BÀI TOÁN QUAN SÁT ĐA MỤC TIÊU: SỰ TỒN TẠI LỜI GIẢI TỐI ƯU VÀ THUẬT TOÁN KALMAN TÌM NGHIỆM THEO NGƯỠNG XÁC ĐỊNH

Nguyễn Thị Hằng[1*], Nguyễn Hải Nam[2]

Tóm tắt: *Trong bài báo này, chúng tôi xét bài toán quan sát đa mục tiêu: đưa ra khái niệm lời giải tối ưu từng bước, chứng minh sự tồn tại lời giải tối ưu và đồng thời đề xuất thuật toán tìm lời giải chấp nhận được theo ngưỡng xác định cho trước bằng công cụ lọc Kalman.*

Từ khóa: Quan sát đa mục tiêu, Kết hợp dữ liệu, Dây chuyền, Phép gán, Tối ưu từng bước.

1. MỞ ĐẦU

Bài toán quan sát đa mục tiêu được áp dụng rất rộng rãi trong thực tế. Trong lĩnh vực quân sự như: các hệ thống phòng không, các hệ thông giám sát, các hệ thống trinh sát điện tử,... Trong lĩnh vực dân sự như: các hệ thống giám sát giao thông, các hệ thống giám sát không lưu, các hệ thống giám sát, bảo vệ,... .

Bài toán quan sát đa mục tiêu đã được nhiều tác giả đề xuất, xem xét và đưa ra khá nhiều phương pháp giải quyết [1 - 4], [7]. Phương pháp phổ biến nhất để giải bài toán đa mục tiêu là phương pháp ước lượng tuần tự Bayes (Bayesian sequential Estimation) mà tư tưởng cơ bản của phương pháp này là cập nhật một cách đệ quy hàm phân bố hậu nghiệm các trạng thái của mục tiêu. Tất cả các thuật toán quan sát đa mục tiêu đã được công bố cho đến thời điểm này đều rất phức tạp bởi lẽ nó gắn với các mô hình xác suất rất phức tạp. Có thể điểm qua các phương pháp đó như: Thuật toán lân cận gần nhất toàn cục (GNN); Thuật toán kết hợp dữ liệu xác suất đồng thời (JPDA), kết hợp dữ liệu đa giả thiết (MHT); Bộ lọc PHD; Bộ lọc hạt Rao – Blackwellized (RBMCDA), ... [6]. Cho đến nay, hầu như các thuật toán đối với bài toán quan sát đa mục tiêu di động đều hoặc sử dụng các thuật toán kết hợp dữ liệu nói trên hoặc cải tiến nhỏ các thuật toán đó. Điều cần nhấn mạnh là tất cả các thuật toán đã được công bố đối với bài toán quan sát đa mục tiêu di động đều chỉ đưa ra lời giải chấp nhận được theo một nghĩa nào đó.

Trong bài báo này, chúng tôi xét bài toán quan sát đa mục tiêu di động tổng quát, trong đó, chúng tôi đưa ra các khái niệm lời giải tối ưu từng bước, chứng minh sự tồn tại lời giải tối ưu từng bước đối với bài toán đó, đồng thời, chúng tôi cũng đưa ra một thuật toán tìm lời giải chấp nhận được theo ngưỡng cho trước.

2. BÀI TOÁN QUAN SÁT ĐA MỤC TIÊU: MÔ HÌNH TOÁN HỌC VÀ CÁC KHÁI NIỆM, ĐỊNH NGHĨA LIÊN QUAN

Giả sử ta cần quan tâm đến một số đối tượng di động (hay còn gọi là mục tiêu) nào đó trong miền không gian và trong một khoảng thời gian nào đó. Ký hiệu $\mathcal{R}$ là miền không gian mà ta cần quan tâm, ở đây $\mathcal{R} \subset \mathbb{R}^{n_X}$ với $\mathbb{R}^{n_X}$ là không gian trạng thái của mục tiêu, n_X là số chiều của véctơ trạng thái, $\mathcal{R}$ gọi là miền quan sát.

Ký hiệu $[1,T]$, $T \in \mathbb{Z}^+$ là khoảng thời gian của quá trình quan sát. Do các thời điểm quan sát là rời rạc nên không mất tính tổng quát, khi nói đến thời điểm quan sát t chúng ta hiểu là $t \in [1, T]$ và $t \in \mathbb{Z}^+$, nói một cách khác, ta giả thiết các thời điểm quan sát là t_i với $t_i = i, \ i = 1, 2, ..., T$.

Số mục tiêu có trong miền $\mathcal{R}$ tại thời điểm $t, \ t \in [1, T]$, là một số ngẫu nhiên chưa biết, được ký hiệu là $K_t = K_t(\omega)$. Giả thiết rằng, mục tiêu thứ k xuất hiện ở vị trí ngẫu nhiên có phân bố đều trong $\mathcal{R}$ tại thời điểm t_i^k và di chuyển một cách độc lập đối với các mục tiêu khác trong $\mathcal{R}$ đến thời điểm t_f^k thì biến mất. Cũng giả thiết rằng, mục tiêu thứ $k, \ 1 \le k \le K_t$, tồn tại với xác suất p_k, $(0 < p_k < 1)$ và biến mất với xác suất $1 - p_k$. Số mục tiêu tại mỗi thời điểm trong $\mathcal{R}$, $K_t = K_t(\omega)$, là biến ngẫu nhiên có phân phối Poisson với tham số $\lambda, \lambda > 0$. Các mục tiêu xuất hiện, tồn tại và biến mất một cách độc lập với nhau.

Trong thời gian quan sát, trong miền quan sát có thể có các mục tiêu giả do các clutter gây ra. Cũng tương tự như giả thiết đặt ra với các mục tiêu, giả thiết rằng có $N_t = N_t(\omega)$ mục tiêu giả trong $\mathcal{R}$ tại thời điểm t. Mục tiêu giả thứ $j, 1 \le j \le N_t$, tồn tại với xác suất $q_j, (0 < q_j < 1)$ và biến mất với xác suất $1 - q_j$. Số mục tiêu giả tại mỗi thời điểm trong $\mathcal{R}$, là biến ngẫu nhiên có phân bố Poisson với tham số $\beta, \beta > 0$. Các mục tiêu giả xuất hiện, tồn tại và biến mất là độc lập với nhau và độc lập với các mục tiêu. Cũng như các mục tiêu, mục tiêu giả xuất hiện ở vị trí ngẫu nhiên có phân phối đều trong $\mathcal{R}$.

Bài toán quan sát đa mục tiêu yêu cầu từ các số liệu quan sát được, xác định số mục tiêu tại mỗi thời điểm, quỹ đạo (vết) của từng mục tiêu trong miền quan sát và trong quá trình quan sát.

Nhận xét 1. *Tham số λ hoàn toàn biểu diễn được qua các p_k, $1 \le k \le K_t$. Hoàn toàn tương tự, tham số β cũng hoàn toàn biểu diễn được qua các q_j, $1 \le j \le N_t$.*

Trên thực tế, các mục tiêu giả có vai trò như nhau nên ta không cần phân loại các mục tiêu giả. Bởi vậy, ta có thể giả thiết là mô hình đang xét có một loại mục tiêu giả, ký hiệu là FA, có phân phối Poisson với tham số $\beta, \beta > 0$.

Nhận xét 2. *Đặt $M_t(\omega) = K_t(\omega) + N_t(\omega)$ sẽ không hạn chế nhiều nếu chúng ta giả thiết $M_t(\omega)$ bị chặn đều h.c.c, nghĩa là tồn tại $A_t, 0 < A_t < +\infty$, sao cho $M_t(\omega) \le A_t$ h.c.c. Gọi $M = \left[\inf_t \left\{A_t \middle| A_t \ge M_t(\omega) \ \text{h.c.c}\right\}\right] + 1$ (ở đây $[a]$ là phần nguyên của a). Khi đó $0 < M < +\infty, M \in \mathbb{N}^+$.*

Bằng việc bổ sung thêm vào mô hình các mục tiêu xuất hiện với xác suất bằng 0, chúng ta luôn có thể xét bài toán quan sát đa mục tiêu với số lượng mục tiêu cố định là *M*. Việc bổ sung này không ảnh hưởng đến tính đúng đắn của các công thức cũng như tính chính xác của lời giải bài toán trong phương pháp giải được trình bày trong bài báo này.

Mô hình toán học của bài toán quan sát đa mục tiêu và các định nghĩa liên quan.

Ký hiệu: $X_t^k,\, k = 1,2,...,M$ là trạng thái của mục tiêu thứ k, $X_t^k \in \mathbb{R}^{n_X}$, n_X là số chiều của véctơ trạng thái. Mô hình chuyển động (chuyển trạng thái) của mục tiêu thứ k được mô tả bởi hệ động lực phi tuyến tổng quát trong không gian trạng thái $\mathbb{R}^{n_X}$ như sau:

$$X_{t+1}^k = F_k(X_t^k) + V_t^k \tag{1}$$

với $F_k : \mathbb{R}^{n_X} \to \mathbb{R}^{n_X}$ là ánh xạ đo được từ $\mathbb{R}^{n_X}$ vào $\mathbb{R}^{n_X}$; $V_t^k \in \mathbb{R}^{n_X}$ là nhiễu trắng với ma trận hiệp phương sai Q^k. Các $V_t^k, k = 1,2,...,M$ là không tương quan. Mô hình quan sát (đo đạc) được xác định bởi:

$$Y_t = G(X_t) + \mathrm{W}_t \tag{2}$$

với $G : \mathbb{R}^{n_X} \to \mathbb{R}^{n_Y}$, n_Y là số chiều của véctơ quan sát, G là ánh xạ đo được từ $\mathbb{R}^{n_X}$ vào $\mathbb{R}^{n_Y}$, $\mathrm{W}_t \in \mathbb{R}^{n_Y}$ là nhiễu trắng với ma trận hiệp phương sai là R và W_t không tương quan với các $V_t^k, k = 1,2,...,M$. Trong mô hình trên, V_t^k được gọi là nhiễu hệ thống còn W_t được gọi là sai số đo đạc (quan sát).

Ký hiệu: $Y(t) = \{ Y_t^j \mid j = 1,2,...,n_t \}$ là tập các giá trị quan sát được tại thời điểm t; n_t là số các kết quả quan sát được tại thời điểm t; $Y(1:t) = \bigcup_{i=1}^{t} Y(t)$ là tập các giá trị quan sát được cho đến thời điểm t.

Yêu cầu của bài toán quan sát đa mục tiêu là từ các kết quả quan sát, xác định (ước lượng) được các quỹ đạo của các mục tiêu. Lưu ý rằng, tập các giá trị quan sát tại thời điểm t, tập $Y(t)$ chứa các giá trị quan sát hoặc của mục tiêu này, hoặc của mục tiêu khác, hoặc của mục tiêu giả FA, chưa phân định được.

Chúng ta đưa ra một số định nghĩa và một số kết quả bổ trợ sau.

Định nghĩa 2.1. *Một quỹ đạo của mục tiêu thứ k xuất hiện tại thời điểm t_i^k và biến mất tại thời điểm t_f^k là* $X_{[t_i^k, t_f^k]}^k = \left\{ X_t^k \,\middle|\, t_i^k \le t \le t_f^k, t_i^k \in [1,T], t_f^k \in [1,T] \right\}$.

Với A_s là các tập hợp, ta sử dụng ký hiệu tích trực tiếp

$$\bigotimes_{s=1}^{n} A_s = \left\{ (a_1, a_2, \ldots, a_n) \mid a_s \in A_s,\, s = \overline{1,n} \right\}.$$

Định nghĩa 2.2. *Một dây chuyền (hay có thể gọi là một liên kết dữ liệu) với thời điểm đầu t_i và thời điểm cuối t_f và ký hiệu $d = d[t_i, t_f]$ là một phần tử của tập* *tích* $\underset{t=t_i}{\overset{t_f}{\otimes}} Y(t)$ *nghĩa là* $d = d[t_i, t_f] = \left(Y_{t_i}^{j_1}, Y_{t_i+1}^{j_2}, \ldots, Y_t^{j_s}, \ldots, Y_{t_f}^{j_{t_f-t_i+1}}\right) \in \underset{t=t_i}{\overset{t_f}{\otimes}} Y(t)$, *trong đó,* $Y_t^{j_s}$ *được gọi là đỉnh tại thời điểm* t *của dây chuyền* $d = d[t_i, t_f]$.

Định nghĩa 2.3. *Dây chuyền* $d[t_i, t_f]$ *được gọi là ảnh của quỹ đạo* $X^k_{[t_i^k, t_f^k]}$ *của mục tiêu thứ* k *nếu* $t_i = t_i^k; t_f = t_f^k$ *và giá trị đỉnh* $Y_t^{j_s}$ *là giá trị quan sát của* X_t^k *tại thời điểm* t *qua mô hình quan sát (2) với mọi* $t = t_i, t_{i+1}, \ldots, t_f$.

Nhận xét 3. *Nếu xác định được dây chuyền ảnh* $d[t_i, t_f]$ *thì việc ước lượng quỹ đạo* $X^k_{[t_i^k, t_f^k]}$ *là việc làm đã có nhiều công trình công bố, chẳng hạn người ta có thể dùng lọc Kalman để ước lượng quỹ đạo đó (xem* [5] *).*

Như vậy, yêu cầu của bài toán quan sát đa mục tiêu trở thành yêu cầu dùng các phương pháp liên kết dữ liệu để xác định được các dây chuyền ảnh "một cách tốt nhất". Để tiện cho việc trình bày ở phần sau, chúng ta đưa vào khái niệm xác suất cảm sinh trên không gian các giá trị quan sát (có thể gọi là không gian mẫu) và đưa ra công thức tính đối với xác suất đó.

Với mục tiêu thứ k có xác suất xuất hiện là $p_k, 0 < p_k < 1$, qua mô hình quan sát (2), giả sử:

$$Y_t^k = G(X_t^k) + W_t \tag{2'}$$

là giá trị quan sát tại thời điểm t của mục tiêu thứ k. Với W_t là nhiễu trắng có ma trận hiệp phương sai R đã cho; với $G(.)$ là ánh xạ đo được, ta có thể biểu diễn (2') dưới dạng: $Y_t^k = H(X_t^k)$, trong đó, $H : \mathbb{R}^{n_X} \to \mathbb{R}^{n_Y}$ là ánh xạ đo được.

Ký hiệu $H^{-1}(A)$ là nghịch ảnh của tập A, $A \subset \mathbb{R}^{n_Y}$, ta có:

$$[Y_t^k \in A] = [X_t^k \in H^{-1}(A)] \tag{3}$$

Như vậy, phân phối xác suất của Y_t^k hoàn toàn xác định qua phân phối của X_t^k. Phân phối này chúng ta gọi là phân phối cảm sinh trên không gian các giá trị quan sát (không gian mẫu).

Nói riêng, mục tiêu thứ k là X_t^k xuất hiện ở thời điểm t với xác suất là p_k, thì giá trị quan sát nó Y_t^k, $Y_t^k \in Y(t)$, có xác suất xuất hiện là xác suất cảm sinh $\tilde{p}_k$ ($\tilde{p}_k$ được tính theo p_k theo mối quan hệ (3)).

3. SỰ TỒN TẠI LỜI GIẢI TỐI ƯU TỪNG BƯỚC CỦA BÀI TOÁN QUAN SÁT ĐA MỤC TIÊU

Giả sử tại thời điểm t, ta có n_t giá trị quan sát $Y(t) = \{Y_t^j \mid j = 1, 2, \ldots, n_t\}$, trong đó: $n_t(T)$ là số đỉnh của dây chuyền liên kết dữ liệu cho đến thời điểm t (số đỉnh của dây chuyền tính đến thời điểm t), tập giá trị này ký hiệu là $Y_T(t)$; $n_t(NT)$ giá trị đơn lẻ là điểm khởi tạo cho các dây chuyền mới, tập giá trị này ký hiệu là $Y_{NT}(t)$; $n(FA)$ giá trị là giá trị quan sát do mục tiêu giả gây ra, tập các giá trị này ký hiệu là $Y_{FA}(t)$. Ta có:

$$n_t\left(T\right) + n_t\left(NT\right) + n_t\left(FA\right) = n_t \text{ và } Y_T(t) \cup Y_{NT}(t) \cup Y_{FA}(t) = Y(t) .$$

Đến thời điểm $t+1$, ta có $Y(t+1) = \{Y_{t+1}^s \mid s = 1,2,\ldots,n_{t+1}\}$ là tập các giá trị quan sát được tại thời điểm $t+1$. Ký hiệu: $\tilde{Y} = Y(t+1) \cup \{\varnothing\}$

Định nghĩa 3.1. *Một phép gán θ_t tại thời điểm t là một ánh xạ:*

$f^{\theta_t} : Y(t) \to \tilde{Y}(t+1)$ *thỏa mãn điều kiện* $f^{\theta_t}(Y_T(t) \cup Y_{NT}(t)) \cap f^{\theta_t}(Y_{FA}(t)) = \varnothing$.

Nhận xét 4. *Với phép gán θ_t tại thời điểm t, ta có:*

- *Dây chuyền liên kết dữ liệu tại thời điểm t có điểm cuối là Y_t^k, $Y_t^k \in Y_T(t) \cup Y_{NT}(t)$, sẽ kết thúc nếu $f^{\theta_t}(Y_t^k) = \varnothing$.*
- *Dây chuyền liên kết dữ liệu tại thời điểm t là Y_t^k, $Y_t^k \in Y_T(t) \cup Y_{NT}(t)$, sẽ tiếp tục kéo dài nếu $f^{\theta_t}(Y_t^k) = Y_{t+1}^s \in Y(t+1)$ và khi đó, Y_{t+1}^s được gọi là đỉnh của dây chuyền tại thời điểm $t+1$.*
- *Giá trị quan sát $Y_{t+1}^j, Y_{t+1}^j \in Y(t+1)$, được xem là số đo của mục tiêu giả nếu $\left(f^{\theta_t}\right)^{-1}\left(Y_{t+1}^j\right) \in Y_{FA}(t)$.*
- *Các giá trị thuộc tập hợp mà ta sẽ ký hiệu là $Y_{NT}(t+1)$ được xác định bởi $Y_{NT}(t+1) = Y(t+1) \setminus f^{\theta_t}(Y(t))$ được gọi là các giá trị mới xuất hiện, khởi đầu cho một dây chuyền mới.*
- *Tại thời điểm xuất phát ta coi tập $Y(0)$ là tập tất cả các giá trị mục tiêu và báo động giả. Ta có $\#(Y(0)) = M$ hữu hạn (ký hiệu $\#(A)$ là lực lượng của tập A)*
- *Số các phép gán θ_t có thể có tại thời điểm t là hữu hạn.*

Như vậy, với một phép gán θ_t tại thời điểm t thì tập giá trị quan sát tại thời điểm $t+1$ sẽ được phân hoạch thành 3 tập rời nhau:

$$Y(t+1) = Y_T(t+1) \cup Y_{NT}(t+1) \cup Y_{FA}(t+1)$$

Quá trình gán lại tiếp tục tại thời điểm $t+1, t+2, \ldots$

Định nghĩa 3.2. *Một lời giải hay còn gọi là một chiến lược liên kết dữ liệu đối với bài toán quan sát đa mục tiêu là họ các phép gán $\{\theta_t \mid t = 0,1,\ldots,T-1\}$.*

Dễ dàng thấy rằng một chiến lược liên kết dữ liệu $\{\theta_t \mid t = 0,1,\ldots,T-1\}$ cho ta một họ các dây chuyền ảnh trong không gian các dữ liệu quan sát $Y_{(1:T)}$. Dựa vào nhận xét 3. Đã nêu ở mục trên (mục 2) chúng ta nhận được lời giải của bài toán quan sát đa mục tiêu.

Định nghĩa 3.3. *Lời giải* $\{\theta_t^* \mid t = 0,1,\dots,T-1\}$ *được gọi là lời giải tối ưu từng bước hay tối ưu cục bộ nếu* $P[\theta_t^* \mid Y(1:t+1)] = \max_{\forall\theta_t} P[\theta_t \mid Y_{(1:t+1)}], \forall t$. *Ở đây,* $P[\theta_t \mid Y_{(1:t+1)}]$ *là xác suất hậu nghiệm của phép gán* θ_t.

Chúng ta có một số kết quả sau:

Mệnh đề 3.1. *Với các điều kiện của bài toán quan sát đa mục tiêu đang xét, luôn tồn tại lời giải tối ưu từng bước.*

Chứng minh. Do $M < +\infty$, ta suy ra $n_t \le M < +\infty, \forall t$.

Hay nói một cách khác, n_t là các biến ngẫu nhiên bị chặn đều bởi M. Từ đó suy ra tính hữu hạn của $\{\theta_t\}, \forall t = 0,1,\dots,T-1$.

Do đó, tại mỗi t $(t = 0,1,\dots,T-1)$, tập $\{P[\theta_t \mid Y_{(1:t+1)}], \forall\theta_t$ có thể có$\}$ là tập hữu hạn bị chặn trên. Bởi vậy, $\exists\theta_t^*$ sao cho $P[\theta_t^* \mid Y_{(1:t+1)}] = \max_{\forall\theta_t} P[\theta_t \mid Y_{(1:t+1)}]$.

Nhận xét 5. *Với phương pháp chứng minh và kết quả của Mệnh đề 3.1, tuy chúng ta khẳng định rằng tồn tại lời giải tối ưu từng bước nhưng thuật toán kiến thiết để tìm lời giải đó chưa được chỉ ra.*

Một suy nghĩ trực quan là ta tìm từng biểu thức giải tích $P[\theta_t \mid Y_{(1:t+1)}]$ và từ đó tìm cực trị của nó. Chúng ta có kết quả sau.

Mệnh đề 3.2. *Phân phối hậu nghiệm của phép gán* θ_t *được tính theo công thức:*

$$P[\theta_t \mid Y_{(1:t+1)}] \propto A.B.C.D.F \tag{4}$$

trong đó:

$$A = \prod_{Y_t^k \in Y_T(t) \cup Y_{NT}(t);\, f^{\theta_t}(Y_t^k) = \varnothing} (1 - p_k \tilde{p}_k)$$

$$B = \prod_{Y_t^j \in Y_T(t) \cup Y_{NT}(t);\, f^{\theta_t}(Y_t^j) \in Y(t+1)} p_j \tilde{p}_j$$

$$C = \frac{\lambda^{\#(Y_{NT}(t+1))}}{\#(Y_{NT}(t+1))!} e^{-\lambda}, \quad \lambda = \sum_{\forall s \text{ mà } (f^{\theta_t})^{-1}(Y_{t+1}^s) \notin Y(t)} p_s \tilde{p}_s$$

$$D = \frac{\beta^{\#(Y_{FA}(t+1))}}{\#(Y_{FA}(t+1))!} e^{-\beta}, \quad \beta \text{ xác định trong nhận xét 1}$$

F *là hằng số chuẩn hóa*

Chứng minh. Việc chứng minh dựa vào tính độc lập chuyển động của các mục tiêu cũng như các mục tiêu giả và tính trực tiếp từ công thức xác suất tích.

Nhận xét 6. *Trong thực tế, bài toán quan sát đa mục tiêu người ta thường quan tâm đến số lượng các mục tiêu tại mỗi thời điểm, quỹ đạo của các mục tiêu, thời điểm xuất hiện và biến mất của các mục tiêu mà không cần quan tâm quỹ đạo này là của mục tiêu thứ mấy (hay mục tiêu cụ thể nào) trong số các mục tiêu. Bởi vậy,* *trong thực tế, người ta coi vai trò của các mục tiêu là không phân biệt, do vậy, người ta thường xét mô hình với giả thiết các mục tiêu xuất hiện và biến mất với xác xuất như nhau. Nghĩa là* $p_k = p, \forall k$ *. Dẫn đến, ta có quyền đặt* $q = p_k \tilde{p}_k$ *là hằng số (đã biết) và công thức xác suất hậu nghiệm (4) sẽ trở thành:*

$$P[\theta_t \mid Y_{(1:t)}] \propto (1-q)^{n_0} q^{n_1} \frac{\lambda^{n_2}}{n_2\,!} e^{-n_2 q} \frac{\beta^{n_3}}{n_3\,!} e^{-\beta} F \tag{5}$$

Do vậy, việc tìm θ_t^* *trong trường hợp này trở thành đơn giản hơn, tức là tìm cực trị của hàm 4 biến* $f(x_0,x_1,x_2,x_3) = F(1-p)^{x_0} q^{x_1} \frac{\lambda^{x_2}}{x_2\,!} e^{-x_2 q} \frac{\beta^{x_3}}{x_3\,!} e^{-\beta}$ *với điều kiện ràng buộc:* $x_i \in \mathbb{N} = \{0,1,2,\ldots\}, i = \overline{0,3}$ *;* $x_0 \le n_t$ *;* $x_1 + x_2 + x_3 = n_{t+1}$ *.*

Sử dụng tính đồng biến của hàm $\mathcal{L}(z) = \ln z$ và dùng phương pháp giải tích ta có thể đưa ra lời giải của bài toán trên bằng phương pháp nhân tử Lagrange (tuy rằng không đơn giản).

Nhận xét 7. *Dễ dàng từ Định nghĩa 3.3 và từ việc chứng minh Mệnh đề 3.1, thấy rằng lời giải tối ưu từng bước chưa chắc đã là duy nhất.*

Do vậy, có nhiều phương pháp và cách tiếp cận để xây dựng lời giải xấp xỉ tối ưu (chấp nhận được). Trong phần tiếp theo, chúng tôi sẽ trình bày một trong số các cách xây dựng lời giải chấp nhận được theo ngưỡng xác định cho trước.

4. MỘT THUẬT TOÁN TÌM LỜI GIẢI CHẤP NHẬN ĐƯỢC THEO NGƯỠNG XÁC ĐỊNH

4.1. Lọc Kalman

Lọc Kalman có những đặc điểm phù hợp để nghiên cứu các bài toán xử lý tín hiệu và các bài toán liên kết dữ liệu. Ở đây, chúng tôi nêu một số nét chính: mô hình và ký hiệu cần sử dụng cho mục đích trình bày kết quả của phần này (xem lọc Kalman trong [5]).

Xét lọc Kalman với thời gian rời rạc.

Phương trình trạng thái: $Y(t_k) = F(t_k, Y(t_{k-1}), V(t_k))$ (6)

với mô hình quan sát: $Z\left(t_k\right) = H\left(t_k, Y\left(t_k\right), W\left(t_k\right)\right)$ (7)

trong đó: $Y(t_k) \in \mathbb{R}^{n_Y}$ là véctơ trạng thái; n_Y là số chiều của véc tơ trạng thái; $Z(t_k) \in \mathbb{R}^{n_Z}$ là véctơ quan sát; n_Z là số chiều của véctơ quan sát.

$F(.,.,.) : [0,T] \times \mathbb{R}^{n_Y} \times \mathbb{R}^{n_Y} \to \mathbb{R}^{n_Y}$ là ánh xạ mô tả hệ động lực chuyển trạng thái.

$H(.,.,.) : [0,T] \times \mathbb{R}^{n_Y} \times \mathbb{R}^{n_Z} \to \mathbb{R}^{n_Z}$ là ánh xạ mô tả mô hình quan sát.

$V(t)$ là nhiễu hệ thống,được giả thiết là nhiễu trắng có ma trận hiệp phương sai R.

$W(t)$ là nhiễu quan sát,được giả thiết là nhiễu trắng có ma trận hiệp phương sai Q.

$W(t)$ và $V(t)$ được giả thiết là không tương quan.

Lọc Kalman cho ta ước lượng theo tiêu chuẩn sai số trung bình bình phương bé nhất: $\hat{Y}(i \mid j) = \underset{\hat{Y}(i|j)\in\mathbb{R}^{n_y}}{arg\min} E\left\{(Y(i)-\hat{Y})(Y(i)-\hat{Y})^T \mid Z^j\right\}$, với

$Z^j = \{z(t_1), z(t_2), \dots, z(j)\}$ là dãy quan sát cho tới thời điểm $t_k = j$.

Với ước lượng đó, hiệp phương sai của ước lượng được định nghĩa là:

$$P(i \mid j) = E\{(Y(i)-\hat{Y})(Y(i)-\hat{Y})^T \mid Z^j\}$$

Thuật toán Kalman được thực hiện theo hai bước gồm bước dự báo và bước điều chỉnh. Kết quả sau khi sử dụng lọc Kalman (sau bước điều chỉnh) là: $\hat{Y}(k \mid k)$ là ước lượng của trạng thái $Y(k)$; $P\left(k \mid k\right)$ là hiệp phương sai của ước lượng đó.

4.2. Thuật toán tìm lời giải chấp nhận được theo ngưỡng cho trước

Ở mục này, chúng ta sẽ đưa ra thuật toán tìm lời giải cho bài toán quan sát đa mục tiêu có sai lệch không vượt quá ngưỡng cho trước.

Giả sử $\delta > 0$ là một số cho trước. Giá trị δ sẽ được gọi là ngưỡng sai lệch.

Theo trình bày trong mục 3 của bài báo này, chúng ta xây dựng lời giải theo Định nghĩa 3.2 thỏa mãn một số yêu cầu cụ thể như sau.

Giả sử tại thời điểm t ta có $Y(t)$ là tập các giá trị quan sát, tại thời điểm $t+1$ có tập giá trị quan sát là $Y(t+1)$.

Phép gán θ_t được xác định như sau: với $Y_t^j \in Y(t)$, ta xét với một giá trị bất kỳ $Y_{t+1}^s, Y_{t+1}^s \in Y(t+1)$. Với dây chuyền dữ liệu có Y_t^j là đỉnh cuối tại thời điểm t, ta hợp thêm giá trị Y_{t+1}^s tại thời điểm $t+1$. Sử dụng lọc Kalman với dãy dữ liệu đó và tính $P(t+1 \mid t+1)$ (theo lọc Kalman).

Định nghĩa 4.1. *Phép gán $\tilde{\theta}_t$ được thực hiện theo nguyên tắc sau*

1. $f^{\tilde{\theta}_t}(Y_t^j) = Y_{t+1}^{s^*}$ *khi và chỉ khi thỏa mãn hai điều kiện*
   a. *Nếu ký hiệu hiệp phương sai ứng với $Y_{t+1}^{s^*}$ là $P^*(t+1 \mid t+1)$ thì*
   $$P^*(t+1 \mid t+1) = \min_{\forall s} P(t+1 \mid t+1)$$
   b. $P^*(t+1 \mid t+1) < \delta$.
2. *Trong trường hợp ngược lại, nếu $P^*(t+1 \mid t+1) \geq \delta$ thì $f^{\tilde{\theta}_t}(Y_t^j) = \varnothing$.*

Lời giải $\{\tilde{\theta}_t \mid t = 0,1,\dots,T-1\}$ được gọi là lời giải chấp nhận được với ngưỡng sai lệch không vượt quá δ cho trước.

Từ định nghĩa ta thấy rằng, $\{\tilde{\theta}_t \mid t = 0,1,\dots,T-1\}$ cũng là lời giải có độ sai lệch cực tiểu và không vượt quá ngưỡng δ cho trước.

Chú ý: Dễ thấy rằng lời giải theo phương pháp trên có độ lệch cực tiểu nhưng chưa chắc đã là duy nhất.

Nhận xét 8. *Phương pháp xây dựng lời giải chấp nhận được nêu trên đòi hỏi mức độ tính toán tương đối lớn. Song việc đó không đáng ngại vì dễ dàng xây dựng được thuật toán có thể cài đặt trên máy tính và tận dụng các chương trình mẫu sẵn có (chẳng hạn về lọc Kalman).*

5. KẾT LUẬN

Với việc nghiên cứu bài toán quan sát đa mục tiêu (MTT), với mô hình toán học được định nghĩa ở mục 2, chúng tôi đã đưa ra khái niệm lời giải tối ưu từng bước và đồng thời chứng minh được sự tồn tại của lời giải này và chúng tôi cũng xây dựng được thuật toán tìm lời giải chấp nhận được theo ngưỡng xác định cho trước bằng công cụ lọc Kalman. Các kết quả của bài báo là những kết quả được công bố lần đầu tiên và đã được báo cáo tại một số xemina chuyên ngành.

***Lời cảm ơn**: Nhóm tác giả xin cảm ơn TS. Trịnh Quốc Anh, giảng viên Khoa Toán - Cơ - Tin học của Đại học KHTN Hà Nội, người đã cung cấp nhiều tài liệu khoa học quý báu giúp chúng tôi hoàn thành nghiên cứu này.*

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1]. Y.Bar Shalom and WW.D.Blair, *"Multitarget - Multisemson Tracking: Applications and Advanc"*, **vol 3**, 2000, Artech House.
[2]. Y.Bar Shalom and T.E.Fortmann, *"Tracking and Data Association"*, 1988, Academic.
[3]. S.Blackman, *"Multiple Target Tracking with Radar Applications"*, 1988, Artech House.
[4]. S.Blackman and R.Popoli, *"Design and Analysis of Modern Tracking Systems"*, 1999, Artech House.
[5]. H.F.Durmant - Whyte*,"Introduction to Estimation and the Kalman Filter"*, 2000, Australian Center for Filed Robities.
[6]. Lindsten F, *"Rao-Blackwellised Particle Methods for Inference and Identification"*, 2011, Linkoping University.
[7]. L.D.Stone, C.A.Barlon and T.L.Cornin, *"Bayesian Multiple Target Tracking"*, 1999, Artech House.

ABSTRACT

THE EXISTENCE OF AN OPTIMAL SOLUTION AND KALMAN ALGORITHM TO FIND A SOLUTION ACCEPTABLE UNDER PREDETERMITED THRESHOLD FOR PROBLEM OF MULTI-TARGET TRACKING

In this paper, we present some research results on the problem of Multi-Target Tracking: offer optimal concepts step by step, to prove the existence of an optimal solution step by step and build a solution acceptable under predetermined threshold.

Keywords: Multi-target tracking, Data combination (data link), Catenary, Assignment, Pace optimal.

Nhận bài ngày 22 tháng 07 năm 2016
Hoàn thiện ngày 04 tháng 10 năm 2016
Chấp nhận đăng ngày 14 tháng 12 năm 2016

Địa chỉ: [1] Trường ĐH Mỏ địa chất;
[2] Cục Công nghệ Thông tin, Bộ Tổng Tham mưu, BQP.
*Email: hangntmdc@gmail.com