

BÀN VỀ SỰ LÀM VIỆC ĐỒNG THỜI CỦA KẾT CẤU VỚI BIẾN DẠNG CỦA NỀN

Nguyễn Huỳnh Tấn Tài, Nguyễn Kế Tường

Trường Đại học Thủ Dầu Một

TÓM TẮT

Bài viết này trình bày một phương pháp tính kết cấu công trình làm việc đồng thời với đất nền. Sự tương tác giữa kết cấu bên trên và nền – móng bên dưới được mô phỏng nhờ vào mô hình tiếp xúc móng – đất nền, cho phép xác định chuyển vị của móng phụ thuộc vào các đặc trưng cơ lý của đất nền đồng thời xác định được nội lực do các chuyển vị lún của các móng truyền lại trong kết cấu.

Từ khóa: kết cấu, nền, móng, làm việc đồng thời, phi tuyến, phương pháp phân tử hữu hạn

*

1. Giới thiệu

Hiện nay, khi tính kết cấu công trình, kỹ sư thường sử dụng phần mềm tính toán thương mại như Sap, Etab. Phần kết cấu bên trên và phần nền móng bên dưới được tính toán riêng biệt. Sự truyền tải từ kết cấu bên trên xuống bên dưới được thực hiện thông qua những liên kết lí tưởng như ngàm, khớp. Việc tính toán như trên không xét đến sự chuyển vị đồng thời của kết cấu bên trên và móng bên dưới. Các kết quả nội lực tìm được chưa xác thực với sự làm việc thực tế của kết cấu do chưa tính đến phần nội lực do chuyển vị không đồng thời của các liên kết. Nội lực xuất hiện trong kết cấu do chuyển vị không đồng thời của các liên kết chỉ có thể thực hiện sau khi giải bài toán lún cho từng móng rồi từ đó cho giải lại bài toán kết cấu với chuyển vị cưỡng

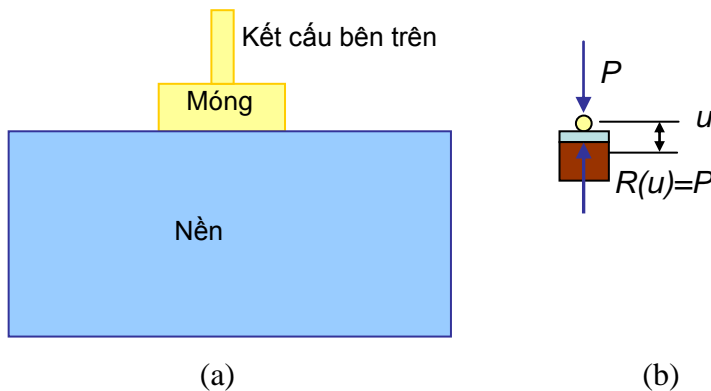
bức do móng lún. Tuy nhiên cách làm này thường dẫn đến sai số lớn về nội lực, thậm chí là sai lầm.

Để khắc phục hiện tượng trên, mô hình nền Winkler được sử dụng để mô phỏng sự làm việc đồng thời giữa kết cấu móng và đất nền. Mô hình này quan niệm đất nền ứng xử như một lò xo, quan hệ giữa chuyển vị và phản lực nền là đường thẳng. Ví dụ trong công trình [1], tác giả mô hình kết cấu và dầm móng bằng làm việc đồng thời với nhau. Dầm móng bằng được chia thành nhiều đoạn (phần tử) giới hạn bởi hai điểm (nút). Tại các nút, đặt một liên kết lò xo theo phương đứng. Độ cứng của lò xo phụ thuộc vào hệ số nền và phụ thuộc vào diện truyền tải của nút đó. Điểm mấu chốt của mô hình này là xác định hệ số nền tuy nhiên đây không phải là việc dễ dàng.

Cách đơn giản nhất để xác định hệ số nền là thí nghiệm bàn nén hiện trường. Mô hình nền Winkler đơn giản nhưng hạn chế do quan niệm quan hệ giữa chuyển vị và phản lực nền là tuyến tính trong khi ứng xử của đất nền là không tuyến tính. Để khắc phục nhược điểm trên, một phương pháp tính toán kết cấu công trình làm việc đồng thời với đất nền được đề xuất. Phương pháp này dựa vào bài toán tính lún cố kết để xác định chuyển vị đứng tại tâm các móng công trình, đồng thời các phản lực do đất nền tác dụng lên công trình tương ứng các chuyển vị đứng này phải thỏa mãn các phương trình cân bằng tĩnh học của kết cấu dưới tác dụng của các tải trọng và tác động lên công trình. Do đó, tính phi tuyến trong quan hệ ứng xử của đất nền được xét đến.

2. Mô hình tiếp xúc móng - đất nền

Kết cấu thượng tầng của công trình tựa lên đất nền thông qua kết cấu hạ tầng chính là các móng (hình H.1). Mô hình tiếp xúc kết cấu móng - đất nền trình bày trong bài viết này được áp dụng cho công trình sử dụng kết cấu móng đơn. Nếu có sự tiếp xúc giữa móng và đất nền thì chuyển vị đứng U của móng chính bằng độ lún $s(s \geq 0)$ của nền tại vị trí tâm móng tương ứng với áp lực gây lún tại tâm móng là $p \geq 0$. Trong trường hợp không có sự tiếp xúc móng - nền thì áp lực do đất nền truyền vào móng bằng không ($p = 0$). Như vậy quan hệ giữa áp lực đất nền tác dụng vào móng p và chuyển vị của móng U là một quan hệ phi tuyến. Tính phi tuyến ở đây bao gồm hai nguyên nhân: (i) do qui luật ứng xử của đất nền là phi tuyến và (ii) do bản chất phi tuyến của bài toán tiếp xúc.



Hình 1: Mô hình tiếp xúc móng - đất nền

2.1. Ứng suất trong nền đất

Ứng suất trong nền đất bao gồm ứng suất do trọng lượng bản thân đất nền và ứng suất gây lún do công trình bên trên truyền xuống thông qua các móng. Trong đó:

(a) *Ứng suất bản thân*: để đơn giản hóa bài toán và không làm mất tính tổng quát, giả sử đất nền chỉ gồm một lớp đất,

trọng lượng riêng γ . Ứng suất do trọng lượng bản thân của đất trong nền

$$\sigma_{bt} = \gamma \cdot z \quad (1)$$

(b) *Ứng suất gây lún*: là ứng suất do móng công trình truyền xuống nền. Trong bài viết này, các tác giả chỉ xét đến chuyển vị các móng theo phương đứng không đồng thời, không cùng trị số lún.

Góc xoay của các móng chưa được xét đến. Để đơn giản tính toán, móng công trình được giả sử có dạng hình tròn đúng tâm đường kính d truyền áp lực trung bình xuống đất nền tại tâm móng p . Nói cách khác, p chính là áp lực trung bình do đất nền truyền vào tâm móng công trình. Ứng suất do áp lực p gây ra trong nền tại vị trí tâm móng theo Boussinesq [4]

$$\sigma_{gl} = p \cdot \frac{1-z^3}{(r^2+z^2)^{3/2}} \quad (2)$$

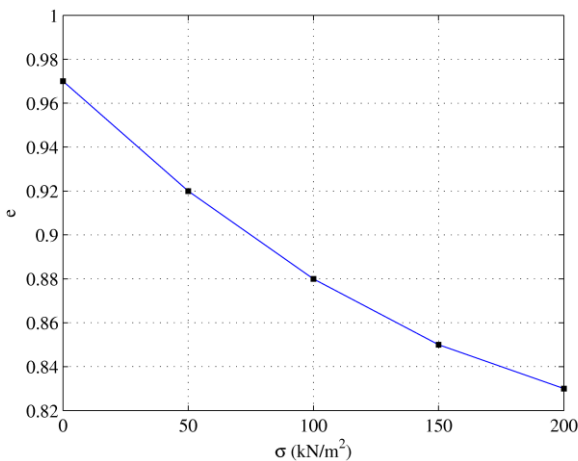
Trong trường hợp móng không phải hình tròn, ứng suất trong nền do áp lực p gây ra được tính bằng

$$\sigma_{gl} = p \cdot K_0 \quad (3)$$

trong đó K_0 là hệ số phụ thuộc vào chiều sâu z và kích thước của móng [5, 6].

2.2. Đường cong nén lún

Đường cong nén lún $e-\sigma$ được xác định từ thí nghiệm nén cố kết mẫu đất không nở hông, trong đó e là hệ số rỗng, σ là cấp áp lực nén. Trong hầu hết các trường hợp, quan hệ $e-\sigma$ là đường cong đơn điệu giảm, và có dạng như đường cong trên hình 2.



Hình 2: Đường cong nén lún [7 : 58]

Do đó ta có thể mô hình hóa đường cong $e-\sigma$ dưới dạng một đa thức bậc n , $e = \langle a_i \rangle \{ \sigma^i \}, i = 0, n$. Trường hợp đường cong nén lún có dạng phức tạp, ta có thể dùng phép nội suy Lagrange hoặc Spline.

Với tập số liệu như trên hình 2, đường cong bậc 3 đã có thể xấp xỉ tốt. Cụ thể đường

$$e = a_3 \cdot \sigma^3 + a_2 \cdot \sigma^2 + a_1 \cdot \sigma + a_0 \quad (4)$$

với $a_3 = -1e-20, a_2 = 2e-6, a_1 = -0.0011$ và $a_0 = 0.97 = e(0)$.

2.3. Bài toán lún cố kết

Độ lún cố kết tại tâm móng công trình được tính

$$s = \int_0^{-\infty} \frac{e_{i1} - e_{i2}}{1 + e_{i1}} dz \quad (5)$$

trong đó s là độ lún cố kết, e_{i1} là hệ số rỗng ứng với ứng suất bản thân và e_{i2} là hệ số rỗng ứng với ứng suất gây lún cộng với ứng suất bản thân.

Tiêu chuẩn thiết kế nền nhà và công trình Việt Nam TCXD 45-78, cho phép tính độ lún cố kết của nền bằng phương pháp tổng các lớp phân tố, tức là tính gần đúng tích phân trên

$$s = \sum_0^{h_{gl}} \frac{e_{i1} - e_{i2}}{1 + e_{i1}} \Delta z \quad (6)$$

trong đó h_{gl} là độ sâu mà tại đó xem như ứng suất gây lún không còn có tác dụng gây lún, cụ thể $\sigma_{gl} \leq 5\sigma_{bt}$ trong trường hợp đất tốt, $\sigma_{gl} \leq 0,1 \div 0,2\sigma_{bt}$ trong trường hợp đất yếu.

2.4. Qui luật tiếp xúc móng - nền đất

Gọi U là chuyển vị theo phương đứng của một móng bất kỳ và p là áp lực do đất nền tác dụng vào móng đó tương ứng với độ lún $-U$. Qui luật tiếp xúc theo

phương đứng giữa móng - đất nền được diễn đạt như sau: nếu $U \leq 0$, có sự tiếp xúc móng - nền, $p \geq 0$; nếu $U > 0$, không có sự tiếp xúc móng - nền, $p = 0$. (7)

Trong trường hợp có tiếp xúc, $U = -s$ nên từ phương trình (6) ta có

$$\begin{cases} \sum_0^{h_{gl}} \frac{e_{i1}(\sigma_{bt}) - e_{i2}(\sigma_{gl}(p) + \sigma_{bt})}{1 + e_{i1}(\sigma_{bt})} \Delta z + U = 0, & \text{nếu } U \leq 0 \\ p = 0, & \text{nếu } U > 0 \end{cases} \quad (9)$$

Ta có thể chứng minh phương trình (9) là tương đương với phương trình (7) như sau:

(i) phương trình (9) suy ra phương trình (7)

- Nếu $U \leq 0$, ta có $\sum_0^{h_{gl}} \frac{e_{i1}(\sigma_{bt}) - e_{i2}(\sigma_{gl}(p) + \sigma_{bt})}{1 + e_{i1}} \Delta z \geq 0 \rightarrow e_{i1}(\sigma_{bt}) \geq e_{i2}(\sigma_{gl}(p) + \sigma_{bt})$

nên $\sigma_{gl}(p) \geq 0 \rightarrow p \geq 0$

- Nếu $U > 0 \rightarrow p = 0$

(ii) phương trình (7) suy ra phương trình (9)

- Nếu $p \geq 0 \rightarrow e_{i1}(\sigma_{bt}) \geq e_{i2}(\sigma_{gl}(p) + \sigma_{bt}) \rightarrow \sum_0^{h_{gl}} \frac{e_{i1}(\sigma_{bt}) - e_{i2}(\sigma_{gl}(p) + \sigma_{bt})}{1 + e_{i1}} \Delta z \geq 0 \rightarrow U \leq 0$

- Nếu $p < 0 \rightarrow$ không có tiếp xúc $\rightarrow U > 0$

3. Phương pháp phần tử hữu hạn cho hệ khung làm việc đồng thời với đất nền

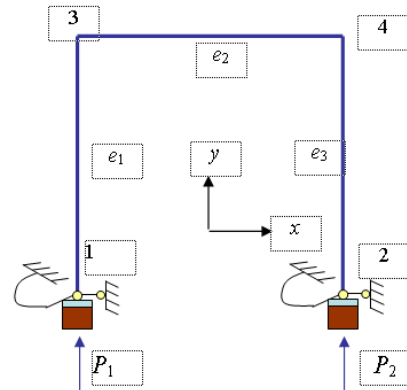
Cho một kết cấu khung công trình như trên hình 3. Giả sử móng công trình bị khóa chặt theo phương x và theo phương góc xoay θ . Còn theo phương thẳng đứng y , móng công trình được tiếp xúc với đất nền. Qui luật ứng xử mô tả sự tiếp xúc giữa móng công trình và đất nền tuân theo phương trình (9). Phương trình cân bằng nút trong hệ tọa độ tổng thể Oxy

$$\mathbf{K.U} = \mathbf{F} + \mathbf{F}_p \quad (10)$$

trong đó \mathbf{K} là ma trận độ cứng, \mathbf{U} là véc-tơ chuyển vị nút, \mathbf{F} là véc-tơ lực nút do các tải trọng, \mathbf{F}_p là véc-tơ lực nút do phản lực nền.

$$\sum_0^{h_{gl}} \frac{e_{i1}(\sigma_{bt}) - e_{i2}(\sigma_{gl}(p) + \sigma_{bt})}{1 + e_{i1}(\sigma_{bt})} \Delta z + U = 0 \quad (8)$$

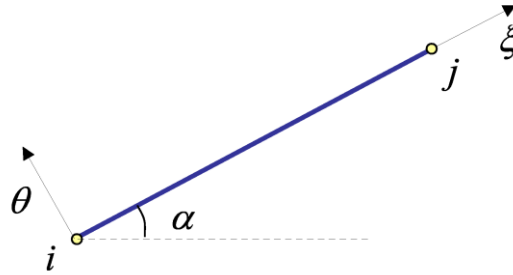
Qui luật ứng xử cho sự tiếp xúc theo phương đứng của móng và đất nền được viết lại bằng phương trình sau:



Hình 3: Mô hình khung làm việc đồng thời với đất nền bằng phần tử tiếp xúc móng - đất nền

Ma trận độ cứng của toàn kết cấu \mathbf{K} có được từ việc sắp xếp các ma trận độ cứng phần tử K_e . Trong hệ tọa độ địa phương của phần tử $O\xi\theta\varphi$ (hình 4), ma trận độ cứng phần tử được xác định [6, 7].

Hình 4:
Hệ tọa độ địa phương
phần tử mẫu



$$\mathbf{k}_e = \begin{bmatrix} EA/L & 0 & 0 & -EA/L & 0 & 0 \\ 0 & 12EJ/L^3 & 6EJ/L^2 & 0 & -12EJ/L^3 & 6EJ/L^2 \\ 0 & 6EJ/L^2 & 4EJ/L & 0 & -6EJ/L^2 & 2EJ/L \\ -EA/L & 0 & 0 & EA/L & 0 & 0 \\ 0 & -12EJ/L^3 & -6EJ/L^2 & 0 & 12EJ/L^3 & -6EJ/L^2 \\ 0 & 6EJ/L^2 & 2EJ/L & 0 & -6EJ/L^2 & 4EJ/L \end{bmatrix} \quad (11)$$

trong đó E, A, J lần lượt là mô-đun đàn hồi, diện tích và mô-men quán tính theo phương uốn của tiết diện phần tử. Ma trận độ cứng của phần tử trong hệ tọa độ tổng thể có được nhờ phép chuyển hệ tọa độ $\mathbf{K}_e = \mathbf{T}^T \mathbf{k}_e \mathbf{T}$, với \mathbf{T} là ma trận chuyển

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

Véc-tơ lực nút \mathbf{F} do các tải trọng tập trung tại các nút và do các tải trọng ngoài tác dụng lên các phần tử, độc giả quan tâm có thể tham khảo cách xác định véc-tơ lực nút trong các tài liệu viết về phương pháp phần tử hữu hạn trong kết cấu như [6, 7].

Gọi N_m là số lượng các móng trong công trình, $\{\mathbf{p}\}$ là véc-tơ các áp lực đất

nền truyền vào các móng và $\{\mathbf{r}\}$ là véc-tơ các bán kính móng. Véc-tơ lực nút do phản lực nền tác dụng vào kết cấu công

$$\{F_p\}_i = \pi r_j^2 L_{ij} \cdot p_j(U_i), \quad i=1, N_{btd}$$

(không thực hiện tổng) (13)

trong đó L là ma trận chỉ số sao cho $L_{ij} = 1$ nếu thành phần chuyển vị U_i của kết cấu được ràng buộc điều kiện tiếp xúc với đất nền và giá trị áp lực đất nền tác dụng vào móng tương ứng là p_j . Kích thước của ma trận L là $(N_{btd} \times N_m)$ với N_{btd} là số bậc tự do của kết cấu.

3.1. Hệ phương trình phi tuyến - Phương pháp giải

Phương trình (9) và (10) lập thành hệ phương trình phi tuyến, trong đó ẩn số cần tìm lần lượt là véc-tơ chuyển vị nút $\{\mathbf{U}\}$ và véc-tơ các áp lực nền $\{\mathbf{p}\}$.

Đặt:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{R}_U(\mathbf{U}, \mathbf{p}) = \mathbf{K} \cdot \mathbf{U} - \mathbf{F} + \mathbf{F}_p = \mathbf{0} \\ \{\mathbf{R}_p(\mathbf{U}, \mathbf{p})\}_i = \begin{cases} \sum_0^{h_{gl}} \frac{e_{i1}(\sigma_{bt}) - e_{i2}(\sigma_{gl}(p_i) + \sigma_{bt})}{1 + e_{i1}(\sigma_{bt})} \Delta z + L_{ji} U_j = 0, & \text{nếu } L_{ji} U_j \leq 0 \\ p_i = 0, & \text{nếu } L_{ji} U_j > 0 \end{cases}, i=1, N_m \end{array} \right. \quad (14)$$

gọi là các phần dư. Giả sử các phần dư là khả vi hoặc ít nhất là khả vi trên từng đoạn để có thể tính được các đạo hàm. Phân tích \mathbf{R}_u , \mathbf{R}_p thành chuỗi Taylor, ta có:

$$\begin{cases} \mathbf{R}_U(\mathbf{U} + \Delta\mathbf{U}, \mathbf{p} + \Delta\mathbf{p}) = \mathbf{R}_U(\mathbf{U}, \mathbf{p}) + \frac{\partial \mathbf{R}_U}{\partial \mathbf{U}} \cdot \Delta\mathbf{U} + \frac{\partial \mathbf{R}_U}{\partial \mathbf{p}} \cdot \Delta\mathbf{p} + o(\mathbf{U}, \mathbf{p}) \rightarrow \mathbf{0} \\ \mathbf{R}_p(\mathbf{U} + \Delta\mathbf{U}, \mathbf{p} + \Delta\mathbf{p}) = \mathbf{R}_p(\mathbf{U}, \mathbf{p}) + \frac{\partial \mathbf{R}_p}{\partial \mathbf{U}} \cdot \Delta\mathbf{U} + \frac{\partial \mathbf{R}_p}{\partial \mathbf{p}} \cdot \Delta\mathbf{p} + o(\mathbf{U}, \mathbf{p}) \rightarrow \mathbf{0} \end{cases} \quad (15)$$

Bỏ qua các số hạng vô cùng bé bậc cao, ta có:

$$\begin{cases} \mathbf{K}_{UU} \cdot \Delta\mathbf{U} + \mathbf{K}_{Up} \cdot \Delta\mathbf{p} = -\mathbf{R}_U(\mathbf{U}, \mathbf{p}) \\ \mathbf{K}_{pU} \cdot \Delta\mathbf{U} + \mathbf{K}_{pp} \cdot \Delta\mathbf{p} = -\mathbf{R}_p(\mathbf{U}, \mathbf{p}) \end{cases} \quad (16)$$

trong đó: $\mathbf{K}_{UU} \equiv \frac{\partial \mathbf{R}_U}{\partial \mathbf{U}} = \mathbf{K}$; $\mathbf{K}_{Up} \equiv \frac{\partial \mathbf{R}_U}{\partial \mathbf{p}} = \frac{\partial \mathbf{F}_p}{\partial \mathbf{p}}$ (17)

$[\mathbf{K}_{Up}]_{ij} = \pi L_{ij} \cdot r_j^2$ (không thực hiện tổng)

$$[\mathbf{K}_{pU}]_{ij} \equiv \frac{\partial R_{pi}}{\partial U_j} = \begin{cases} L_{ji}, & \text{nếu } L_{ji} U_j \leq 0 \\ 0, & \text{nếu } L_{ji} U_j > 0 \end{cases} \quad (18)$$

$$[\mathbf{K}_{pp}]_{ij} \equiv \frac{\partial \{R_p\}_i}{\partial \{p\}_j} = \begin{cases} \frac{\partial}{\partial p_j} \sum_0^{h_{gl}} \frac{e_{i1} - e_{i2}(\sigma(p_i))}{1 + e_{i1}} \Delta z, & \text{nếu } L_{ij} U_i \leq 0 \\ = \delta_{ij}, & \text{nếu } L_{ij} U_i > 0 \end{cases} \quad (19)$$

trong đó δ_{ij} là chỉ số Kronecker với $\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{nếu } i = j \\ 0, & \text{nếu } i \neq j \end{cases}$

Ta lại có

$$\frac{\partial}{\partial p_j} \sum_0^{h_{gl}} \frac{e_{i1}(\sigma_{bt}) - e_{i2}(\sigma_{gl}(p_i) + \sigma_{bt})}{1 + e_{i1}(\sigma_{bt})} \Delta z = - \sum_0^{h_{gl}} \frac{\partial}{\partial p_j} \frac{e_{i2}(\sigma_{gl}(p_i) + \sigma_{bt})}{1 + e_{i1}(\sigma_{bt})} \Delta z = 0 \text{ nếu } i \neq j \quad (2)$$

$$\sum_0^{h_{gl}} \frac{\partial}{\partial p_i} \frac{e_{i2}(\sigma_{gl}(p_i) + \sigma_{bt})}{1 + e_{i1}(\sigma_{bt})} \Delta z = \sum_0^{h_{gl}} \frac{\partial e_{i2}(\sigma_{gl}(p_i) + \sigma_{bt})}{\partial (\sigma_{gl}(p_i) + \sigma_{bt})} \frac{1}{1 + e_{i1}(\sigma_{bt})} \cdot \frac{\partial (\sigma_{gl}(p_i) + \sigma_{bt})}{\partial p_i} \Delta z \quad (21)$$

mà theo các phương trình (2) và (4) ta có,

$$\frac{\partial \sigma(p)}{\partial p} = \frac{1 - z^3}{(r^2 + z^2)^{3/2}} \quad (22)$$

$$\frac{\partial e_{i2}(\sigma(p))}{\partial \sigma(p)} = 3a_3 \cdot \sigma^2 + 2a_2 \cdot \sigma + a_1$$

nên ma trận tiếp tuyến K_{pp} được tính

$$[\mathbf{K}_{pp}]_{ij} = \begin{cases} [\mathbf{K}_{pp}]_{ij} = 0 \text{ nếu } i \neq j \\ - \sum_0^{h_{gl}} \frac{3a_3 \cdot (\sigma_{gl}(p_i) + \sigma_{bt})^2 + 2a_2 \cdot (\sigma_{gl}(p_i) + \sigma_{bt}) + a_1}{1 + e_{i1}} \cdot \frac{1 - z^3}{(r_i^2 + z^2)^{3/2}} \cdot \Delta z, & \text{nếu } L_{ji} U_i \leq 0 \\ 1, & \text{nếu } L_{ji} U_i > 0 \end{cases} \quad (23)$$

Các ma trận tiếp tuyến bên trên được tính với giả thiết móng có dạng hình tròn, đường cong nén lún được mô phỏng bằng hàm đa thức bậc 3. Trong trường hợp móng có dạng không phải hình tròn thì ứng suất gây lún được tính theo theo phương trình (3) và các đạo hàm liên quan sẽ được tính bằng phương pháp số. Trường hợp đường cong nén lún phức tạp sẽ được nội suy spline khi đó đạo hàm $\frac{\partial e}{\partial \sigma}$ sẽ được định nghĩa trên từng đoạn.

Lưu ý: Có thể chỉ sử dụng phương trình (14)₁ với duy nhất ẩn số là \mathbf{U} để giải, \mathbf{F}_p được xem là hàm theo \mathbf{U} . Phương trình (14)₂ được dùng như một qui luật ứng xử để xác định \mathbf{p} từ đó tính \mathbf{F}_p khi đã biết \mathbf{U} . Ma trận tiếp tuyến trong trường hợp này chỉ gồm một ma trận duy nhất là:

$$\mathbf{K}_{UU} = \mathbf{K} - \frac{\partial \mathbf{F}_p}{\partial \mathbf{U}}$$

Với $x \frac{\partial \{\mathbf{F}_p\}_i}{\partial \{\mathbf{U}\}_j} = \pi r_i^2 \cdot \frac{\partial p_i}{\partial U_j} \cdot \mathbf{L}_{ij}^T$ (không thực hiện tổng)

$$\frac{\partial p_i}{\partial U_j} = \frac{\frac{\partial R_p}{\partial U_j}}{\frac{\partial R_p}{\partial p_i}} = \frac{-1}{\sum_0^{h_{gl}} \frac{3a_3 \cdot (\sigma_g l(p_i) + \sigma_{bt})^2 + 2a_2 \cdot (\sigma_g l(p_i) + \sigma_{bt}) + a_1}{1 + e_{i1}} \cdot \frac{1 - z^3}{(r_i^2 + z^2)^{3/2}} \cdot \Delta z}$$

Phương pháp này hội tụ lâu hơn phương pháp sử dụng hệ hai phương trình (14)_{1,2}. Thuật toán giải cho phương pháp này bao gồm một vòng lặp ngoài cho các bước lặp trên \mathbf{U} và một vòng lặp trong để xác định \mathbf{p} khi đã biết \mathbf{U} do quan hệ \mathbf{p} và \mathbf{U} là phi tuyến +

3.2. Thuật toán giải hệ phương trình phi tuyến bằng phương pháp Newton-Raphson

Chọn trước giá trị $\mathbf{U}^0 = 0, \mathbf{p}^0 = 0$. Viết lại phương trình (16) cho bước lặp thứ i

$$\begin{cases} \mathbf{K}_{UU} \cdot \Delta \mathbf{U}^i + \mathbf{K}_{Up} \cdot \Delta \mathbf{p}^i = -\mathbf{R}_U^{i-1} \\ \mathbf{K}_{pU} \cdot \Delta \mathbf{U}^i + \mathbf{K}_{pp} \cdot \Delta \mathbf{p}^i = -\mathbf{R}_p^{i-1} \end{cases}$$

trong đó các ma trận tiếp tuyến được tính ứng với $\mathbf{U}^{i-1}, \mathbf{p}^{i-1}$. Nhân hai vế phương trình (16₂) cho \mathbf{K}_{pp}^{-1} , ta có

$$\Delta \mathbf{p}^i = \mathbf{K}_{pp}^{-1} \cdot (-\mathbf{R}_p - \mathbf{K}_{pU} \cdot \Delta \mathbf{U}^i) \tag{24}$$

Thế phương trình (25) vào (16₁) ta được:

$$(\mathbf{K}_{UU} - \mathbf{K}_{Up} \cdot \mathbf{K}_{pp}^{-1} \cdot \mathbf{K}_{pU}) \Delta \mathbf{U}^i = -\mathbf{R}_U + \mathbf{K}_{Up} \cdot \mathbf{K}_{pp}^{-1} \cdot \mathbf{R}_p \tag{25}$$

Giải phương trình trên ta được $\Delta \mathbf{U}^i$, thế $\Delta \mathbf{U}^i$ vào phương trình (25) ta được $\Delta \mathbf{p}^i$.

Tính lại các giá trị \mathbf{U} và \mathbf{p} tại vòng lặp thứ i

$$\begin{aligned} \mathbf{U}^i &= \mathbf{U}^{i-1} + \Delta \mathbf{U}^i \\ \mathbf{p}^i &= \mathbf{p}^{i-1} + \Delta \mathbf{p}^i \end{aligned} \tag{26}$$

Tiếp tục quá trình trên với $\mathbf{U}^{i-1} \leftarrow \mathbf{U}^i, \mathbf{p}^{i-1} \leftarrow \mathbf{p}^i$ cho đến khi điều kiện dừng được thỏa mãn.

Lưu ý: Chúng ta không thể tính $\Delta \mathbf{U}$ theo $\Delta \mathbf{p}$ từ phương trình 16₁ được vì ma trận \mathbf{K}_{UU} là suy biến +

3.3. Điều kiện dừng

Điều kiện dừng hay điều kiện hội tụ là điều kiện mà tại đó vòng lặp Newton-Raphson được kết thúc, các giá trị hiện tại của các ẩn cần tìm chính là nghiệm của hệ phương trình phi tuyến. Điều kiện dừng căn cứ vào chuẩn của \mathbf{R}_U và \mathbf{R}_p [8]

$$\begin{aligned} \frac{\|\mathbf{R}_U\|}{\|\mathbf{K} \cdot \mathbf{U}\|} &\leq \text{TOL}_{R_u} = 10^{-6} \\ \|\mathbf{R}_p\| &\leq \text{TOL}_{R_p} = 10^{-8} \end{aligned} \quad (27)$$

trong đó $\text{TOL}_{R_u}, \text{TOL}_{R_p}$ là sai số cho phép của các phần dư, $\|\cdot\|$ là chuẩn Euclide được định nghĩa

$$\|\cdot\| = \sqrt{(\cdot)^T \cdot} \quad (28)$$

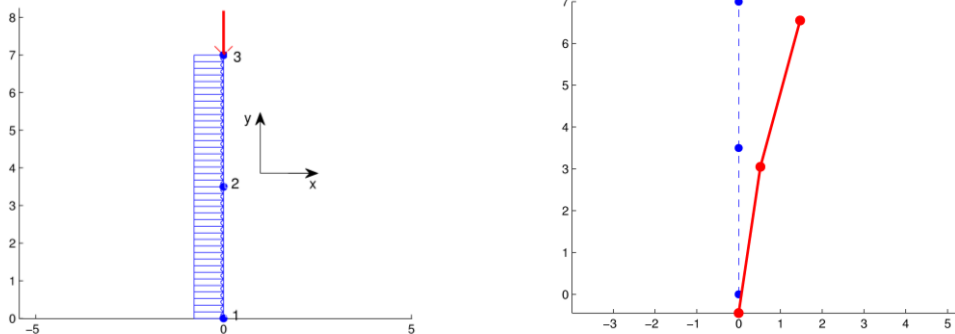
4. Các kết quả tính toán

Các lý thuyết tính toán trình bày bên trên được lập trình trên chương trình Matlab V7.6.0. Quá trình xử lý số liệu sau khi tính toán được thực hiện nhờ vào các công cụ đồ họa trong chương trình Matlab. Kết quả tính toán sẽ được biểu thị thông qua trạng thái biến dạng của kết cấu cũng như các biểu đồ

nội lực. Các ví dụ tính toán trình bày dưới đây nhằm mục đích đánh giá tính đúng đắn của phương pháp đề xuất bên trên cũng như so sánh với các kết quả của các phương pháp khác. Các ví dụ này tuy đơn giản nhưng đóng vai trò hết sức quan trọng trong việc hợp thức hóa phương pháp đề xuất.

4.1. Cột chịu tải trọng đứng và ngang

Cho một cột chịu tải trọng đứng và ngang như trên hình 5-a. Cột có kích thước tiết diện ngang $0.2m \times 0.4m$, chiều cao $h=7m$. Vật liệu dùng để làm cột có mô-đun đàn hồi $E=3 \times 10^{10}$ và hệ số Poisson $\nu=0.2$. Đặt một lực tập trung $P=7.85 \times 10^5 N$ tại đỉnh cột và lực phân bố đều $q_x=17500N/m$ suốt chiều dài cột. Cột tiếp xúc với nền thông qua móng đơn có dạng hình tròn đường kính $1m$. Sự làm việc đồng thời giữa móng cột và nền được mô hình bằng phần tử tiếp xúc móng - đất nền. Đất nền bên dưới cột có trọng lượng riêng $\gamma=18000N/m^3$, đường cong nén lún $e-\sigma$ như trên hình 1. Các kết quả thu được nhờ vào chương trình tính được lập trình trên Matlab V7.6.0. Phép lặp Newton-Raphson hội tụ rất nhanh, chỉ với 3 vòng lặp với chuẩn của các phần dư lần lượt là $\|\mathbf{R}_U\|=10^{-8} \|\mathbf{R}_p\|=10^{-17}$



Hình 5: (a) Trạng thái ban đầu và sơ đồ tải trọng
(b) Trạng thái biến dạng. Các giá trị chuyển vị đã được khuếch đại 10 lần

Phản lực do đất nền tác dụng lên chân cột tính được $\{F_p\}_1 = -7.85 \times 10^5 N$, áp lực đất nền tại tâm móng tính được $p = 9.99493 \times 10^4 N/m^2$. Kiểm tra lại điều kiện cân bằng theo phương đứng

$$\{F_p\}_1 = -F = -7.85 \times 10^5$$

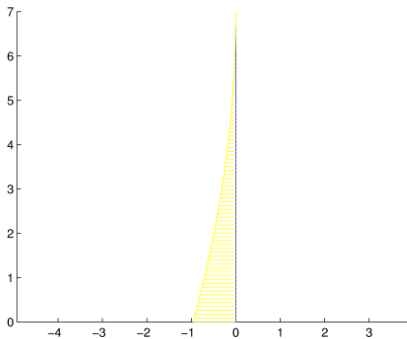
$$\frac{\pi l^2}{4} \cdot p = F = 7.85 \times 10^5$$

Kiểm tra lại bài toán tính lún với áp lực gây lún $p = 9.99493 \times 10^4 N/m^2$, chiều dày lớp phân tố $\Delta z = 0.02m$ và chiều sâu tấ lún $h_{gl} = 10m$ bằng phương pháp tổng lớp phân tố. Độ lún tính được với bảng tính được lập trên phần mềm Microsoft Excel, $s = 0.04498$ bằng đúng với $\{-U_1\}_y = 0.044948$.

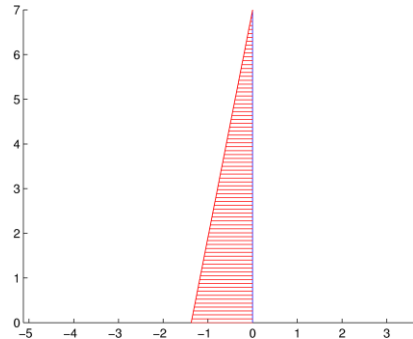
Mô-men tại chân cột tính được $M_{cc} = -384650 Nm$, mô-men tại đỉnh cột tính được $M_{dc} = -1.89 \times 10^{-10}$, đúng với nghiệm giải tích

$$M_{cc} = \frac{qL^2}{4} = \frac{15700 \times 7^2}{4} = 384650 Nm, M_{dc} = 0.$$

Lực cắt tại chân cột tính được $Q_{cc} = 109900 N$, lực cắt tại đỉnh cột $Q_{dc} = 1.45 \times 10^{-10} N$, đúng với nghiệm giải tích $M_{cc} = qL = 15700 \times 7 = 109900 N, Q_{dc} = 0$. Lực dọc trong cột tính được $N = -78500 N$ trên toàn cột, đúng với nghiệm giải tích $N = -P = -78500 N$. Các biểu đồ mô-men, lực cắt và lực dọc trong cột được trình bày trên các hình 6 và 7, hoàn toàn phù hợp kết quả giải tích của lí thuyết dầm.

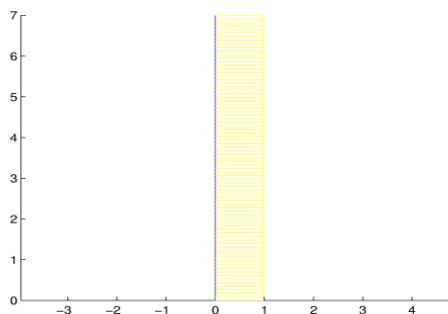


(a)



(b)

Hình 6: (a) Biểu đồ mô-men uốn M , (b) Biểu đồ lực cắt Q . Màu vàng ứng với giá trị nội lực âm, màu đỏ ứng với giá trị nội lực dương.

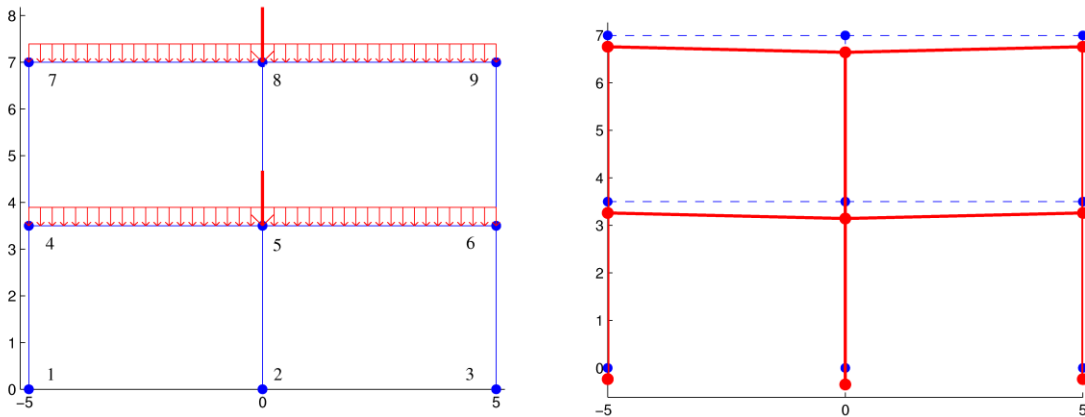


Hình 7: Biểu đồ lực dọc N . Màu vàng ứng với giá trị nội lực âm, màu đỏ ứng với giá trị nội lực dương.

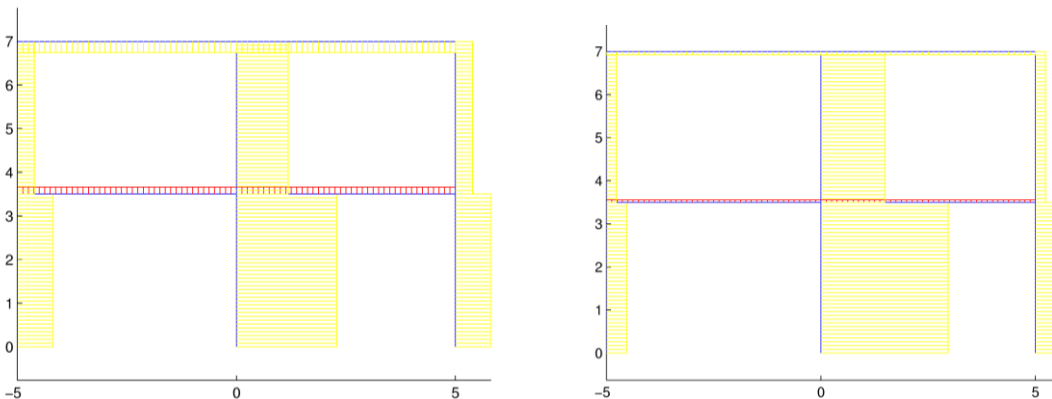
4.2. Khung hai tầng hai nhịp

Một công trình có kết cấu khung phẳng hai tầng hai nhịp như trên hình 8. Chiều cao mỗi tầng $h = 3.5m$, chiều dài nhịp $L = 5m$. Khung được chế tạo bởi loại vật liệu có mô-đun đàn hồi $E = 3 \times 10^{10}$ và hệ số Poisson $\nu = 0.2$. Tiết diện các cấu kiện cột và dầm bằng nhau và bằng $0.2m \times 0.4m$. Sự làm việc đồng thời giữa móng cột và nền được mô hình bằng phần tử tiếp xúc móng - đất nền. Sơ đồ tải trọng được thể hiện như trên hình 8-a. Các dầm chịu tải trọng phân bố đều $q_y = 7850N/m$. Các nút giữa của

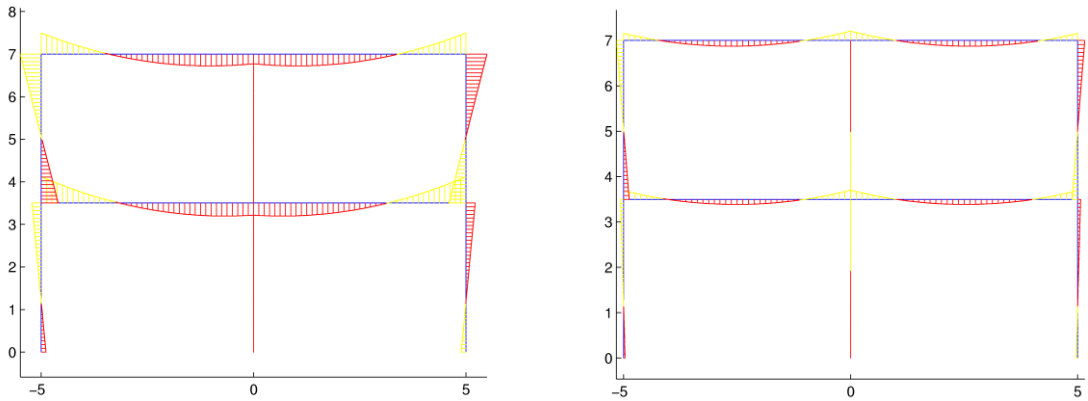
khung chịu tải trọng tập trung $Q_y = 78500N$. Tất cả các móng của công trình đều có dạng hình tròn đứng tâm. Đường kính của các móng biên là $1.5m$, đường kính của móng giữa là $2.5m$. Đất nền dưới công trình có trọng lượng riêng $\gamma = 18000N/m^3$, đường cong nén lún $e - \sigma$ như trên hình 2. Các kết quả thu được nhờ vào chương trình tính được lập trình trên Matlab V7.6.0. Phép lặp Newton-Raphson hội tụ rất nhanh chỉ với 3 vòng lặp với chuẩn của các phần dư lần lượt là $\|R_y\| = 6.91 \times 10^{-9}$ và $\|R_p\| = 6.63 \times 10^{-9}$.



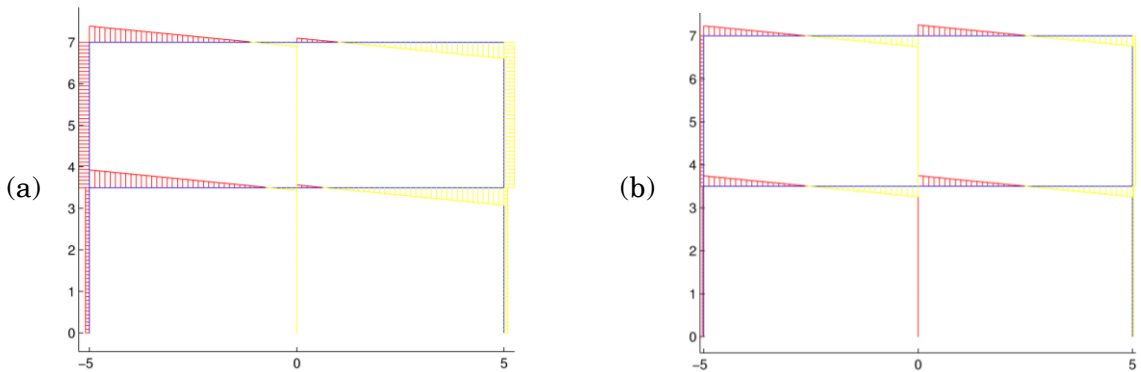
Hình 8: (a) Trạng thái ban đầu và sơ đồ tải trọng; (b) Trạng thái biến dạng Các giá trị chuyển vị đã được khuếch đại 20 lần.



Hình 9: Biểu đồ lực dọc N. (a) phương pháp tính kết cấu làm việc đồng thời với đất nền. (b) phương pháp tính kết cấu tách riêng. Các biểu đồ được vẽ cùng tỉ lệ.



Hình 10: Biểu đồ mô-men uốn M . (a) phương pháp tính kết cấu làm việc đồng thời với đất nền. (b) phương pháp tính kết cấu tách riêng. Các biểu đồ được vẽ cùng tỉ lệ.



Hình 11: Biểu đồ lực cắt Q . (a) phương pháp tính kết cấu làm việc đồng thời với đất nền. (b) phương pháp tính kết cấu tách riêng. Các biểu đồ được vẽ cùng tỉ lệ.

Độ lún tại tâm hai móng biên tính được là $s_1 = s_3 = 0.0118m$ và độ lún tại móng giữa $s_2 = 0.0175m$ ứng với áp lực đất nền tại tâm các móng lần lượt là

$$p_1 = p_3 = 9.223 \times 10^3 N/m^2$$

$$p_2 = 9.351 \times 10^3 N/m^2$$

Phương trình (13) được thỏa mãn cho đến chữ số thập phân thứ 7 sau dấu phẩy.

$$\sum \{F_p\}_i = -3.14 \times 10^5 N$$

$$\sum Y = 7850 \times 10 + 7850 \times 10 + 78500 + 78500 = 3.14 \times 10^5 N$$

Ở biểu đồ lực dọc, có sự giảm trị số ở vị trí cột giữa và tăng trị số ở vị trí cột biên (hình 9-a). Lực dọc trong cột giữa tính được là $N_2 = -1.836 \times 10^5 N$, lực dọc trong các cột

Độ lún lệch giữa móng biên và móng giữa là $\Delta s = 0.0057m$.

Phản lực do đất nền tác dụng lên các chân cột tính được $\{F_p\}_1 = 0.652 \times 10^5 N$, $\{F_p\}_2 = 1.836 \times 10^5 N$, $\{F_p\}_3 = 0.652 \times 10^5 N$. Điều kiện cân bằng theo phương đứng được thỏa mãn, cụ thể

biên tính được là $N_1 = N_3 = -0.652 \times 10^5 N$. Trong khi với phương pháp tính kết cấu tách riêng (hình 9-b), lực dọc chủ yếu tập trung ở cột giữa ($N_2 = -2.376 \times 10^5 N$) còn lực dọc

trong các cột biên không đáng kể ($N_1 = N_3 = -3.82 \times 10^4 N$). Lực dọc trong các dầm tăng lên khoảng 3 lần, cụ thể trong dầm tầng 2, $N = -2.04 \times 10^4 N$ thay vì $-6.32 \times 10^3 N$.

Trên các hình 9, 10 và 11, các biểu đồ nội lực thu được bằng phương pháp tính toán kết cấu làm việc đồng thời với đất nền và phương pháp tính kết cấu tách riêng (quan niệm chân cột được ngàm chặt), cùng dữ liệu đầu vào. Ta nhận thấy rằng nội lực các cấu kiện tính toán với phương pháp tính toán kết cấu làm việc đồng thời với đất nền có sự khác biệt đáng kể so với phương pháp tính toán kết cấu tách riêng.

Do móng giữa bị lún nhiều hơn các móng biên một đoạn 0.0057m nên các dầm bị căng ở thớ dưới tại vị trí giao nhau với cột giữa thay vì căng ở thớ trên như trong phương pháp tính kết cấu tách riêng đồng thời làm tăng mô-men uốn lên 5.5 lần tại vị trí giao nhau với cột biên. Giá trị mô-men lớn nhất trong dầm tầng 1 $M_{max} = 2.267 \times 10^4 Nm$ và trong dầm tầng 2 $M_{max} = 1.809 \times 10^4 Nm$. Giá trị mô-men nhỏ nhất tăng lên khoảng 2-3 lần. Lực cắt trong dầm tại vị trí $x=0$ giảm trong khi lực cắt trong dầm tại vị trí giao nhau với cột biên tăng khoảng 2 lần, lực cắt trong các cột biên tầng 2 tăng 2 lên khoảng 3 lần.

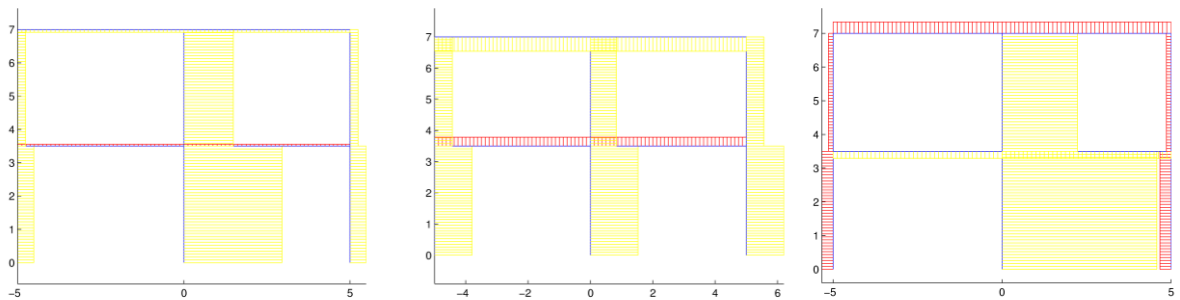
Nếu sử dụng kết quả nội lực không phù hợp với sự làm việc của công trình sẽ dẫn

đến những sai lầm trong thiết kế kết cấu chịu lực bên trên cũng như kết cấu móng bên dưới. Điều này có thể dẫn đến lãng phí vật liệu ở một số cấu kiện nhưng ở những cấu kiện khác lại không được thiết kế đủ khả năng chịu lực. Hậu quả là những cấu kiện này sẽ bị phá hoại, làm giảm tuổi thọ công trình thậm chí là gây sập đổ toàn bộ công trình. Qua đó cũng cho thấy sự cần thiết của việc tính toán kết cấu công trình làm việc đồng thời với đất nền trong đó phương pháp đề xuất là một lựa chọn.

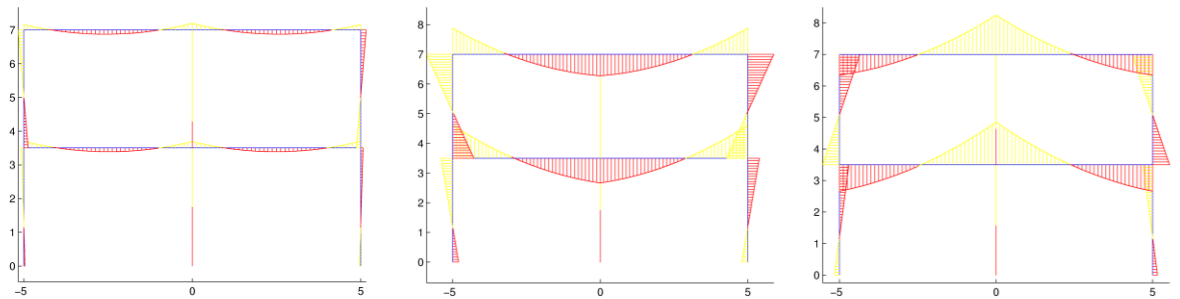
Cần lưu ý rằng, với phương pháp tính kết cấu tách riêng, việc áp đặt chuyển vị cưỡng bức ở các gối tựa bằng đúng độ lún của các móng tương ứng sau khi đã giải bài toán lún với các giá trị phản lực tính được chỉ cho phép xác định nội lực trong kết cấu với một độ chính xác tương đối. Một câu hỏi được đặt ra: nếu quá trình trên được lặp lại nhiều lần thì ta có thể xác định được giá trị nội lực và độ lún chính xác hay không? Để làm rõ câu hỏi trên, các tác giả đã thực hiện việc tính lặp cho ví dụ này bằng phương pháp tính kết cấu tách riêng với cùng số liệu đầu vào. Các kết quả tính toán ở các lần lặp được trình bày ở bảng 1. Sau 4 lần lặp, kết quả tính toán cho ra các phản lực kéo ở gối tựa 1, 2. Điều này là vô lí, chứng tỏ phép lặp trên không hội tụ. Trên hình là biểu đồ nội lực trong kết cấu tương ứng với các lần lặp.

Bảng 1: Độ lún và phản lực ở các bước lặp

Lần lặp	s1, s2	s3	R1, R3	R2	DR1, DR3	DR2
1	0.01065	0.01639	6.55E+04	1.83E+05	2.72E+04	-5.44E+04
2	0.01791	0.01803	3.88E+04	2.36E+05	-2.67E+04	5.33E+04
3	0.01080	0.02300	9.61E+04	1.22E+05	5.73E+04	-1.15E+05
4	0.02578	0.01217	-2.63E+04	3.67E+00	-1.22E+05	-1.22E+05



Hình 12: Biểu đồ lực dọc ở các bước lặp 2, 3, 4.



Hình 13: Biểu đồ mô-men ở các bước lặp 2, 3, 4.

5. Kết luận

Phương pháp đề xuất cho phép tính toán kết cấu công trình làm việc đồng thời với biến dạng của đất nền. Điểm mới của phương pháp này là đặc trưng cơ lí và ứng xử phi tuyến của đất nền được đưa vào trong quá trình tính toán kết cấu. Kết quả tính toán cho biết chuyển vị và nội lực trong kết cấu, trong đó chuyển vị

tại các móng bằng đúng với độ lún của đất nền bên dưới, còn nội lực của kết cấu bao gồm cả phần nội lực do tải trọng bên trên và do chuyển vị lún không đồng thời của các móng. Đây là cơ sở cho việc thiết kế kết cấu công trình bên trên cũng như kết cấu nền móng bên dưới một cách chính xác, phù hợp với sự làm việc thực tế của công trình.

*

A SIMPLE MODEL FOR CALCULATION OF SUPERSTRUCTURE – SOIL INTERACTION

Nguyen Huynh Tan Tai, Nguyen Ke Tuong

Thu Dau Mot University

ABSTRACT

This article presents a method of working structures simultaneously with the ground. The interaction between the above structure - foundation under simulated by the model exposed structure foundation - the land, allows to determine displacement of the foundation depends on the mechanical characteristics of the ground and determine the internal forces are due to the subsidence of the foundation displacement transfer in the structure.

Keywords: structural, foundation, work the same time, non-linear, finite element method

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Đặng Tĩnh, *Phương pháp phần tử hữu hạn. Tính toán khung và móng công trình làm việc đồng thời với nền*, NXB Khoa học kỹ thuật, 1999.
- [2] Terzaghi, K. et Peck, R.B., *Mécanique des sols appliquées aux travaux publics et au bâtiment*, Dunod, 1957.
- [3] Bowles, J. E., *Foundation Analysis and Design (5th Edition)*, McGraw-Hill, 1996.
- [4] Timoshenko S. and Goodier J. N., *The Theory of Elasticity*, McGraw Hill, 1951.
- [5] Châu Ngọc Ân, *Cơ học đất*, NXB Đại học Quốc gia TP. Hồ Chí Minh, 2000.
- [6] *Tiêu chuẩn thiết kế nền, nhà và công trình TCXD 45-78*, NXB Xây Dựng, 1979.
- [7] Cao Văn Chí, Trịnh Văn Cương, *Cơ học đất*, NXB Xây Dựng, 2003.
- [8] Zienkiewicz O.C. and Taylor R.L., *Finite Element Method*, McGraw Hill, 1967.
- [9] Đỗ Kiến Quốc, *Đàn hồi ứng dụng và phương pháp phần tử hữu hạn*, NXB Đại học Quốc gia TP. Hồ Chí Minh, 2003.
- [10] Crisfield M.A., *Non-linear finite element analysis of solids and structures - Vol. 1: Essentials*, John Wiley and Sons, 1991.