MÔN HỌC

THỐNG KÊ ỨNG DỤNG - XD (KC107)

GIÁO VIÊN PHỤ TRÁCH

ĐẶNG THẾ GIA

Bộ môn Kỹ Thuật Xây Dựng
Khoa Công Nghệ, Trường Đại Học Cần Thơ

Chương 8:

Ước Lượng
Estimator

Nội dung chương

Giới thiệu

- Thống kê suy luận (Inferential/Inductive statistics) là quá trình giúp ta nhận được thông tin của tổng thể thông qua mẫu.
- Có hai quy trình suy luận:
  - **Ước lượng**
  - Kiểm định giả thuyết

Khái niệm về ước lượng

- Một biến ngẫu nhiên được đặc trưng bởi các tham số, trong thực tế hầu như khó xác định các tham số này một cách chính xác. Mục tiêu của ước lượng là để xác định giá trị một tham số nào đó của tổng thể dựa trên thống kê mẫu.
- Một *ước lượng* (estimator) là một quy tắc cho việc tính toán ước tính của một tham số nhất định dựa trên *dữ liệu quan sát* (observed data); do đó quy tắc (ước lượng), *số lượng quan tâm* (quantity of interest, estimand) và kết quả của nó (dự toán) được phân biệt.
- Có hai loại ước lượng:
  - Ước lượng điểm (Point estimator)
  - Ước lượng khoảng (Interval estimator)

Các ví dụ về ước lượng

- Muốn xác định độ cao trung bình của trẻ ở độ tuổi 10, ta thực hiện một điều tra trên một mẫu được lấy trên tập thể các trẻ em ở độ tuổi 10 (ví dụ mẫu điều tra là các em học sinh được lấy ngẫu nhiên từ nhiều trường ở nhiều vùng khác nhau). Chiều cao trung bình tính được từ mẫu điều tra này, thường là trung bình tích lũy, sẽ là một ước lượng cho chiều cao trung bình của trẻ em ở độ tuổi 10.
- Nếu ta muốn xác định tỷ lệ bầu cử cho ứng cử viên A, ta có thể thực hiện một điều tra trên một mẫu dân số tiêu biểu. Tỷ lệ bầu cho A trong mẫu điều tra là một ước lượng của tỷ lệ bầu cho A của toàn thể dân số.

Các ví dụ về ước lượng

- Giả sử ta muốn xác định tổng số cá có trong hồ, ta bắt đầu bằng cách bắt lên n con cá (ví dụ n=50), đánh dấu chúng, sau đó lại thả xuống hồ cho chúng lẫn với những con khác. Sau đó lấy một mẫu cá bất kỳ trong hồ, tính tỷ lệ p cá bị đánh dấu trong mẫu đó (ví dụ mẫu có 20 con trong đó có 2 con có dấu, p=1/10). Khi đó giá trị n/p (=500) là một ước lượng cho tổng số cá có trong hồ.
- Nếu trong mẫu không có con cá nào bị đánh dấu, ta thực hiện lại trên một mẫu khác.

Các tham số được ước lượng

- Ước lượng khoảng tin cậy trị số trung bình hoặc so sánh 2 số trung bình (Ước lượng vị trí)
- Ước lượng tỉ lệ
- Ước lượng phương sai
- Trắc nghiệm tính phân bố chuẩn
- Trắc nghiệm tính phù hợp với một phân bố lý thuyết
- Khử sai số thô
- Tính kích cỡ mẫu thí nghiệm
- Tìm độ tin cậy

Tiêu chuẩn ước lượng

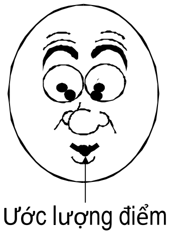
- Có thể dùng nhiều thống kê khác nhau để ước lượng cùng một tham số, nghĩa là có thể tìm được nhiều giá trị ước lượng khác nhau. Do vậy cần các tiêu chuẩn cho các ước lượng để có thể so sánh các ước lượng này.
- Với cùng tiêu chuẩn so sánh, thống kê nào cho giá trị gần nhất với tham số thì được coi là thống kê tốt hơn.
- Các tiêu chuẩn bao gồm: Không chệch (unbiasedness), hội tụ (converge), hiệu quả (efficiency) và vững (robustness)

Ước lượng điểm

Point Estimator

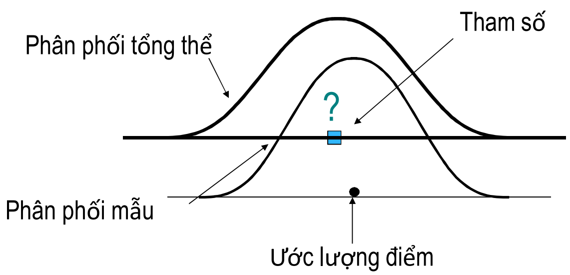
Ước lượng điểm

Một ước lượng điểm giúp rút ra suy luận về một tổng/quần thể bằng cách ước lượng giá trị của một tham số chưa biết trên cơ sở một giá trị đơn hoặc một điểm.



Ước lượng điểm

Một ước lượng điểm giúp rút ra suy luận về một tổng/quần thể bằng cách ước lượng giá trị của một tham số chưa biết trên cơ sở một giá trị đơn hoặc một điểm.



Sử dụng các đặc trưng của mẫu

Trong thực tế nghiên cứu các thông số thống kê của một tổng thể người ta thường tính toán trên **mẫu** được chọn từ tổng thể một cách có lý luận được gọi là **thống kê mẫu**.
Ví dụ: $\overline{X}$ và *S* biểu thị giá trị trung bình và độ lệch chuẩn của mẫu (thông thường là các đại lượng μ và σ không biết chính xác vì kích thước tổng thể quá lớn, tiến hành xác định đúng thường tốn kém hoặc không khả thi !).

Thông số của tổng thể	Đại lượng đánh giá
Kỳ vọng hay Trung bình, μ	$\bar{X}$
Sai biệt giá trị trung bình 2 tổng thể: $\mu_1 - \mu_2$	$\overline{x_1}$-$\overline{x_2}$
Tỷ lệ, π	$\bar{p}$
Độ lệch chuẩn, σ	s

Ước lượng điểm

- **Khái niệm ước lượng điểm**:
  - Giá trị ước lượng cho bởi 1 số cụ thể . Chẳng hạn, ta phỏng đoán một mẫu bê tông A nào đó có cường độ chịu nén là 11,5 MPa
  - Ta gọi â là ước lượng điểm của tham số a chưa biết nếu ta coi như:

    a ≈ â
  - Bảng liệt kê các ước lượng điểm thường dùng:

Tham số cần ước lượng	Ước lượng điểm	Công thức
Trung bình μ	$\hat{\mu}$	$\hat{\mu} \approx \overline{X}$
Phương sai σ^2	$\hat{\sigma}^2$	$\hat{\sigma}^2 \approx S^{*2}$
Tỉ lệ *p*	$\hat{p}$	$\hat{p} \approx F_n$

Ví dụ

Thí dụ: Nghiên cứu cường độ chịu kéo của tổ mẫu thép ta có bảng:

Cường độ chịu kéo (MPa)	270	272	274	276	278	280	282	284
Tần số mẫu	2	6	24	35	39	24	14	6

a) Hãy ước lượng cường độ trung bình và phương sai của các mẫu thép.

b) Giả sử mẫu thép có cường độ < 275 MPa là mẫu thép thuộc loại CI. Hãy ước lượng tỉ lệ thép loại CI.

Ví dụ

Giải:

a) Ta tính được $\overline{X} = 277{,}48\,\text{MPa}\,;\sigma_{\overline{X}}^{\;2} = 9{,}15$

b) Tỉ lệ thép loại CI là:

f_n = (2+6+24)/150 = 0,2133 = 21,33%

Ước lượng khoảng

Interval Estimator

Khái niệm

- Dù có nhiều tiêu chuẩn và quy tắc cho ước lượng điểm, nhưng ước lượng điểm, dù tốt đến đâu, cũng chỉ cho biết một giá trị trong tập vô hạn các giá trị của biến.
- Không đánh giá được mức độ sai lầm khi dùng giá trị bình quân mẫu hay phương sai mẫu thay cho giá trị kỳ vọng và phương sai của tổng thể.
- Để khắc phục, ta dùng khái niệm ước lượng khoảng tin cậy cho tham số thống kê.

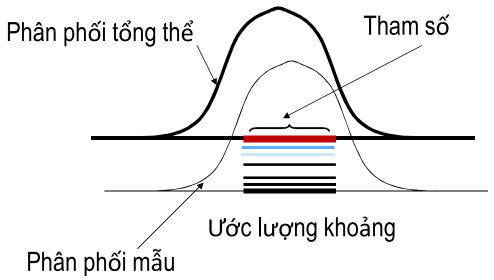
Bài toán ước lượng

- Giả sử cần biết tham số của một biến ngẫu nhiên. Ước lượng khoảng của tham số a là nghĩa làm tìm khoảng (a_1, a_2) sao cho xác suất để $a \in (a_1, a_2)$ bằng một độ tin cậy cho trước.
- Các ký hiệu:
  - α: Mức ý nghĩa, khả năng có thể mắc sai lầm
  - $1-\alpha$: Độ tin cậy của ước lượng
  - (a_1, a_2): Khoảng tin cậy của ước lượng
  - $a_2 - a_1$: Độ dài khoảng tin cậy
- Ta có: $(a_1, a_2) = (a_0 - \varepsilon; a_0 + \varepsilon)$

  Trong đó: a_0 là ước lượng điểm và ε là sai số hay độ chính xác của ước lượng.

Ước lượng khoảng

- Một ước lượng khoảng giúp rút ra suy luận về một tổng/quần thể bằng cách ước tính giá trị của một tham số chưa xác định trên cơ sở một khoảng.
- Khoảng ước lượng bị ảnh hưởng bởi kích thước mẫu

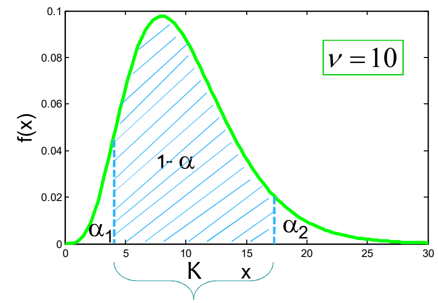


Mức ý nghĩa & Độ tin cậy

- Mức ý nghĩa là xác suất để tham số chưa biết không rơi vào trong khoảng tin cậy.
  - Kí hiệu: α [%]
  - Ví dụ: 10%, 5%, 1%
- Độ tin cậy là xác suất để tham số chưa biết rơi vào trong khoảng tin cậy.
  - Kí hiệu: (1 - α) [%]
  - Ví dụ: 90%, 95%, 99%

Độ tin cậy & Khoảng tin cậy

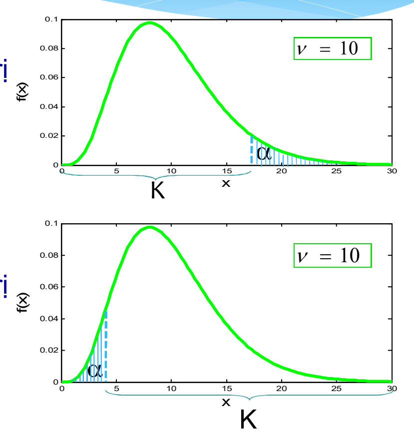
- Khi ta ước lượng X thuộc khoảng giá trị K nào đó, thì xác suất để X thuộc khoảng giá trị ấy được gọi là độ tin cậy của ước lượng.
- Ký hiệu: (1-α) với $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$



α Là xác suất để tham số chưa biết không rơi vào trong khoảng tin cậy

Khoảng tin cậy 1 phía

- Phía trái:
  - Khoảng K < một giá trị x_α nào đó
  - K nằm phía trái
  - $X \in K$, $P(X \le x_\alpha) = 1-\alpha$
- Phía phải
  - Khoảng K > một giá trị x_α nào đó
  - K nằm phía phải
  - $X \in K$, $P(X \ge x_\alpha) = 1-\alpha$

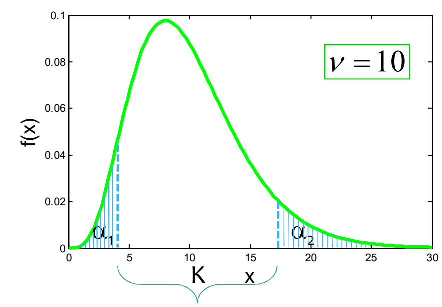


Hình Các khoảng giá trị ước lượng K

Khoảng tin cậy 2 phía

- 2 phía:

$\alpha 1 \le P(x_{\alpha 1} \le X \le x_{\alpha 2}) \le \alpha 2$



Hình 4. Khoảng giá trị ước lượng

Các bước thực hiện

- **Bước 1**: Xác định tham số ước lượng và trường hợp tính để thực hiện bài toán ước lượng.
- **Bước 2**: Tính độ chính xác hoặc giá trị hai đầu mút (a_1 và a_2) của ước lượng. Hay nói một cách khác là tìm sai số ε.
- **Bước 3**: Kết luận về tham số a cần được ước lượng trong khoảng ước lượng (a_1, a_2).

Ước lượng giá trị trung bình

Estimating mean

Bài toán

- Giả sử biến ngẫu nhiên X có tham số trung bình $E(X)=\mu$ chưa biết
- Cho trước mức ý nghĩa α khá nhỏ
- Ước lượng khoảng của trung bình μ với mức ý nghĩa α là chỉ ra một khoảng (μ_1, μ_2) sao cho $P(\mu_1<\mu<\mu_2)=1-\alpha$

Chuyển về biến chuẩn tắc

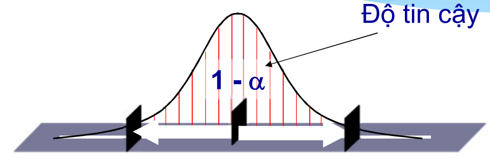
- Để xác định giá trị trung bình của biến X là $E(X)=\mu$ của một tổng thể. Ta lấy mẫu kích thước n từ tổng thể. Giá trị trung bình mẫu là $\overline{X}$
- Nếu biến X tuân theo phân phối chuẩn ta luôn có biến Z theo phân phối chuẩn tắc, với:

$$Z = \frac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$$ nghĩa là $$\varepsilon = \bar{X} - \mu = z \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Tính sai số của giá trị bình quân

	Trường hợp 1	Trường hợp 2	Trường hợp 3
Điều kiện	* Biết phương sai tổng thể V(X)=σ^2 * n≥30 hoặc n<30 và X có phân phối chuẩn	* Chưa biết phương sai tổng thể V(X) * n≥30	* Chưa biết phương sai tổng thể V(X) * n<30 và X có phân phối chuẩn
Sai số	$\varepsilon = z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$	$\varepsilon = z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$	$\varepsilon = t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1) \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$
Kết luận	$(\bar{X} - \varepsilon; \bar{X} + \varepsilon)$		

Chuyển về biến chuẩn tắc



$\bar{x} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ $\qquad \bar{X} \qquad$ $\bar{x} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

Giới hạn dưới
Lower confidence limit (LCL)

$$2 \cdot z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Giới hạn trên
Upper confidence limit (UCL)

$$\left[\bar{x} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}},\ \bar{x} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$$

Các độ tin cậy thông dụng

Độ tin cậy	α	α/2	$z_{\alpha/2}$
0.90	0.10	0.05	1.645
0.95	0.05	0.025	1.96
0.98	0.02	0.01	2.33
0.99	0.01	0.005	2.575

Ví dụ

- Để nghiên cứu gía trị trung bình của dung trọng đất tự nhiên γ sẽ dùng trong thiết kế, từ 50 mẫu đất thí nghiệm trong phòng, giá trị trung bình là 16,5 kN/m^3 và độ lệch chuẩn S là 0,6 kN/m^3. Giả thiết giá trị trung bình của γ tuân theo phân phối chuẩn.
- Xác định khoảng tin cậy của giá trị trung bình γ với độ tin cậy 90% và 95% ?

Giải:

Tra bảng phân phối chuẩn với độ tin cậy 95% hay $\alpha = 5\%$

=> $Z_{\alpha/2} = Z_{2,5\%} = 1,96$

=> $e = Z_{2,5\%}\, S/\sqrt{n} = 0,166$.

Tương tự với độ tin cậy 90% hay $\alpha = 10\%$

=> $Z_{\alpha/2} = Z_{5\%} = 1,645$

=> $e = Z_{5\%}\, S/\sqrt{n} = 0,140$.

Ta được bảng kết quả cho 2 trường hợp dưới đây:

$\overline{X}$	S:Độ lệch chuẩn
16.500	0.600
n	50

Ví dụ

Cho $n = 25$ có $\overline{X} = 50$ và s = 8. Biết biến X có phân phối chuẩn, tìm khoảng tin cậy 95% cho tham số μ.

→ Trường hợp 3

$$\overline{X} - t_{\alpha/2,n-1} \bullet \frac{S}{\sqrt{n}} \le \mu \le \overline{X} + t_{\alpha/2,n-1} \bullet \frac{S}{\sqrt{n}}$$

$$50 - 2.0639 \times \frac{8}{\sqrt{25}} \le \mu \le 50 + 2.0639 \times \frac{8}{\sqrt{25}}$$

$$46.69 \le \mu \le 53.30$$

Tìm kích thước mẫu

	Trường hợp 1	Trường hợp 2	Trường hợp 3
Điều kiện	* Biết phương sai tổng thể $V(X)=\sigma^2$ * $n \ge 30$ hoặc $n<30$ và X có phân phối chuẩn	* Chưa biết phương sai tổng thể V(X) * $n \ge 30$	* Chưa biết phương sai tổng thể V(X) * $n<30$ và X có phân phối chuẩn
Kích thước	$n = \left(z_{1-\frac{\alpha}{2}}.\frac{\sigma}{\varepsilon}\right)^2$	$n = \left(z_{1-\frac{\alpha}{2}}.\frac{s}{\varepsilon}\right)^2$	$n = \left(t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1).\frac{s}{\varepsilon}\right)^2$

Ví dụ

Chiều cao của sinh viên lớp này tuân theo luật phân phối chuẩn với độ lệch chuẩn là 5cm.

Cần lấy một mẫu có kích thước bao nhiêu (sinh viên) để đạt độ tin cậy 95%, đồng thời đảm bảo yêu cầu sai số không vượt quá 0.6cm?

Tìm độ tin cậy

	Trường hợp 1	Trường hợp 2	Trường hợp 3
Điều kiện	* Biết phương sai tổng thể V(X)=σ^2 * n≥30 hoặc n<30 và X có phân phối chuẩn	* Chưa biết phương sai tổng thể V(X) * n≥30	* Chưa biết phương sai tổng thể V(X) * n<30 và X có phân phối chuẩn
Phân vị	$z_{1-\frac{\alpha}{2}} = \frac{\varepsilon.\sqrt{n}}{\sigma}$	$z_{1-\frac{\alpha}{2}} = \frac{\varepsilon.\sqrt{n}}{s}$	$t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1) = \frac{\varepsilon.\sqrt{n}}{s}$

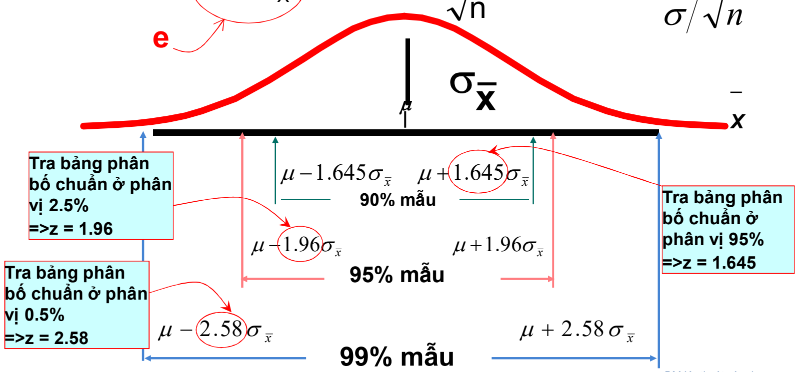
Ví dụ

- Để nghiên cứu gía trị trung bình của dung trọng đất tự nhiên γ sẽ dùng trong thiết kế, ước lượng điểm của dung trọng đất tự nhiên là 16,5 kN/m^3 và độ lệch chuẩn S là 0,6 kN/m^3. Giả thiết giá trị trung bình của γ tuân theo phân phối chuẩn.
- Với sai số ε = 0.22 kN/m^3, xác định độ tin cậy của giá trị trung bình γ khi kích thước mẫu là n=25 và n=50?

Độ rộng của khoảng tin cậy

$$\overline{X} \pm e = \overline{X} \pm Z \bullet \sigma_{\overline{X}} = \overline{X} \pm Z \bullet \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \qquad Z = \frac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$$

e



Các yếu tố ảnh hưởng đến độ rộng

Độ rộng của khoảng: Từ $\overline{X} - Z\sigma_{\overline{X}}$ **đến** $\overline{X} + Z\sigma_{\overline{X}}$

- Số liệu biến thiên: được đo bằng σ
- Cỡ mẫu: n $\qquad \sigma_{\overline{X}} = \sigma_X / \sqrt{n}$
- Độ tin cậy: (1 - α)

Ước lượng tỉ lệ

Estimating probability

Bài toán

- Giả sử trong tổng thể ta quan tâm đến một tính chất A có tỉ lệ p chưa biết
- Từ tổng thể, chọn một mẫu có kích thước n, kiểm tra mẫu ta có tỉ lệ f
- Cho trước độ tin cậy $1-\alpha$
- Ước lượng khoảng của tỉ lệ p với độ tin cậy $1-\alpha$ là chỉ ra một khoảng (p_1, p_2) sao cho $P(p_1<p<p_2)=1-\alpha$

Tính sai số của tỉ lệ

- Độ chính xác ε:

$$\varepsilon = z_{1-\frac{\alpha}{2}}.\sqrt{\frac{f.(1-f)}{n}}$$

- Kết luận:

$$(f-\varepsilon,\ f+\varepsilon)$$

- Ghi chú: Ước lượng tỉ lệ chỉ có ý nghĩa khi

  n.f ≥ 5 và **n.(1-f) ≥ 5**

Kích thước mẫu & Độ tin cậy

- Kích thước mẫu:

$$n = \left(z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right)^2 \cdot \frac{f.(1-f)}{\varepsilon^2}$$

- Độ tin cậy:

$$z_{1-\frac{\alpha}{2}} = \frac{\varepsilon.\sqrt{n}}{\sqrt{f.(1-f)}}$$

Ví dụ - Ước lượng tỉ lệ

Một mẫu ngẫu nhiên gồm 400 người bầu cử có 32 người ủng hộ ứng cử viên A. Tìm ước lượng khoảng tin cậy 95% cho *p*.

Giải:

Tỉ lệ mẫu: f = 32/400 = 0.08

Kiểm tra điều kiện: n*f = 400*0.08 = 32 ≥ 5

n*(1-f) = 400*0.92 = 368 ≥ 5

$$p_s - Z_{1-\alpha/2}\bullet\sqrt{\frac{p_s(1-p_s)}{n}} \le p \le p_s + Z_{1-\alpha/2}\bullet\sqrt{\frac{p_s(1-p_s)}{n}}$$

$$.08-1.96\bullet\sqrt{\frac{.08(1-.08)}{400}} \le p \le .08+1.96\bullet\sqrt{\frac{.08(1-.08)}{400}}$$

$$.053 \le \boldsymbol{p} \le .107$$

Ví dụ
Ước lượng tỉ lệ

Để chuẩn bị cho sự kiện SEAGAMES 22nd được tổ chức tại Việt Nam, nhà máy DTGIA chuyên sản xuất VLXD đã bán ra thị trường ĐBSCL một lô hàng đặc biệt vào năm 2002. Hồ sơ lưu trữ cho biết nhà máy DTGIA đã nhờ một đơn vị kiểm định đánh dấu 1800 sản phẩm thuộc một lô hàng do nhà máy sản xuất trước khi bán ra thị trường ĐBSCL. Theo ghi nhận hiện nay, trong số 600 sản phẩm của nhà máy DTGIA đang lưu hành tại TP Cần Thơ thì có 30 (trong số 1800) sản phẩm có dánh dấu kiểm định chất lượng. Hãy dự đoán số lượng sản phẩm trong lô hàng đã được bán ở thị trường ĐBSCL vào năm 2002 với độ tin cậy 96%.

Ví dụ - Ước lượng tỉ lệ

- Tỉ lệ: f = 30/600 = 0.05
- Kiểm tra: n.f = 30 ≥ 5 và n.(1-f) = 600*0.95 = 570 > 5
- Với độ tin cậy 96% (α=4%)

  → Tra bảng phân vị chuẩn tắc → $z_{1-\alpha/2} = z_{.98}$ = 2.054
- Sai số của ước lượng:

  $\varepsilon = z_{1-\frac{\alpha}{2}}.\sqrt{\frac{f.(1-f)}{n}}$ = 2.054 * √(.05*.095/600) = .01828
- Ước lượng tỉ lệ: (f – ε, f + ε) = (.03172, .06828)
- Dự đoán số sản phẩm: $(\frac{1800}{.06828}, \frac{1800}{.03172})$ = (26364 , 56747)

Ví dụ - Tính kích thước mẫu

Trở lại bài toán lô gạch có tỉ lệ bị lỗi là 5% (xem chương trước). Cần kiểm định bao nhiêu viên gạch trong lô để việc phát hiện lỗi có sai số không quá 2% với mức ý nghĩa 10%.

Giải

- Ta có: f = 0.05, ε ≤ 0.02 và α = 10% → $1-\alpha/2$ = 95%

  → Tra bảng phân vị chuẩn tắc → $z_{1-\alpha/2} = z_{.95}$ = 1.645
- Ước lượng số sản phẩm:

  $n \ge \left(z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right)^2.\frac{f.(1-f)}{\varepsilon^2}$ = (1.645)² *0.05*0.95 / 0.02² = 321.34
- Kết luận: số viên gạch cần kiểm tra n ≥ 322 viên

Ước lượng phương sai

Estimating variance

Bài toán

- Giả sử biến ngẫu nhiên X tuân theo phân phối chuẩn và có phương sai σ^2 chưa biết
- Từ tổng thể, chọn một mẫu có kích thước n
- Cho trước độ tin cậy $1-\alpha$
- Ước lượng khoảng của phương sai với độ tin cậy $1-\alpha$ là chỉ ra một khoảng (σ_1^2, σ_2^2) sao cho $P(\sigma_1^2 < \sigma^2 < \sigma_2^2) = 1-\alpha$

Ước lượng phương sai

	Trường hợp 1	Trường hợp 2
Điều kiện	Biết trung bình μ	Chưa biết trung bình μ
Kết luận	$\left(\frac{\sum_{i=1}^{n}(x-\mu)^2}{K_{\frac{\alpha}{2}}^2(n)}; \frac{\sum_{i=1}^{n}(x-\mu)^2}{K_{1-\frac{\alpha}{2}}^2(n)}\right)$	$\left(\frac{(n-1).s^2}{K_{\frac{\alpha}{2}}^2(n-1)}; \frac{(n-1).s^2}{K_{1-\frac{\alpha}{2}}^2(n-1)}\right)$

Ví dụ - Ước lượng phương sai

Theo quy định của nhà máy DTGIA, độ lệch chuẩn về khối lượng của mỗi viên gạch được sản xuất không vượt quá 8 gram.

Một lô hàng được kiểm tra ngẫu nhiên 24 sản phẩm, có phương sai mẫu điều chỉnh là $s^2=15$ (gram^2).

a) Với mức tin cậy 95%, hãy ước lượng độ lệch chuẩn của số sản phẩm vừa được kiểm tra?

b) So sánh độ lệch chuẩn của mẫu kiêm tra với quy định của nhà máy?

Ví dụ - Ước lượng phương sai

Giải

a) Ta có: 1–α = 95% → α = 5% → α/2 = 2.5%

→ Tra bảng phân vị κ^2 → $\begin{cases} \chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1) = \chi^2_{0.025}(23) = 38.076 \\ \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1) = \chi^2_{0.975}(23) = 11.689 \end{cases}$

Giá trị giới hạn hai đầu:

$$\begin{cases} \sigma_1^2 = \dfrac{(n-1).s^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)} = \dfrac{(24-\ \ )*15}{38.076} = 9.06 \\ \sigma_2^2 = \dfrac{(n-1).s^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)} = \dfrac{(24-1)*15}{11.689} = 29.51 \end{cases}$$

Ví dụ - Ước lượng phương sai

Giải

Ước lượng phương sai: σ² ϵ (9.06 ; 29.51) gram²

Ước lượng độ lệch chuẩn: σ ϵ (3.01 ; 5.43) gram

b) Độ lêch chuẩn khối lượng của mẫu kiểm tra thấp hơn quy định của nhà máy (8g).

XIN CẢM ƠN!