

ĐIỀU KHIỂN HỆ CON LẮC NGƯỢC - XE SỬ DỤNG ĐẠI SỐ GIA TỬ

CONTROL OF AN INVERTED PENDULUM - CART SYSTEM USING HEDGE ALGEBRAS

Bùi Hải Lê¹, Phạm Minh Nam¹,
Bùi Thanh Lâm^{2,*}

TÓM TẮT

Cơ cấu con lắc ngược đặt trên xe là một hệ hạt dẫn động phi tuyến thường được dùng như một đối tượng nghiên cứu tiêu chuẩn và điển hình trong điều khiển. Lý thuyết Đại số gia tử (Hedge Algebras - HA) được phát triển từ năm 1990 với nhiều ưu điểm và đã được ứng dụng vào điều khiển từ năm 2008. Trong bộ điều khiển dựa trên Đại số gia tử (Hedge algebras based controller - HAC), các giá trị ngôn ngữ trong cơ sở luật có thể được thay thế tương đương bằng các giá trị ảnh xạ ngữ nghĩa định lượng (semantically quantifying mapping - SQM) và vì vậy cơ sở luật có thể được biểu diễn dưới dạng một lưới số 3 chiều. Việc xác định biến điều khiển từ các biến trạng thái được thực hiện dựa trên lưới số này sử dụng các phép nội suy tuyến tính. Đây là một ưu điểm nổi bật của HAC so với bộ điều khiển mờ truyền thống, sử dụng các phép tính tương đối rắc rối về thao tác. Trong bài báo này, bài toán điều khiển cân bằng hệ con lắc ngược - xe sử dụng Đại số gia tử được trình bày, trong đó các kết quả mô phỏng được so sánh với kết quả thu được từ bộ điều khiển LQR.

Từ khóa: Điều khiển, con lắc ngược - xe, Đại số gia tử.

ABSTRACT

The inverted pendulum - cart mechanism is an under actuated and non-linear system and it is usually used as a benchmark model in control. Hedge Algebras (HA) theory has been developed since 1990 with many advantages. It has been applied in control since 2008. In the Hedge algebras based controller (HAC), linguistic values in rule base are represented by their semantically quantifying mappings (SQM) and hence numerical representation of the rule base can be described in term of a grid of nodes. Determination of control variable from given state variables is performed based on this grid using linear interpolations. This is an advantage of HAC. In this report, the problem of stable control of an inverted pendulum - cart system using HA is presented, in which simulation results of the controller HAC are also compared with those of the controller LQR.

Keywords: Control, inverted pendulum - cart, Hedge Algebras.

¹Viện Cơ khí, Trường Đại học Bách khoa Hà Nội

²Khoa Cơ khí, Trường Đại học Công nghiệp Hà Nội

*Email: thanhlam710@gmail.com

Ngày nhận bài: 20/12/2019

Ngày nhận bài sửa sau phản biện: 07/3/2019

Ngày chấp nhận đăng: 25/4/2019

1. GIỚI THIỆU

Các hệ con lắc nói chung và hệ con lắc ngược đặt trên xe nói riêng là các mô hình phi tuyến mất cân bằng điển

hình và chúng thường được coi là các đối tượng chuẩn để kiểm nghiệm hiệu quả của các phương pháp điều khiển. Nhiều nghiên cứu về điều khiển các hệ con lắc ngược đặt trên xe đã được công bố.

Bộ điều khiển mờ để điều khiển cân bằng hệ con lắc ngược hạt dẫn động đặt trên xe được trình bày trong [1] dựa trên các mô đun luật đầu vào đơn SIRMs (Single Input Rule Modules) kết nối với mô hình suy luận mờ, trong đó bộ điều khiển mờ có 4 đầu vào, mỗi đầu vào có một SIRM và một trọng số. Trong [2], bộ điều khiển mờ với 6 đầu vào và 1 đầu ra được đề xuất để điều khiển cân bằng hệ 2 con lắc ngược song song đặt trên xe. Một cách tiếp cận điều khiển mờ của các hệ thời gian rời rạc dựa trên không gian trạng thái sử dụng hàm tiếp tuyến hyperbol được đề xuất trong [3] để điều khiển cân bằng một hệ con lắc ngược - xe. Trong [4] trình bày về bộ điều khiển mờ để điều khiển hệ con lắc ngược - xe sử dụng lập trình Java. Bộ điều khiển mờ gồm 3 thành phần để điều khiển góc lệch của con lắc và vị trí của xe của một cơ cấu con lắc ngược đặt trên xe được đề xuất trong [5]. Bộ điều khiển mờ thích nghi để điều khiển cân bằng và chuyển động của một hệ con lắc ngược có bánh xe với các tham số không chắc chắn được nghiên cứu trong [6]. Trong [7], bộ điều khiển bù phân bố song song mờ được đề xuất để điều khiển cân bằng hệ con lắc ngược đặt trên xe.

Điều khiển mờ, dựa trên lý thuyết tập mờ được Zadeh giới thiệu vào năm 1965, có nhiều ưu điểm như linh hoạt và đơn giản trong thiết kế, hiệu quả điều khiển cao, đảm bảo độ ổn định và bền vững khi điều khiển các hệ phức tạp, phi tuyến và có các tham số không chắc chắn. Vì vậy, nó được sử dụng rộng rãi các hệ điều khiển quá trình với nhiều ứng dụng khác nhau [8]. Tuy nhiên, một bộ điều khiển mờ truyền thống (conventional fuzzy controller - FC) cũng có nhiều điểm hạn chế như: đòi hỏi thời gian tính toán lâu, thứ tự ngữ nghĩa vốn có của các giá trị ngôn ngữ của một biến ngôn ngữ không được đảm bảo chặt chẽ và các bước mờ hóa và giải mờ khá rắc rối về mặt thao tác [9, 10].

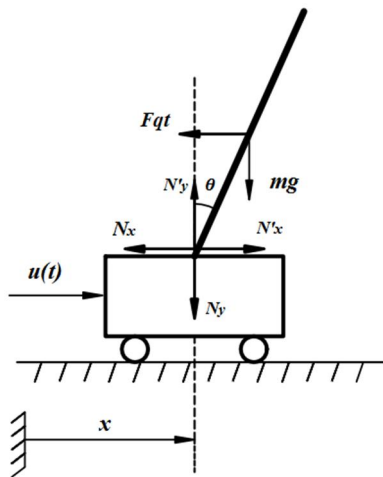
Lý thuyết HA được phát minh từ năm 1990 [11] để mô hình hóa ngữ nghĩa dựa trên thứ tự của các giá trị ngôn ngữ của các biến ngôn ngữ. Mỗi tập giá trị ngôn ngữ có thể được coi là một cấu trúc HA [12]. Một trong những đặc trưng của một cấu trúc HA là thứ quan hệ thứ tự vốn có của

các giá trị ngôn ngữ của mỗi biến ngôn ngữ luôn được đảm bảo. Giá trị số định lượng ngữ nghĩa của của những giá trị ngôn ngữ này có thể được xác định bởi ánh xạ ngữ nghĩa định lượng (semantically quantifying mapping - SQM) dựa trên một vài tham số mờ của mỗi biến ngôn ngữ thay vì sử dụng các tập mờ [13-16]. Vì vậy, một hệ luật mờ có thể được mô tả dưới dạng một hệ luật số [17] hoặc một lưới số [10]. Sơ đồ điều khiển của HAC và FC là giống nhau, và ngoài ra, HAC đơn giản và thuận tiện hơn khi thiết lập, tính cấu trúc cao hơn, tường minh hơn trong thực hiện so với FC [10]. Như vậy, HAC có thể dễ dàng ứng dụng vào lĩnh vực điều khiển quá trình nói chung và trong điều khiển các mô hình cơ học nói riêng, ví dụ trong điều khiển tối ưu con lắc ngược [18], trong điều khiển chủ động nhà cao tầng chịu tải động đất [10, 19-21] hay trong điều khiển điện áp của máy phát từ tự kích [12].

Trong bài báo này, các tác giả trình bày về điều khiển cân bằng hệ con lắc ngược gắn trên xe sử dụng bộ điều khiển dựa trên đại số gia tử, trong đó, góc lệch/vận tốc góc của con lắc và vị trí/vận tốc của xe được điều khiển đồng thời.

2. MÔ HÌNH CON LẮC NGƯỢC GẮN TRÊN XE

Xét mô hình con lắc ngược gắn trên xe chuyển động thẳng như hình 1. Bỏ qua ma sát giữa xe và đường cũng như ma sát giữa xe và con lắc. Các thông số của hệ gồm: m_0 - khối lượng của xe; m - khối lượng của thanh; l - chiều dài của thanh; I - mô men quán tính đối với tâm của thanh; φ - góc hợp bởi thanh với mặt phẳng thẳng đứng; $u(t)$ - lực điều khiển; l_c - khoảng cách từ O đến trọng tâm C của thanh.



Hình 1. Mô hình con lắc ngược gắn trên xe

Quan hệ giữa vị trí, vận tốc, gia tốc của thanh với vị trí, vận tốc, gia tốc của xe và góc φ như sau:

$$\begin{aligned}x_G &= x + l_c \sin \varphi; y_G = l_c \cos \varphi; \dot{x}_G = \dot{x} + l_c \cos \varphi \cdot \dot{\varphi}; \\ \dot{y}_G &= -l_c \sin \varphi \cdot \dot{\varphi}; \ddot{x}_G = \ddot{x} - l_c \sin \varphi \cdot \dot{\varphi}^2 + l_c \cos \varphi \cdot \ddot{\varphi}; \\ \ddot{y}_G &= -l_c \cos \varphi \cdot \dot{\varphi}^2 - l_c \sin \varphi \cdot \ddot{\varphi}\end{aligned}\quad (1)$$

Phương trình chuyển động theo phương x của xe và thanh:

$$u - N_x = m_0 \ddot{x}; N_x = m \ddot{x}_G \quad (2)$$

Thay \ddot{x}_G ở trên vào ta được:

$$\begin{aligned}u - N_x &= u - m(\ddot{x} - l_c \sin \varphi \cdot \dot{\varphi}^2 + l_c \cos \varphi \cdot \ddot{\varphi}) = m_0 \ddot{x} \\ \Rightarrow \ddot{x} &= \frac{u + m l_c \sin \varphi \cdot \dot{\varphi}^2 - m l_c \cos \varphi \cdot \ddot{\varphi}}{m_0 + m}\end{aligned}\quad (3)$$

Phương trình cân bằng momen của thanh:

$$I_0 \ddot{\varphi} = -F_{qt} l_c \cos \varphi + m g l_c \sin \varphi \quad (4)$$

Trong đó:

$$\begin{aligned}I_0 &= I + m l_c^2 = \frac{4}{3} m l_c^2; \\ F_{qt} &= m \ddot{x} = m \frac{u + m l_c \sin \varphi \cdot \dot{\varphi}^2 - m l_c \cos \varphi \cdot \ddot{\varphi}}{m_0 + m}\end{aligned}\quad (5)$$

Thay \ddot{x} vào (5), suy ra:

$$\begin{aligned}(I + m l_c^2) \ddot{\varphi} &= -m \frac{u + m l_c \sin \varphi \cdot \dot{\varphi}^2 - m l_c \cos \varphi \cdot \ddot{\varphi}}{m_0 + m} l_c \cos \varphi \\ &\quad + m g l_c \sin \varphi\end{aligned}\quad (6)$$

Như vậy:

$$\begin{aligned}(m_0 + m) \ddot{x} + m l_c \cos \varphi \ddot{\varphi} &= u(t) + m l_c \dot{\varphi}^2 \sin \varphi \\ m l_c \cos \varphi \ddot{x} + (m l_c^2 + I) \ddot{\varphi} &= m l_c g \sin \varphi\end{aligned}\quad (7)$$

Suy ra:

$$\begin{aligned}\ddot{x} &= \frac{(u(t) + m l_c \dot{\varphi}^2 \sin \varphi)(m l_c^2 + I) - m^2 l_c^2 g \sin \varphi \cos \varphi}{(m_0 + m)(m l_c^2 + I) - m^2 l_c^2 \cos^2 \varphi} \\ \ddot{\varphi} &= \frac{(m_0 + m) m l_c g \sin \varphi - m l_c \cos \varphi (u(t) + m l_c \dot{\varphi}^2 \sin \varphi)}{(m_0 + m)(m l_c^2 + I) - m^2 l_c^2 \cos^2 \varphi}\end{aligned}\quad (8)$$

Đặt các biến trung gian như sau:

$$x_1 = x, x_2 = \dot{x}, x_3 = \varphi, x_4 = \dot{\varphi}$$

Từ đó ta có phương trình trạng thái của hệ:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{(u(t) + m l_c x_4^2 \sin x_3)(m l_c^2 + I) - m^2 l_c^2 g \sin x_3 \cos x_3}{(m_0 + m)(m l_c^2 + I) - m^2 l_c^2 \cos^2 x_3} \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= \frac{(m_0 + m) m l_c g \sin x_3 - m l_c \cos x_3 (u(t) + m l_c x_4^2 \sin x_3)}{(m_0 + m)(m l_c^2 + I) - m^2 l_c^2 \cos^2 x_3}\end{aligned}\quad (9)$$

Mục tiêu điều khiển cân bằng của hệ là đưa các biến trạng thái $x_i \rightarrow 0$ khi một số các biến trạng thái khác không, $i = 1 \div 4$.

3. BỘ ĐIỀU KHIỂN DỰA TRÊN ĐẠI SỐ GIA TỬ - HAC

Xét cấu trúc đại số gia tử AX của một biến ngôn ngữ X:

$$AX = (X, G, C, H, \leq) \quad (10)$$

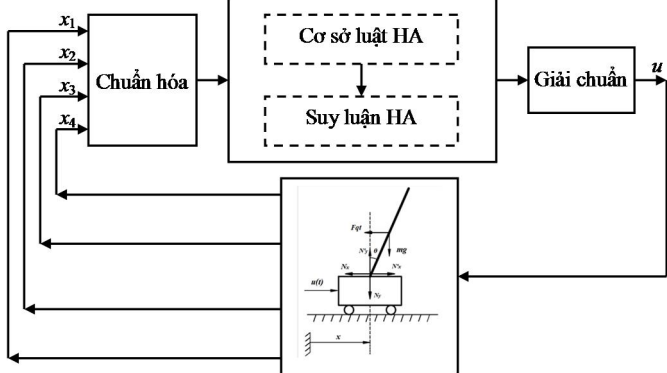
trong đó $G = \{\text{Negative, Positive}\} = \{c^-, c^+\}$ là tập các nhãn gốc; $C = \{0, W, 1\}$ với 0 , W và 1 lần lượt là các hằng số *absolutely Negative*, *neutral* và *absolutely Positive*; $H = \{\text{Very, Little}\} = H^+ \cup H^-$ là tập các gia tử; và \leq là quan hệ thứ tự của X.

Các định nghĩa, định lý và các công thức cơ bản của lý thuyết HA trong [11, 13, 15, 16, 22-25] cho phép xác định tất cả ánh xạ ngữ nghĩa định lượng (semantically quantifying mapping – SQM) có thể có của các giá trị ngôn ngữ của biến ngôn ngữ X. Trong trường hợp $fm(c^-)$ và $\mu(h^-) = 0,5$, các giá trị ngôn ngữ điển hình với các SQM của X được thể hiện trên bảng 1, trong đó $fm(c^-)$ là độ đo tính mờ của c^- và $\mu(h^-)$ là độ đo tính mờ của h^- và N, P, V và L lần lượt là các kí hiệu của Negative, Positive, Very và Little.

Bảng 1. Các giá trị ngôn ngữ điển hình

Giá trị ngôn ngữ	VN	N	LN	W	LP	P	VP
SQM	0,125	0,25	0,375	0,5	0,625	0,75	0,875

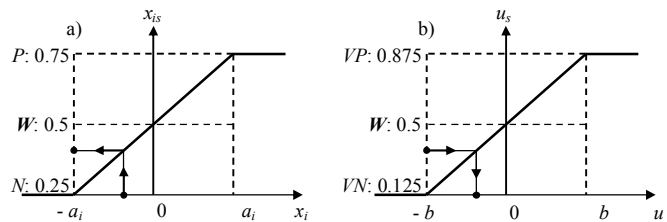
Tiếp theo, bộ điều khiển HAC gồm 4 biến trạng thái ($x_i, i=1\div 4$) và 1 biến điều khiển (u), được trình bày với sơ đồ điều khiển như trên Hình 2. Giả thiết rằng các khoảng xác định của các biến trạng thái và điều khiển được cho như sau: $x_i \in [-a_i, a_i], i=1\div 4$ và $u \in [-b, b]$. Các giá trị ngôn ngữ với SQM của các biến được lựa chọn như trên bảng 2 (ký hiệu là “•”). Sơ đồ chuẩn hóa của các biến trạng thái, chuyển đổi từ miền xác định sang miền SQM, thể hiện trên hình 3a, trong đó x_{is} là giá trị SQM của x_i . Cơ sở luật mờ HA gồm 81 luật được thể hiện trên bảng 3 [26].



Hình 2. Sơ đồ điều khiển HAC

Bảng 2. Các giá trị ngôn ngữ được lựa chọn

Biến ngôn ngữ	VN: 0,125	N: 0,25	LN: 0,375	W: 0,5	LP: 0,625	P: 0,75	VP: 0,875
x_1		•		•		•	
x_2		•		•		•	
x_3		•		•		•	
x_4		•		•		•	
u	•	•	•	•	•	•	•



Hình 3. Sơ đồ chuẩn hóa của các biến trạng thái (a) và giải chuẩn của biến điều khiển (b)

Bảng 3. Cơ sở luật mờ HA

TT	x_1	x_2	x_3	x_4	u	TT	x_1	x_2	x_3	x_4	u	TT	x_1	x_2	x_3	x_4	u
1	N	N	N	N	VN	28	W	N	N	N	VN	55	P	N	N	N	N
2	N	N	N	W	VN	29	W	N	N	W	N	56	P	N	N	W	LN
3	N	N	N	P	N	30	W	N	N	P	LN	57	P	N	N	P	W
4	N	N	W	N	VN	31	W	N	W	N	N	58	P	N	W	N	LN
5	N	N	W	W	N	32	W	N	W	W	LN	59	P	N	W	W	W
6	N	N	W	P	LN	33	W	N	W	P	W	60	P	N	W	P	LP
7	N	N	P	N	N	34	W	N	P	N	LN	61	P	N	P	N	W
8	N	N	P	W	LN	35	W	N	P	W	W	62	P	N	P	W	LP
9	N	N	P	P	VN	36	W	N	P	P	LP	63	P	N	P	P	P
10	N	W	N	N	VN	37	W	W	N	N	N	64	P	W	N	N	LN
11	N	W	N	W	N	38	W	W	N	W	LN	65	P	W	N	W	W
12	N	W	N	P	LN	39	W	W	N	P	W	66	P	W	N	P	LP
13	N	W	W	N	N	40	W	W	W	N	LN	67	P	W	W	N	W
14	N	W	W	W	LN	41	W	W	W	W	W	68	P	W	W	W	LP
15	N	W	W	P	W	42	W	W	W	P	LP	69	P	W	W	P	P
16	N	W	P	N	LN	43	W	W	P	N	W	70	P	W	P	N	LP
17	N	W	P	W	W	44	W	W	P	W	LP	71	P	W	P	W	P
18	N	W	P	P	LP	45	W	W	P	P	LP	72	P	W	P	P	VP
19	N	P	N	N	N	46	W	P	N	N	P	73	P	P	N	N	VP
20	N	P	N	W	LN	47	W	P	N	W	LN	74	P	P	N	W	LP
21	N	P	N	P	W	48	W	P	N	P	LP	75	P	P	N	P	P
22	N	P	W	N	LN	49	W	P	W	N	W	76	P	P	W	N	LP
23	N	P	W	W	W	50	W	P	W	W	LP	77	P	P	W	W	P
24	N	P	W	P	LP	51	W	P	W	P	P	78	P	P	W	P	VP
25	N	P	P	N	W	52	W	P	P	N	LP	79	P	P	P	N	P
26	N	P	P	W	LP	53	W	P	P	W	P	80	P	P	P	W	VP
27	N	P	P	P	P	54	W	P	P	P	VP	81	P	P	P	P	VP

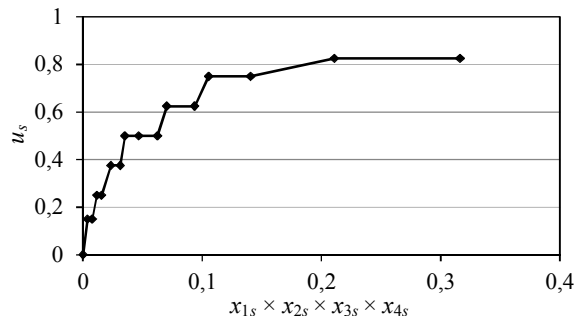
Suy luận HA để tính toán giá trị SQM u_s của biến điều khiển u sử dụng phép nhân. Ví dụ với luật 22 ta có:

Nếu $x_1 = N, x_2 = P, x_3 = W$ và $x_4 = N$ thì $u = LN$

Khi sử dụng phép nhân trong miền SQM ta có:

Nếu $x_{1s} \times x_{2s} \times x_{3s} \times x_{4s} = 0,25 \times 0,625 \times 0,5 \times 0,25 = 0,01953125$ thì $u_s = 0,375$

Sơ đồ suy luận HA sử dụng phép nhân được thể hiện trên hình 4.



Hình 4. Sơ đồ suy luận HA sử dụng phép nhân

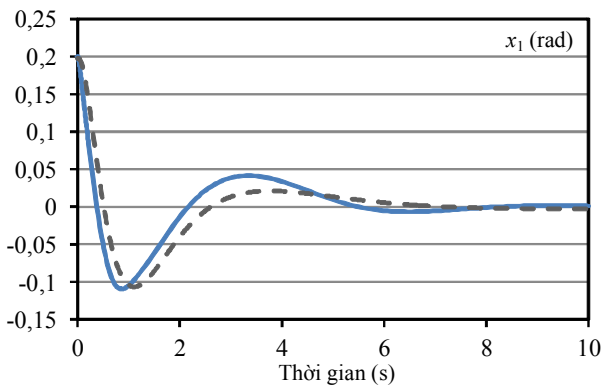
Giá trị SQM u_s thu được phải được chuyển đổi sang giá trị thực của biến điều khiển. Bước này có thể sử dụng lại bước chuẩn hóa, gọi là bước giải chuẩn, xem hình 3b.

4. KẾT QUẢ SỐ

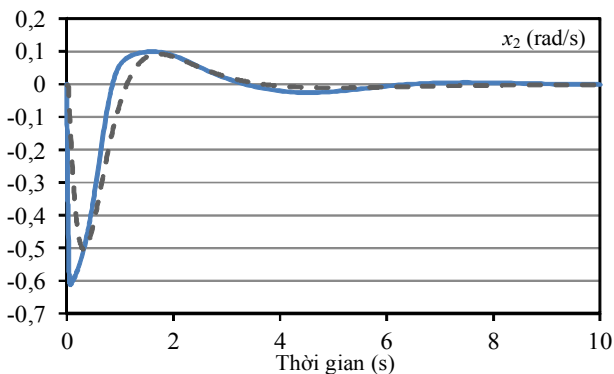
Các tham số của mô hình con lắc ngược đặt trên xe và của bộ điều khiển được cho như sau: $m_0 = 1\text{kg}$, $m = 0,1\text{kg}$, $g = 9,81\text{m/s}^2$, $l_c = 1\text{m}$; $a_1 = 3\text{m}$, $a_2 = 3\text{m/s}$, $a_3 = 0,3\text{rad}$, $a_4 = 1\text{rad/s}$ và $b = 40\text{N}$.

Kết quả đáp ứng theo thời gian của góc lệch và vận tốc góc của con lắc và vị trí và vận tốc của của xe với 2 bộ điều khiển HAC và LQR được lần lượt thể hiện trên các hình 5-8. Trong đó, véc tơ hệ số K của bộ điều khiển LQR được tính toán như sau:

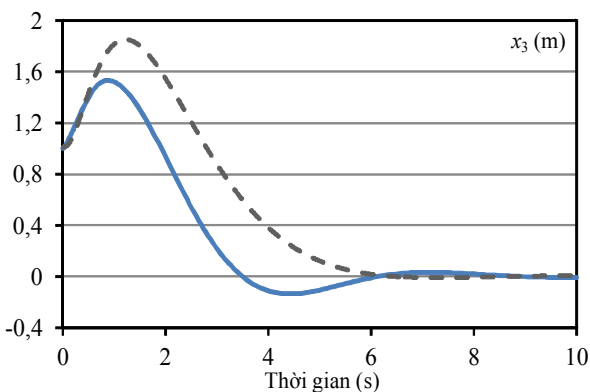
$$K = [-1 \quad -2,4644 \quad -36,9505 \quad -13,0522] \quad (11)$$



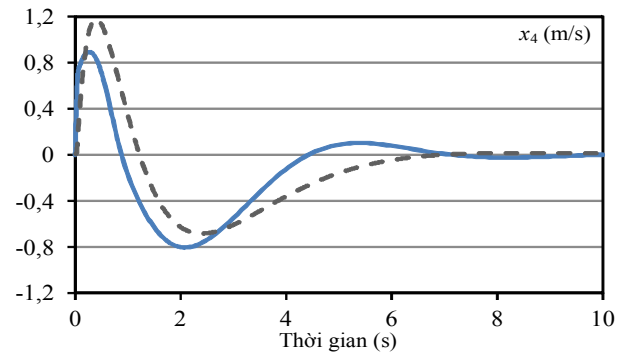
Hình 5. Góc lệch của con lắc, nét liền: HAC, nét đứt: LQR



Hình 6. Vận tốc góc của con lắc, nét liền: HAC, nét đứt: LQR



Hình 7. Vị trí của xe, nét liền: HAC, nét đứt: LQR



Hình 8. Vận tốc của xe, nét liền: HAC, nét đứt: LQR

Thời gian tính toán (CPU time) của các bộ điều khiển được thể hiện trên bảng 4. Trong đó, các mô phỏng được thực hiện trên máy tính có vi xử lý Core i7-2640M, bộ nhớ RAM 8GB với thời gian mô phỏng 10s và bước thời gian (timestep) 0,01s.

Bảng 4. Thời gian tính toán (CPU time), s

HAC	4,23
LQR	32,77

Qua các kết quả mô phỏng số, có thể thấy rằng:

- Bộ điều khiển HAC hoạt động đơn giản, tường minh vì đều sử dụng các phép nội suy tuyến tính (hình 3 và 4). Cơ chế suy luận HA trên hình 4 cho phép xác định nhanh và dễ dàng biến điều khiển từ các biến trạng thái đầu vào.

- Hiệu quả điều khiển của HAC tương đương với LQR. Điểm vọt lố của vị trí và vận tốc xe của HAC thấp hơn so với LQR.

- Đặc biệt, thời gian tính toán (CPU time) của HAC nhanh hơn nhiều so với LQR, mặc dù biến điều khiển u theo LQR là một biểu thức tường minh. Đây là một lợi thế của HAC khi ứng dụng vì trong thực tế điều khiển yếu tố trễ (trong đó có nguyên nhân do CPU time) là không thể tránh khỏi.

- Hệ luật điều khiển gồm 81 luật của HAC trong bài báo này tương đối khó hình dung và thiết lập nếu chỉ dựa vào kinh nghiệm chuyên gia nên cần có sự cải tiến hệ luật này.

5. KẾT LUẬN

Bài báo này trình bày về bài toán điều khiển cân bằng của hệ con lắc ngược đặt trên xe sử dụng bộ điều khiển dựa trên Đại số gia tử (HAC). Trong đó, góc lệch và vận tốc góc của con lắc cũng như vị trí và vận tốc của xe được điều khiển đồng thời. Các kết quả mô phỏng của bộ điều khiển HAC cũng được so sánh với bộ điều khiển LQR.

Hướng phát triển tiếp theo là tối ưu hệ luật và đề xuất các cơ chế suy luận HA mới để cải thiện hiệu quả điều khiển của mô hình cũng như so sánh kết quả mô phỏng và CPU time giữa HAC và FC để kiểm chứng các ưu điểm của HAC trong dạng bài toán này.

LỜI CẢM ƠN

Nghiên cứu này được tài trợ bởi Quỹ Phát triển khoa học và công nghệ Quốc gia (NAFOSTED) trong đề tài mã số 107.01-2017.306.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. Yi, J. and N. Yubazaki, 2000. *Stabilization fuzzy control of inverted pendulum systems*. Artificial Intelligence in Engineering. 14(2), 153-163.
- [2]. Yi, J., N. Yubazaki, and K. Hirota, 2002. *A new fuzzy controller for stabilization of parallel-type double inverted pendulum system*. Fuzzy Sets and Systems. 126(1), 105-119.
- [3]. Margaliot, M. and G. Langholz, 2003. *A new approach to fuzzy modeling and control of discrete-time systems*. IEEE Transactions on Fuzzy Systems. 11(4), 486-494.
- [4]. Becerikli, Y. and B.K. Celik, 2007. *Fuzzy control of inverted pendulum and concept of stability using Java application*. Mathematical and Computer Modelling. 46(1-2), 24-37.
- [5]. Tao, C.-W., et al., 2008. *Fuzzy hierarchical swing-up and sliding position controller for the inverted pendulum-cart system*. Fuzzy Sets and Systems. 159(20), 2763-2784.
- [6]. Li, Z. and C. Xu, 2009. *Adaptive fuzzy logic control of dynamic balance and motion for wheeled inverted pendulums*. Fuzzy Sets and Systems. 160(12), 1787-1803.
- [7]. Roose, A.I., S. Yahya, and H. Al-Rizzo, 2017. *Fuzzy-logic control of an inverted pendulum on a cart*. Computers & Electrical Engineering. 61, 31-47.
- [8]. Precup, R.-E. and H. Hellendoom, 2011. *A survey on industrial applications of fuzzy control*. Computers in Industry. 62(3), 213-226.
- [9]. Anh, N.D., et al., 2013. *Application of hedge algebra-based fuzzy controller to active control of a structure against earthquake*. Structural Control and Health Monitoring. 20(4), 483-495.
- [10]. Bui, H.-L., et al., 2015. *General design method of hedge-algebras-based fuzzy controllers and an application for structural active control*. Applied Intelligence. 43(2), 251-275.
- [11]. Ho, N.C. and W. Wechler, 1990. *Hedge algebras: an algebraic approach to structure of sets of linguistic truth values*. Fuzzy sets and systems. 35(3), 281-293.
- [12]. Vukadinović, D., et al., 2014. *Hedge-algebra-based voltage controller for a self-excited induction generator*. Control Engineering Practice. 30, 78-90.
- [13]. Ho, N.C. and W. Wechler, 1992. *Extended hedge algebras and their application to fuzzy logic*. Fuzzy sets and systems. 52(3), 259-281.
- [14]. Ho, N. and H. Nam, 2002. *Towards an algebraic foundation for a Zadeh fuzzy logic*. Fuzzy Set and System. 129, 229-254.
- [15]. Ho, N.C., 2007. *A topological completion of refined hedge algebras and a model of fuzziness of linguistic terms and hedges*. Fuzzy Sets and Systems. 158(4), 436-451.
- [16]. Ho, N.C. and N. Van Long, 2007. *Fuzziness measure on complete hedge algebras and quantifying semantics of terms in linear hedge algebras*. Fuzzy Sets and Systems. 158(4), 452-471.
- [17]. Ho, N.C., V.N. Lan, and L.X. Viet, 2008. *Optimal hedge-algebras-based controller: Design and application*. Fuzzy Sets and Systems. 159(8), 968-989.
- [18]. Bui, H.-L., D.-T. Tran, and N.-L. Vu, 2012. *Optimal fuzzy control of an inverted pendulum*. Journal of vibration and control. 18(14), 2097-2110.
- [19]. Duc, N.D., et al., 2012. *A study on the application of hedge algebras to active fuzzy control of a seism-excited structure*. Journal of Vibration and Control. 18(14), 2186-2200.
- [20]. Anh, N.D., et al., 2013. *Application of hedge algebra-based fuzzy controller to active control of a structure against earthquake*. Structural Control and Health Monitoring. 20(4), 483-495.
- [21]. Bui, H.-L., et al., 2015. *Vibration control of uncertain structures with actuator saturation using hedge-algebras-based fuzzy controller*. Journal of Vibration and Control, 1077546315606601.
- [22]. NGUYEN, C.H., et al., 1999. *Hedge algebras, linguistic-value logic and their application to fuzzy reasoning*. International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems. 7(04), 347-361.
- [23]. Nguyen, C.H., et al., 2013. *A genetic design of linguistic terms for fuzzy rule based classifiers*. International Journal of Approximate Reasoning. 54(1), 1-21.
- [24]. Nguyen, C.H., T.S. Tran, and D.P. Pham, 2014. *Modeling of a semantics core of linguistic terms based on an extension of hedge algebra semantics and its application*. Knowledge-Based Systems. 67, 244-262.
- [25]. Nguyen, C.-H. and W. Pedrycz, 2014. *A construction of sound semantic linguistic scales using 4-tuple representation of term semantics*. International Journal of Approximate Reasoning. 55(3), 763-786.
- [26]. Varsek, A., T. Urbancic, and B. Filipic, 1993. *Genetic algorithms in controller design and tuning*. IEEE transactions on Systems, Man, and Cybernetics. 23(5), 1330-1339.

AUTHORS INFORMATION

Bui Hai Le¹, Pham Minh Nam¹, Bui Thanh Lam²

¹School of Mechanical Engineering, Hanoi University of Science and Technology

²Faculty of Mechanical Engineering, Hanoi University of Industry