SỞ GD – ĐT VĨNH PHÚC TRƯỜNG THPT LIỄN SƠN	ĐỀ THI HSG CẤP TRƯỜNG NĂM 2018-2019 MÔN: TOÁN – KHỐI 10. *(Thời gian làm bài 180 phút)*

Câu 1. (2 điểm). Cho phương trình $(m-1)x^2-2(m+1)x+m-3=0$ (x là ẩn, m là tham số). Tìm m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

Câu 2. (2 điểm). Cho phương trình $x^2+2x+3m-4=0$. Tìm các giá trị của m để phương trình có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2x_2^2 \le x_1^2+x_2^2+4$.

Câu 3. (2 điểm). Cho phương trình $(2m-1)x^2-2mx+1=0$. Xác định m để phương trình đã cho có nghiệm thuộc khoảng $(-1;0)$.

Câu 4. (2điểm).Cho phương trình $x^2+2(m+3)x+m^2-3m+1=0$ (m là tham số) có 2 nghiệm $x_{1,}x_2$ thỏa mãn điều kiện $(x_1+x_2)(x_1x_2+1)<0$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $A=x_1(x_2-1)-x_2$.

Câu 5. (2 điểm). Giải phương trình: $x^3-3x^2-3x+2\sqrt{(x+1)^3}=0$.

Câu 6. (2 điểm). Giải hệ phương trình $\begin{cases}\sqrt{4-x}+\sqrt{8+y}=y^2+7x-1\\ \sqrt{2(x-y)^2+6y-2x+4}-\sqrt{x}=\sqrt{y+1}\end{cases}$

Câu 7. (2 điểm). Cho tam giác ΔABC. Điểm M thuộc cạnh BC sao cho $MC = 3MB$, I là điểm thuộc đoạn AM sao cho $AI = 3IM$. Xác định điểm K thuộc cạnh AC sao cho 3 điểm B, I, K thẳng hàng.

Câu 8. (2 điểm). Cho n điểm phân biệt trong mặt phẳng. Bạn An gọi chúng là $A_1, A_2, ..., A_n$. Bạn Bình gọi là $B_1, B_2, ..., B_n$ (A_i, B_i có thể là một điểm hoặc không). Tính tổng vecto $\overrightarrow{A_1B_1}+\overrightarrow{A_2B_2}+...+\overrightarrow{A_nB_n}$.

Câu 9. (2 điểm). Cho tam giác ΔABC với $A(-1;-3), B(2;5), C(4;0)$. Xác định trực tâm H của tam giác ABC.

Câu 10. (2 điểm). Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn

$$\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{b^2+c^2}+\sqrt{c^2+a^2}=3\sqrt{2}$$

Chứng minh rằng: $\dfrac{a^2}{b+c}+\dfrac{b^2}{c+a}+\dfrac{c^2}{a+b}\ge\dfrac{3}{2}$.

-----------------Hết-------------------

Họ tên thí sinh:……………………………………….Số báo danh:…………………..

SỞ GD – ĐT VĨNH PHÚC
TRƯỜNG THPT LIỄN SƠN

HƯỚNG DẪN CHẤM
ĐỀ THI HSG CẤP TRƯỜNG NĂM 2018-2019
MÔN: TOÁN – KHỐI 10.

Câu	Nội dung	Điểm
1	Cho phương trình $(m-1)x^2-2(m+2)x+m-3=0$ (x là ẩn, m là tham số). Tìm m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt.	
	Bài làm +) Với $m = 1$ phương trình là: $-6x-2=0 \Leftrightarrow x=-\frac{1}{3}(loai)$	0,5
	+) Với $m\neq 1$ để phương trình có 2 nghiệm : $\Delta'>0 \Leftrightarrow 8m+1>0 \Leftrightarrow m>\frac{1}{8}$	0,5
	Vậy $\begin{cases} m>\frac{1}{8} \\ m\neq 1 \end{cases}$	1,0
2	Cho phương trình $x^2+2x+3m-4=0$. Tìm các giá trị của m để phương trình có 2 nghiệm x_1,x_2 thỏa mãn $x_1^2x_2^2\leq x_1^2+x_2^2+4$	
	Bài làm Để phương trình có 2 nghiệm thì $\Delta'\geq 0 \Leftrightarrow m\leq\frac{5}{3}$	0,5
	Theo viet ta có : $\begin{cases} x_1+x_2=-2 \\ x_1x_2=3m-4 \end{cases}$	0,5
	Ta có: $x_1^2x_2^2\leq x_1^2+x_2^2+4 \Leftrightarrow (3m-4)^2\leq(-2)^2-2(3m-4)+4$ $\Leftrightarrow 9m^2-18m\leq 0 \Leftrightarrow m\in[0;2]$	0,5
	Kết hợp điều kiện $m\leq\frac{5}{3}$ ta được $m\in[0;\frac{5}{3}]$.	0,5
3	Cho phương trình $(2m-1)x^2-2mx+1=0$. Xác định m để phương trình đã cho có nghiệm thuộc khoảng $(-1;0)$.	
	Bài làm +) Xét $2m-1=0 \Leftrightarrow m=\frac{1}{2}$ phương trình là: $-x+1=0 \Leftrightarrow x=1\notin(-1;0)$.	0,5
	+) Xét $m\neq\frac{1}{2}$. Khi đó ta có : $\Delta'=(m-1)^2\geq 0,\forall m$ Phương trình có nghiệm $x=1$ và $x=\frac{1}{2m-1}$.	0,5
	Ta thấy nghiệm $x=1$ không thuộc (-1; 0). Vậy để phương trình có nghiệm trong khoảng (-1; 0) suy ra : $-1<\frac{1}{2m-1}<0$	0,5
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2m-1}+1>0 \\ 2m-1<0 \end{cases} \Leftrightarrow m<0$ Vậy phương trình đã cho có nghiệm trong khoảng (-1 ;0) khi và chỉ khi	0,5

	$m<0$.	
4	Cho phương trình $x^2+2(m+3)x+m^2-3m+1=0$ (m là tham số) có 2 nghiệm $x_{1,}x_2$ thỏa mãn điều kiện $x_1+x_2+10\ge 0$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $A=x_1(x_2-1)-x_2$.	
	<u>Bài làm</u> Để phương trình có nghiệm: $(m+3)^2-m^2+3m-1\ge 0 \;\Leftrightarrow m\ge -\frac{8}{9}$	0,5
	Theo viet: $\begin{cases} x_1+x_2=-2(m+3) \\ x_1x_2=m^2-3m+1 \end{cases}$	0,5
	Ta có $x_1+x_2+10\ge 0 \Leftrightarrow m\le 2$ +) $A=x_1(x_2-1)-x_2=x_1x_2-(x_1+x_2)=m^2-m+7$	0,5
	+) Lập bảng biến thiên của hàm số $f(m)=m^2-m+7$ trên $[-\frac{8}{9};2]$ ta được giá trị lớn nhất của A = 9 khi m = 2, giá trị nhỏ nhất $A=\frac{13}{2}$ khi $m=\frac{1}{2}$	0,5
5	Giải phương trình: $x^3-3x^2-3x+2\sqrt{(x+1)^3}=0$	
	<u>Bài làm</u> Điều kiện: $x\ge -1$. $x^3-3x^2-3x+2\sqrt{(x+1)^3}=0 \Leftrightarrow x^3-3x(x+1)+2\sqrt{(x+1)^3}=0$ $\Leftrightarrow x^3-x(x+1)+2\sqrt{(x+1)^3}-2x(x+1)=0$ $\Leftrightarrow x\left(x^2-(x+1)\right)+2(x+1)\left(\sqrt{x+1}-x\right)=0$ $\Leftrightarrow \left(\sqrt{x+1}-x\right)\left(-x\left(\sqrt{x+1}+x\right)+2(x+1)\right)=0$	0,5
	$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x+1}-x\right)^2\left(2\sqrt{x+1}+x\right)=0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{x+1}=x \\ x+2\sqrt{x+1}=0 \end{array}\right.$	0,5
	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x\ge 0 \\ x+1=x^2 \end{cases} \\ \begin{cases} x\le 0 \\ 4(x+1)=x^2 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{1+\sqrt{5}}{2} \\ x=2-2\sqrt{2} \end{array}\right.$	0,5
	Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm $x=2-2\sqrt{2}; x=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.	0,5

6	Giải hệ phương trình $\begin{cases}\sqrt{4-x}+\sqrt{8+y}=y^2+7x-1(*)\\ \sqrt{2(x-y)^2+6y-2x+4}-\sqrt{x}=\sqrt{y+1}\end{cases}$	
	<u>Bài làm:</u> Điều kiện: $\begin{cases}y\ge -1\\ 0\le x\le 4\end{cases}$	0,5
	$\sqrt{2(x-y)^2+6y-2x+4}-\sqrt{x}=\sqrt{y+1}$ $\Leftrightarrow 2x^2-4xy+2y^2+6y-2x+4=x+y+1+2\sqrt{x(y+1)}$ $\Leftrightarrow 2[x^2-2x(y+1)+(y+1)^2]+x+y+1=2\sqrt{x(y+1)}$ $\Leftrightarrow 2(y+1-x)+(\sqrt{x}-\sqrt{y+1})^2=0$ $\Leftrightarrow y=x-1$	0,5
	Thay vào phương trình (*) ta được: $(*)\Leftrightarrow (x^2+3x+3)+x+1-\sqrt{4-x}+x+2-\sqrt{x+7}=0$ $\Leftrightarrow \left(x^2+3x+3\right)\left(1+\dfrac{1}{x+1+\sqrt{4-x}}+\dfrac{1}{x+2+\sqrt{x+7}}\right)=0$ $\Leftrightarrow x^2+3x+3=0\,,\left\{1+\dfrac{1}{x+1+\sqrt{4-x}}+\dfrac{1}{x+2+\sqrt{x+7}}>0,\forall x\in[0;4]\right\}$	0,5
	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\dfrac{-3+\sqrt{21}}{2}\\ x=\dfrac{-3-\sqrt{21}}{2}(l)\end{array}\right.$ Vậy hệ phương trình có nghiệm: $\begin{cases}x=\dfrac{-3+\sqrt{21}}{2}\\ y=\dfrac{-5+\sqrt{21}}{2}\end{cases}$	0,5
7	Cho tam giác ΔABC. Điểm *M* thuộc cạnh *BC* sao cho *MC* = 3*MB*, *I* là điểm thuộc đoạn *AM* sao cho *AI* = 3*IM*. Xác định điểm *K* thuộc cạnh *AC* sao cho 3 điểm *B, I, K* thẳng hàng.	
	<u>Bài làm</u> Đặt $\overrightarrow{AB}=\vec{a};\overrightarrow{AC}=\vec{b}$ và $\overrightarrow{AK}=t\overrightarrow{AC}$ Khi đó: $\overrightarrow{BK}=-\vec{a}+t\vec{b}$ Ta có: $\overrightarrow{AI}=\dfrac{3}{4}\overrightarrow{AM}=\dfrac{3}{4}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BM}\right)$; $\overrightarrow{BM}=\dfrac{1}{4}\overrightarrow{BC}=\dfrac{1}{4}\left(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}\right)$ $\Rightarrow \overrightarrow{AI}=\dfrac{9}{16}\vec{a}+\dfrac{3}{16}\vec{b}$	0,5
	Mà $\overrightarrow{BI}=\overrightarrow{AI}-\overrightarrow{AB}=\dfrac{9}{16}\vec{a}+\dfrac{3}{16}\vec{b}-\vec{a}==-\dfrac{7}{16}\vec{a}+\dfrac{3}{16}\vec{b}$	0,5
	Để 3 điểm *B,I,K* thẳng hàng thì $\exists m:\overrightarrow{BK}=m\overrightarrow{BI}\Leftrightarrow -\vec{a}+t\vec{b}=-\dfrac{7}{16}\vec{a}+\dfrac{3}{16}\vec{b}$	0,5

	$\Leftrightarrow \begin{cases} -1 = \dfrac{-7m}{16} \\ t = \dfrac{3m}{16} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \dfrac{16}{7} \\ t = \dfrac{3}{7} \end{cases}$ Suy ra: $\overrightarrow{AK} = \dfrac{3}{7}\overrightarrow{AC}$. Vậy điểm K thuộc đoạn AC sao cho $AK = \dfrac{3}{7}AC$.	0,5
8	Cho n điểm phân biệt trong mặt phẳng. Bạn An gọi chúng là $A_1, A_2, ..., A_n$. Bạn Bình gọi là $B_1, B_2, ..., B_n$ (A_i, B_i có thể cùng là một điểm hoặc không). Tính tổng vectơ $\overrightarrow{A_1B_1} + \overrightarrow{A_2B_2} + ... + \overrightarrow{A_nB_n}$	
	<u>Bài làm</u> Lấy điểm O bất kỳ. Khi đó : $\overrightarrow{A_1B_1} + \overrightarrow{A_2B_2} + ... + \overrightarrow{A_nB_n} = \overrightarrow{A_1O} + \overrightarrow{A_2O} + ... + \overrightarrow{A_nO} + \overrightarrow{OB_1} + \overrightarrow{OB_2} + ... + \overrightarrow{OB_n}$ Vì $\{A_1, A_2, ..., A_n\} \equiv \{B_1, B_2, ..., B_n\}$ nên	1,0
	$\overrightarrow{OB_1} + \overrightarrow{OB_2} + ... + \overrightarrow{OB_n} = \overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OA_2} + ... + \overrightarrow{OA_n}$ Do đó : $\overrightarrow{A_1B_1} + \overrightarrow{A_2B_2} + ... + \overrightarrow{A_nB_n} = \vec{0}$.	1,0
9	Cho tam giác ΔABC với $A(-1;-3), B(2;5), C(4;0)$. Xác định trực tâm H của tam giác ABC.	
	Bài làm : Giả sử $H(x;y)$. Do H là trực tâm của tam giác ABC nên ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AH}.\overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH}.\overrightarrow{AC} = 0 \end{cases}$	0,5
	Ta có : $\overrightarrow{AH} = (x+1; y+3); \overrightarrow{BH} = (x-2; y-5)$ $\overrightarrow{BC} = (2;-5); \overrightarrow{AC} = (5;3)$	0,5
	Ta có hệ phương trình : $\begin{cases} 2(x+1) - 5(y+3) = 0 \\ 5(x-2) + 3(y-5) = 0 \end{cases}$	0,5
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 5y = 13 \\ 5x + 3y = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{164}{31} \\ y = \dfrac{-15}{31} \end{cases}$ Vậy điểm $H\left(\dfrac{164}{31}; \dfrac{-15}{31}\right)$	
10	Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $\sqrt{a^2+b^2} + \sqrt{b^2+c^2} + \sqrt{c^2+a^2} = 3\sqrt{2}$	

	Chứng minh rằng: $\frac{a^2}{b+c}+\frac{b^2}{c+a}+\frac{c^2}{a+b}\ge\frac{3}{2}$	
	Bài làm: Đặt $x=\sqrt{a^2+b^2};y=\sqrt{b^2+c^2};z=\sqrt{c^2+a^2}$ khi đó $x,y,z>0$ và ta có $x+y+z=3\sqrt{2}$ Ta có : $x^2+y^2+z^2=2\left(a^2+b^2+c^2\right)$	0,5
	Do đó ta được : $a^2=\frac{x^2-y^2+z^2}{2};b^2=\frac{x^2+y^2-z^2}{2};c^2=\frac{-x^2+y^2+z^2}{2}$ Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có : $\left(b+c\right)^2\le 2(b^2+c^2)=2y^2$ Suy ra : $\frac{a^2}{b+c}\ge\frac{x^2-y^2+z^2}{2y\sqrt{2}}$ Tương tự ta cũng có : $\frac{b^2}{c+a}\ge\frac{x^2+y^2-z^2}{2z\sqrt{2}};\frac{c^2}{a+b}\ge\frac{-x^2+y^2+z^2}{2x\sqrt{2}}$	0,5
	Do đó : $\frac{a^2}{b+c}+\frac{b^2}{c+a}+\frac{c^2}{a+b}\ge\frac{x^2+y^2+z^2}{2y\sqrt{2}}-\frac{y}{\sqrt{2}}+\frac{x^2+y^2+z^2}{2z\sqrt{2}}-\frac{z}{\sqrt{2}}+\frac{x^2+y^2+z^2}{2x\sqrt{2}}-\frac{x}{\sqrt{2}}$ $=\frac{1}{2\sqrt{2}}(x^2+y^2+z^2)\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)-\frac{x+y+z}{\sqrt{2}}$ $\ge\frac{1}{6\sqrt{2}}(x+y+z)^2\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)-3$ $=\frac{1}{6\sqrt{2}}(x+y+z)(x+y+z)\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)-3$	0,5
	$\ge\frac{9.3\sqrt{2}}{6\sqrt{2}}-3=\frac{3}{2}$ Vậy bđt được chứng minh. Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khí $a=b=c=1$	0,5