Thủy địa động lực

Phạm Quý Nhân.
Trường Đại học Tài nguyên và Môi trường Hà Nội.

Giới thiệu

Nước dưới đất vận động trong các lỗ rỗng, hang hốc và khe nứt của đất đá còn gọi là dòng chảy ngầm. Tại một mặt cắt bất kỳ của dòng chảy ngầm, nước không vận động qua toàn bộ diện tích của mặt cắt đó. Xét trên toàn khu vực có thể coi dòng thấm là liên tục. Với giả thiết này, vận động của nước dưới đất cũng tuân theo các định luật bảo toàn khối lượng, định luật bảo toàn động lượng (liên quan tới sự cân bằng lực trong cơ học), định luật bảo toàn năng lượng (khi có liên quan đến nhiệt độ hoặc thành phần hóa). Thủy địa động lực là một lĩnh vực của địa chất thủy văn nghiên cứu động lực hình thành, tàng trữ, vận động của nước trong đất đá.

Định luật Darcy

Một số khái niệm

Nếu gọi tốc độ của dòng thấm là v thì:

$$v = \frac{Q}{F} \quad (1)$$

Trong đó: F – Diện tích của tiết diện ướt, gồm diện tích các lỗ rỗng và diện tích phần rắn. Như vậy rõ ràng tốc độ thấm khác với tốc độ thực. Nếu ta gọi u là tốc độ thực của dòng thấm thì:

$$u = \frac{Q}{F_n} \quad (2)$$

Trong đó: F_n – Diện tích của phần lỗ rỗng thuộc tiết diện thấm thì:

$$F_n = nF \quad (3)$$

Trong đó: n – Độ lỗ hổng hữu hiệu. Thay (3) vào (2) ta có:

$$u = \frac{Q}{nF} \quad (4) \qquad \text{hay} \qquad u = \frac{v}{n} \quad (5)$$

Chú ý: Độ lỗ hổng $n < 1$ do đó $u > v$.

Định luật Darcy

Henry Darcy (1856) đã tiến hành thí nghiệm trên cột thấm và thấy rằng tốc độ dòng chảy tầng giữa hai điểm trong môi trường lỗ rỗng tỉ lệ với gradient áp lực giữa hai điểm đó. Phương trình biểu diễn lưu lượng chảy qua môi trường lỗ rỗng được biểu diễn như sau:

$$v = KI \quad (6)$$

Trong đó: K - hệ số thấm, m/ngày; I - gradient áp lực.

Định luật Darcy được phát biểu là *"Tốc độ thấm tỷ lệ thuận với hệ số thấm và gradient áp lực"*

Các định luật thấm không đường thẳng

Định luật Darcy là định luật thấm tuyến tính. Nó chỉ đúng trong trường hợp nước chảy tầng và không tuân theo định luật này khi nước chảy rối hoặc chảy hỗn lưu. Trường hợp này nước vận động theo quy luật không tuyến tính. Sau đây ta sẽ nghiên cứu một vài quy luật đặc trưng.

Định luật Seri - Kranoponski

Theo Seri - Kranoponski, tốc độ thấm tỷ lệ thuận với hệ số thấm và căn bậc hai của gradient áp lực:

$$v = K\sqrt{I} \quad (7)$$

Định luật này đúng cho trường hợp nước chảy rối.

Định luật Smoreke

Theo Smoreke tốc độ thấm tỷ lệ với hệ số thấm và căn bậc n của gradient áp lực:

$$v = K\sqrt[n]{I} \quad (8)$$

Trong đó: n- xác định trong khoảng từ 1 tới 2.

Định luật Proni

Theo Proni gradient áp lực là một hàm bậc hai của vận tốc thấm.

$$I = av + bv^2 \quad (9)$$

Trong đó: a, b – là các thông số phụ thuộc vào đặc tính môi trường lỗ hổng.

Khi tốc độ thấm nhỏ, giá trị $av >> bv^2$ có thể bỏ qua giá trị bv^2 và định luật Proni trở về định luật Darcy. Khi tốc độ thấm lớn, giá trị $av << bv^2$, có thể bỏ qua giá trị thứ nhất, định luật Proni trở về định luật Seri - Kranoponski.

Quy luật thấm của nước trong đất đá thấm nước yếu

Đối với đất đá thấm nước yếu, do tác dụng tương hỗ giữa các phần tử nước với đất đá, nên sự vận động của nước được biểu diễn theo công thức sau:

$$v = K\left[I - \frac{4}{3}I_0 + \frac{I_0}{3}\left(\frac{I_0}{I}\right)^3\right] \quad (10)$$

Trong đó: I_0 – gradient áp lực ban đầu. Trường hợp này nước ở trạng thái dẻo đến dính.

Từ công thức (10) cho thấy khi $I >> I_0$ công thức (10) có dạng đơn giản hơn:

$$v = K\left(I - \frac{4}{3}I_0\right) \quad (11)$$

Như vậy khi I lớn hơn giá trị gradient áp lực ban đầu (I_0) nước sẽ thấm theo quy luật tuyến tính. Đây là giới hạn dưới áp dụng định luật Darcy.

Giới hạn định luật thấm Darcy

Định luật Darcy chỉ đúng khi trạng thái vận động của nước là chảy tầng. Để xác định trạng thái chảy của nước, người ta thường dựa vào giá trị của hệ số Raynon. Hệ số Raynon đối với dòng thấm được Pavlovski N.N. đề nghị xác định theo công thức sau:

$$R_e = \frac{1}{0{,}75.n + 0{,}23} \cdot \frac{v.d_e}{\nu} \quad (12)$$

Trong đó: n – độ lỗ hổng của đất đá, %; d_e – đường kính hữu hiệu của đất đá, mm; v – vận tốc thấm trung bình, m/ngày; ν – hệ số nhớt động, m²/s.

Theo Pavlovski nước ở trạng thái chảy tầng với trị số Raynon < Re.th (Re.th = 7,5 ÷ 9). Công thức của Pavlovski áp dụng cho dòng thấm trong đất đá bở rời, còn trong đất đá nứt nẻ áp dụng công thức của Senkatchev V.N. có dạng:

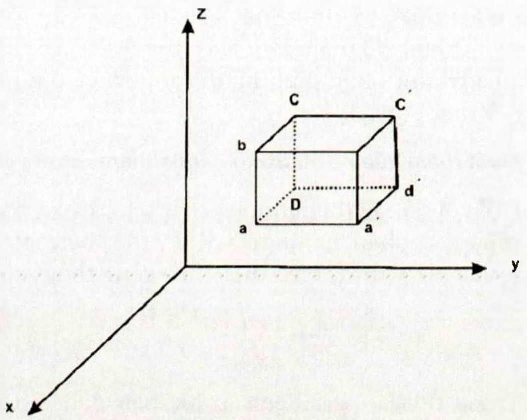
$$R_e = \frac{10}{n^2.3}.\frac{v\sqrt{K_n}}{\nu} \qquad (13)$$

Theo Senkatchev V.N. trị số Raynon tới hạn $R_{e.th} = 1 - 12$

Các phương trình vi phân vận động của nước dưới đất

Phương trình liên tục của dòng thấm

Nước dưới đất vận động liên tục và tuân theo định luật bảo toàn khối lượng. Điều đó được phản ánh qua phương trình vi phân liên tục. Tách từ dòng thấm một phân tố abcd a'b'c'd' có kích thước dx, dy, dz và nghiên cứu cân bằng nước trong phân tố này trong khoảng thời gian dt [H.1].



Hình 1. Phân tố tính toán thiết lập phương trình

Thể tích của hình hộp phân tố tính theo công thức:

$$V = dxdydz \qquad (14)$$

Thể tích lỗ hổng trong phân tố tính theo công thức:

$$Vn = nV = ndxdydz \qquad (15)$$

Khối lượng nước trong phân tố tính theo công thức:

$$M = \rho nV = \rho ndxdydz \qquad (16)$$

Sự biến đổi của khối lượng theo thời gian tính theo công thức:

$$\frac{\partial M}{\partial t}dt = V\frac{\partial(n\rho)}{\partial t}dt \qquad (17)$$

Trong khoảng thời gian dt, khối lượng nước chảy vào phân tố theo trục x là: $\rho.v_x.dy.dz.dt$

Trong đó: v_x – thành phần của vận tốc theo trục x.

Cũng trong khoảng thời gian đó, khối lượng nước chảy ra khỏi phân tố tính theo công thức:

$$\left[\rho v_x + \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial t}\right]dydzdt \qquad (18)$$

Khối lượng nước tham gia vào cân bằng của phân tố theo trục x trong khoảng thời gian dt sẽ bằng hiệu số giữa lượng nước chảy đến và chảy đi và bằng:

$$-\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x}dxdydzdt$$

Chứng minh tương tự đối với trục y:

$$-\frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y}dxdydzdt$$

và với trục z :

$$-\frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z}dxdydzdt$$

Toàn bộ khối lượng nước tham gia vào cân bằng trong phân tố:

$$-\left[\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y}\frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z}\right]dxdydzdt$$

hay $-div(\rho.v).\vec{V}.dt$

Từ cách chứng minh ở trên, ta có phương trình:

$$div(\rho\bar{v}) = -\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} \qquad (19)$$

Trường hợp dòng thấm đồng nhất, ở động thái cứng có thể bỏ qua sự biến đổi của tích số (ρ.n), hay vận động ổn định lúc đó bằng không:

$$\frac{\partial(\rho n)}{\partial t} = 0$$

Khi đó phương trình (19) có dạng:

$$div(\rho\bar{n}) = 0$$

hay
$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \qquad (20)$$

Theo định luật Darcy:

$$v_x = -K_x\frac{\partial H}{\partial x};\quad v_y = -K_y\frac{\partial H}{\partial y};\quad v_z = -K_z\frac{\partial H}{\partial x};$$

Thay vào phương trình (20), ta có:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(K_x\frac{\partial H}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(K_y\frac{\partial H}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(K_z\frac{\partial H}{\partial x}\right) = 0 \qquad (21)$$

Nếu tầng chứa nước đồng nhất về tính thấm, tức là $K_x = K_y = K_z = K$ phương trình (21) có dạng phương trình Laplace.

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = 0 \qquad (22)$$

Ta biết hàm thế năng tốc độ φ = K.H. Từ đây ta có:

$$v_x = -\frac{\partial\varphi}{\partial x};\quad v_y = -\frac{\partial\varphi}{\partial y},\quad v_z = -\frac{\partial\varphi}{\partial z} \qquad (23)$$

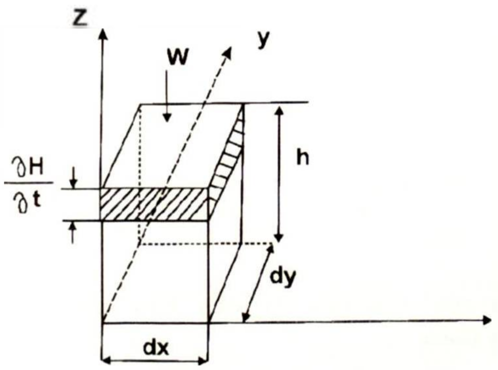
Và phương trình liên tục của dòng thấm biểu diễn qua hàm thế năng tốc độ có dạng:

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} = 0 \qquad (24)$$

Phương trình dòng phẳng ngang không áp

Phương trình này được thiết lập trên cơ sở nghiên cứu cân bằng nước trong một phân tố vô cùng nhỏ của dòng phẳng ngang không áp. Ta tách từ dòng thấm một phân tố có kích thước: dx, dy, h [H2].

Trong đó h là bề dày của tầng chứa nước. Ta gọi lưu lượng đơn vị theo trục x là qx và trục y là qy thì lưu lượng chảy đến phân tố nghiên cứu theo trục x là qx.dy, theo trục y: qy.dx.



Hình 2. Phân tố tính toán thiết lập phương trình dòng phẳng ngang không áp

Lưu lượng chảy ra khỏi phân tố theo trục x là:

$$q_x dy + \frac{\partial q_x}{\partial x} dxdy$$

Theo trục y:

$$q_y dx + \frac{\partial q_y}{\partial y} dzdy$$

Theo phương z phân tố còn nhận được lượng nước thấm với cường độ W bằng W.dx.dy. Thể tích nước trong phân tố biến thiên một đại lượng bằng: $\varpi \frac{\partial H}{\partial t} dxdy$. Nếu phân tố ở trạng thái cân bằng nước, tức là tổng lượng nước chảy đến bằng tổng lượng nước chảy đi, ta có phương trình:

$$q_x dy + q_y dx + \varpi d_x d_y = q_x dy + \frac{\partial q_x}{\partial_x} d_x d_y +$$

$$q_y d_x \frac{\partial q_y}{\partial_y} d_y d_x + \mu \frac{\partial H}{\partial t} d_x d_y$$

Hay:

$$-\frac{\partial q_x}{\partial x} - \frac{\partial q_y}{\partial y} + w = \mu \frac{\partial H}{\partial t} \quad (26)$$

Đối với dòng phẳng ngang không áp ở mỗi mặt cắt thẳng đứng gradient áp lực không đổi và bằng độ nghiêng của mực nước ngầm:

$$I_x = -\frac{\partial H}{\partial x}, \qquad I_y = -\frac{\partial H}{\partial y}$$

và:

$$q_x = -T\frac{\partial H}{\partial x}; \qquad q_y = -T\frac{\partial H}{\partial y}$$

Trong đó: T – hệ số dẫn nước ở mặt cắt tính toán:

$$T = \sum_{i-1}^{n} K_i h_i$$

Trong đó: – K_i và h_i là hệ số thấm và bề dày của lớp chứa nước thứ i.

Thay vào biểu thức cân bằng trên ta có:

$$\frac{\partial x}{\partial}\left(T\frac{\partial H}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(T\frac{\partial H}{\partial y}\right) + w = \mu\frac{\partial H}{\partial t} \quad (27)$$

Phương trình (27) là phương trình vi phân không tuyến tính, vì hệ số dẫn nước (T) không chỉ phụ thuộc vào không gian (x,y) mà còn phụ thuộc vào H, là sự thay đổi bề dày của tầng chứa nước. Nếu xem hệ số dẫn nước không đổi (T = h.s), phương trình (27) có thể đưa về dạng:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \frac{W}{T} = \frac{\mu}{T}\frac{\partial H}{\partial t} \quad (28)$$

Chú ý: a- Trong vận động ổn định và không có quá trình cung cấp từ trên xuống, tức là $\frac{\partial h}{\partial t} = 0$ và w = 0, phương trình (28) có dạng:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} = 0$$

b - Trong trường hợp đáy cách nước nằm ngang H = h và T = Kh phương trình (28) có dạng:

$$\frac{\partial^2 h^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h^2}{\partial y^2} + \frac{2W}{K} = \frac{2\mu}{K}\frac{\partial h}{\partial t} \quad (29)$$

Biết: $\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{1}{2h}\frac{\partial h^2}{\partial t}$ Đặt $U = \frac{1}{2}h^2$

Ta có:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{W}{K} = \frac{\mu}{Kh}\frac{\partial U}{\partial t} \quad (30)$$

Đặt $a = \frac{Kh}{\mu}$ (a -Hệ số truyền mực nước), phương trình trên có dạng:

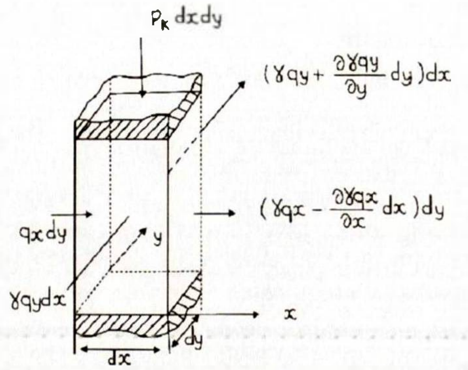
$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{W}{K} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial U}{\partial t} \quad (31)$$

Phương trình động thái đàn hồi của dòng thấm

Đất đá và nước có tính đàn hồi. Với các tầng chứa nước, khi áp lực bên ngoài thay đổi, trong tầng chứa nước sẽ phát sinh động thái đàn hồi. Để thành lập phương trình động thái đàn hồi ta tách từ tầng chứa nước một phân tố dòng thấm có diện tích đáy là dx, dy còn chiều cao bằng bề dày tầng chứa nước m [H3].

Tương tự như khi thành lập phương trình liên tục của dòng thấm, ta lập được phương trình cân bằng nước trong phân tố:

$$\frac{\partial(\gamma v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\gamma v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\gamma v_z)}{\partial z} = \frac{\partial(\gamma n)}{\partial t} \quad (32)$$



Hình 3. Phân tố tính toán thiết lập phương trình động thái đàn hồi của dòng thấm.

Trong đó: γ – tỷ trọng của nước, kg/m³

Khi áp lực thay đổi thì tỷ trọng của nước cũng thay đổi. Sự thay đổi đó tuân theo định luật Hook và được biểu diễn bởi biểu thức:

$$\frac{\Delta\gamma}{\gamma} = \beta_n \Delta P \quad (33)$$

Trong đó: β_n – hệ số co giãn thể tích của nước.

Đồng thời độ lỗ hổng của đất đá cũng thay đổi và tỷ lệ thuận với sự thay đổi áp lực:

$$\Delta n = \beta_d \Delta P \quad (34)$$

Trong đó: β_d – hệ số co giãn thể tích của đất đá,

Vế bên phải của phương trình trên có thể khai triển dưới dạng:

$$\frac{\partial(n\gamma)}{\partial t} = n\frac{\partial\gamma}{\partial t} + \gamma\frac{\partial n}{\partial t} \quad (35)$$

Biết:

$$\frac{\partial\gamma}{\partial t} = \gamma\beta_n\frac{\partial P}{\partial t}; \qquad \frac{\partial n}{\partial t} = \beta_d\frac{\partial P}{\partial t}$$

Mà:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \gamma\frac{\partial H}{\partial t}$$

Vậy:

$$\frac{\partial\gamma}{\partial t} = \gamma^2\beta_n\frac{\partial H}{\partial t}$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \gamma\beta_n\frac{\partial H}{\partial t}$$

Ta có thể viết lại biểu thức trên: (36)

$$\frac{\partial(n\gamma)}{\partial t} = n\gamma^2\beta_n\frac{\partial H}{\partial t} + \gamma^2\beta_d\frac{\partial H}{\partial t} = \gamma^2(n\beta_n + \beta_d)\frac{\partial H}{\partial t}$$

Đặt $\gamma(n.\beta_n + \beta_d) = \eta_n$ là hệ số đàn hồi. Khi đó biểu thức trên có dạng:

$$\frac{\partial(n\gamma)}{\partial t} = \gamma\eta_n\frac{\partial H}{\partial t} \quad (37)$$

Áp dụng định luật Darcy, ta có thể đưa vế trái của phương trình cân bằng về dạng hàm áp lực H.3 Sau khi cân bằng hai vế của phương trình, ta có:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = \frac{\eta_n}{K}\frac{\partial H}{\partial t} \quad (38)$$

Đặt $\frac{K}{\eta} = a$ – Hệ số truyền áp. Phương trình động thái đàn hồi của dòng thấm có dạng:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial H}{\partial t} \quad (39)$$

Điều kiện ban đầu và điều kiện biên giới của dòng thấm

Phương trình liên tục của dòng thấm cũng như các phương trình của dòng phẳng ngang không áp và động thái đàn hồi là những phương trình toán lý. Để giải nó cần phải biết điều kiện ban đầu và điều kiện biên của dòng thấm.

Điều kiện ban đầu

Với các bài toán thấm thì điều kiện ban đầu là giá trị áp lực hay lưu lượng ở thời điểm t = 0.

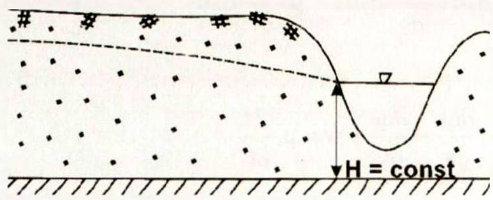
H(x,y,0) = H(x,y)

Trên biên giới của tầng chứa nước có thể duy trì điều kiện áp lực hoặc lưu lượng thay đổi hoặc không đổi theo thời gian. Theo các đặc điểm đó, chia ra các loại điều kiện biên sau:

Điều kiện biên giới loại I

Trên biên giới của tầng chứa nước tồn tại điều kiện: H = f(t) hay H = hs.

Một ví dụ về điều kiện biên loại I được thể hiện trên hình 4 [H.4]:



Hình 4. Mặt cắt thể hiện ranh giới tiếp xúc của tầng chứa nước với sông là điều kiện biên loại I.

Biên giới loại II

Trên biên giới của tầng chứa nước tồn tại điều kiện Q = f(t) hay Q = hs, thường gặp Q = 0.

Một ví dụ về điều kiện biên loại II được thể hiện trên hình 5 [H.5]:

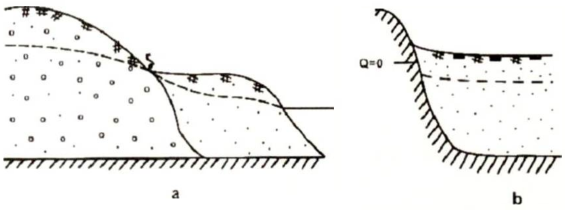
Biên giới loại III

Trên biên giới tồn tại điều kiện: sự thay đổi lưu lượng phụ thuộc vào sự thay đổi áp lực. Ở đây mối quan hệ giữa lưu lượng và áp lực là quan hệ bậc nhất.

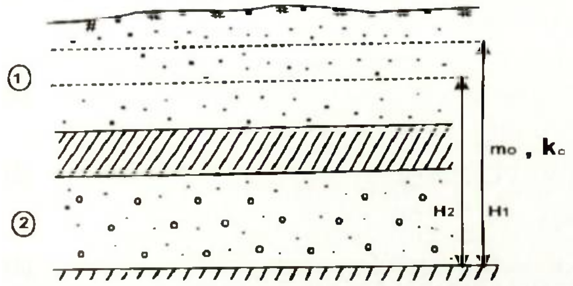
$Q = f(H_{x,y,t})$ - Khi vận động không ổn định.

$Q = f(H_{x,y})$ - Khi vận động ổn định

Một ví dụ về điều kiện biên loại III được thể hiện trên hình 6 [H.6]:



Hình 5. Mặt thể hiện ranh giới tiếp xúc của tầng chứa nước với các thể địa chất khác là điều kiện biên loại II a) Điều kiện biên loại II với Q=f(t) b) Điều kiện biên loại II với Q=0.



Hình 6. Mặt cắt thể hiện mối quan hệ giữa 2 tầng chứa nước tồn tại điều kiện biên loại III.

Tại mái của tầng chứa nước nghiên cứu (tầng 2) xảy ra quá trình thấm xuyên qua lớp thấm nước yếu. Tại đó tồn tại điều kiện biên loại III.

$$q = \frac{K_0}{m_0}(H_1 - H_2) \qquad (40)$$

Trong đó: q - Lưu lượng thấm xuyên qua lớp thấm nước yếu với bề dày m_0 và hệ số thấm K_0.

Tài liệu tham khảo

Bouwer, H., 1978. Groundwater Hydrology. *McGraw-Hill Kogakusha, Ltd.*, 480 pgs., ISBN: 0-07-006715-5.

Fetter, C.W., 2000. Applied Hydrogeology, 4th Edition. *Prentice Hall*, 598 pgs. ISBN: 0130882399.

Fitts, C.R. (2002). Groundwater Science. *Elsevier Science Ltd.*, 450 pgs., ISBN: 0-12-257855-4.

Freeze, R.A. and Cherry, J.A. (1979). Groundwater. *Prentice-Hall, Inc*, 604 pgs., Englewood Cliffs, New Jersey, ISBN: 0-13-365312-9

Kruseman, G.P. and de Ridder, N.A. (1994). Analysis and Evaluation of Pumping Test Data, Publication 47. *International Institute for Land Reclamation and Improvement*, 373 pgs., Wageningen, The Netherlands, ISBN: 90-70754-207.

Schwartz, F.W. and Zhang, H., 2003. Fundamentals of Groundwater. *John Wiley & Sons, Inc.*, 592 pgs.,ISBN: 0-471-13785-5

Todd, D.K. and Mays, L.W., 2005. Groundwater Hydrology, 3rd Edition, *John Wiley & Sons*. 535 pgs. New York, ISBN: 0-471-05937-4 (cloth)