

Chương 3:

Chuỗi Nhảy & Giá Trị Đơn Bất Kỳ

Nội dung chương

Khoa Công Nghệ, Trường Đại Học Cần Thơ

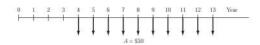
- 1. Chuỗi đều nhảy (Shifted Uniform Series)
- 2. Chuỗi đều & giá trị đơn bất kỳ (Uniform-Series and Randomly-Placed Single Cash flows)
- 3. Chuỗi đốc đều/không đều nhảy (Arithmetic or Geometric Shifted Gradients)
- **4. Chuỗi đốc giảm nhảy** (Arithmetic or Geometric Shifted Decreasing Gradients)

1. Chuỗi đều nhảy

Shifted Uniform Series

Chuỗi nhảy

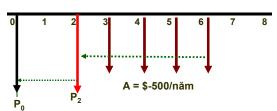
 Lượng PW của chuỗi nhảy KHÔNG bắt đầu tại thời điểm t=0.



• Có thể xuất hiện trước hoặc sau thời điểm t=0.

3-5

P₀ và P_n của chuỗi đều nhảy



Lượng tương đương ở thời điểm năm thứ 2 (t=2) là P_2 hoặc F_2

$$P_2 = -500(P/A,i\%,4)$$
 hoặc F_2

$$P_0 = P_2(P/F,i\%,2)$$
 hoặc $F_2(P/F,i\%,2)$

3-7

Chuỗi đều nhảy (Shifted Uniform Series)

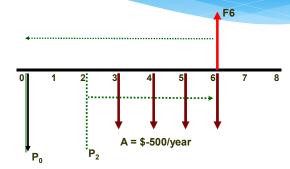
 Giá trị thứ nhất của chuỗi đều luôn xuất hiện ngay sau lượng P_n một đơn vị thời gian, bất kể chuỗi xuất hiện trong quảng thời gian nào.



 Giá trị cuối cùng của chuỗi đều luôn xuất hiện cùng thời điểm với lượng F_n, bất kể chuỗi xuất hiện trong quảng thời gian nào.



F_n của chuỗi đều nhảy



- F ở thời điểm t=6: F₆ = A(F/A,i%,4)
- P_0 ở thời điểm t=0: $P_0 = -500(F/A,i\%,4)(P/F,i\%,6)$

Các bước tính toán

- Vẽ sơ đồ dòng tiền để mô tả vấn đề
- Định vị trí các giá trị P và F của các chuỗi A
- Xác định giá trị n cho mỗi chuỗi A bằng cách đánh số lại dòng tiền
- · Giải bài toán với sơ đồ dòng tiền mới

3-9

Ví dụ

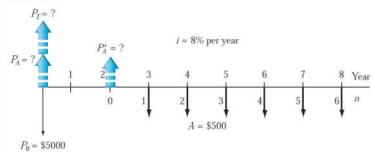
EXAMPLE 3.1

The offshore design group at Bechtel just purchased upgraded CAD software for \$5000 now and annual payments of \$500 per year for 6 years starting 3 years from now for annual upgrades. What is the present worth in year 0 of the payments if the interest rate is 8% per year?

3-10

Ví du

Solution



$$P_A' = $500(P/A, 8\%, 6)$$

$$P_A = P_A'(P/F, 8\%, 2)$$

Ví du

The total present worth is determined by adding P_A and the initial payment P_0 in year 0.

$$P_T = P_0 + P_A$$

$$= 5000 + 500(P/A,8\%,6)(P/F,8\%,2)$$

$$= 5000 + 500(4.6229)(0.8573)$$

$$= $6981.60$$

EXAMPLE 3.2

Recalibration of sensitive measuring devices costs \$8000 per year. If the machine will be recalibrated for each of 6 years starting 3 years after purchase, calculate the 8-year equivalent uniform series at 16% per year.

3-13

EXAMPLE 3.2

Solution

Present worth method. (Refer to Figure 3–5*a*.) Calculate P'_A for the shifted series in year 2, followed by P_T in year 0. There are 6 years in the *A* series.

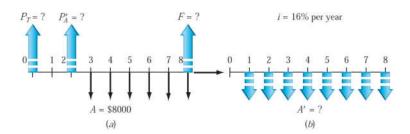
$$P'_A = 8000(P/A, 16\%, 6)$$

 $P_T = P'_A(P/F, 16\%, 2) = 8000(P/A, 16\%, 6)(P/F, 16\%, 2)$
 $= 8000(3.6847)(0.7432) = $21,907.75$

The equivalent series A' for 8 years can now be determined via the A/P factor.

$$A' = P_T(A/P, 16\%, 8) = $5043.60$$

Ví dụ



3-14

Ví dụ

Future worth method. (Refer to Figure 3–5*a*.)

First calculate the future worth *F* in year 8.

$$F = 8000(F/A, 16\%, 6) = $71,820$$

The A/F factor is now used to obtain A' over all 8 years.

$$A' = F(A/F, 16\%, 8) = $5043.20$$

2. Chuỗi đều & giá trị đơn bất kỳ

Uniform-Series & Randomly-Placed Single Cash flows

Ví dụ

EXAMPLE 3.3

An engineering company in Wyoming that owns 50 hectares of valuable land has decided to lease the mineral rights to a mining company. The primary objective is to obtain long-term income to finance ongoing projects 6 and 16 years from the present time. The engineering company makes a proposal to the mining company that it pay \$20,000 per year for 20 years beginning 1 year from now, plus \$10,000 six years from now and \$15,000 sixteen years from now. If the mining company wants to pay off its lease immediately, how much should it pay now if the investment is to make 16% per year?

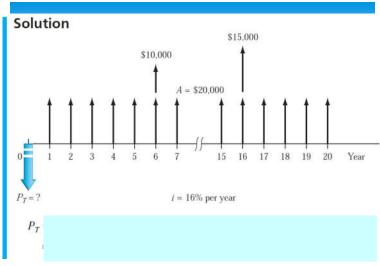
Chuỗi đều xen lẫn Giá Trị Đơn bất kỳ

Quy đổi về P

- Xác định vị trí phù hợp và tính P cho chuỗi, dung quan hệ P/A. Sau đó chuyển P của chuỗi về vị trí t=0
- Chuyển các giá trị gơn về vị trí t=0 theo quan hệ P/F
- Lấy tổng đại số các giá trị P tại t=0

Quy đổi về F

- Thực hiện tương tự, nhưng dung quan hệ F/A hoặc F/P
- Lấy tổng đại số các giá trị F tại t=n



EXAMPLE 3.4

A design-build-operate engineering company in Texas that owns a sizable amount of land plans to lease the drilling rights (oil and gas only) to a mining and exploration company. The contract calls for the mining company to pay \$20,000 per year for 20 years beginning 3 years from now (i.e., beginning at the end of year 3 and continuing through year 22) plus \$10,000 six years from now and \$15,000 sixteen years from now. Utilize engineering economy relations by hand and by spreadsheet to determine the five equivalent values listed below at 16% per year.

- 1. Total present worth P_T in year 0
- 2. Future worth F in year 22
- 3. Annual series over all 22 years
- 4. Annual series over the first 10 years
- 5. Annual series over the last 12 years

3-21

Ví dụ

Solution

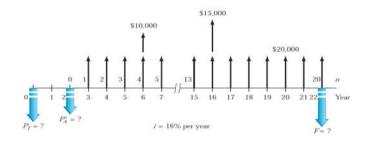
1. P_T in year 0:

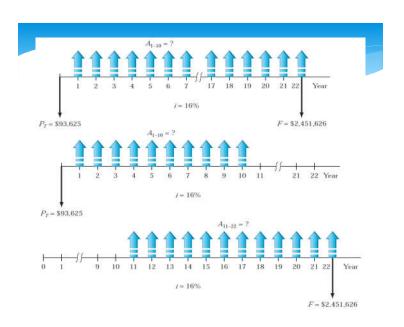
$$P_A' = 20,000(P/A,16\%,20)$$

$$P_T = P_A'(P/F, 16\%, 2) + 10,000(P/F, 16\%, 6) + 15,000(P/F, 16\%, 16)$$

- = 20,000(P/A,16%,20)(P/F,16%,2) + 10,000(P/F,16%,6) + 15,000(P/F,16%,16)
- = \$93,625
- 2. F in year 22:

Ví dụ





3. A over 22 years:

$$A_{1-22} = P_T(A/P, 16\%, 22) = 93,625(0.16635) = $15,575$$

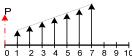
 $A_{1-22} = F(A/F, 16\%, 22) = $15,575$

- 4. A over years 1 to 10:
- 5. A over years 11 to 22:

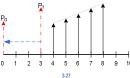
3-25

Chuỗi đốc đều nhảy (Arithmetic Shifted Gradient)

 Chuỗi dốc đều thông thường: Giá trị P của chuỗi nằm ở vị trí t=0



 Chuỗi dốc đều nhảy: Giá trị P_n của chuỗi dịch chuyển khỏi vị trí t=0

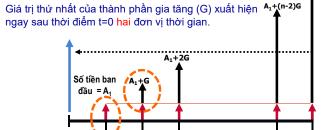


3. Chuỗi dốc đều nhảy

Arithmetic Shifted Gradients

Chuỗi dốc đều nhảy (Arithmetic Shifted Gradient)

- Đối với chuỗi dốc đều:
 - Giá trị thứ nhất của thành phần chuỗi đều (A₁) xuất hiện ngay sau thời điểm t=0 một đơn vị thời gian.



A₁+(n-1)G

n-1

 Vấn đề quan trọng là xác định vị trí điểm gốc và độ dài của chuỗi dốc đều

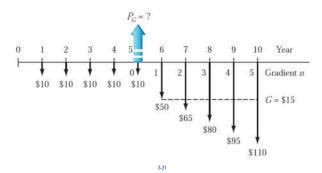
EXAMPLE 3.5

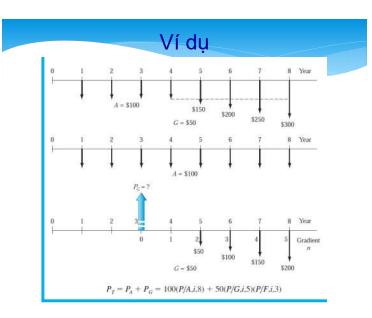
Fujitsu, Inc. has tracked the average inspection cost on a robotics manufacturing line for 8 years. Cost averages were steady at \$100 per completed unit for the first 4 years, but have increased consistently by \$50 per unit for each of the last 4 years. Analyze the gradient increase, using the P/G factor. Where is the present worth located for the gradient? What is the general relation used to calculate total present worth in year 0?

3-29

Tìm A cho chuỗi dốc đều nhảy (Find A for an Arithmetic Shifted Gradient)

- Tìm giá trị P của chuỗi ở thời điểm "t=0"
- · Chuyển P thành A



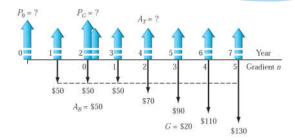


Ví dụ

EXAMPLE 3.6

Set up the engineering economy relations to compute the equivalent annual series in years 1 through 7 for the cash flow estimates in Figure 3–12.





$$\begin{split} P_G &= 20(P/G,i,5) \\ P_0 &= P_G(P/F,i,2) = 20(P/G,i,5)(P/F,i,2) \\ A_G &= P_0(A/P,i,7) \end{split}$$

Ví dụ

EXAMPLE 3.7

Chemical engineers at a Coleman Industries plant in the Midwest have determined that a small amount of a newly available chemical additive will increase the water repellency of Coleman's tent fabric by 20%. The plant superintendent has arranged to purchase the additive through a 5-year contract at \$7000 per year, starting 1 year from now. He expects the annual price to increase by 12% per year thereafter for the next 8 years. Additionally, an initial investment of \$35,000 was made now to prepare a site suitable for the contractor to deliver the additive. Use i=15% per year to determine the equivalent total present worth for all these cash flows.

3-34

4. Chuỗi dốc giảm nhảy

Arithmetic or Geometric Shifted Decreasing Gradients

Chuỗi giảm nhảy (Shifted Decreasing Gradients)

- Thành phần không đổi A (đối với dốc hình học) hoặc A₁ (đối với dốc số học) có giá trị lớn nhất ở vị trí bắt đầu của chuỗi.
- Thành phần độ dốc (lượng tăng/giảm) được trừ dần (không cộng thêm) vào những năm tiếp theo
- Các giá trị tính toán tương ứng là –G hoặc –g trong công thức tính toán.
- Giá trị P_G hoặc P_g ở vị trí trước giá trị đầu tiên của chuỗi 2 đơn vị thời gian.

3-37

Ví du

EXAMPLE 3.8

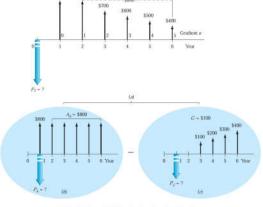
Morris Glass Company has decided to invest funds for the next 5 years so that development of "smart" glass is well funded in the future. This type of new-technology glass uses electro-chrome coating to allow rapid adjustment to sun and dark in building glass, as well as assisting with internal heating and cooling cost reduction. The financial plan is to invest first, allow appreciation to occur, and then use the available funds in the future. All cash flow estimates are in \$1000 units, and the interest rate expectation is 8% per year.

Years 1 through 5: Invest \$7000 in year 1, decreasing by \$1000 per year through year 5. Years 6 through 10: No new investment and no withdrawals.

Years 11 through 15: Withdraw \$20,000 in year 11, decreasing 20% per year through year 15.

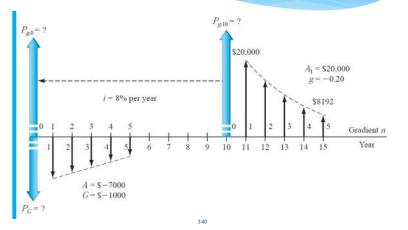
Determine if the anticipated withdrawals will be covered by the investment and appreciation plans. If the withdrawal series is over- or underfunded, what is the exact amount available in year 11, provided all other estimates remain the same?

Chuỗi giảm nhảy (Shifted Decreasing Gradients)



Partitioned cash flow of a shifted arithmetic gradient, (a) = (b) - (c)

Ví du



Investment series:

$$P_G = -[7000(P/A,8\%,5) - 1000(P/G,8\%,5)]$$

= \$-20.577

Withdrawal series:

$$\begin{split} P_{g,0} &= P_{g,10} \, (P/F,i,n) = A_1 (P/A,g,i,n) (P/F,i,n) \\ &= 20,000 \left\{ \frac{1 - \left[\frac{1 + (-0.20)}{1 + 0.08} \right]^5}{0.08 - (-0.20)} \right\} (0.4632) \\ &= 20,000 (2.7750) (0.4632) \\ &= \$25,707 \end{split}$$

3-41

Tóm tắc chương (Chapter Summary)

- Chương trình bài cách tính toán cho những chuỗi nhảy khỏi vị trí t=0
- Trình bày cách tính toán PW và FW của các chuỗi tăng tương ứng
 - Chuỗi đều
 - · Chuỗi dốc đều (Arithmetic gradient)
 - Chuỗi dốc không đều (Geometric gradient)
- Trình bày cách tính toán của chuỗi dốc giảm

Ví dụ

The net total present worth is

$$P_T = -20,577 + 25,707 = \$ + 5130$$

The initial withdrawal series to result in $P_T = 0$ let A_1 be an unknown and set $P_{g,0} = -P_G = 20,577$.

$$20,577 = A_1(2.7750)(0.4632)$$

 $A_1 = $16,009$ in year 11

The geometric series withdrawal would be 20% less each year.

3-42

