

Bộ môn Kỹ Thuật Xây Dựng Khoa Công Nghệ, Trường Đại Học Cần Thơ

Dang The Gia, BM Ky Thuat Xay Dung

### Chương 4:

Lãi suất danh nghĩa & Lãi suất hiệu dụng (hiệu quả)

Nominal & Effective Interest Rate

Phần 1

## **NỘI DUNG**

- 1. Phát biểu của lãi suất danh nghĩa (Statements)
- 2. Lãi suất hiệu dụng hàng năm (Effective annual rate)
- 3. Lãi suất hiệu dụng (Effective rate)

Ký Hiệu:

CP = Compounding Period (Thời gian gộp lãi)

Dang The Gia, BM Ky Thuat Xay Dung

PP = Payment Period (Kỳ hạn thanh toán)

Lãi suất danh nghĩa Lãi suất hiệu dụng Lãi suất thực tế

## Phát biểu/Công bố của Lãi suất

- ☐ Hai dạng Công bố/Phát biểu lãi suất:
  - > 1. Công bố sử dụng Lãi suất danh nghĩa
  - > 2. Công bố sử dụng Lãi suất hiệu dụng

Dang The Gia, BM Ky Thuat Xay Dung

## Phát biểu/Công bố của Lãi suất

Từ hôm nay, Sở Giao dịch áp dụng mức lãi suất mới đối với tiền gửi bằng VND các kỳ hạn dài, cao nhất đến 6,8%/ năm.

Theo đó, lãi suất huy động áp dụng với tiến gửi tiết kiệm cá nhân bằng VND kỳ hạn 18 tháng là **6,50%**/ **năm** (thay cho 6,20%/ năm); kỳ hạn 24 tháng là **6,80%**/ **năm** (thay cho 6,30%/năm).

Lãi suất tiết kiệm linh hoạt áp dụng đối với khách hàng cá nhân gửi VND kỳ hạn 18 tháng là **6,50%/ năm** (thay cho 6,20%/ năm); 24 tháng là **6,80%/ năm** (thay cho 6,30%/ năm).

Đối với khách hàng tổ chức, lãi suất tiền gửi VND kỳ hạn 24 tháng áp dụng mức 6,80%/năm (thay cho 6.30%/năm).

Lãi suất tiền gửi đối với các kỳ hạn khác áp dụng tại Sở Giao dịch không thay đổi.

Dang The Gia, BM Ky Thuat Xay Dung

## Phát biểu/Công bố của Lãi suất

- \* Lãi suất 8% / năm, gộp lãi hàng tháng
  - ❖8% KHÔNG phải là lãi suất thực tế trong một năm
  - ❖8% biểu thị Lãi suất danh nghĩa
  - Lãi suất thực sẽ được tính gộp hàng tháng

Dang The Gia, BM Ky Thuat Xay Dung

## Phát biểu/Công bố của Lãi suất

Tiên gửi có kỳ hạn	Ì		
1 tháng	4.50 %	0.30 %	0.00 %
2 tháng	4.80 %	0.30 %	0.00 %
3 tháng	5.10 %	0.40 %	0.00 %
6 tháng	5.50 %	0.50 %	0.00 %
9 tháng	5.50 %	0.50 %	0.00 %
12 tháng	6.50 %	0.75 %	0.00 %
24 tháng	6.50 %	0.85 %	0.00 %
36 tháng	6.50 %	0.85 %	0.00 %
48 tháng	6.50 %	0.85 %	0.00 %
60 tháng	6.50 %	0.85 %	0.00 %

#### Ghi chú:

- Cơ sở tính lãi là 360 ngày.
- . Lãi được tính trên số ngày thực tế

### Ví dụ về lãi suất danh nghĩa

- 1.5% / tháng, kỳ hạn 24 tháng
  - \* Tương đương: (1.5%)(24 tháng) = 36% / 24 tháng
- 1.5% / tháng, kỳ hạn 12 tháng
  - \* Tương đương: (1.5%)(12 tháng) = 18% / năm
- 1.5% / 6-tháng, kỳ hạn 1 năm
  - \* Tương đương: (1.5%)(2 lần 6-tháng) = 3% / năm
- 1% / tuần, kỳ hạn 1 năm
  - \* Tương đương: (1%)(52 tuần) = 52% / năm

Dang The Gia, BM Ky Thuat Xay Dung

### Ví dụ về lãi suất danh nghĩa

Thời gian tính lãi	Tính toán	Ý nghĩa		
24 tháng	1.5 x 24 = 36%	LSDN trong 2 năm		
12 tháng	1.5 x 12 = 18%	LSDN trong 1 năm		
6 tháng	1.5 x 6 = 9%	LSDN trong 6 tháng		
3 tháng	1.5 x 3 = 4.5%	LSDN trong 3 tháng		

Lãi suất danh nghĩa có thể được tính toán cho bất kỳ thời đoạn nào dài hơn thời đoạn được công bố bằng công thức tính như bảng trên.

Dang The Gia, BM Ky Thuat Xay Dung

## Lãi suất danh nghĩa

- Lãi suất danh nghĩa là thuật ngữ để chỉ tỷ lệ lãi trên giá trị danh nghĩa của một khoản tiền vay hoặc đầu tư... với hàm ý nó là tỷ lệ lãi chưa được điều chỉnh ảnh hưởng của việc tính lãi kép hoặc ảnh hưởng của lạm phát. Ví dụ, 8% / năm là lãi suất danh nghĩa.
- Hai mức lãi suất danh nghĩa được công bố với kỳ hạn khác nhau sẽ không thể so sánh được với nhau nếu không quy về cùng một kỳ hạn tính gộp lãi.
- Các mức lãi suất sẽ được so sánh thông qua lãi suất hiệu dụng.

Dang The Gia, BM Ky Thuat Xay Dung

### Lãi suất hiệu dụng

- Là lãi suất thực được áp dụng cho một thời đoạn được công bố.
- Lãi suất hiệu dụng là tỷ lệ lãi đã bao gồm lãi kép.
- Lãi suất hiệu dụng thường được công bố cho một năm, và thường được ký hiệu là "ia".
- Lãi suất được công bố sẽ không có ý nghĩa đầy đủ nếu không đi kèm với số kỳ tính gộp lãi (Compounding Frequency).

### Lãi suất hiệu dụng

- Về bản chất, lãi suất hiệu dụng (hiệu quả) cho biết tỷ lệ lãi thực tế trên một khoản cho vay hoặc đầu tư mà người cho vay hoặc nhà đầu tư thu được trên giá trị của khoản vay hoặc đầu tư đó trong một chu kỳ cho vay so với chu kỳ của lãi suất danh nghĩa.
- Trong thực tế, các ngân hàng đều công bố lãi suất danh nghĩa và tính toán lãi suất hiệu dụng (hiệu quả) dựa trên số kỳ tính gộp lãi.
- Quan hệ lãi suất trong các công thức, hệ số, giá trị tra bảng,... đều phải là lãi suất hiệu dụng mới diễn tả đúng giá trị thời gian của tiền tệ.

Dang The Gia, BM Ky Thuat Xay Dung

## Lãi suất thực **tế**

- Lãi suất thực tế được tính xấp xỉ bằng lãi suất danh nghĩa trừ đi tỷ lệ lạm phát.
- Đây là lãi suất mà nhà đầu tư hy vọng nhận được sau khi trừ đi lạm phát.
- Đây không phải là số đơn thuần, vì các nhà đầu tư khác nhau có kỳ vọng về tỷ lệ lạm phát khác nhau.
- Nếu một nhà đầu tư nhận được 5% lãi trong năm tới và dự đoán rằng lạm phát là 2% thì ông ta hy vọng nhân được lãi thực là 3%.

Quan hệ giữa các khái niệm lãi suất

Dang The Gia, BM Ky Thuat Xay Dung

## L/s danh nghĩa & L/s hiệu dụng

- Cách tính toán này khác về căn bản với cách tính lãi suất đơn giản (hay thường được gọi là lãi suất đơn) ở chỗ nó tính gộp cả lãi suất tính trên phần lãi được hưởng (lãi mẹ để lãi con).
- Công thức trên cũng cho thấy khi số kỳ được tính gộp lãi lớn thì sự khác biệt giữa lãi suất hiệu quả và lãi suất danh nghĩa sẽ rất lớn.

## Lãi suất danh nghĩa & Lãi suất thực tế

· Cách 1 (Công thức Fisher):

$$(1+r)(1+i) = (1+R)$$

- Trong đó: r là lãi suất thực tế, i là tỷ lệ lạm phát, & R là lãi suất danh nghĩa.
- Cách 2:
  - \* Lãi suất thực tế = Lãi suất danh nghĩa Tỷ lệ lạm phát dự kiến

Dang The Gia, BM Ky Thuat Xay Dung

## Lãi suất danh nghĩa & Lãi suất thực tế

- Trên thực tế, tỷ lệ lạm phát sau đó có thể khác với tỷ lệ lạm phát dự kiến nên không thể biết trước một cách chắc chắn được lãi suất thực tế.
- Còn lãi suất danh nghĩa thì có thể biết trước được một cách chắc chắn khi công bố.

## Các đơn vị thời gian cơ sở

- Kỳ hạn tính lãi (Interest Period, t) Khoảng thời gian lãi suất được áp dụng (thường được công bố).
  - \* VD: "1% / tháng"
- Kỳ hạn ghép lãi (Compounding Period, CP) Đơn vị thời gian ngắn nhất mà lãi suất được tính.
  - \* VD: "8% / năm, gộp lãi hàng tháng"
- Số kỳ tính lãi (Compounding Frequency, m) Số lần ghép lãi m trong suốt thời gian tính lãi t.
  - \* VD: "1% / tháng, gộp lãi hàng tháng" có m=1
  - \* VD: "10% / năm, gộp lãi hàng tháng" có m=12

Dang The Gia, BM Ky Thuat Xay Dung Một năm được chia thành 365 ngày, 52 tuần, 12 tháng, 4 quý

## LS hiệu dụng / kỳ hạn ghép lãi (CP)

Lãi suất hiệu dụng trong một kỳ hạn ghép lãi được định nghĩa:

 $\frac{r\%}{m}$  trong một thời đoạn tính lãi  $\frac{r}{m}$  kỳ gộp lãi trong khoảng thời gian tính lãi

#### Ví du:

Lãi suất r = 9%/năm, gộp lãi hàng tháng: m = 12 (12 tháng trong một năm)

Lãi suất hiệu dụng (hàng tháng) = 0.09/12 = 0.0075 hay 0.75%/tháng

Dang The Gia, BM Ky Thuat Xay Dung
Dang The Gia, BM Ky Thuat Xay Dung

### Ví dụ

#### **EXAMPLE 4.1**

Three different bank loan rates for electric generation equipment are listed below. Determine the effective rate on the basis of the compounding period for each rate.

- (a) 9% per year, compounded quarterly.
- (b) 9% per year, compounded monthly.
- (c) 4.5% per 6 months, compounded weekly.

#### Solution

Apply Equation [4.2] to determine the effective rate per CP for different compounding periods. The graphic in Figure 4–1 indicates the effective rate per CP and how the interest rate is distributed over time.

Dang The Gia, BM Ky Thuat Xay Dung

## Ví dụ

Nominal r% per t	Compounding Period (CP)	Compounding Frequency (m)	Effective Rate per $CP(\frac{r}{m})$	Distribution over Time Period t						
(a) 9% per year	Quarter	4	2.25%	2.25%	2.25%	2.25%	2.25%	Quarter		
(b) 9% per year	Month	12	0.75%	%SL: 2 3 4	.75%	.75% .75% .0 .75%	%SL. %SL. 10 11 12	Month		
(c) 4.5% per 6 months	Week	26	0.173%			73%	20	Week		

Dang The Gia, BM Ky Thuat Xay Dung

### Ví dụ

#### **EXAMPLE 4.2** The Credit Card Offer Case

PE

As described in the introduction to this case, Dave has been offered what is described as a credit card deal that should not be refused—at least that is what the Chase Bank offer letter implies. The balance transfer APR interest rate of 14.24% is an annual rate, with no compounding period mentioned. Therefore, it follows the format of the third entry in Table 4-1, that is, interest rate stated, no CP stated. Therefore, we should conclude that the CP is 1 year, the same as the annual interest period of the APR. However, as Dave and we all know, credit card payments are required monthly.

- (a) First, determine the effective interest rates for *compounding periods of 1 year and 1 month* so Dave knows some effective rates he might be paying when he transfers the \$1000 balance from his current card.
- (b) Second, assume that immediately after he accepts the card and completes the \$1000 transfer, Dave gets a bill that is due 1 month later. What is the amount of the total balance he owes?

Now, Dave looks a little closer at the fine print of the "pricing information" sheet and discovers a small-print statement that Chase Bank uses the daily balance method (including new transactions) to determine the balance used to calculate the interest due at payment time.

(c) We will reserve the implication of this new finding until later, but for now help Dave by determining the effective daily interest rate that may be used to calculate interest due at the end of 1 month, provided the CP is 1 day.

### Ví du

#### Solution

(a) The interest period is 1 year. Apply Equation [4.2] for both CP values of 1 year (m=1 compounding period per year) and 1 month (m=12 compounding periods per year).

CP of year: Effective rate per year = 14.24/1 = 14.24%

CP of month: Effective rate per month = 14.24/12 = 1.187%

(b) The interest will be at the monthly effective rate, plus the balance transfer fee of 3%.

Amount owed after 1 month = 
$$1000 + 1000(0.01187) + 0.03(1000)$$
  
=  $1000 + 11.87 + 30$   
=  $$1041.87$ 

Including the \$30 fee, this represents an interest rate of (41.87/1000)(100%) = 4.187% for only the 1-month period.

(c) Again apply Equation [4.2], now with m = 365 compounding periods per year.

CP of day: Effective rate per day = 14.24/365 = 0.039%

# 2. Lãi suất hiệu dụng hàng năm Effective Annual Interest Rate

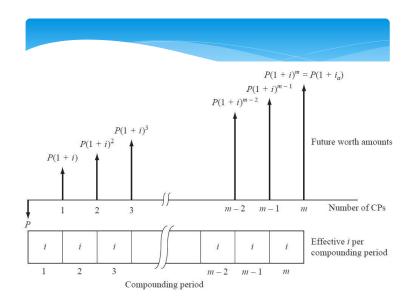
Dang The Gia, BM Ky Thuat Xay Dung

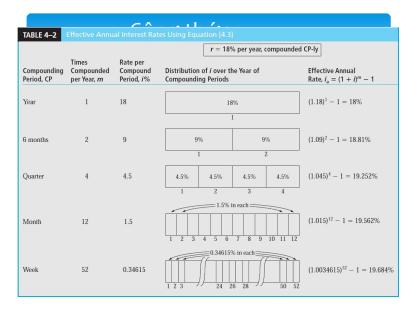
## Công thức

$$i_a = (1+i)^m - 1$$

$$i = (1 + i_a)^{1/m} - 1$$

- ☐ r = LS danh nghĩa / năm
- ☐ m = số kỳ gộp lãi trong năm
- □ i = LS hiệu dụng / kỳ hạn ghép lãi, i = r/m
- □ i<sub>a</sub> = LS hiệu dụng / **năm**





### Ví dụ

#### **EXAMPLE 4.3**

Janice is an engineer with Southwest Airlines. She purchased Southwest stock for \$6.90 per share and sold it exactly 1 year later for \$13.14 per share. She was very pleased with her investment earnings. Help Janice understand exactly what she earned in terms of (a) effective annual rate and (b) effective rate for quarterly compounding, and for monthly compounding. Neglect any commission fees for purchase and selling of stock and any quarterly dividends paid to stockholders.

Dang The Gia, BM Ky Thuat Xay Dung

#### Ví du

#### Solution

(a) The effective annual rate of return i<sub>a</sub> has a compounding period of 1 year, since the stock purchase and sales dates are exactly 1 year apart. Based on the purchase price of \$6.90 per share and using the definition of interest rate in Equation [1.2],

$$i_{s} = \frac{\text{amount of increase per 1 year}}{\text{original price}} \times 100\% = \frac{6.24}{6.90} \times 100\% = 90.43\% \text{ per year}$$

(b) For the effective annual rates of 90.43% per year, compounded quarterly, and 90.43%, compounded monthly, apply Equation [4.4] to find corresponding effective rates on the basis of each compounding period.

Quarter: m = 4 times per year  $i = (1.9043)^{1/4} - 1 = 1.17472 - 1 = 0.17472$ 

This is 17.472% per quarter, compounded quarterly.

Month: m = 12 times per year  $i = (1.9043)^{1/12} - 1 = 1.05514 - 1 = 0.05514$ 

This is 5.514% per month, compounded monthly.

#### Comment

Note that these quarterly and monthly rates are less than the effective annual rate divided by the number of quarters or months per year. In the case of months, this would be 90.43%/12 = 7.54% per month. This computation is incorrect because it neglects the fact that compounding takes place 12 times during the year to result in the effective annual rate of 90.43%.

### Ví dụ

#### **EXAMPLE 4.4** The Credit Card Offer Case

In our Progressive Example, Dave is planning to accept the offer for a Chase Bank credit card that carries an APR (nominal rate) of 14.24% per year, or 1.187% per month. He will transfer a balance of \$1000 and plans to pay it and the transfer fee of \$30, due at the end of the first month. Let's assume that Dave makes the transfer, and only days later his employer has a 1-year assignment for him in the country of the Cameroon in northwestern Africa. Dave accepts the employment offer, and in his hurried, excited departure, he forgets to send the credit card service company a change of address. Since he is now out of mail touch, he does not pay his monthly balance due, which we calculated in Example 4.2 to be \$1041.87.

- (a) If this situation continues for a total of 12 months, determine the total due after 12 months and the effective annual rate of interest Dave has accumulated. Remember, the fine print on the card's interest and fee information states a penalty APR of 29.99% per year after one late payment of the minimum payment amount, plus a late payment fee of \$39 per occurrence.
- (b) If there were no penalty APR and no late-payment fee, what effective annual interest rate would be charged for this year? Compare this rate with the answer in part (a).

Dang The Gia, BM Ky Thuat Xay Dung

### Ví du

#### Solution

(a) Because Dave did not pay the first month's amount, the new balance of \$1041.87 and all future monthly balances will accumulate interest at the higher monthly rate of

$$29.99\%/12 = 2.499\%$$
 per month

Additionally, the \$39 late-payment fee will be added each month, starting with the second month, and interest will be charged on these fees also each month thereafter. The first 3 months and last 2 months are detailed below. Figure 4–3 details the interest and fees for all 12 months.

					V	í d	lụ					
Z	А	В	C	D	E	F		G	Н	1	J	K
1		Amount	Monthly		Amount							
2	Month	of credit	interest	Fees	due						Interes	t rates
3	0	1000.00		0	1000.00						Regular	Penalty
4	1	1000.00	11.87	30	1041.87					Per year	0.1424	0.2999
5	2	1041.87	26.04	39	1106.90					Per month	0.01187	0.02499
6	3	1106.90	27.66	39	1173.57	-	SUN	M(B6:	D6)		4	1
7	4	1173.57	29.33	39	1241.90						/	/
8	5	1241.90	31.04	39	1311.93						J4/12	= K4/1
9	6	1311.93	32.79	39	1383.72							
10	7	1383.72	34.58	39	1457.30							
11	8	1457.30	36.42	39	1532.72							
12	9	1532.72	38.31	39	1610.03							
13	10	1610.03	40.24	39	1689.27							
14	11	1689.27	42.22	39	1770.48							
15	12	1770.48	44.25	39	1853.73							
16		<b>*</b>						Mont	h 1: tra	nsfer fee		
17	Int	Interest rate per month						Months 2-12: late-payment fee				
18		nth 1: 1.1						1 ,				
19			: penalty :									
20	Mo	nins 2-12	. penany .	2.499%								

Dang The Gia, BM Ky Thuat Xay Dung

Month 12:

## Ví dụ

The *effective monthly rate* is determined by using the F/P factor to find the i value at which \$1000 now is equivalent to \$1853.71 after 12 periods.

1770.46 + 1770.46(0.02499) + 39 = \$1853.71

$$1853.71 = 1000(F/P, i, 12) = 1000(1 + i)^{12}$$
$$1 + i = (1.85371)^{1/12} = 1.05278$$
$$i = 5.278\% \text{ per month}$$

Since the compounding period is 1 month, use Equation [4.3] to determine the *effective* annual rate of 85.375% per year, compounded monthly.

$$i_a = (1+i)^m - 1 = (1.05278)^{12} - 1$$
  
= 0.85375 (85.375%)

### Ví dụ

(b) If there were no penalty fees for late payments and the nominal annual rate of 14.24% (or 1.187% per month) were applied throughout the 12 months, the effective annual rate would be 15.207% per year, compounded monthly. By Equation [4.3], with a small rounding error included,

$$i_a = (1 + i)^m - 1 = (1.01187)^{12} - 1 = 0.15207$$

First, Dave will not pay at the stated rate of 14.24%, because this is the APR (nominal rate), not the APY (effective rate) of 15.207%. Second, and much more important, is the huge difference made by (1) the increase in rate to an APR of 29.99% and (2) the monthly fees of \$39 for not making a payment. These large fees become part of the credit balance and accumulate interest at the penalty rate of 29.99% per year. The result is an effective annual rate jump from 15.207% to 85.375% per year, compounded monthly.

#### Comment

This is but one illustration of why the best advice to an individual or company in debt is to spend down the debt. The quoted APR by credit card, loan, and mortgage institutions can be quite deceiving; plus, the addition of penalty fees increases the effective rate very rapidly.

3. Lãi suất hiệu dụng cho thời đoạn bất kỳ Effective Interest Rates for any time period

## Công thức

Effective *i* per time period =  $(1 + \frac{r}{m})^m - 1$ 

- i, r: LS hiệu dụng & LS danh nghĩa của thời đoạn "bất kỳ" muốn tính
- m: số kỳ gộp lãi trong thời đoạn "bất kỳ" muốn tính

Dang The Gia, BM Ky Thuat Xay Dung

## Ví dụ

#### **EXAMPLE 4.5**

Tesla Motors manufactures high-performance battery electric vehicles. An engineer is on a Tesla committee to evaluate bids for new-generation coordinate-measuring machinery to be directly linked to the automated manufacturing of high-precision vehicle components. Three bids include the interest rates that vendors will charge on unpaid balances. To get a clear understanding of finance costs, Tesla management asked the engineer to determine the effective semiannual and annual interest rates for each bid. The bids are as follows:

Bid 1: 9% per year, compounded quarterly
Bid 2: 3% per quarter, compounded quarterly
Bid 3: 8.8% per year, compounded monthly

- (a) Determine the effective rate for each bid on the basis of semiannual periods.
- (b) What are the effective annual rates? These are to be a part of the final bid selection.
- (c) Which bid has the lowest effective annual rate?

Ví dụ

#### Solution

(a) Convert the nominal rates to a semiannual basis, determine m, then use Equation [4.7] to calculate the effective semiannual interest rate i. For bid 1,

$$r = 9\%$$
 per year = 4.5% per 6 months

m=2 quarters per 6 months

Effective 1% per 6 months = 
$$\left(1 + \frac{0.045}{2}\right)^2 - 1 = 1.0455 - 1 = 4.55\%$$

Dang The Gia, BM Ky Thuat Xay Dung

## Ví dụ

(b) For the effective annual rate, the time basis in Equation [4.7] is 1 year. For bid 1,

$$r = 9\%$$
 per year  $m = 4$  quarters per year

Effective 
$$t\%$$
 per year =  $\left(1 + \frac{0.09}{4}\right)^4 - 1 = 1.0931 - 1 = 9.31\%$ 

The right section of Table 4--4 includes a summary of the effective annual rates.

(c) Bid 3 includes the lowest effective annual rate of 9.16%, which is equivalent to an effective semiannual rate of 4.48% when interest is compounded monthly.

Dang The Gia, BM Ky Thuat Xay Dung
Dang The Gia, BM Ky Thuat Xay Dung

## Ví dụ

#### **EXAMPLE 4.6**

A dot-com company plans to place money in a new venture capital fund that currently returns 18% per year, compounded daily. What effective rate is this (a) yearly and (b) semiannually?

#### Solution

(a) Use Equation [4.7], with r = 0.18 and m = 365.

Effective 
$$t\%$$
 per year =  $\left(1 + \frac{0.18}{365}\right)^{365} - 1 = 19.716\%$   
(b) Here  $r = 0.09$  per 6 months and  $m = 182$  days.

Effective *t*% per 6 months = 
$$\left(1 + \frac{0.09}{182}\right)^{182} - 1 = 9.415\%$$

