

ẢNH HƯỞNG CỦA ĐIỀU KIỆN ĐẦU ĐẾN TÍNH CHẤT CHUYỂN ĐỘNG CỦA CƠ CẤU TAY QUAY – CON TRƯỢT

Nguyễn Văn Khang^{1*}, Nguyễn Văn Quyền¹, Phạm Thị Mai Anh²

Tóm tắt: Hệ nhiều vật có cấu trúc mạch vòng là một hệ phi tuyến mạnh. Trong các hệ phi tuyến mạnh, với cùng một bộ tham số của hệ có thể tồn tại nhiều nghiệm khác nhau, phụ thuộc vào các điều kiện đầu. Các cơ cấu là một dạng điển hình của hệ nhiều vật. Chuyển động quay toàn vòng của khâu nối giá của cơ cấu được quan tâm nghiên cứu trong động lực học máy. Trong bài báo này, các phương trình chuyển động của hệ nhiều vật có cấu trúc mạch vòng được thiết lập dưới dạng các phương trình vi phân - đại số. Sau đó, sử dụng phương pháp khử nhân tử Lagrange biến đổi hệ phương trình vi phân - đại số về hệ phương trình vi phân thường. Để thấy rõ sự phụ thuộc của chuyển động quay toàn vòng của khâu nối giá vào điều kiện đầu, ta giải hệ phương trình chuyển động của cơ cấu với các điều kiện đầu khác nhau. Các kết quả mô phỏng số bằng phần mềm MATLAB[®] đã cho thấy ảnh hưởng của điều kiện đầu tới tính chất chuyển động quay toàn vòng của cơ cấu.

Từ khóa: Phương trình Lagrange dạng nhân tử; Hệ phi tuyến mạnh; Phương trình vi phân - đại số; Ổn định hóa Baumgarte; Chuyển động quay toàn vòng.

1. MỞ ĐẦU

Động lực học hệ nhiều vật có cấu trúc mạch vòng là bài toán đang được quan tâm nghiên cứu. Để thiết lập phương trình chuyển động của các mô hình cơ học này, người ta thường sử dụng các phương trình Lagrange dạng nhân tử, các phương trình Newton-Euler, các phương trình Kane dạng nhân tử [1-7]. Nếu chọn số lượng các tọa độ suy rộng xác định vị trí của cơ hệ lớn hơn số bậc tự do của hệ thì ta nhận được hệ phương trình vi phân-đại số mô tả chuyển động của cơ hệ dưới dạng tường minh. Để giải hệ phương trình chuyển động loại này, hiện nay có ba phương án:

- Tích phân trực tiếp hệ phương trình vi phân-đại số.
- Biến đổi hệ phương trình vi phân đại số về hệ phương trình vi phân thường với số tọa độ suy rộng lớn hơn số bậc tự do của hệ. Sau đó tích phân số hệ phương trình vi phân nhận được.
- Biến đổi hệ phương trình vi phân đại số về hệ phương trình vi phân thường với số tọa độ suy rộng bằng số bậc tự do của hệ. Sau đó, tích phân số hệ phương trình vi phân nhận được.

Trong bài báo này áp dụng phương trình Lagrange dạng nhân tử thiết lập phương trình chuyển động của cơ cấu tay quay - con trượt phẳng, sau đó, sử dụng phương pháp thứ hai để giải hệ phương trình chuyển động của cơ cấu. Các phương trình vi phân mô tả chuyển động của cơ cấu là hệ các phương trình vi phân phi tuyến mạnh. Như đã biết [8-10], nghiệm của hệ phi tuyến mạnh có nhiều tính chất khác với các hệ tuyến tính và các hệ phi tuyến yếu. Chẳng hạn như nghiệm của hệ phi tuyến mạnh có thể là các nghiệm hỗn độn, phụ thuộc rất nhạy cảm vào các điều kiện đầu. Nghiên cứu sự phụ thuộc của chuyển động quay toàn vòng của cơ cấu vào các điều kiện đầu là phần quan trọng nhất của bài báo. Các nghiên cứu mô phỏng số chuyển động của cơ cấu với các điều kiện đầu khác nhau đã cho thấy một vài hiệu ứng phi tuyến mới của chuyển động của cơ cấu khảo sát.

2. CƠ SỞ LÝ THUYẾT ĐỘNG LỰC HỌC THUẬN HỆ NHIỀU VẬT CÓ CẤU TRÚC MẠCH VÒNG

Trong mục này nhắc lại một số kiến thức cần thiết về động lực học thuận hệ nhiều vật có cấu trúc mạch vòng. Xét hệ nhiều vật holoônôm f bậc tự do có cấu trúc mạch vòng. Vi

trí của hệ được xác định bởi n tọa độ suy rộng dư:

$$\mathbf{s} = [s_1, s_2, \dots, s_n]^T \quad (1)$$

Trong đó có f tọa độ suy rộng độc lập: $\mathbf{q} = [q_1, q_2, \dots, q_f]^T$ (2)

và r tọa độ suy rộng phụ thuộc: $\mathbf{z} = [z_1 \ z_2 \ \dots \ z_r]^T$ (3)

Như thế, ta có hệ thức: $n = f + r$ (4)

Để đơn giản, ta xét hệ nhiều vật hê-lônôm chịu liên kết giữ và dừng. Sử dụng phương trình Lagrange dạng nhân tử, các phương trình vi phân – đại số mô tả chuyển động của hệ có dạng [1]:

$$\mathbf{M}(\mathbf{s})\ddot{\mathbf{s}} + \mathbf{C}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}})\dot{\mathbf{s}} + \mathbf{g}(\mathbf{s}) = \boldsymbol{\tau}(t) - \boldsymbol{\Phi}_s^T(\mathbf{s})\boldsymbol{\lambda} \quad (5)$$

$$\mathbf{f}(\mathbf{s}) = \mathbf{0} \quad (6)$$

trong đó: $\mathbf{M}(\mathbf{s})$ là ma trận khối lượng suy rộng của hệ, $\boldsymbol{\tau}(t)$ là vectơ lực suy rộng ứng với các lực hoạt động không thế, $\boldsymbol{\lambda} = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r]^T$ là vectơ các nhân tử Lagrange, $\mathbf{f} = [f_1, f_2, \dots, f_r]^T = \mathbf{0}$ là các điều kiện ràng buộc, $\boldsymbol{\Phi}_s$ là ma trận Jacobi của \mathbf{f} cỡ $r \times n$, $\mathbf{C}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}})$ là ma trận quán tính ly tâm và Coriolis, $\mathbf{g}(\mathbf{s})$ là véc tơ lực suy rộng ứng với các lực hoạt động là lực có thế.

Để biến đổi các phương trình (5) và (6) một cách thuận tiện, ta đưa vào kí hiệu:

$$\mathbf{p}_1(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}}, t) = \boldsymbol{\tau}(t) - \mathbf{C}(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}})\dot{\mathbf{s}} - \mathbf{g}(\mathbf{s}), \mathbf{p}_1(\dot{\mathbf{s}}, \mathbf{s}, t) \in \mathbb{R}^n \quad (7)$$

Phương trình (4) bây giờ có dạng:

$$\mathbf{M}(\mathbf{s})\ddot{\mathbf{s}} + \boldsymbol{\Phi}_s^T(\mathbf{s})\boldsymbol{\lambda} = \mathbf{p}_1(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}}, t) \quad (8)$$

Đạo hàm hai lần phương trình liên kết (6) ta thu được các phương trình

$$\dot{\mathbf{f}}(\mathbf{s}) = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{s}} \dot{\mathbf{s}} = \boldsymbol{\Phi}_s(\mathbf{s})\dot{\mathbf{s}} = \mathbf{0} \quad (9)$$

$$\ddot{\mathbf{f}}(\mathbf{s}) = \boldsymbol{\Phi}_s(\mathbf{s})\ddot{\mathbf{s}} + \dot{\boldsymbol{\Phi}}_s(\mathbf{s})\dot{\mathbf{s}} = \mathbf{0} \quad (10)$$

Trong đó: $\boldsymbol{\Phi}_s \in \mathbb{R}^{r \times n}$. Từ (10) suy ra:

$$\boldsymbol{\Phi}_s \ddot{\mathbf{s}} = -\dot{\boldsymbol{\Phi}}_s(\mathbf{s})\dot{\mathbf{s}} = \mathbf{p}_2(\mathbf{s}, \dot{\mathbf{s}}) \quad (11)$$

Các phương trình (8) và (11) có thể viết lại dưới dạng ma trận như sau:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \boldsymbol{\Phi}_s^T \\ \boldsymbol{\Phi}_s & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{s}} \\ \boldsymbol{\lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_1 \\ \mathbf{p}_2 \end{bmatrix} \quad (12)$$

Khi sử dụng các phương pháp số để giải hệ phương trình vi phân – đại số, sau mỗi bước tích phân, do sai số tính toán mà các giá trị $\mathbf{s}_k, \dot{\mathbf{s}}_k$ không còn thỏa mãn phương trình ràng buộc vị trí và vận tốc:

$$\mathbf{f}(s_k) \neq \mathbf{0}, \dot{\mathbf{f}}(s_k) \neq \mathbf{0} \quad (k = 1, 2, \dots) \quad (13)$$

Theo phương pháp ổn định hóa Baumgarte [11], thay vì giải phương trình:

$$\ddot{\mathbf{f}} = \mathbf{0} \quad (14)$$

Ta sẽ tiến hành giải phương trình:

$$\ddot{\mathbf{f}} + 2\alpha\dot{\mathbf{f}} + \beta^2\mathbf{f} = \mathbf{0}, \alpha > 0, \beta > 0 \quad (15)$$

Các số hạng $2\alpha\dot{\mathbf{f}}, \beta^2\mathbf{f}$ đóng vai trò các số hạng điều khiển. Nhờ việc giải phương trình (15) thay cho giải phương trình (14) ta sẽ khử dần hoặc khử hoàn toàn được sai số tích lũy trong quá trình tích phân.

Như vậy, hệ phương trình (12) được thay thế bằng hệ phương trình sau:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \Phi_s^T \\ \Phi_s & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{s}} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_1 \\ \tilde{\mathbf{p}}_2 \end{bmatrix} \quad (16)$$

với $\tilde{\mathbf{p}}_2(\dot{\mathbf{s}}, \mathbf{s}) = -\dot{\Phi}_s(\mathbf{s})\dot{\mathbf{s}} - 2\alpha\Phi_s(\mathbf{s})\dot{\mathbf{s}} - \beta^2\mathbf{f}(\mathbf{s}), \tilde{\mathbf{p}}_2(\dot{\mathbf{s}}, \mathbf{s}) \in \mathbb{R}^r \quad (17)$

Khi ta chọn α, β là các hằng số dương thì từ hệ phương trình vi phân (15) ta được $\mathbf{f} \rightarrow \mathbf{0}$ khi $t \rightarrow +\infty$. Khi đó, các điều kiện ràng buộc $\mathbf{f} = \mathbf{0}$ sẽ được đảm bảo tốt hơn tại mỗi bước tính. Sự ổn định các nghiệm của hệ phương trình (15) tại mỗi bước tính được đảm bảo. Lúc đầu Baumgarte chọn $\alpha = 5, \beta = 5$ và thấy kết quả tính khá tốt.

Theo kinh nghiệm thường chọn α, β từ 1 đến 20 hoặc $\alpha = 1/\Delta t, \beta = \sqrt{2}/\Delta t$ với Δt là bước tích phân. Phương pháp ổn định hóa Baumgarte nói chung đơn giản và có hiệu quả cao. Tuy nhiên, tại các giá trị kì dị động học, phương pháp này mới không cho các kết quả mong muốn.

Để khử các nhân tử Lagrange, biến đổi hệ phương trình vi phân đại số (16) về hệ phương trình vi phân thường với số phương trình bằng số tọa độ suy rộng dư của hệ ta nhắc lại nội dung của định lý trực giao [1, 12]. Theo định lý trực giao ta có hệ thức:

$$\Phi_s \mathbf{R} = \mathbf{0} \text{ hay } \mathbf{R}^T \Phi_s^T = \mathbf{0} \quad (18)$$

trong đó: $\Phi_q(\mathbf{s}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial q_1} & \frac{\partial f_1}{\partial q_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial q_f} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_r}{\partial q_1} & \frac{\partial f_r}{\partial q_2} & \dots & \frac{\partial f_r}{\partial q_f} \end{bmatrix}, \Phi_z(\mathbf{s}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial z_1} & \frac{\partial f_1}{\partial z_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial z_r} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_r}{\partial z_1} & \frac{\partial f_r}{\partial z_2} & \dots & \frac{\partial f_r}{\partial z_r} \end{bmatrix} \quad (19)$

$$\mathbf{R}(\mathbf{s}) = \begin{bmatrix} \mathbf{E} \\ -\Phi_z^{-1}\Phi_q \end{bmatrix} \quad (20)$$

với \mathbf{E} là ma trận đơn vị, $\mathbf{E} \in \mathbb{R}^f, \mathbf{R}(\mathbf{s}) \in \mathbb{R}^{n \times f}$. Như thế ta có:

$$\Phi_s = \begin{bmatrix} \Phi_q & \Phi_z \end{bmatrix}, \Phi_q \in \mathbb{R}^{r \times f}, \Phi_z \in \mathbb{R}^r \quad (21)$$

Hệ phương trình (16) có thể viết lại dưới dạng như sau:

$$\mathbf{M}(s)\ddot{\mathbf{s}} + \Phi_s^T(s)\lambda = \mathbf{p}_1(s, \dot{\mathbf{s}}, t) \quad (22)$$

$$\Phi_s(s)\dot{\mathbf{s}} = \tilde{\mathbf{p}}_2(\dot{\mathbf{s}}, s) \quad (23)$$

Nhân bên trái hai vế phương trình (22) với ma trận \mathbf{R}^T và chú ý đến tính trực giao (18), hệ phương trình (22), (23) được biến đổi về dạng:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{R}^T(s)\mathbf{M}(s) \\ \Phi_s(s) \end{bmatrix} \ddot{\mathbf{s}} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}^T \mathbf{p}_1(\dot{\mathbf{s}}, s, t) \\ \tilde{\mathbf{p}}_2(\dot{\mathbf{s}}, s) \end{bmatrix}. \quad (24)$$

Nếu ta đưa vào các ký hiệu:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}^T(s)\mathbf{M}(s) \\ \Phi_s(s) \end{bmatrix}, \mathbf{p}(\dot{\mathbf{s}}, s, t) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}^T(s)(\mathbf{p}_1(\dot{\mathbf{s}}, s, t)) \\ \tilde{\mathbf{p}}_2(\dot{\mathbf{s}}, s) \end{bmatrix} \quad (25)$$

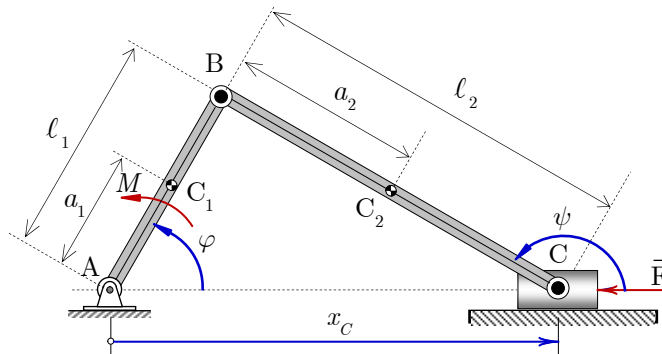
thì hệ phương trình (24) có dạng:

$$\mathbf{A}(s)\ddot{\mathbf{s}} = \mathbf{p}(\dot{\mathbf{s}}, s, t) \quad (26)$$

Hệ phương trình (26) là hệ phương trình vi phân thường của các tọa độ suy rộng dư \mathbf{s} . Như thế, ta đã biến đổi hệ phương trình vi phân - đại số (5), (6) về hệ phương trình vi phân thường (26). Hệ (26) là một hệ n phương trình vi phân thường. Chú ý rằng khi giải hệ phương trình này các điều kiện đầu của các tọa độ suy rộng phụ thuộc phải thỏa mãn các điều kiện liên kết. Việc tính toán các điều kiện đầu này đã được trình bày kỹ trong [1, 6].

3. PHƯƠNG TRÌNH CHUYỂN ĐỘNG CỦA CƠ CẤU TAY - QUAY CON TRƯỢT

Khảo sát cơ cấu tay quay – con trượt chuyển động trong mặt phẳng thẳng đứng như hình 1. Cơ cấu gồm có 3 khâu động với các khối lượng m_i ($i = 1, 2, 3$) và các mô men quán tính khối I_i ($i = 1, 2$). Các kích thước chiều dài và vị trí khối tâm lần lượt là $\ell_1, \ell_2, OC_1 = a_1, AC_2 = a_2$. Cơ cấu chuyển động dưới tác dụng của ngẫu lực có mô men \bar{M} lên tay quay và lực nằm ngang \vec{F} tác dụng lên con trượt C.



Hình 1. Cơ cấu tay quay – con trượt.

Đây là một hệ nhiều vật có cấu trúc mạch vòng với số bậc tự do của cơ cấu $f = 1$.

Chọn 3 tọa độ suy rộng dư $\mathbf{q} = [q_1 \quad q_2 \quad q_3]^T$ xác định vị trí của cơ cấu.

Trong đó, $q_1 = \varphi, q_2 = \psi, q_3 = x_C$. Từ hình vẽ, ta dễ dàng thiết lập các phương trình liên kết:

$$f_1(q_1, q_2, q_3) = l_1 \cos q_1 - l_2 \cos q_2 - q_3 = 0 \quad (27)$$

$$f_2(q_1, q_2, q_3) = l_1 \sin q_1 - l_2 \sin q_2 = 0 \quad (28)$$

Động năng của cơ cấu: $T = T_1 + T_2 + T_3$

trong đó: $T_1 = \frac{1}{2}(I_1 + m_1 a_1^2) \dot{q}_1^2, T_2 = \frac{1}{2} m_2 v_{C_2}^2 + \frac{1}{2} I_2 \omega_2^2$

$$T_2 = \frac{1}{2} m_2 [l_1^2 \dot{q}_1^2 + a_2^2 \dot{q}_2^2 - 2l_1 a_2 \dot{q}_1 \dot{q}_2 \cos(q_1 - q_2)] + \frac{1}{2} I_2 \dot{q}_2^2$$

$$T_3 = \frac{1}{2} m_3 v_3^2 = \frac{1}{2} m_3 \dot{q}_3^2$$

Từ đó biểu thức động năng có dạng:

$$T = \frac{1}{2}(I_1 + m_1 a_1^2 + m_2 l_1^2) \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2}(I_2 + m_2 a_2^2) \dot{q}_2^2 + \frac{1}{2} m_3 \dot{q}_3^2 - m_2 l_1 a_2 \dot{q}_1 \dot{q}_2 \cos(q_1 - q_2)$$

Thế năng của cơ cấu: $\Pi = m_1 g a_1 \sin q_1 + m_2 g l_1 \sin q_1 - m_2 g a_2 \sin q_2$

Công ảo của các lực hoạt động không thế: $\delta A = M \delta q_1 - F \delta q_3$

Lực suy rộng của các lực hoạt động không thế: $Q_1^* = M, Q_2^* = 0, Q_3^* = -F$

Thế các biểu thức động năng, thế năng, lực suy rộng và các phương trình liên kết vào các phương trình Lagrange dạng nhân tử:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_k} = Q_k - \sum_{i=1}^2 \lambda_i \frac{\partial f_i}{\partial q_k}, \quad (k = 1, 2, 3)$$

Ta suy ra hệ phương trình chuyển động của cơ cấu:

$$\begin{aligned} & (I_1 + m_1 a_1^2 + m_2 l_1^2) \ddot{q}_1 - m_2 l_1 a_2 \ddot{q}_2 \cos(q_1 - q_2) - m_2 l_1 a_2 \dot{q}_2^2 \sin(q_1 - q_2) \\ & + (m_1 a_1 + m_2 l_1) g \cos q_1 = M + \lambda_1 \sin q_1 + \lambda_2 l_1 \cos q_1 \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} & -m_2 l_1 a_2 \ddot{q}_1 \cos(q_1 - q_2) + (I_2 + m_2 a_2^2) \ddot{q}_2 + m_2 l_1 a_2 \dot{q}_1^2 \sin(q_1 - q_2) \\ & - m_2 g a_2 \cos q_2 = -\lambda_1 l_2 \sin q_2 + \lambda_2 l_2 \cos q_2 \end{aligned} \quad (30)$$

$$m_3 \ddot{q}_3 = -F + \lambda_1 \quad (31)$$

Các phương trình vi phân (29), (30), (31) và các phương trình đại số phi tuyến (27), (28) tạo thành hệ phương trình vi phân-đại số mô tả chuyển động cơ cấu tay quay con trượt.

4. MÔ PHỎNG SỐ VỚI CÁC ĐIỀU KIỆN ĐẦU KHÁC NHAU

Các phương trình vi phân – đại số (27) đến (31) ta có thể viết lại dưới dạng ma trận (12). Từ đó, khử các nhân tử Lagrange để được hệ 3 phương trình vi phân phi tuyến (26).

Sau đó, sử dụng phần mềm MATLAB giải hệ phương trình vi phân phi tuyến của hệ. Để nghiên cứu mô phỏng số ta chọn các tham số về hình học và khối lượng của cơ cấu theo tài liệu [2] và ghi lại trong bảng 1.

Bảng 1. Các tham số hình học và khối lượng của cơ cấu.

Khâu	Chiều dài ℓ_i [m]	Vị trí khối tâm a_i [m]	Khối lượng [kg]	Mô men quán tính khối đối với khối tâm [kgm^2]
1	2	0	200	450
2	3.5	1.75	35	35
3			25	

Ngoài ra cho biết [2]

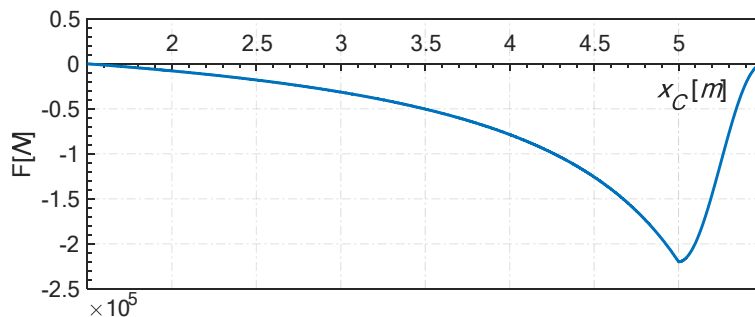
- Ngẫu lực phát động: $M = 41,450 + 0.01 \sin(\Omega t) [Nm]$, $\Omega = 2\pi \left[\frac{rad}{s} \right]$;

- Lực khí nén F là hàm của vận tốc và vị trí của con trượt C:

$$+ \text{ Khi } \dot{x}_C > 0 \text{ thì } F = \begin{cases} -\frac{282,857}{6 - x_C} + 62,857 & \text{ khi } 1.5 \leq x_C \leq 5 \\ -110,000 \left[1 - \sin 2\pi (x_C - 5.25) \right] & \text{ khi } 5 \leq x_C \leq 5.5 \end{cases}$$

+ Khi $\dot{x}_C \leq 0$ thì $F = 0$.

Đồ thị lực khí nén tác dụng lên con trượt được vẽ trên hình 2.

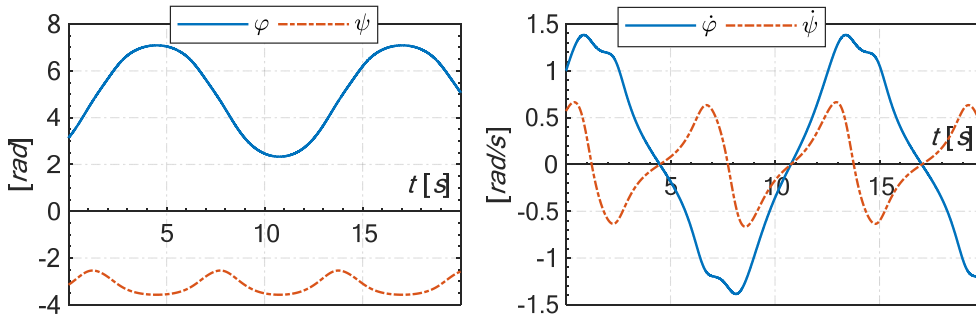


Hình 2. Đồ thị lực khí nén tác dụng lên con trượt.

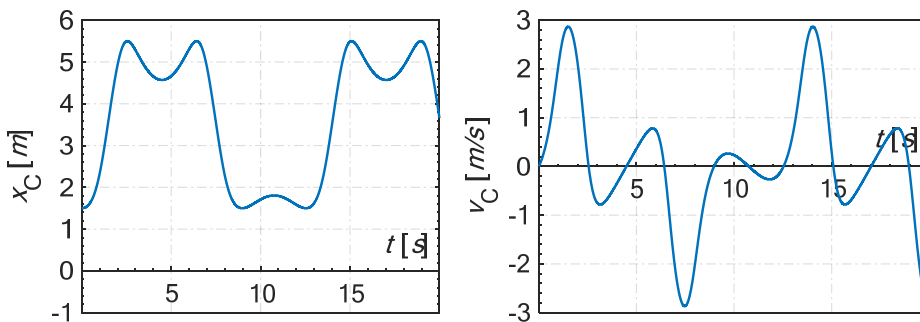
Sau đây trình bày một số kết quả nghiên cứu mô phỏng số, sử dụng phần mềm MATLAB.

Trường hợp 1 (Quay rung lắc của tay quay): $\varphi_0 = \pi [rad]$, $\dot{\varphi}_0 = 1 \left[\frac{rad}{s} \right]$.

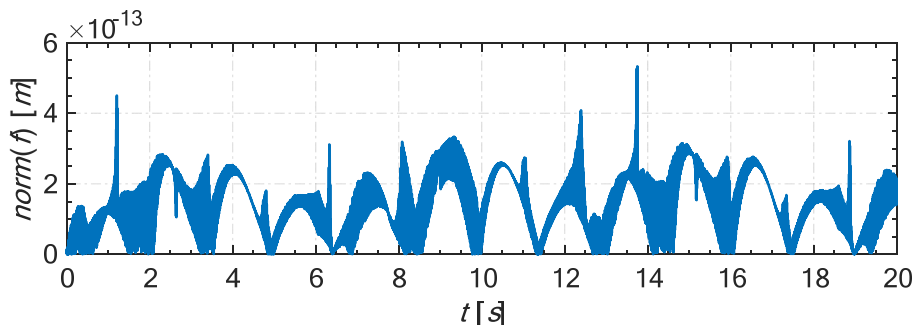
Sử dụng các phương trình liên kết (27) và (28) ta xác định được các điều kiện đầu của các tọa độ phụ thuộc $\psi(0)$, $\dot{\psi}(0)$, $x_C(0)$, $\dot{x}_C(0)$. Các kết quả mô phỏng số bằng phần mềm MATLAB được trình bày trên các hình 3 và 4. Trong đó, hình 3 là đồ thị góc quay $\varphi(t)$ của khâu dẫn AB, góc lắc $\psi(t)$ của khâu nối BC và vận tốc góc của chúng $\dot{\varphi}(t)$, $\dot{\psi}(t)$. Hình 4 cho biết quy luật chuyển động và vận tốc con trượt C. Từ hình 3 ta thấy khâu dẫn AB của cơ cấu không quay được toàn vòng.



Hình 3. Đồ thị chuyển động của tay quay và thanh truyền.



Hình 4. Đồ thị chuyển động của con trượt.



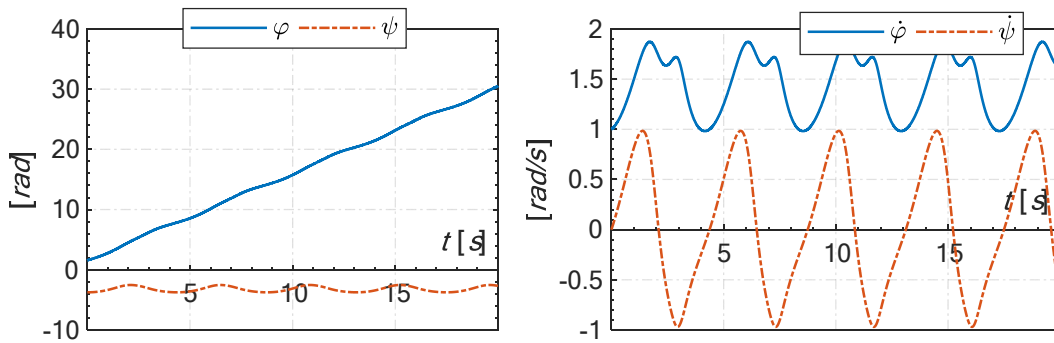
Hình 5. Phương trình liên kết.

Hình 5 cho ta biết độ chính xác của kết quả tính thông qua đồ thị của phương trình

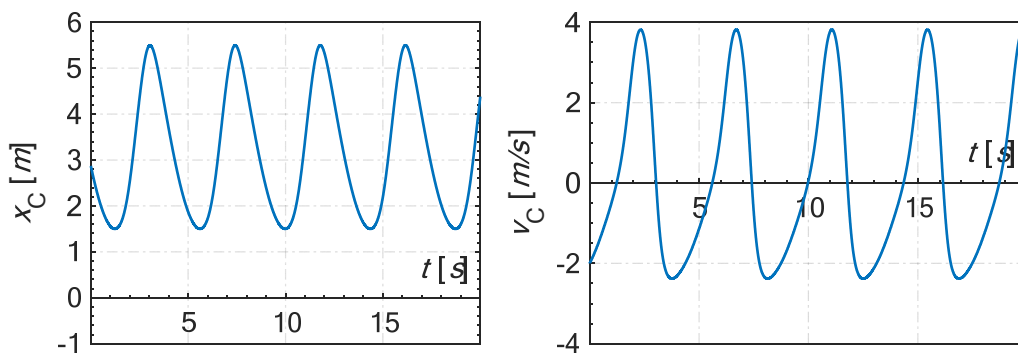
$$|f| = \sqrt{f_1^2 + f_2^2} \quad (32)$$

Trường hợp 2 (Quay toàn vòng của tay quay): $\varphi_0 = \frac{\pi}{2} [rad], \dot{\varphi}_0 = 1 [rad/s]$.

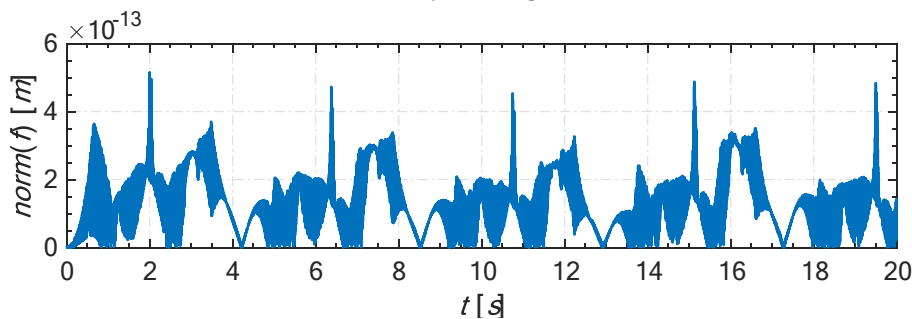
Mô phỏng số tương tự như trường hợp 1. Sử dụng các phương trình liên kết (27) và (28) ta xác định được các điều kiện đầu của các tọa độ phụ thuộc $\psi(0), \dot{\psi}(0), x_C(0), \dot{x}_C(0)$. Các kết quả mô phỏng số bằng phần mềm MATLAB được trình bày trên các hình 6 và 7. Trong đó, hình 6 là đồ thị góc quay $\varphi(t)$ của khâu dẫn AB, góc lắc $\psi(t)$ của khâu nối BC và vận tốc góc của chúng $\dot{\varphi}(t), \dot{\psi}(t)$. Hình 7 cho biết quy luật chuyển động và vận tốc con trượt C. Từ hình 6 ta thấy khâu dẫn AB của cơ cấu quay được toàn vòng.



Hình 6. Đồ thị chuyển động của tay quay và thanh truyền.



Hình 7. Đồ thị chuyển động của con trượt.

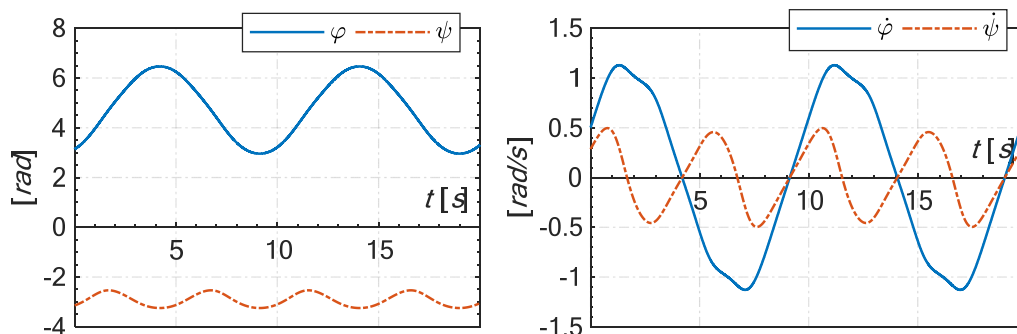


Hình 8. Phương trình liên kết.

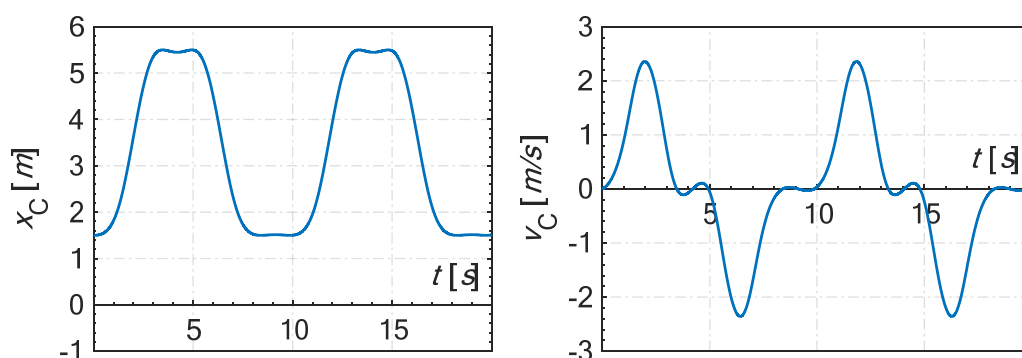
Hình 8 cho ta biết độ chính xác của kết quả tính thông qua đồ thị của chuẩn bậc hai của hai phương trình liên kết tính theo công thức (32).

Trường hợp 3 (Quay rung lắc của tay quay): $\varphi_0 = \pi [rad], \dot{\varphi}_0 = 0.5 [rad/s]$.

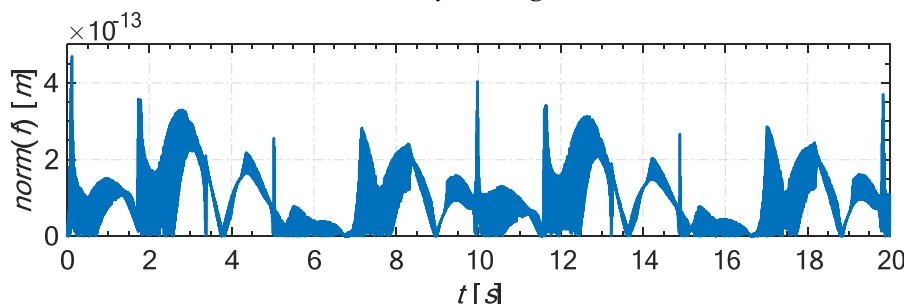
Mô phỏng số tương tự như trường hợp 1. Sử dụng các phương trình liên kết (27) và (28) ta xác định được các điều kiện đầu của các tọa độ phụ thuộc $\psi(0), \dot{\psi}(0), x_C(0), \dot{x}_C(0)$. Các kết quả mô phỏng số bằng phần mềm MATLAB được trình bày trên các hình 9 và 10. Trong đó, hình 9 là đồ thị góc quay $\varphi(t)$ của khâu dẫn AB, góc lắc $\psi(t)$ của khâu nối BC và vận tốc góc của chúng $\dot{\varphi}(t), \dot{\psi}(t)$. Hình 10 cho biết quy luật chuyển động và vận tốc con trượt C. Từ hình 9 ta thấy khâu dẫn AB của cơ cấu không quay được toàn vòng.



Hình 9. Đồ thị chuyển động của tay quay và thanh truyền.



Hình 10. Đồ thị chuyển động của con trượt.

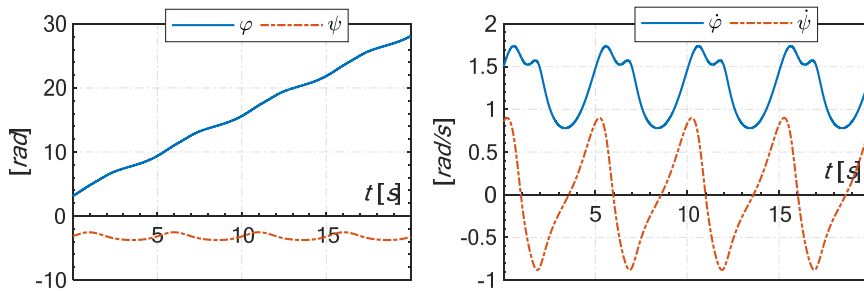


Hình 11. Phương trình liên kết.

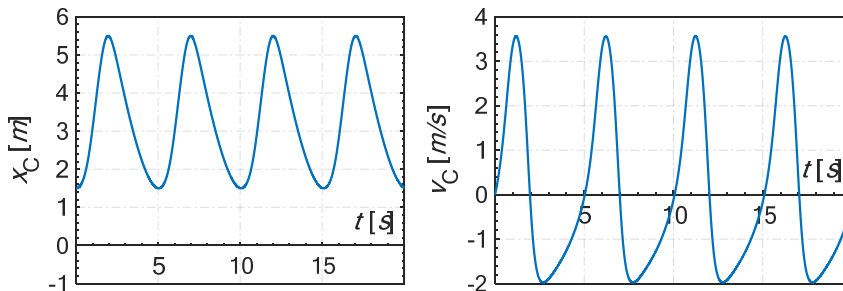
Hình 11 cho ta biết độ chính xác của kết quả tính thông qua đồ thị của chuẩn bậc hai của hai phương trình liên kết tính theo công thức (32).

Trường hợp 4 (Quay toàn vòng của tay quay): $\varphi_0 = \pi [rad], \dot{\varphi}_0 = 1.5 [rad/s]$.

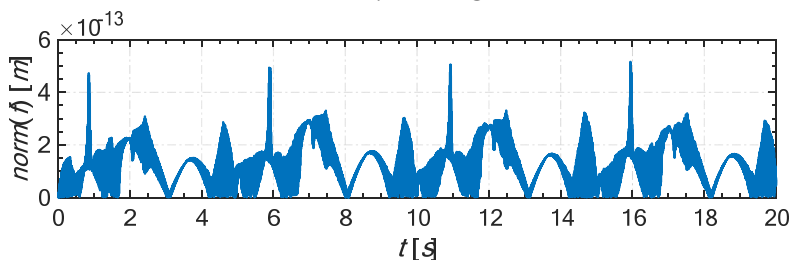
Mô phỏng số tương tự như trường hợp 1. Sử dụng các phương trình liên kết (27) và (28) ta xác định được các điều kiện đầu của các tọa độ phụ thuộc $\psi(0), \dot{\psi}(0), x_C(0), \dot{x}_C(0)$. Các kết quả mô phỏng số bằng phần mềm MATLAB được trình bày trên các hình 12 và 13. Trong đó, hình 12 là đồ thị góc quay $\varphi(t)$ của khâu dẫn AB, góc lắc $\psi(t)$ của khâu nối BC và vận tốc góc của chúng $\dot{\varphi}(t), \dot{\psi}(t)$. Hình 13 cho biết quy luật chuyển động và vận tốc con trượt C. Từ hình 12 ta thấy khâu dẫn AB của cơ cấu quay được toàn vòng.



Hình 12. Đồ thị chuyển động của tay quay và thanh trượt.



Hình 13. Đồ thị chuyển động của con trượt.



Hình 14. Phương trình liên kết.

Hình 14 cho ta biết độ chính xác của kết quả tính thông qua đồ thị của chuẩn bậc hai của hai phương trình liên kết tính theo công thức (32).

5. KẾT LUẬN

Các phương trình vi phân mô tả chuyển động của hệ nhiều vật có cấu trúc mạch vòng nói chung là hệ phương trình vi phân phi tuyến mạnh [4]. Như đã biết trong động lực học phi tuyến, nghiệm của các phương trình này phụ thuộc vào lưu vực hút [8-10]. Trong bài báo này nhờ kỹ thuật mô phỏng số, ta thấy sự phụ thuộc của các dạng chuyển động của cơ cấu tay quay con trượt vào các điều kiện đầu. Tuy các tham số động học và khối lượng của cơ cấu như nhau, lực tác dụng lên cơ cấu như nhau nhưng dạng chuyển động của cơ cấu rất khác nhau, phụ thuộc vào các điều kiện đầu: khâu dẫn của cơ cấu có thể quay toàn vòng mà cũng có thể quay dao động. Việc tìm hiểu các tính chất này của chuyển động cơ cấu tay - quay con trượt không gian và nhiều cơ cấu khác đang được nghiên cứu ở Bộ môn Cơ học ứng dụng, Trường Đại học Bách khoa Hà Nội.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. Nguyễn Văn Khang, “Động lực học hệ nhiều vật (in lần thứ 2)”, NXB Khoa học và Kỹ thuật Hà Nội (2017).

- [2]. E. J. Haug, “*Computer Aided Kinematics and Dynamics of Mechanical Systems, Vol.1: Basic Methods*”, Allyn and Bacon, Boston (1989).
- [3]. J. G. De Jalon, E. Bayo, “*Kinematic and Dynamic Simulation of Multibody Systems*”, Springer-Verlag, New York (1994).
- [4]. W. Schiehlen, P. Eberhard, “*Applied Dynamics*”, Springer-Verlag, Berlin (2014).
- [5]. T. R. Kane, D. A. Levinson, “*Dynamics/ Theory and Applications*”, McGraw-Hill, New York (1985).
- [6]. Nguyen Van Khang, “*Ein Beitrag zur dynamischen Analyse ebener Koppelgetriebe mit mehreren Freiheitsgraden mit Hilfe der numerischen Lösung der Bewegungsdifferentialgleichungen*”, Diss. A, TH Karl-Marx-Stadt (1973).
- [7]. Nguyen Van Khang, “*Kronecker product and a new matrix form of Lagrange equations with multipliers for constrained multibody systems*”, *Mechanics Research Communications* **38** (2011), pp. 294-299.
- [8]. W. Schiehlen (Editor), “*Nonlinear Dynamics in Engineering Systems*”, Springer, Berlin (1989).
- [9]. S. H. Strogatz, “*Nonlinear Dynamics and Chaos*”, Westview Press (2000)
- [10]. Nguyễn Văn Đạo, Trần Kim Chi, Nguyễn Dũng, “*Nhập môn động lực học phi tuyến và chuyển động hỗn độn*”, NXB Đại học Quốc gia Hà Nội (2005).
- [11]. J. Baumgarte, “*Stabilization of constraints and integrals of motion in dynamic systems*”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **1** (1972), pp. 1-16.
- [12]. W. Blajer, W. Schiehlen, W. Schirm, “*A projective criterion to the coordinate partitioning method for multibody dynamics*”, *Archive of Applied Mechanics*, **64** (1994), pp. 86-98.

ABSTRACT

INFLUENCE OF INITIAL CONDITIONS ON MOVEMENT BEHAVIORS OF THE SLIDE-CRANK MECHANISM

Closed loop multibody systems are strong nonlinear systems. In strong nonlinear systems with the same system parameters, there may be many different solutions depending on the initial conditions. The mechanism is typical form of closed loop multibody systems. The determination of the rotational movement of the drive element of the mechanism is an interesting problem in machine dynamics. Using Lagrangian equations with multipliers, the equations of motion of the slide-crank mechanism have been established. The multiplier partitioning method is used to eliminate Lagrangian multiplier and to transform the differential - algebraic equations into ordinary differential equations. In order to study the dependence of the motion of the mechanism on the initial conditions, we solve the system of differential equations for motion of mechanism with different initial conditions. Numerical simulation results using MATLAB® software show the influence of initial conditions on the rotational motion of the mechanism.

Keywords: Lagrangian equations with multipliers; Strong nonlinear systems; Differential - algebraic equations; Baumgarte stabilization method; Rotational motion.

Nhận bài ngày 14 tháng 02 năm 2018

Hoàn thiện ngày 18 tháng 3 năm 2018

Chấp nhận đăng ngày 20 tháng 3 năm 2018

Địa chỉ: ¹ Trường Đại học Bách khoa Hà Nội;
² Khoa Khoa học cơ bản, Trường Đại học Mỏ - Địa chất.
* Email: khng.nguyenvan2@hust.edu.vn.