Bài giảng Xác suất Thống kê và ứng dụng

Phan Thanh Hồng

Bộ môn Toán-Đại học THĂNG LONG

Ngày 13 tháng 4 năm 2009

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Phần V

Xác suất, biến ngẫu nhiên và quy luật phân phối xác suất

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Phần V

1. Xác suất
   - Khái niệm xác suất
   - Không gian mẫu, biến cố sơ cấp, biến cố
   - Định nghĩa xác suất
   - Một số quy tắc xác suất cơ bản
   - Xác suất điều kiện và sự độc lập
2. Biến ngẫu nhiên và quy luật phân phối xác suất
   - Biến ngẫu nhiên và quy luật phân phối xác suất
   - Một số phân phối lý thuyết quan trọng
   - Phân phối chuẩn xấp xỉ một số phân phối rời rạc

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Phần V

1. Xác suất
   - Khái niệm xác suất
   - Không gian mẫu, biến cố sơ cấp, biến cố
   - Định nghĩa xác suất
   - Một số quy tắc xác suất cơ bản
   - Xác suất điều kiện và sự độc lập
2. Biến ngẫu nhiên và quy luật phân phối xác suất
   - Biến ngẫu nhiên và quy luật phân phối xác suất
   - Một số phân phối lý thuyết quan trọng
   - Phân phối chuẩn xấp xỉ một số phân phối rời rạc

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Phần V

1. Xác suất
   - Khái niệm xác suất
   - Không gian mẫu, biến cố sơ cấp, biến cố
   - Định nghĩa xác suất
   - Một số quy tắc xác suất cơ bản
   - Xác suất điều kiện và sự độc lập
2. Biến ngẫu nhiên và quy luật phân phối xác suất
   - Biến ngẫu nhiên và quy luật phân phối xác suất
   - Một số phân phối lý thuyết quan trọng
   - Phân phối chuẩn xấp xỉ một số phân phối rời rạc

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Phần V

1. Xác suất
   - Khái niệm xác suất
   - Không gian mẫu, biến cố sơ cấp, biến cố
   - Định nghĩa xác suất
   - Một số quy tắc xác suất cơ bản
   - Xác suất điều kiện và sự độc lập
2. Biến ngẫu nhiên và quy luật phân phối xác suất
   - Biến ngẫu nhiên và quy luật phân phối xác suất
   - Một số phân phối lý thuyết quan trọng
   - Phân phối chuẩn xấp xỉ một số phân phối rời rạc

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Phần V

1. Xác suất
   - Khái niệm xác suất
   - Không gian mẫu, biến cố sơ cấp, biến cố
   - Định nghĩa xác suất
   - Một số quy tắc xác suất cơ bản
   - Xác suất điều kiện và sự độc lập

2. Biến ngẫu nhiên và quy luật phân phối xác suất
   - Biến ngẫu nhiên và quy luật phân phối xác suất
   - Một số phân phối lý thuyết quan trọng
   - Phân phối chuẩn xấp xỉ một số phân phối rời rạc

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Phần V

1. Xác suất
   - Khái niệm xác suất
   - Không gian mẫu, biến cố sơ cấp, biến cố
   - Định nghĩa xác suất
   - Một số quy tắc xác suất cơ bản
   - Xác suất điều kiện và sự độc lập
2. Biến ngẫu nhiên và quy luật phân phối xác suất
   - Biến ngẫu nhiên và quy luật phân phối xác suất
   - Một số phân phối lý thuyết quan trọng
   - Phân phối chuẩn xấp xỉ một số phân phối rời rạc

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Phần V

1. Xác suất
   - Khái niệm xác suất
   - Không gian mẫu, biến cố sơ cấp, biến cố
   - Định nghĩa xác suất
   - Một số quy tắc xác suất cơ bản
   - Xác suất điều kiện và sự độc lập

2. Biến ngẫu nhiên và quy luật phân phối xác suất
   - Biến ngẫu nhiên và quy luật phân phối xác suất
   - Một số phân phối lý thuyết quan trọng
   - Phân phối chuẩn xấp xỉ một số phân phối rời rạc

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Phần V

1. Xác suất
   - Khái niệm xác suất
   - Không gian mẫu, biến cố sơ cấp, biến cố
   - Định nghĩa xác suất
   - Một số quy tắc xác suất cơ bản
   - Xác suất điều kiện và sự độc lập
2. Biến ngẫu nhiên và quy luật phân phối xác suất
   - Biến ngẫu nhiên và quy luật phân phối xác suất
   - Một số phân phối lý thuyết quan trọng
   - Phân phối chuẩn xấp xỉ một số phân phối rời rạc

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Phần V

1. Xác suất
   - Khái niệm xác suất
   - Không gian mẫu, biến cố sơ cấp, biến cố
   - Định nghĩa xác suất
   - Một số quy tắc xác suất cơ bản
   - Xác suất điều kiện và sự độc lập
2. Biến ngẫu nhiên và quy luật phân phối xác suất
   - Biến ngẫu nhiên và quy luật phân phối xác suất
   - Một số phân phối lý thuyết quan trọng
   - Phân phối chuẩn xấp xỉ một số phân phối rời rạc

Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Phần V

1. Xác suất
   - Khái niệm xác suất
   - Không gian mẫu, biến cố sơ cấp, biến cố
   - Định nghĩa xác suất
   - Một số quy tắc xác suất cơ bản
   - Xác suất điều kiện và sự độc lập
2. Biến ngẫu nhiên và quy luật phân phối xác suất
   - Biến ngẫu nhiên và quy luật phân phối xác suất
   - Một số phân phối lý thuyết quan trọng
   - Phân phối chuẩn xấp xỉ một số phân phối rời rạc

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Nội dung trình bày

1. Xác suất
   - Khái niệm xác suất
   - Không gian mẫu, biến cố sơ cấp, biến cố
   - Định nghĩa xác suất
   - Một số quy tắc xác suất cơ bản
   - Xác suất điều kiện và sự độc lập
2. Biến ngẫu nhiên và quy luật phân phối xác suất
   - Biến ngẫu nhiên và quy luật phân phối xác suất
   - Một số phân phối lý thuyết quan trọng
   - Phân phối chuẩn xấp xỉ một số phân phối rời rạc

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Khái niệm xác suất

- **Xác suất** của một sự kiện là số đo khả năng xảy ra sự kiện đó, giá trị này là một số thuộc đoạn $[0, 1]$. Xác suất càng gần 1 thì khả năng xảy ra sự kiện đó càng lớn, xác suất càng gần 0 thì khả năng xảy ra sự kiện đó càng nhỏ. Xác suất bằng 0 gán cho sự kiện không bao giờ xảy ra. Xác suất bằng 1 được gán cho sự kiện chắc chắn xảy ra. Xác suất xảy ra sự kiện A ký hiệu là $P(A)$.

Đại học Thăng Long
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

- **Phép thử** là một quá trình hoạt động mà kết quả không chắc chắn. Quá trình này được xác định sao cho mỗi lần lặp lại phép thử chỉ một trong số những kết quả có thể có sẽ xảy ra.

Ví dụ:

1. Phép thử: tung một đồng xu. Các kết quả có thể có của phép thử: "mặt sấp" (ký hiệu là S), "mặt ngửa" (ký hiệu là N).
2. Phép thử: tung một con xúc xắc và quan sát số chấm của mặt trên. Các kết quả có thể có : 1,2,3,4,5,6.
3. Phép thử: Chọn ngẫu nhiên 100 phụ nữ và xét số người mắc bệnh loãng xương. Các kết quả có thể có: 0,1,2,. . . ,100.
4. Phép thử: Quan sát số xe máy đi qua cầu trong thời gian từ 7 đến 10 giờ sáng. Các kết quả có thể có: 0,1,2, . . .

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

- **Phép thử** là một quá trình hoạt động mà kết quả không chắc chắn. Quá trình này được xác định sao cho mỗi lần lặp lại phép thử chỉ một trong số những kết quả có thể có sẽ xảy ra.

Ví dụ:

1. Phép thử: tung một đồng xu. Các kết quả có thể có của phép thử: "mặt sấp" (ký hiệu là S), "mặt ngửa" (ký hiệu là N).
2. Phép thử: tung một con xúc xắc và quan sát số chấm của mặt trên. Các kết quả có thể có : 1,2,3,4,5,6.
3. Phép thử: Chọn ngẫu nhiên 100 phụ nữ và xét số người mắc bệnh loãng xương. Các kết quả có thể có: 0,1,2,. . . ,100.
4. Phép thử: Quan sát số xe máy đi qua cầu trong thời gian từ 7 đến 10 giờ sáng. Các kết quả có thể có: 0,1,2, . . .

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Một số khái niệm cơ bản

- **Phép thử** là một quá trình hoạt động mà kết quả không chắc chắn. Quá trình này được xác định sao cho mỗi lần lặp lại phép thử chỉ một trong số những kết quả có thể có sẽ xảy ra.

Ví dụ:

1. Phép thử: tung một đồng xu. Các kết quả có thể có của phép thử: "mặt sấp" (ký hiệu là S), "mặt ngửa" (ký hiệu là N).
2. Phép thử: tung một con xúc xắc và quan sát số chấm của mặt trên. Các kết quả có thể có : 1,2,3,4,5,6.
3. Phép thử: Chọn ngẫu nhiên 100 phụ nữ và xét số người mắc bệnh loãng xương. Các kết quả có thể có: 0,1,2,...,100.
4. Phép thử: Quan sát số xe máy đi qua cầu trong thời gian từ 7 đến 10 giờ sáng. Các kết quả có thể có: 0,1,2, ...

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Một số khái niệm cơ bản

♣ **Phép thử** là một quá trình hoạt động mà kết quả không chắc chắn. Quá trình này được xác định sao cho mỗi lần lặp lại phép thử chỉ một trong số những kết quả có thể có sẽ xảy ra.

Ví dụ:

1. Phép thử: tung một đồng xu. Các kết quả có thể có của phép thử: "mặt sấp" (ký hiệu là S), "mặt ngửa" (ký hiệu là N).
2. Phép thử: tung một con xúc xắc và quan sát số chấm của mặt trên. Các kết quả có thể có : 1,2,3,4,5,6.
3. Phép thử: Chọn ngẫu nhiên 100 phụ nữ và xét số người mắc bệnh loãng xương. Các kết quả có thể có: 0,1,2,. . . ,100.
4. Phép thử: Quan sát số xe máy đi qua cầu trong thời gian từ 7 đến 10 giờ sáng. Các kết quả có thể có: 0,1,2, . . .

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

♣ **Phép thử** là một quá trình hoạt động mà kết quả không chắc chắn. Quá trình này được xác định sao cho mỗi lần lặp lại phép thử chỉ một trong số những kết quả có thể có sẽ xảy ra.

Ví dụ:

1. Phép thử: tung một đồng xu. Các kết quả có thể có của phép thử: "mặt sấp" (ký hiệu là S), "mặt ngửa" (ký hiệu là N).
2. Phép thử: tung một con xúc xắc và quan sát số chấm của mặt trên. Các kết quả có thể có : 1,2,3,4,5,6.
3. Phép thử: Chọn ngẫu nhiên 100 phụ nữ và xét số người mắc bệnh loãng xương. Các kết quả có thể có: 0,1,2,. . . ,100.
4. Phép thử: Quan sát số xe máy đi qua cầu trong thời gian từ 7 đến 10 giờ sáng. Các kết quả có thể có: 0,1,2, . . .

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Nội dung trình bày

1. Xác suất
   - Khái niệm xác suất
   - Không gian mẫu, biến cố sơ cấp, biến cố
   - Định nghĩa xác suất
   - Một số quy tắc xác suất cơ bản
   - Xác suất điều kiện và sự độc lập
2. Biến ngẫu nhiên và quy luật phân phối xác suất
   - Biến ngẫu nhiên và quy luật phân phối xác suất
   - Một số phân phối lý thuyết quan trọng
   - Phân phối chuẩn xấp xỉ một số phân phối rời rạc

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Không gian mẫu, biến cố sơ cấp

Định nghĩa

Tập hợp tất cả các kết quả có thể có của một phép thử được gọi là **không gian mẫu** *của phép thử đó. Và mỗi phần tử của không gian mẫu được gọi là một* **biến cố sơ cấp**.
Không gian mẫu được ký hiệu là Ω.

Ví dụ: Trong các ví dụ nói trên không gian mẫu lần lượt là

1. $\Omega = \{S, N\}$
2. $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
3. $\Omega = \{0, 1, 2, \dots, 100\}$
4. $\Omega = \{0, 1, 2 \dots\}$

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Không gian mẫu, biến cố sơ cấp

Định nghĩa

Tập hợp tất cả các kết quả có thể có của một phép thử được gọi là **không gian mẫu** *của phép thử đó. Và mỗi phần tử của không gian mẫu được gọi là một* **biến cố sơ cấp**.
Không gian mẫu được ký hiệu là Ω.

Ví dụ: Trong các ví dụ nói trên không gian mẫu lần lượt là

1. $\Omega = \{S, N\}$
2. $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
3. $\Omega = \{0, 1, 2, \ldots, 100\}$
4. $\Omega = \{0, 1, 2 \ldots\}$

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Định nghĩa

Một ***biến cố*** *là một tập con của không gian mẫu.*

Ví dụ:

1. Xét ví dụ tung con xúc xắc, A là biến cố: "số chấm của mặt trên là số chẵn". Thì $A = \{2, 4, 6\}$.
2. Giả sử một gia đình dự định sinh hai con, ký hiệu T cho đứa trẻ là con trai, G cho đứa trẻ là con gái. Ta có không gian mẫu

$$\Omega = \{TT, TG, GT, GG\}$$

Gọi B là biến cố "Gia đình đó có ít nhất một con gái", thì

$$B = \{GT, TG, GG\}$$

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Biến cố

Định nghĩa

Một ***biến cố*** *là một tập con của không gian mẫu.*

Ví dụ:

1. Xét ví dụ tung con xúc xắc, A là biến cố: "số chấm của mặt trên là số chẵn". Thì $A = \{2, 4, 6\}$.
2. Giả sử một gia đình dự định sinh hai con, ký hiệu T cho đứa trẻ là con trai, G cho đứa trẻ là con gái. Ta có không gian mẫu

$$\Omega = \{TT, TG, GT, GG\}$$

Gọi B là biến cố "Gia đình đó có ít nhất một con gái", thì

$$B = \{GT, TG, GG\}$$

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Định nghĩa

Một **biến cố** *là một tập con của không gian mẫu.*

Ví dụ:

1. Xét ví dụ tung con xúc xắc, A là biến cố: "số chấm của mặt trên là số chẵn". Thì $A = \{2, 4, 6\}$.
2. Giả sử một gia đình dự định sinh hai con, ký hiệu T cho đứa trẻ là con trai, G cho đứa trẻ là con gái. Ta có không gian mẫu

$$\Omega = \{TT, TG, GT, GG\}$$

Gọi B là biến cố "Gia đình đó có ít nhất một con gái", thì

$$B = \{GT, TG, GG\}$$

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Biến cố

Chú ý:
Nếu một biến cố là một tập rỗng thì nó được gọi là biến cố không thể có. Nếu một biến cố là toàn bộ không gian mẫu thì nó được gọi là biến cố chắc chắn.

Định nghĩa

Biến cố sơ cấp ω được gọi là thuận lợi cho biến cố A nếu $\omega \in A$ hay ω xảy ra thì A xảy ra.

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Chú ý:
Nếu một biến cố là một tập rỗng thì nó được gọi là biến cố không thể có. Nếu một biến cố là toàn bộ không gian mẫu thì nó được gọi là biến cố chắc chắn.

Định nghĩa

Biến cố sơ cấp ω được gọi là thuận lợi cho biến cố A nếu $\omega \in A$ hay ω xảy ra thì A xảy ra.

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Nội dung trình bày

1. Xác suất
   - Khái niệm xác suất
   - Không gian mẫu, biến cố sơ cấp, biến cố
   - Định nghĩa xác suất
   - Một số quy tắc xác suất cơ bản
   - Xác suất điều kiện và sự độc lập
2. Biến ngẫu nhiên và quy luật phân phối xác suất
   - Biến ngẫu nhiên và quy luật phân phối xác suất
   - Một số phân phối lý thuyết quan trọng
   - Phân phối chuẩn xấp xỉ một số phân phối rời rạc

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Định nghĩa cổ điển xác suất

Định nghĩa

Giả sử một phép thử có n kết quả có thể có và các kết quả này có khả năng xảy ra như nhau. Khi đó xác suất của biến cố A được xác định

$$P(A) = \frac{\text{Số trường hợp thuận lợi cho } A}{\text{Tổng số trường hợp có thể có}} = \frac{|A|}{|\Omega|}$$

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Ví dụ:

1. Trong phép thử tung đồng xu, giả thiết rằng đồng xu là cân đối và đồng chất. Khi đó khả năng xuất hiện mặt sấp và mặt ngửa là như nhau và ta có
$$P(S) = P(N) = \frac{1}{2} = 0.5$$

2. Xét phép thử rút một cây bài từ bộ bài tú lơ khơ. Không gian mẫu có 52 biến cố sơ cấp với khả năng xảy ra như nhau. Nếu A là biến cố "Cây bài lấy ra là một cây K" thì xác suất của biến cố A là
$$P(A) = \frac{4}{52}$$

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Định nghĩa cổ điển xác suất

Ví dụ:

1. Trong phép thử tung đồng xu, giả thiết rằng đồng xu là cân đối và đồng chất. Khi đó khả năng xuất hiện mặt sấp và mặt ngửa là như nhau và ta có
$$P(S) = P(N) = \frac{1}{2} = 0.5$$

2. Xét phép thử rút một cây bài từ bộ bài tú lơ khơ. Không gian mẫu có 52 biến cố sơ cấp với khả năng xảy ra như nhau. Nếu A là biến cố "Cây bài lấy ra là một cây K" thì xác suất của biến cố A là
$$P(A) = \frac{4}{52}$$

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Định nghĩa cổ điển xác suất

Nhận xét:

1. Việc tính xác suất của biến cố A quy về việc đếm tổng số kết quả có thể xảy ra và số biến cố sơ cấp thuận lợi cho A.
2. Xác suất của biến cố không thể có bằng 0, xác suất của biến cố chắc chắn bằng 1.

Ví dụ: Lấy ngẫu nhiên hai cây bài từ bộ bài 52 cây. Tìm xác suất của biến cố A: "Hai cây bài lấy ra là hai cây J"
Tổng số kết quả có thể có là C_{52}^2
Số kết quả thuận lợi cho A là C_4^2.

Vậy $P(A) = \dfrac{C_4^2}{C_{52}^2} = 0.0045$

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Định nghĩa cổ điển xác suất

Nhận xét:

1. Việc tính xác suất của biến cố A quy về việc đếm tổng số kết quả có thể xảy ra và số biến cố sơ cấp thuận lợi cho A.
2. Xác suất của biến cố không thể có bằng 0, xác suất của biến cố chắc chắn bằng 1.

Ví dụ: Lấy ngẫu nhiên hai cây bài từ bộ bài 52 cây. Tìm xác suất của biến cố A: "Hai cây bài lấy ra là hai cây J"
Tổng số kết quả có thể có là C_{52}^2
Số kết quả thuận lợi cho A là C_4^2.

Vậy $P(A) = \dfrac{C_4^2}{C_{52}^2} = 0.0045$

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Nhận xét:

1. Việc tính xác suất của biến cố A quy về việc đếm tổng số kết quả có thể xảy ra và số biến cố sơ cấp thuận lợi cho A.
2. Xác suất của biến cố không thể có bằng 0, xác suất của biến cố chắc chắn bằng 1.

Ví dụ: Lấy ngẫu nhiên hai cây bài từ bộ bài 52 cây. Tìm xác suất của biến cố A: "Hai cây bài lấy ra là hai cây J"
Tổng số kết quả có thể có là C_{52}^2
Số kết quả thuận lợi cho A là C_4^2.

Vậy $P(A) = \dfrac{C_4^2}{C_{52}^2} = 0.0045$

Định nghĩa thống kê về xác suất

Định nghĩa

Thực hiện một phép thử nhiều lần trong các điều kiện giống nhau và quan sát số lần xảy ra biến cố A*, tỷ số* $\dfrac{m}{n}$ *trong đó*

- n *là số lần thực hiện phép thử*
- m *là số lần xảy ra biến cố* A*.*

được gọi là tần suất (tần số tương đối) xuất hiện của biến cố A*. Khi* n *đủ lớn thì tỷ số* $\dfrac{m}{n}$ *tiến tới một giá trị xác định, giá trị này được gọi là xác suất của biến cố* A*.*

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Định nghĩa thống kê về xác suất

Ví dụ: Thực hiện việc tung đồng xu 10, 100, 10000 lần thấy có 6, 47, 5067 lần xuất hiện mặt sấp thì tần số tương đối của biến cố S lần lượt là $6/10 = 0.6$, $47/100 = 0.47$, $5067/10000 = 0.5067$.
Khi số phép thử nhiều lên ta thấy tần số tương đối của biến cố S tiến tới giá trị 0.5. Và ta định nghĩa xác suất $P(S) = 0.5$.

Xác suất của một biến cố được tính xấp xỉ bằng tần suất của biến cố đó khi thực hiện số phép thử đủ lớn.

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Định nghĩa thống kê về xác suất

Ví dụ: Thực hiện việc tung đồng xu 10, 100, 10000 lần thấy có 6, 47, 5067 lần xuất hiện mặt sấp thì tần số tương đối của biến cố S lần lượt là $6/10 = 0.6$, $47/100 = 0.47$, $5067/10000 = 0.5067$.
Khi số phép thử nhiều lên ta thấy tần số tương đối của biến cố S tiến tới giá trị 0.5. Và ta định nghĩa xác suất $P(S) = 0.5$.

Xác suất của một biến cố được tính xấp xỉ bằng tần suất của biến cố đó khi thực hiện số phép thử đủ lớn.

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Xác suất chủ quan

Xác suất chủ quan là xác suất được xác định dựa trên kinh nghiệm, phán đoán trực giác hay năng lực chuyên môn.

Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Nội dung trình bày

1. Xác suất
   - Khái niệm xác suất
   - Không gian mẫu, biến cố sơ cấp, biến cố
   - Định nghĩa xác suất
   - Một số quy tắc xác suất cơ bản
   - Xác suất điều kiện và sự độc lập
2. Biến ngẫu nhiên và quy luật phân phối xác suất
   - Biến ngẫu nhiên và quy luật phân phối xác suất
   - Một số phân phối lý thuyết quan trọng
   - Phân phối chuẩn xấp xỉ một số phân phối rời rạc

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Biến cố phần bù

Định nghĩa

Cho A là một biến cố, phần bù của A là biến cố gồm tất cả những biến cố sơ cấp không thuận lợi cho A. Ký hiệu biến cố phần bù của A là $\overline{A}$. Như vậy $P(\bar{A})$ là xác suất để A không xảy ra.

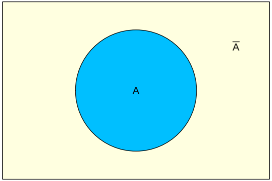
Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Biến cố phần bù

Quy tắc phần bù

Cho A là một biến cố, xác suất để A không xảy ra là

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$$



Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Quy tắc phần bù

Ví dụ: Một hộp có 3 bi xanh và 4 bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên hai viên bi, tìm xác suất để có ít nhất một bi đỏ.

Lời giải: Gọi A là biến cố "hai viên bi lấy ra có ít nhất một bi đỏ" thì $\bar{A}$ là biến cố "hai viên bi lấy ra không có bi đỏ".

Ta có $P(\overline{A}) = \dfrac{C_3^2}{C_7^2} = 0.143.$

Vậy $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 0.857.$

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Hợp và giao của các biến cố

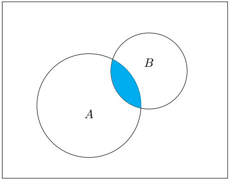
Định nghĩa

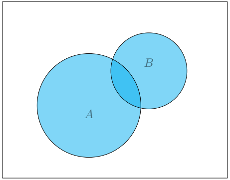
Cho A và B là hai biến cố.

1. *Hợp của A và B là biến cố gồm những biến cố sơ cấp thuộc A hoặc thuộc B. Ký hiệu $A \cup B$ hoặc $A + B$. Khi đó $P(A \cup B)$ là xác suất để A hoặc B xảy ra.*
2. *Giao của A và B là biến cố gồm những biến cố sơ cấp thuộc cả A và B. Ký hiệu $A \cap B$ hoặc $A \cdot B$. Khi đó $P(A \cap B)$ là xác suất để A và B đồng thời xảy ra.*

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Hợp và giao của các biến cố



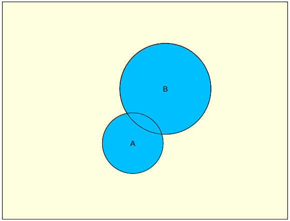


Quy tắc cộng

Quy tắc cộng

Cho A và B là hai biến cố. Xác suất để A hoặc B xảy ra là

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$



Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Quy tắc cộng

Ví dụ: Rút ngẫu nhiên một cây bài từ bộ bài tú lơ khơ. Tìm xác suất để lấy được một cây Át hoặc một cây màu đen.

Lời giải: Gọi A là biến cố: "Cây bài lấy ra là một cây Át",
và B là biến cố: "Cây bài lấy ra là một cây màu đen".
Ta cần tính $P(A \cup B)$.
Ta có $P(A) = \frac{4}{52}$, $P(B) = \frac{26}{52}$, $P(A \cap B) = \frac{2}{52}$.
Theo quy tắc cộng

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{4}{52} + \frac{26}{53} - \frac{2}{52} = \frac{28}{52} = 0.538$$

Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Ví dụ: Rút ngẫu nhiên một cây bài từ bộ bài tú lơ khơ. Tìm xác suất để lấy được một cây Át hoặc một cây màu đen.

Lời giải: Gọi A là biến cố: "Cây bài lấy ra là một cây Át",
và B là biến cố: "Cây bài lấy ra là một cây màu đen".
Ta cần tính $P(A \cup B)$.
Ta có $P(A) = \dfrac{4}{52}$, $P(B) = \dfrac{26}{52}$, $P(A \cap B) = \dfrac{2}{52}$.
Theo quy tắc cộng

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{4}{52} + \frac{26}{53} - \frac{2}{52} = \frac{28}{52} = 0.538$$

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Hai biến cố xung khắc

Định nghĩa

Hai biến cố A và B được gọi là xung khắc nếu chúng không đồng thời xảy ra trong một phép thử (hay $A \cap B$ là biến cố không thể có).

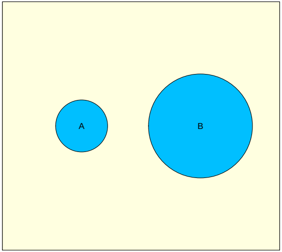
Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Hai biến cố xung khắc

Quy tắc cộng cho hai biến cố xung khắc

Nếu A và B là hai biến cố xung khắc, xác suất để A hoặc B xảy ra là

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$



Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Hợp và giao của nhiều biến cố

Cho $A_1,\ A_2,\ \dots, A_n$ là những biến cố

1. Hợp của $A_1,\ A_2,\ \dots, A_n$, ký hiệu $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n$ hay $A_1 + A_2 + \dots + A_n$ là biến cố xảy ra khi ít nhất một trong số các biến cố A_i xảy ra, $i = \overline{1, n}$
2. Giao của $A_1,\ A_2,\ \dots, A_n$, ký hiệu $A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n$ hay $A_1 A_2 \dots A_n$ là biến cố xảy ra khi tất cả các biến cố A_i, $i = \overline{1, n}$ cùng xảy ra.

Các biến cố $A_1,\ A_2,\ \dots, A_n$ được gọi là đôi một xung khắc nếu với mọi $i = j$, A_i , A_j xung khắc.

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

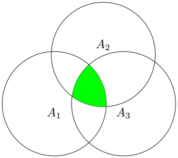
Cho $A_1,\ A_2,\ \ldots, A_n$ là những biến cố

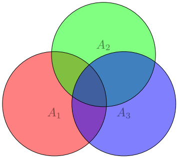
1. Hợp của $A_1,\ A_2,\ \ldots, A_n$, ký hiệu $A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n$ hay $A_1 + A_2 + \cdots + A_n$ là biến cố xảy ra khi ít nhất một trong số các biến cố A_i xảy ra, $i = \overline{1, n}$
2. Giao của $A_1,\ A_2,\ \ldots, A_n$, ký hiệu $A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n$ hay $A_1 A_2 \ldots A_n$ là biến cố xảy ra khi tất cả các biến cố A_i, $i = \overline{1, n}$ cùng xảy ra.

Các biến cố $A_1,\ A_2,\ \ldots, A_n$ được gọi là đôi một xung khắc nếu với mọi $i = j$, A_i , A_j xung khắc.

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Hợp và giao của nhiều biến cố





Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Quy tắc cộng cho n biến cố xung khắc

Nếu $A_1,\ A_2,\ \ldots, A_n$ đôi một xung khắc thì

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \cdots + P(A_n)$$

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Nội dung trình bày

1. Xác suất
   - Khái niệm xác suất
   - Không gian mẫu, biến cố sơ cấp, biến cố
   - Định nghĩa xác suất
   - Một số quy tắc xác suất cơ bản
   - Xác suất điều kiện và sự độc lập
2. Biến ngẫu nhiên và quy luật phân phối xác suất
   - Biến ngẫu nhiên và quy luật phân phối xác suất
   - Một số phân phối lý thuyết quan trọng
   - Phân phối chuẩn xấp xỉ một số phân phối rời rạc

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Xác suất điều kiện

Định nghĩa

Xác suất của biến cố A *được tính với điều kiện biến cố* B *đã xảy ra gọi là xác suất điều kiện của* A *đối với* B*. Ký hiệu* $P(A|B)$ *(đọc là: xác suất của* A *trên* B*)*

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Ví dụ: Trong một hộp có chứa 35 quả cầu trong đó có 10 quả cầu trắng có vạch, 15 quả cầu trắng có chấm, 6 quả cầu xanh có vạch, 4 quả cầu xanh có chấm. Lấy ngẫu nhiên một quả cầu, tìm xác suất để quả cầu lấy ra có màu trắng biết nó có chấm.

Lời giải: Gọi T là biến cố "Quả cầu lấy ra màu trắng",
C là biến cố "Quả cầu lấy ra có chấm".
Ta cần tính xác suất $P(T|C)$.
Ta thấy có tất cả 19 quả cầu có chấm trong đó có 15 quả cầu trắng. Do đó $P(T|C) = 15/19 = 0.789$.

Ta cũng thấy $P(T|C) = 15/19 = \dfrac{15/35}{19/35} = \dfrac{P(T \cap C)}{P(C)}$.

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Ví dụ: Trong một hộp có chứa 35 quả cầu trong đó có 10 quả cầu trắng có vạch, 15 quả cầu trắng có chấm, 6 quả cầu xanh có vạch, 4 quả cầu xanh có chấm. Lấy ngẫu nhiên một quả cầu, tìm xác suất để quả cầu lấy ra có màu trắng biết nó có chấm.

Lời giải: Gọi T là biến cố "Quả cầu lấy ra màu trắng",
C là biến cố "Quả cầu lấy ra có chấm".
Ta cần tính xác suất $P(T|C)$.
Ta thấy có tất cả 19 quả cầu có chấm trong đó có 15 quả cầu trắng. Do đó $P(T|C) = 15/19 = 0.789$.

Ta cũng thấy $P(T|C) = 15/19 = \dfrac{15/35}{19/35} = \dfrac{P(T \cap C)}{P(C)}$.

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Ví dụ: Trong một hộp có chứa 35 quả cầu trong đó có 10 quả cầu trắng có vạch, 15 quả cầu trắng có chấm, 6 quả cầu xanh có vạch, 4 quả cầu xanh có chấm. Lấy ngẫu nhiên một quả cầu, tìm xác suất để quả cầu lấy ra có màu trắng biết nó có chấm.

Lời giải: Gọi T là biến cố "Quả cầu lấy ra màu trắng",
C là biến cố "Quả cầu lấy ra có chấm".
Ta cần tính xác suất $P(T|C)$.
Ta thấy có tất cả 19 quả cầu có chấm trong đó có 15 quả cầu trắng. Do đó $P(T|C) = 15/19 = 0.789$.

Ta cũng thấy $P(T|C) = 15/19 = \dfrac{15/35}{19/35} = \dfrac{P(T \cap C)}{P(C)}$.

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Ví dụ: Trong một hộp có chứa 35 quả cầu trong đó có 10 quả cầu trắng có vạch, 15 quả cầu trắng có chấm, 6 quả cầu xanh có vạch, 4 quả cầu xanh có chấm. Lấy ngẫu nhiên một quả cầu, tìm xác suất để quả cầu lấy ra có màu trắng biết nó có chấm.

Lời giải: Gọi T là biến cố "Quả cầu lấy ra màu trắng",
C là biến cố "Quả cầu lấy ra có chấm".
Ta cần tính xác suất $P(T|C)$.
Ta thấy có tất cả 19 quả cầu có chấm trong đó có 15 quả cầu trắng. Do đó $P(T|C) = 15/19 = 0.789$.

Ta cũng thấy $P(T|C) = 15/19 = \dfrac{15/35}{19/35} = \dfrac{P(T \cap C)}{P(C)}$.

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Ví dụ: Trong một hộp có chứa 35 quả cầu trong đó có 10 quả cầu trắng có vạch, 15 quả cầu trắng có chấm, 6 quả cầu xanh có vạch, 4 quả cầu xanh có chấm. Lấy ngẫu nhiên một quả cầu, tìm xác suất để quả cầu lấy ra có màu trắng biết nó có chấm.

Lời giải: Gọi T là biến cố "Quả cầu lấy ra màu trắng",
C là biến cố "Quả cầu lấy ra có chấm".
Ta cần tính xác suất $P(T|C)$.
Ta thấy có tất cả 19 quả cầu có chấm trong đó có 15 quả cầu trắng. Do đó $P(T|C) = 15/19 = 0.789$.

Ta cũng thấy $P(T|C) = 15/19 = \dfrac{15/35}{19/35} = \dfrac{P(T \cap C)}{P(C)}$.

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Định nghĩa

1. *Xác suất điều kiện của A biết B đã xảy ra được xác định như sau:*

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

(với giả thiết $P(B) > 0$).

2. *Xác suất điều kiện của B biết A đã xảy ra được xác định như sau:*

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

(với giả thiết $P(A) > 0$).

ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Xác suất điều kiện

Hai cách tính $P(AB)$

Cho A và B là hai biến cố, thì

$$\begin{aligned} P(A \cap B) &= P(A|B)P(B) \\ &= P(B|A)P(A) \end{aligned}$$

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Ví dụ

Ví dụ: Trong một cuộc khảo sát về nước giải khát, người ta chọn ngẫu nhiên 1000 khách hàng và hỏi xem họ thích loại nào hơn giữa loại Cola1 và Cola2, giữa loại nước ngọt và loại nước rất ngọt. Tuy nhiên một số thông tin bị mất chỉ còn lại những thông tin sau đây:

1. 68.3% khách hàng thích Cola1 hơn Cola2.
2. 62% khách hàng thích loại nước ngọt hơn loại rất ngọt.
3. 85% khách hàng trong số những người thích nước ngọt thì thích Cola1 hơn Cola2.

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Ví dụ

Ví dụ: Trong một cuộc khảo sát về nước giải khát, người ta chọn ngẫu nhiên 1000 khách hàng và hỏi xem họ thích loại nào hơn giữa loại Cola1 và Cola2, giữa loại nước ngọt và loại nước rất ngọt. Tuy nhiên một số thông tin bị mất chỉ còn lại những thông tin sau đây:

1. 68.3% khách hàng thích Cola1 hơn Cola2.
2. 62% khách hàng thích loại nước ngọt hơn loại rất ngọt.
3. 85% khách hàng trong số những người thích nước ngọt thì thích Cola1 hơn Cola2.

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Ví dụ

Ví dụ: Trong một cuộc khảo sát về nước giải khát, người ta chọn ngẫu nhiên 1000 khách hàng và hỏi xem họ thích loại nào hơn giữa loại Cola1 và Cola2, giữa loại nước ngọt và loại nước rất ngọt. Tuy nhiên một số thông tin bị mất chỉ còn lại những thông tin sau đây:

1. 68.3% khách hàng thích Cola1 hơn Cola2.
2. 62% khách hàng thích loại nước ngọt hơn loại rất ngọt.
3. 85% khách hàng trong số những người thích nước ngọt thì thích Cola1 hơn Cola2.

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Ví dụ

Ví dụ: Trong một cuộc khảo sát về nước giải khát, người ta chọn ngẫu nhiên 1000 khách hàng và hỏi xem họ thích loại nào hơn giữa loại Cola1 và Cola2, giữa loại nước ngọt và loại nước rất ngọt. Tuy nhiên một số thông tin bị mất chỉ còn lại những thông tin sau đây:

1. 68.3% khách hàng thích Cola1 hơn Cola2.
2. 62% khách hàng thích loại nước ngọt hơn loại rất ngọt.
3. 85% khách hàng trong số những người thích nước ngọt thì thích Cola1 hơn Cola2.

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Ví dụ

Giả sử chọn ngẫu nhiên một người trong số 1000 khách hàng nói trên, và gọi các biến cố sau:
C_1: "người được chọn thích Cola1".
C_2: "người được chọn thích Cola2".
S: "người được chọn thích nước ngọt".
V: "người được chọn thích nước rất ngọt".
Thì ta có $P(C_1) = 0.683$, $P(S) = 0.62$, $P(C_1|S) = 0.85$.
theo quy tắc trên $P(C_1 \cap S) = P(S)P(C_1|S) = 0.62 \times 0,85 = 0.527$.
Như vậy có 527 người trong số 1000 khách hàng vừa thích Cola1 vừa thích đồ uống ngọt.

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Ví dụ

Giả sử chọn ngẫu nhiên một người trong số 1000 khách hàng nói trên, và gọi các biến cố sau:
C_1: "người được chọn thích Cola1".
C_2: "người được chọn thích Cola2".
S: "người được chọn thích nước ngọt".
V: "người được chọn thích nước rất ngọt".
Thì ta có $P(C_1) = 0.683$, $P(S) = 0.62$, $P(C_1|S) = 0.85$.
theo quy tắc trên $P(C_1 \cap S) = P(S)P(C_1|S) = 0.62 \times 0,85 = 0.527$.
Như vậy có 527 người trong số 1000 khách hàng vừa thích Cola1 vừa thích đồ uống ngọt.

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Ví dụ

Giả sử chọn ngẫu nhiên một người trong số 1000 khách hàng nói trên, và gọi các biến cố sau:
C_1: "người được chọn thích Cola1".
C_2: "người được chọn thích Cola2".
S: "người được chọn thích nước ngọt".
V: "người được chọn thích nước rất ngọt".
Thì ta có $P(C_1) = 0.683$, $P(S) = 0.62$, $P(C_1|S) = 0.85$.
theo quy tắc trên $P(C_1 \cap S) = P(S)P(C_1|S) = 0.62 \times 0,85 = 0.527$.
Như vậy có 527 người trong số 1000 khách hàng vừa thích Cola1 vừa thích đồ uống ngọt.

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Ví dụ

Giả sử chọn ngẫu nhiên một người trong số 1000 khách hàng nói trên, và gọi các biến cố sau:
C_1: "người được chọn thích Cola1".
C_2: "người được chọn thích Cola2".
S: "người được chọn thích nước ngọt".
V: "người được chọn thích nước rất ngọt".
Thì ta có $P(C_1) = 0.683$, $P(S) = 0.62$, $P(C_1|S) = 0.85$.
theo quy tắc trên $P(C_1 \cap S) = P(S)P(C_1|S) = 0.62 \times 0,85 = 0.527$.
Như vậy có 527 người trong số 1000 khách hàng vừa thích Cola1 vừa thích đồ uống ngọt.

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Ví dụ

Giả sử chọn ngẫu nhiên một người trong số 1000 khách hàng nói trên, và gọi các biến cố sau:
C_1: "người được chọn thích Cola1".
C_2: "người được chọn thích Cola2".
S: "người được chọn thích nước ngọt".
V: "người được chọn thích nước rất ngọt".
Thì ta có $P(C_1) = 0.683$, $P(S) = 0.62$, $P(C_1|S) = 0.85$.
theo quy tắc trên $P(C_1 \cap S) = P(S)P(C_1|S) = 0.62 \times 0,85 = 0.527$.
Như vậy có 527 người trong số 1000 khách hàng vừa thích Cola1 vừa thích đồ uống ngọt.

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Ví dụ

Biến cố	S	V	Tổng
C_1	527	?	683
C_2	?	?	317
Tổng	620	380	1000

Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Ví dụ

Tính nốt những phần còn thiếu ta có bảng sau

Biến cố	S	V	Tổng
C_1	527	156	683
C_2	93	224	317
Tổng	620	380	1000

Hai biến cố độc lập

Định nghĩa

Hai biến cố A và B được gọi là độc lập nếu và chỉ nếu sự xảy ra hay không của biến cố này không ảnh hưởng đến xác suất xảy ra của biến cố kia và ngược lại, tức là $P(A|B) = P(A)$ (hoặc tương đương $P(B|A) = P(B)$).

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Quy tắc nhân

Quy tắc nhân

Nếu A và B là hai biến cố độc lập thì $P(A \cap B) = P(A)P(B)$

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Hệ n biến cố độc lập

Các biến cố $A_1,\ A_2,\ \dots, A_n$ được gọi là độc lập khi việc xảy ra của chúng không ảnh hưởng lẫn nhau.

Quy tắc nhân cho n biến cố độc lập

Nếu $A_1,\ A_2,\ \dots, A_n$ là các biến cố độc lập thì

$$P(A_1A_2\dots A_n) = P(A_1)P(A_2)\dots P(A_n)$$

Đại học Thăng Long
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Quy tắc nhân

Ví dụ: Một cơ quan có 3 ô tô hoạt động độc lập, trong một ngày xác suất mỗi ô tô bị hỏng tương ứng là 0.01, 0.02, 0.03. Tìm xác suất để trong một ngày có đúng hai ô tô bị hỏng.

Lời giải: Gọi A_i là biến cố "ô tô thứ i bị hỏng trong ngày", $i = 1, 2, 3$.
Biến cố trong một ngày có đúng hai ô tô bị hỏng là
$A = (\overline{A_1}A_2A_3) \cup (A_1\overline{A_2}A_3) \cup (A_1A_2\overline{A_3})$
Do A_1, A_2, A_3 độc lập nên

$$
\begin{aligned}
P(A) &= P\big((\overline{A_1}A_2A_3) \cup (A_1\overline{A_2}A_3) \cup (A_1A_2\overline{A_3})\big)\\
&= P(\overline{A_1}A_2A_3) + P(A_1\overline{A_2}A_3) + P(A_1A_2\overline{A_3})\\
&= P(\overline{A_1})P(A_2)P(A_3) + P(A_1)P(\overline{A_2})P(A_3) +\\
&P(A_1)P(A_2)P(\overline{A_3})\\
&= 0.99 \times 0.02 \times 0.03 + 0.01 \times 0.98 \times 0.03 +\\
&0.01 \times 0.02 \times 0.97\\
&= 0.0011
\end{aligned}
$$

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Quy tắc nhân

Ví dụ: Một cơ quan có 3 ô tô hoạt động độc lập, trong một ngày xác suất mỗi ô tô bị hỏng tương ứng là 0.01, 0.02, 0.03. Tìm xác suất để trong một ngày có đúng hai ô tô bị hỏng.

Lời giải: Gọi A_i là biến cố "ô tô thứ i bị hỏng trong ngày", $i = 1, 2, 3$.
Biến cố trong một ngày có đúng hai ô tô bị hỏng là
$A = (\overline{A_1} A_2 A_3) \cup (A_1 \overline{A_2} A_3) \cup (A_1 A_2 \overline{A_3})$
Do A_1, A_2, A_3 độc lập nên

$$\begin{aligned}
P(A) &= P\big((\overline{A_1} A_2 A_3) \cup (A_1 \overline{A_2} A_3) \cup (A_1 A_2 \overline{A_3})\big) \\
&= P(\overline{A_1} A_2 A_3) + P(A_1 \overline{A_2} A_3) + P(A_1 A_2 \overline{A_3}) \\
&= P(\overline{A_1})P(A_2)P(A_3) + P(A_1)P(\overline{A_2})P(A_3) + \\
&P(A_1)P(A_2)P(\overline{A_3}) \\
&= 0.99 \times 0.02 \times 0.03 + 0.01 \times 0.98 \times 0.03 + \\
&0.01 \times 0.02 \times 0.97 \\
&= 0.0011
\end{aligned}$$

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Hệ biến cố đầy đủ

Định nghĩa

Hệ biến cố $\{A_1, A_2 \ldots, A_n\}$ *được gọi là hệ biến cố đầy đủ nếu chúng đôi một xung khắc và hợp của chúng là biến cố chắc chắn, tức là*

1. $A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n = \Omega$ *và*
2. $A_i \cap A_j = \varnothing \; \forall i \neq j$

Ví dụ:

1. Hệ $\{A, \overline{A}\}$ là một hệ biến cố đầy đủ.
2. Một hộp gồm ba loại sản phẩm. Lấy ngẫu nhiên một sản phẩm. Gọi A_i là biến cố sản phẩm lấy ra thuộc loại i. Thì $\{A_1, A_2, A_3\}$ là một hệ biến cố đầy đủ.

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Công thức xác suất đầy đủ

Định lí

(Công thức xác suất đầy đủ)
Cho $\{A_1, A_2 \ldots, A_n\}$ *là hệ biến cố đầy đủ và* H *là một biến cố thì*

$$P(H) = \sum_{i=1}^{n} P(H|A_i)P(A_i)$$
$$= P(H|A_1)P(A_1) + P(H|A_2)P(A_2) + \cdots + P(H|A_n)P(A_n)$$

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Công thức xác suất đầy đủ

Chứng minh.

Do $A_1, A_2 \ldots, A_n$ đôi một xung khắc nên $H \cap A_1, H \cap A_2, \ldots, H \cap A_n$ cũng đôi một xung khắc, mặt khác

$$H = H \cap \Omega = (H \cap A_1) + (H \cap A_2) + \cdots + (H \cap A_n)$$

Do đó

$$\begin{aligned} P(H) &= P\big[(H \cap A_1) + (H \cap A_2) + \cdots + (H \cap A_n)\big] \\ &= P(H \cap A_1) + P(H \cap A_2) + \cdots + P(H \cap A_n) \\ &= P(H|A_1)P(A_1) + P(H|A_2)P(A_2) + \cdots + P(H|A_n)P(A_n) \end{aligned}$$

□

ThangLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Ví dụ

Ví dụ: Trong điều tra về thị trường hay xã hội học có những câu hỏi tế nhị. Với những câu hỏi như vậy một số người không trả lời hoặc trả lời không trung thực. Để tránh tình trạng này người ta dùng phương pháp: Ghép một câu hỏi tế nhị với một câu hỏi bình thường. Người được hỏi sẽ tung một đồng xu, nếu xuất hiện mặt ngửa thì trả lời câu hỏi này còn xuất hiện mặt sấp thì trả lời câu hỏi kia. Người được hỏi biết rằng người ta không biết mình trả lời câu hỏi nào nên mạnh dạn trả lời đúng. Căn cứ vào xác suất của câu hỏi bình thường người ta sẽ tính ra xác suất liên quan tới câu hỏi tế nhị.
Chẳng hạn với cặp câu hỏi:

1. Số cuối cùng trong chứng minh thư của bạn là số lẻ?
2. Bạn đã có hơn một người yêu trước khi lập gia đình?

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Ví dụ

Người được hỏi sẽ tung một đồng xu nếu xuất hiện mặt ngửa thì trả lời câu hỏi đầu, nếu không thì trả lời câu sau. Người ta thấy có 32% câu trả lời là đúng. Tính tỷ lệ số người trả lời câu sau trả lời đúng.

Lời giải: Gọi A_i là biến cố "người được hỏi trả lời câu hỏi i", $i = 1, 2$.
T là biến cố "người được hỏi trả lời đúng".
Ta có $P(T) = 0.32$, $P(A_1) = P(A_2) = 0.5$, ngoài ra $P(T|A_1) = 0.5$. Ta cần tính $P(T|A_2)$.
Do A_1, A_2 lập thành hệ biến cố đầy đủ, theo công thức xác suất đầy đủ ta có

$$P(T) = P(T|A_1)P(A_1) + P(T|A_2)P(A_2) \quad (1)$$

$$= 0.5 \times 0.5 + P(T|A_2) \times 0.5 = 0.32 \quad (2)$$

Vậy $P(T|A_2) = (0.32 - 0.25)/0.5 = 0.14$.

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Công thức Bayes

Định lí

(Công thức Bayes)

Cho $\{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ *là hệ biến cố đầy đủ và* H *là một biến cố thì với* $i = \overline{1, n}$

$$P(A_i|H) = \frac{P(H|A_i)P(A_i)}{P(H)}$$
$$= \frac{P(H|A_i)P(A_i)}{P(H|A_1)P(A_1) + P(H|A_2)P(A_2) + \cdots + P(H|A_n)P(A_n)}$$

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Công thức Bayes

Chứng minh.

Theo quy tắc nhân $P(H|A_i)P(A_i) = P(A_i|H)P(H)$ nên

$$P(A_i|H) = \frac{P(H|A_i)P(A_i)}{P(H)}$$

Mặt khác theo công thức xác suất đầy đủ
$P(H) = P(H|A_1)P(A_1) + P(H|A_2)P(A_2) + \cdots + P(H|A_n)P(A_n)$.
Nên ta cũng có

$$P(A_i|H) = \frac{P(H|A_i)P(A_i)}{P(H|A_1)P(A_1) + P(H|A_2)P(A_2) + \cdots + P(H|A_n)P(A_n)}$$

□

Ví dụ

Ví dụ: Có hai hộp đựng bóng, hộp 1 có 6 quả bóng xanh và 8 quả bóng vàng, hộp 2 có 10 quả bóng xanh và 12 quả bóng vàng. Lấy ngẫu nhiên một hộp, rồi từ đó lấy ra một quả bóng thì được bóng xanh. Tìm xác suất để quả bóng lấy ra thuộc hộp 1.

Lời giải: Gọi A_i là biến cố "quả bóng lấy ra thuộc hộp i", $i = 1, 2$ và X là biến cố "quả bóng có màu xanh".
Ta cần tính $P(A_1|X)$.
Theo công thức Bayes

$$P(A_1|H) = \frac{P(H|A_1)P(A_1)}{P(H|A_1)P(A_1) + P(H|A_2)P(A_2)}$$
$$= \frac{6/14 \times 0.5}{6/14 \times 0.5 + 10/22 \times 0.5} = 0.485$$

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Ví dụ

Ví dụ: Có hai hộp đựng bóng, hộp 1 có 6 quả bóng xanh và 8 quả bóng vàng, hộp 2 có 10 quả bóng xanh và 12 quả bóng vàng. Lấy ngẫu nhiên một hộp, rồi từ đó lấy ra một quả bóng thì được bóng xanh. Tìm xác suất để quả bóng lấy ra thuộc hộp 1.

Lời giải: Gọi A_i là biến cố "quả bóng lấy ra thuộc hộp i", $i = 1, 2$ và X là biến cố "quả bóng có màu xanh".

Ta cần tính $P(A_1|X)$.

Theo công thức Bayes

$$P(A_1|H) = \frac{P(H|A_1)P(A_1)}{P(H|A_1)P(A_1) + P(H|A_2)P(A_2)}$$

$$= \frac{6/14 \times 0.5}{6/14 \times 0.5 + 10/22 \times 0.5} = 0.485$$

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Biến ngẫu nhiên được sử dụng để miêu tả những mặt quan trọng của các kết quả của phép thử. Phần này giới thiệu hai loại biến ngẫu nhiên quan trọng là biến ngẫu nhiên rời rạc và biến ngẫu nhiên liên tục.

Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Nội dung trình bày

1. Xác suất
   - Khái niệm xác suất
   - Không gian mẫu, biến cố sơ cấp, biến cố
   - Định nghĩa xác suất
   - Một số quy tắc xác suất cơ bản
   - Xác suất điều kiện và sự độc lập

2. Biến ngẫu nhiên và quy luật phân phối xác suất
   - Biến ngẫu nhiên và quy luật phân phối xác suất
   - Một số phân phối lý thuyết quan trọng
   - Phân phối chuẩn xấp xỉ một số phân phối rời rạc

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Định nghĩa

Một biến ngẫu nhiên là một hàm số thực xác định trên không gian mẫu của phép thử, như vậy mỗi biến cố sơ cấp được gán cho một và chỉ một số thực.

Ví dụ: Xét phép thử: tung hai đồng xu, ký hiệu S là trường hợp đồng xu xuất hiện mặt sấp và N là trường hợp đồng xu xuất biện mặt ngửa. Không gian mẫu của phép thử là

$$\Omega = \{SS, SN, NS, NN\}$$

Gọi X là đại lượng chỉ số mặt ngửa xuất hiện trong phép thử, thì X có thể nhận ba giá trị: 0, 1, 2 tùy thuộc vào kết quả của phép thử.

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Định nghĩa

Một biến ngẫu nhiên là một hàm số thực xác định trên không gian mẫu của phép thử, như vậy mỗi biến cố sơ cấp được gán cho một và chỉ một số thực.

Ví dụ: Xét phép thử: tung hai đồng xu, ký hiệu S là trường hợp đồng xu xuất hiện mặt sấp và N là trường hợp đồng xu xuất biện mặt ngửa. Không gian mẫu của phép thử là

$$\Omega = \{SS, SN, NS, NN\}$$

Gọi X là đại lượng chỉ số mặt ngửa xuất hiện trong phép thử, thì X có thể nhận ba giá trị: 0, 1, 2 tùy thuộc vào kết quả của phép thử.

Biến ngẫu nhiên

Biến cố	X
SS	0
SN	1
NS	1
NN	2

Theo định nghĩa trên X là một biến ngẫu nhiên xác định trên Ω.

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Sau đây là một số ví dụ khác về biến ngẫu nhiên

Ví dụ:

1. X là số khách hàng có mua hàng trong cửa hàng trong số 10 khách hàng tiếp theo.
2. X là điểm thi Toán cơ sở của một sinh viên được chọn ngẫu nhiên trong lớp.
3. X là số ôtô qua cầu trong một ngày
4. X là chiều cao của một người trưởng thành.
5. X là trọng lượng của một quả táo trong vườn.

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Hai loại biến ngẫu nhiên

Định nghĩa

1. *Biến ngẫu nhiên được gọi là rời rạc nếu tập giá trị của nó là hữu hạn hay đếm được.*
2. *Biến ngẫu nhiên được gọi là liên tục nếu tập giá trị của nó có thể lấp đầy một khoảng trên trục số.*

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Phân phối xác suất của biến ngẫu nhiên rời rạc

Định nghĩa

Phân phối xác suất của biến ngẫu nhiên rời rạc X là một bảng, một đồ thị hay một công thức cho biết các giá trị mà X có thể nhận và xác suất tương ứng.

Ta ký hiệu xác suất để X nhận giá trị x là $p_X(x)$ hay $p(x)$.
$p(x)$ được gọi là hàm phân phối xác suất của X.

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Ví dụ: Xét ví dụ tung hai đồng xu nói trên, ta có bảng giá trị của X tương ứng với các biến cố như sau:

X	Biến cố	Xác suất
0	SS	0.25
1	SN, NS	0.5
2	NN	0.25

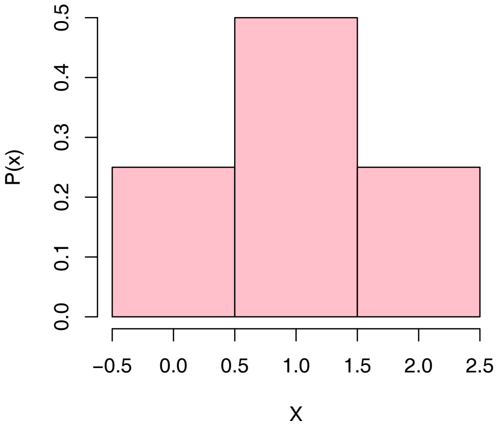
Và ta có bảng phân phối xác suất của X

X	0	1	2
$p(x)$	0.25	0.5	0.25

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Phân phối xác suất của biến ngẫu nhiên rời rạc

Ngoài ra ta có thể dùng đồ thị sau biểu diễn quy luật phân phối của X



Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Tính chất của hàm phân phối xác suất của bnn rời rạc p(x)

Tính chất

Hàm phân phối xác suất của biến ngẫu nhiên rời rạc phải thỏa mãn hai tính chất

1. $0 \leqslant p(x) \leqslant 1$
2. $\sum_x p(x) = 1$

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Kỳ vọng và phương sai của biến ngẫu nhiên rời rạc

Giả sử ta thực hiện rất nhiều lần một phép thử mà kết quả được mô tả bởi biến ngẫu nhiên X và ghi lại giá trị mà X nhận ứng với kết quả của từng lần đó. Khi đó ta có một tổng thể gồm tất cả các giá trị quan sát được của biến ngẫu nhiên X. Trung bình của tổng thể đó ký hiệu là μ_X được gọi là kỳ vọng của X hay trung bình của X. Phương sai của tổng thể đó , ký hiệu là σ_X^2 được gọi là phương sai của X.
Đối với biến ngẫu nhiên rời rạc công thức tính kỳ vọng như sau

Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Phương sai của biến ngẫu nhiên rời rạc

Mệnh đề

Kỳ vọng hay trung bình của biến ngẫu nhiên rời rạc của X *là*

$$\mu_x = \sum_x x p(x)$$

Phương sai của biến ngẫu nhiên rời rạc của X *là*

$$\sigma_x^2 = \sum_x (x - \mu_X)^2 p(x) = \sum_x x^2 p(x) - \mu_X^2$$

Độ lệch chuẩn của X, σ_X *là căn bậc hai (số học) của phương sai của* X

$$\sigma_X = \sqrt{\sigma_x^2}$$

Ví dụ: Giả sử X là biến ngẫu nhiên có bảng phân phối xác suất như sau

X	-1	0	3	4
$p(x)$	0.2	0.1	0.6	0.1

Ta có $\mu_X = -1 \cdot 0.2 + 0 \cdot 0.1 + 3 \cdot 0.6 + 4 \cdot 0.1 = 2$
$\sigma_X^2 = (-1)^2 \cdot 0.2 + 0^2 \cdot 0.1 + 3^2 \cdot 0.6 + 4^2 \cdot 0.1 - 2^2 = 3.2$

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Định nghĩa

Đường $f(x)$ là phân phối xác suất liên tục của biến ngẫu nhiên (liên tục) X hay còn gọi là hàm mật độ xác suất của X, nếu xác suất để X nhận giá trị trong khoảng $[a, b]$ là diện tích của hình giới hạn bởi đường mật độ đó, trục hoành và hai đường thẳng vuông góc với trục hoành tại hai điểm a, b.

Nhận xét:

1. Xác suất để X nhận giá trị trong khoảng $[a, b]$ là

$$P(a \leqslant X \leqslant b) = \int_a^b f(x)dx$$

2. Xác suất để X nhận một giá trị x nào đó bằng 0 $P(X = x) = 0$

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Phân phối xác suất của biến ngẫu nhiên liên tục

Định nghĩa

Đường $f(x)$ là phân phối xác suất liên tục của biến ngẫu nhiên (liên tục) X hay còn gọi là hàm mật độ xác suất của X, nếu xác suất để X nhận giá trị trong khoảng $[a, b]$ là diện tích của hình giới hạn bởi đường mật độ đó, trục hoành và hai đường thẳng vuông góc với trục hoành tại hai điểm a, b.

Nhận xét:

1. Xác suất để X nhận giá trị trong khoảng $[a, b]$ là

$$P(a \leqslant X \leqslant b) = \int_a^b f(x)dx$$

2. Xác suất để X nhận một giá trị x nào đó bằng 0 $P(X = x) = 0$

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Tính chất của phân phối xác suất liên tục

Tính chất

Hàm mật độ xác suất $f(x)$ của biến ngẫu nhiên X thỏa mãn hai tính chất sau

1. $f(x) \geqslant 0$ *với mọi giá trị của* x
2. *Diện tích của miền nằm giữa trục hoành và đường* $f(x)$ *bằng* 1.

Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Nội dung trình bày

1. Xác suất
   - Khái niệm xác suất
   - Không gian mẫu, biến cố sơ cấp, biến cố
   - Định nghĩa xác suất
   - Một số quy tắc xác suất cơ bản
   - Xác suất điều kiện và sự độc lập

2. Biến ngẫu nhiên và quy luật phân phối xác suất
   - Biến ngẫu nhiên và quy luật phân phối xác suất
   - Một số phân phối lý thuyết quan trọng
   - Phân phối chuẩn xấp xỉ một số phân phối rời rạc

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Một số phân phối lý thuyết quan trọng

1. Phân phối nhị thức
2. Phân phối Poisson
3. Phân phối đều
4. Phân phối chuẩn
5. Phân phối mũ

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Phân phối nhị thức là một hàm phân phối xác suất rời rạc, có nhiều ứng dụng trong thực tế, nó được sử dụng khi biến ngẫu nhiên rời rạc ta quan tâm là số lần thành công trong n lần thực hiện lặp lại một phép thử giống hệt nhau.

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Phân phối nhị thức

Định nghĩa

Phép thử nhị thức *là phép thử có các đặc điểm sau*

- *Phép thử bao gồm n thử nghiệm giống hệt nhau.*
- *Mỗi thử nghiệm này chỉ có kết quả là "thành công", "thất bại".*
- *Xác suất "thành công" trong mỗi phép thử đều là p (và xác suất "thất bại" là $q = 1 - p$).*
- *Các thử nghiệm là độc lập lẫn nhau (kết quả của thử nghiệm này không ảnh hưởng tới kết quả của thử nghiệm khác).*

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Phân phối nhị thức

Mệnh đề

Nếu gọi X *là biến ngẫu nhiên xác định như sau*
$X =$ *số lần "thành công" trong* n *thử nghiệm của phép thử nhị thức thì* X *được gọi là biến ngẫu nhiên có phân phối nhị thức (biến ngẫu nhiên nhị thức), ký hiệu* $X \sim B(n, p)$ *và xác suất để có* x *lần thành công trong* n *thử nghiệm là*

$$P(X = x) = p(x) = C_n^x p^x q^{n-x} = \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x q^{n-x}$$

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Ví dụ: Giả sử một gia đình dự định sinh 3 con, xác suất sinh con gái trong mỗi lần sinh là 0.51. Gọi X là số con gái trong gia đình đó thì X là biến ngẫu nhiên nhị thức $X \sim B(3, 0.51)$.
Khi đó xác suất để gia đình có hai con gái là

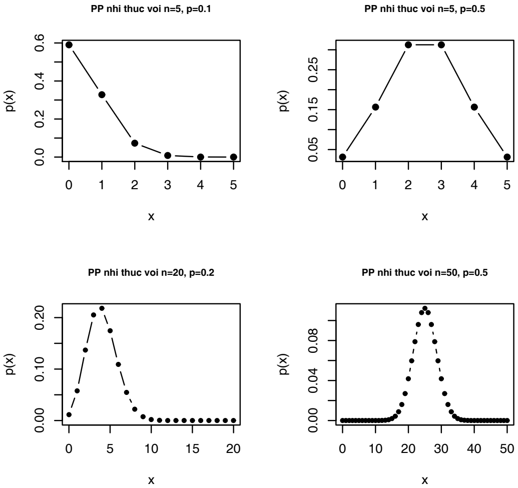
$$P(X = 2) = \frac{3!}{2!1!} 0.51^2 0.49^1 = 0.382$$

Xác suất để gia đình có ít nhất một con gái là

$$P(X \geqslant 1) = P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) = 0.88$$

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Phân phối nhị thức



Hình: Một số phân phối nhị thức

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Phân phối nhị thức

Mệnh đề

Nếu X *là biến ngẫu nhiên phân phối nhị thức* $X \sim B(n,p)$ *thì*

$$\mu_X = np, \quad \sigma_X^2 = npq, \quad \sigma_X = \sqrt{npq}$$

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Cho X là biến ngẫu nhiên phân phối nhị thức $B(n, p)$

`dbinom(x,n,p)`:	để tính xác suất $P(X = x)$
`pbinom(x,n,p)`:	để tính xác suất $P(X \leqslant x)$
`qbinom(`α`,n,p)`:	cho biết giá trị x sao cho $P(X \leqslant x) = \alpha$

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Phân phối Poisson (Poisson Distribution)

Định nghĩa

Xét số lần xảy ra một sự kiện trong một khoảng thời gian nhất định, và giả sử rằng

1. *Xác suất xảy ra sự kiện luôn bằng nhau trong những khoảng thời gian có độ dài như nhau*
2. *Số sự kiện xảy ra trong hai khoảng thời gian rời nhau là độc lập.*

Gọi X là biến ngẫu nhiên chỉ số lần sự kiện xảy ra trong khoảng thời gian đã xác định thì xác suất để có x lần xảy ra sự kiện là

$$P(X = x) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!}$$

Trong đó λ là số lần xảy ra sự kiện trung bình trong khoảng thời gian nói trên. Khi đó X được gọi là có phân phối Poisson với tham số λ, ký hiệu $X \sim P(\lambda)$.

Phân phối Poisson

Ví dụ: Giả sử trung bình có 5 khách hàng đến của hàng mỗi giờ. Hỏi xác suất để có 3 khách hàng đến cửa hàng mỗi giờ là bao nhiêu? Xác suất để có ít nhất hai khách hàng đến của hàng trong vòng 30 phút là bao nhiêu biết số khách hàng đến cửa hàng mỗi tuân theo phân phối Poisson?

Lời giải: Gọi X là số khách hàng đến cửa hàng mỗi giờ thì $X \sim P(5)$. Xác suất để có 3 khách hàng đến cửa hàng mỗi giờ là

$$P(X = 3) = \frac{e^{-5}5^3}{3!} = 0.14$$

Gọi Y là số khách hàng đến cửa hàng trong 30 phút thì $Y \sim P(2.5)$ Xác suất để có ít nhất 2 khách hàng đến cửa hàng trong 30 phút là

$$P(Y \geqslant 2) = 1 - P(Y = 0) - P(Y = 1) = 0.712$$

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Ví dụ: Giả sử trung bình có 5 khách hàng đến của hàng mỗi giờ. Hỏi xác suất để có 3 khách hàng đến cửa hàng mỗi giờ là bao nhiêu? Xác suất để có ít nhất hai khách hàng đến của hàng trong vòng 30 phút là bao nhiêu biết số khách hàng đến cửa hàng mỗi tuân theo phân phối Poisson?

Lời giải: Gọi X là số khách hàng đến cửa hàng mỗi giờ thì $X \sim P(5)$. Xác suất để có 3 khách hàng đến cửa hàng mỗi giờ là

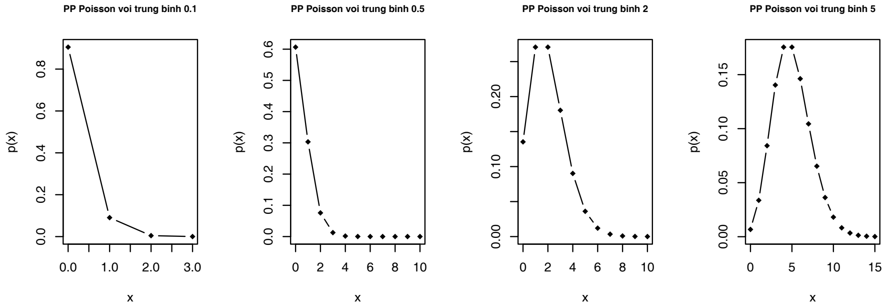
$$P(X = 3) = \frac{e^{-5}5^3}{3!} = 0.14$$

Gọi Y là số khách hàng đến cửa hàng trong 30 phút thì $Y \sim P(2.5)$ Xác suất để có ít nhất 2 khách hàng đến cửa hàng trong 30 phút là

$$P(Y \geqslant 2) = 1 - P(Y = 0) - P(Y = 1) = 0.712$$

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Phân phối Poisson



Hình: Một số phân phối Poisson

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Mệnh đề

Giả sử X *là biến ngẫu nhiên Poisson với tham số* λ *thì*

$$\mu_X = \lambda, \quad \sigma_X^2 = \lambda, \quad \sigma_X = \sqrt{\lambda}$$

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Phân phối Poisson

Giả sử $X \sim P(\lambda)$

`dpois(x,`λ`)`:	tính xác suất $P(X = x)$
`ppois(x,`λ`)`:	tính xác suất $P(X \leqslant x)$
`qpois(`α`,`λ`)`:	cho biết x sao cho $P(X \leqslant x) = \alpha$

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Phân phối đều (Uniform Distribution)

Định nghĩa

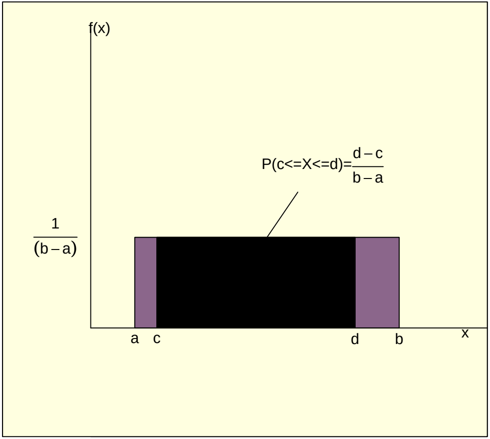
Cho a, b *là hai số thực với* $a < b$, *biến ngẫu nhiên liên tục* X *có hàm mật độ dạng*

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{b-a} & \text{với} \quad a \leqslant x \leqslant b \\ 0 & \text{trong những trường hợp còn lại} \end{cases}$$

thì X *được gọi là có phân phối đều trên đoạn* $[a, b]$, *ký hiệu* $X \sim U(a, b)$.

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Phân phối đều



Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Phân phối đều

Mệnh đề

Giả sử X *là biến ngẫu nhiên có phân phối đều trên đoạn* $[a, b]$ *thì*

$$\mu_X = \frac{a+b}{2}, \quad \sigma_X = \frac{b-a}{\sqrt{12}}$$

và $P(c \leqslant X \leqslant d) = \dfrac{d-c}{b-a}$.

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Phân phối đều

Ví dụ: Giả sử thời gian chờ X của khách tại một chiếc thang máy của khách sạn có phân phối đều trong khoảng thời gian từ 0 đến 4 phút. Tính xác suất để một khách hàng phải đợi trên 2.5 phút.

Lời giải: Ta có $a = 0$, $b = 4$ và hàm mật độ của X là

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{4} & \text{với} \quad 0 \leqslant x \leqslant 4 \\ 0 & \text{trong những trường hợp còn lại} \end{cases}$$

Xác suất để để một khách hàng phải đợi trên 2.5 phút:

$$P(X \geqslant 2.5) = P(2.5 \leqslant X \leqslant 4) = \frac{4 - 2.5}{4 - 0} = 0.375$$

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Ví dụ: Giả sử thời gian chờ X của khách tại một chiếc thang máy của khách sạn có phân phối đều trong khoảng thời gian từ 0 đến 4 phút. Tính xác suất để một khách hàng phải đợi trên 2.5 phút.

Lời giải: Ta có $a = 0$, $b = 4$ và hàm mật độ của X là

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{4} & \text{với} \quad 0 \leqslant x \leqslant 4 \\ 0 & \text{trong những trường hợp còn lại} \end{cases}$$

Xác suất để để một khách hàng phải đợi trên 2.5 phút:

$$P(X \geqslant 2.5) = P(2.5 \leqslant X \leqslant 4) = \frac{4 - 2.5}{4 - 0} = 0.375$$

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Tính xác suất của phân phối đều trong R

Giả sử $X \sim U(a, b)$

`punif(x,a,b)`: tính xác suất $P(X \leqslant x)$
`qunif(`α`,a,b)`: cho giá trị x sao cho $P(X \leqslant x) = \alpha$

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Phân phối chuẩn (Normal Distribution)

Định nghĩa

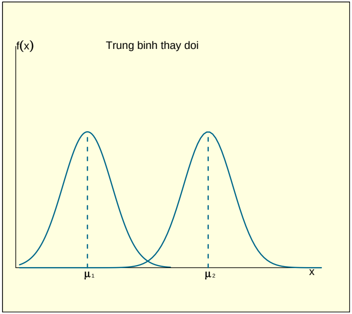
Biến ngẫu nhiên liên tục X được gọi là có phân phối chuẩn nếu hàm mật độ có dạng

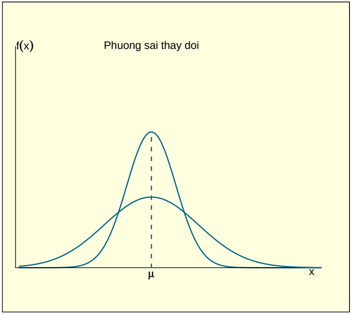
$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Trong đó μ và σ là trung bình và độ lệch chuẩn của tổng thể các giá trị quan sát được của biến ngẫu nhiên X, ký hiệu $X \sim N(\mu, \sigma^2)$.

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

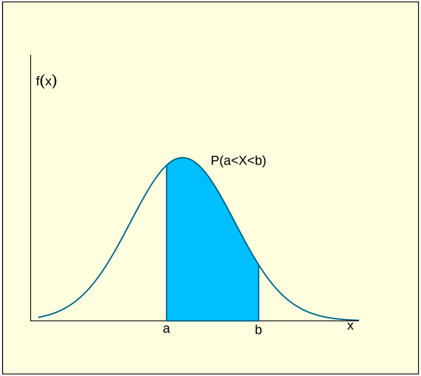
Ảnh hưởng của μ và σ lên đường phân phối chuẩn





Phân phối chuẩn

Nếu X có phân phối chuẩn thì xác suất để X nhận giá trị trong một khoảng $[a, b]$ là diện tích hình giới hạn bởi đường mật độ, trục hoành, và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$.



Mệnh đề

Nếu X là biến ngẫu nhiên có phân phối chuẩn với trung bình μ và độ lệch chuẩn σ thì biến ngẫu nhiên sau

$$Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$$

có phân phối chuẩn với trung bình 0 và độ lệch chuẩn 1.
Một phân phối chuẩn với trung bình 0 và độ lệch chuẩn 1 được gọi là phân phối chuẩn hóa.

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Cách tính $P(a < X < b)$

Sử dụng mệnh đề trên ta có thể tính xác suất $P(a < X < b)$ trong đó $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ bằng cách tra bảng phân phối chuẩn.

Ví dụ: Giả sử $X \sim N(6, 16)$, Tính $P(5 < X < 6.5)$

Lời giải: Ta có

$P(5 < X < 6.5) = P(\frac{5-6}{4} < \frac{X-6}{4} < \frac{6.5-6}{4}) = P(-0.25 < Z < 0.13) = P(Z < 0.13) - P(Z < -0.25)$ Trong đó $Z \sim N(0, 1)$.

Tra trong bảng ứng với số -0.25 ta được $P(Z < -0.25)0.4$, ứng với số 0.13 ta được $P(Z < 0.13) = 0.552$.

Vậy $P(5 < X < 6.5) = 0.552 - 0.4 = 0.152$.

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Sử dụng mệnh đề trên ta có thể tính xác suất $P(a < X < b)$ trong đó $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ bằng cách tra bảng phân phối chuẩn.

Ví dụ: Giả sử $X \sim N(6, 16)$, Tính $P(5 < X < 6.5)$

Lời giải: Ta có

$P(5 < X < 6.5) = P(\frac{5-6}{4} < \frac{X-6}{4} < \frac{6.5-6}{4}) = P(-0.25 < Z < 0.13) = P(Z < 0.13) - P(Z < -0.25)$ Trong đó $Z \sim N(0, 1)$.

Tra trong bảng ứng với số -0.25 ta được $P(Z < -0.25)0.4$, ứng với số 0.13 ta được $P(Z < 0.13) = 0.552$.

Vậy $P(5 < X < 6.5) = 0.552 - 0.4 = 0.152$.

Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Sử dụng mệnh đề trên ta có thể tính xác suất $P(a < X < b)$ trong đó $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ bằng cách tra bảng phân phối chuẩn.
Ví dụ: Giả sử $X \sim N(6, 16)$, Tính $P(5 < X < 6.5)$
Lời giải: Ta có
$P(5 < X < 6.5) = P(\frac{5-6}{4} < \frac{X-6}{4} < \frac{6.5-6}{4}) = P(-0.25 < Z < 0.13) = P(Z < 0.13) - P(Z < -0.25)$ Trong đó $Z \sim N(0, 1)$.
Tra trong bảng ứng với số -0.25 ta được $P(Z < -0.25)0.4$, ứng với số 0.13 ta được $P(Z < 0.13) = 0.552$.
Vậy $P(5 < X < 6.5) = 0.552 - 0.4 = 0.152$.

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Một vài nhận xét

Giả sử Z là biến ngẫu nhiên chuẩn hóa. Do tính đối xứng qua trục tung của đường mật độ chuẩn hóa nên

1. $P(Z < z) = P(Z > -z)$
2. $P(Z < 0) = P(Z > 0) = 0.5$
3. $P(Z < z) = 0.5 + P(0 < Z < z)$ với z là một số dương
4. $P(Z > z) = 0.5 + P(0 > Z > z)$ với z là một số âm

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Tính xác suất của phân phối chuẩn với R

Cho $X \sim N(\mu, \sigma^2)$

pnorm(x,μ,σ):	cho xác suất $P(X \leqslant x)$
qnorm(α,μ,σ):	cho biết giá trị x để $P(X \leqslant x) = \alpha$.

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Phân phối mũ

Định nghĩa

Cho λ *là một số dương, biến ngẫu nhiên* X *có hàm mật độ dạng*

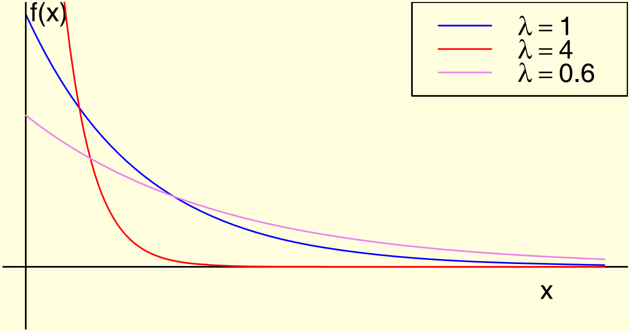
$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{với} \quad x \geqslant 0 \\ 0 & \text{trong những trường hợp còn lại} \end{cases}$$

được gọi là biến ngẫu nhiên có phân phối mũ, ký hiệu $X \sim E(\lambda)$*.*
Hơn nữa X *có trung bình và độ lệch chuẩn*

$$\mu_X = \frac{1}{\lambda}, \quad \sigma_X = \frac{1}{\lambda}$$

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Phân phối mũ (Exponential Distribution)



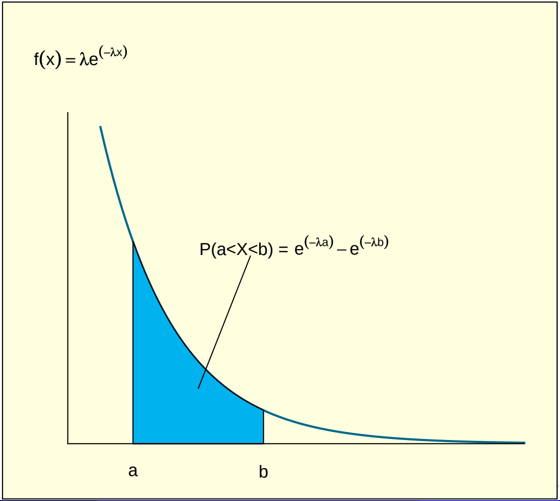
Phân phối mũ

Mệnh đề

Giả sử $X \sim E(\lambda)$ *thì*
$P(X < x) = 1 - e^{-\lambda x}$
$P(a < X < b) = e^{-\lambda a} - e^{-\lambda b}$

Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Phân phối mũ



Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Mối liên hệ giữa phân phối mũ và phân phối Poisson

Nếu số lần xuất hiện của một biến cố trong một khoảng thời gian cho trược tuân theo phân phối Poison với trung bình λ thì khoảng thời gian giữa hai lần xuất hiện biến cố liên tiếp tuân theo phân phối mũ với trung bình $1/\lambda$.

Ví dụ: Giả sử tại môt trung tâm cấp cứu, số bệnh nhân đến trong một ngày tuân theo phân phối Poisson có trung bình là 2 người. Tính xác suất để khoảng thời gian giữa hai bệnh nhân đến ít hơn 1/3 ngày.

Lời giải: Thì X là biến ngẫu nhiên chỉ thời gian giữa hai bệnh nhân liên tiếp có phân phối mũ với trung bình $\mu_X = 1/\lambda = 1/2 = 0.5$ ngày.

Vậy xác suất để khoảng thời gian giữa hai bệnh nhân đến ít hơn 1/3 ngày là

$$P(X < 1/3) = 1 - e^{-\frac{1/3}{0.5}} = 1 - e^{2/3} = 0.487$$

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Mối liên hệ giữa phân phối mũ và phân phối Poisson

Nếu số lần xuất hiện của một biến cố trong một khoảng thời gian cho trược tuân theo phân phối Poison với trung bình λ thì khoảng thời gian giữa hai lần xuất hiện biến cố liên tiếp tuân theo phân phối mũ với trung bình $1/\lambda$.

Ví dụ: Giả sử tại môt trung tâm cấp cứu, số bệnh nhân đến trong một ngày tuân theo phân phối Poisson có trung bình là 2 người. Tính xác suất để khoảng thời gian giữa hai bệnh nhân đến ít hơn 1/3 ngày.

Lời giải: Thì X là biến ngẫu nhiên chỉ thời gian giữa hai bệnh nhân liên tiếp có phân phối mũ với trung bình $\mu_X = 1/\lambda = 1/2 = 0.5$ ngày.

Vậy xác suất để khoảng thời gian giữa hai bệnh nhân đến ít hơn 1/3 ngày là

$$P(X < 1/3) = 1 - e^{-\frac{1/3}{0.5}} = 1 - e^{2/3} = 0.487$$

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Mối liên hệ giữa phân phối mũ và phân phối Poisson

Nếu số lần xuất hiện của một biến cố trong một khoảng thời gian cho trược tuân theo phân phối Poison với trung bình λ thì khoảng thời gian giữa hai lần xuất hiện biến cố liên tiếp tuân theo phân phối mũ với trung bình $1/\lambda$.

Ví dụ: Giả sử tại môt trung tâm cấp cứu, số bệnh nhân đến trong một ngày tuân theo phân phối Poisson có trung bình là 2 người. Tính xác suất để khoảng thời gian giữa hai bệnh nhân đến ít hơn 1/3 ngày.

Lời giải: Thì X là biến ngẫu nhiên chỉ thời gian giữa hai bệnh nhân liên tiếp có phân phối mũ với trung bình $\mu_X = 1/\lambda = 1/2 = 0.5$ ngày.

Vậy xác suất để khoảng thời gian giữa hai bệnh nhân đến ít hơn 1/3 ngày là

$$P(X < 1/3) = 1 - e^{-\frac{1/3}{0.5}} = 1 - e^{2/3} = 0.487$$

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Tính xác suất của phân phối mũ bằng R

Cho $X \sim E(\lambda)$

`pexp`$(\mathtt{x},\lambda)$:	tính $P(X \leqslant x)$
`qexp`$(\alpha,\lambda\ )$:	cho biết giá trị x sao cho $P(X \leqslant x) = \alpha$

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Nội dung trình bày

1. Xác suất
   - Khái niệm xác suất
   - Không gian mẫu, biến cố sơ cấp, biến cố
   - Định nghĩa xác suất
   - Một số quy tắc xác suất cơ bản
   - Xác suất điều kiện và sự độc lập
2. Biến ngẫu nhiên và quy luật phân phối xác suất
   - Biến ngẫu nhiên và quy luật phân phối xác suất
   - Một số phân phối lý thuyết quan trọng
   - Phân phối chuẩn xấp xỉ một số phân phối rời rạc

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Phân phối chuẩn xấp xỉ phân phối nhị thức

Giả sử X là biến ngẫu nhiên phân phối nhị thức $X \sim B(n, p)$. Nếu n, p thỏa mãn điều kiện $np \geqslant 5$ và $nq \geqslant 5$ $(q = 1 - p)$ thì phân phối của X được xấp xỉ bởi phân phối chuẩn với trung bình $\mu = np$, độ lệch chuẩn $\sigma = \sqrt{npq}$.

Ví dụ: Giả sử $X \sim B(50, 0.5)$. Ta cần tính $P(X = 24)$.
Ta có $np = 50 \cdot 0.5 = 25 \geqslant 5$ và $nq = 50 \cdot 0.5 = 25 \geqslant 5$. Nên có thể xấp xỉ X bởi phân phối chuẩn với trung bình $\mu = 25$ và độ lệch chuẩn $\sigma = \sqrt{50 \cdot 0.5 \cdot 0.5} = 3.536$.
Ta viết lại $P(X = 24) = P(23.5 < X < 24.5)$
Chuẩn hóa X ta được $P(23.5 < X < 24.5) = P(\frac{23.5-25}{3.536} < Z < \frac{24.5-25}{3.536}) = P(-0.42 < Z < -0.14) = 0.11$
Vậy $P(X = 24)$ xấp xỉ bằng 0.11.

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Phân phối chuẩn xấp xỉ phân phối nhị thức

Tương tự như vậy ta có thể tính

$P(20 < X \leqslant 30) = P(21 \leqslant X \leqslant 30) = P(20.5 < X < 30.5)$

$P(X \leqslant 29) = P(-0.5 < X < 29.5)$

$P(X > 35) = P(36 \leqslant X \leqslant 50) = P(35.5 < X < 50.5)$

$P(18 < X < 42) = P(19 \leqslant X \leqslant 41) = P(18.5 < X < 41.5)$

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Phân phối chuẩn xấp xỉ phân phối Poison

Giả sử X là biến ngẫu nhiên phân phối Poisson với trung bình λ. Nếu $\lambda \geqslant 5$ thì X được xấp xỉ bởi phân phối chuẩn với trung bình $\mu = \lambda$ và độ lệch chuẩn $\sigma = \sqrt{\lambda}$.

Ví dụ: Tại một nhà máy số lần ngừng việc mỗi ngày vì máy móc trục trặc là biến ngẫu nhiên X có phân phối Poisson có trung bình là $\lambda = 10$. Tính xác suất để có không quá 8 lần ngừng việc vì hỏng máy trong một ngày làm việc bất kỳ.

Ta cần tính $P(X \leqslant 8) = P(X < 8.5) \approx P(Z < \frac{8.5 - 10}{\sqrt{10}}) = 0.318$

Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Phân phối chuẩn xấp xỉ phân phối Poison

Giả sử X là biến ngẫu nhiên phân phối Poisson với trung bình λ. Nếu $\lambda \geqslant 5$ thì X được xấp xỉ bởi phân phối chuẩn với trung bình $\mu = \lambda$ và độ lệch chuẩn $\sigma = \sqrt{\lambda}$.

Ví dụ: Tại một nhà máy số lần ngừng việc mỗi ngày vì máy móc trục trặc là biến ngẫu nhiên X có phân phối Poisson có trung bình là $\lambda = 10$. Tính xác suất để có không quá 8 lần ngừng việc vì hỏng máy trong một ngày làm việc bất kỳ.

Ta cần tính $P(X \leqslant 8) = P(X < 8.5) \approx P(Z < \dfrac{8.5 - 10}{\sqrt{10}}) = 0.318$

Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Bổ sung-Hàm phân phối

Định nghĩa

Cho X là một biến ngẫu nhiên, hàm phân phối xác suất tích lũy của X ký hiệu $F_X(x)$ là hàm số xác định trên $\mathbb{R}$ như sau $F_X(x) = P(X \leqslant x)$, $x \in \mathbb{R}$.

Chú ý:

1. Nếu X là biến ngẫu nhiên rời rạc với hàm phân phối xác suất $p(x)$ thì

$$F_X(x) = P(X \leqslant x) = \sum_{t \leqslant x} p(t)$$

2. Nếu X là biến ngẫu nhiên liên tục với hàm mật độ $f(x)$ thì

$$F_X(x) = P(X \leqslant x) = \int_{\infty}^{x} f(t)dt$$

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Bổ sung-Hàm phân phối

Định nghĩa

Cho X là một biến ngẫu nhiên, hàm phân phối xác suất tích lũy của X ký hiệu $F_X(x)$ là hàm số xác định trên $\mathbb{R}$ như sau $F_X(x) = P(X \leqslant x)$, $x \in \mathbb{R}$.

Chú ý:

1. Nếu X là biến ngẫu nhiên rời rạc với hàm phân phối xác suất $p(x)$ thì

$$F_X(x) = P(X \leqslant x) = \sum_{t \leqslant x} p(t)$$

2. Nếu X là biến ngẫu nhiên liên tục với hàm mật độ $f(x)$ thì

$$F_X(x) = P(X \leqslant x) = \int_{\infty}^{x} f(t)dt$$

Bổ sung-Một số tính chất của kỳ vọng và phương sai của biến ngẫu nhiên

Định nghĩa

Cho X và Y là hai biến ngẫu nhiên, X và Y gọi là độc lập nếu với mọi x, y thuộc $\mathbb{R}$, biến cố $X < x$ và $Y < y$ độc lập.

Mệnh đề

Cho X và Y là hai biến ngẫu nhiên. Khi đó

1. *với $a, b \in \mathbb{R}$, $E(aX + b) = aEX + b$, $V(aX + b) = a^2VX$*
2. $E(X + Y) = EX + EY$
3. $V(X + Y) = VX + VY$ *nếu X, Y độc lập*

Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775

Bổ sung-Một số tính chất của kỳ vọng và phương sai của biến ngẫu nhiên

Định nghĩa

Cho X và Y là hai biến ngẫu nhiên, X và Y gọi là độc lập nếu với mọi x, y thuộc $\mathbb{R}$, biến cố $X < x$ và $Y < y$ độc lập.

Mệnh đề

Cho X và Y là hai biến ngẫu nhiên. Khi đó

1. *với* $a, b \in \mathbb{R}$, $E(aX + b) = aEX + b$, $V(aX + b) = a^2 VX$
2. $E(X + Y) = EX + EY$
3. $V(X + Y) = VX + VY$ *nếu* X, Y *độc lập*

Đại học ThăngLong
Khương Trung, Thanh Xuân, Hà Nội
Tel.: 04.8587346 , Fax.: 04.5636775