

Họ và tên thí sinh:
Số báo danh:

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 1 - t \end{cases}$ đi qua điểm nào dưới đây ?

- A. $M(1; 3; -1)$. B. $M(-3; 5; 3)$. C. $M(3; 5; 3)$. D. $M(1; 2; -3)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{3-x}{2x-1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. Hàm số nghịch biến trên $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$. B. Hàm số đồng biến trên \mathbb{R} .
C. Hàm số đồng biến trên $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. D. Hàm số nghịch biến trên \mathbb{R} .

Câu 3: Bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-2x} \geq \frac{1}{8}$ có tập nghiệm là

- A. $[3; +\infty)$. B. $(-\infty; -1]$. C. $[-1; 3]$. D. $(-1; 3)$.

Câu 4: Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x$ có tổng hoành độ và tung độ bằng

- A. 5. B. 1. C. 3. D. -1.

Câu 5: Cho khối trụ có độ dài đường sinh bằng $2a$ và bán kính đáy bằng a . Thể tích của khối trụ đã cho bằng

- A. πa^3 . B. $2\pi a^3$. C. $\frac{\pi a^3}{3}$. D. $\frac{\pi a^3}{6}$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, điểm M thuộc trục Oy và cách đều hai mặt phẳng:

$(P): x + y - z + 1 = 0$ và $(Q): x - y + z - 5 = 0$ có tọa độ là

- A. $M(0; -3; 0)$. B. $M(0; 3; 0)$. C. $M(0; -2; 0)$. D. $M(0; 1; 0)$.

Câu 7: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = -12$ và $u_{14} = 18$. Giá trị công sai d của cấp số cộng đó là

- A. $d = -3$. B. $d = 3$. C. $d = 4$. D. $d = -2$.

Câu 8: Họ các nguyên hàm của hàm số $y = \cos x + x$ là

- A. $\sin x + \frac{1}{2}x^2 + C$. B. $\sin x + x^2 + C$. C. $-\sin x + \frac{1}{2}x^2 + C$. D. $-\sin x + x^2 + C$.

Câu 9: Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - 2x + 4) = 2$ là

- A. $\{0; -2\}$. B. $\{2\}$. C. $\{0\}$. D. $\{0; 2\}$.

Câu 10: Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x) = (x+1)(x+2)(x-1)^2$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số cực trị của hàm số đã cho là

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z - 10 = 0$, mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 10 = 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. (P) tiếp xúc với (S) .
- B. (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn khác đường tròn lớn.
- C. (P) và (S) không có điểm chung.
- D. (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn lớn.

Câu 12: Hàm số $y = x \cdot 2^x$ có đạo hàm là

- A. $y' = (1 - x \ln 2)2^x$.
- B. $y' = (1 + x \ln 2)2^x$.
- C. $y' = (1 + x)2^x$.
- D. $y' = 2^x + x^2 2^{x-1}$.

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0
y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) - 6 = 0$ là

- A. 2.
- B. 3.
- C. 1.
- D. 0.

Câu 14: Nếu $a^{2x} = 3$ thì $3a^{6x}$ bằng

- A. 54.
- B. 45.
- C. 27.
- D. 81.

Câu 15: Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 3^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. $S = \int_0^2 3^x dx$.
- B. $S = \pi \int_0^2 3^{2x} dx$.
- C. $S = \pi \int_0^2 3^x dx$.
- D. $S = \int_0^2 3^{2x} dx$.

Câu 16: Đồ thị của hàm số $y = x^4 + 3x^2 - 4$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm ?

- A. 4.
- B. 2.
- C. 3.
- D. 0.

Câu 17: Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x + 2019}{x + 2}$?

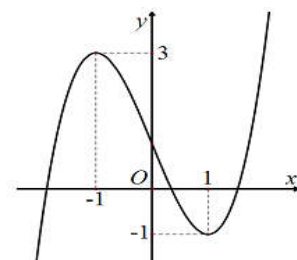
- A. $x = 2$.
- B. $y = 2$.
- C. $y = 3$.
- D. $x = 3$.

Câu 18: Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3$ trên đoạn $[1; 3]$. Giá trị $T = 2M + m$ bằng

- A. 3.
- B. 5.
- C. 4.
- D. 2.

Câu 19: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây ?

- A. $y = x^3 - 3x - 1$.
- B. $y = -x^3 - 3x^2 - 1$.
- C. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.
- D. $y = x^3 - 3x + 1$.



Câu 20: Với a và b là hai số thực dương. Khi đó $\log(a^2b)$ bằng

- A. $2 \log a - \log b$.
- B. $2 \log a + b$.
- C. $2 \log a + \log b$.
- D. $2 \log b + \log a$.

Câu 21: Một hình hộp chữ nhật có ba kích thước là a, b, c . Thể tích V của khối hộp chữ nhật đó là

- A. $V = (a+b)c$. B. $V = \frac{1}{3}abc$. C. $V = abc$. D. $V = (a+c)b$.

Câu 22: Thể tích của khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a là

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. C. a^3 . D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 1; -1)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và chứa trục Ox là:

- A. $x+y=0$. B. $x+z=0$. C. $y-z=0$. D. $y+z=0$.

Câu 24: Tìm tất cả các giá trị thực m thỏa mãn $\int_0^m (2x+1)dx < 2$.

- A. $m < -2$. B. $-2 < m < 1$. C. $m \geq 1$. D. $m > 2$.

Câu 25: Cho khối tứ diện $OABC$ có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = 2OB = 3OC = 3a$. Thể tích của khối tứ diện đã cho bằng

- A. $6a^3$. B. $\frac{4a^3}{3}$. C. $9a^3$. D. $\frac{3a^3}{4}$.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, giao điểm của mặt phẳng $(P): 3x+5y-z-2=0$ và đường thẳng

$\Delta: \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$ là điểm $M(x_0; y_0; z_0)$. Giá trị tổng $x_0 + y_0 + z_0$ bằng

- A. 1. B. 2. C. 5. D. -2.

Câu 27: Hội nghị thượng đỉnh Mỹ-Triều lần hai được tổ chức tại Hà Nội, sau khi kết thúc Hội nghị. Ban tổ chức mời 10 người lãnh đạo cấp cao của cả hai nước (Trong đó có Tổng thống Mỹ Donald Trump và Chủ tịch Triều Tiên Kim Jong-un) tham gia họp báo. Ban tổ chức sắp xếp 10 người ngồi vào 10 cái ghế thẳng hàng. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho ông Donald Trump và Kim Jong-un ngồi cạnh nhau?

- A. $8! \cdot 2!$. B. $9!$. C. $9! \cdot 2!$. D. $10!$.

Câu 28: Cho hàm số $y = \frac{1}{x+1+\ln x}$ với $x > 0$. Khi đó $-\frac{y'}{y^2}$ bằng

- A. $\frac{x}{x+1}$. B. $1 + \frac{1}{x}$. C. $\frac{x}{1+x+\ln x}$. D. $\frac{x+1}{1+x+\ln x}$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ trong đó $b, c \neq 0$ và mặt phẳng $(P): y-z+1=0$. Mối liên hệ giữa b, c để mặt phẳng (ABC) vuông góc với mặt phẳng (P) là

- A. $2b=c$. B. $b=2c$. C. $b=c$. D. $b=3c$.

Câu 30: Anh Nam gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kì hạn là một quý với lãi suất 3% một quý. Sau đúng 6 tháng anh Nam gửi thêm 100 triệu đồng với kì hạn và lãi suất như trước đó. Hỏi sau 1 năm số tiền (cả vốn lẫn lãi) anh Nam nhận được là bao nhiêu? (Giả sử lãi suất không thay đổi).

- A. 218,64 triệu đồng. B. 208,25 triệu đồng. C. 210,45 triệu đồng. D. 209,25 triệu đồng.

Câu 31: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và $\int_3^5 f(x)dx = 12$. Giá trị tích phân $I = \int_1^2 f(2x+1)dx$ bằng

- A. 8. B. 12. C. 4. D. 6.

Câu 32: Biết rằng đồ thị hàm số $y = x^4 - 2ax^2 + b$ có một điểm cực trị là $(1; 2)$. Khi đó khoảng cách giữa điểm cực đại và điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho bằng

- A. 2. B. $\sqrt{26}$. C. $\sqrt{5}$. D. $\sqrt{2}$.

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Gọi α là góc giữa SD và mặt phẳng (SAC) . Giá trị $\sin \alpha$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

Câu 34: Gọi S là tập hợp các tham số nguyên a thỏa mãn $\lim\left(\frac{3n+2}{n+2} + a^2 - 4a\right) = 0$. Tổng các phần tử của S bằng

- A. 4. B. 3. C. 5. D. 2.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông và SA vuông góc với đáy. Cho biết $B(2;3;7)$, $D(4;1;3)$. Lập phương trình mặt phẳng (SAC) .

- A. $x - y - 2z + 9 = 0$. B. $x - y + 2z + 9 = 0$. C. $x - y - 2z - 9 = 0$. D. $x + y - 2z + 9 = 0$.

Câu 36: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, tam giác $A'BC$ có diện tích bằng 1 và khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng 2. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. 6. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 37: Cho một hình vuông, mỗi cạnh của hình vuông đó được chia thành n đoạn bằng nhau bởi $n-1$ điểm chia (không tính hai đầu mút mỗi cạnh). Xét các tứ giác có 4 đỉnh là 4 điểm chia trên 4 cạnh của hình vuông đã cho. Gọi a là số các tứ giác tạo thành và b là số các hình bình hành trong a tứ giác đó. Giá trị n thỏa mãn $a = 9b$ là

- A. $n = 5$. B. $n = 8$. C. $n = 4$. D. $n = 12$.

Câu 38: Cho hai số thực dương a và b thỏa mãn $\log_9 a^4 + \log_3 b = 8$ và $\log_3 a + \log_{\sqrt[3]{5}} b = 9$. Giá trị biểu thức $P = ab + 1$ bằng

- A. 82. B. 27. C. 243. D. 244.

Câu 39: Cho một khối lập phương có thể tích V_1 và một khối hình hộp có tất cả các cạnh bằng nhau và có thể tích V_2 . Biết rằng cạnh của khối lập phương bằng cạnh của khối hình hộp. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $V_1 = V_2$. B. $V_1 \geq V_2$. C. $V_1 > V_2$. D. $V_1 \leq V_2$.

Câu 40: Hai hình nón bằng nhau có chiều cao bằng $2 dm$, được đặt như hình vẽ bên (mỗi hình đều đặt thẳng đứng với đỉnh nằm phía dưới). Lúc đầu, hình nón trên chứa đầy nước và hình nón dưới không chứa nước. Sau đó, nước được chảy xuống hình nón dưới thông qua lỗ trống ở đỉnh của hình nón trên. Hãy tính chiều cao của nước trong hình nón dưới tại thời điểm khi mà chiều cao của nước trong hình nón trên bằng $1 dm$.



- A. $\sqrt[3]{7}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\sqrt[3]{5}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có A trùng với gốc tọa độ O , các đỉnh $B(a;0;0)$, $D(0;a;0)$, $A'(0;0;b)$ với $a, b > 0$ và $a + b = 2$. Gọi M là trung điểm của cạnh CC' . Thể tích của khối tứ diện $BDA'M$ có giá trị lớn nhất bằng

- A. $\frac{64}{27}$. B. $\frac{32}{27}$. C. $\frac{8}{27}$. D. $\frac{4}{27}$.

Câu 42: Cho $\int_0^1 \left(\frac{2x+1}{x+1}\right)^2 dx = a + b \ln 2$ với a, b là các số hữu tỉ. Giá trị của $2a + b$ bằng

- A. -1. B. 6. C. 5. D. 4.

Câu 43: Cho S là tập hợp các số tự nhiên từ 1 đến 100. Chọn ngẫu nhiên độc lập hai số a và b thuộc tập hợp S (với mỗi phần tử của tập S có khả năng lựa chọn như nhau). Xác suất để số $x = 3^a + 3^b$ chia hết cho 5 bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{5}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, trên cạnh SA lấy điểm M và đặt $\frac{SM}{SA} = x$. Giá trị x để mặt phẳng (MBC) chia khối chóp đã cho thành hai phần có thể tích bằng nhau là

- A. $x = \frac{1}{2}$. B. $x = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$. C. $x = \frac{\sqrt{5}}{3}$. D. $x = \frac{\sqrt{5}-1}{3}$.

Câu 45: Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - m^3 - m$, với m là tham số. Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số và $I(2; -2)$. Giá trị thực $m < 1$ để ba điểm I, A, B tạo thành tam giác nội tiếp đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{5}$ là

- A. $m = \frac{2}{17}$. B. $m = \frac{3}{17}$. C. $m = \frac{4}{17}$. D. $m = \frac{5}{17}$.

Câu 46: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm, liên tục trên \mathbb{R} , nhận giá trị dương trên khoảng $(0; +\infty)$ và thỏa mãn $f(1) = 1, f'(x) = f(x).(3x^2 + 2mx + m)$ với m là tham số. Giá trị thực của tham số m để $f(3) = e^{-4}$ là

- A. $m = -2$. B. $m = \sqrt{3}$. C. $m = -3$. D. $m = 4$.

Câu 47: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\left[\frac{1}{3}; 3\right]$ thỏa mãn $f(x) + x.f\left(\frac{1}{x}\right) = x^3 - x$. Giá trị tích phân

$$I = \int_{\frac{1}{3}}^3 \frac{f(x)}{x^2 + x} dx \text{ bằng}$$

- A. $\frac{8}{9}$. B. $\frac{16}{9}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{3}{4}$.

Câu 48: Cho hàm số $y = 2x^3 + ax^2 + bx + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $9a + 3b + c < -54$ và $a - b + c > 2$. Gọi S là số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục Ox . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $S = 3$. B. $S = 1$. C. $S = 2$. D. $S = 0$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 0; 0)$ và $M(1; 1; 1)$. Gọi (P) là mặt phẳng thay đổi luôn đi qua hai điểm A và M , cắt các trục Oy, Oz lần lượt tại các điểm B, C . Giả sử $B(0; b; 0), C(0; 0; c), b > 0, c > 0$. Diện tích tam giác ABC có giá trị nhỏ nhất bằng

- A. $3\sqrt{3}$. B. $4\sqrt{3}$. C. $2\sqrt{6}$. D. $4\sqrt{6}$.

Câu 50: Cho hai số thực dương a và b thỏa mãn $4^{ab} \cdot 2^{a+b} = \frac{8(1-ab)}{a+b}$. Giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = ab + 2ab^2 \text{ bằng}$$

- A. 3. B. 1. C. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$. D. $\frac{3}{17}$.

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN CHẤM ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC LẦN 1 NĂM 2018 - 2019

MÃ ĐỀ 101			
Câu 1	B	Câu 26	D
Câu 2	A	Câu 27	C
Câu 3	C	Câu 28	B
Câu 4	A	Câu 29	C
Câu 5	B	Câu 30	A
Câu 6	A	Câu 31	D
Câu 7	B	Câu 32	D
Câu 8	A	Câu 33	A
Câu 9	D	Câu 34	A
Câu 10	C	Câu 35	A
Câu 11	A	Câu 36	C
Câu 12	B	Câu 37	C
Câu 13	B	Câu 38	D
Câu 14	D	Câu 39	B
Câu 15	A	Câu 40	A
Câu 16	B	Câu 41	C
Câu 17	C	Câu 42	C
Câu 18	B	Câu 43	D
Câu 19	D	Câu 44	B
Câu 20	C	Câu 45	B
Câu 21	C	Câu 46	C
Câu 22	A	Câu 47	A
Câu 23	D	Câu 48	A
Câu 24	D	Câu 49	D
Câu 25	D	Câu 50	B

$$f'(x) = 3x^2 - 6x \Leftrightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \notin [1; 3] \\ x = 2 \end{cases}, f(1) = 1, f(2) = -1; f(3) = 3$$

Vậy: $M = 3, m = -1 \Rightarrow T = 2M + m = 5$ **Chọn C**

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		4		-2		$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) - 6 = 0$ là

- A.** 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

$3f(x) - 6 = 0 \Leftrightarrow f(x) = 2$. Dựa vào bảng biến thiên suy ra số nghiệm phương trình: $f(x) = 2$ có 3 nghiệm phân biệt

Chọn A

Câu 9. Bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-2x} \geq \frac{1}{8}$ có tập nghiệm là

- A.** $[3; +\infty)$. **B.** $(-\infty; -1]$. **C.** $(-1; 3)$. **D.** $[-1; 3]$.

Lời giải

$$Bpt \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-2x} \geq \left(\frac{1}{2}\right)^3 \Leftrightarrow x^2 - 2x \leq 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 3$$

Chọn D

Câu 10: Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - 2x + 4) = 2$ là

- A.** $\{0\}$. **B.** $\{2\}$. **C.** $\{0; 2\}$. **D.** $\{0; -2\}$.

Lời giải

$$Pt \Leftrightarrow x^2 - 2x + 4 = 2^2 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Chọn C

Câu 11: Với a và b là hai số thực dương. Khi đó $\log(a^2b)$ bằng

- A.** $2\log b + \log a$. **B.** $2\log a + b$. **C.** $2\log a + \log b$. **D.** $2\log a - \log b$.

Lời giải

$$\log(a^2b) = \log a^2 + \log b = 2\log a + \log b \quad \text{Chọn C}$$

Câu 12. Nếu $a^{2x} = 3$ thì $3a^{6x}$ bằng

- A.** 81. **B.** 27. **C.** 45. **D.** 54

Lời giải

$$Ta \text{ có } 3a^{6x} = 3a^{2x \cdot 3} = 3(a^{2x})^3 = 3 \cdot 3^3 = 81 \quad \text{Chọn A}$$

Câu 13. Hàm số $y = x \cdot 2^x$ có đạo hàm

- A.** $y' = (1 - x \ln 2)2^x$. **B.** $y' = (1 + x \ln 2)2^x$.
C. $y' = (1 + x)2^x$. **D.** $y' = 2^x + x^2 2^{x-1}$.

Lời giải

$$y' = 2^x + x \cdot 2^x \ln 2 = 2^x(1 + x \ln 2) \text{ Chọn B}$$

Câu 14: Họ các nguyên hàm của hàm số $y = \cos x + x$ là

- A. $\sin x + \frac{1}{2}x^2 + C$. B. $\sin x + x^2 + C$. C. $-\sin x + \frac{1}{2}x^2 + C$. D. $-\sin x + x^2 + C$.

Lời giải

$$F(x) = \int (\cos x + x) dx = \sin x + \frac{1}{2}x^2 + C \text{ Chọn A}$$

Câu 15: Tìm tất cả các giá trị thực m thỏa mãn $\int_0^m (2x+1)dx < 2$.

- A. $m > 2$. B. $m < -2$. C. $-2 < m < 1$. D. $m \geq 1$.

Lời giải

$$\int_0^m (2x+1)dx < 2 \Leftrightarrow (x^2 + x) \Big|_0^m < 2 \Leftrightarrow m^2 + m - 2 < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 1 \text{ Chọn C}$$

Câu 16: Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 3^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $S = \int_0^2 3^x dx$. B. $S = \pi \int_0^2 3^{2x} dx$. C. $S = \pi \int_0^2 3^x dx$. D. $S = \int_0^2 3^{2x} dx$.

Lời giải

$$\text{Diện tích hình phẳng là } S = \int_0^2 |3^x| dx = \int_0^2 3^x dx \text{ Chọn A}$$

Câu 17: Cho hình tứ diện $OABC$ có ba cạnh OA , OB , OC đôi một vuông góc với nhau và

$OA = 2OB = 3OC = 3a$. Thể tích của khối tứ diện đã cho bằng

- A. $6a^3$. B. $\frac{4a^3}{3}$. C. $9a^3$. D. $\frac{3a^3}{4}$.

Lời giải

$$OA = 3a, OB = \frac{3a}{2}, OC = a \Rightarrow V = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot OC = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} OA \cdot OB \cdot OC = \frac{3a^3}{4}$$

Câu 18: Một hình hộp chữ nhật có ba kích thước là a , b , c . Thể tích V của khối hộp chữ nhật đó bằng

- A. $V = \frac{1}{3}abc$. B. $V = (a+b)c$. C. $V = abc$. D. $V = (a+c)b$.

Lời giải

Thể tích khối hộp chữ nhật đã cho là $V = abc$ Chọn C

Câu 19. Thể tích của khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a là

- A. $\frac{a^3 \sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{a^3 \sqrt{2}}{6}$. C. $\frac{a^3 \sqrt{2}}{2}$. D. a^3 .

Lời giải

$$V = \frac{1}{3} a^2 \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{6} \text{ Chọn B}$$

Câu 20. Cho khối trụ có độ dài đường sinh bằng $2a$ và bán kính đáy bằng a . Thể tích của khối trụ đã cho bằng

- A. πa^3 . B. $2\pi a^3$. C. $\frac{\pi a^3}{3}$. D. $\frac{\pi a^3}{6}$.

Lời giải

Chiều cao hình trụ : $h = 2a$, bán kính đáy $R = a$

Thể tích hình trụ là: $V = \pi a^2 \cdot 2a = 2\pi a^3$ **Chọn B**

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 1 - t \end{cases}$ đi qua điểm nào dưới đây ?

- A. $M(1;3;-1)$. B. $M(3;5;3)$. C. $M(-3;5;3)$. D. $M(1;2;-3)$.

Lời giải

Câu 22 . Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z - 10 = 0$, mặt phẳng

$(P): x + 2y - 2z + 10 = 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. (P) và (S) không có điểm chung.
B. (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn lớn.
C. (P) tiếp xúc với (S) .
D. (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn khác đường tròn lớn.

Lời giải

Ta có: Mặt cầu (S) có tâm $I(2; -1; -1)$ và bán kính $R = 4$.

$$d(I, (P)) = \frac{|2 + 2 \cdot (-1) - 2 \cdot (-1) + 10|}{\sqrt{1 + (2)^2 + (-2)^2}} = \frac{12}{3} = 4 = R \text{ Suy ra } (P) \text{ tiếp xúc với } (S). \text{ Chọn C}$$

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, điểm M thuộc trục Oy và cách đều hai mặt phẳng: $(P): x + y - z + 1 = 0$ và $(Q): x - y + z - 5 = 0$ có tọa độ là

- A. $M(0; -3; 0)$. B. $M(0; 3; 0)$. C. $M(0; -2; 0)$. D. $M(0; 1; 0)$.

Lời giải

Ta có $M \in Oy \Rightarrow M(0; m; 0)$

$$\text{Giả thiết có } d(M, (P)) = d(M, (Q)) \Leftrightarrow \frac{|m+1|}{\sqrt{3}} = \frac{|-m-5|}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow m = -3 \text{ Vậy } M(0; -3; 0) \text{ Chọn A}$$

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 1; -1)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và chứa trục Ox là:

- A. $x + y = 0$. B. $x + z = 0$. C. $y - z = 0$. D. $y + z = 0$

Lời giải

mp(P) có vpt $\vec{n} = (0; 1; 1)$ và đi qua điểm $A(1; 1; -1)$. Suy ra phương trình (P): $y + z = 0$ **Chọn D**

Câu 25. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = -12$ và $u_{14} = 18$. Giá trị công sai d của cấp số cộng đó bằng

- A. $d = -3$. B. $d = 3$. C. $d = 4$. D. $d = -2$.

Lời giải

$$\begin{cases} u_4 = -12 \\ u_{14} = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = -12 \\ u_1 + 13d = 18 \end{cases} \Leftrightarrow d = 3 \text{ chọn B}$$

Thông hiểu

Câu 26: Hội nghị thượng đỉnh Mỹ-Triều lần hai được tổ chức tại Hà Nội, sau khi kết thúc Hội nghị. Ban tổ chức mời 10 người lãnh đạo cấp cao của cả hai nước (Trong đó có Tổng thống Mỹ Donald Trump và Chủ tịch Triều Tiên Kim Jong-

un) tham gia họp báo. Ban tổ chức sắp xếp 10 người ngồi vào 10 cái ghế thẳng hàng . Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho ông Donald Trump và Kim Jong-un ngồi cạnh nhau ?

- A.** 9!.2! . **B.** 10! . **C.** 8!.2! . **D.** 9! .

Lời giải

Số cách sắp 10 người sao cho ông Trump và ông Kim ngồi cạnh nhau: 9!.2! **Chọn A**

Câu 27: Gọi S là tập hợp các tham số nguyên a thỏa mãn $\lim\left(\frac{3n+2}{n+2} + a^2 - 4a\right) = 0$. Tổng các phần tử của S bằng

- A.** 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

$\lim\left(\frac{3n+2}{n+2} + a^2 - 4a\right) = 3 + a^2 - 4a = 0 \Leftrightarrow a \in \{1, 3\} \Rightarrow S = 4$ **Chọn B**

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, giao điểm của mặt phẳng $(P): 3x + 5y - z - 2 = 0$ và đường thẳng

$\Delta: \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$ là điểm $M(x_0; y_0; z_0)$. Giá trị tổng $x_0 + y_0 + z_0$ bằng

- A.** -2. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 1.

Lời giải

Tọa độ giao điểm của d và $mp(P)$ là nghiệm của hệ:
$$\begin{cases} 3x + 5y - z - 2 = 0 \\ \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 5y - z - 2 = 0 \\ 3x - 4y = 0 \\ y - 3z - 6 = 0 \end{cases}$$

$M(0; 0; -2) \Rightarrow x_0 + y_0 + z_0 = -2$ **chọn A**

Câu 29: Cho hàm số $y = \frac{1}{x+1+\ln x}$ với $x > 0$. Khi đó $-\frac{y'}{y^2}$ bằng

- A.** $\frac{x}{x+1}$. **B.** $1 + \frac{1}{x}$. **C.** $\frac{x}{1+x+\ln x}$. **D.** $\frac{x+1}{1+x+\ln x}$.

Lời giải

Ta có: $y' = -\frac{(x+1+\ln x)'}{(x+1+\ln x)^2} = -\frac{1+\frac{1}{x}}{(x+1+\ln x)^2} = -\frac{x+1}{x(x+1+\ln x)^2}$; $y^2 = \frac{1}{(x+1+\ln x)^2}$

Do đó: $-\frac{y'}{y^2} = \frac{1+x}{x} = 1 + \frac{1}{x}$ **Chọn B**

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ trong đó $b, c \neq 0$ và mặt

phẳng $(P): y - z + 1 = 0$. Mỗi liên hệ giữa b, c để mặt phẳng (ABC) vuông góc với mặt phẳng (P) là

- A.** $b = 2c$. **B.** $b = c$. **C.** $2b = c$. **D.** $b = -c$.

Lời giải

$(ABC): \frac{x}{1} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \Leftrightarrow x + \frac{1}{b}y + \frac{1}{c}z - 1 = 0$; $(ABC) \perp (P) \Leftrightarrow 0.1 + 1.\frac{1}{b} + (-1).\frac{1}{c} = 0 \Leftrightarrow b = c$.

Chọn B

Câu 31. Anh Nam gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kì hạn là một quý với lãi suất 3% một quý. Sau đúng 6 tháng anh Nam gửi thêm 100 triệu đồng với kì hạn và lãi suất như trước đó. Hỏi sau 1 năm số tiền (cả vốn lẫn lãi) anh Nam nhận được là bao nhiêu ? (Giả sử lãi suất không thay đổi).

- A.** 218,64 triệu đồng. **B.** 208,25 triệu đồng. **C.** 210,45 triệu đồng. **D.** 209,25 triệu đồng.

Lời giải

Số tiền thu được cả vốn lẫn lãi sau 6 tháng : $100.(1+3\%)^2$

Tổng số tiền thu được sau 1 năm: $[100(1+3\%)^2 + 100].(1+3\%)^2 = 218,64$ triệu đồng

Câu 32 : Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông và SA vuông góc với đáy. Cho biết $B(2;3;7), D(4;1;3)$. Lập phương trình mặt phẳng (SAC) .

A. $x + y - 2z + 9 = 0$.

B. $x - y - 2z - 9 = 0$.

C. $x - y - 2z + 9 = 0$.

D. $x - y + 2z + 9 = 0$.

Lời giải

Để dàng chứng minh được (SAC) là mặt phẳng trung trực của BD .

Chọn vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (SAC) là $\overline{BD} = (2; -2; -4)$

Mặt phẳng (SAC) đi qua điểm trung điểm $I(3;2;5)$ của BD và có vtpt \overline{BD} nên có phương trình : $x - y - 2z + 9 = 0$.

Câu 33. Biết rằng đồ thị hàm số $y = x^4 - 2ax^2 + b$ có một điểm cực trị là $(1; 2)$. Khi đó khoảng cách giữa điểm cực đại và điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho bằng

A. 2.

B. $\sqrt{26}$.

C. $\sqrt{5}$.

D. $\sqrt{2}$.

Lời giải

Áp dụng điều kiện cực trị ta tìm được $a = 1; b = 3$. Tọa độ điểm cực đại $A(0; 3)$, tọa độ một điểm cực tiểu là $B(1; 2)$

Khoảng cách giữa điểm cực đại và điểm cực tiểu là $AB = \sqrt{2}$ **Chọn D**

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Gọi α là góc giữa SD và mặt phẳng (SAC) . Giá trị $\sin \alpha$ bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Gọi O là giao điểm AC và BD . Để dàng xác định được góc giữa SD và mặt phẳng (SAC) là góc OSD

Ta tính được $SD = 2a; OD = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{OD}{SD} = \frac{a\sqrt{2}}{2} : 2a = \frac{\sqrt{2}}{4}$ chọn A

Câu 35: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và $\int_3^5 f(x)dx = 12$. Giá trị tích phân $I = \int_1^2 f(2x+1)dx$ bằng

A. 4.

B. 6.

C. 8.

D. 12.

Lời giải

Đặt : $t = 2x+1 \Rightarrow dt = 2dx, x=1 \Rightarrow t=3; x=2 \Rightarrow t=5$ Vậy: $I = \frac{1}{2} \int_3^5 f(t)dt = 6$ **Chọn B**

Vận dụng

Câu 36: Cho hai số thực dương a và b thỏa mãn $\log_9 a^4 + \log_3 b = 8$ và $\log_3 a + \log_{\sqrt[3]{3}} b = 9$. Giá trị biểu thức

$P = ab + 1$ bằng

A. 243.

B. 244.

C. 82.

D. 27.

Lời giải

Từ hai điều kiện ta có $\begin{cases} \log_3 a = 3 \\ \log_3 b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 27 \\ b = 9 \end{cases} \Rightarrow P = 244$

Câu 37. Cho $\int_0^1 \left(\frac{2x+1}{x+1} \right)^2 dx = a + b \ln 2$ với a, b là các số hữu tỉ. Giá trị của $2a + b$ bằng

A. 5.

B. 4.

C. -1.

D. 6.

Lời giải

$$\int_0^1 \left(\frac{2x+1}{x+1} \right)^2 dx = \int_0^1 \left(2 - \frac{1}{x+1} \right)^2 dx = \int_0^1 \left(4 - \frac{4}{x+1} + \frac{1}{(x+1)^2} \right) dx$$

$$\left(4 - 4 \ln|x+1| - \frac{1}{x+1} \right) \Big|_0^1 = \frac{9}{2} - 4 \ln 2 \Rightarrow a = \frac{9}{2}, b = -4 \Rightarrow P = 5 \text{ chọn A}$$

Câu 38: Cho một khối lập phương có thể tích V_1 và một khối hình hộp có tất cả các cạnh bằng nhau và có thể tích V_2 . Biết rằng cạnh của khối lập phương bằng cạnh của khối hình hộp. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. $V_1 > V_2$. B. $V_1 \geq V_2$. C. $V_1 = V_2$. D. $V_1 \leq V_2$.

Lời giải

Gọi cạnh hình lập phương a, hình hộp ABCD.A'B'C'D' cũng có cạnh bằng a, A'H vuông góc mặt phẳng (ABCD) tại H, đặt góc $A'AH = \alpha \Rightarrow A'H = AA' \cdot \sin \alpha$

$$\text{Gọi góc } BAC = \beta \Rightarrow S_{ABCD} = a^2 \sin \beta \Rightarrow V_{ABCD.A'B'C'D'} = a^3 \sin \alpha \cdot \sin \beta \leq a^3$$

Dấu bằng xảy ra khi $\alpha = \beta = 90^\circ$ **Chọn B**

Câu 39: Cho khối lăng trụ ABC.A'B'C', tam giác A'BC có diện tích bằng 1 và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (A'BC) bằng 2. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. 1. B. 6. C. 2. D. 3.

Lời giải

$$V_{A'ABC} = \frac{1}{3} S_{A'BC} \cdot d(A, (A'BC)) = \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 2 = \frac{2}{3} \quad \text{Mà: } V_{ABC.A'B'C'} = 3V_{A'ABC} = 2 \text{ Chọn C}$$

Câu 40: Cho một hình vuông, mỗi cạnh của hình vuông đó được chia thành n đoạn bằng nhau bởi $n-1$ điểm chia (không tính hai đầu mút mỗi cạnh). Xét các tứ giác có 4 đỉnh là 4 điểm chia trên 4 cạnh của hình vuông đã cho. Gọi a là số các tứ giác tạo thành và b là số các hình bình hành trong a tứ giác đó. Giá trị n thỏa mãn $a = 9b$ là

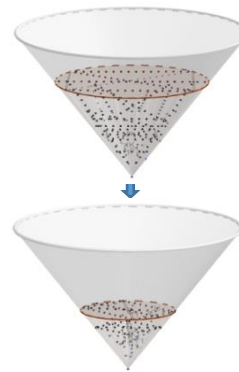
- A. $n = 8$. B. $n = 5$. C. $n = 4$. D. $n = 12$.

Lời giải

Mỗi tứ giác được tạo thành bằng cách chọn 4 đỉnh trên 4 cạnh. Số cách chọn một đỉnh trên một cạnh là $n-1$. Như vậy số tứ giác là $a = (n-1)^4$. Dễ dàng thấy rằng nếu tứ giác MNPQ là hình bình hành thì M và P, N và Q đối xứng nhau qua tâm của hình vuông. Do đó MN và PQ là hai đường chéo đi qua tâm hình vuông. Suy ra một hình bình hành được hoàn toàn xác định bằng cách chọn 2 đỉnh liên tiếp trên hai cạnh liên tiếp của hình vuông. Như thế số các hình bình hành là $b = (n-1)^2$.

Theo giả thiết $(n-1)^4 = 9(n-1)^2 \Rightarrow n = 4$.

Câu 41: Hai hình nón bằng nhau có chiều cao bằng 2 dm , được đặt như hình vẽ bên (mỗi hình đều đặt thẳng đứng với đỉnh nằm phía dưới). Lúc đầu, hình nón trên chứa đầy nước và hình nón dưới rỗng. Sau đó, nước được chảy xuống hình nón dưới thông qua lỗ trống ở đỉnh của hình nón trên. Hãy tính chiều cao của nước trong hình nón dưới tại thời điểm khi mà chiều cao của nước trong hình nón trên bằng 1 dm .



- A. $\sqrt[3]{7}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\sqrt[3]{5}$. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Gọi R là bán kính đáy của mỗi hình nón. Khi độ cao của nước trong hình nón trên bằng 1 dm , ta đặt bán kính của “hình nón trên của nước” bằng r , bán kính của “hình nón dưới của nước” là s , chiều cao của “hình nón dưới của nước” là x .

$$\frac{r}{R} = \frac{1}{2} \Rightarrow r = \frac{R}{2} \quad \text{thể tích nước của hình nón trên tại thời điểm chiều cao bằng } 1 \text{ là } V_1 = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{R}{2} \right)^2 \cdot 1 = \frac{\pi R^2}{12}$$

$$\text{mặt khác: } \frac{s}{R} = \frac{x}{2} \Rightarrow s = \frac{Rx}{2} \Rightarrow \text{thể tích nước hình nón dưới } V_2 = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{Rx}{2} \right)^2 = \frac{\pi R^2 x^3}{12}$$

Thể tích nước của hình nón trên khi đầy nước : $V = \frac{\pi R^2 \cdot 2}{3}$

Ta có: $V_1 + V_2 = V \Leftrightarrow \frac{\pi R^2}{12} + \frac{\pi R^2 x^3}{12} = \frac{\pi R^2 \cdot 2}{3} \Leftrightarrow 1 + x^3 = 8 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{7}$

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có A trùng với gốc tọa độ O , các đỉnh $B(a;0;0)$, $D(0;a;0)$, $A'(0;0;b)$ với $a, b > 0$ và $a + b = 2$. Gọi M là trung điểm của cạnh CC' . Thể tích của khối tứ diện $BDA'M$ có giá trị lớn nhất bằng

- A. $\frac{64}{27}$. B. $\frac{32}{27}$. C. $\frac{8}{27}$. D. $\frac{4}{27}$.

Lời giải

Tọa độ điểm $C(a; a; 0), C'(a; a; b), M\left(a; a; \frac{b}{2}\right)$; $\overrightarrow{BA'} = (-a; 0; b), \overrightarrow{BD} = (-a; a; 0), \overrightarrow{BM} = \left(0; a; \frac{b}{2}\right)$

$[\overrightarrow{BA'}, \overrightarrow{BD}] = (-ab; -ab; -b^2)$ nên $V_{BDA'M} = \frac{1}{6} |[\overrightarrow{BA'}, \overrightarrow{BD}] \cdot \overrightarrow{BM}| = \frac{a^2 b}{4}$

Ta có $a \cdot a \cdot (2b) \leq \left(\frac{a+a+2b}{3}\right)^3 = \frac{64}{27} \Rightarrow a^2 b \leq \frac{32}{27} \Rightarrow V_{BDA'M} \leq \frac{8}{27}$. **Chọn C.**

Vận dụng cao

Câu 43. Cho S là tập hợp các số tự nhiên từ 1 đến 100. Chọn ngẫu nhiên độc lập hai số a và b thuộc tập hợp S (với mỗi phần tử của tập S có khả năng lựa chọn như nhau). Xác suất để số $x = 3^a + 3^b$ chia hết cho 5 bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{5}$. D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Các lũy thừa nguyên dương của 3 có tận cùng 3, 9, 7 và 1 với các khả năng xuất hiện bằng nhau khi số mũ chạy từ 1 đến 100. Lập bảng các tổng của các chữ số hàng đơn vị của 3^a và 3^b cho các kết quả như bảng dưới. Số các chữ số tận cùng là 0 sẽ là bội của 5. Điều xuất hiện 4 lần trong tổng số 16, nên xác suất là $\frac{1}{4}$.

	3	9	7	1
3	6	2	0	3
9	2	8	6	0
7	0	6	4	8
1	4	0	8	2

Câu 44: Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - m^3 - m$, với m là tham số. Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số và $I(2; -2)$. Giá trị thực $m < 1$ để ba điểm I, A, B tạo thành tam giác nội tiếp đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{5}$ là

- A. $m = \frac{2}{17}$. B. $m = \frac{3}{17}$. C. $m = \frac{4}{17}$. D. $m = \frac{5}{17}$.

Lời giải

Ta có $y' = 3x^2 - 6mx + 3m^2 - 3 = 3[(x-m)^2 - 1]$; $2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m+1 \\ x = m-1 \end{cases}$.

Do đó, hàm số luôn có hai cực trị với mọi m .

Giả sử $A(m+1; -4m-2); B(m-1; -4m+2)$. Ta có $AB = 2\sqrt{5}, \forall m \in \mathbb{R}$.

Mặt khác, vì ΔIAB có bán kính đường tròn ngoại tiếp là $R = \sqrt{5}$ nên từ $\frac{AB}{\sin AIB} = 2R$ suy ra

$$\sin AIB = \frac{AB}{2R} = 1 \Rightarrow AIB = 90^\circ \text{ hay } \Delta AIB \text{ vuông tại } I.$$

Gọi M là trung điểm AB , ta có $M(m; -4m)$ và $IM = \frac{1}{2}AB \Leftrightarrow IM^2 = \frac{AB^2}{4} = 5$

$$\Leftrightarrow (m-2)^2 + (-4m+2)^2 = 5 \Leftrightarrow 17m^2 - 20m + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m=\frac{3}{17} \end{cases}. \text{ Vậy: } m = \frac{3}{17} \text{ Chọn B}$$

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 0; 0)$ và $M(1; 1; 1)$. Gọi (P) là mặt phẳng thay đổi luôn đi qua hai điểm A và M , cắt các trục Oy, Oz lần lượt tại các điểm B, C . Giả sử $B(0; b; 0), C(0; 0; c), b > 0, c > 0$. Diện tích tam giác ABC có giá trị nhỏ nhất bằng

- A. $4\sqrt{3}$. B. $4\sqrt{6}$. C. $2\sqrt{6}$. D. $3\sqrt{3}$.

Lời giải

Phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $\frac{x}{2} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

$$M(1; 1; 1) \in (P) \text{ nên: } \frac{1}{2} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1 \Leftrightarrow 2b + 2c = bc$$

$$\overrightarrow{AB} = (-2; b; 0); \overrightarrow{AC} = (-2; 0; c); [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (bc; 2c; 2b)$$

$$\text{Diện tích tam giác } ABC: S = \frac{1}{2} |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]| = \frac{1}{2} \sqrt{b^2c^2 + 4b^2 + 4c^2} = \frac{1}{2} \sqrt{(bc)^2 + 4[(b+c)^2 - 2bc]} = \frac{1}{2} \sqrt{2(bc)^2 - 8bc}$$

$$\frac{bc}{2} = b+c \geq 2\sqrt{bc} \Leftrightarrow bc \geq 16 \Rightarrow S = \frac{1}{2} \sqrt{2(bc-2)^2 - 8} \geq \frac{1}{2} \sqrt{484} = 4\sqrt{6}$$

Diện tích nhỏ nhất $S = 4\sqrt{6}$ khi $b=c=4$

Câu 46: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, trên cạnh SA lấy điểm M và đặt $\frac{SM}{SA} = x$. Giá trị

x để mặt phẳng (MBC) chia khối chóp đã cho thành hai phần có thể tích bằng nhau là

- A. $x = \frac{1}{2}$. B. $x = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$. C. $x = \frac{\sqrt{5}}{3}$. D. $x = \frac{\sqrt{5}-1}{3}$.

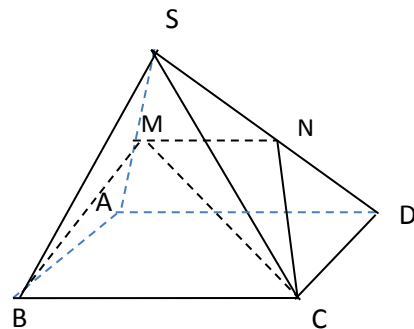
Lời giải

$$\frac{V_{S.MBC}}{V_{S.ABC}} = \frac{2V_{S.MBC}}{V} = \frac{SM}{SA} = x$$

$$\frac{V_{S.MCN}}{V_{S.ACD}} = \frac{2V_{S.MCN}}{V} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SD} = x^2$$

$$\frac{2(V_{S.MCN} + V_{S.MBC})}{V} = x + x^2 \Leftrightarrow \frac{2V_{S.MBCN}}{V} = x + x^2$$

$$1 = x + x^2 \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$



Câu 47. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm, liên tục trên \mathbb{R} , nhận giá trị dương trên khoảng $(0; +\infty)$ và thỏa mãn $f(1) = 1, f'(x) = f(x).(3x^2 + 2mx + m)$ với m là tham số. Giá trị thực của tham số m để $f(3) = e^{-4}$ là

- A. $m = -2$. B. $m = \sqrt{3}$. C. $m = 4$. D. $m = -3$.

Lời giải

Từ giả thiết ta có: $\frac{f'(x)}{f(x)} = 3x^2 + 2mx + m \Rightarrow \int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \int (3x^2 + 2mx + m) dx$

Nên $\ln[f(x)] = x^3 + mx^2 + mx + C \Rightarrow f(x) = e^{x^3 + mx^2 + mx + C}$

Do $f(1) = 1 \Rightarrow e^{1+2m+C} = 1 \Rightarrow C = -2m - 1$

Vậy: $f(x) = e^{x^3 + mx^2 + mx - 2m - 1} \Rightarrow f(3) = e^{-4} \Leftrightarrow e^{26+10m} = e^{-4} \Leftrightarrow m = -3$ **Chọn D**

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\left[\frac{1}{3}; 3\right]$ thỏa mãn $f(x) + x.f\left(\frac{1}{x}\right) = x^3 - x$. Giá trị tích phân

$I = \int_{\frac{1}{3}}^3 \frac{f(x)}{x^2 + x} dx$ bằng

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{3}{4}$. C. $\frac{16}{9}$. **D. $\frac{8}{9}$.**

Lời giải

Từ gt $f(x) + x.f\left(\frac{1}{x}\right) = x^3 - x$ **Đặt** $x = \frac{1}{t} \Rightarrow dx = -\frac{1}{t^2} dt$; $x = 3 \Rightarrow t = \frac{1}{3}$; $x = \frac{1}{3} \Rightarrow t = 3$

vậy: $I = \int_{\frac{1}{3}}^3 \frac{f\left(\frac{1}{t}\right)}{\left(\frac{1}{t}\right)^2 + \frac{1}{t}} \left(-\frac{1}{t^2}\right) dt = \int_{\frac{1}{3}}^3 \frac{t.f\left(\frac{1}{t}\right)}{t^2 + t} dt = \int_{\frac{1}{3}}^3 \frac{x.f\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2 + x} dx$

$\Rightarrow 2I = \int_{\frac{1}{3}}^3 \frac{f(x) + x.f\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2 + x} dx = \int_{\frac{1}{3}}^3 \frac{x^3 - x}{x^2 + x} dx = \int_{\frac{1}{3}}^3 (x - 1) dx = \frac{16}{9} \Rightarrow I = \frac{8}{9}$ **Chọn B**

Câu 49: Cho hàm số $y = 2x^3 + ax^2 + bx + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $9a + 3b + c < -54$ và $a - b + c > 2$. Gọi S là số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục Ox . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $S = 3$.** B. $S = 1$. C. $S = 2$. D. $S = 0$.

Lời giải

Hàm số đã cho xác định trên \mathbb{R}

Ta có: $a - b + c > 2 \Leftrightarrow a - b + c - 2 > 0$ mà $f(-1) = -2 + a - b + c$ nên $f(-1) > 0$

$9a + 3b + c < -54 \Leftrightarrow 9a + 3b + c + 54 < 0$ mà $f(3) = 54 + 9a + 3b + c$ nên $f(3) < 0$

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$ nên tồn tại số $m < -1$ sao cho $f(m) < 0$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ nên tồn tại số $k > 3$ sao cho $f(k) > 0$

Vậy: $f(m).f(-1) < 0$ nên phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm thuộc $(m, -1)$

$f(-1).f(3) < 0$ nên phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm thuộc $(-1, 3)$

$f(3).f(k) < 0$ nên phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm thuộc $(3, k)$

Từ đó suy ra đồ thị hàm số có 3 điểm chung với trục hoành. **Chọn A**

Câu 50: Cho hai số thực dương a và b thỏa mãn $4^{ab}.2^{a+b} = \frac{8(1-ab)}{a+b}$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = ab + 2ab^2$ bằng

- A. 1.** B. $\frac{3}{17}$. C. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$. D. 3.

Lời giải

Từ giả thiết ta có: $ab < 1$

$$4^{ab} \cdot 2^{a+b} = \frac{8(1-ab)}{a+b} \Leftrightarrow 2^{2ab+a+b-3} = \frac{1-ab}{a+b} \Leftrightarrow 2ab+a+b-3 = \log_2 \frac{1-ab}{a+b}$$

$$\Leftrightarrow \log_2(1-ab) - \log_2(a+b) = 2ab+a+b-3 \Leftrightarrow \log_2(2-2ab) + (2-2ab) = \log_2(a+b) + (a+b) \quad (1)$$

Xét hàm số: $f(t) = \log_2 t + t \quad (t > 0) \Rightarrow f'(t) = \frac{1}{t \ln 2} + 1 > 0 \quad \forall t > 0$ Hàm số đồng biến $\forall t > 0$

$$\text{Từ (1) ta có: } 2-2ab = a+b \Leftrightarrow a = \frac{2-b}{1+2b} \Rightarrow P = ab(1+2b) = 2b-b^2$$

Giá trị lớn nhất của $P=1$ tại $b=1$ và $a = \frac{1}{3}$ **Chọn A**