Sở GD-ĐT Phú Yên
Trường THPT Trần Phú

ĐỀ THI THỬ NĂM HỌC 2018-2019
Môn: Toán
(*Thời gian làm bài 90 phút không kể thời gian phát đề*)

Câu 1. Tìm nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2x+y=4 \\ x+2z=1+2\sqrt{2} \\ y+z=2+\sqrt{2}. \end{cases}$

A. $\left(1;2;2\sqrt{2}\right)$. **B.** $\left(2;0;\sqrt{2}\right)$. **C.** $\left(-1;6;\sqrt{2}\right)$. **D.** $\left(1;2;\sqrt{2}\right)$.

Câu 2. Cho bất phương trình $\dfrac{2018}{3-x}>1,\ (1)$. Một học sinh giải như sau

$$(1)\overset{(\mathrm{I})}{\Leftrightarrow}\frac{1}{3-x}>\frac{1}{2018}\overset{(\mathrm{II})}{\Leftrightarrow}\begin{cases} x\neq 3 \\ 3-x<2018 \end{cases}\overset{(\mathrm{III})}{\Leftrightarrow}\begin{cases} x\neq 3 \\ x>-2015 \end{cases}.$$

Hỏi học sinh này giải sai ở bước nào?

A. (I). **B.** (II). **C.** (III). **D.** (II) và (III).

Câu 3. Cho $\sin a=\dfrac{3}{5}$, $\cos a<0$, $\cos b=\dfrac{3}{4}$, $\sin b>0$. Hãy tính $\sin(a-b)$?

A. $-\dfrac{1}{5}\left(\sqrt{7}+\dfrac{9}{4}\right)$. **B.** $-\dfrac{1}{5}\left(\sqrt{7}-\dfrac{9}{4}\right)$. **C.** $\dfrac{1}{5}\left(\sqrt{7}+\dfrac{9}{4}\right)$. **D.** $\dfrac{1}{5}\left(\sqrt{7}-\dfrac{9}{4}\right)$.

Câu 4. Cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là hai véc-tơ cùng hướng và đều khác $\vec{0}$. Trong các kết quả sau đây, hãy chọn kết quả đúng?

A. $\vec{a}.\vec{b}=\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|$. **B.** $\vec{a}.\vec{b}=0$. **C.** $\vec{a}.\vec{b}=-1$. **D.** $\vec{a}.\vec{b}=-\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|$.

Câu 5. Cho hệ trục tọa độ $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$. Tìm tọa độ của véc-tơ $\vec{i}$.

A. $\vec{i}=(1;0)$. **B.** $\vec{i}=(0;1)$. **C.** $\vec{i}=(-1;0)$. **D.** $\vec{i}=(0;0)$.

Câu 6. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=\sqrt{5-4\sin x}$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 7. Với các chữ số $2,3,4,5,6$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau trong đó hai chữ số $2,3$ không đứng cạnh nhau?

A. 120. **B.** 96. **C.** 48. **D.** 72.

Câu 8. Chọn ngẫu nhiên 5 viên bi từ hộp đựng 7 viên bi xanh và 3 viên bi đỏ. Tính xác suất để 5 viên bi được chọn có đúng 3 viên bi xanh.

A. $\dfrac{7}{12}$. **B.** $\dfrac{11}{12}$. **C.** $\dfrac{5}{12}$. **D.** $\dfrac{1}{12}$.

Câu 9. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=2$ và công bội $q=3$. Tính u_3.

A. $u_3=8$. **B.** $u_3=18$. **C.** $u_3=5$. **D.** $u_3=6$.

Câu 10. Tính $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x+1}{x-1}$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 11. Cho $f(x)=x^3-2x^2+5$ tính $f''(1)$?

A. $f''(1)=-3$. **B.** $f''(1)=2$. **C.** $f''(1)=4$. **D.** $f''(1)=-1$.

Câu 12. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d: x-2y+3=0$. Viết phương trình d' là ảnh của đường thẳng d qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v}=(3;1)$.

A. $d': x-2y+2=0$. **B.** $d': x-2y-2=0$. **C.** $d': 2x-y+2=0$. **D.** $d': 2x-y-2=0$.

Câu 13. Cho tứ diện $ABCD$, gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Khi đó, giao tuyến của mặt phẳng (MBC) và (NDA) là

A. AD. **B.** MN. **C.** AC. **D.** BC.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $(SAB)\cap(SAD)=SA$.

B. $AD\parallel(SBC)$.

C. SA và CD chéo nhau

D. Giao tuyến của (SAD) và (SBC) là đường thẳng qua S và song song với AC.

Câu 15. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng a. Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD. Góc giữa AO và CD bằng bao nhiêu?

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Câu 16. Tính diện tích S của tam giác có ba đỉnh là ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x)=x^4-2x^2+3$.

A. $S=2$. **B.** $S=\frac{1}{2}$. **C.** $S=4$. **D.** $S=1$.

Câu 17. Tính giá trị cực tiểu của hàm số $y=x^3-3x^2+1$.

A. $y_{CT}=0$. **B.** $y_{CT}=1$. **C.** $y_{CT}=-3$. **D.** $y_{CT}=2$.

Câu 18. Tìm m để đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2+1$ có ba điểm cực trị $A(0;1)$, B, C sao cho $BC=4$.

A. $m=-4; m=4$. **B.** $m=\sqrt{2}$. **C.** $m=4$. **D.** $m=-\sqrt{2}; m=\sqrt{2}$.

Câu 19. Tìm giá trị lớn nhất của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(4m-3)x+2018$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m=0$. **B.** $m=1$. **C.** $m=3$. **D.** $m=4$..

Câu 20. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=2x^3-3x^2-12x+10$ trên đoạn $[-3;3]$ là

A. $\max\limits_{[-3;3]} f(x)=1; \min\limits_{[-3;3]} f(x)=-35$. **B.** $\max\limits_{[-3;3]} f(x)=1; \min\limits_{[-3;3]} f(x)=-10$.

C. $\max\limits_{[-3;3]} f(x)=17; \min\limits_{[-3;3]} f(x)=-10$. **D.** $\max\limits_{[-3;3]} f(x)=17; \min\limits_{[-3;3]} f(x)=-35$.

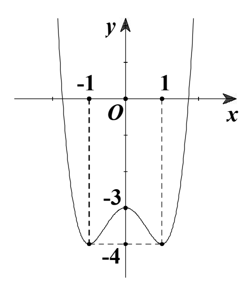
Câu 21. Tìm tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{3-4x}{x+1}$.

A. $x=1$. **B.** $x=-1$. **C.** $y=1$. **D.** $y=-1$.

Câu 22. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Xác định m để phương trình $|f(x)|=m$ có 6 nghiệm thực phân biệt.

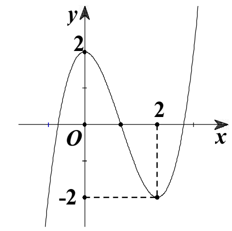
A. $m>4$. **B.** $0<m<4$.

C. $0<m<3$. **D.** $3<m<4$.



.

Câu 23. Cho hàm số $y=f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tính $S=a+b$.



A. $S=1$.
B. $S=0$.
C. $S=-2$.
D. $S=-1$.

Câu 24. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau

A. $\log_{\frac{1}{3}} a>\log_{\frac{1}{3}} b \Leftrightarrow a>b>0$.
B. $\log_3 x<0 \Leftrightarrow 0<x<1$.
C. $\log_{\frac{1}{2}} a=\log_{\frac{1}{2}} b \Leftrightarrow a=b>0$.
D. $\ln x>0 \Leftrightarrow x>1$.

Câu 25. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

A. Hàm số $y=\log_a x$ với $0<a<1$ là một hàm số nghịch biến trong khoảng $\left(0;+\infty\right)$.

B. Hàm số $y=\log_a x$ có đạo hàm là hàm số $y=\frac{1}{x}$.

C. Đồ thị hàm số $y=\log_a x$ cắt trục Oy.

D. Hàm số $y=\log_a x$ với $0<a<1$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Câu 26. Hàm số $y=\left(x^2-2x+2\right)e^x$ có đạo hàm là

A. $y'=x^2e^x$.
B. $y'=\left(x-1\right)e^x$.
C. $y'=\left(2x-2\right)e^x$.
D. $y'=-2xe^x$.

Câu 27. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x\left(2-\ln x\right)$ trên $\left[2;3\right]$ là

A. $4-2\ln 2$.
B. e.
C. $6-3\ln 3$.
D. $-2+2\ln 2$.

Câu 28. Tìm m để phương trình $4^x-2\left(m-1\right).2^x+3m-4=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $x_1+x_2>2$.

A. $m\in\left(\frac{5+\sqrt{5}}{2};+\infty\right)$.
B. $m\in\left(\frac{8}{3};\frac{5+\sqrt{5}}{2}\right)$.
C. $m\in\left(\frac{4}{3};\frac{5-\sqrt{5}}{2}\right)\cup\left(\frac{5+\sqrt{5}}{2};+\infty\right)$.
D. $m\in\left(1;\frac{4}{3}\right)$.

Câu 29. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai** ?

A. $\int\frac{1}{x}dx=\ln x+C$.
B. $\int x^\alpha dx=\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}+C$.
C. $\int 0dx=C$.
D. $\int dx=x+C$.

Câu 30. Cho $A=\int_1^2\left[3f\left(x\right)+2g\left(x\right)\right]dx=1$ và $B=\int_1^2\left[2f\left(x\right)-g\left(x\right)\right]dx=3$. Khi đó $\int_1^2 f\left(x\right)dx$ có giá trị là

A. 0.
B. 1.
C. 2.
D. -1.

Câu 31. Cho hình phẳng $\left(H\right)$ giới hạn bởi $y=2x-x^2$, $y=0$. Tính thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay $\left(H\right)$ xung quanh trục Ox ta được $V=\pi\left(\frac{a}{b}+1\right)$ với $a,b\in\mathbb{N}^*$ và $\frac{a}{b}$ tối giản. Khi đó

A. $ab=28$.
B. $ab=54$.
C. $ab=20$.
D. $ab=15$.

Câu 32. Nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\cos\left(5x-2\right)$ là

A. $F\left(x\right)=\frac{1}{5}\sin\left(5x-2\right)+C$.
B. $F\left(x\right)=-5\sin\left(5x-2\right)+C$.
C. $F\left(x\right)=-\frac{1}{5}\sin\left(5x-2\right)+C$.
D. $F\left(x\right)=5\sin\left(5x-2\right)+C$.

Câu 33. Tìm khẳng định **sai**

A. $\int_a^b f(x)dx=\int_a^c f(x)dx-\int_b^c f(x)dx$.

B. $\int_a^b kf(x)dx=k\int_a^b f(x)dx$.

C. $\int_a^a f(x)dx=1$.

D. $\int_a^b (f(x)+g(x))dx=\int_a^b f(x)dx+\int_a^b g(x)dx$.

Câu 34. Cho $z_1=1+3i$ và $z_2=3-4i$. Tìm phần ảo của số phức $z=z_1+z_2$.

A. 1. **B.** i. **C.** -1. **D.** $-i$.

Câu 35. Tìm số phức liên hợp của số phức $z=(2+i)(-1+i)(1+2i)^2$.

A. $\bar{z}=15+5i$. **B.** $\bar{z}=1+3i$. **C.** $\bar{z}=5+15i$. **D.** $\bar{z}=5-15i$.

Câu 36. Tìm mô-đun của số phức z thỏa mãn $z+\dfrac{1+5i}{3-i}=2+3i$.

A. $|z|=\dfrac{\sqrt{170}}{7}$. **B.** $|z|=\dfrac{\sqrt{170}}{4}$. **C.** $|z|=\dfrac{\sqrt{170}}{5}$. **D.** $|z|=\dfrac{\sqrt{170}}{3}$.

Câu 37. Tìm tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z(1+i)-1-i|=\sqrt{2}$.

A. Đường thẳng $x+y-2=0$. **B.** Cặp đường thẳng song song $y=\pm 2$.

C. Đường tròn $x^2+(y-1)^2=1$. **D.** Đường tròn $(x-1)^2+y^2=1$.

Câu 38. Cho số phức $z=\dfrac{1+i}{1-i}$ thì z^{2019} có giá trị là

A. 1. **B.** -1. **C.** i. **D.** $-i$.

Câu 39. Một khối cầu có thể tích $\dfrac{4\pi}{3}$ nội tiếp một hình lập phương. Thể tích V của khối lập phương đó bằng

A. 1. **B.** 8. **C.** 4π. **D.** $2\sqrt{3}\pi$.

Câu 40. Một hình nón (N) có thiết diện qua trục là tam giác đều có cạnh bằng 2. Thể tích V của khối nón giới hạn bởi (N) bằng

A. $\sqrt{3}\pi$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\pi$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}\pi$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}\pi$.

Câu 41. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB=a$, $AD=a\sqrt{3}$, cạnh bên SA vuông góc với đáy, góc giữa SB và mặt phẳng đáy bằng $60°$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\dfrac{a^3}{3}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $V=a^3$. **D.** $V=3a^3$.

Câu 42. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy, góc giữa (SBC) và mặt phẳng đáy bằng $60°$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **B.** $V=\dfrac{a^3}{4}$. **C.** $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{8}$. **D.** $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{24}$.

Câu 43. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, góc giữa (SCD) và mặt phẳng đáy bằng $60°$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{15}}{6}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{15}}{3}$.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 mặt phẳng $(P):nx+7y-6z+4=0$ và $(Q):3x-my-2z-7=0$ song song với nhau. Tính giá trị của m,n.

A. $m=\frac{7}{3};n=1$. **B.** $m=1;n=\frac{7}{3}$. **C.** $m=9;n=\frac{7}{3}$. **D.** $m=-\frac{7}{3};n=9$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 mặt phẳng $(P):2x-y+z+2=0$ và $(Q):x+y+2z-1=0$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q).

A. $30°$. **B.** $60°$. **C.** $90°$. **D.** $45°$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $A(1;1;5),B(0;0;1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa A,B và song song với Oy.

A. $4x+y-z+1=0$. **B.** $4x-z+1=0$. **C.** $2x+y-5=0$. **D.** $y+4z-1=0$.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho $(Q):x+2y+z-3=0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) song song với mặt (Q) và cách $D(1;0;3)$ một khoảng bằng $\sqrt{6}$.

A. $\left[\begin{array}{l}x+2y+z+2=0\\x+2y+z-2=0\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}x+2y-z-10=0\\x+2y+z-2=0\end{array}\right.$.

C. $\left[\begin{array}{l}x+2y+z+2=0\\-x-2y-z-10=0\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}x+2y+z+2=0\\x+2y+z-10=0\end{array}\right.$.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(1;6;2),B(5;1;3),C(4;0;6),D(5;0;4)$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm D và tiếp xúc với mặt phẳng (ABC).

A. $(x+5)^2+y^2+(z+4)^2=\frac{8}{223}$. **B.** $(x-5)^2+y^2+(z+4)^2=\frac{16}{223}$.

C. $(x-5)^2+y^2+(z-4)^2=\frac{16}{223}$. **D.** $(x-5)^2+y^2+(z-4)^2=\frac{8}{223}$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, tìm m để góc giữa hai véc-tơ $\vec{u}=(1;\log_3 5;\log_m 2)$ và $\vec{v}=(3;\log_5 3;4)$ là góc nhọn.

A. $\begin{cases}m>\frac{1}{2}\\m\neq 1\end{cases}$. **B.** $\left[\begin{array}{l}m>1\\0<m<\frac{1}{2}\end{array}\right.$. **C.** $0<m<\frac{1}{2}$. **D.** $m>1$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1),B(-1;2;0),C(3;-1;2)$. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc đường thẳng $\Delta:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{-1}$ sao cho biểu thức $P=2MA^2+3MB^2-4MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $a+b+c$.

A. $\frac{5}{3}$. **B.** 0. **C.** $-\frac{11}{3}$. **D.** $-\frac{16}{3}$.

Sở GD-ĐT Phú Yên
Trường THPT Trần Phú

BÀI GIẢI CHI TIẾT ĐỀ THI THỬ NĂM HỌC 2018-2019
Môn: Toán
(*Thời gian làm bài 90 phút không kể thời gian phát đề*)

Câu 1. Tìm nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2x+y=4 \\ x+2z=1+2\sqrt{2} \\ y+z=2+\sqrt{2}. \end{cases}$

A. $\left(1;2;2\sqrt{2}\right)$. **B.** $\left(2;0;\sqrt{2}\right)$. **C.** $\left(-1;6;\sqrt{2}\right)$. **D.** $\left(1;2;\sqrt{2}\right)$.

Lời giải

Chọn D

Dùng máy tính cầm tay giải hệ phương trình bậc nhất 3 ẩn ta được nghiệm của hệ là $\left(1;2;\sqrt{2}\right)$.

Câu 2. Cho bất phương trình $\dfrac{2018}{3-x}>1,\ \ (1)$. Một học sinh giải như sau

$$(1)\overset{(\mathrm{I})}{\Leftrightarrow}\frac{1}{3-x}>\frac{1}{2018}\overset{(\mathrm{II})}{\Leftrightarrow}\begin{cases} x\neq 3 \\ 3-x<2018 \end{cases}\overset{(\mathrm{III})}{\Leftrightarrow}\begin{cases} x\neq 3 \\ x>-2015 \end{cases}.$$

Hỏi học sinh này giải sai ở bước nào?

A. (I). **B.** (II). **C.** (III). **D.** (II) và (III).

Lời giải

Chọn B

- Ta có $(1)\overset{(\mathrm{I})}{\Leftrightarrow}\dfrac{1}{3-x}>\dfrac{1}{2018}$ là đúng vì chia hai vế của bất phương trình cho một số dương (2018) thì được bất phương trình tương đương cùng chiều.
- Tiếp đến, $\dfrac{1}{3-x}>\dfrac{1}{2018}\overset{(\mathrm{II})}{\Leftrightarrow}\begin{cases} x\neq 3 \\ 3-x<2018 \end{cases}$ chỉ đúng khi $3-x>0$. Do đó, học sinh sai ở bước (II).
- Cuối cùng, $\begin{cases} x\neq 3 \\ 3-x<2018 \end{cases}\overset{(\mathrm{III})}{\Leftrightarrow}\begin{cases} x\neq 3 \\ x>-2015 \end{cases}$ là đúng.

Vậy học sinh sai ở bước (II).

Câu 3. Cho $\sin a=\dfrac{3}{5}$, $\cos a<0$, $\cos b=\dfrac{3}{4}$, $\sin b>0$. Hãy tính $\sin(a-b)$?

A. $-\dfrac{1}{5}\left(\sqrt{7}+\dfrac{9}{4}\right)$. **B.** $-\dfrac{1}{5}\left(\sqrt{7}-\dfrac{9}{4}\right)$. **C.** $\dfrac{1}{5}\left(\sqrt{7}+\dfrac{9}{4}\right)$. **D.** $\dfrac{1}{5}\left(\sqrt{7}-\dfrac{9}{4}\right)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có

- $\begin{cases} \sin a=\dfrac{3}{5} \\ \cos a<0 \end{cases}\Rightarrow \cos a=-\sqrt{1-\sin^2 a}=-\dfrac{4}{5}$.

- $\begin{cases} \cos b = \dfrac{3}{4} \\ \sin b > 0 \end{cases} \Rightarrow \sin b = \sqrt{1-\cos^2 b} = \dfrac{\sqrt{7}}{4}$.

Vậy $\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b = \dfrac{3}{5}.\dfrac{3}{4} - \left(-\dfrac{4}{5}\right).\dfrac{\sqrt{7}}{4} = \dfrac{1}{5}\left(\sqrt{7}+\dfrac{9}{4}\right)$.

Câu 4. Cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là hai véc-tơ cùng hướng và đều khác $\vec{0}$. Trong các kết quả sau đây, hãy chọn kết quả đúng?

A. $\vec{a}.\vec{b} = |\vec{a}|.|\vec{b}|$. **B.** $\vec{a}.\vec{b} = 0$. **C.** $\vec{a}.\vec{b} = -1$. **D.** $\vec{a}.\vec{b} = -|\vec{a}|.|\vec{b}|$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là hai véc-tơ cùng hướng và đều khác $\vec{0}$ nên $(\vec{a},\vec{b}) = 0°$.

Vậy $\vec{a}.\vec{b} = |\vec{a}|.|\vec{b}|.\cos 0° = |\vec{a}|.|\vec{b}|$.

Câu 5. Cho hệ trục tọa độ $(O;\vec{i};\vec{j})$. Tìm tọa độ của véc-tơ $\vec{i}$.

A. $\vec{i} = (1;0)$. **B.** $\vec{i} = (0;1)$. **C.** $\vec{i} = (-1;0)$. **D.** $\vec{i} = (0;0)$.

Lời giải

Chọn A

Véc-tơ đơn vị $\vec{i} = (1;0)$.

Câu 6. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{5-4\sin x}$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Ta có $-1 \le \sin x \le 1 \Leftrightarrow 4 \ge -4\sin x \ge -4$

$\Leftrightarrow 9 \ge 5 - 4\sin x \ge 1$

$\Leftrightarrow 3 \ge \sqrt{5-4\sin x} \ge 1$.

Do đó, $y \le 3$. Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\dfrac{\pi}{2} + k2\pi,\ (k \in \mathbb{Z})$.

Vậy $\max y = 3$ khi $x = -\dfrac{\pi}{2} + k2\pi,\ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 7. Với các chữ số $2,3,4,5,6$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau trong đó hai chữ số $2,3$ không đứng cạnh nhau?

A. 120. **B.** 96. **C.** 48. **D.** 72.

Lời giải

Chọn D

Số các số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau được lập từ các chữ số $2,3,4,5,6$ là $5! = 120$.

Số các số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau được lập từ các chữ số $2,3,4,5,6$ mà 2 và 3 đứng cạnh nhau là $2 \times 4! = 48$.

Số các số thỏa yêu cầu là $120 - 48 = 72$.

Câu 8. Chọn ngẫu nhiên 5 viên bi từ hộp đựng 7 viên bi xanh và 3 viên bi đỏ. Tính xác suất để 5 viên bi được chọn có đúng 3 viên bi xanh.

A. $\frac{7}{12}$. **B.** $\frac{11}{12}$. **C.** $\frac{5}{12}$. **D.** $\frac{1}{12}$.

Lời giải

Chọn C

Số phần tử của không gian mẫu là C_{10}^5.

Số phần tử của biến cố là $C_7^3.C_3^2$.

Xác suất cần tìm là $P = \frac{C_7^3.C_3^2}{C_{10}^5} = \frac{5}{12}$.

Câu 9. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Tính u_3.

A. $u_3 = 8$. **B.** $u_3 = 18$. **C.** $u_3 = 5$. **D.** $u_3 = 6$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $u_3 = u_1.q^2 = 2.3^2 = 18$.

Câu 10. Tính $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{2x+1}{x-1}$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{2x+1}{x-1} = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{2+\frac{1}{x}}{1-\frac{1}{x}} = 2$.

Câu 11. Cho $f(x) = x^3 - 2x^2 + 5$ tính $f''(1)$?

A. $f''(1) = -3$. **B.** $f''(1) = 2$. **C.** $f''(1) = 4$. **D.** $f''(1) = -1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 4x$ và $f''(x) = 6x - 4$ nên $f''(1) = 2$.

Câu 12. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d: x - 2y + 3 = 0$. Viết phương trình d' là ảnh của đường thẳng d qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v} = (3;1)$.

A. $d': x - 2y + 2 = 0$. **B.** $d': x - 2y - 2 = 0$. **C.** $d': 2x - y + 2 = 0$. **D.** $d': 2x - y - 2 = 0$.

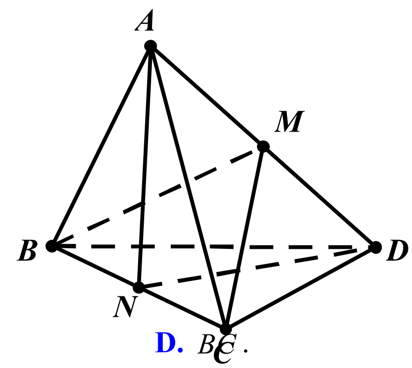
Lời giải

Chọn A

Gọi $M(x;y)$ là điểm tùy ý thuộc d và $M'(x';y')$ là ảnh của M qua phép tịnh tiến theo véc-tơ $\vec{v}$. Khi đó, ta có $\begin{cases} x' = x + 3 \\ y' = y + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' - 3 \\ y = y' - 1 \end{cases}$.

Vì $M \in d$ nên $x' - 3 - 2(y' - 1) + 3 = 0 \Leftrightarrow x' - 2y' + 2 = 0$. Đẳng thức này chứng tỏ M' thuộc đường thẳng có phương trình $x - 2y + 2 = 0$.

Vậy phương trình $d': x - 2y + 2 = 0$.



Câu 13. Cho tứ diện $ABCD$, gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Khi đó, giao tuyến của mặt phẳng (MBC) và (NDA) là

A. AD. **B.** MN. **C.** AC. **D.** BC.

Lời giải

Chọn B

Ta có $M \in (MBC) \cap (NDA)$ và $N \in (MBC) \cap (NDA)$

Vậy $(MBC) \cap (NDA) = MN$.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

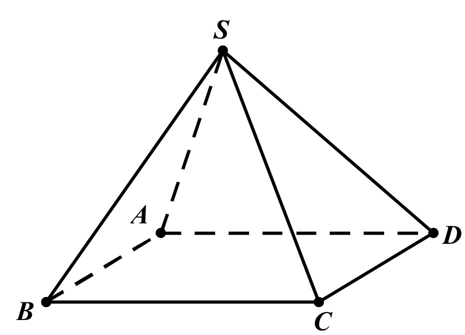
A. $(SAB) \cap (SAD) = SA$.

B. $AD \parallel (SBC)$.

C. SA và CD chéo nhau

D. Giao tuyến của (SAD) và (SBC) là đường thẳng qua S và song song với AC.

Lời giải



Chọn C

Các mệnh đề đúng là

- $(SAB) \cap (SAD) = SA$
- Vì $AD \parallel BC$ nên $AD \parallel (SBC)$.
- SA và CD chéo nhau.

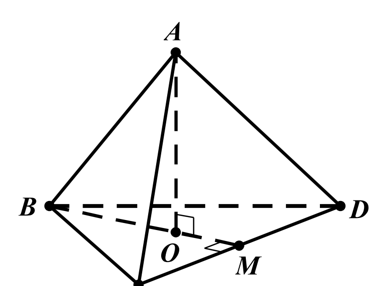
Vì $AD \parallel BC$ nên giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là đường thẳng đi qua S và song song với AD.

Vậy mệnh đề sai là "Giao tuyến của (SAD) và (SBC) là đường thẳng qua S và song song với AC".

Câu 15. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng a. Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD. Góc giữa AO và CD bằng bao nhiêu?

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Lời giải



Chọn C

Vì $ABCD$ là tứ diện đều nên $AO \perp (BCD)$.

Suy ra $AO \perp CD$.

Vậy góc giữa AO và CD bằng $90°$.

Câu 16. Tính diện tích S của tam giác có ba đỉnh là ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$.

A. $S = 2$. **B.** $S = \dfrac{1}{2}$. **C.** $S = 4$. **D.** $S = 1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x) = 4x^3 - 4x = 4x(x^2 - 1)$ và $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$.

Tọa độ các điểm cực trị là $A(0;3)$, $B(-1;2)$, $C(1;2)$.

Tam giác ABC cân tại A, gọi H là trung điểm của BC thì $H(0;2)$ và $AH \perp BC$.

Ta tính được $BC = \sqrt{(1+1)^2 + (2-2)^2} = 2$ và $AH = \sqrt{(0-0)^2 + (2-3)^2} = 1$

Vậy diện tích tam giác ABC là $S = \dfrac{1}{2}BC.AH = \dfrac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1$.

Câu 17. Tính giá trị cực tiểu của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

A. $y_{CT} = 0$. **B.** $y_{CT} = 1$. **C.** $y_{CT} = -3$. **D.** $y_{CT} = 2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y' = 3x^2 - 6x$ và $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Ta cũng tính được $y'' = 6x - 6$ và $y''(2) = 6 > 0$ nên hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.

Vậy $y_{CT} = y(2) = -3$.

Câu 18. Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 1$ có ba điểm cực trị $A(0;1)$, B, C sao cho $BC = 4$.

A. $m = -4; m = 4$. **B.** $m = \sqrt{2}$. **C.** $m = 4$. **D.** $m = -\sqrt{2}; m = \sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y' = 4x^3 - 4mx = 4x(x^2 - m)$.

Đồ thị có ba điểm cực trị khi và chỉ khi $m > 0$.

Khi đó, tọa độ các điểm cực trị là $A(0;1)$, $B(\sqrt{m};1-m^2)$, $C(-\sqrt{m};1-m^2)$.

Do đó, $BC = 4 \Leftrightarrow 2\sqrt{m} = 4 \Leftrightarrow m = 4$.

Vậy giá trị m cần tìm là $m = 4$.

Câu 19. Tìm giá trị lớn nhất của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(4m-3)x+2018$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m=0$. **B.** $m=1$. **C.** $m=3$. **D.** $m=4$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=x^2-2mx+4m-3$.

Phương trình $y'=0$ có $\Delta'=m^2-4m+3$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $m^2-4m+3\le 0\Leftrightarrow 1\le m\le 3$.

Vậy giá trị lớn nhất của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(4m-3)x+2018$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là $m=3$.

Câu 20. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=2x^3-3x^2-12x+10$ trên đoạn $[-3;3]$ là

A. $\max\limits_{[-3;3]} f(x)=1;\min\limits_{[-3;3]} f(x)=-35$. **B.** $\max\limits_{[-3;3]} f(x)=1;\min\limits_{[-3;3]} f(x)=-10$.

C. $\max\limits_{[-3;3]} f(x)=17;\min\limits_{[-3;3]} f(x)=-10$. **D.** $\max\limits_{[-3;3]} f(x)=17;\min\limits_{[-3;3]} f(x)=-35$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x)=6x^2-6x-12$ và $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\in[-3;3]\\x=2\in[-3;3]\end{array}\right.$.

Ta tính được $f(-3)=-35$, $f(3)=1$, $f(-1)=17$, $f(2)=-10$ và hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-3;3]$.

Vậy $\max\limits_{[-3;3]} f(x)=17;\min\limits_{[-3;3]} f(x)=-35$.

Câu 21. Tìm tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{3-4x}{x+1}$.

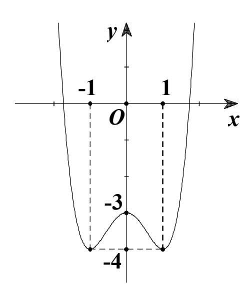
A. $x=1$. **B.** $x=-1$. **C.** $y=1$. **D.** $y=-1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x\to -1^+}\frac{1-4x}{x+1}=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to -1^-}\frac{1-4x}{x+1}=+\infty$ nên đường thẳng $x=-1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 22. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Xác định m để phương trình $|f(x)|=m$ có 6 nghiệm thực phân biệt.



A. $m>4$. **B.** $0<m<4$.

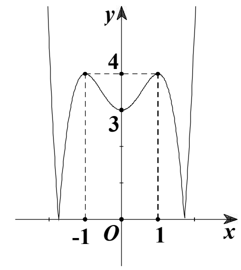
C. $0<m<3$. **D.** $3<m<4$.

Lời giải

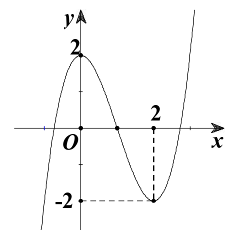
Chọn D

Lấy đối xứng phần bên dưới trục hoành của đồ thị ở hình vẽ qua trục hoành ta thu được đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ như hình bên.

Dựa vào đồ thị, phương trình $\left|f\left(x\right)\right|=m$ có 6 nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi $3<m<4$.



Câu 23. Cho hàm số $y=f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tính $S=a+b$.



A. $S=1$. **B.** $S=0$.

C. $S=-2$. **D.** $S=-1$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào hình vẽ, đồ thị có điểm cực đại $A\left(0;2\right)$ và điểm cực tiểu $B\left(2;-2\right)$.

Khi đó, ta có hệ $\begin{cases} y'\left(0\right)=0 \\ y'\left(2\right)=0 \\ y\left(0\right)=2 \\ y\left(2\right)=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=0 \\ 12a+4b+c=2 \\ d=2 \\ 8a+4b+2c+d=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-3 \\ c=0 \\ d=2 \end{cases}$.

Vậy $S=a+b=-2$.

Câu 24. Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau

A. $\log_{\frac{1}{3}} a>\log_{\frac{1}{3}} b \Leftrightarrow a>b>0$. **B.** $\log_3 x<0 \Leftrightarrow 0<x<1$.

C. $\log_{\frac{1}{2}} a=\log_{\frac{1}{2}} b \Leftrightarrow a=b>0$. **D.** $\ln x>0 \Leftrightarrow x>1$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số logarit nghịch biến khi $0<a<1$ nên "$\log_{\frac{1}{3}} a>\log_{\frac{1}{3}} b \Leftrightarrow a>b>0$" là khẳng định sai.

Câu 25. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

A. Hàm số $y=\log_a x$ với $0<a<1$ là một hàm số nghịch biến trong khoảng $\left(0;+\infty\right)$.

B. Hàm số $y=\log_a x$ có đạo hàm là hàm số $y=\frac{1}{x}$.

C. Đồ thị hàm số $y=\log_a x$ cắt trục Oy.

D. Hàm số $y=\log_a x$ với $0<a<1$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn A

Mệnh đề đúng là "Hàm số $y=\log_a x$ với $0<a<1$ là một hàm số nghịch biến trong khoảng $(0;+\infty)$".

Câu 26. Hàm số $y=\left(x^2-2x+2\right)e^x$ có đạo hàm là

A. $y'=x^2e^x$. **B.** $y'=(x-1)e^x$. **C.** $y'=(2x-2)e^x$. **D.** $y'=-2xe^x$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=(2x-2)e^x+\left(x^2-2x+2\right)e^x=x^2e^x$.

Câu 27. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x(2-\ln x)$ trên $[2;3]$ là

A. $4-2\ln 2$. **B.** e. **C.** $6-3\ln 3$. **D.** $-2+2\ln 2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=2-\ln x+x\left(-\frac{1}{x}\right)=1-\ln x$ và $y'=0\Leftrightarrow 1-\ln x=0\Leftrightarrow x=e\in[2;3]$.

Ta tính được $y(2)=4-2\ln 2$, $y(3)=6-3\ln 3$, $y(e)=e$.

Vậy $\min\limits_{[2;3]} y=4-2\ln 2=y(2)$.

Câu 28. Tìm m để phương trình $4^x-2(m-1).2^x+3m-4=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $x_1+x_2>2$.

A. $m\in\left(\frac{5+\sqrt{5}}{2};+\infty\right)$. **B.** $m\in\left(\frac{8}{3};\frac{5+\sqrt{5}}{2}\right)$.

C. $m\in\left(\frac{4}{3};\frac{5-\sqrt{5}}{2}\right)\cup\left(\frac{5+\sqrt{5}}{2};+\infty\right)$. **D.** $m\in\left(1;\frac{4}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=2^x$, điều kiện $t>0$. Bài toán trở thành tìm m để phương trình

$$t^2-2(m-1)t+3m-4=0$$

có hai nghiệm phân biệt t_1, t_2 dương thỏa mãn $t_1t_2>4$. Điều kiện tương đương là

$$\begin{cases}\Delta'=(m-1)^2-(3m-4)>0\\ t_1+t_2=m-1>0\\ t_1t_2=3m-4>4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-5m+5>0\\ m>1\\ m>\frac{8}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m<\frac{5-\sqrt{5}}{2}\\ m>\frac{5+\sqrt{5}}{2}\end{array}\right.\\ m>\frac{8}{3}\end{cases}\Leftrightarrow m>\frac{5+\sqrt{5}}{2}.$$

Vậy giá trị m cần tìm là $m \in \left(\frac{5+\sqrt{5}}{2};+\infty\right)$.

Câu 29. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai** ?

A. $\int \frac{1}{x}dx = \ln x + C$. **B.** $\int x^{\alpha}dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$. **C.** $\int 0dx = C$. **D.** $\int dx = x + C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int \frac{1}{x}dx = \ln|x| + C$ nên khẳng định sai là $\int \frac{1}{x}dx = \ln x + C$.

Câu 30. Cho $A = \int\limits_1^2 \left[3f(x) + 2g(x)\right]dx = 1$ và $B = \int\limits_1^2 \left[2f(x) - g(x)\right]dx = 3$. Khi đó $\int\limits_1^2 f(x)dx$ có giá trị là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -1.

Lời giải

Chọn B

Từ giả thiết ta có hệ

$$\begin{cases} 3\int\limits_1^2 f(x)dx + 2\int\limits_1^2 g(x)dx = 1 \\ 2\int\limits_1^2 f(x)dx - \int\limits_1^2 g(x)dx = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \int\limits_1^2 f(x)dx = 1 \\ \int\limits_1^2 g(x)dx = -1 \end{cases}.$$

Vậy $\int\limits_1^2 f(x)dx = 1$.

Câu 31. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi $y = 2x - x^2$, $y = 0$. Tính thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay (H) xung quanh trục Ox ta được $V = \pi\left(\frac{a}{b} + 1\right)$ với $a, b \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{a}{b}$ tối giản. Khi đó

A. $ab = 28$. **B.** $ab = 54$. **C.** $ab = 20$. **D.** $ab = 15$.

Lời giải

Chọn D

Ta có phương trình hoành độ giao điểm là $2x - x^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Thể tích vật thể cần tìm là

$$V = \pi\int\limits_0^2 \left(2x - x^2\right)^2 dx = \pi\int\limits_0^2 \left(4x^2 - 4x^3 + x^4\right)dx = \pi\left(\frac{4x^3}{3} - x^4 + \frac{x^5}{5}\right)\Bigg|_0^2 = \pi\frac{16}{15} = \pi\left(\frac{1}{15} + 1\right).$$

Vậy $a = 1, b = 15$ và $ab = 15$.

Câu 32. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos(5x - 2)$ là

A. $F(x) = \frac{1}{5}\sin(5x - 2) + C$. **B.** $F(x) = -5\sin(5x - 2) + C$.

C. $F(x)=-\frac{1}{5}\sin(5x-2)+C$. **D.** $F(x)=5\sin(5x-2)+C$.

Lời giải

Chọn A

Nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos(5x-2)$ là $F(x)=\frac{1}{5}\sin(5x-2)+C$.

Câu 33. Tìm khẳng định **sai**

A. $\int_a^b f(x)dx=\int_a^c f(x)dx-\int_b^c f(x)dx$.

B. $\int_a^b kf(x)dx=k\int_a^b f(x)dx$.

C. $\int_a^a f(x)dx=1$.

D. $\int_a^b (f(x)+g(x))dx=\int_a^b f(x)dx+\int_a^b g(x)dx$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int_a^a f(x)dx=0$ nên khẳng định sai là $\int_a^a f(x)dx=1$.

Câu 34. Cho $z_1=1+3i$ và $z_2=3-4i$. Tìm phần ảo của số phức $z=z_1+z_2$.

A. 1. **B.** i. **C.** -1. **D.** $-i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $z=1+3i+3-4i=4-i$.

Vậy phần ảo của số phức z là -1.

Câu 35. Tìm số phức liên hợp của số phức $z=(2+i)(-1+i)(1+2i)^2$.

A. $\bar{z}=15+5i$. **B.** $\bar{z}=1+3i$. **C.** $\bar{z}=5+15i$. **D.** $\bar{z}=5-15i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $z=(2+i)(-1+i)(1+2i)^2=5-15i$.

Vậy $\bar{z}=5+15i$.

Câu 36. Tìm mô-đun của số phức z thỏa mãn $z+\frac{1+5i}{3-i}=2+3i$.

A. $|z|=\frac{\sqrt{170}}{7}$. **B.** $|z|=\frac{\sqrt{170}}{4}$. **C.** $|z|=\frac{\sqrt{170}}{5}$. **D.** $|z|=\frac{\sqrt{170}}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $z+\frac{1+5i}{3-i}=2+3i \Leftrightarrow z-\frac{1}{5}+\frac{8}{5}i=2+3i \Leftrightarrow z=2+\frac{1}{5}+\left(3-\frac{8}{5}\right)i=\frac{11}{5}+\frac{7}{5}i$.

Vậy $|z|=\sqrt{\left(\frac{11}{5}\right)^2+\left(\frac{7}{5}\right)^2}=\frac{\sqrt{170}}{5}$.

Câu 37. Tìm tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z(1+i)-1-i|=\sqrt{2}$.

A. Đường thẳng $x+y-2=0$.

B. Cặp đường thẳng song song $y=\pm 2$.

C. Đường tròn $x^2+(y-1)^2=1$.

D. Đường tròn $(x-1)^2+y^2=1$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $z=x+yi$, $(x,y\in\mathbb{R})$ là số phức thỏa mãn bài toán. Khi đó, trong mặt phẳng phức, điểm $M(x;y)$ biểu diễn số phức z.

Ta có $|z(1+i)-1-i|=\sqrt{2} \Leftrightarrow |(x+yi)(1+i)-1-i|=\sqrt{2}$

$$\Leftrightarrow |x-y-1+(x+y-1)i|=\sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow (x-y-1)^2+(x+y-1)^2=2$$

$$\Leftrightarrow 2x^2+2y^2-4x=0$$

$$\Leftrightarrow x^2+y^2-2x=0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2+y^2=1.$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn $(x-1)^2+y^2=1$.

Câu 38. Cho số phức $z=\frac{1+i}{1-i}$ thì z^{2019} có giá trị là

A. 1. **B.** -1. **C.** i. **D.** $-i$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z=\frac{1+i}{1-i}=i$ và $2019=4\times 504+3$ nên $z^{2019}=-i$.

Vậy $z^{2019}=-i$.

Câu 39. Một khối cầu có thể tích $\frac{4\pi}{3}$ nội tiếp một hình lập phương. Thể tích V của khối lập phương đó bằng

A. 1. **B.** 8. **C.** 4π. **D.** $2\sqrt{3}\pi$.

Lời giải

Chọn B

Gọi R là bán kính của khối cầu. Ta có $\frac{4\pi R^3}{3}=\frac{4\pi}{3} \Leftrightarrow R=1$.

Thể tích của khối lập phương là $V=(2R)^3=(2\times 1)^3=8$.

Vậy $V=8$.

Câu 40. Một hình nón (N) có thiết diện qua trục là tam giác đều có cạnh bằng 2. Thể tích V của khối nón giới hạn bởi (N) bằng

A. $\sqrt{3}\pi$. **B.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}\pi$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2}\pi$.

Lời giải

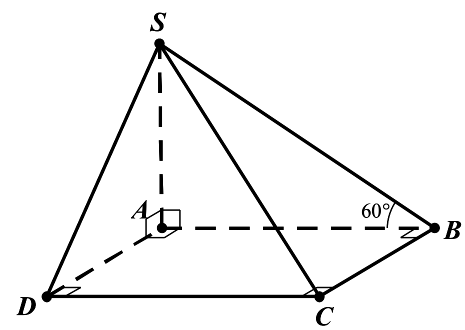
Chọn C

Từ giả thiết suy ra chiều cao của khối nón

$h=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 2=\sqrt{3}$ và bán kính đáy $r=\frac{2}{2}=1$.

Vậy thể tích của khối nón là $V=\frac{1}{3}\times\pi\times 1^2\times\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$.

Câu 41. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB=a$, $AD=a\sqrt{3}$, cạnh bên SA vuông góc với đáy, góc giữa SB và mặt phẳng đáy bằng $60°$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.



A. $V=\frac{a^3}{3}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $V=a^3$. **D.** $V=3a^3$.

Lời giải

Chọn C

Diện tích đáy là $S_{ABCD}=AB.AD=a^2\sqrt{3}$.

Vì $SA\perp(ABCD)$ và $SB\cap(ABCD)=B$ nên góc giữa SB và mặt phẳng đáy là $\widehat{SBA}=60°$.

Chiều cao của khối chóp là $SA=AB.\tan 60°=a\sqrt{3}$.

Vậy thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

$$V=\frac{1}{3}\times a^2\sqrt{3}\times a\sqrt{3}=a^3.$$

Câu 42. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy, góc giữa (SBC) và mặt phẳng đáy bằng $60°$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

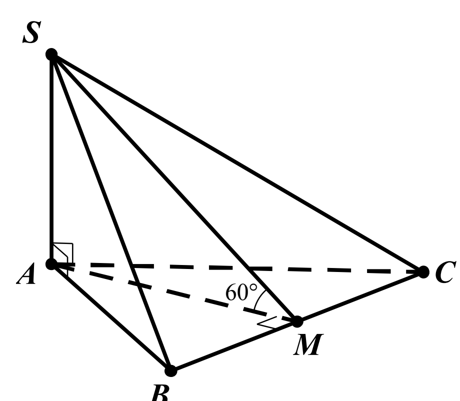
A. $V=\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **B.** $V=\frac{a^3}{4}$. **C.** $V=\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$. **D.** $V=\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$.

Lời giải

Chọn C

Diện tích đáy là $S_{ABC}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Gọi M là trung điểm của BC. Khi đó, $AM\perp BC$.



Kết hợp với $SA \perp (ABC)$ và $(SBC) \cap (ABC) = BC$ thì góc giữa (SBC) và mặt phẳng đáy là $\widehat{SMA} = 60°$.

Ta tính được $AM = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ và chiều cao

$SA = AM \tan 60° = \dfrac{3a}{2}$.

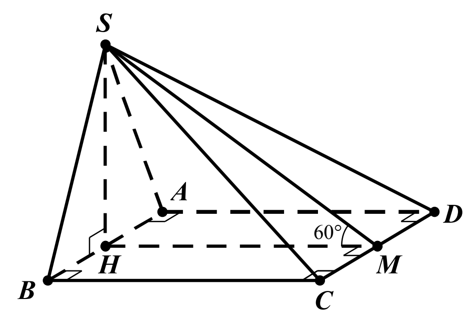
Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \dfrac{3a}{2} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{8}$.

Câu 43. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, góc giữa (SCD) và mặt phẳng đáy bằng $60°$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \dfrac{a^3\sqrt{15}}{6}$. **B.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{15}}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Diện tích đáy là $S_{ABCD} = AB.AD = a^2$.

Gọi H là trung điểm của AB. Khi đó, $SH \perp AB$.

Kết hợp với $(SAB) \perp (ABCD)$ và $(SAB) \cap (ABCD) = AB$

thì $SH \perp (ABCD)$.

Gọi M là trung điểm của CD, ta có $HM \perp CD$.

Suy ra, góc giữa (SCD) và mặt phẳng đáy là $\widehat{SMH} = 60°$.

Ta tính được $HM = a$ và $SH = HM \tan 60° = a\sqrt{3}$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V = \dfrac{1}{3} \times a^2 \times a\sqrt{3} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 mặt phẳng $(P): nx + 7y - 6z + 4 = 0$ và $(Q): 3x - my - 2z - 7 = 0$ song song với nhau. Tính giá trị của m, n.

A. $m = \dfrac{7}{3}; n = 1$. **B.** $m = 1; n = \dfrac{7}{3}$. **C.** $m = 9; n = \dfrac{7}{3}$. **D.** $m = -\dfrac{7}{3}; n = 9$.

Lời giải

Chọn D

Vì $(P) \parallel (Q)$ nên $\dfrac{n}{3} = \dfrac{7}{-m} = \dfrac{-6}{-2} \neq \dfrac{4}{-7} \Leftrightarrow \begin{cases} n = 9 \\ m = -\dfrac{7}{3} \end{cases}$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 2 = 0$ và $(Q): x + y + 2z - 1 = 0$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q).

A. $30°$. **B.** $60°$. **C.** $90°$. **D.** $45°$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt có véc-tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_1}=(2;-1;1)$ và $\overrightarrow{n_2}=(1;1;2)$.

Ta có $\cos((P),(Q))=\dfrac{\left|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|.\left|\overrightarrow{n_2}\right|}=\dfrac{1}{2}$.

Vậy góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) là $60°$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $A(1;1;5), B(0;0;1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa A,B và song song với Oy.

A. $4x+y-z+1=0$. **B.** $4x-z+1=0$. **C.** $2x+y-5=0$. **D.** $y+4z-1=0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;-1;-4)$ và trục Oy có véc-tơ chỉ phương là $\vec{j}=(0;1;0)$.

Suy ra véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\left[\overrightarrow{AB},\vec{j}\right]=(4;0;-1)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $4x-1(z-1)=0 \Leftrightarrow 4x-z+1=0$.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho $(Q): x+2y+z-3=0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) song song với mặt (Q) và cách $D(1;0;3)$ một khoảng bằng $\sqrt{6}$.

A. $\left[\begin{array}{l}x+2y+z+2=0\\x+2y+z-2=0\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}x+2y-z-10=0\\x+2y+z-2=0\end{array}\right.$.

C. $\left[\begin{array}{l}x+2y+z+2=0\\-x-2y-z-10=0\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}x+2y+z+2=0\\x+2y+z-10=0\end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình mặt phẳng (P) có dạng $x+2y+z+m=0, (m\neq -3)$.

Ta có $d(D,(P))=\sqrt{6} \Leftrightarrow \dfrac{|4+m|}{\sqrt{6}}=\sqrt{6} \Leftrightarrow |4+m|=6 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=2\\m=-10\end{array}\right.$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $x+2y+z+2=0$ hoặc $x+2y+z-10=0$.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(1;6;2), B(5;1;3), C(4;0;6), D(5;0;4)$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm D và tiếp xúc với mặt phẳng (ABC).

A. $(x+5)^2+y^2+(z+4)^2=\dfrac{8}{223}$. **B.** $(x-5)^2+y^2+(z+4)^2=\dfrac{16}{223}$.

C. $(x-5)^2+y^2+(z-4)^2=\dfrac{16}{223}$. **D.** $(x-5)^2+y^2+(z-4)^2=\dfrac{8}{223}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{AB}=(4;-5;1)$, $\overrightarrow{AC}=(3;-6;4)$ và $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-14;-13;-9)$.

Suy ra phương trình mặt phẳng (ABC) là

$-14(x-1)-13(y-6)-9(z-2)=0 \Leftrightarrow 14x+13y+9z-110=0$.

Bán kính mặt cầu (S) là $R = \mathrm{d}(D,(ABC)) = \frac{4}{\sqrt{446}}$.

Vậy phương trình mặt cầu là $(x-5)^2 + y^2 + (z-4)^2 = \frac{8}{223}$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, tìm m để góc giữa hai véc-tơ $\vec{u} = (1;\log_3 5;\log_m 2)$ và $\vec{v} = (3;\log_5 3;4)$ là góc nhọn.

A. $\begin{cases} m > \frac{1}{2} \\ m \neq 1 \end{cases}$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m > 1 \\ 0 < m < \frac{1}{2} \end{array}\right.$. **C.** $0 < m < \frac{1}{2}$. **D.** $m > 1$.

Lời giải

Chọn B

Góc giữa hai véc-tơ là góc nhọn khi và chỉ khi

$$\cos(\vec{u},\vec{v}) > 0 \Leftrightarrow 4 + 4\log_m 2 > 0 \Leftrightarrow \log_m 2 > -1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 0 < m < 1 \\ m < \frac{1}{2} \end{cases} \\ \begin{cases} m > 1 \\ m > \frac{1}{2} \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 0 < m < \frac{1}{2} \\ m > 1 \end{array}\right..$$

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1), B(-1;2;0), C(3;-1;2)$. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}$ sao cho biểu thức $P = 2MA^2 + 3MB^2 - 4MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $a+b+c$.

A. $\frac{5}{3}$. **B.** 0. **C.** $-\frac{11}{3}$. **D.** $-\frac{16}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $D(x;y;z)$ sao cho $2\overrightarrow{DA} + 3\overrightarrow{DB} - 4\overrightarrow{DC} = \vec{0}$. Ta tìm được $D(-13;12;-6)$.

Khi đó,

$$P = 2\left(\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DA}\right)^2 + 3\left(\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DB}\right)^2 - 4\left(\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DC}\right)^2$$
$$= MD^2 + 2DA^2 + 3DB^2 - 4DC^2.$$

Do đó, P nhỏ nhất khi và chỉ khi MD nhỏ nhất. Tức M là hình chiếu vuông góc của D trên Δ.

Ta có $M \in \Delta$ nên $M(1+2t;t;-1-t)$ và $\overrightarrow{DM} = (14+2t;t-12;5-t)$.

Đường thẳng Δ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (2;1;-1)$.

Vì $\overrightarrow{DM} \perp \vec{u}$ nên $28 + 4t + t - 12 - (5-t) = 0 \Leftrightarrow 6t + 11 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{11}{6}$.

Suy ra $M\left(-\frac{8}{3};-\frac{11}{6};\frac{5}{6}\right)$ .Vậy $a+b+c = -\frac{11}{3}$.