng thì khách sạn có doanh thu cao nhất trong ngày.	0,5